



HAL
open science

Analyser un texte de démonstration ou la formulation d'une définition en mathématiques, est-ce faire des mathématiques ?

Christophe Hache

► To cite this version:

Christophe Hache. Analyser un texte de démonstration ou la formulation d'une définition en mathématiques, est-ce faire des mathématiques?. Didactifem, Les disciplines enseignées : des modes de penser le monde, Jul 2018, Liège (Belgique), France. pp.110-112. hal-03258796

HAL Id: hal-03258796

<https://hal.science/hal-03258796v1>

Submitted on 17 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyser un texte de démonstration ou la formulation d'une définition en mathématiques, est-ce faire des mathématiques ?

Christophe Hache^{§ 1,2}

¹ IREM de Paris – Université Paris Diderot - Paris 7 – France

² Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) – Université Paris Diderot - Paris 7 : EA4434, Université d'Artois, Université Paris-Est Créteil Val-de-Marne (UPEC), Université de Rouen, Université de Cergy Pontoise – France

Une démonstration, un théorème, une définition mathématique sont, entre autre, des textes. Des textes souvent rédigés essentiellement en français. Cette dernière remarque est encore plus vraie pour le discours oral, le symbolisme présent par écrit ne l'est plus oralement. L'usage du français dans ces textes et ces discours mathématiques est sans doute spécifique, mais quelle est la nature de ces spécificités ? Comment en étudier les caractéristiques ? Et, concernant l'enseignement et l'apprentissage, comment les élèves s'approprient-ils ces pratiques langagières ? Travailler sur ces pratiques, sur la compréhension de textes, l'écriture, etc. en cours de mathématiques, en quoi est-ce encore faire des mathématiques ?

Je propose dans cette présentation d'apporter un éclairage sur ces questions.

1. Pratiques langagières des mathématiciens

Comme chaque groupe social, les mathématiciens ont des pratiques langagières spécifiques, notamment quand ils formulent des contenus disciplinaires. Je mettrai ici en avant deux particularités dans les liens entre mathématiques et langage : le rôle du formalisme et le rôle du symbolisme.

On appréhende essentiellement les objets mathématiques par le discours (qu'il soit strictement langagier, symbolique, graphique, etc.). Les mathématiciens, et notamment les logiciens, notamment à la fin du 19^e et au début du 20^e siècle, ont éprouvé la nécessité de formalismes permettant d'avoir un discours rigoureux sur les objets, c'est-à-dire s'affranchissant des imperfections, des ambiguïtés, de la polysémie, des implicites... de la langue courante.

Par formalisme, j'entends (Hache, 2013) une mise en forme codifiée du discours permettant de décrire les objets mathématiques, leurs propriétés et les preuves de leurs propriétés, et de contrôler la validité de ce qui est exprimé. La codification permet par ailleurs une manipulation relativement indépendante du sens (règles de transformation, de combinaisons, etc.). Pour les mathématiques on associe souvent formalisme et symbolisme, mais on trouve aussi très fréquemment un usage formel de la langue courante (les déductions au sein des démonstrations ne sont par exemple pas formulées à l'aide de symboles, sur ce point voir Hache et Mesnil 2017). Dans un cadre d'enseignement il faudrait dire « un usage de la langue courante dont l'intention est

§. Intervenant

formelle », car l'enseignant ne contrôle pas la façon dont ce qu'il dit ou écrit va être entendu ou lu.

Même s'ils ne sont pas pour l'instant au coeur de mes travaux, les symboles jouent un rôle particulier en mathématiques. Le travail de Colette Laborde à ce sujet (Laborde 1982) est fondateur, notamment concernant l'étude des interactions entre usage des symboles et usages de la langue courante.

Il n'est cependant pas possible de penser ou de s'exprimer de façon absolument formelle. Le discours mathématique est donc un mélange entre usages courants de la langue, traces d'usages formels de cette même langue, symbolismes, etc. C'est, entre autre, ce mélange, nécessaire, fructueux, qui caractérise les pratiques langagières des mathématiciens.

En utilisant un référent formel logique, on a montré pour l'énoncé de certaines définitions ou de propositions (Hache 2015) et à propos de preuves (Hache et Mesnil 2017), que les pratiques langagières des mathématiciens étaient pour le moins complexes. C'est le propre des pratiques sociales, elles sont par ailleurs pour la plupart non explicites y compris pour les acteurs concernés eux-mêmes, par exemple les enseignants de mathématiques dans le secondaire. Les élèves découvrent donc en même temps les objets mathématiques (en général par un travail explicite avec l'enseignant) et la façon dont on en parle, sans que soit généralement interrogée cette façon de dire ou d'écrire les mathématiques (pourtant indissociable de la façon dont on les pense).

