



HAL
open science

Démarche expérimentale en résolution de problèmes

Catherine Houdement

► **To cite this version:**

Catherine Houdement. Démarche expérimentale en résolution de problèmes. EMF 2012, Espace Mathématique Francophone, Feb 2012, Genève, Suisse. pp.1389-1399. hal-03223291

HAL Id: hal-03223291

<https://hal.science/hal-03223291>

Submitted on 10 May 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉMARCHE EXPÉRIMENTALE EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Catherine HOUEMENT*

Résumé – Deux questions sont soulevées dans cette contribution. (1) Est-il possible de tirer des fils conducteurs communs et en contrepartie de dégager des spécificités entre démarches d'enseignement des sciences, notamment entre mathématiques et autres sciences ? Ces fils seraient en particulier bienvenus pour une culture didactique scientifique des professeurs polyvalents. (2) Les démarches personnelles des élèves dans la résolution des questions mathématiques peuvent-elles ressembler à ce qu'ils font dans les sciences autres que les mathématiques ? Ce serait un pas vers la définition d'éléments minimaux d'intégration d'une culture scientifique chez des élèves de primaire.

Mots-clefs : Démarche d'investigation, Démarche expérimentale, Résolution de problèmes, Contrôles, Raisonnement

Abstract – This paper addresses two questions. (1) Is it possible to find common and specific characteristics when comparing mathematics teaching and other science (physic, biology) teaching? This would contribute to organise the scientific culture of primary teachers. (2) Is it possible to describe specific mathematical problem solving as experimental investigation, an usual scientific methodology? This would help to define primary school students' scientific literacy.

Keywords: Inquiry-Based Science Education, Experimental Investigation, Problem Solving, Control, Reasoning

En quoi et pourquoi le concept de démarche d'investigation se décline-t-il différemment, ou non, en mathématiques et dans d'autres disciplines dites scientifiques (physique, chimie, biologie, géologie, technologie, etc.) ? Comment se distingue-t-il de celui de résolution de problème ? Comment les questions de validations sont-elles réglées selon les disciplines en jeu ? (EMF 2012, texte introductif à GT10)

Ces questions initiatrices du groupe de travail GT10 sont stimulantes : elles cherchent à établir des rapprochements entre les démarches pédagogiques liées aux disciplines scientifiques. Ce questionnement a été l'occasion à l'IUFM de Haute Normandie d'un travail collaboratif de formateurs¹ d'enseignants du premier degré sur deux thématiques (preuve, mesure). La finalité du travail de ce groupe était d'aider les étudiants et élèves professeurs à concevoir les enseignements scientifiques comme des variantes d'un enseignement à la compréhension du réel. La démarche d'investigation a traversé nos échanges, je m'appuierai ici sur le travail du groupe autour de l'élucidation des ressemblances et différences entre les enseignements des sciences, les mathématiques étant considérées comme une science².

I. DEMARCHE D'INVESTIGATION ET DEMARCHE EXPERIMENTALE DANS LES PROGRAMMES DE L'ECOLE

D'après Laugier (2006), la démarche d'investigation est insufflée dans les programmes de primaire de sciences (2002) sous l'impulsion du PRESTE³ et de la Main à La Pâte. Il s'agit de conseiller aux enseignants l'utilisation d'une démarche pédagogique appuyée sur un changement de paradigme de l'acquisition des connaissances : non plus par simples observations du réel, mais par questionnement sur les objets et les phénomènes et élaboration de réponses à ces questions.

* LDAR, Universités Paris Denis Diderot et Rouen (IUFM) – France – catherine.houdement@univ-rouen.fr

¹ Groupe de recherche-formation dont j'étais responsable, associant sur trois ans des formateurs enseignants de physique, de sciences de la vie et de la terre, de technologie et professeurs des écoles : Pierre Emery, Joël Gaudrain, C.Houdement, Catherine Lecoq, Nicolas LoRé, Arlette L'Haridon, Isabelle Martinet, Éric Minot.

² Comme le titre de Kahane J.-P. (2002, dir) *L'enseignement des sciences mathématiques*. Éditions Odile Jacob.

