HAL
open science

L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. Observation, description, organisation

Christophe Hache

To cite this version:

Christophe Hache. L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. Observation, description, organisation. Recherches en Didactique des Mathematiques, 2001. hal-03257952

HAL Id: hal-03257952

https://hal.science/hal-03257952

Submitted on 11 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'UNIVERS MATHÉMATIQUE PROPOSÉ PAR LE PROFESSEUR EN CLASSE OBSERVATION, DESCRIPTION, ORGANISATION

Christophe Hache*

ABSTRACT

This article concerns mathematics teachers' classroom practice. That part of the teacher's practice that influences pupils' learning is called the mathematical universe proposed to the pupils. The goal of the present work was to put forth a method for describing these universes (local analyses of tasks and activities, local analyses of discourse) and to present the results of some initial observations. The author is particularly interested in the factors (concept taught, teacher, class, etc.) that can entail a change of universe.

RESUMEN

Este artículo trata de las prácticas en clase de los profesores de matemáticas. Se designa como *universo matemático propuesto a los alumnos* aquella parte de las prácticas del profesor que influye sobre los aprendizajes de los alumnos. El objetivo del presente trabajo es exponer un método de descripción de estos universos (análisis locales de las tareas y actividades, análisis locales de los discursos) y proponer los resultados de unas primeras observaciones. El autor se interesa, en particular, por los factores (noción enseñada, profesor, clase, etc.) que pueden provocar un cambio de universo.

RÉSUMÉ

Cet article porte sur les pratiques en classe des enseignants de mathématiques. La part des pratiques du professeur influençant les apprentissages des élèves est appelé *univers mathématique proposé aux élèves*. Le but du présent travail est d'exposer une méthode de description de ces univers (analyses locales de tâches et d'activités, analyses locales de discours) et de proposer les résultats des premières observations effectuées. L'auteur s'intéresse notamment aux facteurs (notion enseignée, professeur, classe, etc.) qui peuvent entraîner un changement d'univers.

Mots-clés : enseignant de mathématique, pratique professionnelle, univers, discours, tâche, activité, notion mathématique.

---

* Équipe *Didirem*, Université de Paris VII.

INTRODUCTION

Ce travail a pour objet l'étude des pratiques du professeur de mathématiques en classe. Ces pratiques intéressent le chercheur en tant qu'élément du processus de construction des connaissances mathématiques en situation scolaire. Entre contenus mathématiques à enseigner et apprentissages des élèves, l'enseignant organise en effet pour ses élèves une suite d'activités qui sont provoquées par les tâches qu'il propose. Ces activités sont en relation avec les apprentissages ultérieurs, et constituent un observable partiellement accessible. L'analyse du déroulement de ces activités (scénario, tâches, gestion, accompagnement direct de l'enseignant) est le moyen choisi ici pour décrire les pratiques des enseignants en classe.

Cette analyse est conduite en relation avec les hypothèses disponibles sur les apprentissages. Certes, ce que propose l'enseignant aux élèves, c'est-à-dire les activités mathématiques provoquées par ce qu'il fait vivre en classe aux élèves, ne suffit pas à déclencher les apprentissages. Car d'une part, et en dernière analyse, ce sont les élèves qui apprennent, et contribuent à leur propre apprentissage ; et, d'autre part, les phénomènes en présence sont si complexes qu'on ne peut pas associer à une pratique précise des conséquences certaines en termes d'apprentissage, même pour un certain nombre d'élèves seulement. En conséquence, les analyses proposées, qui ne mettent en jeu que des facteurs cognitifs et épistémologiques, et omettent les facteurs affectifs et sociaux par exemple, seront nécessairement partielles.

Même si les conséquences des décisions des enseignants à propos des activités des élèves ne sont qu'indirectes, on adopte ici l'hypothèse qu'on peut tout de même travailler à partir des dimensions des pratiques porteuses de différences – potentielles – dans les apprentissages.

Dans ce qui suit, après avoir décrit les objectifs et la méthodologie adoptés, on explicitera un exemple de résultat d'analyse relatif à une séance, avant de présenter les faits généraux observés et les résultats obtenus en terme de description des pratiques. En conclusion, on examinera les prolongements qu'il est possible d'envisager à propos des outils mis en place.

I. PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE

1. La problématique de l'étude

L'objectif est de caractériser la fréquentation des mathématiques qu'un enseignant organise pour ses élèves en classe, et cela à partir de descriptions de séances en classe centrées sur les pratiques de l'enseignant, en faisant varier *a priori* quelques paramètres.

De telles descriptions permettent d'appréhender ce qu'on a appelé un « univers mathématique » : ensemble de caractéristiques, repérées pen-

dant une séance en classe, liées à la fois aux pratiques de l'enseignant et aux activités potentielles correspondantes des élèves. Ces caractères sont définis à partir de certaines dimensions des apprentissages, dont on fait l'hypothèse qu'elles sont suffisamment significatives.

Les séances observées ont concerné plusieurs professeurs et deux types de notions. Une des premières questions est en effet de savoir si les pratiques changent en fonction de la notion à enseigner, puisque les apprentissages – et les activités correspondantes – dépendent des notions visées. En conséquence, nous avons fait varier le contenu étudié dans les séances observées, en limitant toutefois le nombre de variables par le choix d'un unique niveau scolaire – celui de la classe de seconde – au sein d'établissements par ailleurs relativement standard.