2. Apprendre et travailler les mathématiques en travaillant sa pratique de la langue ?

Une réflexion peut être menée sur la façon d'accompagner les élèves dans cette entrée dans les pratiques langagières des mathématiciens. Travailler sur la langue ou les pratiques langagières en mathématiques, est-ce faire des mathématiques ? Deux éléments me font faire l'hypothèse d'une réponse positive à cette question.

Tout d'abord, pour un sujet donné, le langage n'est pas un média d'une pensée déjà constituée, ce n'est pas seulement une activité physique, on ne peut distinguer parler et penser. C'est un outil de construction, de négociation et de transformation des représentations individuelles (celles du sujet considéré, celles des personnes avec qui il interagit) et des représentations collectives.

Par ailleurs, comme certaines formulations utilisées en cours de mathématiques correspondent à des usages formels de la langue, ou en gardent la trace, que l'enseignant propose à ses élèves des activités suscitant explicitement un regard réflexif et collectif sur les contraintes posées ou ressenties, ne peut que mettre en avant le contenu mathématique évoqué : éclairer la nature des raisonnements, donner de l'épaisseur aux définitions ou aux théorèmes.

Nous [Collectif « Lemme », groupes « Léo » et « R2C2 » de l'IREM de Paris, LDAR] menons certaines expérimentations ayant pour point commun ce travail explicite, réflexif et collectif sur les pratiques langagières des mathématiciens. Je développerai trois exemples : les expérimentations de formulation / reformulation proposées par le groupe Léo de l'IREM de Paris, les activités du même groupe inspirées des « phrases du jour » de Danièle Cogis (Cogis 2005) et une activité autour de la lecture en classe de terminale de textes de démonstrations écrites par des mathématiciens.

Références bibliographiques

Cogis D. (2005). *Pour enseigner et apprendre l'orthographe*. Delagrave

Hache C. (2013) Langage mathématique à la transition primaire / collège, in *Actes du 39ème*

colloque de la Copirelem, juin 2012, pp 452-463, Copirelem, Quimper < hal-00870111v1 >

Hache, C. (2015). Pratiques langagières des mathématiciens, une étude de cas avec « avec ». *Petit x*, (97), 27-43. < hal-01397401 >

Hache C., Mesnil Z. (2017) Pratiques langagières et preuves. In *Actes du 22e colloque de la CORFEM, juin 2015*, IREM de Nîmes. < hal-01285116 >

Laborde C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse, Université de Grenoble

Mots-clés : Mathématiques, français, pratiques langagières



LIÈGE université
UR interfacultaire DIDACTifen
Didactique et formation des enseignants

5 & 6 juillet 2018
à Liège (Belgique)

1^{er} colloque du DIDACTifen

Les disciplines enseignées : des modes de penser le monde

Actes
du
colloque

P. Detroz
V. Henry
J.-L. Jadouille

©Photo : SyLviane Hubert 2015

Table des matières

Présentation du colloque	8
Conférences	11
Faut-il en finir avec les disciplines ?, Laurence Bouquiaux	12
Esprit des disciplines scientifiques et discipline de l'esprit scientifique, Jean-Yves Cariou	13
Des savoirs linguistiques à l'enseignement du français. Disciplinarisation et didactisation, Jean-Louis Chiss	14
Enseigner les mathématiques au début du XXI ^e siècle, Floriane Wozniak	15
Disciplinariser pour discipliner. Les disciplines scolaires : outils de transmission de savoirs et de transformation des personnes. Enjeux démocratiques, Bernard Schneuwly	16
Axe 1 : Quelles sont les finalités et valeurs qui sous-tendent cette conception des disciplines enseignées ?	17
Les objets d'enseignement prescrits en technologie au Québec : quels contenus pour quelles finalités ?, Fatima Bousadra [et al.]	18
Mais qu'est-ce que la didactique fait aux enfants, aux élèves ? Une étude de la disciplinarisation d'une discipline scolaire : le cas de l'éducation physique et sportive à l'école maternelle française, Antoine Thepaut	20
History education in Belgium/Flanders since the 19th century : torn between patriotic, (global) civic and disciplinary aspirations, Karel Van Nieuwenhuyse	22
Les sciences économiques et sociales au lycée en France : un regard sur la conception du monde en constante évolution, Hervé Blanchard [et al.]	23
Analyse conceptuelle du programme de formation de l'école québécoise en science et technologie pour l'ordre primaire, Abdeljalil Métioui	24
Axe 2 : Quelles sont les racines historiques de l'émergence des différentes disciplines scolaires ? Quels éléments les constituent ?	33

