



**HAL**  
open science

## Peut-on affirmer qu'un site archéologique comporte des alignements stellaires intentionnels ?

Éric Chariot, Vincent Boudon, Loïc Chaux, Aurélia Cheyrezy, Thierry Coppin

### ► To cite this version:

Éric Chariot, Vincent Boudon, Loïc Chaux, Aurélia Cheyrezy, Thierry Coppin. Peut-on affirmer qu'un site archéologique comporte des alignements stellaires intentionnels ?. 2021. hal-03223357v1

**HAL Id: hal-03223357**

**<https://hal.science/hal-03223357v1>**

Preprint submitted on 26 May 2021 (v1), last revised 20 Feb 2023 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# PEUT-ON AFFIRMER QU'UN SITE ARCHÉOLOGIQUE COMPORTE DES ALIGNEMENTS STELLAIRES INTENTIONNELS ?

Éric Chariot, Vincent Boudon, Loïc Chauv, Aurélia Cheyrezy, Thierry Coppin,  
Groupe Investigations Archéoastronomie de la Société Astronomique de Bourgogne,  
79, Boulevard des Bourroches, 21000 Dijon, France.

---

**Résumé :** Nous étudions les différents paramètres qui permettent d'étayer la présence d'alignements stellaires intentionnels sur un site archéologique. Nous développons un critère rigoureux permettant de quantifier la probabilité d'orientation fortuite sur un lever ou un coucher d'étoile. Nous montrons que la magnitude des étoiles considérées et la précision des mesures angulaires sont les deux paramètres prépondérants. Notre étude vise à établir les bases de méthodes fiables pour l'archéoastronomie.

---

**Mots-clés :** archéoastronomie, archéologie, astronomie, alignement stellaire, orientation, archéométrie

---

## Plan :

1. INTRODUCTION .....	2
2. PRÉAMBULE : AZIMUT ET DÉCLINAISON .....	2
3. LE CRITÈRE DU JEU DE QUILLE .....	6
4. PROGRAMMATION.....	7
5. INFLUENCE DE LA LATITUDE $\varphi$ .....	8
6. INFLUENCE DE LA MAGNITUDE $M$ .....	11
7. PRISE EN COMPTE DE LA PRÉCESSION DES ÉQUINOXES.....	12
8. INFLUENCE DE LA RÉOLUTION ANGULAIRE $\Delta\delta$ .....	14
9. LE CAS DES ALIGNEMENTS MULTIPLES .....	16
10. CONCLUSION .....	16
11. BIBLIOGRAPHIE.....	16

## 1. Introduction

L'archéoastronomie est une discipline qui se propose, pour partie, d'étudier la possibilité que des constructions anciennes soient alignées avec des levers et couchers d'étoiles. Quelle est la validité de cette approche ?

À partir d'une orientation donnée, n'a-t-on pas 100 % de chances de tomber sur un lever/coucher d'étoile ?

La précision des mesures utilisées par les archéoastronomes conduit-elle à des résultats significatifs ?

Nous nous proposons d'étudier ces questions en jouant sur différents paramètres : la latitude du lieu, la magnitude limite des étoiles, la précision des mesures angulaires et la date de construction du site considéré. Nous pourrions ainsi conclure sur les conditions nécessaires à une approche rigoureuse de l'étude des alignements archéoastronomiques.

Nous construisons ainsi un critère qui permet de quantifier la part de hasard lorsqu'une orientation pointe sur un lever ou un coucher d'étoile. Ce critère est dépendant de la précision de la mesure angulaire et de la magnitude des étoiles considérées.

Nous appellerons ce critère le « critère du jeu de quille ». En effet, notre problème de pointage sur un lever ou un coucher d'étoile est similaire à celui du quilliste. S'il lance une boule, combien a-t-il de chances de toucher une quille ? Cela dépend de la taille de la boule et de l'espacement des quilles. Pour nous, ce sera la largeur de l'incertitude angulaire et l'espacement entre les étoiles. Si un quilliste a toutes les chances de faire tomber une quille sur son lancer, cela n'indique rien de significatif sur son talent. De la même manière, si notre critère est élevé, l'orientation considérée n'est pas significative.

## 2. Préambule : azimut et déclinaison

Pour un site donné, on définit un système de coordonnées locales, dites alt-azimutales, composé de (voir Figure 1) [1][2] :

- L'azimut  $A$  qui est l'angle d'orientation horizontale par rapport au nord.
- L'élévation  $h$  qui est la hauteur angulaire au-dessus de l'horizon.

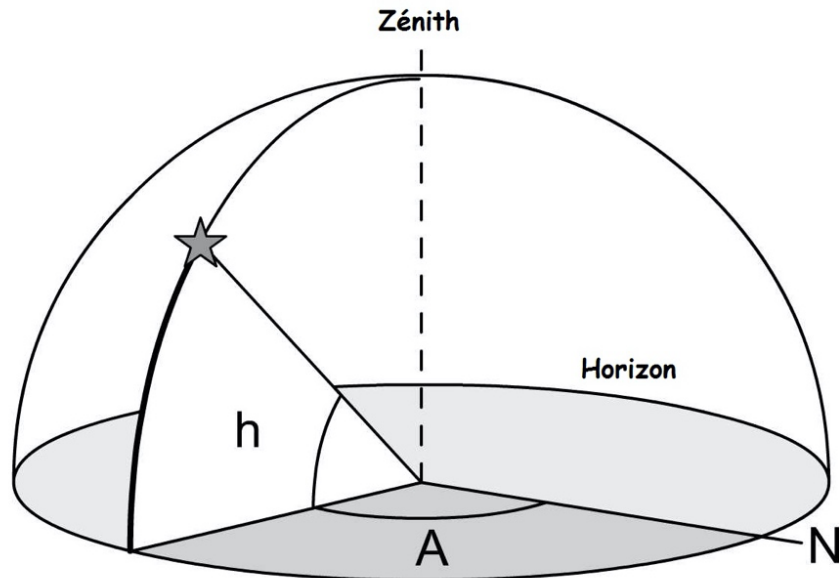


Figure 1 : Le système de coordonnées alt-azimutales (image : Wikipedia).

Pour repérer les objets célestes indépendamment du lieu, on définit un système de coordonnées basé sur la Terre, prenant pour référence son équateur et son axe de rotation, prolongés dans le ciel. Il s'agit des coordonnées équatoriales (voir Figure 2) :

- L'ascension droite  $\alpha$  est l'équivalent de la longitude terrestre.
- La déclinaison  $\delta$  est l'équivalent de la latitude terrestre.

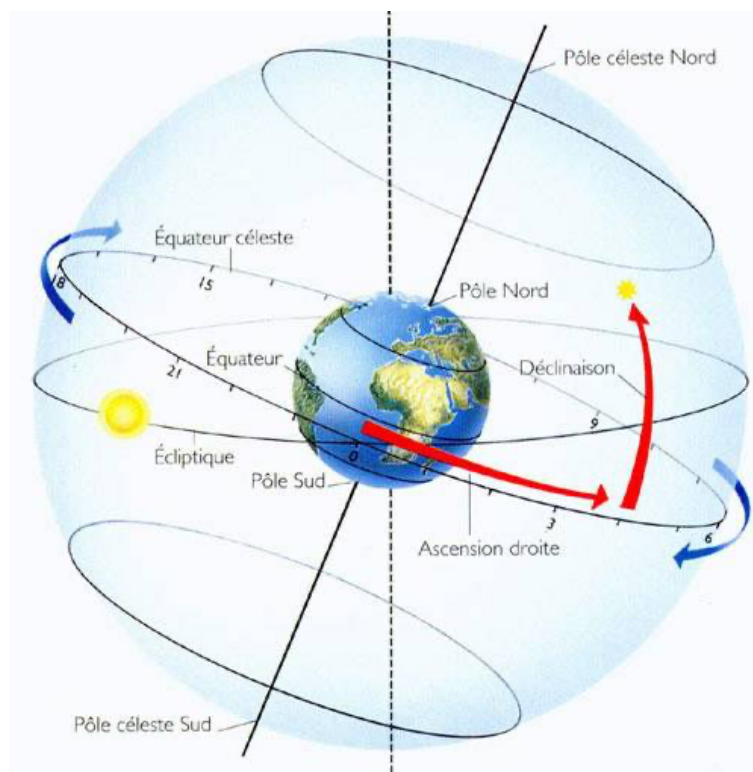


Figure 2 : Le système de coordonnées équatoriales (image : ASCToussaint).

