



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES  
DE BOURGOGNE

*Bibliothèque de l'IMB - Expo 2021*

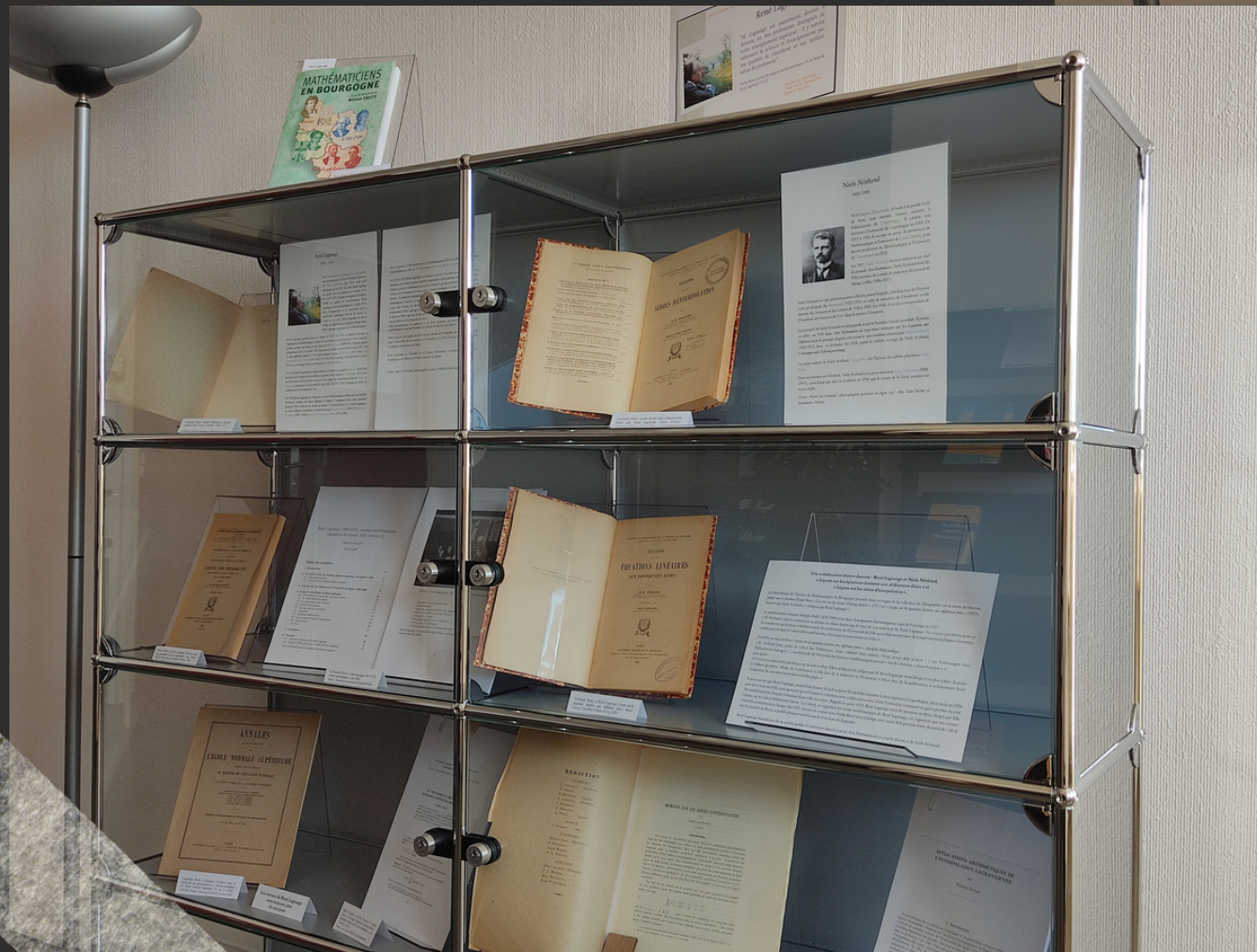
# RENÉ LAGRANGE



Photo transmise par la famille de René Lagrange

# René Lagrange

*Bibliothèque de l'IMB  
expo 2021*



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES  
DE BOURGOGNE



# René Lagrange

(1895-1975)

## BIOGRAPHIE

Né à Charbonnières (Rhône), René Lagrange est reçu au concours de l'École Normale Supérieure de Paris (ENS) en Juin 1914, école qu'il n'intégrera qu'en 1919. En effet, René Lagrange est appelé sous les drapeaux en Octobre 1914. En Avril 1915, il rejoint un régiment d'artillerie lourde en qualité de sous-lieutenant. René Lagrange est promu lieutenant le 17 Juillet 1917. Pour l'engagement et le sang-froid qu'il a manifestés notamment lors de la bataille de Verdun et en Italie, René Lagrange est cité à l'ordre du régiment et à celui de la Xème armée René Lagrange est titulaire de la Croix de Guerre.

Photo transmise par la famille de René Lagrange

René Lagrange reprend donc ses études en 1919. En 1921, il obtient la licence et l'agrégation de Mathématiques (classé 1er sur la liste « concours spécial »). René Lagrange prépare ensuite une thèse sous la direction d'Elie Cartan (1869-1951). Nommé agrégé préparateur à l'ENS en août 1922, il présente ses thèses de doctorat le 16 juin 1923 "Sur le calcul différentiel absolu" et "Les surfaces minima" devant Émile Borel (1871-1956), Elie Cartan et Ernest Vessiot (1865-1952). En 1924, René Lagrange, alors professeur au lycée d'Evreux, est chargé d'un cours Peccot au Collège de France.

En 1924, René Lagrange est nommé Maître de Conférences stagiaire à Rennes. Muni d'une bourse de la Fondation Rockefeller, il séjourne à deux reprises à Copenhague, deux mois en cette année 1924 puis deux mois en 1926, auprès du mathématicien danois Niels Erik Nörlund, professeur à l'Université de cette ville. En 1926, René Lagrange est maître de conférences à l'Université de Lille.