³ PRESTE : Plan de rénovation des Sciences et de la Technologie à l'école (BO n°23, juin 2000)

Drouard (2008) précise les différentes phases :

- Transformation par l'enseignant d'une situation de départ ou fonctionnelle (Coquidé et Giordan (2002) parlent de situations déclenchantes et de questions introductrices) qui intéresse les élèves, en un problème à résoudre. L'auteur insiste bien sur la responsabilité de l'enseignant dans la formulation du problème, ses liens avec les conceptions et les questions des élèves et les connaissances visées.
- Passage du problème à résoudre en hypothèses à tester ou problème reformulé : il s'agit là de séparer ce qui relève de connaissances anciennes et ce qui reste en question sous forme d'hypothèses.
- Elaboration et réalisation d'une organisation⁴ qui teste les hypothèses et conduit à des résultats exploitables. Plusieurs organisations sont possibles pour construire des réponses, décrites globalement par trois méthodologies : expérimentation, observation et recherche documentaire. L'expérimentation (aussi connue sous le nom de démarche expérimentale) est un exemple d'organisation, qui se déroule selon des conditions et un déroulement bien précis (voir annexe 1). La démarche expérimentale reste l'organisation emblématique de la démarche d'investigation, qui se trouve souvent réduite à la seule démarche expérimentale. Mais l'expérimentation n'est pas toujours possible, d'autres organisations peuvent être utilisées. Par exemple une modélisation où on matérialise en laboratoire l'idée qu'on se fait du fonctionnement de quelque chose, ce qui permet de tester cette idée : Drouard cite la construction, après observation guidée de la réalité (palpation des membres, exercices de contraction, observation de radiographies...) d'un modèle de fonctionnement des articulations bras/avant-bras avec des planchettes pour les os et des ficelles pour les muscles ; ou une observation : là encore la réalité peut ne pas être directement observable, le travail a lieu sur des documents (films, photos, données recueillies par des scientifiques) ; ou encore une recherche documentaire.
- Confrontation des résultats obtenus (suite à l'organisation retenue) aux hypothèses.
- Synthèse de l'ensemble du travail : structuration des connaissances en jeu.
- Confrontation au savoir savant.

Cette présentation de Drouard (2008) met en avant une des visées de cette méthodologie d'enseignement qu'est la démarche d'investigation, l'acquisition de connaissances nouvelles, confirmées par un savoir savant de référence, écrit. Mais un autre objectif d'apprentissage relève de l'apprentissage de *la démarche scientifique* : maints enseignants ont cherché à s'emparer de cet objectif dès les années 2000, mais son enseignement en primaire reste toujours complexe et questionné (par exemple Blanchon 2005).

Notons qu'on retrouve bien les deux objectifs d'acquisition mentionnés dans l'introduction du GT10 : connaissances conceptuelles et démarche ordinaire (au sens de Kuhn 1962) de l'exploration des paradigmes scientifiques.

La prescription institutionnelle de la démarche d'investigation dans l'enseignement des sciences au primaire et au secondaire qui perdure en 2011 amène à questionner sa présence ou la possibilité de sa présence en mathématiques. Il est à noter que les programmes 2008 de collège se limitent à une injonction (MEN 2008 p. 4).

Dans les programmes mathématiques 2002 de l'école, on pourrait d'abord interpréter comme l'indication d'une démarche d'investigation en mathématiques, la présence des « problèmes de recherche » avec leurs deux objectifs : apprendre des connaissances

⁴ A l'instar de Drouard (2008) je préfère cette expression à celle, pédagogiquement usitée, de protocole, parce qu'elle évoque davantage l'idée de planification, terme que propose aussi Drouard. Je conserverai le terme de protocole pour la démarche expérimentale.

mathématiques et faire preuve d'initiative et d'imagination face à des problèmes nouveaux. On lit par exemple (cf. annexe 2) :

(...) des problèmes de recherche, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée : certains de ces problèmes sont utilisés pour permettre la construction de connaissances nouvelles, d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de chercher, d'élaborer une solution originale (MJER-DESCO 2002 cycle 3 p. 13)

Ce qui m'intéresse dans cette étude c'est d'abord le second objectif. J'entends par là non pas, à l'instar des enseignements de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) mettre les élèves en « situation didactique » (Brousseau 1998) de façon à ce que l'expérience les amène à produire des connaissances qui participent du savoir visé, mais les rendre pleinement conscients de l'intérêt d'une démarche de résolution de problèmes qui consiste à émettre des hypothèses, les confronter au réel (qui est la nature usuelle du milieu matériel à l'école primaire) et en déduire des possibilités de réponses, dit autrement, à émettre des propositions de l'ordre du réfutable. Cette conscience serait elle-même une connaissance instrumentale (au sens de Drouhard 2011). Compte tenu de ce qui a été développé sur la démarche d'investigation, il semble que ce soit là une entrée des élèves plutôt dans la démarche expérimentale, qui n'est qu'une des organisations de la démarche d'investigation.