On peut faire facilement la correspondance entre les coordonnées alt-azimutales et équatoriales. Tous les astres situés à une même déclinaison se lèvent ou se couchent au même azimut. Sur un site archéologique comportant des constructions alignées sur un ou plusieurs azimuts, il sera donc aisé d'associer chacun de ces azimuts à une déclinaison caractérisant une ou plusieurs étoiles (voir Figure 3 et Figure 4, tracées à l'aide du logiciel Stellarium [3]).



Figure 3 : Comme la Terre tourne, chaque étoile semble décrire un cercle autour du pôle céleste en 24 h. La trajectoire d'une étoile située sur un cercle à une déclinaison donnée coupera l'horizon en deux endroits qui marqueront son lever et son coucher. Ici, l'exemple de l'étoile Vega en -900 avec un horizon relevé localement.

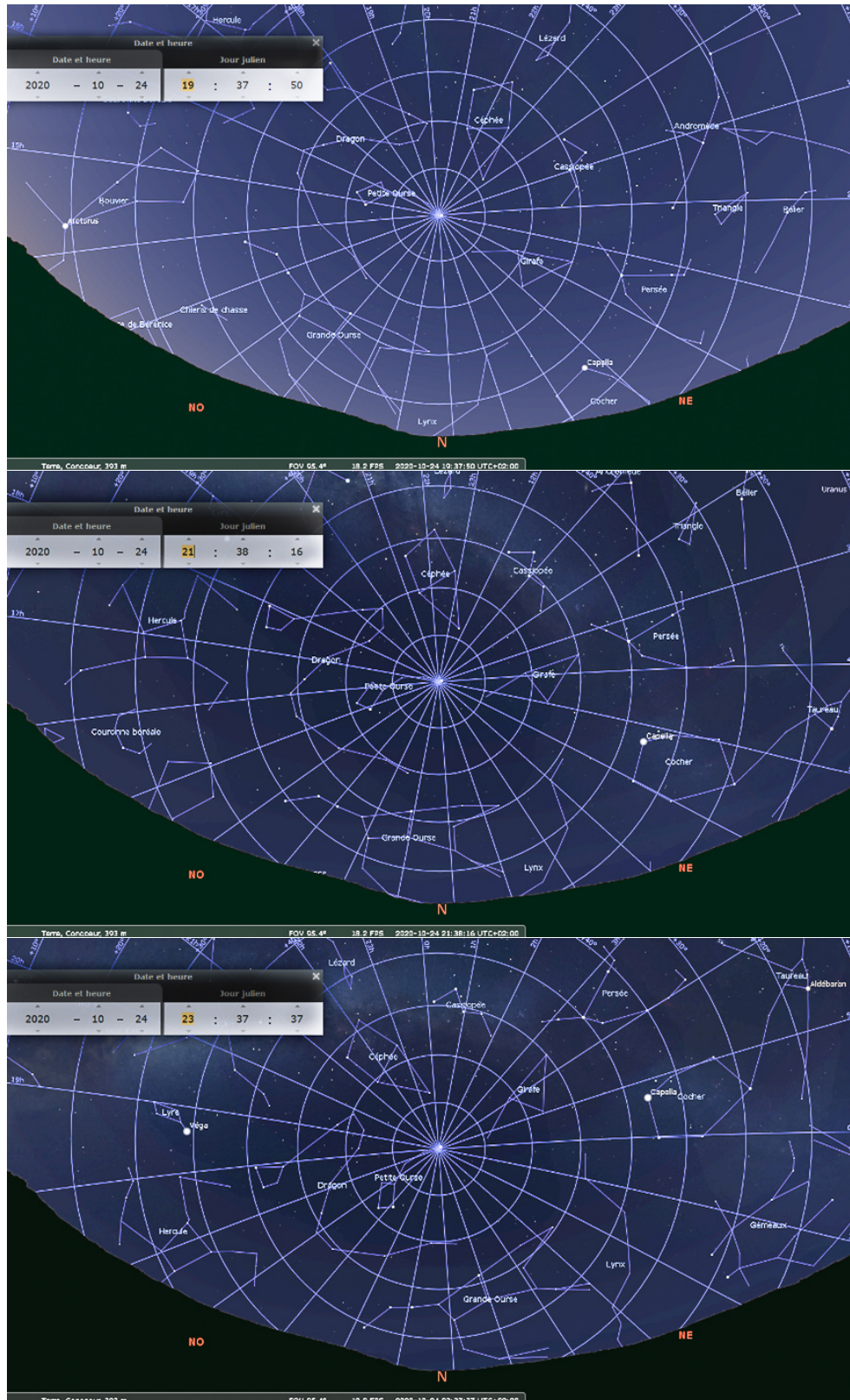


Figure 4 : Rotation du ciel autour du pôle nord céleste. D'heure en heure, on voit la Grande Ourse se déplacer mais ses étoiles ne touchent pas l'horizon. D'autres étoiles, comme Arcturus, vont disparaître sous l'horizon. Pour le constater, il suffit de suivre leur cercle de déclinaison et de voir s'il coupe l'horizon.

### 3. Le critère du jeu de quille

Toute mesure comporte différentes incertitudes qui se cumulent. Elles sont dues à l'instrument de mesure utilisé et à la méthode employée, sans compter la géométrie des constructions qui définissent l'alignement (distance des points de repère, précision de ceux-ci), qui ne peut s'apprécier qu'au cas par cas. Voici quelques exemples de la précision d'appareils de mesure :

- Boussole de scout :  $\pm 2,5^\circ$
- Boussole professionnelle avec clinomètre :  $\pm 0,5^\circ$
- Tachéomètre professionnel :  $\pm 1''$ , soit  $\pm 0.0003^\circ$

L'incertitude dépend aussi de la méthode utilisée. Une mesure faite à main levée sera bien évidemment moins précise qu'un calibrage au GPS.

Dans le cas de l'archéoastronomie, il en résulte une incertitude cumulée sur la détermination de l'azimut de l'alignement supposé. On a donc toujours une plage d'azimut (par exemple  $0,5^\circ$ ,  $1^\circ$ , ...). À cette plage d'azimut, on peut faire correspondre une plage de déclinaisons, ou résolution angulaire ( $\Delta\delta$ , Figure 5).