Progrès et regrès de l'enseignement de la géographie durant le XIX ^e siècle en France, Pascal Clerc	34
De l'enseignement de la géographie à l'enseignement de la géographie du futur, de l'aménagement et de l'urbanisme. La discipline « géographie » en évolution, Magali Hardouin	36
Enseignement de l'histoire et construction d'un rapport au monde et au passé : l'exemple des programmes adaptés de la Nouvelle-Calédonie, de Wallis-et-Futuna et de la Polynésie française, Minvielle Stephane	39
Symposium : Approche comparée de la genèse et de l'évolution des disciplines scolaires « Français » et « Allemand » en Suisse romande (1880-1920), Anne Monnier [et al.]	56
1. Unes et plurielles. La transformation des langues étrangères au sein des Humanités modernes (1880-1920)	58
2. Enseignement de la grammaire scolaire en Suisse romande (1845-1910) : une évolution sous l'influence de finalités plurielles	58
3. Les ouvrages de lecture de l'école primaire ferments du processus de disciplinarisation de l'enseignement du « Français » langue première	60
4. Les épreuves certificatives dans la discipline « Français » au secondaire comme reflet d'un mode de penser l'avenir (Suisse romande, 1880-1920)	61
Axe 3 : Quels sont les éléments-clés constitutifs de ces différents modes de penser, de dire et de regarder le monde ?	64
Construire et discuter la notion de discipline scolaire dans une perspective didactique, Yves Reuter	65
Le rapport à la discipline scolaire « Français » de futurs enseignants et d'enseignants de la maternelle en Belgique francophone, Julien Van Beveren	68
Les mathématiques et le français dans l'enseignement professionnel depuis 1945 : des identités disciplinaires en tension ?, Xavier Sido [et al.]	70
Entrée dans les disciplines et construction de positions énonciatives disciplinaires : une étude de cas en français et en sciences, Hélène Guillou-Kérédan [et al.]	84
Eduquer à... quatre modes de penser le monde, la conscience de leur relativité et de leurs rémanences enfantines, Sylvie Brossard-Lottigier	86
Symposium : Penser le monde à partir d'approches disciplinaires : les interactions entre histoire et littérature, Charles Heimberg [et al.]	88
Symposium : Regards pluridisciplinaires sur les genres textuels et (audio)visuels comme modes de penser le monde et comme outils d'action, Germain Simons [et al.]	90
1. Production de textes et analyses orales dans la formation des enseignants en langues étrangères : genres textuels académiques, scolaires, professionnels et/ou outils de formation ?	93

2. Les textes réflexifs, un outil de pensée privilégié pour inciter les futurs enseignants spécialistes du français et de la physique à développer une « conscience disciplinaire »	93
3. Les écrits réflexifs liés au cours de didactique générale dispensé aux futurs enseignants du secondaire supérieur : quelques éléments de réflexions autour de deux types de textes proposés	93
4. Le « dossier professionnel réflexif » en didactique des langues modernes à l'ULiège. Analyse de l'évolution d'un type de texte académique	94
5. Des écrits réflexifs au service de la formation initiale des enseignants : journal de bord et journal intime, témoins d'une collaboration autour d'activités de sciences en maternelle	94
6. Récit réflexif sur l'image du métier et de soi dans le métier chez de futurs agrégés de l'enseignement secondaire supérieur en psychologie et sciences de l'éducation	95
7. De la compétence d'écriture et de son évaluation à l'université : analyse de postures d'enseignants en sciences humaines	95
8. Trois dispositifs d'entraînement d'enseignants du supérieur à l'écriture réflexive : enjeux, mise en œuvre, effets	96
9. Enseigner les genres textuels en langue étrangère au secondaire I : apports et limites	96
10. De l'intérêt de la dimension générique pour l'enseignement des langues étrangères. Illustration à partir de la « carte d'identité générique » du bulletin météorologique	97
11. La discussion philosophique comme nouveau genre scolaire : arguments et résistances	97
12. Mémoire de master et activité dialogique des enseignants en formation : le rôle central du questionnement	97
13. Les discours politiques comme registres textuels : une approche linguistique	98
14. La formation des enseignants à l'approche des genres textuels : une expérience à partir du genre de la lettre de réclamation en format numérique	98
15. Le faux documentaire et l'éducation aux médias. Sous-genre et critique d'un paradigme émancipatoire	99
16. Créer un webjournal en classe : Méthode et apprentissages	99

Axe 4 : Faut-il continuer à penser le monde disciplinairement ? L'interdisciplinarité signifie-t-elle la fin des disciplines ? **100**

