HAL open science

LES TRIANGLES SEMBLABLES EN CLASSE DE SECONDE : DE L'ENSEIGNEMENT AUX APPRENTISSAGES

Julie Horoks

To cite this version:

Julie Horoks. LES TRIANGLES SEMBLABLES EN CLASSE DE SECONDE : DE L'ENSEIGNEMENT AUX APPRENTISSAGES. Recherches en Didactique des Mathematiques, 2008, 28 (3), pp.379-416. hal-03202391

HAL Id: hal-03202391

https://hal.science/hal-03202391v1

Submitted on 18 Mar 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LES TRIANGLES SEMBLABLES EN CLASSE DE SECONDE : DE L'ENSEIGNEMENT AUX APPRENTISSAGES

Julie Horoks*

ABSTRACT

This work concerns the link between what mathematics teachers teach about similar triangles during the first year of the *lycée* and what their pupils might learn from those lessons. To understand that link, we analyze all the lessons on similar triangles from five classrooms in relation to the pupils' performance on a final exam. Comparing the exercises on the exam with all those done during the similar triangle lessons and taking into account the development of class activities, we attempt to understand how and why the pupils failed or succeeded on the exam. That leads us to analyze similar triangles as a mathematical and educational object. The study also enables us to compare practices in teaching similar triangles and to draw some conclusions about regularity and variety in teachers' practices.

RESUMEN

Este trabajo trata de la relación entre los contenidos y el desarrollo de la enseñanza de la semejanza de triángulos en clase de *seconde* (15-16 años), y de los aprendizajes que se desprenden.
Para realizar este estudio, analizamos las sesiones dedicadas al tema de la semejanza de triángulos en cinco clases de *seconde* y lo relacionamos con los resultados de los alumnos en un examen sobre esta noción. Comparando los ejercicios del examen con todos los que se trabajaron anteriormente en clase durante el estudio del tema, y teniendo en cuenta sus desarrollos efectivos, hemos intentado entender cómo y por qué los alumnos fracasan o no en el examen. Esto nos conduce a estudiar tanto los contenidos matemáticos enseñados como su lugar en los programas y libros de texto.
Este procedimiento también nos ha permitido sacar conclusiones sobre las regularidades y las variaciones de las prácticas docentes sobre este tema.

---

* IUFM de Créteil, université Paris 12, équipe DIDIREM, Université Paris-Diderot,
jhoroks@gmail.com

RÉSUMÉ

Ce travail porte sur la relation entre les contenus et le déroulement de l'enseignement des triangles semblables par le professeur de mathématiques en classe de seconde, et les apprentissages qui pourraient en découler chez ses élèves.
Pour réaliser cette étude, nous analysons les séances portant sur le chapitre des triangles semblables dans cinq classes de seconde et les mettons en relation avec les résultats des élèves à un contrôle sur cette notion. En comparant les exercices du contrôle avec tous ceux qui ont pu être cherchés en classe précédemment au cours du chapitre, et en tenant compte des déroulements effectifs, nous essayons de comprendre comment et pourquoi les élèves échouent, ou réussissent, au contrôle. Cela nous amène à étudier les contenus mathématiques enseignés, mais aussi leur place dans les programmes scolaires et les manuels.
Cette démarche nous a permis aussi de tirer des conclusions sur les régularités et les variations des pratiques enseignantes sur ce chapitre.

Mots-clés : Triangles semblables, pratiques enseignantes, tâches, activités, déroulement, contrôle.

INTRODUCTION

Dans cet article, nous nous penchons sur une question déjà maintes fois posée par les didacticiens des mathématiques, puisque nous nous demandons comment ce qui est proposé par un enseignant en classe, sur une notion donnée, peut influencer les apprentissages des élèves. Cet article rend compte de mon travail de thèse (Horoks, 2006) dans lequel certains axes des analyses présentés ici sont détaillés plus largement.

L'idée de cette étude est partie d'un constat étonnant, et largement relayé par la presse depuis quelques années, selon lequel un nombre important et croissant d'élèves ont recours au soutien extrascolaire au cours de leur scolarité, en particulier en mathématiques. Ce phénomène nous a amenée à nous interroger sur les causes de cette forte demande, et donc à chercher quels pouvaient être les besoins des élèves qui font usage de ce type de cours[1]. Ceux-là vont probablement pour une grande part chercher – et trouver – dans les cours particuliers des éléments qui leur ont fait défaut au préalable en classe, que ce soit sur un contenu mathématique ou en termes de méthode de travail.

Bien évidemment, nous sommes consciente que la qualité de l'effort fourni par ces élèves en classe peut être à l'origine de l'échec qui les a amenés à solliciter un soutien extérieur[2]. Mais il s'avère que la clientèle des cours particuliers est très large, et comprend aussi, de l'école primaire au lycée, un grand nombre de bons élèves. Pour essayer de comprendre ce phénomène, sans remettre en cause le travail des professeurs, nous devons examiner la possibilité qu'il ait pu manquer quelque chose à ces élèves, dans le travail en classe, pour que les connaissances visées, et manifestement non assimilées, soient acquises.

Ainsi nous focalisons notre étude sur ce qui se passe effectivement en classe – et qui reste accessible à un travail de recherche – pour essayer d'appréhender les manques éventuels pour certains élèves, en termes de tâches proposées par exemple. Nous essayons de relier ces manques aux apprentissages qui n'ont visiblement pas eu lieu pour ces élèves. En comparant l'offre faite par plusieurs enseignants sur une même notion mathématique, et en analysant ce que leurs élèves en

---

1. Il y a certainement aussi des raisons sociales à ce phénomène, que nous n'explorerons pas ici.

2. De même que le manque de travail personnel en dehors de la classe.

auront retenu, nous espérons pouvoir apprécier l'influence de ce qui s'est passé en classe sur les apprentissages qui pourraient en découler.

Dans la première partie, nous exposons la problématique adoptée dans ce travail et nos hypothèses, afin d'élaborer une méthodologie générale nous permettant de tirer parti de nos observations. Nous donnons dans la deuxième partie une brève analyse de la notion mathématique retenue pour cette étude, et précisons dans la troisième partie notre méthodologie particulière, en l'illustrant par des exemples tirés de nos analyses de séances. Nous donnons les résultats les plus importants de cette recherche dans la quatrième partie et les discutons en conclusion.

MISE EN PLACE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Notre objectif est donc d'approcher les apprentissages des élèves, visés par un professeur, sur un contenu mathématique donné, à partir des déroulements des séances en classe portant sur ce contenu, et par la suite, de contrôler cet apprentissage éventuel pour l'ensemble des élèves.

1. Cadre théorique

Les apprentissages individuels n'étant pas directement accessibles, nous allons présenter les hypothèses que nous utilisons pour les caractériser et nous donner des moyens de les évaluer, en relation avec ce qui a été fait en classe. Nous adoptons la perspective, partagée par beaucoup de didacticiens, suivant laquelle les apprentissages se font, au moins en partie, par l'intermédiaire des activités provoquées par l'enseignant en classe. Nous nous plaçons pour cela dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002, 2005), à l'articulation de théories générales de l'apprentissage[3] (Rogalski 2005).

Le terme d'*activités* réfère à tout ce que l'élève fait (dit, écrit, pense…) ou ne fait pas. Nous le distinguons du terme de *tâche*, qui correspond à la description du travail mathématique demandé dans l'énoncé, et que nous détaillons en énumérant les connaissances mathématiques qui interviennent et la manière dont elles doivent être utilisées. Nous parlerons en fait d'activités provoquées par les *sous - tâches*, définies par l'énoncé lui-même ou par la reformulation de celui-ci par l'enseignant.

---

3. En particulier celles de Piaget et Vygotski.

Les activités sont les intermédiaires que nous choisissons pour décrire l'enseignement dispensé. Elles sont liées à ce qui a été donné à faire aux élèves par l'enseignant, et découlent donc des tâches proposées (portant sur les contenus mathématiques enseignés), mais aussi des interventions de l'enseignant pendant la résolution des ces tâches. Elles dépendent aussi du niveau de la classe observée. L'exposé de notre méthodologie, ci-dessous, précise la manière dont nous analysons et classons les différentes utilisations possibles des connaissances mathématiques. Pour cela nous empruntons, en l'adaptant, la méthodologie des travaux de Robert (2003).

Pour analyser les activités provoquées par un énoncé, nous tenons compte de la complexité de la tâche, et nous regardons en particulier si elle est *simple* et *isolée*, ou au contraire si elle nécessite des adaptations des propriétés du cours utilisées, ou des mélanges de plusieurs propriétés. En général, des adaptations sont nécessaires avant de pouvoir appliquer les théorèmes vus dans le cours.