II. SPECIFICITES DE LA DEMARCHE EXPERIMENTALE EN MATHEMATIQUES RELATIVEMENT AUX AUTRES SCIENCES

Pour engager les élèves en mathématiques dans une démarche expérimentale, il s'agirait d'abord de les confronter à des problèmes qui portent cette potentialité. Bien sûr la situation du puzzle de Brousseau, qui amène les élèves de CM1-CM2-6^{ème} (grades 4-5, 9 à 12 ans) à réfuter des protocoles d'agrandissement (séparé) des morceaux d'un puzzle par la réalisation effective du puzzle, est un exemple célèbre de mise en œuvre de démarche expérimentale (Robert et Houdement 2005). Mais dans la TSD, elle n'est pas construite avec l'intention d'enseigner une démarche expérimentale, mais plutôt de pousser les élèves à mettre en défaut leurs idées premières pour enrichir leurs connaissances sur le modèle numérique de la similitude, *in fine* à enrichir leurs connaissances sur les nombres. Il me semble que la situation didactique aménage la possibilité de cette démarche expérimentale, mais que l'élève n'en est pas responsable.

La caractéristique des situations didactiques est de posséder une part d'adidacticité : il me semble que cette adidacticité résulte d'un évitement *a priori* des protocoles qui ne sollicitent pas les connaissances visant le savoir fixé. En mathématiques l'aménagement du milieu par le professeur vise certes à rendre inopérants les « mauvais » protocoles, mais aussi à ne rendre possibles, parfois par un simple effet de contrat, que les protocoles réfutables par rétroaction du milieu et connaissances de la classe. Dans l'exemple du puzzle, l'élève peut mettre en œuvre plusieurs stratégies, et quand le coefficient d'agrandissement est de $7/4$ (donné sous la forme « passer de 4 cm à 7 cm »), ajouter 3 cm à toutes les mesures, mais il est rare qu'il propose de réaliser une projection sur un plan parallèle⁵ ou d'utiliser un pantographe. De toute façon l'acceptation dans le milieu d'un dispositif matériel introduirait une bifurcation didactique (Margolinas 2004, p. 90) et donc changerait la situation. Le milieu en mathématiques prend la place de la réalité en physique, mais il reste un milieu très contraint, voire épuré, avec l'avantage d'une anticipation par l'enseignant d'un jeu sur les contraintes « pour canaliser les protocoles ». De plus la situation didactique intègre au moins la reprise du problème avec un jeu sur les variables, voire une nouvelle rencontre possible de la même stratégie dans un autre contexte, toutes choses difficiles à installer, me semble-t-il, dans les

⁵ Même s'il a travaillé sur les ombres en physique.

domaines scientifiques autres que mathématiques, parce qu'ils s'appuient sur un réel non épuré.

Prenons l'exemple d'une séance de sciences en CM2 (grade 5, 10-11 ans) où la question retenue était de mesurer l'air contenu dans les poumons d'un élève. Quand il s'est agi de proposer de mesurer cet air, après avoir assimilé l'air contenu dans les poumons à l'air expiré, avoir retenu un moyen de récupérer cet air expiré, les propositions des élèves ont fusé dans toutes les directions que permettent les expériences singulières⁶ : mesurer la circonférence d'un ballon de baudruche gonflé par l'air expiré ; tracer un segment sur un ballon vide et le mesurer après remplissage ; déplacer par vidage du ballon gonflé par l'air expiré une goutte d'eau sur une plaque de verre et mesurer la longueur du déplacement, mesurer la différence entre masse du ballon vide et masse du ballon rempli par l'air expiré , etc. Entre parenthèses, ces idées de protocoles révèlent la complexité pour les élèves du concept de mesure, la prégnance des longueurs comme grandeurs mesurables et montrent l'utilité d'un enseignement d'une dialectique (qui me semble relever des mathématiques) entre construction du concept d'une grandeur physique et passage à sa mesure, en particulier pour outiller les élèves dans l'apprentissage des sciences. Mais ce qui nous intéresse ici, c'est la difficulté des élèves à trancher, même après échanges, sur les protocoles les plus pertinents, du moins à refuser les plus « impertinents ». En effet certaines qualités physiques de l'air (son apparente immatérialité, sa légèreté), la limitation de la précision des instruments de mesure (ici de masse) rendent le choix de la grandeur d'étude complexe. Dans les séances observées ce sera l'enseignant qui guidera les élèves vers un mesurage de volume, plutôt que de masse (rejetée par inadéquation des instruments disponibles, ce que les élèves comprennent) ou longueur (inappropriée à la qualité gaz de l'air, plus complexe à entendre). Remarquons aussi que le choix du volume permet de numériser la capacité pulmonaire (par une estimation) : les autres protocoles auraient permis, peut-être, en faisant abstraction des difficultés d'expérimentation (mais c'est une « posture de matheux ») seulement de comparer des capacités pulmonaires.