En 1928, René Lagrange est chargé de cours de Mathématiques à Dijon, puis est nommé Professeur titulaire de Calcul Différentiel et Intégral. Il enseignera dans cette université jusqu'en 1966, année de son départ en retraite. A l'Université de Dijon, René Lagrange a eu pour collègues notamment les mathématiciens Maurice Gevrey (1884-1957), Bernard d'Orgeval (1909 - 2005), Jacques Dixmier, Jean Arbault (1915-1998).

René Lagrange est aussi examinateur de Mathématiques à l'Ecole de Physique et de Chimie Industrielles de la ville de Paris. Il y côtoie Elie Cartan et Paul Langevin (1872-1946).

De 1921 à 1965, René Lagrange est l'auteur de plus de 70 articles et manuscrits, dans des domaines très variés comme Géométrie, Interpolation et approximations, Equations différentielles, Analyse ou encore Combinatoire. Les articles de René Lagrange paraissent dans des journaux comme Acta Mathematica (13 mémoires), Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure (8 articles), le Journal de Mathématiques Pures et Appliquées (3 mémoires), le Bulletin des Sciences Mathématiques (7 articles) ou encore les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris (26 notes).

Les travaux de René Lagrange sont toujours cités de nos jours. A notre connaissance, René Lagrange n'a pas eu d'étudiant en thèse. Gérard Joubert qui soutient sa thèse en 1966 et qui sera ensuite professeur de Mathématiques à l'Université de Dijon, écrit au début de son mémoire de thèse : « Ma reconnaissance va également à M. René Lagrange qui m'a enseigné la rigueur mathématique et me fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. »

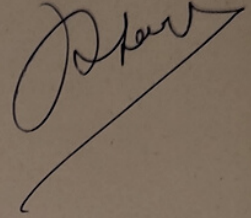
René Lagrange est lauréat en 1947 du prix Bordin de l'Académie des Sciences de Paris pour « l'ensemble de ses travaux en Géométrie ». En 1953, il reçoit le prix Carrière de l'Académie des Sciences de Paris.

René Lagrange est Chevalier de la Légion d'Honneur, Commandeur des Palmes Académiques et Officier de l'Ordre National du Mérite.



Dédicace de René Lagrange à Maurice  
Gevrey. Dans *Produits d'inversions et  
métrique conforme*.

Ensemble des références disponibles  
dans la bibliographie.

A mon cher Collègue et Ami  
Gevrey, Hommage médical  


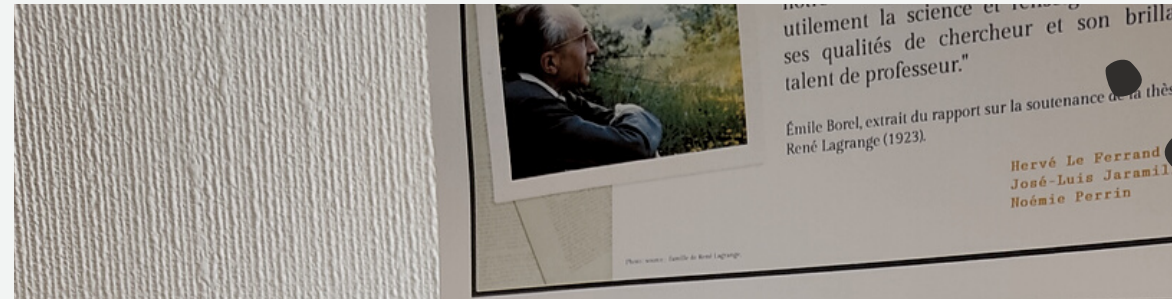
# Niels Nörlund

(1885-1981)

## BIOGRAPHIE

Né à Stagelse (Danemark), il étudie à la grande école de Soro, puis travaille comme assistant à l'observatoire de Copenhague. Il obtient son doctorat à l'université de Copenhague en 1910. De 1912 à 1921, il occupe un poste de professeur de Mathématiques à l'université de Lund (Suède), puis devint professeur de Mathématiques à l'Université de Copenhague en 1922.

En 1927, Niels Nörlund devient rédacteur en chef du journal *Acta Mathematica*. Niels Nörlund était dès 1916 membre du comité de rédaction du journal de Mittag-Leffler (1846-1927).



### Niels Nörlund

1885-1981



Né à Stagelse (Danemark), il étudie à la grande école de Soro, puis travaille comme assistant à l'observatoire de Copenhague. Il obtient son doctorat à l'université de Copenhague en 1910. De 1912 à 1921, il occupe un poste de professeur de Mathématiques à l'université de Lund (Suède), puis devint professeur de Mathématiques à l'Université de Copenhague en 1922.

En 1927, Niels Nörlund devient rédacteur en chef du journal *Acta Mathematica*. Niels Nörlund était dès 1916 membre du comité de rédaction du journal de Mittag-Leffler (1846-1927).