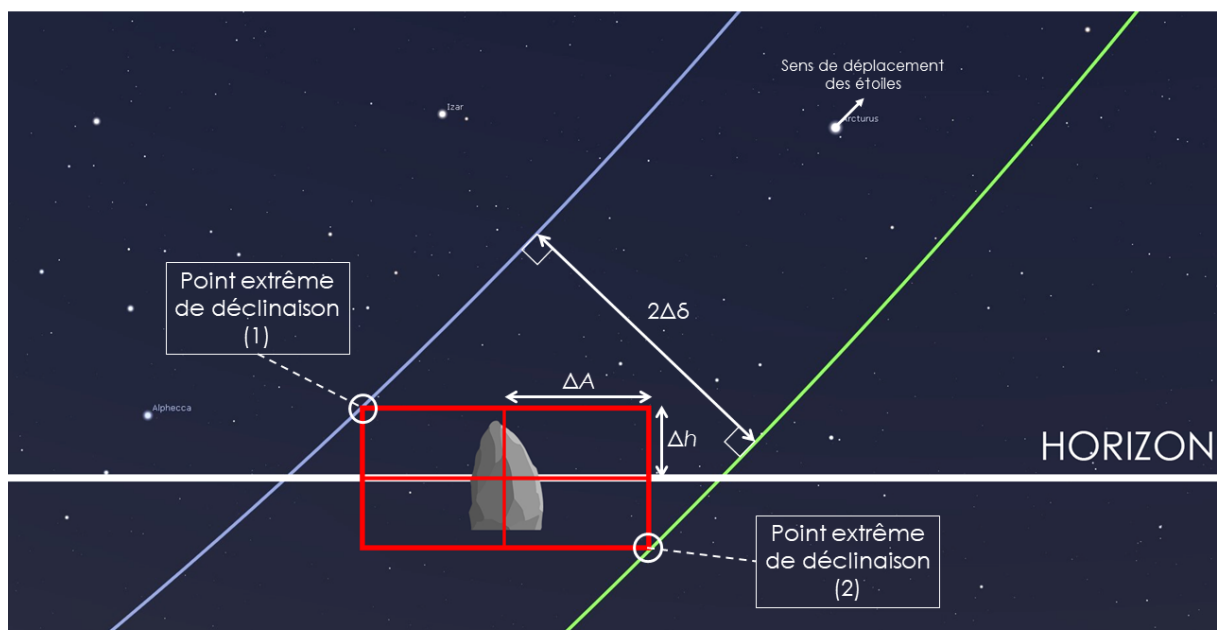


Figure 5 : Conversion des incertitudes en azimut et en élévation et l'incertitude en déclinaison. Sur un point de l'horizon donné, l'incertitude en azimut (horizontale) et l'incertitude en élévation (verticale) délimitent un rectangle d'incertitude. On détermine ainsi aux coins de ce rectangle deux déclinaisons limites en fonction du sens de déplacement des étoiles.

On peut alors découper l'intervalle de déclinaisons observables sur le site et à l'époque considérés, en intervalles  $\Delta\delta$ . Dans chaque intervalle, on regarde si on tombe sur le lever ou le coucher d'une ou plusieurs étoiles significatives (selon leur luminosité, voir plus loin), ou pas. On compte alors le nombre de plages où tombe au moins une étoile ( $N^*$ ) et le nombre de plages totales ( $N_T = 180 / \Delta\delta$ ), pour calculer le pourcentage  $p$  de plages occupées par des étoiles :

$$p = 100 N^* / N_t.$$

**C'est ce pourcentage  $p$  que nous appelons le critère du jeu de quilles. Plus ce pourcentage est faible, moins on laisse de place au hasard,** autrement dit plus on pourra être sûr qu'une orientation tombant sur un lever ou coucher d'étoile sera significative. Un exemple est donné sur la Figure 6.

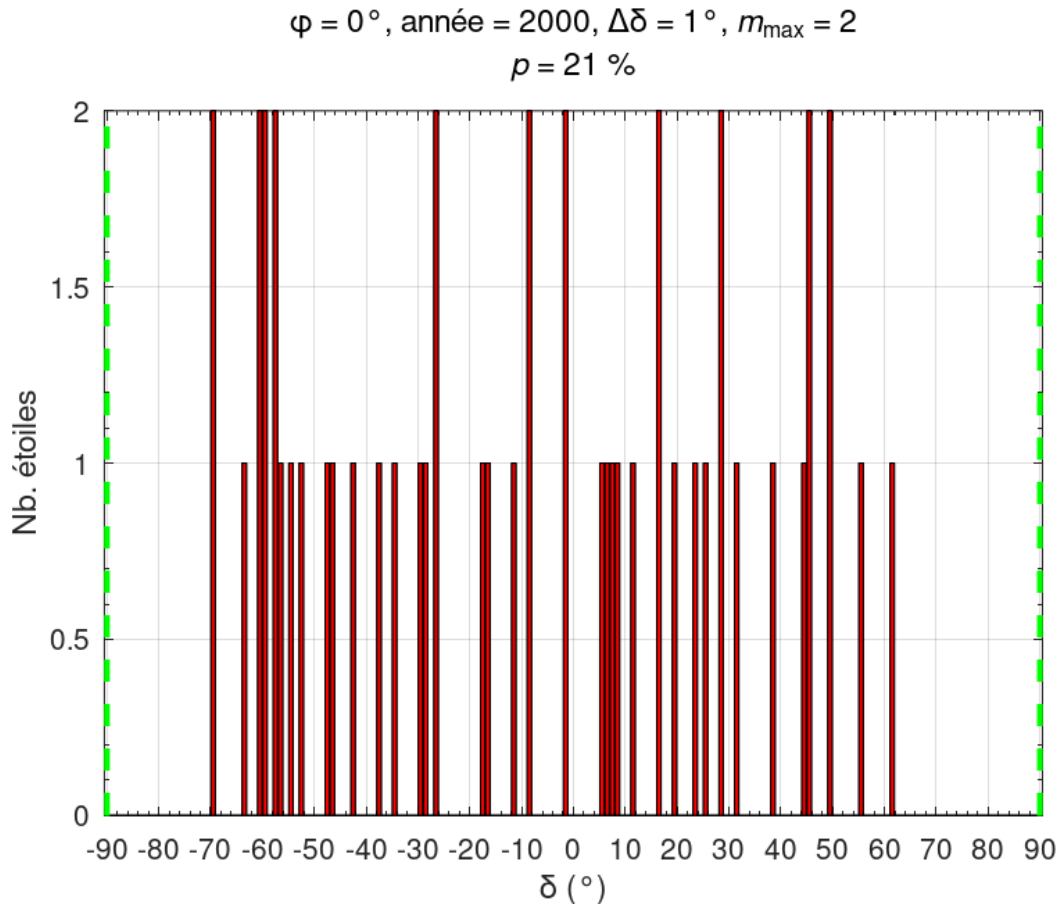


Figure 6 : Exemple de détermination du critère  $p$ . L'ensemble des déclinaisons de  $-90^\circ$  à  $+90^\circ$  est découpé en 180 plages  $\Delta\delta$  de  $1^\circ$ , correspondant à l'incertitude. Les barres rouges représentent les plages de déclinaison où au moins une étoile est présente. On en dénombre ici 38. Le critère  $p$  est donc égal à  $100 \times 38 / 180 \approx 21\%$ . En pointant au hasard, on a environ 1 chance sur 5 de tomber sur un lever ou un coucher d'étoile de magnitude inférieure à 2.

## 4. Programmation

Afin de déterminer ces pourcentages, nous avons réalisé un programme dans le langage Octave [5].

Concernant les données astronomiques, nous utilisons le *Bright Star Catalogue* (BSC, Yale University Observatory ; téléchargeable via le site VizieR [6]) qui comprend 5 023 étoiles de magnitude (luminosité) inférieure ou égale à 6,0, sur l'ensemble des deux hémisphères. Nous avons modifié ce catalogue pour tenir compte des étoiles doubles indiscernables à l'œil nu, pour lesquelles nous avons calculé un magnitude totale unique.



Un premier programme permet de calculer le pourcentage  $p$  de plages de déclinaisons comportant un ou plusieurs levers ou couchers d'étoiles (cf. Figure 6). Il tient compte de différentes données : la latitude du lieu, la magnitude limite des étoiles considérées et la date de construction du dispositif dont on suppose l'alignement astronomique.

Un second programme permet de tracer l'évolution de ce pourcentage en faisant varier soit la magnitude, soit la plage angulaire (cf. Figure 12 plus bas).

## 5. Influence de la latitude $\varphi$

L'ensemble du ciel n'est pas accessible depuis n'importe quel point du globe. Aux pôles, on ne voit que la moitié des étoiles, alors qu'à l'équateur, on en voit la totalité (Figure 7). La partie du ciel visible dépend de la latitude du lieu.