Nous avons retenu quatre grands types d'adaptations possibles, qui constituent différents *niveaux de mise en fonctionnement* des propriétés (notés NMF par la suite dans les grilles d'analyse), classés par ordre de complexité selon nous :

- la simple reconnaissance des modalités d'application d'un théorème ;
- la nécessité de faire des calculs intermédiaires (par exemple nommer un point, donner la valeur d'un angle) ;
- la nécessité d'introduire des étapes (dans le calcul ou la démonstration) non indiquées par l'énoncé ;
- la nécessité de faire des choix (méthode, point de vue, etc.).

Nous avons pris en compte d'autres variables liées à la notion étudiée, en particulier :

- les connaissances anciennes pouvant intervenir (géométriques ou algébriques) ;
- la configuration géométrique dans laquelle se situe l'exercice.

Pour justifier ces choix, il nous faut préciser que nous avons pris en compte tout ce qui nous paraissait avoir une influence en termes d'activités pour les élèves, parmi les textes des exercices proposés[4].

---

4. Par exemple, nous avons choisi de retenir la variable « configuration géométrique » suite à l'analyse des manuels scolaires exposée plus loin, car nous avons constaté qu'à différentes configurations étaient associés généralement différents types de tâches, connaissances anciennes, et niveaux de mise en fonctionnement.

Les activités des élèves dépendent des choix de l'enseignant, en termes d'énoncés mais aussi de déroulement. Cela nous donc a amenée à nous intéresser aux pratiques effectives des enseignants, du point de vue des effets qu'elles peuvent avoir sur les apprentissages des élèves. Par pratiques, nous désignons tout ce que l'enseignant fait avant, pendant et après la classe, en rapport avec la classe. Nous retiendrons ici plus particulièrement les activités de l'enseignant en classe, qui dépendent aussi évidemment de choix faits au préalable.

Nous savons déjà que les pratiques des professeurs diffèrent, par exemple en ce qui concerne les discours qu'ils tiennent aux élèves (Pariès, 2004), ou encore les validations qu'ils proposent ou non dans les phases de conclusions (Margolinas, 1992), et nous nous doutons que cela peut avoir des rôles différents dans les apprentissages[5]. Pour décrire ces pratiques et les mettre en regard des progrès observés des élèves, nous analysons systématiquement ce qui est proposé par le professeur (contenus et gestion réelle de la classe), et tentons d'évaluer les connaissances qui peuvent en découler chez les élèves. Ainsi pouvons-nous comprendre comment les acquisitions (même provisoires ou partielles) dépendent de ce qui a été fait au préalable en classe.

Pour affiner notre analyse des activités des élèves, nous avons donc essayé de regarder précisément, pour une certaine tâche proposée par le professeur, comment ses interventions redéfinissaient la tâche initiale – en la simplifiant ou bien en la modifiant à l'aide de l'introduction d'éléments nouveaux – et donc ce qui a pu constituer – toujours a minima et a maxima – les activités des élèves sur cet ensemble de sous - tâches, redéfinies à partir de la tâche initiale par les aides de l'enseignant. Cela nous permet de repérer en particulier ce qui a été pris en charge par le professeur, ainsi que ce qui a pu faire l'objet d'un travail autonome des élèves. Nous prenons donc en compte pour chaque tâche analysée :

- le temps passé sur chaque tâche, et sur les différentes étapes de l'activité ;
- les formes de travail adoptées (magistral, en groupe ou individuel) ;
- les aides dispensées par le professeur, et la façon dont elles viennent modifier la tâche prescrite (à quel moment de l'activité elles interviennent, et si elles en changent ou non la nature).

---

5. Il y a d'autres facteurs qui interviennent, que nous évoquerons, mais sans les prendre en compte dans notre recherche.

Finalement, ce sont les adaptations, l'autonomie et les initiatives laissées aux élèves qui nous intéressent, et nous permettent de déterminer au plus près leurs activités potentielles en classe. Par exemple, la prise en compte des temps de silence du professeur nous indique une recherche individuelle potentielle pour les élèves[6]. Bien évidemment, on parlera plutôt d'activités a minima et a maxima, car nous nous doutons que les activités effectuées ne sont pas les mêmes pour tous les élèves, et sont fonction, entre autres, de l'engagement qu'ils peuvent avoir dans leur travail scolaire.

En réalisant cette analyse pour chacune des tâches proposées, nous pouvons avoir une idée plus précise des activités potentielles des élèves en classe et donc une analyse d'autant plus fine des résultats du contrôle en relation avec ce qui, en classe, a pu provoquer ou non un apprentissage. Une telle analyse nous donne par ailleurs un aperçu des différentes pratiques enseignantes sur cette notion.

L'analyse des énoncés proposés et des déroulements effectifs du travail réalisé sur ces énoncés en classe, nous permet de déterminer les activités possibles ou vraisemblablement impossibles pour la classe, mais nous ne pouvons pas dire ce qui se passe précisément pour chaque élève. En fait, nous n'allons pas jusqu'aux activités effectives de chaque élève, et donc peut-être pas jusqu'à ce qui a pu leur manquer en classe pour qu'un certain apprentissage se fasse.

Cependant, nous pouvons mettre en relation ces activités possibles avec les résultats de chaque élève aux évaluations réalisées par le professeur et préparées par tout ce qui a été fait en classe. Comme témoin des apprentissages enclenchés à la suite de l'enseignement observé, nous choisissons donc de relever les résultats des élèves au contrôle sanctionnant la fin du chapitre. Nous savons que c'est seulement un témoin partiel, mais ce choix nous permet tout de même d'interroger, à travers les résultats des élèves, les apprentissages qui ont pu se produire suite à l'enseignement, et réciproquement.

2. Choix de la notion

Dans un premier temps, pour pouvoir réaliser une comparaison entre plusieurs classes, il nous a paru judicieux de choisir une même notion mathématique à observer. Pour pouvoir établir, à partir des observations, des liens entre ce qui se passe en classe et les apprentissages éventuellement engendrés, il nous fallait observer l'intégralité des

---

6. Mais cela peut se discuter : les élèves peuvent être actifs pendant que le professeur parle (tout dépend de ce qu'il dit) et ne pas l'être quand il se tait (et attendre).

séances portant sur un chapitre entier du programme de mathématiques, et donc trouver une notion dont l'enseignement pourrait être circonscrit à un nombre raisonnable de séances en classe. Ce choix devait aussi nous permettre de minimiser l'apport des connaissances plus anciennes, en privilégiant une notion nouvelle pour laquelle les apprentissages se font essentiellement dans les classes observées. Nous avons donc choisi de nous intéresser aux triangles semblables en classe de seconde[7].

Ce choix est aussi dû à une part de hasard. Il ne nous a pas été facile de trouver des professeurs acceptant de nous laisser filmer leurs cours. Mais il nous a paru intéressant de conserver cette notion (traitée par le premier d'entre eux) pour nos observations suivantes. Ce choix de notion n'évacue pas totalement les connaissances mathématiques antérieures, puisqu'il est présenté par les programmes comme un prétexte à la révision de la géométrie du collège. Nous essayons cependant de distinguer les apprentissages liés aux propriétés nouvelles. Ceci dit, ce choix n'est pas sans conséquence, et c'est pourquoi une analyse de la notion de triangles semblables s'impose[8], pour mieux comprendre sa place, son rôle et son intérêt dans les mathématiques enseignées aux élèves, et enfin pour mieux interpréter les choix faits par les professeurs observés.

L'étude du traitement de la notion de triangles semblables dans les programmes scolaires depuis le début du XXème siècle nous a permis de constater que la notion disparaissait des programmes en 1970, avec la réforme des mathématiques modernes, et ne réapparaissait qu'en 2000, peu avant nos observations, au programme de la classe de seconde.

Nous pouvons nous demander comment les professeurs vont gérer la nouveauté de cette notion dans leur classe[9], si la réintroduction récente de la notion a une influence sur les pratiques enseignantes observées, et donc sur ce qui peut manquer aux élèves en classe – en matière de justification ou de tâches proposées par exemple.

Du point de vue du chercheur, il nous faut nous demander comment cette nouveauté relative va influer sur les résultats que nous pourrons obtenir à l'issue de cette recherche. Qu'est-ce qui est lié au

---

7. Première année du Lycée. Elèves âgés de 15 à 16 ans environ.

8. Que nous ne détaillerons pas ici car elle mériterait un article à elle seule !

9. Les enseignants observés ont tous eu l'occasion d'aborder cette notion en tant qu'élèves, et il aurait pu être intéressant pour nous de réaliser aussi des observations chez des enseignants pour lesquels cela n'a pas été le cas.

fait que la notion est récente ? Il serait certainement intéressant de suivre l'évolution des pratiques enseignantes sur cette notion, dans le cas où les programmes scolaires resteraient inchangés.

L'analyse de la notion choisie, en tant qu'objet mathématique mais aussi objet d'enseignement, s'est avérée indispensable pour mieux comprendre les choix des professeurs, mais ne nous dispense pas d'une discussion sur la généralisation possible de nos résultats à d'autres types de notions.