Il me semble remarquable dans cette séance (et me semble-t-il dans l'enseignement des sciences en primaire) que l'élève n'ait que peu de responsabilité dans le choix du protocole ou des protocoles retenus pour le montage : justement parce qu'il ne possède ni les connaissances conceptuelles, ni les connaissances technologiques (sur l'utilisation des instruments), ni le savoir expérimental qui veille à la séparation des variables qui orientent a priori le choix et l'élaboration d'un protocole. C'est en général l'enseignant qui sélectionne les protocoles d'expérience « dignes » d'être montés, sans pouvoir justifier ces choix auprès des élèves. A la fin d'une telle séance, une confrontation à l'estimation de la capacité pulmonaire moyenne d'un enfant (dans un livre ou sur un site de référence) joue le rôle, pour l'élève, de contrôle de l'ensemble du processus : choix du protocole et fiabilité de l'expérience. L'enseignant peut difficilement reprendre le même problème en jouant sur des variables (qui resteraient à définir), ce serait (entre autres) trop coûteux en temps.

Ainsi c'est le professeur « de sciences » qui valide dans un premier temps les protocoles d'expérimentation susceptibles d'être montés, contrairement aux mathématiques qui construisent une fiction du réel adaptée aux connaissances visées, contrôlée par les connaissances visées. En physique par exemple, un aménagement si fin de la réalité paraît plus irréalisable, il semble plus difficile de canaliser les protocoles, au moins d'anticiper leur variété. Enfin c'est la confrontation des réponses obtenues, suite au déroulement des protocoles, avec les savoirs savants qui valide l'ensemble de la démarche. Cette confrontation

⁶ Un déroulement dans deux classes différentes a produit deux ensembles de propositions ayant une faible intersection.

n'existe pas stricto sensu⁷ dans l'enseignement usuel des mathématiques, c'est le professeur qui se porte garant à travers l'institutionnalisation.

III. ENSEIGNER LA DEMARCHE EXPERIMENTALE EN MATHEMATIQUES

Il me semble qu'on pourrait chercher à affecter les « problèmes pour chercher » de cette potentialité de démarche expérimentale, même si l'interprétation de l'expression « problèmes pour chercher » a donné lieu à des malentendus. Perrin (2007 p.b3) souligne qu'il souscrit à cette vision de l'activité de recherche donnée par les « problèmes pour chercher ». Il décrit une méthode d'investigation systématique qu'il désigne comme méthode expérimentale. Elle comprend plusieurs étapes, à répéter éventuellement :

- expérience,
- observation de l'expérience,
- formulation de conjectures,
- tentative de preuves,
- contre-expérience, production éventuelle de contre-exemples,
- formulation de nouvelles conjectures,
- nouvelle tentative de preuve, etc. (Perrin 2007, p. 7)

On retrouve le fait que la démarche expérimentale, même si sa planification globale reste fixe, possède cette nécessité d'une invention permanente d'un protocole d'expérimentation ; la conjecture est ce qui n'est pas réfuté par l'expérience ; par contre le résultat est ce qui s'obtient par déduction logique des résultats déjà avérés. C'est la pertinence du protocole qui entraîne la qualité des conjectures et celle de la preuve la vérité des résultats.

De nombreux travaux didactiques portent sur la recherche et/ou l'expérience en mathématiques (par exemple Thomas 2007 et Hersant 2008, Diaz 2009, *Maths à modeler* Grenoble avec Godot 2006 et Gravier, Payan et Colliard 2008, etc.). Je n'examinerai pas ces études qui examinent l'impact de l'introduction en classe de problèmes de recherche : elles se caractérisent par des degrés d'ouverture des problèmes très différents : cette ouverture se manifeste notamment par la responsabilité des élèves à construire des questions sur des dispositifs, questions qui deviennent les problèmes de recherche. Ce n'est pas le sujet ici, mais il faudrait aussi interroger la possibilité de leur insertion dans l'enseignement ordinaire, qui pourrait être liée avec le degré d'ouverture.

Je choisirai donc un problème presque classique (G.Élem Besançon 2005, Hersant 2008) : trouver trois nombres consécutifs dont la somme est N , un nombre entier fixé. L'entrée dans ce problème chez des élèves de cycle 3 les déstabilise en général (brièvement). Pourquoi ? La résolution ne se résume plus à une combinaison (fût-t-elle appropriée) des nombres de l'énoncé, il est nécessaire de construire, ce que je désignerais, par extension, comme un protocole d'expérimentation sur les nombres : choisir (éventuellement suite au calcul du tiers de N) des nombres sous contrainte de l'énoncé (trois et consécutifs) et calculer leur somme, les accepter ou les réfuter, passer aux « trois nombres consécutifs suivants », arrêter la recherche. La construction du protocole est sous la responsabilité des élèves, la situation comporte une rétroaction du milieu matériel : le calcul de la somme des nombres candidats à être solutions. Dit autrement, le protocole est validé par la possibilité de réfutation du résultat de l'expérience (simple calcul de somme).