Les séances observées en vue d'analyser des pratiques en classe ont été filmées. Les analyses se sont portées essentiellement sur quatre paires de deux séances, chaque paire étant conduite par un même professeur et portant d'une part sur l'introduction de la multiplication d'un vecteur par un nombre, d'autre part sur l'introduction du vocabulaire fonctionnel. Chaque séance a donné lieu dans un premier temps à deux enregistrements vidéo – l'une de la classe, l'autre du professeur –, puis à une retranscription des discours du professeur et des élèves, et de quelques éléments visuels (déplacements, gestion du tableau, etc.).

2. Les dimensions privilégiées

La première des dimensions de la vie de classe liées aux apprentissages potentiels des élèves et visées dans l'analyse des activités des élèves face aux tâches proposées par l'enseignant est la dévolution à l'élève des tâches à effectuer.

L'apprentissage d'une notion se fait d'autant mieux que la relation entre élève et savoir est composée d'allers et retours par exemple entre des situations où la notion est travaillée dans un contexte donné et des situations où la notion est abordée de façon décontextualisée. Transversalement et de façon générale la diversité des points de vue, des cadres, des registres dans lesquels est rencontrée la notion aide l'apprentissage, et notamment l'organisation et la structuration des connaissances.

Dans la suite, cette variabilité des approches proposées aux élèves sera évoquée à travers les notions de « déploiement », d'« ouverture didactique », ou plutôt de *potentiel d'ouverture didactique de la notion proposé aux élèves*, le mot de potentiel rappelant que cette variété est celle qui est *offerte* à l'élève et pas nécessairement celle qu'il peut recevoir ou s'approprier.

Les deux dimensions précédentes – dévolution et potentiel d'ouverture didactique – peuvent être favorisées par la confrontation des points de vue des élèves, par des échanges, par une formalisation ou par des explicitations. Tout cela à son tour peut être favorisé par la médiation

du professeur. Dans l'apprentissage tel qu'il est organisé dans le cadre scolaire, c'est en effet le professeur qui gère la dévolution, qui propose des situations à fort potentiel d'ouverture didactique, qui favorise ou non les échanges entre élèves, qui suscite des explicitations.

3. Les trois niveaux d'analyse

Les dimensions identifiées ont été examinées à trois niveaux. Une étude globale a d'abord été conduite. Quand le professeur élabore sa séance, il se fixe *a priori* un scénario, une trame plus ou moins précise avec laquelle il va composer lors de la séance. Sur ce point, on peut avoir accès aux intentions exprimées du professeur par un entretien. Les énoncés des exercices proposés complètent cette présentation. On dispose alors d'informations permettant de cerner grossièrement la séance et ses enjeux. Que veut faire le professeur (tâche redéfinie, intentions, scénario prévu) ? Que fait-il effectivement (quels exercices sont finalement corrigés) ? Y a-t-il eu modification de l'énoncé ? Y a-t-il une partie de cours ? Ces analyses ont amené à découper chaque séance en épisodes homogènes quant à divers paramètres (objectifs du professeur, tâche prescrite et activités des élèves, activités du professeur, etc.), qui constituent les « unités d'observation » à partir desquelles on essaiera de caractériser l'univers proposé par le professeur.

Une seconde analyse, plus locale, vise à préciser les caractéristiques de la tâche abordée et des activités du professeur et des élèves : elle porte sur la notion étudiée, sur l'énoncé proposé (avant et éventuellement après modification orale par le professeur), et sur le déroulement de la résolution. Cette analyse devrait permettre de trouver des indices de la qualité de l'échange entre élèves et professeur et de la dévolution du problème aux élèves, en même temps que d'étudier le potentiel d'ouverture didactique de la situation, par l'analyse de la tâche mais aussi des activités.

L'étude correspondante est effectuée selon différents axes : à chaque épisode est affectée une valeur selon une soixantaine de paramètres afin de dresser un portrait didactique de l'épisode aussi exhaustif que possible de façon à pouvoir se référer dans les analyses à venir uniquement à ce portrait, dans lequel apparaissent le contexte mathématique de l'épisode (notion étudiée, statut, niveau de conceptualisation, nouveauté, type de problème abordé, cadre, registre, etc.), quelques paramètres permettant d'évaluer des éléments de chronologie (trimestre, place de la séance dans le cours, place de l'épisode dans la séance, durée, enchaînement, etc.) et d'étudier la tâche prescrite (contextualisation, outils mathématiques, raisonnements possibles, production demandée, habillage, choix de l'élève, initiatives, etc.) ainsi que la tâche redéfinie par le professeur et attendue des élèves, et les activités des uns et des autres.

Une troisième analyse concerne spécifiquement le discours du professeur[1] : de quoi parle-t-il, en quels termes (« qualité » mathématique mais aussi présence ou non de questions), et dans quel but ? Cette analyse permet d'évaluer (par exemple en étudiant les questions du professeur) les échanges entre professeur et élèves, mais aussi de préciser la variabilité effective des approches – le potentiel d'ouverture didactique (le professeur parle-t-il toujours de la même façon des objets qu'il aborde ? Le fait-il toujours avec les mêmes objectifs ?).

Au total, chaque épisode est décrit par 89 paramètres (62 pour la description des tâches et activités et 27 pour le discours), les huit séances étant scindées en 69 épisodes. Il n'était donc pas raisonnable de prétendre analyser ces données sans recourir à l'analyse factorielle.