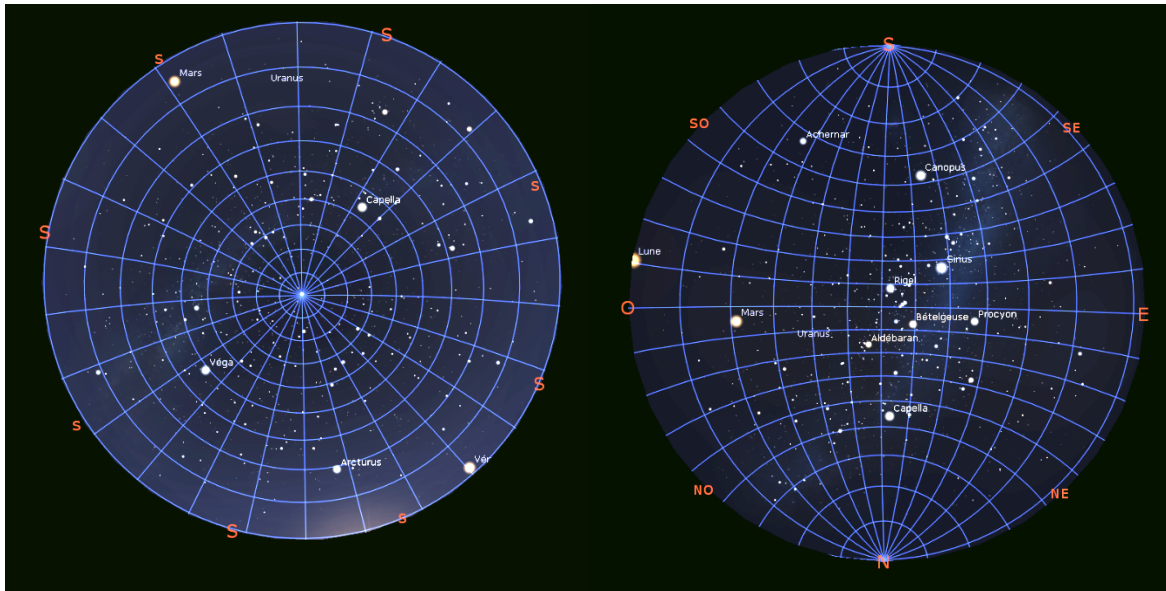


Figure 7 : Les étoiles tournent dans le ciel en suivant les lignes de déclinaison en bleu. À gauche, au pôle nord, les cercles de déclinaison sont parallèles à l'horizon. Aucune étoile ne va donc ni se lever ni se coucher. Seules les déclinaisons au-dessus de  $0^\circ$  (c'est-à-dire au-dessus de l'équateur céleste) sont visibles, donc la moitié du ciel. À droite, à l'équateur, toutes les lignes de déclinaison vont croiser l'horizon, donc toutes les étoiles vont se lever et se coucher. Toutes les déclinaisons du pôle nord au pôle sud céleste sont visibles. Au cours de l'année, l'ensemble du ciel est visible.

Plaçons-nous sur un point de l'hémisphère nord de latitude  $\varphi$  (en degrés  $^\circ$ ). Vers l'horizon nord (Figure 8), toutes les étoiles situées entre le pôle nord céleste et l'horizon nord seront circumpolaires, c'est-à-dire qu'elles n'atteindront pas l'horizon et ne se coucheront ni ne se lèveront jamais. Le cercle circumpolaire nord (Figure 10) délimite ainsi les étoiles dont la déclinaison est supérieure à  $90^\circ - \varphi$ , qui ne se coucheront jamais.

Au contraire, toutes les étoiles en dessous de l'horizon sud ne seront jamais visibles. C'est le cercle circumpolaire sud (Figure 11) qui délimite les étoiles dont la déclinaison est inférieure à  $-90^\circ + \varphi$ . Celles-ci ne se lèveront jamais.

Ainsi, pour un lieu donné de latitude  $\varphi$ , les étoiles qui connaîtront un lever et un coucher, et dont les levers et couchers pourront donc être marqués sur l'horizon, sont **les étoiles dont les déclinaisons sont comprises dans l'intervalle  $[-90^\circ + \varphi ; 90^\circ - \varphi]$** . Cette plage est prise en compte par le programme (voir Figure 9).

On constate que plus on monte vers les hautes latitudes, plus la plage des étoiles sur lesquelles on peut orienter un site est restreinte.

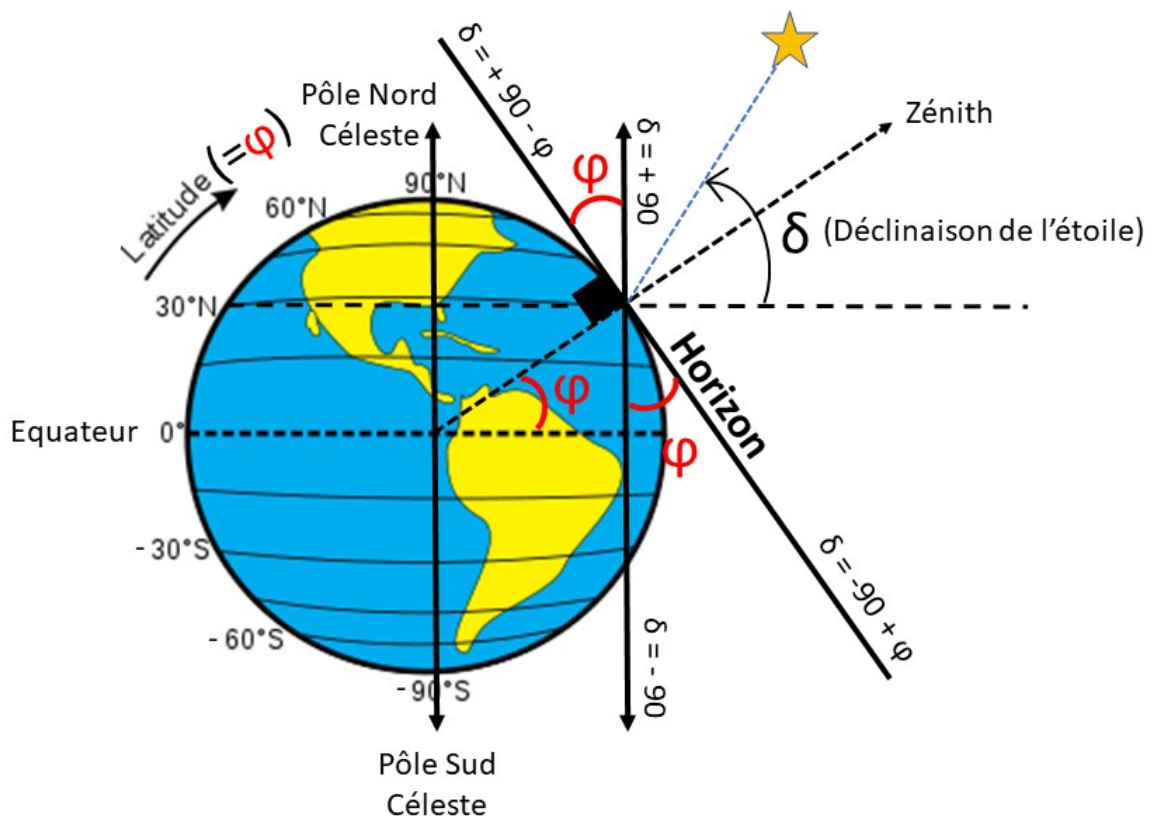


Figure 8 : À une latitude donnée  $\varphi$ , le pôle nord céleste (aujourd'hui proche de l'étoile polaire) est à la hauteur  $\varphi$  au-dessus de l'horizon. Considérons la déclinaison  $\delta$  d'une étoile. Toutes les étoiles entre l'étoile polaire (de déclinaison  $90^\circ$ ) et l'horizon (de déclinaison  $90^\circ - \varphi$ ) ne se coucheront pas. Ce sont les étoiles dites circumpolaires. De même, toutes les étoiles qui sont entre le pôle sud céleste (de déclinaison  $-90^\circ$ ) et l'horizon sud (de déclinaison  $-90^\circ + \varphi$ ) ne se lèveront jamais et demeureront invisibles.