Examinons la version retournée (Bloch 2005) de ce problème : trouver tous les nombres N qui sont sommes de trois entiers consécutifs. La recherche est plus complexe, le problème est

⁷ Sauf peut-être dans les situations de validation de la TSD (par exemple Gibel 2008)

plus ouvert, il y a de nombreux protocoles d'expérimentation possibles sur les nombres : tester les nombres entiers un à un dans l'ordre croissant, faire des hypothèses sur la « forme » de N ... : les rétroactions du milieu permettent uniquement d'accéder à la plausibilité de la forme « multiple de trois » ; le modèle de N multiple de trois (ce à quoi parviennent généralement les élèves) n'est pas réfutable, un tableur peut emporter la conviction sur ce modèle. Mais seule une preuve pré-algébrique peut assurer l'irréfutabilité infinie grâce à la puissance de la notation symbolique littérale, c'est-à-dire assurer la nécessité épistémique.

Les élèves mettent en œuvre pour ce problème retourné une démarche expérimentale, avec un consensus possible sur des protocoles expérimentaux. On voit aussi les limites en termes de relation à la vérité, puisque la preuve mathématique utilise des connaissances hors du champ usuel de l'école primaire.

La démarche expérimentale mathématique pourrait être ainsi étalonnée, en termes de relation à la vérité : en effet du cycle 3 au collège, l'accumulation progressive des connaissances des élèves générée par les programmes permet une dialectique entre preuves par plausibilité et preuves par nécessité. Le problème qui précède est un exemple qui permet l'évolution de la preuve par plausibilité à la preuve par nécessité. Mais d'autres étalonnages seraient aussi possibles (Houdement 2009). Il me semble là qu'une des questions cruciales serait de construire une liste et des « organisations » de tels problèmes pour une année, voire un cycle.

IV. LA DEMARCHE EXPERIMENTALE, UNE CONNAISSANCE CACHEE EN RESOLUTION DE PROBLEMES ORDINAIRES

Je ne m'intéresse pas dans cette partie aux problèmes dont l'enseignant sait qu'a priori l'élève pour le résoudre devra construire une stratégie originale, je parle de problèmes numériques ordinaires dans la classe, à faire individuellement, donnés sous forme de textes par l'enseignant pour évaluer le réinvestissement de connaissances supposées apprises (par exemple les quatre opérations). Lors d'une recherche exploratoire visant à débusquer des connaissances ignorées (des didacticiens et/ou des institutions, Castela 2008) en résolution de problèmes mathématiques ordinaires en cycle 3⁸ (Houdement 2006, 2011), dont la méthodologie repose sur des entretiens individuels différés par rapport à une résolution individuelle en classe, j'ai remarqué la façon avec laquelle, dans le cadre de la résolution, les élèves étaient amenés à jouer avec des hypothèses (notamment sur le type d'opérations à utiliser) qu'ils contrôlaient par ou malgré leur évocation de la réalité, par ou malgré leurs connaissances mathématiques. J'ai ainsi repéré trois natures d'inférences et/ou de contrôle que j'ai qualifiées (Houdement 2006, 2011) de *sémantique*, *pragmatique* et *syntactique*. Le choix des qualificatifs de *sémantique*, *syntactique* et *pragmatique* résulte sans doute de résonances avec des lectures de psychologie cognitive et de didactique, mais je ne connais pas de référence les utilisant conjointement et dans ce sens. Par contre l'expression inférences et/ou contrôles cherche à expliciter l'idée d'un véritable processus de contrôle pour anticiper la validation, au sens de Margolinas (1993 p. 213), développé par Coppé (1995, p. 30) et étudié par Burgermeister et Coray (2008).

Les inférences et contrôles peuvent donc être de :

- nature *sémantique* : c'est l'interprétation liée à la représentation que l'élève se fait du problème (au sens de Julio 1995) qui déclenche des associations de type « partager

⁸ les trois dernières années (CE2, CM1, CM2) d'école primaire, accueillant des élèves de 8 à 12 ans

c'est diviser » ; « fois c'est multiplier ». Ce type d'interprétation se place souvent en amont du choix d'un calcul, mais pas seulement.

Les autres raisonnements se situent davantage après qu'un calcul ait été mené à terme ; en ce sens ils aident à accepter ou réfuter l'inférence première.

- nature pragmatique : c'est la connaissance de la réalité évoquée par le texte du problème (notamment l'ordre de grandeur des résultats) qui conforte ou entre en conflit avec le résultat calculé et pousse l'élève à commencer un autre calcul. Ce type de raisonnement joue le rôle de contrôle du calcul.
- nature syntaxique : le contrôle s'exerce alors sur les nombres et les écritures mathématiques, indépendamment de la signification que ces écritures ont par rapport au texte du problème ou des grandeurs en jeu ; ces contrôles résultent de théorèmes-en-acte sur les mathématiques.