3. Problématique

Dans notre cadre théorique, nous admettons que les apprentissages sont en partie provoqués par les activités mathématiques, caractérisées par l'utilisation qui est faite des connaissances en cours d'acquisition. Cette utilisation est spécifiée par différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, provoquant des activités différentes en regard de notre cadre théorique.

Nous savons qu'il y a une différence entre le travail mathématique fait en classe à partir des énoncés, et les activités réelles des élèves, mais nous n'y avons pas accès. En revanche, nous considérons que la reconstitution que nous faisons de ce qui se passe en classe, à partir d'éléments de la pratique de l'enseignant, en termes de tâches proposées et de déroulements est une approximation légitime des activités possibles des élèves. Ce que nous repérons pour décrire ce qui se passe en classe est défini à partir de variables précisées par notre cadre théorique comme ayant une influence sur les activités et les apprentissages, telles que la nature du travail organisé, les aides dispensées, la diversité et la succession des tâches proposées, etc.

Lorsque nous aurons réussi à caractériser ce qui a été proposé par le professeur en classe sur les triangles semblables nous chercherons à en mesurer l'impact sur les résultats des élèves à un contrôle sur cette notion. Nous pouvons, grâce à notre analyse des séances en classe, déterminer pour chaque connaissance évaluée lors du contrôle l'intégralité du travail proposé sur ce sujet au préalable ainsi que les conditions de ce travail. Le travail des élèves dépend entre autres des habitudes de travail de la classe, et leurs résultats dépendent de l'énoncé du contrôle composé par le professeur[10], ce sont des éléments variables selon les classes.

---

10. Il aurait été intéressant pour nous d'intervenir dans le choix des exercices du contrôle, mais à cause des contraintes de temps, cela ne nous a pas été possible.

Pour tenter de préciser cette influence, nous pouvons chercher plus spécifiquement s'il existe des organisations du travail en classe qui semblent engager différemment les apprentissages des élèves. En comparant plusieurs gestions possibles de la classe, lors de séances portant sur un même contenu mathématique, nous voudrions pouvoir déterminer celles qui semblent bénéfiques à certains apprentissages, en favorisant par exemple l'acquisition d'une propriété visée pour un plus grand nombre d'élèves. En cas d'échec, nous pouvons alors nous demander ce qui a pu manquer aux élèves en classe pour que soit amorcé leur apprentissage, et essayer de dégager des types de manques. Cela nous permet éventuellement de dégager des conditions qui amènent à la réussite d'un certain nombre d'élèves, en considérant leurs résultats au contrôle.

4. Les limites du cadre

Bien évidemment, les apprentissages ne se font pas seulement à travers ce qui se passe en classe, et il faudrait en particulier tenir compte de l'influence d'un temps plus long sur les connaissances des élèves (Vergnaud, 1981), par exemple en étudiant des contrôles posés plus longtemps après les séances en classe, ce qui ne nous a pas été possible ici[11].

Il nous faudrait prendre en compte d'autres facteurs qui pourraient aussi avoir une influence sur les apprentissages des élèves, tels que les aides extérieures que certains d'entre eux peuvent recevoir dans leur travail personnel (par un membre de leur famille ou des cours particuliers) ou encore l'état des connaissances mathématiques des élèves antérieures à celles qui nous intéressent ici, qui ont déjà fait l'objet d'un enseignement, et qui peuvent intervenir dans la formation des connaissances nouvelles. Il nous faudrait tenir compte aussi du niveau de l'établissement et de la classe, de l'origine sociale des élèves, de l'enjeu que ceux-ci mettent dans leurs études, de différents éléments affectifs, etc. Cependant, il serait impossible pour nous de mesurer l'influence de ces différentes variables, ni même parfois de les observer pour pouvoir en faire l'analyse.

---

11. Nous avons pu relever un deuxième contrôle un mois après la fin du chapitre, dans l'une des classes seulement. Les résultats des élèves étaient moins bons que lors du premier contrôle.

Par nos choix méthodologiques, nous avons tout de même essayé de limiter les facteurs extérieurs[12]. En particulier, le choix de la notion de triangles semblables nous a permis de circonscrire au maximum les connaissances enseignées aux séances observées.

UNE BRÈVE ANALYSE DE LA NOTION DE TRIANGLES SEMBLABLES

Comme nous l'avons déjà fait remarquer, la notion de triangles semblables est revenue au programme scolaire de la rentrée 2000, après une trentaine d'années d'absence. Les enseignants observés la proposent donc à leurs élèves depuis peu de temps, et sont assez peu familiers avec cette notion. Nous allons voir à travers l'étude du programme scolaire de 2000 que la nouveauté n'est pas la seule difficulté à laquelle seront confrontés les enseignants sur ce chapitre, et nous verrons plus loin lors de nos analyses quelles en sont les conséquences sur ce qui se passe en classe, et sur les apprentissages des élèves.

1. Analyse du programme de mathématiques 2000 pour la classe de seconde

Nous allons détailler le programme officiel de mathématiques pour la rentrée 2000, et plus particulièrement en ce qui concerne les triangles semblables, qui ne sont étudiés que dans la classe de seconde au cours de la scolarité secondaire des élèves. Il nous faut tout d'abord situer ce programme par rapport à ce qui est fait en géométrie au collège, et par la suite au lycée.

Au collège, en géométrie plane, les élèves étudient essentiellement les figures élémentaires et leurs propriétés, et les isométries (symétrie axiale et centrale, translation, rotation). Ils n'abordent donc explicitement aucune des transformations qui permettraient de passer d'une figure à une autre qui lui est semblable. Cependant, le théorème de Thalès, tel qu'il est enseigné dans son énoncé relatif au triangle, met en jeu des triangles semblables. Ils étudient également le théorème de Pythagore, et les relations trigonométriques qui permettent de déterminer dans le triangle rectangle des mesures de longueurs à partir des angles, et réciproquement.

---

12. En relevant par exemple des informations sur les élèves qui prenaient des cours particuliers en mathématiques.

Après la seconde, au lycée, les triangles semblables ne font plus l'objet d'un enseignement spécifique, bien que les élèves de Terminale Scientifique[13] étudient les similitudes dans le chapitre sur les nombres complexes, mais sans rappeler à cette occasion les cas de similitude d'Euclide. Le fait que cette notion ne soit pas reprise dans le programme des années suivantes en fait une notion assez singulière, voire inutile aux yeux de certains professeurs, parmi lesquels quelques-uns choisiront de ne pas la traiter[14].

Voici ce qui est indiqué dans les programmes de 2nde (Tableau 1) :

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Triangles isométriques	Reconnaître des triangles isométriques	Les problèmes seront choisis de façon : - à inciter à la diversité des points de vue, dans un cadre théorique volontairement limité - à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive - à conduire vers la maîtrise d'un vocabulaire logique adapté (implication, équivalence, réciproque). (…)
Triangles de même forme	Reconnaître des triangles de même forme	On pourra utiliser la définition suivante : « deux triangles ont la même forme si les angles de l'un sont égaux aux angles de l'autre » (il s'agit donc de triangles semblables). On caractérisera ensuite, grâce au théorème de Thalès, deux triangles de même forme par l'existence d'un coefficient d'agrandissement/réduction. Rapport entre les aires de deux triangles de même forme

Tableau 1. – Extrait du programme de mathématiques pour la rentrée 2000.

Nous remarquons que la définition donnée n'est pas celle d'Euclide[15], mais qu'il s'agit déjà d'une condition de similitude, suffisante mais pas minimale, puisqu'il suffit en réalité de deux angles égaux pour obtenir la similitude des triangles.

---

13. Dernière année du lycée. Elèves âgés de 17 à 18 ans environ.

14. Ce qui a été le cas, malheureusement, de l'un des professeurs que nous aurions voulu observer.

15. Définition d'Euclide, modernisée ici dans sa traduction : *Deux triangles sont semblables si leurs angles sont respectivement égaux et leurs côtés proportionnels.*

Le chapitre sur les triangles semblables comporte aussi cinq propriétés, nouvelles pour les élèves de seconde : les trois caractérisations des triangles semblables :

> C1 : Deux triangles qui ont leurs angles respectivement égaux sont semblables[16]
> C2 : Deux triangles qui ont un angle identique, compris entre deux côtés respectivement proportionnels sont semblables
> C3 : Deux triangles qui ont leurs côtés respectivement proportionnels sont semblables.

Les réciproques de ces trois caractérisations sont aussi sollicitées dans certains exercices, et plus particulièrement la réciproque de C3 :

> P (proportionnalité) : si deux triangles sont semblables alors leurs côtés sont proportionnels

La propriété sur le rapport des aires de triangles semblables est aussi au programme de seconde :

> Aire : si ABC et MNP sont deux triangles semblables et si k est le rapport de similitude qui transforme ABC en MNP alors aire (MNP) = $k^2 \times$ aire (ABC)

Ce sont les apprentissages concernant certaines de ces cinq propriétés[17] que nous analysons dans cette étude.