$\varphi = 47^\circ$ , année = 2020,  $\Delta\delta = 1^\circ$ ,  $m_{\max} = 2$   
 $p = 26\%$

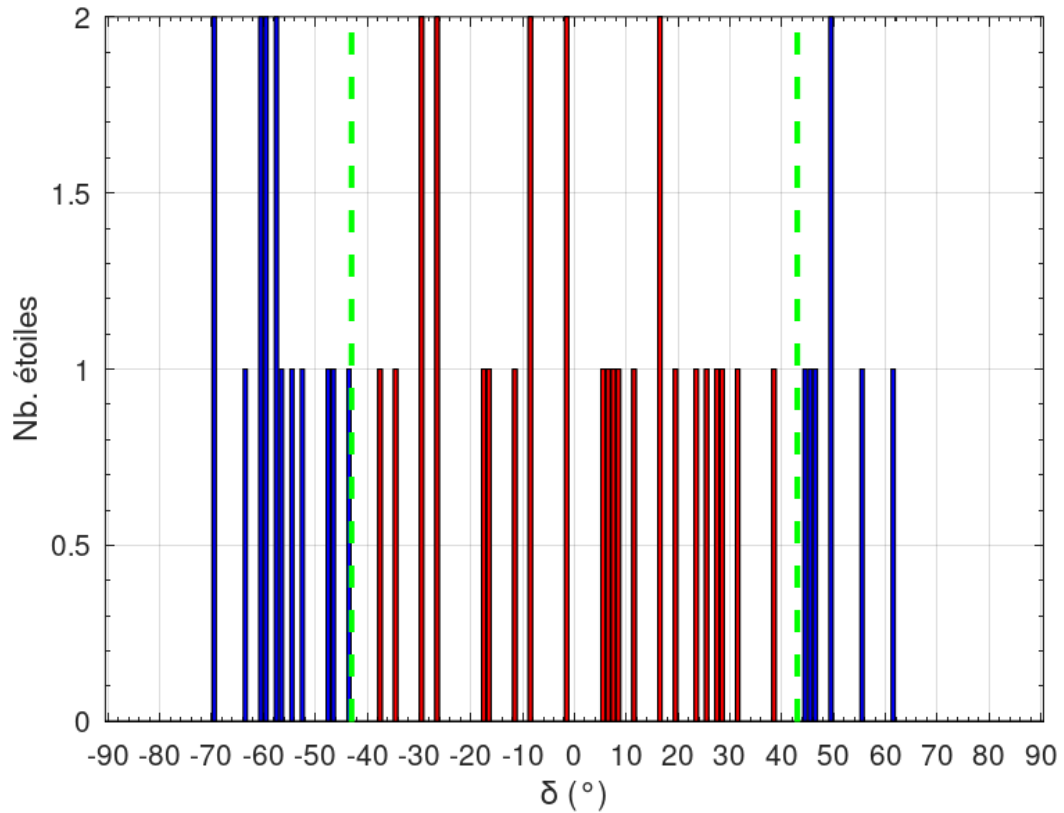


Figure 9 : À une latitude  $\varphi$  donnée (ici  $47^\circ$ ), les étoiles concernées par des levers et des couchers se répartissent entre les déclinaisons figurées par les barres vertes ( $-43^\circ$  et  $+43^\circ$ ). Le calcul du critère  $p$  ne prend donc en compte que les zones en rouge, situées entre ces limites.

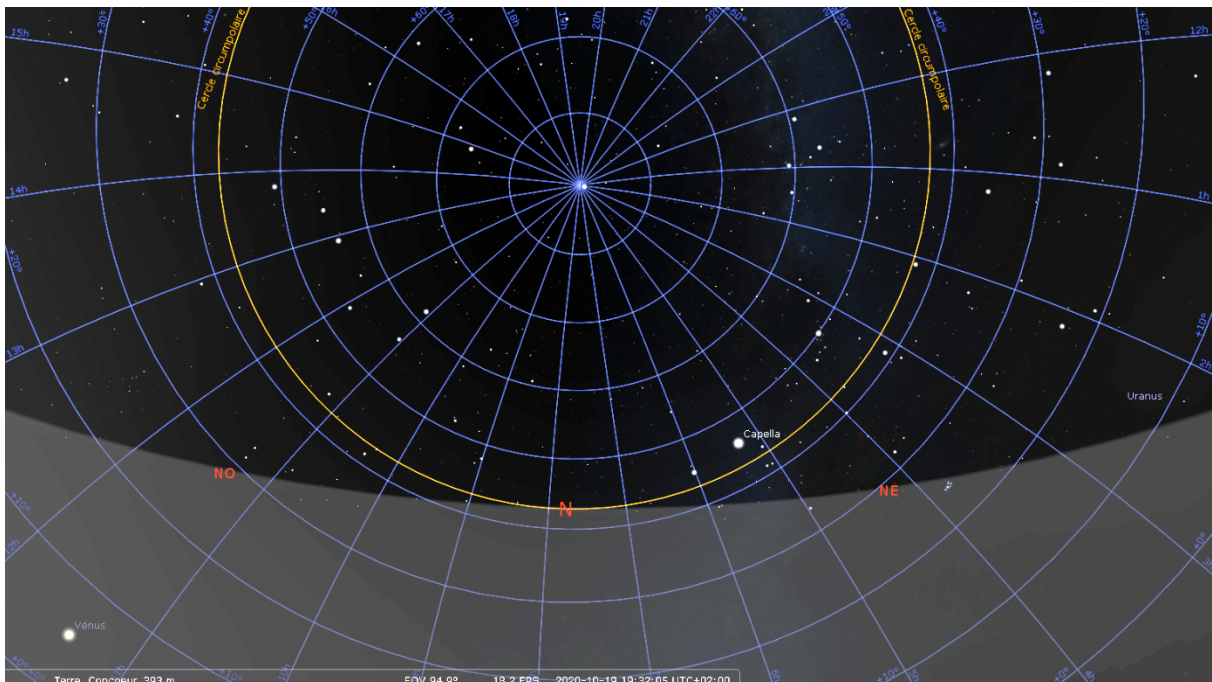


Figure 10 : Le cercle circumpolaire nord.

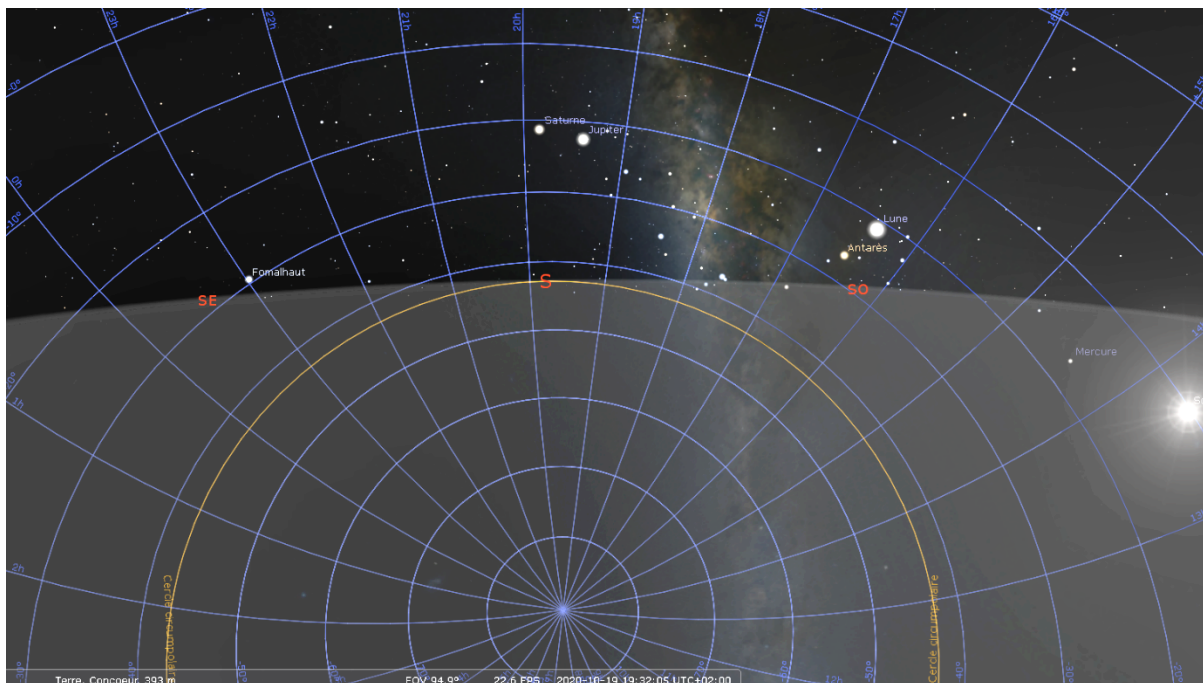


Figure 11 : Le cercle circumpolaire sud.