Prenons l'exemple texte suivant pour illustrer ces natures d'inférences et de contrôles : « Un commerçant dans l'habillement passe une commande de 2350 euros pour un lot de 130 chemisiers pour 1600 euros et 25 pulls. Il souhaite un bénéfice de 30% minimum à la vente. Quels seront les prix minimum de vente d'un chemisier, d'un pull ? »

Un élève qui calcule 1600 divisé par 130 fait une inférence sémantique. S'il trouve 12 et se donne la peine de vérifier la pertinence de 12 comme quotient de 1 600 par 130, nous parlerons d'un contrôle syntaxique. S'il réfléchit au fait que 12 euros est un prix « raisonnable » pour un chemisier, il effectue un contrôle pragmatique. Remarquons qu'un contrôle n'assure pas toujours la bonne réponse (ou la réponse optimale, dans ce cas précis 12,31 euros).

Voici trois exemples où ces inférences/contrôles s'exercent.

Ludivine CM2 (10-11ans), à l'occasion d'un problème où il s'agit de trouver un nombre d'œufs pour 8000 brioches :

CH : on a besoin de 3 œufs pour une brioche et on fait 8000 brioches.

Ludivine : c'est un partage.

CH : c'est un partage ? tu fais un dessin si tu veux.

Ludivine : oui il faut que je fasse 3 œufs pour une brioche etc.

CH : bon ça va faire combien d'œufs, 3 œufs pour une brioche, combien pour 8000.

Ludivine : je sais pas // c'est une multiplication ?

CH : c'est un partage ou une multiplication ?

Ludivine : (*silence, puis lentement*) si on fait une division on va peut-être trouver moins / que si on fait une multiplication on va trouver plus.

CH : alors ?

Ludivine : bah une multiplication.

Ludivine a repéré que le problème relève des structures multiplicatives, mais elle n'infère pas l'opération à partir du contexte (pas d'inférence sémantique fine) ; elle montre qu'elle teste chaque opération par des connaissances liées à la multiplication et à la division des entiers pour finalement décider de l'opération, donc par un contrôle syntaxique.

Nicolas CE2 (8-9ans) à l'occasion d'un problème :

CH : d'accord / je vais te poser une autre question / quand tu décides de faire un problème/ tu vas directement vers 414-78 / ou tu fais quelque chose avant.

Nicolas : je fais quelque chose avant quand même / j'essaie de faire des plus / des multiplications.

CH : d'accord ; et comment tu sais que tu dois choisir plus / ou multiplié ?

Nicolas : j'essaie comme ça.

CH : t'essaie comme ça / et comment tu sais si ça va ou si ça va pas ?

Nicolas : Bah quand je vois que le nombre est trop grand ou trop petit ou que ça me paraît un peu trop.

Nicolas déclare tester des opérations et contrôler par l'ordre de grandeur du résultat : c'est plutôt un contrôle pragmatique qui lui permet de trancher.

Deborah CM2 (10-11ans) cherche le poids d'une table après avoir relevé la masse de 25 tables, 300 kg :

CH : Est-ce qu'avec ces deux phrases là : 25 tables et 300 kg on peut trouver le poids d'une table ?

Deborah [*hésitante*] : Oui / Enfin...

CH : Si tu as besoin d'un papier...

Deborah [*en regardant CH*] : Je vais faire 300 divisé par 25.

CH : Tu fais ce que tu penses / Je sais pas moi / Le papier c'est ton brouillon.

Deborah [*elle pose la division 300 par 25*] : On trouve 12.

CH : Alors qu'est-ce que c'est 12 ?

Deborah : Le poids d'une table.

CH : Es-tu sûre de ça ?

Deborah : Non, ça m'étonnerait.

CH : Pourquoi ça t'étonnerait ?

Deborah : Bah, c'est beaucoup / C'est pas assez je veux dire. (...)

CH : Avec ce renseignement-là, 25 tables 300 kg, t'as fait quelque chose, est-ce que tu as confiance dans ce que tu as fait ou tu doutes un petit peu ?

Deborah : Bah, je doute un petit peu.

CH : Tu doutes un peu parce que tu trouves que c'est pas assez 12 pour une table ? Est-ce que tu doutes de l'opération que tu as faite ?

Deborah : Bah, no...non.

CH : Tu penses que c'est l'opération qui va te permettre de trouver le résultat ?

Deborah : Oui je pense.

CH : Pourquoi tu penses que c'est l'opération qui va te permettre de trouver le résultat ?

Deborah : Bah, parce qu'on peut faire une multiplication / 300 multiplié par 25, c'est pas possible / C'est beaucoup trop / Ni une soustraction / Donc je pense faire une division / Et aussi parce qu'il faut partager / Il faut / Oui, faut partager.

Deborah reconnaît que le problème relève d'une division (inférence sémantique), mais elle reste sceptique sur l'ordre de grandeur du résultat obtenu (le résultat trouvé pour le poids d'une table) : la confrontation à ce qu'elle sait du réel (ses connaissances pragmatiques) lui font douter du choix de l'opération. Le choix de l'opération devient alors une hypothèse réfutable par des arguments de l'ordre du réel. C'est en se détachant de la réalité, par un contrôle sémantique qu'elle conclut correctement.