2. Quelques commentaires sur les documents d'accompagnement des programmes

Dans les documents d'accompagnement des programmes de seconde, les triangles semblables sont associés aux triangles isométriques, pour lesquels il est proposé plusieurs introductions possibles, à travers les cas d'égalité d'Euclide, ou bien à l'aide des transformations. Pour les triangles semblables, qui peuvent être considérés comme une extension de cette première notion, seule l'introduction par les cas de similitude est envisageable, les élèves ne disposant alors pas des transformations nécessaires (telles que les homothéties par exemple). Il est d'ailleurs précisé à cette occasion qu'aucune nouvelle transformation ne doit être introduite aux élèves.

Il est aussi précisé dans ces documents de veiller à établir le *statut des énoncés* (démontrés ou admis), de s'entraîner à des *démarches logiques* de démonstration, de respecter la *continuité avec les acquis*

---

16. C'est donc aussi la définition adoptée. On utilisera généralement deux angles égaux seulement pour démontrer la similitude des triangles, et c'est cette caractérisation simplifiée que nous noterons C1 par la suite.

17. Celle qui sont traitées dans les classes observées.

du collège en géométrie, et enfin de s'appuyer fortement sur la *perception*. Nous pouvons déjà repérer ici quelques difficultés – voire contradictions – pour mettre en œuvre ces instructions, par exemple, pour concilier à la fois la perception et la démarche logique, ou encore pour respecter une certaine continuité avec le collège, malgré la rupture évidente.

En effet, que signifie le fait de rester dans la continuité du collège ? Et comment concrètement réaliser cette continuité ? Nous savons par exemple que la rupture entre collège et lycée tient en partie au fait que certaines connaissances, enseignées au collège, doivent être rendues *disponibles* au lycée, alors qu'elles n'étaient jusqu'alors que *mobilisables* (Robert, 1998). On peut évoquer l'exemple de la transitivité, qui fait l'objet d'un raisonnement explicite au collège, et qui souvent s'avère – implicitement – utile dans les exercices sur les triangles semblables en seconde, pour démontrer l'égalité de deux angles.

Comment, à la lumière de ces considérations, choisir d'introduire la notion de triangles semblables en classe de seconde ? L'absence des transformations non isométriques dans les programmes ne permet pas d'autre introduction que celle utilisant les cas de similitude d'Euclide, mais nous allons voir que cette absence risque de poser tout de même quelques problèmes dans le traitement de la notion, en particulier en ce qui concerne le repérage des sommets homologues.

3. Le problème du repérage des sommets homologues

Dans la plupart des exercices portant sur les triangles semblables, il est nécessaire d'associer les sommets homologues des figures, afin de pouvoir en déduire des rapports entre les différentes longueurs, ou inversement, d'associer les côtés homologues pour en déduire des égalités d'angles. Or cette démarche, qui nécessite souvent un repérage préalable, n'est pas toujours évidente, en particulier lorsque les sommets des deux triangles ne sont pas donnés dans l'ordre par l'énoncé, mais aussi dans certaines configurations géométriques où les triangles sont « emboîtés », c'est à dire lorsqu'ils se chevauchent partiellement et ont alors des noms de sommets communs, mais pas forcément homologues (cf. figure 1).

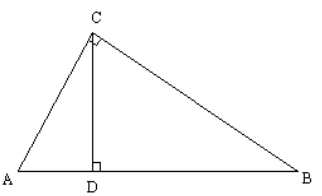

Figure 1. – Les triangles semblables ABC, ACD et CBD sont « emboîtés ».

Dans les programmes et accompagnements, rien n'est précisé à ce sujet[18], mais on trouve dans les manuels, et aussi dans les classes, une écriture supposée faciliter la démarche de passage des égalités d'angles vers les rapports de longueur, en plaçant les lettres nommant les sommets homologues les unes en dessous des autres (cf. Figure 2).

$$\begin{array}{ccc} A & B & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A' & B' & C' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} AB & BC & AC \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A'B' & B'C' & A'C' \end{array}$$

Figure 2. – Passage des sommets homologues aux rapports de longueurs.

Cette correspondance vient du fait que les similitudes conservent les rapports de longueurs. En revanche, dans l'autre sens, pour passer des rapports de longueurs aux égalités d'angles, la difficulté demeure.

Le théorème précisant que dans un triangle, le plus grand côté est opposé au plus grand angle n'est présenté ni dans les manuels, ni dans les classes, alors qu'il était donné avant la réforme des mathématiques modernes. Or il paraît plus simple de classer les côtés suivant leur longueur, plutôt que les angles suivant leur mesure, et ensuite d'en déduire les sommets homologues (Figure 3).

$$\begin{array}{ccccc} AB & < & BC & < & AC \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ A'B' & < & B'C' & < & A'C' \end{array} \Rightarrow \begin{array}{ccc} A & B & C \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A' & B' & C' \end{array}$$

Figure 3. – Passage des longueurs aux sommets homologues[19].

Le théorème qui affirme que cette correspondance existe ne donne pas de technique pour automatiser ce repérage. En réalité, derrière cette écriture, les transformations sont à l'œuvre, mais, comme nous l'avons déjà suggéré, il n'est pas possible de les exhiber pour expliquer la démarche. Comment alors donner une méthode algorithmique de repérage ?

---

18. En ce sens, la définition choisie pour les triangles semblables (à partir de leurs angles) marque bien l'utilisation la plus fréquente qui en sera faite : trouver des rapports de longueurs à partir des égalités d'angles.

19. Si on connaît les côtés homologues ou les égalités des rapports de longueurs, alors on sait ici, en considérant le plus petit côté, que le point *A* est homologue au point *A'* ou au point *B'*, car au segment *[AB]* correspond le segment *[A'B'*] ; et en utilisant le plus grand côté, on déduit que *A* est l'homologue de *A'* ou de *C'*, donc finalement du point *A'*.

Cet obstacle que nous identifions a priori va se révéler dans les classes que nous avons observées, à travers la difficulté des élèves à résoudre les problèmes mettant en jeu le repérage. De plus, comme nous l'avons précisé, rien n'est proposé à ce sujet dans les programmes et par conséquent les professeurs ne disposent pas d'une technique à proposer aux élèves. Nous n'avons d'ailleurs trouvé aucun élément sur ce sujet dans le discours des enseignants des classes observées, si ce n'est le recours à l'écriture particulière des sommets. De plus, dans les classes, nous avons trouvé très peu d'exercices permettant de travailler spécifiquement le repérage, notamment à travers le passage des longueurs aux angles.

Là encore, nous pouvons nous interroger sur le lien éventuel de ce manque avec la nouveauté de la notion, et vérifier plus tard éventuellement comment les professeurs ont adapté leur enseignement pour combler cette lacune. Pour essayer de mesurer l'impact éventuel des programmes et de la nouveauté de la notion sur les tâches pouvant être proposées aux élèves, nous avons regardé ce qu'on pouvait trouver dans les manuels scolaires sur ce chapitre.

4. Analyse des exercices des manuels scolaires

Dans les manuels scolaires[20], nous avons regardé plus spécifiquement comment était pris en charge le travail du repérage. En ce qui concerne l'écriture des sommets homologues, on constate qu'environ la moitié des exercices les présentent dans l'ordre. Dans la plupart des manuels, les sommets homologues sont présentés dans le bon ordre[21] dans la moitié des exercices environ, et dans le désordre pour l'autre moitié, mais dans les manuels Pyramide et Belin, les sommets sont surtout donnés dans l'ordre, ne permettant donc pas toujours le travail de repérage. Dans Hyperbole au contraire, c'est dans le désordre que les sommets sont donnés le plus souvent, ce qui augmente la complexité des exercices.

---

20. Transmath (Nathan), Pythagore (Hatier), Pyramide (Hachette éducation), Fractale (Bordas), Déclic (Hachette éducation), Maths 2nde (Breal), Indices (Bordas), Dimathème (Didier), Hyperbole (Nathan), Mathématiques seconde, (Delagrave), Mathématiques 2nde (Belin).

21. Les triangles *ABC* et *EFG* sont semblables, et les points *A*, *B* et *C* sont respectivement homologues aux points à *E*, *F* et *G*.

De manière plus générale, nous avons regardé quelles étaient les propriétés[22] les plus travaillées dans les exercices proposés par les manuels scolaires. Le graphique (Figure 4) réalisé avec le logiciel SPAD montre quelles propriétés (ou combinaisons de propriétés) sont utilisées pour résoudre les questions posées par les exercices de huit des onze manuels que nous avons analysés.