## 6. Influence de la magnitude $m$

Les étoiles sont caractérisées par leur magnitude  $m$  qui représente leur luminosité selon une échelle logarithmique inverse inventée par Hipparque (2<sup>e</sup> siècle avant J.-C.) et précisée en 1856 par Pogson. Dans cette échelle qui respecte les propriétés physiologiques de l'œil humain, plus la valeur est élevée, moins l'étoile est brillante. Une augmentation de la magnitude d'une unité correspond à une luminosité environ 2,5 fois moindre. La magnitude peut être négative. Dans un ciel dégagé et sans pollution lumineuse, un œil humain « normal » peut distinguer une étoile jusqu'à la magnitude 6 environ.

Il semble évident que toutes les étoiles du catalogue BSC ne sont pas à considérer pour les questions d'alignements archéologiques. Les étoiles des magnitudes les plus élevées, donc les plus faiblement lumineuses, sont très nombreuses et peu remarquables. Il est donc peu probable qu'elles aient été utilisées pour marquer des alignements. Par exemple, aujourd'hui encore, les figures des constellations sont définies à l'aide des étoiles les plus brillantes.

On peut donc se poser la question suivante : pour une magnitude limite donnée, combien d'étoiles peuvent se lever ou se coucher dans une direction particulière ?

À partir du catalogue BSC, nous avons tracé la Figure 12 qui illustre l'influence de la magnitude limite. On constate que plus la magnitude limite augmente, et ce indépendamment de la résolution angulaire, plus la probabilité

d'alignement augmente rapidement. Si l'on considère les étoiles au-delà de la magnitude 4, cette probabilité est de 100 %, ce qui signifie que l'on trouvera toujours une étoile se levant ou se couchant dans une direction donnée et dans l'intervalle de déclinaison considéré. De même, au-delà de la magnitude 2, à part pour les faibles incertitudes en déclinaison (inférieures à 1°), cette probabilité reste trop élevée pour éliminer un alignement fortuit.

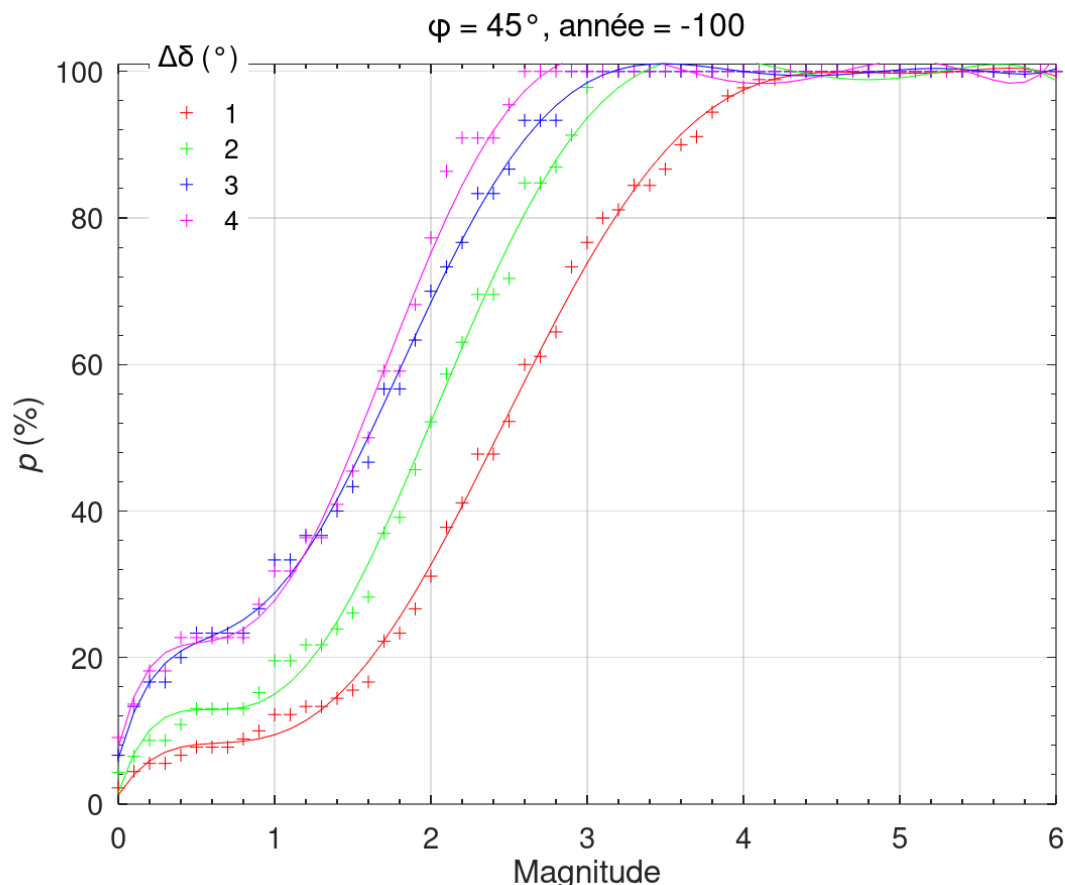


Figure 12 : Probabilité  $p$  d'avoir un lever ou un coucher d'étoile dans une direction donnée, en fonction de la magnitude limite, pour quatre incertitudes  $\Delta\delta$  en déclinaison qu'on retrouve généralement dans les publications. L'exemple donné concerne la latitude  $\varphi$  de 45° nord, en l'an -100. (Les lignes continues correspondent à un ajustement polynomial de degré 7, permettant d'illustrer la tendance.)

La probabilité qu'un alignement unique sur un coucher ou un lever d'étoile soit dû au hasard ne sera donc faible que pour les étoiles de magnitude basse, typiquement inférieure à 2.

## 7. Prise en compte de la précession des équinoxes

Le pôle nord céleste est aujourd'hui proche de l'étoile polaire. Mais il n'en a pas toujours été ainsi. L'axe de la Terre décrit en effet un cercle sur la voûte céleste suivant une période d'environ 26 000 ans (voir Figure 13). Ce décalage est sensible à l'échelle archéologique. Dans l'Antiquité, les Grecs et les Romains, par exemple, n'avaient pas d'étoile polaire. Ce mouvement, dit de

précession des équinoxes, décale l'origine de notre système de coordonnées. Son influence sur les coordonnées des étoiles à une date donnée peut se calculer à l'aide des formules données dans la Référence [7]. Une des conséquences en est que certaines étoiles, suivant l'époque, peuvent être ou non circumpolaires. Le nombre d'étoiles concernées par des levers ou des couchers peut donc varier légèrement (voir Figure 14).