II. ÉTUDE D'UNE SÉANCE EN CLASSE

1. Description globale de la séance

On présente ici les résultats d'analyses factorielles sur les épisodes d'une seule séance. Cette restriction permet de dégager la structure des épisodes d'une séance en explicitant au moins en partie les oppositions entre épisodes, et, par là, conduisent à dégager un questionnement relatif à cette séance.

La séance choisie, qui a pour objet l'introduction du vocabulaire fonctionnel[2], a lieu en demi-classe, au milieu du second trimestre. La classe est, d'après son professeur, « d'un bon niveau » – elle ne comprend qu'un redoublant, les élèves ont l'allemand pour première langue, ils apprennent le latin pour un tiers d'entre eux, et ont tous choisi l'option « informatique appliquée aux sciences physiques ».

Le professeur présente cette séance comme la première dans une « démarche d'approche intuitive de la notion de fonction à partir de cinq activités préparatoires ». Deux de ces cinq activités, conçues par le professeur sans lien avec le manuel, sont traitées dans cette séance. Les représentations graphiques (par construction point par point) de quelques fonctions affines par morceaux, de paraboles, d'hyperboles ont été vues à l'occasion de devoirs, de même que la recherche d'extrémums. Les élèves n'avaient pas à préparer les exercices proposés.

La séance commence par un rappel de ce qui a déjà été vu par les élèves sur les fonctions : « Le mot "fonction" au collège, vous l'avez vu où ? Quand ? Dans quelle circonstance ? Représentant quel genre de chose ? ». Présenté dans un cadre informatique, l'énoncé qui suit propose d'étudier trois fonctions (les « séquences ») construites en composant dans trois ordres différents les trois opérations élémentaires (les « ins-

1. On le verra, le discours des élèves est quasiment inexistant.
2. Hache 2000, p. 98-103.

tructions ») suivantes : « calculer [la] racine carrée positive », « calculer [le] carré » et « ajouter 1 ». Pour chacune des trois fonctions obtenues, il s'agit de donner (sous forme d'un petit tableau) la valeur de la fonction en 0, en 1, en 4 puis en a (« On donne à x une valeur quelconque », précise le professeur). Les trois fonctions choisies par le professeur (et présentées aux élèves dans le cadre précédent[3]) sont $f_1 : x \mapsto \sqrt{(x+1)^2}$, $f_2 : x \mapsto \sqrt{x^2+1}$, $f_3 : x \mapsto (\sqrt{x}+1)^2$. Une dernière question demande de comparer f_2 et f_3. L'énoncé suivant est alors dicté :

> ABC est un triangle rectangle en A. C varie sur une demi-droite issue de A, perpendiculaire à (AB). On a AB = 1 et on pose AC = x ($x > 0$).

Il s'agit d'« exprimer le périmètre p du triangle en fonction de x ». Le professeur ajoute deux questions : exprimer le résultat sous forme d'une « séquence », calculer les valeurs de p pour $x = 1, 2$ et 4.

La séance a été découpée en 7 épisodes, dont un – l'épisode 2 – est explicitement « du cours »[4] :

– Épisode 1. Le mot « fonction » au collège (6 min).

Première activité
– Épisode 2. Présentation du cadre informatique (vocabulaire) de l'exercice (7 min).
– Épisode 3. Tableau de valeurs de la 1re « séquence » correspondant à f_1 (6 min).
– Épisode 4. Tableau de valeurs et simplification éventuelle de f_2 (7 min).
– Épisode 5. Tableau de valeurs de f_3, comparaison de f_3 et f_2 (8 min)

Seconde activité
– Épisode 6. Formule du périmètre d'un triangle, tableau de valeurs (10 min).
– Épisode 7. Discussion de la mise sous forme de « séquence » de ce périmètre (3 min).

---

3. L'introduction des notations et du vocabulaire fonctionnel est réalisé par l'auteur.

4. Une fois effectué le découpage de la séance en épisodes, une première distinction est faite entre les épisodes qui sont explicitement des épisodes de travail sur un exercice et l'ensemble des autres – qui, en général, correspondent à un exposé décontextualisé.

2. Analyse de la tâche et de l'activité

Dans l'analyse factorielle réalisée, l'inertie cumulée des facteurs retenus représente 67 % de l'inertie totale ; 16 paramètres ont la même valeur sur tous les épisodes considérés (61 sont représentés). La séance est une séance d'introduction, au second trimestre[5]. Le travail n'est pas préparé à la maison, il n'y a que très peu de temps de recherche en classe. Le professeur ne passe pas dans les rangs et n'a pas d'exigence particulière. La correction est dialoguée. Les questions sont ouvertes mais il n'y a ni à reconnaître quelque chose, ni à interpréter, ni à adapter ou transformer. Le professeur ne veut ni introduire ni familiariser. Les notions ne sont pas nouvelles, elles sont vues comme objet et il n'y a qu'un cadre par épisode.