Nous avons distingué ici le travail simple des trois caractérisations des triangles semblables – travail qui repose sur les égalités d'angles ou les rapports de longueurs mais ne nécessite pas de passage des angles aux longueurs – d'un travail où le passage des angles aux longueurs est sollicité[23]. Nous avons cherché aussi des exercices proposant un travail permettant de passer de la proportionnalité des longueurs des côtés (ou du rapport des aires) aux égalités d'angles et nous avons constaté qu'il en existait relativement peu dans les manuels, voire pas du tout dans certains ouvrages.

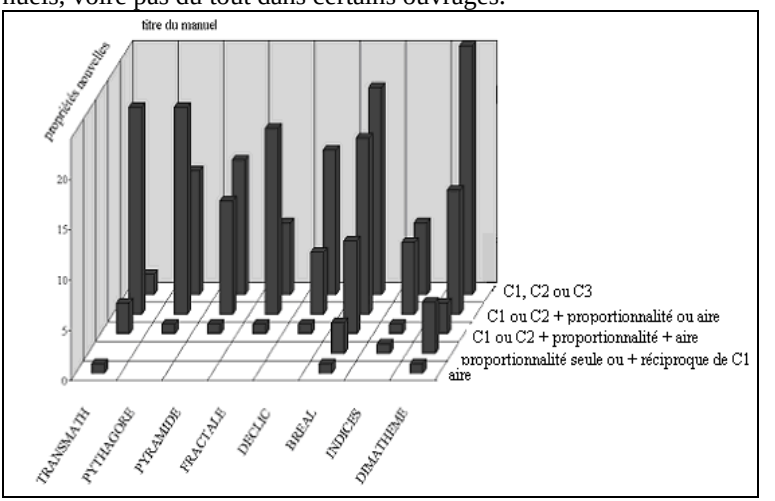

Figure 4. – Analyse des propriétés travaillées dans 8 manuels.

De la même façon, nous avons cherché à caractériser la difficulté des exercices posés dans les manuels sur ce sujet, en regardant le niveau

22. Parmi celles que nous avons exposées dans notre analyse des programmes.

23. Travail des caractérisations C1 ou C2 suivi du travail de la proportionnalité des côtés et/ou du rapport des aires. Le travail de C1 ou de C1 + proportionnalité représente d'ailleurs la plus grande part des exercices proposés.

de mise en fonctionnement des différentes propriétés travaillées dans ce chapitre (Figure 5). En particulier, nous retenons que les tâches dont les niveaux de mise en fonctionnement sont jugés par nous comme les plus complexes, sont moins représentées dans les manuels.

Cela nous a donné en fin de compte un panorama assez vaste de ce qui était à la disposition des professeurs dans les manuels scolaires, que nous ne détaillerons pas ici, mais qui figure dans la thèse. Il sera intéressant pour nous de regarder si on retrouve dans les classes ce même manque de tâches proposées sur ces notions, par rapport à d'autres qui sont beaucoup plus travaillées ou travaillées de façon plus complexe, et si, lors du contrôle, cela entraîne plus de difficultés chez les élèves.

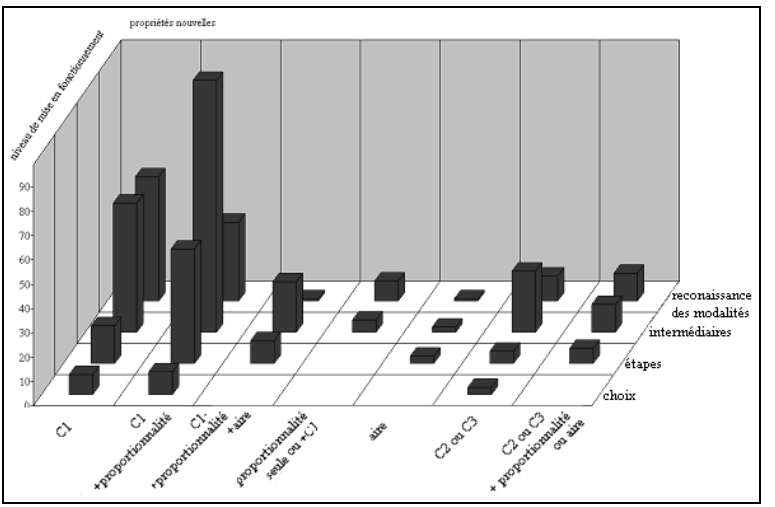

Figure 5. – NMF des propriétés nouvelles dans les manuels.

Grâce à cette analyse de la notion dans le programme scolaire, nous avons pu relever particulièrement le problème des transformations, qui sont présentes dans le traitement de la notion de triangles semblables mais absentes du programme de mathématiques de seconde. Cette absence rend plus fragile le lien entre les triangles isométriques et les triangles semblables, qui est fait dans les programmes et dans la plupart des manuels scolaires, dans la mesure où l'on dispose des transformations pour l'un (dans la continuité de ce qui a été vu au collège) mais pas pour l'autre (absence des similitudes). De plus, les similitudes restent sous-jacentes aux connaissances sur les triangles semblables. Nous allons voir que cette démarche va effectivement poser un problème dans les classes observées.

QUELQUES ÉLÉMENTS DE MÉTHODOLOGIE ET EXEMPLES D'ANALYSE

Nous exposons maintenant les données que nous avons recueillies pour notre recherche, et faisons, pour illustrer la démarche d'analyse, fonctionner notre méthodologie sur un exemple tiré de notre travail.

1. Les données recueillies et leur traitement

Nous avons filmé trois professeurs (Mmes B., P. et F.) dans leur classe de seconde, sur l'intégralité du chapitre sur les triangles semblables, dans des établissements différents. Ces observations ont parfois été réalisées sans que la présence du chercheur ne soit nécessaire dans les classes (deux classes sur les trois observées), ce qui a permis de minimiser la perturbation occasionnée[24].

Nous n'avons pas dressé le portrait de chacune des trois enseignantes observées, en fonction de son âge ou de sa carrière, mais nous avons tenu compte du niveau de l'établissement dans lequel elles enseignaient. Nous savons qu'elles ont toutes eu l'occasion d'étudier les cas de similitude en tant qu'élèves, et qu'elles enseignent les triangles semblables depuis peu, l'observation ayant eu lieu deux ans seulement après la mise en place des nouveaux programmes.

Nous avons relevé les copies du contrôle sanctionnant la fin du chapitre sur les triangles semblables dans chaque classe, après correction par le professeur. Nous avons obtenu des informations complémentaires auprès des professeurs, en particulier sur le niveau des élèves de leur classe, afin d'affiner nos interprétations des résultats au contrôle. Nous utilisons ces résultats afin d'évaluer les connaissances des élèves consécutives aux séances en classe observées.

Par la suite, deux autres observations similaires ont été réalisées dans le cadre d'un mémoire de DEA (Cisse & Corlay, 2006). Nous les avons prises en compte pour confirmer les résultats que nous avions pu obtenir avec les trois autres professeurs.

A partir des vidéos réalisées, nous avons relevé et classé, à l'aide des variables que nous avons préalablement définies[25], l'ensemble des

---

24. Mais les analyses de certaines séances à partir des vidéos réalisées ont été plus compliquées, soit parce qu'il en manquait un morceau, pour cause de problème technique, soit parce que le fait de filmer le tableau s'est avéré insuffisant dans certains cas, lors de séances de travail en petits groupes par exemple.

25. La grille d'analyse préalablement conçue nous a permis de ne pas retranscrire les séances filmées : nous avons relevé les données qui nous inté-

tâches proposées par les enseignants, à travers tous les exercices posés, portant sur les triangles semblables. En regardant le détail des déroulements relatifs à ces tâches, nous avons défini par la suite les activités potentiellement[26] effectuées par les élèves en classe, mais nous n'avons toujours pas accès aux activités effectives.

Nous comparons ensuite les tâches du contrôle avec des tâches similaires proposées en classe auparavant, et essayons de mettre en relation les réussites des élèves à certaines de ces tâches avec la façon dont elles se sont déroulées en classe. Nous essayons ainsi de mettre en évidence certaines organisations du travail qui favoriseraient l'apprentissage, pour une grande part des élèves de la classe, ou pour certains d'entre eux.

Pour pouvoir synthétiser ce grand nombre de données (nous avons recueilli plusieurs dizaines d'heures de film au total), nous avons construit des grilles d'analyses du système {tâche, déroulement}, que nous allons exposer maintenant à l'aide d'un exemple.

2. Analyse du système {tâche, déroulement} à partir d'un exemple

Voici un énoncé proposé dans deux des classes observées, lors d'une séance au cours du chapitre, ainsi qu'une rapide solution[27].