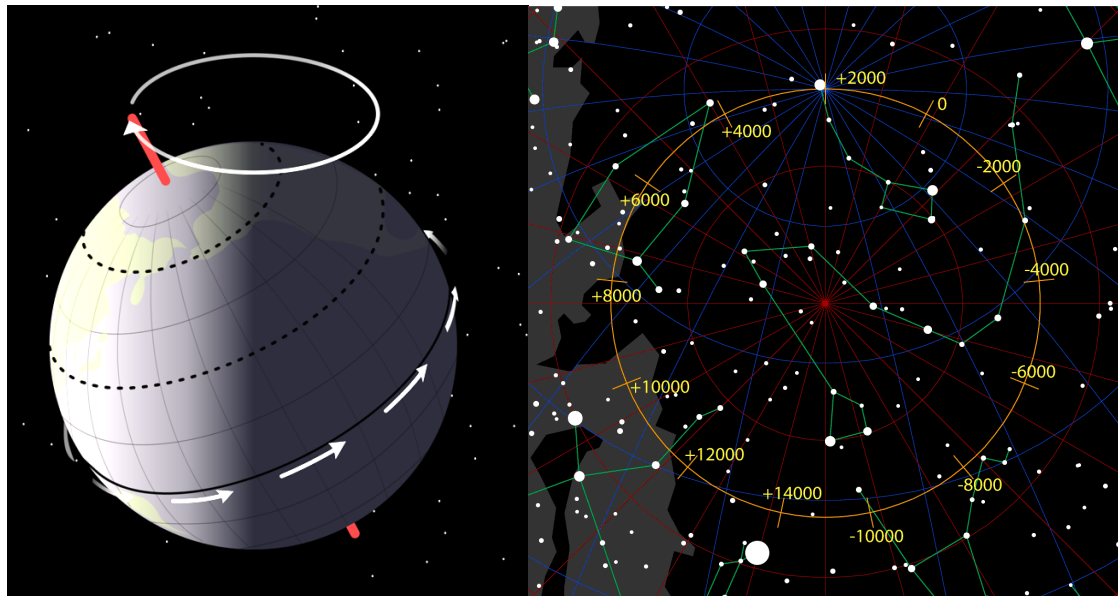


Figure 13 : Si on prolonge l'axe de rotation de la Terre sur la voûte céleste, on définit le pôle nord céleste, qui est aujourd'hui proche de l'Étoile Polaire (Polaris). Cet axe tourne à l'image d'une toupie et, tout en gardant son inclinaison, il décrit un cercle parmi les étoiles sur une période de 26 000 ans (images : Wikipedia).

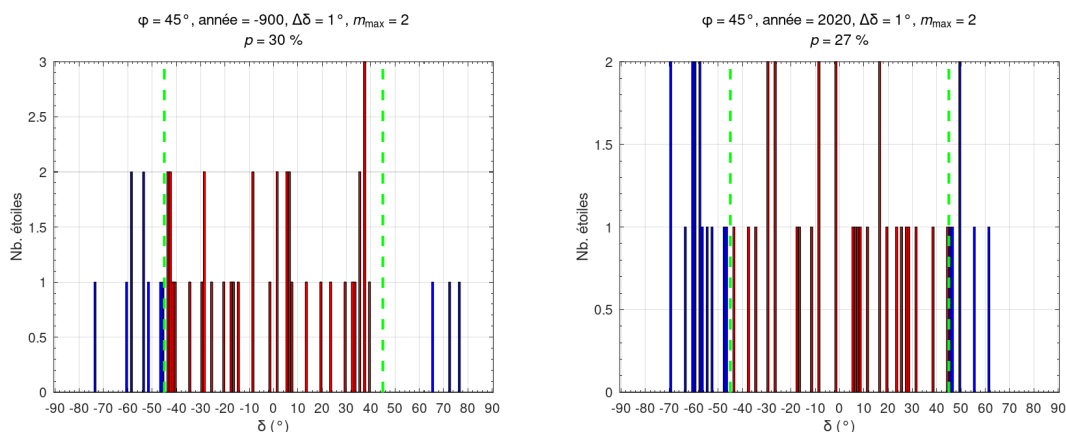


Figure 14 : À la latitude  $45^\circ$ , les étoiles concernées par un lever ou un coucher sont celles entre les pointillés verts. Suivant l'époque considérée (ici  $-900$  et  $2020$ ), des étoiles peuvent entrer ou sortir de ces limites, du fait d'une position différente du pôle nord céleste (précession), pouvant faire varier le critère  $p$ .

Un site archéologique n'est jamais daté à l'année près. Le critère  $p$  peut-il varier sensiblement sur l'intervalle de datation du site ? La Figure 15 nous montre que, pour des étoiles dont la magnitude reste pertinente (inférieure ou égale à 2), le critère  $p$  varie peu sur une centaine d'années. Plus la latitude est élevée, plus les variations de  $p$  avec la date peuvent être importantes, du fait

que le nombre d'étoiles se levant ou se couchant est moins important (voir paragraphe 5). À part quelques cas extrêmes, discutés dans la Figure 15, nous pouvons donc considérer qu'une incertitude de  $\pm$  un demi-siècle sur la datation d'un dispositif d'alignement n'influe pas de façon significative sur le critère  $p$ .

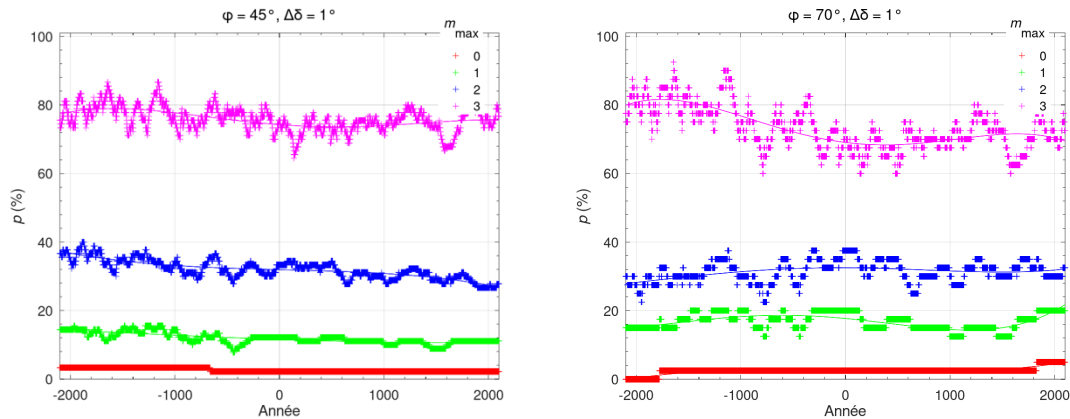


Figure 15 : Variation du critère  $p$  entre les années -2000 et +2000, pour quatre magnitudes limite  $m_{\max}$  différentes. À la latitude  $45^\circ$ , une des plus grosses variations observées est entre 29 et 36 % de  $-650$  à  $-520$ , pour la magnitude 2. À la latitude  $70^\circ$ , l'effet est plus marqué, notamment entre  $-780$  et  $-530$ , où  $p$  varie de 22 à 35 %, pour la magnitude 2. (Les lignes continues correspondent à un ajustement polynomial de degré 4, permettant d'illustrer la tendance.)

## 8. Influence de la résolution angulaire $\Delta\delta$

C'est certainement le critère prépondérant en archéo-astronomie, car il touche à la précision de la méthode de mesure employée sur le terrain. En faisant varier la résolution angulaire, on s'aperçoit que le critère  $p$  varie énormément. Une résolution de  $0,5^\circ$  donnera un critère  $p$  acceptable (inférieur à 20 %) pour une magnitude limite de 2. Au-delà de  $1^\circ$ , la probabilité de tomber sur un lever ou un coucher d'étoile dans n'importe quelle direction devient trop importante (voir Figure 16).

Ainsi, il est périlleux de rechercher un alignement astronomique pour des constructions anciennes dont l'azimut ne peut pas être déterminé avec une précision suffisante, soit parce que ce que la construction ne le permet pas, soit parce que le relevé archéologique dont on en dispose est trop approximatif (dans le cas où une nouvelle mesure *in situ* n'est pas possible).

**Cela démontre la nécessité d'utiliser du matériel moderne et de précision pour effectuer les relevés.**

En faisant varier deux paramètres essentiels (voir Figure 17), la magnitude limite  $m_{\max}$  et la résolution angulaire  $\Delta\delta$ , on s'aperçoit qu'on ne peut conclure sur l'orientation d'un site sur un lever ou un coucher d'étoile que pour des étoiles brillantes (de magnitude inférieure à 2), avec une résolution angulaire élevée (inférieure ou égale à  $0,5^\circ$ ).