Le premier facteur oppose des épisodes difficiles (à gauche sur le schéma 1, ci-après), où il s'agit juste de réfléchir (ou de regarder le professeur réfléchir), à des épisodes plus simples, où il y a un travail numérique à fournir. Les épisodes « de réflexion » sont menés en langage courant, ils sont de courte durée, en début ou en fin de séance, ce sont des exercices isolés, traitant de généralités sur les fonctions et d'algorithmes. Les exercices sont jugés difficiles par le professeur et le sont effectivement : la méthode, les outils, le cadre, le registre et le point de vue sont libres, il y a des initiatives à prendre, des analogies ou des mises en relation à faire, des intermédiaires à trouver, ce sont des questions nouvelles. Le professeur n'écrit pas au tableau, il interroge les élèves dans leur ensemble, les élèves interviennent peu, c'est le professeur qui donne les justifications. Par contraste, les épisodes « numériques » sont constitués d'exercices successifs et répétitifs. Le professeur écrit au tableau, il interroge les élèves par leur nom, les élèves interviennent davantage et les justifications sont dialoguées (mais les questions sont fermées par le professeur). Les énoncés sont beaucoup plus « cadrés » (du point de vue de la méthode ou des outils à mettre en œuvre) et plus contextualisés. Le professeur veut réactualiser des connaissances, il fait des mises en garde.

---

5. Dans ce qui suit, chaque affirmation donne la valeur d'un paramètre sur les épisodes considérés. L'ordre et la formulation ne sont pas à interpréter : ils facilitent juste la lecture et évitent un inventaire peu clair.

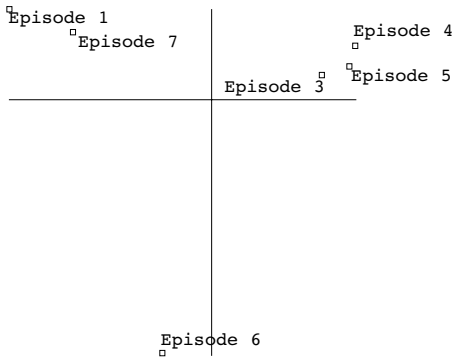

Schéma 1 : étude des tâches de la séance.
Facteurs : 1, horizontal ; 2, vertical.

Le second facteur oppose les épisodes plutôt sur le type de travail à fournir par les élèves : on trouve en bas les épisodes utilisant des situations anciennes, des connaissances à un niveau de simple technique, où le professeur parle moins et les élèves aussi (ils ne donnent que de simples résultats, sont interrogés nominativement et n'interviennent pas sinon), le but du professeur étant de faire acquérir des techniques. Ces épisodes portent sur la définition des fonctions (cette question étant vue comme « réponse à un problème »), les autres sur les algorithmes, les tableaux de valeurs et des généralités sur les fonctions (vues comme « extensions »). Ils sont plus longs que les autres, on les trouve en fin de séance. Les autres épisodes sont caractérisés par un travail individuel des élèves qui doivent avoir des connaissances mobilisables, les situations sont inédites, le débat semble plus animé (le professeur parle plus, les élèves aussi), et plus riche (les idées des élèves sont davantage reprises, ils expriment plus que de simples résultats, les justifications sont données).

Le premier facteur place d'un côté les épisodes aux énoncés très ouverts, où le but est de réfléchir sur les fonctions (c'est plutôt le professeur qui réfléchit), et de l'autre côté des épisodes « de calcul » dont les énoncés sont plus cadrés. Le second facteur oppose des épisodes « techniques » au débat assez pauvre à des séances pour lesquelles le débat et le travail des élèves semblent plus riches. Les épisodes 1 et 7 sont des épisodes de réflexion relativement « riches ». Les épisodes 3, 4 et 5 sont des épisodes « de calcul » relativement « riches ». L'épisode 6 est « technique », au débat assez pauvre (il est neutre pour le premier facteur).

3. Analyse du discours

Deux analyses en composantes principales ont été réalisées, l'une avec tous les épisodes de la séance, l'autre avec seulement les épisodes d'exercices (c'est-à-dire sans l'épisode 2). Les plans factoriels considérés représentent respectivement 63 % et 68 %. Les épisodes 6 et 7 ne sont pas bien représentés dans ces deux plans factoriels[6]. Le professeur ne pose, pendant la séance, aucune question de structuration, ni de réflexion sur le lien avec le cours ou avec d'anciens chapitres (quand de telles questions sont présentes, elles correspondent en général à des demandes de démonstration).

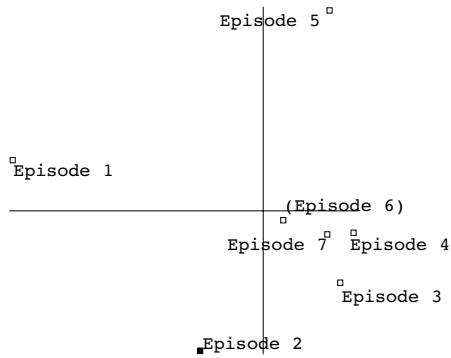

Schéma 2 : étude des discours de la séance
Facteurs : 1, horizontal ; 2, vertical.