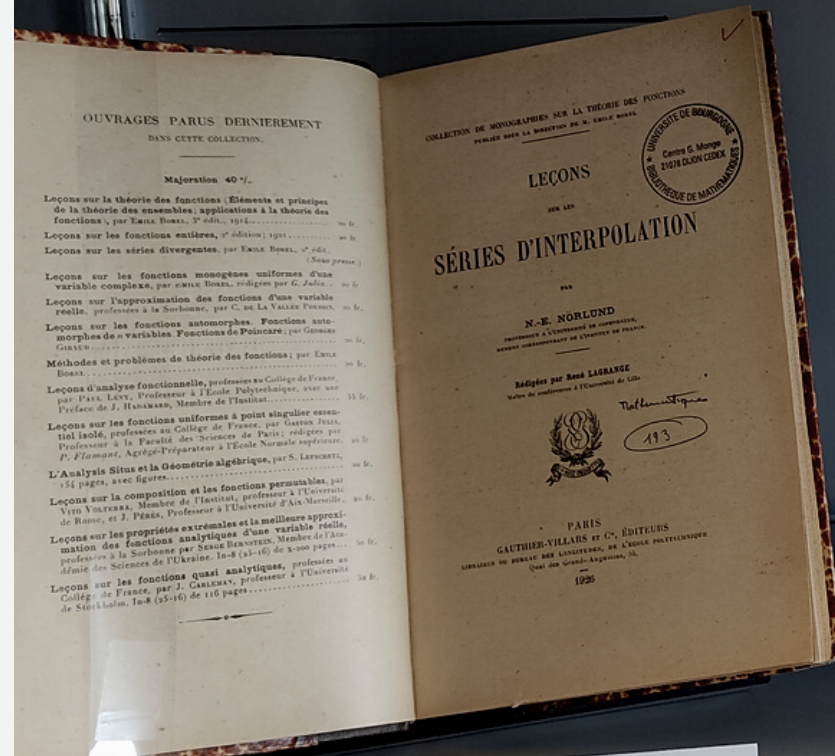
Niels Nörlund occupe plusieurs postes officiels, parmi lesquels celui de directeur de l'Institut royal géodésique du Danemark (1923-1955) et celui de président de l'Académie royale danoise des Sciences et des Lettres de 1928 à 1933. En 1926, il est élu correspondant de l'Académie des Sciences de Paris dans la section Géométrie.

La notoriété de Niels Nörlund est déjà grande avant la Première Guerre mondiale. Il publie en effet en 1910 dans *Acta Mathematica* un important mémoire sur les *Equations aux Différences* dont le premier chapitre est consacré aux résultats obtenus par Henri Poincaré (1854-1912) dans ce domaine. En 1924, paraît le célèbre ouvrage de Niels Nörlund, *Vorlesungen über Differenzrechnung*.

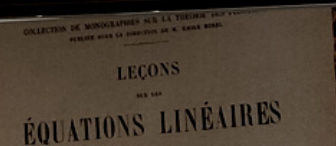
La sœur cadette de Niels Nörlund, Margrethe, fut l'épouse du célèbre physicien Niels Bohr.

Dans ses travaux en Géométrie, Niels Nörlund a eu pour assistante Inge Lehmann (1888-1993), sismologue qui met en évidence en 1936 que le centre de la Terre contient un noyau solide.

(Texte : Hervé Le Ferrand ; photographique présente en ligne sur : *Mac Tutor History of Mathematics Archive*).



Nörlund, Niels. *Leçons sur les séries d'interpolation*. Édité par René Lagrange. Paris, France: Gauthier-Villars et Cie, 1926.



Niels Nörlund occupe plusieurs postes officiels, parmi lesquels celui directeur de l'Institut royal géodésique du Danemark (1923-1955) et celui de président de l'Académie royale danoise des Sciences et des Lettres de 1928 à 1933. En 1926, il est élu correspondant de l'Académie des Sciences de Paris dans la section Géométrie.

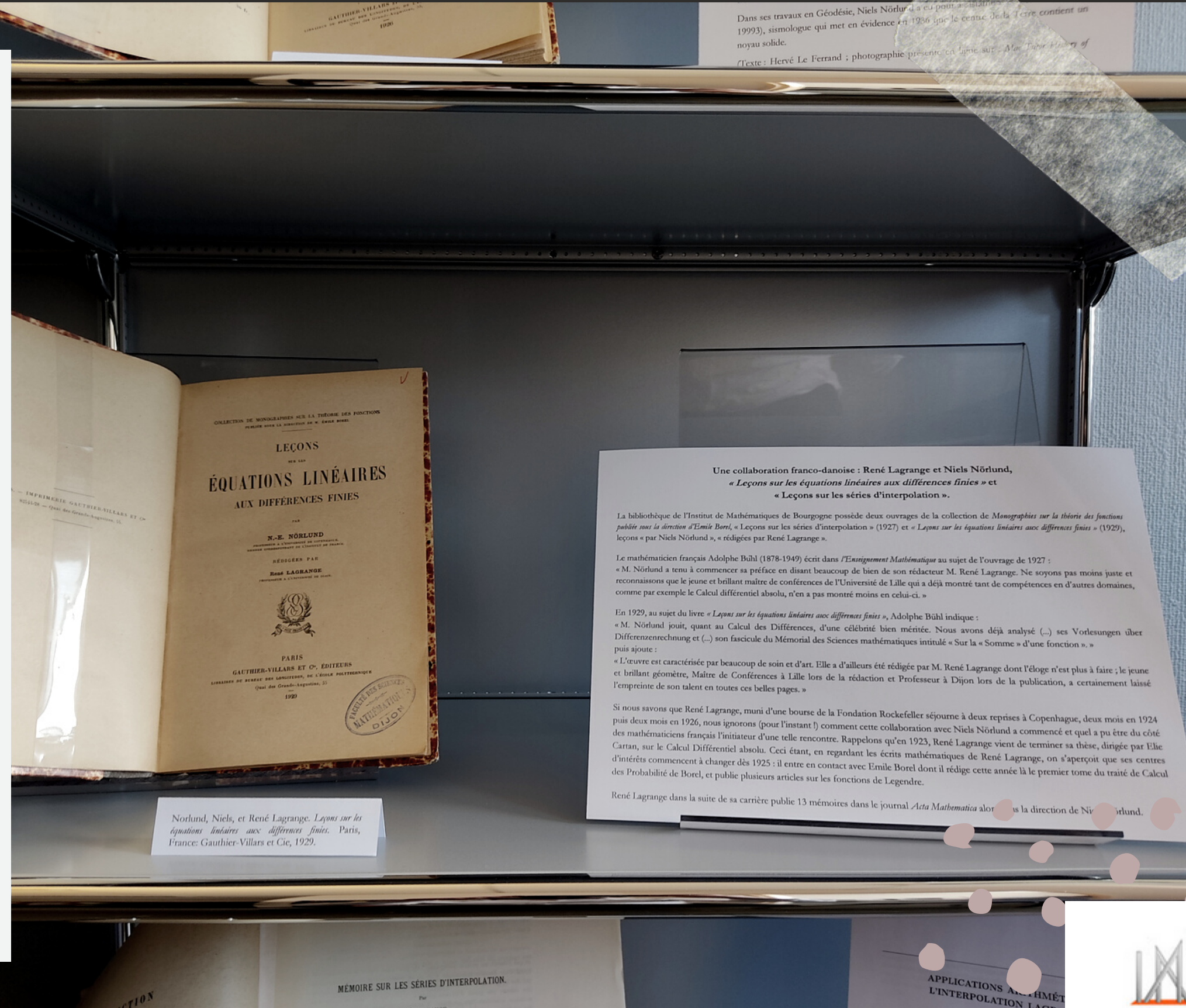
La notoriété de Niels Nörlund est déjà grande avant la Première Guerre mondiale. Il publie en effet en 1910 dans Acta Mathematica un important mémoire sur les Equations aux Différences dont le premier chapitre est consacré aux résultats obtenus par Henri Poincaré (1854-1912) dans ce domaine. En 1924, paraît le célèbre ouvrage de Niels Nörlund, Vorlesungen über Differenzenrechnung.