Les élèves face aux problèmes numériques ordinaires de réinvestissement se comportent comme s'ils étaient confrontés à une question de modélisation, les opérations étant les modèles. Certes leurs connaissances des problèmes (leur mémoire des problèmes, dirait Julo 1995) leur permet d'inférer rapidement une opération, mais c'est un jeu de contrôles qui leur permet de conclure, contrôles desquels la réalité n'est pas exclue. J'interprète ces stratégies comme des intégrations de démarches expérimentales en mathématiques : plutôt que de recourir à des stratégies analogiques en cherchant par exemple à dessiner la situation, ces élèves testent un modèle qu'ils savent globalement opérationnel dans les problèmes

numériques. Mon étude montre que ce n'est que lorsque la réfutation des opérations ne va pas de soi que les élèves (re)passent à des stratégies analogiques.

Ces remarques n'appellent pas de généralisation hâtive, elles montrent juste l'existence de tels raisonnements chez les élèves. S'agit-il d'un effet enseignant puisque les élèves qui ont mis cela en œuvre relevaient du même enseignant, responsable de trois niveaux (CE2, CM1, CM2) ? Cependant, après entretien avec l'enseignant, celui-ci n'a pas de souvenir d'avoir explicitement mentionné cette démarche pour les mathématiques (par contre il avait l'habitude de confronter ses élèves à des problèmes de recherche). S'agit-il d'une connaissance auto-construite par les élèves, par adaptation aux mathématiques de démarches utilisées dans d'autres disciplines ? Je ne peux pas répondre. J'ajoute que des collègues didacticiens des mathématiques m'ont confirmé se souvenir avoir employé cette stratégie de test d'opérations dans les problèmes scolaires.

V. CONCLUSION

Les programmes affirment, le temps d'une réforme (par exemple Programmes de collège pages 4-5, MEN 2008) l'existence d'une démarche, la démarche d'investigation, qui pourrait recouvrir à la fois l'entrée dans les mathématiques et les autres sciences et sans doute aussi l'enseignement de ces disciplines. Cette déclaration institutionnelle, d'ordre sur-didactique, pour le moment non scientifique, est à questionner.

Peut-on trouver des relations entre les démarches de résolution des questions de mathématiques et de sciences, notamment à l'école primaire et au collège ? Ce texte vise à montrer que la ressemblance actuellement accessible entre mathématiques et sciences se situerait plutôt du côté de la démarche expérimentale, dont il semble que l'utilisation autonome par les élèves soit possible, pour peu qu'ils aient compris les différents rapports à la réalité qui se jouent dans les diverses sciences. Cette démarche expérimentale pourrait être apprise et mise à l'œuvre par les élèves à l'occasion de la résolution de certains problèmes mathématiques « pour chercher ». Il semblerait que cette démarche soit aussi investie, au moins par certains élèves, et à bon escient, dans les problèmes ordinaires. L'étude du rapport à la réalité qu'entretiennent les enseignements des différentes disciplines scientifiques pourrait devenir un autre objet transactionnel de comparaison entre disciplines. Mais un gros travail reste à faire pour que les enseignants eux-mêmes soient conscients de ces ressemblances et différences.

Je voudrais terminer cette modeste contribution au GT10 en revenant sur la nécessité de penser l'accompagnement, en particulier des professeurs des écoles, par des recherches d'invariants (et de spécificités) dans les démarches d'enseignement des différentes disciplines, notamment scientifiques. Cet article est une contribution à cette réflexion, en amont des questions de formation.

RÉFÉRENCES

- Blanchon D. (2005) L'apprentissage de la démarche scientifique, est-ce bien raisonnable ? *Grand N* 75, 59-76.
- Bloch I. (2005) Dimension adidactique et connaissance nécessaire. Un exemple de « retournement » d'une situation. In *Actes du colloque Guy Brousseau. Sur la théorie de situations didactiques* (pp. 143-152) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau G. (1970-1990, édition 1998) *Théorie de situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