L'épisode 1 n'est pas contextualisé : l'objet du discours est centré sur les mathématiques décontextualisées ; il s'agit d'échanges d'information ou de structuration. L'épisode 2 – l'épisode de cours – est essentiellement marqué par un discours en langage courant d'information sur les mathématiques décontextualisées : le professeur structure les mathématiques contextualisées. Les épisodes 3 et 4 sont centrés sur les mathématiques contextualisées : il s'agit essentiellement d'échanges d'informations (l'épisode 7, flou dans les deux analyses réalisées, semble avoir aussi ces caractéristiques). Les épisodes 3 et 4 sont aussi marqués par la présence de discours de réflexion sur les mathématiques contextualisées et le lien. Le discours de l'épisode 5 est principalement un discours

6. L'analyse effectuée sans l'épisode de cours donne des résultats proches, la structure du nuage étant surtout marquée par la position du cinquième épisode. Dans cette seconde analyse, l'épisode 6 est mieux représenté : on obtient donc à son sujet quelques renseignements.

de réflexion : il s'agit d'échanges sur les mathématiques décontextualisées ou contextualisées mais pas sur le lien avec le cours. Il semble y avoir peu de questions dans l'épisode 6 (cet épisode, mal représenté dans la première analyse, reste flou dans la seconde) : le professeur expose des réflexions sur l'exercice ou le lien avec le cours et propose des structurations des mathématiques contextualisées.

4. Croisement des deux analyses

Les épisodes 3, 4 et 5 comportent des tâches relativement proches. La tâche est « numérique », cadrée, contextualisée, les exercices se suivent et sont répétitifs, le professeur corrige. L'analyse de la tâche montrait déjà des indices d'un débat animé et riche (justifications données, idées des élèves reprises). Le discours du professeur correspond à des échanges d'information sur l'exercice dans les épisodes 3 et 4. Des passages de réflexion sont présents dans ces deux épisodes (sur l'exercice et le lien avec le cours) et dominants dans l'épisode 5 (sur l'exercice et le cours).

Les tâches et activités de l'épisode 6 sont atypiques au sein de la séance : c'est un épisode « technique », le débat y est pauvre. Le discours correspondant est lui aussi isolé. C'est un discours de réflexion ou de structuration de l'exercice, ou encore de réflexion sur le lien avec le cours (pas de questions). En rapprochant les épisodes 5 et 6 (et dans une moindre mesure les épisodes 3 et 4) on peut dire que ce professeur profite d'exercices « techniques » (épisode 6) ou « cadrés » et contextualisés (épisodes 3, 4 et 5) pour exposer des réflexions sur les mathématiques de l'exercice ou le lien (épisodes 3, 4 et 6) en faisant éventuellement participer les élèves (ce qui est plus net pour l'épisode 5).

Les épisodes 1 et 7 comportent des tâches et activités proches, de réflexion (ouverts, difficiles, à propos de généralités) et riches (avec, dans l'analyse de la tâche, les marques d'un débat). Le discours de l'épisode 1 est constitué d'échanges d'informations et de structuration sur le cours et le lien, celui de l'épisode 7 d'échanges d'information sur l'exercice. L'étude directe du codage de la tâche de ces deux épisodes permet d'observer que ce qui pourrait expliquer la différence d'objet entre les deux discours est assez logiquement le sujet du problème posé : dans l'épisode 1 il s'agit de généralité sur les fonctions (en introduction de séance), dans l'épisode 7 il s'agit d'un problème d'algorithme (informatique) soulevé par les exercices précédents (suite des épisodes 3, 4, 5 et 6). L'analyse de tâche montre donc deux épisodes proches – ce sont deux épisodes qui « vont plus loin » –, alors que l'analyse de discours les sépare car leurs objets diffèrent. Ainsi deux épisodes de réflexions peuvent-ils être proches quant à leur tâche (ces épisodes sont associés à un énoncé « globalement ouvert » et « difficile »), alors que les discours correspondants sont nettement dissociés (l'objet du discours est notamment très variable).

III. BILAN DE LA RECHERCHE

1. Indices ou descripteurs

Transversalement, après une étude de ce type sur chaque séance et des études regroupant les épisodes de plusieurs séances, plusieurs résultats apparaissent. Tout d'abord, on observe une grande variété d'univers chez un même professeur, même au cours d'une seule séance, ou entre deux professeurs sur une même notion, ou entre deux notions chez un même professeur. Ensuite, on observe une grande complexité et une finesse des variations, avec de subtiles nuances. Enfin, apparaissent quelques régularités, notamment par rapport aux notions.

Une fois ces analyses effectuées, le but était de rendre intelligibles les trois points précédents. Initialement, un épisode est décrit par 89 paramètres (62 pour décrire les tâches et activités, et 27 pour décrire les discours de l'enseignant). Les analyses factorielles ont révélé que ces paramètres n'interviennent pas tous aussi fréquemment de manière significative et que, de plus, il existe des regroupements entre les paramètres qui contribuent à donner du sens aux axes. Ces paramètres significatifs ont été dégagés dans chaque analyse et décrits dans chaque compte rendu : cinq regroupements de paramètres, récurrents dans l'ensemble de l'analyse, ont été faits pour en permettre une présentation lisible et une interprétation[7].

Ces *indices* ou *descripteurs* sont explicités dans le tableau ci-après. Les trois premiers décrivent en quelque sorte le potentiel d'ouverture didactique (c'est-à-dire le déploiement mathématique, choisi par le professeur, de la notion proposée aux élèves) tant au niveau de la tâche que pendant la phase de travail des élèves ou dans le discours du professeur. Les deux derniers indices caractérisent les échanges et la médiation dans la séance.

---

7. Ceci peut bien sûr être lié au désir d'interprétation du chercheur qui traque des régularités, ou au caractère répétitif de ces travaux de description-organisation. Mais cela correspond aussi à une certaine réalité dans les données.