La soeur cadette de Niels Nörlund, Margrethe, fut l'épouse du célèbre physicien Niels Bohr.

Dans ses travaux en Géodésie, Niels Nörlund a eu pour assistante Inge Lehmann (1888-1993), sismologue qui met en évidence en 1936 que le centre de la Terre contient un noyau solide.



Une collaboration franco-danoise :  
René Lagrange et Niels Nörlund,  
« Leçons sur les équations  
linéaires aux différences finies » et  
« Leçons sur les séries  
d'interpolation ».



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES  
DE BOURGOGNE

La bibliothèque de l'Institut de Mathématiques de Bourgogne possède deux ouvrages de la collection de Monographies sur la théorie des fonctions publiée sous la direction d'Emile Borel, « Leçons sur les séries d'interpolation » (1927) et « Leçons sur les équations linéaires aux différences finies » (1929), leçons « par Niels Nörlund », « rédigées par René Lagrange ».

Le mathématicien français Adolphe Bühl (1878-1949) écrit dans l'Enseignement Mathématique au sujet de l'ouvrage de 1927 :

« M. Nörlund a tenu à commencer sa préface en disant beaucoup de bien de son rédacteur M. René Lagrange. Ne soyons pas moins juste et reconnaissons que le jeune et brillant maître de conférences de l'Université de Lille qui a déjà montré tant de compétences en d'autres domaines, comme par exemple le Calcul différentiel absolu, n'en a pas montré moins en celui-ci. »

En 1929, au sujet du livre « Leçons sur les équations linéaires aux différences finies », Adolphe Bühl indique :

« M. Nörlund jouit, quant au Calcul des Différences, d'une célébrité bien méritée. Nous avons déjà analysé (...) ses Vorlesungen über Differenzenrechnung et (...) son fascicule du Mémorial des Sciences mathématiques intitulé « Sur la « Somme » d'une fonction ». »

puis ajoute :

« L'œuvre est caractérisée par beaucoup de soin et d'art. Elle a d'ailleurs été rédigée par M. René Lagrange dont l'éloge n'est plus à faire ; le jeune et brillant géomètre, Maître de Conférences à Lille lors de la rédaction et Professeur à Dijon lors de la publication, a certainement laissé l'empreinte de son talent en toutes ces belles pages. »

Si nous savons que René Lagrange, muni d'une bourse de la Fondation Rockefeller séjourne à deux reprises à Copenhague, deux mois en 1924 puis deux mois en 1926, nous ignorons (pour l'instant !) comment cette collaboration avec Niels Nörlund a commencé et quel a pu être du côté des mathématiciens français l'initiateur d'une telle rencontre. Rappelons qu'en 1923, René Lagrange vient de terminer sa thèse, dirigée par Elie Cartan, sur le Calcul Différentiel absolu. Ceci étant, en regardant les écrits mathématiques de René Lagrange, on s'aperçoit que ses centres d'intérêts commencent à changer dès 1925 : il entre en contact avec Emile Borel dont il rédige cette année là le premier tome du traité de Calcul des Probabilité de Borel, et publie plusieurs articles sur les fonctions de Legendre.