Développement des compétences du 21 ^e siècle en utilisant l'éditeur iMovie dans les projets interdisciplinaires à l'école obligatoire, Géniia Bukrinskaya	101
--	-----

L'apport de l'histoire à la compréhension des phénomènes et des enjeux sociaux du XXI ^e siècle, Catinca Adriana Stan [et al.]	102
Faut-il « démathématiser » l'équation chimique ? Questionnement épistémologique sur les liens entre la discipline « chimie » et la discipline « mathématiques », Jérémy Dehon [et al.]	104
Comment un dispositif didactique appliqué dans une discipline canonique spécifique peut favoriser l'apprentissage des modes de pensée inhérents à d'autres disciplines et même aux nouvelles disciplines des « éducations à... » ?, Lupatini Marco	107
Analyser un texte de démonstration ou la formulation d'une définition en mathématiques, est-ce faire des mathématiques ?, Christophe Hache	110
Former à enseigner les modes de penser des disciplines générales en lycée professionnel : l'exemple de l'apprentissage de l'enseignement bivalent lettres-histoire et lettres-langue à l'ÉSPÉ de l'académie de Créteil, Marie-France Rossignol	113
La multimodalité peut-elle constituer un moyen dans le développement des disciplines scolaires et de l'interdisciplinarité ?, Laura Triviño Cabrera	130
L'interdisciplinarité dans l'enseignement primaire à Mayotte : représentations des enseignants et analyse de dispositifs dans les classes, Maryvonne Priolet	133
« Faire son cours » à l'université, Margaux Aillères	136
Penser l'éducation physique en matière d'interdisciplinarité : pratiques exemplatives en Fédération Wallonie-Bruxelles., Jérémy Bonni [et al.]	137
Jardin pédagogique : l'interdisciplinarité naturellement, Magali Fuchs	140
Symposium : Interdisciplinarité et droits de l'enfant dans l'éducation. Fin ou renouvellement des disciplines ?, Frédéric Darbellay [et al.]	143

Axe 5 : Quels dispositifs didactiques semblent les mieux à même d'enseigner les différents modes de pensée inhérents aux disciplines ? **146**

Des tâches simples pour évaluer le développement de la pensée historique, Marc-André Éthier [et al.]	147
La problématisation en histoire, nouveau regard pour « penser l'histoire » auprès d'un « public scolairement fragilisé » ?, Soizic Morvan	149
Analyses préalables pour une ingénierie didactique sur la trigonométrie, Marie Pierard [et al.]	151
Des dispositifs pour articuler les finalités de l'enseignement grammatical et leurs liens avec la reconfiguration disciplinaire de la grammaire, Véronique Marmy Cusin [et al.]	153
Effets d'une formation d'enseignants aux pratiques délibératives en univers social au 3 ^e cycle du primaire en vue de favoriser le développement de la pensée critique de leurs élèves, Catherine Poulin [et al.]	155

« Un dimanche chez Mamy » : est-il possible de développer la pensée historique à l'école maternelle? Etude de cas au départ d'un outil d'enseignement, Marie Lakaye [et al.]	159
Discipliner <i>Le petit roi</i> entre recherche et formation, Christophe Ronveaux	161
Et si c'était (enfin) l'élève qui pensait le monde? Propositions pour un nouveau contrat disciplinaire en géographie enseignée, Frederique Jacob [et al.]	163
RéflexSciences : un dispositif didactique pour développer la pensée critique et apprendre la physique chez les étudiant.e.s de première année en Sciences à l'UCL, Jim Plumet	165
Symposium : Les disciplines enseignées : les modes de changer le monde dans une perspective d'inclusion, Stéphanie Demers	167
1. Les modes de pensée historique chez les futurs enseignants québécois au secondaire : épistémologie pratique et agentivité	169
2. Retour aux sources : former des enseignants d'histoire à l'agentivité critique en faisant appel aux historiens	171
3. L'approche inductive écosystémique en classe d'accueil : regard sur deux activités d'enseignement-apprentissage à l'égard du déploiement du sentiment d'intégrité et d'agentivité qu'elles initient	173
4. Vers des pratiques inclusives favorisant le développement global, l'autonomisation et la réussite des élèves du préscolaire issus des groupes sociaux minorisés	175
5. Penser le monde dans une perspective située : le potentiel des épistémologies féministes pour les disciplines interprétatives	177
Symposium : Modèles, modélisation et pratiques enseignantes, Marie Hindryckx [et al.]	180
1. Questionner les fonctions épistémologiques et didactiques de la modélisation	182
2. Les modèles mathématiques sont-ils des modèles à suivre?	183
3. Des pratiques enseignantes qui font obstacle au caractère modélisant des images artistiques dans la construction des savoirs en classe d'histoire de l'art	184
4. L'image dans les cours de chimie de l'enseignement secondaire : une aide ou un obstacle à la modélisation?	186
5. Lecture de schémas, modélisation et apprentissage en éveil scientifique	188
Axe 6 : Quels obstacles compliquent ou empêchent l'apprentissage des modes de penser disciplinaires ?	192
Des outils conceptuels pour construire une représentation de la réalité physico-chimique chez l'élève et le rendre plus autonome, Hamad Karous [et al.]	193