Indice ou descripteur	Commentaire
T-var	Caractérise *a priori* le potentiel d'ouverture didactique et mathématique de la tâche proposée *a priori* (quelle liberté a l'élève, sous quelles facettes va-t-il voir la notion envisagée, etc.)
Acti	Cet indice permet d'évaluer la façon dont les élèves profitent du potentiel d'ouverture didactique dans le déroulement de la séance. Ont-ils du temps ? Travaillent-ils seuls ? Le professeur modifie-t-il l'énoncé de la tâche ? Les affirmations sont-elles justifiées ?
D-var	Le professeur choisit-il d'amplifier ou de restreindre le potentiel dans son discours ? Il est possible qu'il ouvre des portes, qu'il fasse des liens avec le cours ou avec d'anciens chapitres, etc. Il est possible qu'il ne fasse qu'une correction contextualisée et informative.
T-éch	Cet indice décrit la façon dont les élèves peuvent intervenir oralement, comment ils sont interrogés, s'ils interviennent spontanément, si leurs interventions sont reprises ou non, etc.
D-éch	Cet indice évalue le contenu des échanges. Le professeur interroge-t-il les élèves sur tout ce dont il parle, ou bien effectue-t-il un choix ? Interroge-t-il les élèves sur le fond (structuration et organisation des connaissances, lien entre mathématiques contextualisées et décontextualisées, etc.) ?

2. Une grande complexité

Nous soulèverons ici, brièvement, quelques questions que pose le bilan effectué. Y aurait-il autant d'épisodes que d'univers ? Tout est question d'échelle. Si on regarde les descriptions des épisodes obtenues à l'aide des cinq indices on observe une grande hétérogénéité (sur 50 épisodes décrits, on obtient 42 descriptions différentes). Par ailleurs, les épisodes ayant la même description sont souvent issus d'une même séance ou des deux séances d'un même professeur. On pourrait donc conclure que ce mode de description n'est pas efficace : trop précis, il permettrait mal de comparer. S'il faut retenir l'idée d'une grande hétérogénéité des épisodes dans leur ensemble, on va montrer pourtant que des rapprochements sont possibles.

Chaque professeur a-t-il une palette d'univers qui lui soit propre ? Une fois les rapprochements des descriptions effectués, on découvre, derrière l'hétérogénéité des épisodes, que la majorité des univers apparaissent chez deux ou trois des quatre professeurs, même si certains univers n'apparaissent que chez un seul professeur : on ne peut donc pas dire que chaque professeur a ses propres univers. Cependant l'organisation de ces univers au cours des séances semble propre à chaque professeur, la diversité des univers proposés étant très variable d'un professeur à l'autre.

Les univers dépendent-ils de la notion enseignée ? L'existence de certains des univers semble dépendre au moins en partie de la notion enseignée : la partie du potentiel d'ouverture didactique concernant la tâche prévue (T-var) semble plus difficilement riche dans les épisodes des séances portant sur les vecteurs que dans les épisodes des séances portant sur les fonctions, notamment en ce qui concerne le début de la séance. Mais il faut souligner que ce commentaire ne s'appuie, au total, que sur quatre séances portant sur les fonctions et quatre séances portant sur les vecteurs.

Est-il impossible de décrire les pratiques des professeurs en classe ? On retrouve là les difficultés pressenties dans le développement de la problématique : les pratiques d'un professeur en classe sont des objets très complexes et très variables, et il est nécessaire pour les étudier de prendre en compte simultanément de nombreux points de vue et paramètres, ce qui permet de comprendre la difficulté de la formation au métier de professeur et de son évaluation. Les conclusions qui vont suivre sont donc à entendre dans toute leur complexité. Et peut-être ne faut-il les recevoir que comme les premières productions, sur quelques exemples, de l'outil d'observation mis en place dans ce travail.

3. Une pluralité d'univers

On tentera de caractériser ici, schématiquement, les grands types d'univers rencontrés dans les huit séances observées. Il n'est pas toujours facile d'associer un univers à un épisode : un épisode donné peut parfois sembler proche de deux univers en même temps, et parfois d'aucun d'eux. Malgré cela, six univers semblent suffire, que l'on décrit ci-après.

L'univers des *gammes*[8] est celui d'épisodes pendant lesquels les élèves travaillent au moins un peu (Acti[9]) sur une tâche peu ou pas riche (T-var), et où il n'y a que rarement des échanges consistant (D-éch et surtout T-éch), le professeur n'enrichissant pas la situation (D-var). À l'opposé on trouve l'univers de *recherche consistante et variée*, avec dévolution d'une tâche riche (T-var), le professeur ajoutant quelque chose (D-var) au cours d'échanges réels avec les élèves (T-ech et D-ech).

On trouve aussi l'univers *débat*, où les échanges sont très présents (T-ech et D-ech), la situation riche (T-var), le travail des élèves peu présent (Acti). L'univers *discussion* est un univers proche du débat mais

8. Au sens où un pianiste fait des gammes. Il faut souligner, pour ce premier univers comme pour les suivants, que la connotation positive ou négative des noms ou même des valeurs des indices est toute relative : elle n'est liée qu'aux critères de description choisis pour ce travail.