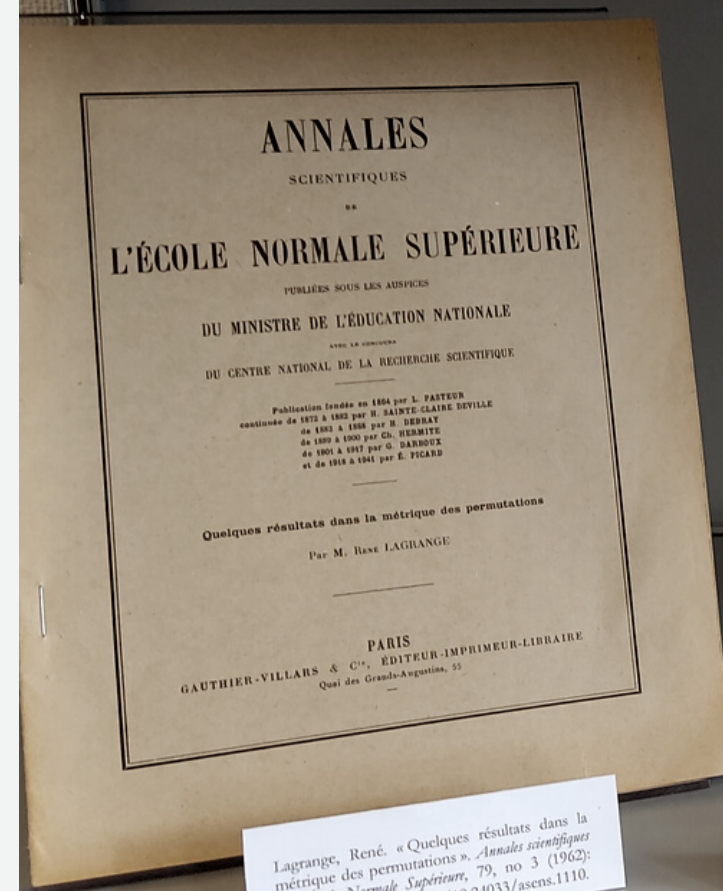
René Lagrange dans la suite de sa carrière publie 13 mémoires dans le journal Acta Mathematica alors sous la direction de Niels Nörlund.

# Des travaux toujours cités de nos jours

L'article de René Lagrange "Quelques résultats dans la métrique des permutations". Publié dans *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*.

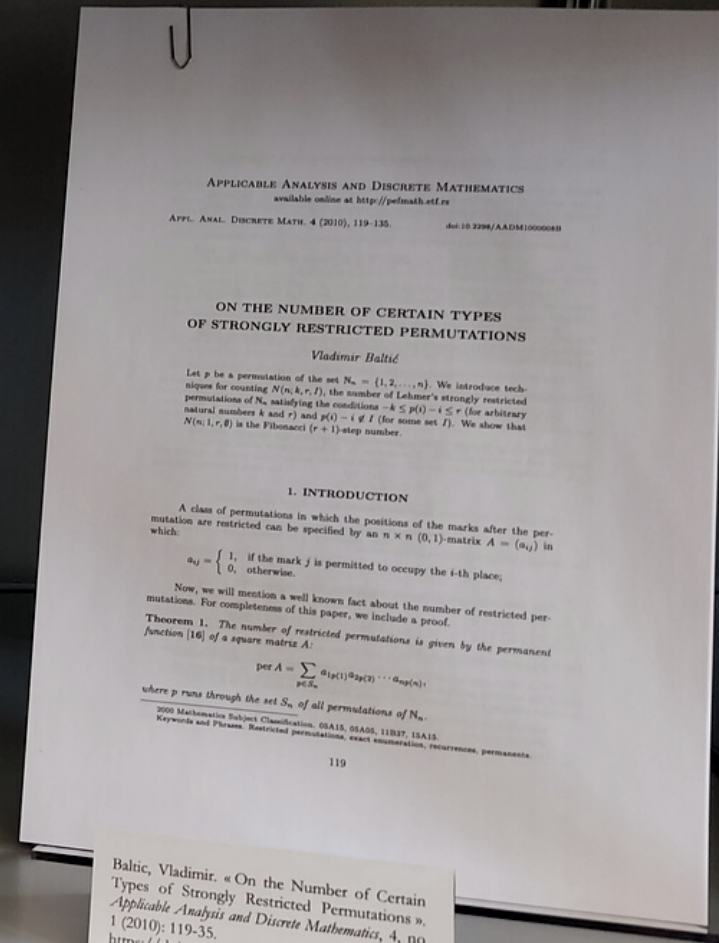
Cité par Vladimir Baltic dans l'article "On the number of certain types of strongly restricted permutations". Publié dans *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*.

Ensemble des références et liens vers les textes intégraux disponibles dans la bibliographie.



Lagrange, René. « Quelques résultats dans la métrique des permutations », *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 79, no 3 (1962): 199-241. <https://doi.org/10.24033/asens.1110>.

Les travaux de René Lagrange sont toujours cités de nos jours.