L'espace et le temps : des universels bien singuliers dans la classe de grammaire, des difficultés didactiques pour l'enseignant de français, Dominique Ulma [et al.] .	196
Les cinq sens indisciplinés : découvrir le paysage par les arts depuis la maternelle, Claire Planchat [et al.]	199
Conceptions et obstacles épistémologiques associés aux apprentissages des végétaux chez des élèves en fin de cursus scolaire, Francis Rouquet	201
Axe 7 : Les TIC constituent-elles un nouveau moyen d'approfondir l'enseignement des modes de penser constitutifs des disciplines ?	204
L'hyperpaysage panoramique, une métaphore pour aborder et penser le monde, Christine Partoune	205
La fiction historique en classe d'histoire, Marc-André Éthier [et al.]	207
L'analyse de l'activité professionnelle en situation de « vidéo-formation » : expérimentation auprès de maîtres-nageurs sauveteurs, Yves Depluvrez [et al.]	209
École-Musée, une possible collaboration 4.0 ?, Ana-Vanêssa Lucena	212
Axe 8 : Comment l'évaluation peut-elle ancrer l'apprentissage des modes de penser disciplinaires ?	214
CAFE : un système d'évaluation et de feedback automatique des étudiants en Science Informatique, Simon Liénardy [et al.]	215
La temporalité historique, un outil pour voir le monde autrement : comment l'évaluer ?, Gaël Pirard	217
Axe 9 : Faut-il et comment former les enseignants à faire apprendre les modes de penser disciplinaires ?	221
Le dispositif TRANSPRO : formation de futurs enseignants à l'analyse de pratiques en <i>blended learning</i> , Valérie Henry [et al.]	222
L'entretien de supervision, un moment privilégié pour former les futurs enseignants à faire apprendre les modes de penser disciplinaires ? Un exemple d'analyse en éducation physique, Benoît Lenzen	224
Former à l'enseignement d'une géographie renouvelée à l'école primaire. L'exemple des <i>Lesson Studies</i> , Alain Pache	227
L'enseignement de la morale comme discipline scolaire à l'école élémentaire : points de vue des enseignants, Wael Zamo [et al.]	229
Un cours par projet en communauté d'apprentissage professionnel.le : une expérience, Julia Poyet	232

L’atelier de formation professionnelle, un dispositif de formation des futurs instituteurs à la lecture littéraire de l’album dans les classes du primaire, Graziella Deleuze	234
Vidéoformation d’enseignants – Bénéfices et conditions didactiques et pédagogiques, Dominique Verpoorten [et al.]	237
Deux expériences du processus <i>Lesson Study</i> en mathématiques, Christine Geron [et al.]	239
Atelier : Disciplines indociles pour didacticiens trop dociles ? Faites-en l’expérience !, Jean-François Thémines [et al.]	241
Atelier : <i>BleTeach</i> : création d’un dispositif de formation continuée pour développer des compétences en littératie au service de l’apprentissage des connaissances en sciences et en sciences humaines, Marine Andre [et al.]	244
Atelier : Initier les élèves à la démarche d’investigation en les aidant à s’exercer à la formulation d’un problème scientifique cohérent à partir d’un document iconographique équivoque, Hassen Reda Dahmani [et al.]	247
Symposium : Lire pour acquérir et utiliser des connaissances : pistes pour le développement professionnel des enseignants du primaire et du secondaire, Marine Andre [et al.]	249
Symposium : Au croisement de la didactique et de la pédagogie : les verrous d’apprentissage, Dominique Verpoorten [et al.]	252
1. Décoder les disciplines : arrière-plan et enjeux autour de l’implicite	252
2. Evaluation du potentiel de l’approche « verrous d’apprentissage » à l’Université de Liège	253
3. Récit de pratique : comment j’ai vécu l’entretien de décodage	253
Axe 10 : Quelle importance revêtent les modes de penser disciplinaire dans les représentations des enseignants ?	254
Teacher talk in the secondary foreign language classroom : the means and the destination, Eric Nicaise	255
Liste des participants	255
Liste des auteurs	257