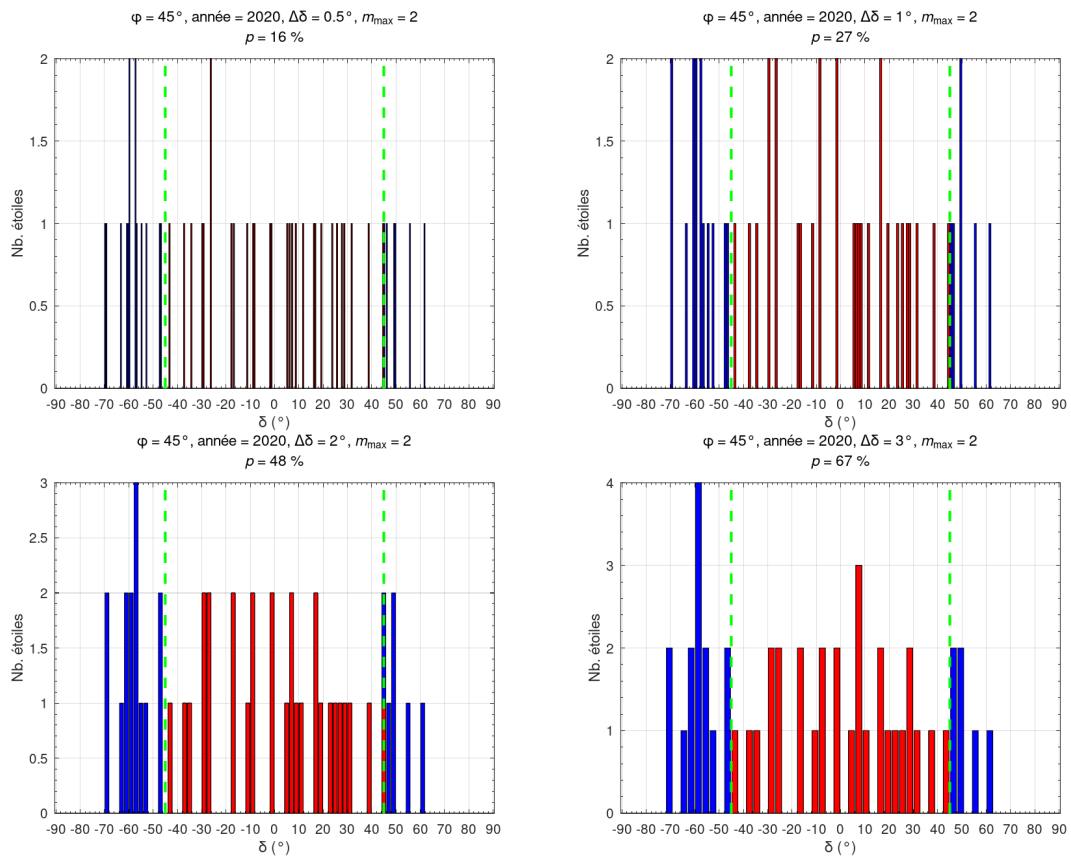


Figure 16 : Influence de la résolution angulaire  $\Delta\delta$  sur le critère  $p$ . Plus la résolution angulaire  $\Delta\delta$  est large (faible précision), plus le critère  $p$  est élevé et donc peu significatif.

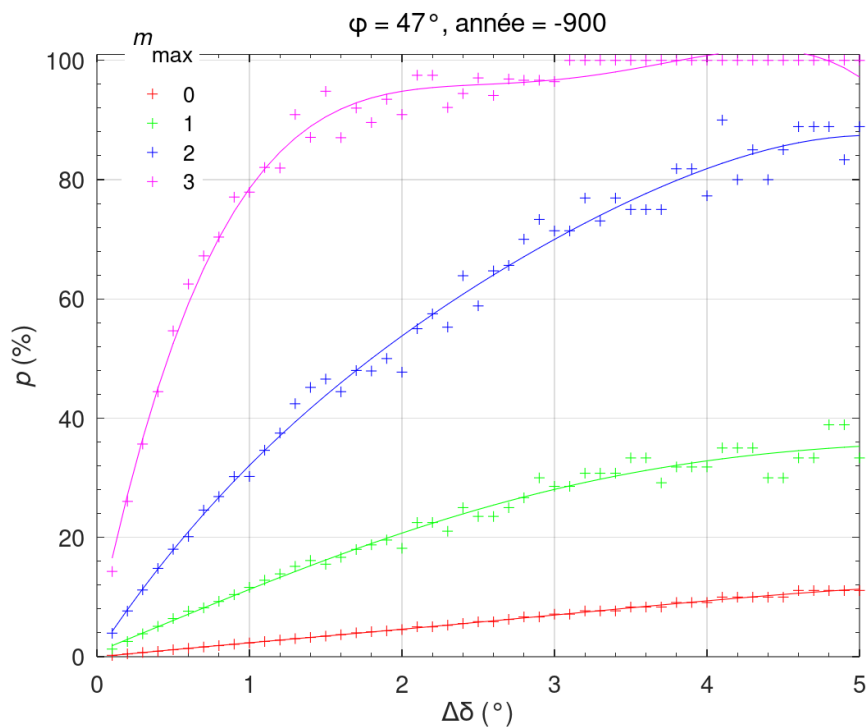


Figure 17 : Influence couplée de la magnitude limite  $m_{\max}$  et de la résolution angulaire  $\Delta\delta$  sur le critère  $p$ . (Les lignes continues correspondent à un ajustement polynomial de degré 4, permettant d'illustrer la tendance.)



## 9. Le cas des alignements multiples

Tout ce qui précède concerne un alignement unique sur un seul lever ou coucher d'étoile. Par contre, si sur un site on trouve plusieurs orientations, les probabilités  $p$  se multiplient et la place laissée au hasard est moins grande.

Par exemple, si sur un site datant de -900 à la latitude  $47^\circ$  et avec une résolution de  $2^\circ$ , on trouve une orientation 1 sur un lever d'Arcturus de magnitude proche de 0 et une orientation 2 sur un lever d'Antarès de magnitude proche de 1, alors on aura  $p_1 \approx 4,6 \%$  et  $p_2 = 25 \%$ , soit une probabilité globale  $p = p_1 \times p_2 = 1,14 \%$ , ce qui ne laisse que très peu de place au hasard. Cet exemple est tiré d'une étude en cours sur un tumulus de Concœur et Corboin, en Côte-d'Or.

Alors qu'une orientation seule sur Antarès n'aurait pas permis de conclure, la présence de deux orientations donne un critère  $p$  très significatif.

## 10. Conclusion

Pour déterminer de manière claire qu'un site est orienté sur un ou plusieurs levers ou couchers d'étoiles, nous avons construit le « critère du jeu de quille » qui détermine la probabilité de tomber sur une étoile en prenant une déclinaison au hasard. Ce critère varie légèrement en fonction de la latitude et de l'époque. Mais les paramètres prépondérants sont la magnitude des étoiles visées et la précision des mesures.

**Il nous semble qu'une orientation unique ne peut pas être significative pour des étoiles de magnitude supérieure à 2 et pour une imprécision des mesures supérieure à  $0,5^\circ$ .**

Cependant, sur une construction cumulant plusieurs alignements astronomiques supposés, les probabilités se multiplient et ces paramètres peuvent être moins stricts.

**L'archéoastronomie ne pourra survivre à la critique argumentée que si elle prend le chemin d'une qualité de mesures irréprochable et du choix d'orientations sur des astres très significatifs.**

## 11. Bibliographie

- [1] Jean Meeus et Philippe Wallach, *Calculs astronomiques à l'usage des amateurs*, Société Astronomique de France (1986). ISBN 978-2901730033.
- [2] Christian Gentili, *Guide de localisation des astres*, EDP Sciences (2008). ISBN-13 : 978-2759800599.

- [3] Logiciel Stellarium : <http://stellarium.org>
- [4] Logiciel Cartes du Ciel : <https://www.ap-i.net/skychart>
- [5] Logiciel Octave : <http://octave.org>
- [6] VizieR Astronomical Server : <http://vizier.u-strasbg.fr>
- [7] J. H. Lieske, T. Lederle., W. Fricke and B. Morando, "*Expressions for the precession quantities based upon the IAU (1976) system of astronomical constants*", *Astronomy & Astrophysics* **58**, 1–16 (1977).