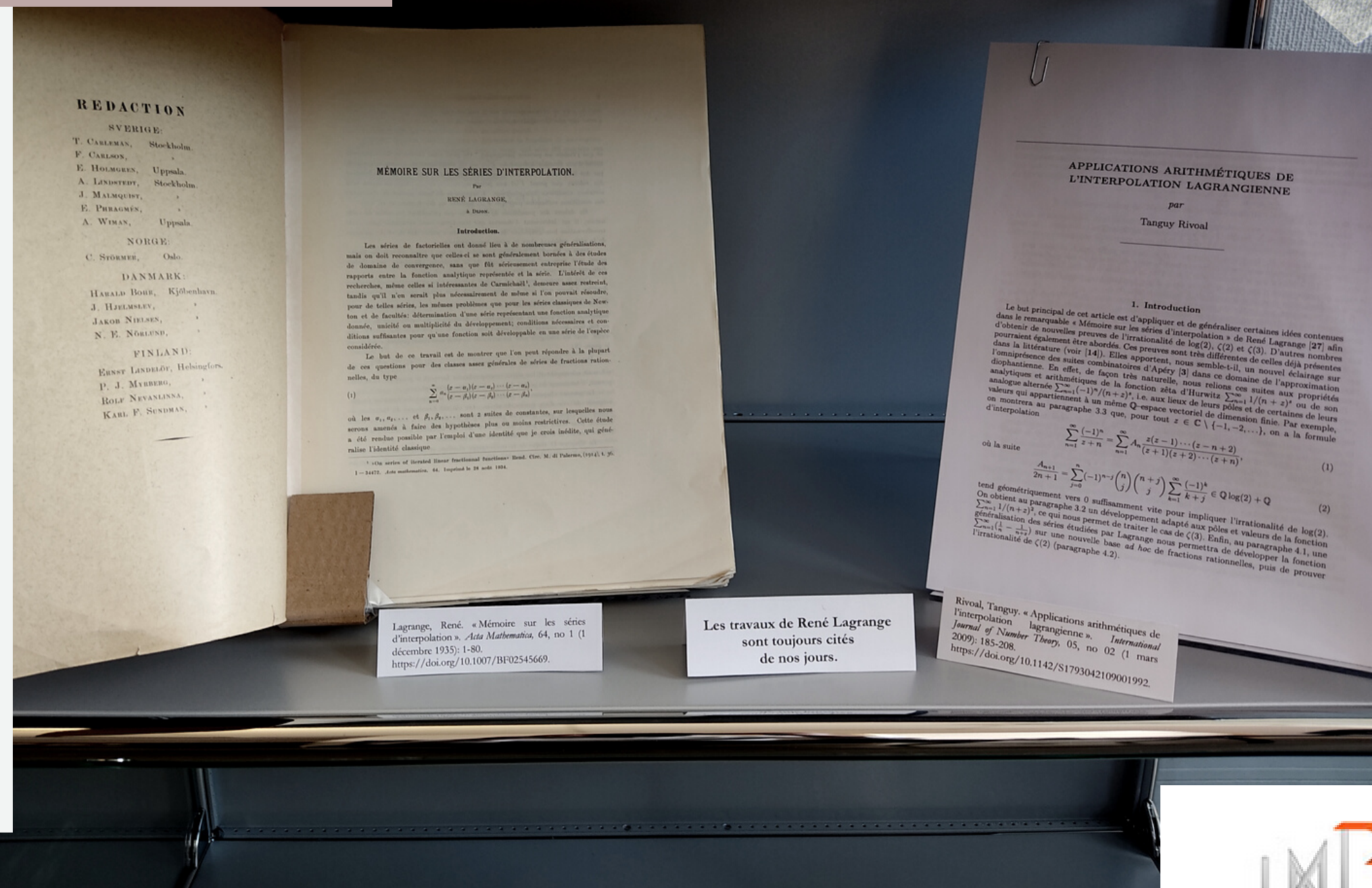
Baltic, Vladimir. « On the Number of Certain Types of Strongly Restricted Permutations », *Applicable Analysis and Discrete Mathematics*, 4, no 1 (2010): 119-35. <https://doi.org/10.2298/AADM1000008B>.

# Des travaux toujours cités de nos jours

L'article de René Lagrange "Mémoire sur les séries d'interpolation". Publié dans *Acta Mathematica*.

Cité par RIVOAL, Tanguy dans l'article "APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES DE L'INTERPOLATION LAGRANGIENNE". Publié dans *International Journal of Number Theory*.

Ensemble des références et liens vers les textes intégraux disponibles dans la bibliographie.



Si nous savons que René Lagrange, muni d'une bourse de la Fondation Rockefeller séjourna à deux reprises à Copenhague, deux mois en puis deux mois en 1926, nous ignorons (pour l'instant !) comment cette collaboration avec Niels Henrik Abel a commencé et quel a pu être du des mathématiciens français l'initiateur d'une telle rencontre. Rappelons qu'en 1923, René Lagrange vient de terminer sa thèse, dirigée par Cartan, sur le Calcul Différentiel absolu. Ceci étant, en regardant les écrits mathématiques de René Lagrange, on s'aperçoit que ses centres d'intérêts commencent à changer dès 1925 : il entre en contact avec Emile Borel dont il relève, cette année là le premier tome du traité de Probabilité de Borel, et publie plusieurs articles sur les fonctions de Legendre.

René Lagrange dans la suite de sa carrière publie 13 mémoires dans le journal *Acta Mathematica* sous la direction de L. Borel.

## REDACTION

- SVERIGE:  
T. CARLMAN, Stockholm.  
F. HOLMGREN, Uppsala.  
A. LINDSTEDT, Stockholm.  
J. MALMQUIST, Uppsala.  
E. PHRAGMEN, Uppsala.  
A. WIDAN, Uppsala.
- NORGE:  
C. STØRMER, Oslo.
- DANMARK:  
HARALD BOER, Kjøbenhavn.  
J. HJELMSLEV, Kjøbenhavn.  
JAKOB NIELSEN, Kjøbenhavn.  
N. E. NØRDEND, Kjøbenhavn.
- FINLAND:  
ERNEST LINDELÖF, Helsingfors.  
P. J. MYRBERG, Helsingfors.  
ROLF NEVANLINNA, Helsingfors.  
KARL F. SUNDMAN, Helsingfors.

## MÉMOIRE SUR LES SÉRIES D'INTERPOLATION.

Par  
RENÉ LAGRANGE,  
à Dijon.

### Introduction.

Les séries de factorielles ont donné lieu à de nombreuses généralisations, mais on doit reconnaître que celles-ci se sont généralement bornées à des études de domaine de convergence, sans que fût sérieusement entreprise l'étude des rapports entre la fonction analytique représentable et la série. L'intérêt de ces recherches, même celles si intéressantes de Charalidaki, demeure assez restreint, tandis qu'il n'en serait plus nécessairement de même si l'on pouvait résoudre, pour de telles séries, les mêmes problèmes que pour les séries classiques de Newton et de facultés: détermination d'une série représentant une fonction analytique donnée, unicité ou multiplicité du développement, conditions nécessaires et conditions suffisantes pour qu'une fonction soit développable en une série de l'espèce considérée.

Le but de ce travail est de montrer que l'on peut répondre à la plupart de ces questions pour des classes assez générales de séries de fractions rationnelles, du type

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-a_1)(z-a_2)\dots(z-a_n)}{(z-\beta_1)(z-\beta_2)\dots(z-\beta_n)}$$

où les  $a_1, a_2, \dots$  et  $\beta_1, \beta_2, \dots$  sont 2 suites de constantes, sur lesquelles nous aurons autorisé à faire des hypothèses plus ou moins restrictives. Cette étude a été rendue possible par l'emploi d'une identité que je crois inédite, qui généralise l'identité classique

\* 1874 series of Herstedt linear fractional functions. Nord. Civ. M. af Vidensk. 1911, 4, 39, 1-24473. Acta mathematica, 64, Imprimé le 24 août 1934.

## APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES DE L'INTERPOLATION LAGRANGIENNE

par  
Tanguy Rivoal

### 1. Introduction

Le but principal de cet article est d'appliquer et de généraliser certaines idées contenues dans le remarquable « Mémoire sur les séries d'interpolation » de René Lagrange [27] afin d'obtenir de nouvelles preuves de l'irrationalité de  $\log(2)$ ,  $\zeta(2)$  et  $\zeta(3)$ . D'autres nombres pourraient également être abordés. Ces preuves sont très différentes de celles déjà présentes dans la littérature (voir [14]). Elles apportent, nous semble-t-il, un nouvel éclairage sur l'omniprésence des suites combinatoires d'Apery [3] dans ce domaine de l'approximation diophantienne. En effet, de façon très naturelle, nous relierons ces suites aux propriétés analogues alternées  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n / (n+2)^k$ , i.e. aux lieux de leurs pôles et de certaines de leurs valeurs qui appartiennent à un même  $\mathbb{Q}$ -espace vectoriel de dimension finie. Par exemple, on montrera au paragraphe 3.3 que, pour tout  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1, -2, \dots\}$ , on a la formule d'interpolation

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{z+n} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{z(z-1)\dots(z-n+2)}{(z+1)(z+2)\dots(z+n)},$$

$$\text{ou la suite } \frac{A_{n+1}}{2n+1} = \sum_{j=0}^n (-1)^{n-j} \binom{n}{j} \sum_{k+j} \frac{(-1)^k}{k+j} \in \mathbb{Q} \log(2) + \mathbb{Q} \quad (2)$$

tend géométriquement vers 0 suffisamment vite pour impliquer l'irrationalité de  $\log(2)$ . On obtient au paragraphe 3.2 un développement adapté aux pôles et valeurs de la fonction  $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n+2)^k$ , ce qui nous permet de traiter le cas de  $\zeta(3)$ . Enfin, au paragraphe 4.1, une généralisation des séries étudiées par Lagrange nous permettra de développer la fonction  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{1}{n^2})$  sur une nouvelle base ad hoc de fractions rationnelles, puis de prouver l'irrationalité de  $\zeta(2)$  (paragraphe 4.2).

Lagrange, René. «Mémoire sur les séries d'interpolation». *Acta Mathematica*, 64, no 1 (1 décembre 1935): 1-80.  
<https://doi.org/10.1007/BF02545669>.

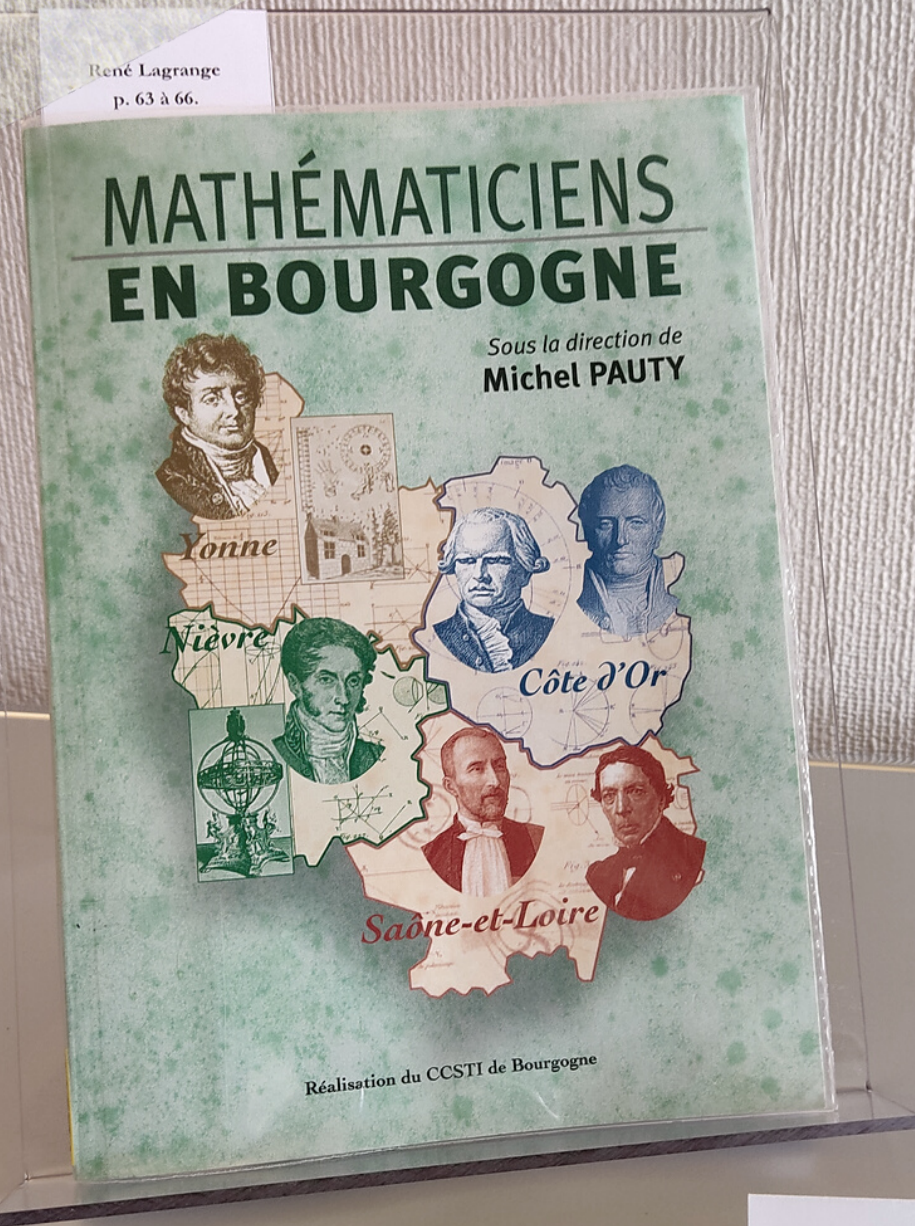
Les travaux de René Lagrange sont toujours cités de nos jours.