> Exercice 9 :
> (C) est un cercle de centre O et de rayon r, [AB] est un diamètre de (C) et P est le point de [AB] tel que AP = 1/3 r.
> Une droite d distincte de la droite (AB) passe par P et coupe le cercle en deux points M et N
> 1) Démontrer que les triangles APM et NPB sont des triangles semblables.
> 2) En déduire que PM x PN = 5/9 r^2

---

ressaient lors du visionnage (les interventions de l'enseignant et la durée de chacune des phases des activités des élèves entre ces interventions), ce qui s'est avéré suffisant, car nous n'avons pas eu besoin de revenir à la vidéo pour notre analyse.

26. Attention, nous n'entendons pas *activités potentielles* au sens de Vygotski (réalisables à l'aide d'un tiers), mais plutôt comme ce qui a pu être fait par certains élèves de la classe suite aux propositions de l'enseignant.

27. Solution composée par nous et non fournie aux élèves.

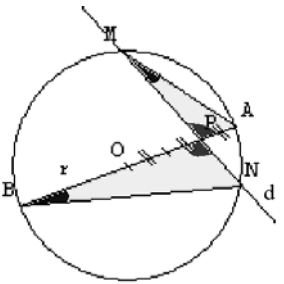

Figure 6. – Figure associée à l'exercice 9.

Solution :
1) On démontre que les deux triangles ont deux angles égaux,
à l'aide des angles opposés par le sommet,
et du théorème de l'angle inscrit.
Ils sont donc semblables.
2) Deux triangles semblables ont leurs côtés respectivement proportionnels, donc ici, après repérage des sommets homologues, on obtient : MP / BP = PA / PN. D'où l'égalité recherchée.

Voici l'analyse que nous avons faite de l'exercice proposé, à l'aide des variables d'analyse des tâches que nous avons présentées dans notre méthodologie (cf. Tableau 2).

ex.	tâche				déroulement
	configuration	connaissances		NMF	
		ancienne	nouvelle		
9 1)	cercle	angle inscrit	C1	calculs intermédiaires	
9 2)	cercle	calcul littéral	P	calculs intermédiaires	

Tableau 2. – Exemple d'analyse de tâche (exercice proposé en classe).

Mais cette première analyse ne nous renseigne pas précisément sur les activités potentiellement effectuées par les élèves. En effet, la tâche initiale a pu être présentée aux élèves de diverses façons, et cette organisation de leur travail par l'enseignant va déterminer en particulier les initiatives laissées ou non aux élèves, et donc modifier les activités qui peuvent en découler. Par exemple, si l'enseignant a indiqué aux élèves les calculs intermédiaires à effectuer, le niveau de mise en fonctionnement sera moins complexe pour les élèves que celui qui est attendu d'après notre analyse a priori de la tâche.

Nous avons alors dressé pour chaque tâche proposée une grille dans laquelle nous tenons compte des sous-tâches redéfinies par les aides apportées de l'enseignant. Dans ces grilles, les lignes blanches représentent les interventions de l'enseignant, réorientant les activités

des élèves, et les lignes grisées montrent l'évolution des activités possibles des élèves compte tenu de ces interventions. Nous avons utilisé une couleur plus foncée lorsque les adaptations qui restent à faire aux élèves étaient d'un niveau de mise en fonctionnement plus complexe, puis de plus en plus claire au fur et à mesure que le travail restant à faire par les élèves était simplifié (cf. Tableau 3).

Intervention du professeur redéfinissant la tâche
Travail potentiel des élèves : choix et étapes
Travail potentiel des élèves : calcul d'intermédiaires
Travail potentiel des élèves : reconnaissance
Travail potentiel des élèves : correction, copie

Tableau 3. – Couleurs utilisées et NMF.

Dans la classe de Mme B., nous ne disposons pas du déroulement très précis de la résolution de l'exercice présenté ci-dessus, car il s'agissait d'une séance en petits groupes[28], travaillant en autonomie pendant un temps relativement long, sans aucune intervention collective de l'enseignant (cf. Tableau 4).

29 min	Ecriture de l'énoncé au tableau par l'enseignant Calculs intermédiaires (comparaison des angles), Mélange de C1 avec l'ancien (angle inscrit)
	Aides individuelles sur la méthode
15 min	Calculs intermédiaires (calculs littéraux), travail de P

Tableau 4. – Description du déroulement pour une tâche donnée chez Mme B.

En revanche, à partir de la vidéo de la classe de Mme F., où seule la première question a été traitée, nous avons pu dresser un tableau précis décrivant les activités potentielles des élèves sur la première question de cet exercice (cf. Tableau 5).

28. Et comme nous l'avons déjà signalé plus haut, il s'agit ici d'une des limites de l'observation faite sans la présence du chercheur dans la classe, avec la caméra fixe pointée sur le tableau.

0 min 30	Ecriture de l'énoncé au tableau par l'enseignant Calcul d'intermédiaires (comparaison des angles), mélange de C1 avec l'ancien (angle inscrit)
0 min30	Indication: il faut repérer les homologues
0 min30	Reconnaissance des modalités (repérage) et mélange avec l'ancien (angle inscrit)
0 min30	Indication : chercher un théorème plus ancien
0 min30	Un élève donne une paire d'homologues
1 min	Indication : le professeur donne l'autre paire d'homologues
0 min 30	Un élève donne l'ancien (angle inscrit)
1 min 30	Le professeur fait un rappel de cours sur l'ancien
4 min	Correction, les élèves copient

Tableau 5. – Description du déroulement pour une tâche donnée chez Mme F.

On peut constater, grâce au Tableau 5, que si on regarde uniquement la tâche initiale, déterminée par l'énoncé de l'exercice, cela ne nous renseigne pas sur les activités possibles des élèves, c'est à dire ce sur quoi ils ont vraisemblablement travaillé, compte tenu du déroulement observable. En particulier, l'enseignant (Mme F.) a pris ici en charge, assez rapidement après le début de l'activité, certaines des difficultés de l'exercice : l'introduction de calculs intermédiaires ainsi que la reprise et le mélange avec l'ancien. On peut alors se demander ce que ces élèves seront capables de faire, face à de telles difficultés, lorsqu'ils y seront confrontés sans l'aide de l'enseignant, lors du contrôle par exemple.

Nous renseignons les informations recueillies sur le déroulement de l'exercice précédent dans la classe de Mme B., en précisant les temps de silence du professeur, la nature des aides dispensées, le moment où elles interviennent, et la forme plus ou moins directive qu'elles ont pour les élèves (Tableau 6).

ex.	tâche	déroulement			
		Temps de silence	aides		
			nature	moment	forme
9 1)		29 min au début	méthode	après recherche	individuelles
9 2)		15 min au début	méthode	après recherche	individuelles

Tableau 6. – Analyse du déroulement associé à une tâche.

Nous effectuons ces mêmes analyses pour chacun des exercices qui ont été donnés dans les trois classes observées, et dressons un bilan de

l'ensemble des séances portant sur les triangles semblables dans chacune des trois classes.

3. Analyse des tâches du contrôle et mise en parallèle avec ce qui s'est passé en classe

Nous analysons ensuite les tâches des exercices donnés en contrôle, sans analyse du déroulement cette fois-ci, puisque pour ces exercices, les élèves ne reçoivent aucune aide du professeur. Nous comparons ensuite ces exercices avec ceux, donnés en classe, qui leur sont similaires et qui ont pu préparer au mieux les élèves à l'évaluation finale[29].

Voici un exercice extrait du contrôle écrit et posé par Mme B. à la fin du chapitre (suivi de la solution que nous en donnons) :

Exercice de contrôle :
On considère un cercle (C) et MNP un triangle inscrit dans ce cercle.
La bissectrice de l'angle NMP coupe [NP] en D et (C) en E.
1) Démontrer que le triangle MNE et le triangle END sont semblables
2) En déduire que $EN^2 = EM \times ED$

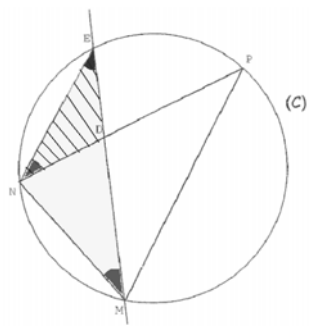

Figure 7. – Figure associée à l'exercice de contrôle.

Solution:
1) Les deux triangles sont semblables car ils ont deux angles respectivement égaux
- un angle est commun
- deux angles sont égaux par transitivité (bissectrice et angle inscrit)
donc les triangles sont semblables
2) On repère les sommets homologues :
E N D
Et E M N
Et on applique la proportionnalité des côtés : EN / EM = ED / EN d'où l'égalité cherchée.

29. Cette analyse détaillée peut être consultée dans la thèse.

Les grilles d'analyse (Tableaux 7 et 8) nous permettent de comparer les deux questions de cet exercice de contrôle (q°1 et q°2 dans les tableaux) à tous les exercices similaires donnés en classe, et en particulier à ceux qui sont les plus proches en regard des variables retenues, et qui ont donc pu – entre autres – préparer les élèves à cet exercice de contrôle.