- Burgermeister P.-F., Coray M. (2008), Processus de contrôle en résolution de problèmes dans le cadre de la proportionnalité des grandeurs : une analyse descriptive. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 28/1, 63-106.
- Castela C. (2008 dir., Contribution à une approche didactique des implicites scolaires : la problématique des enjeux ignorés d'apprentissage. *Les Cahiers de l'IUFM* 7. Université de Rouen.
- Coppé S. (1995) Types de connaissances mises en œuvre par les élèves dans la détermination de la composante publique du travail. In *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 129-144) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Coquidé M., Giordan A. (2002) *L'enseignement scientifique et technique à l'école*. Paris : Éditions Delagrave.
- Diaz T. (2009) La dimension expérimentale en mathématiques. Un exemple avec la situation des polyèdres. *Grand N* 83, 63-83.
- Drouard F. (2008) La démarche d'investigation dans l'enseignement des sciences. *Grand N* 82, 31-52.
- Drouhard J.-P. (2011) L'épistémographie, mise au point d'un outil au service de la didactique. *Séminaire National de Didactique des mathématiques*. Paris 14 mai 2011-
- Gibel P. (2008) Analyse en théorie des situations d'une séquence destinée à développer les pratiques de raisonnement en classe de mathématiques à l'école primaire. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 13, 5-40.
- Godot K. (2006) La roue aux couleurs : une situation recherche au cycle 3. *Grand N* 78, 31-52.
- Gravier S., Payan C., Colliard M.N. (2008) Maths à modeler. Pavages par des dominos. *Grand N* 82, 53-68.
- Groupe élém IREM Besançon (2005) La conduite en classe d'une situation de recherche : un exercice périlleux. *Grand N* 76, 65-74.
- Julo J. (1995) *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Hersant M. (2008) Problèmes pour chercher, des conduites de classe spécifiques. *Grand N* 81, 57-76.
- Houdement C. (2006) Trouver ou ne pas trouver : ce qui peut faire la différence entre élèves dans la résolution de problèmes arithmétiques ordinaires. *Cahier DIDIREM* 54. IREM de Paris 7.
- Houdement C. (2009) Une place pour les problèmes pour chercher. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 14, 31-60.
- Houdement C. (2011) Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 16, 67-96.
- Kuhn T.S. (1962) *The structure of scientific revolutions*. Traduction La structure des révolutions scientifiques 1983. Paris : Flammarion.
- Laugier A. (2006) Mettre en œuvre la démarche d'investigation : la matérialité de l'air au cycle 3. *Grand N « À l'école des sciences »* Tome 1, 45-64.
- Margolinas, C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Margolinas C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur. Essais de développement de la théorie des situations didactiques*. Note de synthèse HDR. Université de Provence.
- MJER-DESCO (2002) Documents d'application des programmes. Mathématiques 2002. Cycle 2.
- MEN (2008) *Programmes du collège: mathématiques*. Bulletin Officiel Spécial n°6 du 28 août 2008.

- Perrin D. (2007) L'expérimentation en mathématiques. *Actes du Colloque COPIRELEM* (Dourdan). IREM de Paris Diderot. Voir aussi *petit x* 73, 6-34.
- Robert C. et Houdement C. (2005) *La spécificité de la démarche d'investigation en mathématiques*. Conférence Rencontres Nationales La Main à la Pâte (St Etienne).
- Thomas Y. (2007) Gommettes et étiquettes, des problèmes pour chercher. *Grand N* 80, 29-42.

ANNEXE 1

Extrait de Drouard F. (2008) La démarche d'investigation dans l'enseignement des sciences. *Grand N* 82, 31-52. P. 38

Le protocole propre à l'expérimentation comporte des points de passage obligés :

- Définir les objectifs de l'expérience, donc savoir ce qu'on cherche.
- Se représenter ce qui va se passer, quel est l'état de départ, quel sera l'état de fin, sur quoi on va agir et comment (un seul paramètre à la fois), ce qui pourra se passer et comment on va s'en rendre compte (existence d'un témoin de l'état de départ).
- Prévoir le dispositif expérimental et dresser la liste du matériel nécessaire.
- Préciser la succession des étapes de l'expérience.
- Prévoir les conditions de l'observation des résultats (et des mesures s'il y en a).

C'est généralement dans des situations de défis que les élèves vont peu à peu sentir la nécessité d'établir des protocoles précis qui, seuls, permettent de comparer les résultats obtenus. (...)

ANNEXE 2

Extrait de Mjer-Desco (2002) Documents d'application des programmes. Mathématiques 2002. Cycle 2 P. 13

La résolution de problèmes correspond à différents enjeux. Les problèmes de recherche, c'est-à-dire ceux pour lesquels aucune démarche préalablement explorée n'est disponible, placent les élèves en situation d'élaborer des procédures de résolution personnelles dont l'explicitation et la confrontation constituent des moments essentiels du travail mathématique. Certains de ces problèmes sont aménagés par l'enseignant pour permettre la construction de connaissances nouvelles ou favoriser une évolution dans la connaissance de notions déjà rencontrées. D'autres problèmes sont destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement.

Extrait de Mjer-Desco (2002) Documents d'application des programmes. Mathématiques 2002. Cycle 3. P. 13

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- des problèmes de recherche, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée : certains de ces problèmes sont utilisés pour permettre la construction de connaissances nouvelles, d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de chercher, d'élaborer une solution originale ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs dans des situations d'application et de réinvestissement ;
- des problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances dans des situations plus complexes.