Rivoal, Tanguy. « Applications arithmétiques de l'interpolation Lagrangienne ». *International Journal of Number Theory*, 05, no 02 (1 mars 2009): 185-208.  
<https://doi.org/10.1142/S1793042109001992>.



INSTITUT DE MATHÉMATIQUES  
DE BOURGOGNE

*Autres expositions de la bibliothèque de  
l'IMB*



**RETROUVEZ UNE  
SÉLECTION DE  
MATHÉMATICIENS DE  
BOURGOGNE ICI**

Pauty, Michel, Didier Arnal, Christian Michelot,  
Robert H. Roussarie, Bernard Schmitt, et Gilles  
Préfacier Bertrand. *Mathématiciens en Bourgogne*  
Dijon, France: CCSTI de Bourgogne, 2014.

# Bibliographie

## BIOGRAPHIES RENÉ LAGRANGE ET NIELS NÖRLUND

LE FERRAND, Hervé, 2021. René Lagrange. 2021.  
Texte rédigé pour l'exposition sur René Lagrange .

## UNE COLLABORATION FRANCO- DANOISE

LE FERRAND, Hervé, 2021. Une collaboration franco-danoise : René Lagrange et Niels Nörlund, « Leçons sur les équations linéaires aux différences finies » et « Leçons sur les séries d'interpolation ». 2021.  
Texte rédigé pour l'exposition sur René Lagrange.

## LEÇONS SUR LES SÉRIES D'INTERPOLATION

NÖRLUND, Niels Erik, 1926. Leçons sur les séries d'interpolation, par N. E. Nörlund,... rédigées par René Lagrange,... Paris : Gauthier-Villars.

## LEÇONS SUR LES ÉQUATIONS LINÉAIRES AUX DIFFÉRENCES FINIES

NÖRLUND, Niels Erik, 1929. Leçons sur les équations linéaires aux différences finies, par N. E. Nörlund, professeur à l'Université de Copenhague. Rédigées par René Lagrange, professeur à l'Université de Dijon. Paris, Gauthier-Villars et Cie, impr.-éditeurs

## ON THE NUMBER OF CERTAIN TYPES OF STRONGLY RESTRICTED PERMUTATIONS.

BALTIC, Vladimir, 2010. On the number of certain types of strongly restricted permutations. Dans : Applicable Analysis and Discrete Mathematics. 1 avril 2010. Vol. 4. DOI 10.2298/AADM1000008B.  
Texte intégral : [ici](#)

## QUELQUES RÉSULTATS DANS LA MÉTRIQUE DES PERMUTATIONS.

LAGRANGE, René, 1962. Quelques résultats dans la métrique des permutations. Dans : Annales scientifiques de l'École normale supérieure. 1962. Vol. 79, n° 3, pp. 199-241. DOI 10.24033/asens.1110.  
Texte intégral : [ici](#)



# Bibliographie

## APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES DE L'INTERPOLATION LAGRANGIENNE.

RIVOAL, Tanguy, 2009. APPLICATIONS ARITHMÉTIQUES DE L'INTERPOLATION LAGRANGIENNE. Dans : International Journal of Number Theory. mars 2009. Vol. 05, n° 02, pp. 185-208. DOI 10.1142/S1793042109001992.  
Texte intégral : [ici](#)

## MÉMOIRE SUR LES SÉRIES D'INTERPOLATION.

LAGRANGE, René, 1935. Mémoire sur les séries d'interpolation. Dans : Acta Mathematica. janvier 1935. Vol. 219, n° 2, pp. 1-80. DOI 10.1007/BF02545669.  
Texte intégral : [ici](#)

## RENÉ LAGRANGE (1895-1975), TRAVAUX MATHÉMATIQUES.

LE FERRAND, Hervé, 2020. René Lagrange (1895-1975), travaux mathématiques [en ligne]. juin 2020. Prépublication. [Consulté le 21 avril 2021]. Disponible à l'adresse : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02876044>.

## PRODUITS D'INVERSIONS ET MÉTRIQUE CONFORME.

LAGRANGE, René, 1957. Produits d'inversions et métrique conforme , par René Lagrange,... Paris, Gauthier-Villars (impr. de Gauthier-Villars)

## TRAITÉ DU CALCUL DES PROBABILITÉS ET DE SES APPLICATIONS.

BOREL, Émile, 1958. Traité du calcul des probabilités et de ses applications , par Émile Borel... Tome I. Les Principes de la théorie des probabilités. Fascicule 1. Principes et formules classiques du calcul des probabilités. Leçons professées à la Faculté des sciences de Paris par M. Émile Borel, rédigées par M. René Lagrange,... [2e édition.]. Paris, Gauthier-Villars (Mayenne, impr. de J. Floch)

## MATHÉMATICIENS EN BOURGOGNE

CENTRE DE CULTURE SCIENTIFIQUE, TECHNIQUE ET INDUSTRIELLE (éd.), 2014. Mathématiciens en Bourgogne. Dijon : CCSTI de Bourgogne. ISBN 978-2-911999-07-9.





# CRÉDITS

Hervé Le Ferrand  
José-Luis Jaramillo  
Noémie Perrin  
Venceslas Tronchet