Evidemment, l'ensemble de ce qui a été proposé en classe a pu préparer les élèves au contrôle, et nous essayons de tenir compte des habitudes de travail d'une classe donnée pour mieux interpréter la part d'autonomie laissée aux élèves. Nous avons constaté en effet que les pratiques des enseignants étaient stables et cohérentes, et que l'on retrouvait le même type de déroulement tout au long du chapitre pour chaque professeur.

ex.	Config.	connaissances		NMF	type de travail en classe	types d'aides
		ancien	nv			
q°1	Cercle	Angle inscrit	C1	introduction d'étapes		
7[30]	2 triangles	Égalité d'angles	C1	reconnaissance des modalités d'application	Pas de tps de recherche	Sur méthode et ancien Q° fermées
9	Cercle	Angle inscrit	C1	calculs intermédiaires	Module Long tps de recherche	Individuelles
11	Cercle	Triangle rectangle	C1	introduction d'étapes	Module Long tps de recherche	Individuelles

Tableau 7. – Comparaison du contrôle avec les tâches proposées en classe.

30. Les textes des exercices 7 et 11 évoqués dans ces tableaux sont fournis en annexe.

ex.	Config.	connaissances		NMF	type de travail en classe	types d'aides
		ancien	nv			
q°2	Cercle	Algèbre sans x	P	reconnaissance des modalités d'application		
7	2 triangles	Algèbre sans x	P	reconnaissance des modalités d'application	Pas de tps de recherche	Sur méthode et ancien Q° fermées
9	Cercle	Algèbre sans x	P	Calculs intermédiaires	Module Long tps de recherche	Individuelles
11	Cercle	Algèbre	P	reconnaissance des modalités d'application	Module Long tps de recherche	Individuelles

Tableau 8. – Comparaison du contrôle avec les tâches proposées en classe.

Pour la question 1 (cf. Tableau 7), c'est l'exercice exposé plus haut (ex. 9), travaillé dans cette même classe, qui semble être le plus proche de ce qui est demandé au contrôle, parmi tous les exercices qui ont permis un travail préalable de la caractérisation C1. En effet, la configuration est similaire, celle qui a été travaillée en classe étant un peu plus simple cependant, car au contrôle les triangles sont emboîtés, ce qui ne facilite pas le repérage des sommets homologues. La connaissance ancienne associée est aussi la même dans les deux cas. C'est de plus un exercice pour lequel les élèves ont bénéficié d'un long temps de recherche.

Comment cette organisation du travail en classe pour l'exercice 9, va-t-elle influencer les résultats des élèves à un exercice similaire en contrôle ? Nous allons voir quels ont été les résultats des élèves à cet exercice, et comment les interpréter.

4. Interprétation des résultats des élèves

Pour pouvoir pousser plus loin l'interprétation des résultats du contrôle, nous avons voulu vérifier si certaines organisations profitaient uniquement à certains élèves. Pour ce faire, nous avons classé les élèves en deux catégories, « bons » et « mauvais », à partir de leurs réponses au contrôle analysé, mais aussi à l'aide de leurs résultats sur l'année, des appréciations de leur professeur, et de leur orientation pour la classe de première. Cela nous a amenée à séparer cette classe en deux

groupes à peu près égaux[31] (16 « bons » élèves et 17 « mauvais »), et nous a permis de comparer l'influence de ce qui avait été fait en classe au préalable sur les résultats de chacun de ces deux groupes au contrôle[32].

Pour chacune des deux questions de l'exercice de contrôle analysé ci-dessus, nous donnons un tableau récapitulant la comparaison avec les exercices similaires proposés en cours et les résultats que les élèves ont obtenus à ces questions (Tableaux 9, 10, 11 et 12).

exercices faits en classe	3 exercices
configuration	la même qu'en classe
connaissances anciennes	les mêmes qu'en classe
connaissance nouvelle	Identique
NMF en contrôle par rapport à celui de classe	plus difficile[33]
type de travail en classe	long temps de recherche

Tableau 9. – Contrôle q°1 - comparaison avec le travail fait en classe.

application correcte de la propriété / élèves ayant abordé la question	10 / 25
bons / mauvais élèves	10 / 0

Tableau 10. – Contrôle q°1 - résultats des élèves.

Il semblerait que le niveau de mise en fonctionnement plus élevé ici en contrôle que lors du travail en classe ait été un obstacle pour bon nombre d'élèves dans la première question. Nous pouvons remarquer en effet que seuls dix élèves, parmi les bons uniquement, ont réussi l'application demandée dans la question 1.

---

31. Nous n'avons pas choisi de constituer deux moitiés. Il se trouve que les résultats de chaque élève au contrôle sur les triangles semblables étaient ici assez représentatifs de leur moyenne en mathématiques sur l'année, à très peu d'exceptions près.

32. Nous restons tout de même très prudents en utilisant cette catégorisation, car nous ne savons pas si ce sont les bons élèves qui profitent de certains choix du professeur, ou si ce sont les élèves qui profitent de ces choix qui deviennent de bons élèves !

33. Suivant notre classement des niveaux de mise en fonctionnement des connaissance selon leur difficulté.

exercices faits en classe	3 exercices
configuration	la même qu'en classe
connaissances anciennes	les mêmes qu'en classe
connaissance nouvelle	identique
NMF en contrôle par rapport à celui de classe	plus facile
type de travail en classe	long temps de recherche

Tableau 11. – Contrôle q°2 - comparaison avec le travail fait en classe.

application correcte de la propriété / élèves ayant abordé la question	23 / 25
bons / mauvais élèves	16 / 7

Tableau 12. – Contrôle q°2 - résultats des élèves.

En revanche, pour la deuxième question, où cette fois-ci le niveau de mise en fonctionnement était plus simple en contrôle qu'en classe, les résultats des élèves sont nettement supérieurs aux résultats obtenus pour l'exercice précédent.

Il se trouve que l'adaptation de la propriété attendue lors du contrôle avait été préparée par des applications de la proportionnalité des côtés des triangles semblables de niveau plus élevé en classe qu'en contrôle. C'est la différence principale entre ces deux questions du contrôle. De plus dans les deux cas, les élèves avaient bénéficié d'un long temps de recherche, dont on peut supposer qu'il avait pu provoquer des activités réelles sur les propriétés nouvelles en question.

Une autre constatation importante que nous pouvons faire, et qui ne peut pas se lire directement dans ces deux tableaux, est la difficulté de l'enchaînement entre ces deux questions. En effet, cela suppose de réaliser le repérage des sommets homologues dans les triangles, afin d'associer correctement les longueurs des côtés homologues. Cette étape nous donne l'occasion de voir si les élèves ont assimilé cette tâche incontournable. Or ici nombreux sont les élèves qui n'ont pas réussi à démontrer la similitude des deux triangles (question 1), mais qui ont pourtant abordé avec succès la question suivante, qui en découlait. Nous remarquons alors en observant les techniques adoptées dans les copies, que beaucoup reposent sur une sorte de « triche »[34] : certains élèves déduisent les côtés homologues à partir de

34. Même s'il n'est jamais inutile de partir du résultat à obtenir pour élaborer une solution ! Ici cela semble surtout permettre aux élèves de contourner la

la réponse finale attendue sur les longueurs, et non de la reconnaissance des sommets. Cela peut être rapproché du fait que le professeur a souvent pris en charge cette étape de la résolution dans la classe. Cela s'explique peut-être aussi par l'absence d'éléments à ce sujet dans les programmes scolaires de mathématiques[35].

D'après cet exemple, il semblerait que le découpage en niveaux de mise en fonctionnement soit bien une variable pertinente de l'analyse des tâches pour évaluer les apprentissages des élèves. L'organisation du travail en classe, ici un long temps de recherche individuelle, avec peu ou pas d'interventions du professeur, sans mise en commun, semble n'avoir été bénéfique qu'aux bons élèves : il leur a permis de surmonter, lors du contrôle, la difficulté d'un niveau de mise en fonctionnement supérieur à celui qui a été travaillé en classe. Enfin, la difficulté liée au repérage des homologues, qui émergeait de notre analyse de la notion, semble être avérée pour les élèves.

En réalisant cette même analyse pour chacun des exercices du contrôle nous avons pu, par comparaison, tirer des conclusions sur les rapports entre le système {tâches + déroulement} en classe et les apprentissages des élèves. De plus, en étendant cette même analyse à plusieurs classes de seconde, avec des professeurs différents, nous avons pu confirmer certains de nos résultats sur les liens entre ce qui se passe en classe et les apprentissages[36].

Nous exposons quelques-uns des résultats obtenus dans une avant-dernière partie, et discuterons dans une dernière partie leur limites et les perspectives qu'ils nous offrent pour la recherche, mais aussi pour l'analyse des pratiques.