9. Il s'agit bien sûr de ce que nous retenons du travail des élèves. C'est pour rappeler ce fait qu'est indiqué entre parenthèses le descripteur évoqué dans le membre de phrase qui précède.

le potentiel d'ouverture didactique est faible (T-var). Au contraire l'univers *travail riche mais silencieux* est caractérisé par un travail des élèves (Acti) sur une tâche riche (T-var) mais avec peu d'interventions orales du professeur (D-var) ou des élèves (T-ech et D-ech).

Enfin[10], on trouve l'univers de *correction magistrale* : le professeur ajoute quelque chose (D-var) à une tâche riche (T-var), il pose des questions de fond aux élèves (D-ech), mais les élèves travaillent (Acti) et interviennent (T-ech) peu.

4. Remarques transversales

4.1. Le potentiel d'ouverture didactique

Il convient de noter d'abord l'importance du potentiel d'ouverture didactique de la tâche abordée et des échanges entre élèves et professeur. Rappelons à cet égard les hypothèses suivantes : l'apprentissage des élèves se fait d'autant mieux qu'il y a une réelle dévolution, un potentiel d'ouverture didactique riche et des échanges entre élèves et avec le professeur nombreux et de qualité (remises en question, reformulations, etc.). Les cinq indices décrits ci-dessus permettent alors de se faire une idée de l'adéquation entre un épisode et ces hypothèses.

Si l'on peut parler d'épisodes plus ou moins bien « réussis », ou « didactiquement corrects »[11], on peut dire qu'il est très difficile de « rater » un épisode alors qu'au départ on dispose d'un potentiel important : on constate en effet que les épisodes les moins globalement « riches » (pour les cinq indices) disposent d'un faible potentiel d'ouverture didactique *a priori*, tel qu'on peut le deviner au travers des énoncés prévus et du projet du professeur (T-var). En revanche, quelques épisodes sont globalement « réussis » (travail des élèves, échanges avec le professeur, apports du professeur) avec un potentiel faible (essentiellement chez un professeur). Il semble ainsi exister une équivalence entre la « réussite » globale d'un épisode et la présence d'échanges réels entre professeurs et élèves (échanges perçus au travers du discours du professeur mais aussi, dans une moindre mesure, dans les analyses de tâche et d'activité).

4.2. Des débuts de séance difficiles

Si l'on s'autorise à classer les épisodes selon la réussite – définie par l'adéquation aux hypothèses énoncées –, on remarque que les épisodes de début de séance sont presque toujours moins globalement « réussis » que

---

10. Il ne s'agit bien sûr que des univers repérés dans les huit séances observées.

11. C'est-à-dire conforme aux hypothèses admises ici, cette conformité étant révélée par les cinq indices mis en jeu.

ceux de fin de séance. La séance semble souvent ne démarrer réellement (exercice riche, dévolution et participation des élèves) qu'après le premier tiers de sa durée.

4.3. Apports supplémentaires du professeur

Les analyses de données donnent une place importante à cet indice. Il est en particulier lié à la qualité du potentiel d'ouverture didactique. Le professeur n'exprimerait sa disponibilité mathématique qu'au travers d'une activité riche. Il en est de même des élèves puisque cet indice est très lié à la réussite globale des épisodes (et puisque les élèves n'ont leur place dans le débat que dans les épisodes globalement réussis).

CONCLUSION

Au delà de ce constat de variété, quelles régularités doit-on noter ? Les univers semblent-ils dépendre de la notion abordée ? Du professeur ? De la classe ? Répondre à ces questions demanderait une étude plus systématique. Quelques idées, à étayer, se dégagent de ce travail.

Il est possible de repérer au fil des comptes rendus, ou dans les descriptions ci-dessus, des éléments pouvant être interprétés comme déterminants pour le type d'univers présent. On s'aperçoit que les univers apparaissant chez deux professeurs différents ne sont pas identiques (même si ces professeurs ont l'habitude de travailler ensemble et ont le même projet, au moins localement). Cependant les univers ne sont pas répartis au hasard chez les professeurs, et certains professeurs ont leur spécificité.

Il est difficile, par ailleurs, de distinguer dans ce travail la variable « professeur » de la variable « classe », voire de la variable « séance », puisque chaque professeur (sauf un) est vu face à une seule classe et seulement lors de deux séances. On ne sait par exemple pas dire quand deux classes seront différentes, ce qu'est une classe « faible », « en difficulté », « difficile » ou au contraire ce qu'est une classe « forte » ou « facile », ce qu'est une séance pendant laquelle la classe est « fatiguée », « attentive », « perturbée », « dissipée ». On ne sait pas dans quelle mesure ces renseignements sont à prendre en compte. Il est impossible avec les données et la méthodologie de ce travail de mener à bien une telle étude. Certains faits, certaines facettes de la réalité observée, certaines variables échappent aux présentes analyses.

Par ailleurs de nombreux phénomènes permettent de penser que l'on ne pourra pas faire vivre le même type d'univers pour deux notions différentes (selon les critères dégagés dans le paragraphe introductif : statut, niveau de conceptualisation, etc.). En effet, tant dans les conclusions ci-dessus – en termes d'indices – qu'au fil des comptes rendus, il apparaît que, quel que soit le professeur (et donc quelle que soit la classe), les univers observés dans les séances sur les fonctions ne sont pas les mêmes que ceux des séances sur les vecteurs. Les différences sont glo-

balement toutes du même type : le professeur semble avoir plus de mal à faire émerger un univers didactiquement riche pendant la séance d'activité d'introduction à la notion de vecteur. Il est important de remarquer que ce phénomène n'est pas surprenant compte tenu de la nature de cette notion à ce moment de son enseignement.

D'autres phénomènes, plus locaux, permettent d'expliquer des variations dans les univers : la qualité du potentiel d'ouverture didactique de la notion (et donc de la préparation de la séance, voire de la formation du professeur), le fait que le professeur ait quelque chose à ajouter – et ait la possibilité de le faire –, quelque chose à structurer, à institutionnaliser, et en conséquence la qualité des mathématiques disponibles sont autant de facteurs de « qualité » des univers.

Soulignons en dernier lieu que cette « qualité » des univers (saisie à travers leur adéquation avec les hypothèses essentiellement didactiques admises ici) n'est que relative, et que leur variété au cours d'une séance, de l'année ou même de la scolarité peut être aussi enrichissante, certains univers étant peut-être plus faciles à accepter et à comprendre pour certains élèves à un moment donné. Un phénomène de compensation peut alors se mettre en place, la variété des univers pouvant compenser une qualité difficile à mettre en place et à maintenir.

De façon plus interne, un élargissement du corpus étudié devrait permettre de confirmer (ou d'infirmer) les premières remarques quant à l'influence du professeur ou de la notion étudiée sur l'univers de la séance, l'influence de la classe sur cet univers nécessitant l'élaboration d'un cadre théorique de description de la classe. Cette étude permettrait, entre autres, de problématiser et d'étudier « les classes difficiles »[12]. Afin de mener à bien ce travail une problématique reste donc en partie à élaborer, de même qu'une méthodologie qui, elle non plus, ne saurait être un simple prolongement de celle adoptée ici, dans la mesure où la lourdeur des analyses réalisées apparaît mal adaptée à son emploi pour l'étude d'un nombre important de séances en classe.

BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M. (1998), L'évolution des problématiques en didactique de l'analyse. *Recherches en didactiques des mathématiques*. 18(2) 231-262.

BAUTIER E., ROCHEX J.-Y. (1998), *L'expérience scolaire des nouveaux lycéens, démocratisation ou massification*. Paris : Armand Colin.

BROUSSEAU G. (1995), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (éds) *Actes de la VIIIe École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 3-45). Clermont-Ferrand : IREM.

12. Le « forum des problèmes » de la Xe école d'été de didactique des mathématiques avait pour but de problématiser « l'enseignement des mathématiques dans les classes difficiles » : il a mis en évidence une grande difficulté de la didactique à prendre en charge ces questions pourtant brûlantes.

CHARLOT B., BAUTIER E. et ROCHEX J.Y. (1992), *École et savoir dans les banlieues et ailleurs*. Paris : Armand Colin.

CHEVALLARD Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*. 17(3) 17-54.

DORIER J.-L. (1998), État de l'art de la recherche en didactique à propos de l'enseignement de l'algèbre linéaire. *Recherches en didactique des mathématiques*. 18(2) 191-230.

DUVAL R. (1996), Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 16(3) 349-382.

HACHE C. (2000), *L'enseignant de mathématiques au quotidien, études de pratiques en classe de seconde*. Paris : Université de Paris 7.

HACHE C. et ROBERT A. (1997a), Comment en didactique des mathématiques prendre en compte les pratiques effectives des enseignants de mathématiques au lycée ? *Cahier de Didirem*. 28 1-77.

HACHE C. et ROBERT A. (1997b), Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait fréquenter les mathématiques à ses élèves pendant la classe. *Recherches en didactique des mathématiques*. 17(3) 103-150.

LEPLAT J. (1997), *Regard sur l'activité en situation de travail, contribution à la psychologie ergonomique*. Paris : PUF.

MARGOLINAS C. (1999), Étude de situations didactiques « ordinaires » à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur. *Actes de la xe École d'été de didactique des mathématiques* (tome 1, pp. 35-43). Orléans : ARDM, et Caen : IUFM.

PERRIN M.-J. (1997), Pratiques des élèves et des enseignants en classe de mathématiques. Institutionnalisation en classe de seconde. *Cahier de Didirem*. 29 1-165.

PIAN J. (1999), Diagnostic des connaissances de mathématiques des étudiants de CAPES. Vers une interprétation cognitive des apprentissages individuels. *Cahier de Didirem*. 34 1-28.

RICCO G. (1995), Psychologie cognitive et didactique des mathématiques, perspectives critiques de différentes approches concernant la cognition scolaire. In Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (éds) *Actes de la viiie École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 159-173).

ROBERT A. (1997), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. 18(2) 139-190.

ROBERT A. (1999), Les pratiques des enseignants de mathématiques en classe de seconde. Rapport sur le projet de recherche 1997-1998 (appel d'offres de l'IUFM de Versailles). *Cahier de Didirem*. 33 1-36.

ROCHEX J.-Y. (1997), L'œuvre de Vygotski : fondements pour une psychologie historico-culturelle. *Revue française de pédagogie*. 120 105-147.

ROGALSKI J. et SAMURÇAY R. (1992), Formation aux activités de gestion d'environnements dynamiques : concepts et méthodes. *Éducation permanente*. 111.

VERGNAUD G. (1995), Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation. *Actes de la viiie École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 174-185). Clermont-Ferrand : IREM.

VYGOTSKI L.S. (1934), *Pensée et langage* (1984). Paris : Messidor/Éditions sociales.