---

difficulté du repérage des homologues. Il s'agit en tout cas d'un effet de contrat externe aux mathématiques.

35. Par ailleurs, les énoncés proposés aux élèves réalisent presque toujours un découpage en plusieurs questions, entre la démonstration de la similitude des triangles et l'application consécutive de la proportionnalité des côtés. Ainsi, l'utilisation des triangles semblables en tant qu'outil non indiqué pour calculer ou comparer des longueurs n'est jamais laissé complètement à la charge des élèves. Il serait donc intéressant pour nous de voir si les élèves réussiraient un exercice où, par exemple, il est demandé de démontrer une égalité portant sur des longueurs sans préciser qu'il faut d'abord démontrer la similitude de deux triangles (mais est-ce possible après tout dans le cadre même du chapitre sur les triangles semblables ?).

36. Ces résultats détaillés peuvent être retrouvés dans la thèse.

QUELQUES RÉSULTATS

Nos résultats portent à la fois sur les liens entre ce qui s'est passé en classe et les apprentissages des élèves, ce qui était notre préoccupation de départ, mais aussi, et ce n'est pas négligeable si nous nous plaçons dans une optique d'analyse des pratiques enseignantes, sur la diversité et la régularité de celles-ci sur la notion de triangles semblables. Nous exposons ici surtout le premier type de résultat, le deuxième étant plus largement détaillé dans la thèse.

1. Les apprentissages : des liens étroits avec ce qui s'est passé en classe

Nous avons comparé les contrôles donnés dans les trois classes observées pour essayer d'en déduire les influences des choix des professeurs en matière de tâches et de déroulements sur la réussite des élèves. Les résultats des élèves sont assez différents dans les trois classes, et ce n'est pas très étonnant, dans la mesure où nos trois terrains d'observations ne sont pas identiques[37]. Il s'agissait en effet d'observations réalisées dans des établissements de niveaux différents, s'échelonnant de « faible » à « très bon » – suivant l'opinion des professeurs observés. Ainsi, nous ne pouvons nous contenter, par exemple, de regarder dans quelle classe le contrôle a été le mieux réussi, car cela ne nous permettrait pas de déduire quels types de propositions, de la part des professeurs, sont bénéfiques aux élèves.

En revanche, nous pouvons nous intéresser, dans chacun des contrôles, aux exercices qui présentent la plus grande réussite des élèves, ou au contraire leur plus gros échec, pour les mettre en relation dans chaque cas avec ce qui a été proposé auparavant en classe. C'est cette relation que nous pouvons comparer efficacement dans les trois classes.

En ce qui concerne ce qui caractérise *l'exercice de contrôle le mieux réussi*, nous pouvons voir dans chacune des trois classes qu'il est associé à une préparation préalable en classe, à travers des applications plus difficiles ou de même difficulté que celle du contrôle, et parfois même à travers une répétition d'applications similaires. Dans les trois cas, il s'agissait d'un exercice nécessitant l'application de la caractérisation C1 (dans sa version simplifiée) qui est la propriété qui a été travaillée le plus souvent dans les classes. C'est aussi celle que

---

37. Dans ce type d'étude, il serait faux de dire que nous choisissons des terrains d'observation : ce sont plutôt les professeurs observés qui choisissent – ou non – de participer à notre recherche !

l'on retrouve le plus fréquemment dans les exercices des manuels. Enfin, dans les trois cas, l'exercice en classe qui se rapproche le plus de celui du contrôle a été réalisé dans des conditions où l'élève peut bénéficier d'un certain temps de travail individuel (travail en module ou à la maison).

Il semble donc que les élèves sont capables de réaliser seuls certaines tâches lorsqu'ils y ont été réellement confrontés au préalable, et qu'ils ont eu à les travailler par eux-mêmes, alors qu'elles étaient associées aux mêmes connaissances et dans des configurations similaires à celles du contrôle. Nous remarquons par ailleurs que lorsque le travail préalable en classe n'est pas aussi difficile que celui qui est attendu au contrôle, les élèves échouent au contrôle de manière significative, et ce quelle que soit la forme de travail adoptée en classe. Cela semblerait indiquer que les connaissances des élèves ne sont pas transférables à des niveaux de mise en fonctionnement plus élevés, et, pour rejoindre une constatation de Crahay (2000) : que les élèves, finalement, apprennent… ce qu'on leur apprend. Mais ce n'est pas si simple !

Pour ce qui caractérise *l'exercice de contrôle le moins bien réussi* par les élèves, la comparaison des trois classes n'est pas immédiate. Les exercices qui ont posé le plus de difficultés aux élèves portent sur des applications de propriétés différentes. Chez Mme B., il s'agissait d'un exercice qui n'avait fait l'objet d'aucune application similaire en classe, et l'échec des élèves semble alors confirmer notre précédente remarque. Mais en cherchant plus avant, nous pouvons constater qu'il s'agissait dans les trois cas de questions qui nécessitaient un repérage non trivial des homologues de la figure. Cette difficulté pour les élèves paraît donc avérée. Elle n'est pas liée uniquement à l'organisation du travail en classe par le professeur, mais il s'agit tout de même d'un élément important des choix des professeurs. Nous n'avons recueilli dans les classes aucun discours ni travail spécifique sur ce repérage, et pour cause : rien n'est précisé à cet égard dans les programmes scolaires et leurs accompagnements[38].

Il nous faut regarder alors plus précisément comment, dans les exercices où ce repérage est indispensable, est prise en charge cette tâche. Est-ce que ce sont les élèves qui en ont l'initiative ? Ou bien est-ce toujours indiqué par le professeur, voire par l'ordre des lettres

---

38. Il nous faudrait aussi contrôler cette absence dans les classes pendant le chapitre sur les triangles isométriques, mais nous n'avons étendu qu'une seule des trois observations à ce sujet.

dans les énoncés ? Dans les trois classes observées, c'est l'enseignant qui prend le plus souvent à sa charge le repérage des homologues.

Lors des analyses des observations réalisées par la suite dans le cadre du DEA déjà cité, les résultats obtenus à propos du repérage sont très intéressants : les deux professeurs n'avaient proposé en classe que des énoncés dans lesquels les lettres des sommets homologues étaient dans le bon ordre, et lors du contrôle, ce repérage a été une grande source de difficulté pour la majorité des élèves, en particulier dans un exercice où les lettres étaient données pour la première fois dans le désordre.

Nous avons regardé, enfin, ce qui caractérisait l'exercice du contrôle pour lequel les élèves avaient obtenu les *résultats les moins homogènes* dans chaque classe, c'est à dire ceux pour lesquels il y avait une différence notable entre les réponses des « bons » et des « mauvais » élèves, tels que nous les avions classés. Dans chaque cas, il s'agit d'un exercice qui a été préparé uniquement à travers des activités laissant une plus grande autonomie aux élèves : lors d'un travail à la maison, ou en classe, mais surtout sans intervention du professeur pendant, ou après l'activité. Cela semblerait indiquer que le travail autonome des élèves n'est pas bénéfique de la même façon pour tous les élèves, et cela rejoint les résultats obtenus par Félix (2004).

Dans l'une des trois classes (celle de Mme B.), l'exercice de contrôle où la différenciation entre les élèves est la plus nette, a été préparé plus spécifiquement à travers une séance de travail en petits groupes, et il nous a été impossible d'observer finement pour chaque élève, voire pour chaque groupe, comment les interventions occasionnelles et personnalisées du professeur pouvaient modifier la nature des activités. Mais nous avons tout de même pu constater lors de cette séance l'absence d'intervention collective pendant et après le travail des élèves – donc d'institutionnalisation – et la mettre vraisemblablement en relation avec les résultats hétérogènes des élèves.

Dans tous les cas détaillés ci-dessus, les choix des professeurs dans l'organisation de leur enseignement sur les triangles semblables – qu'il s'agisse du contenu et de la variété des tâches proposées, ou du déroulement des activités qui en découlent – ont eu des influences certaines sur les apprentissages des élèves sur cette notion. Mais ces choix sont aussi soumis à certaines contraintes, dont celles imposées par les programmes, que nous avons déjà évoquées, et qu'il nous faut donc prendre en compte pour mieux comprendre l'offre qui est faite aux élèves de ces trois classes sur ce chapitre.

2. Quelques remarques sur les pratiques des enseignants sur ce chapitre

On trouve des points communs aux trois observations réalisées : par exemple le temps passé sur le chapitre (6 à 8 séances de deux heures), voire sur chacune des notions nouvelles du cours. Cette répartition du temps alloué à chaque propriété du chapitre correspond d'ailleurs grossièrement dans les manuels aux proportions d'exercices portant sur chacune des propriétés.

Chez les trois professeurs observés, nous ne trouvons pas de discours sur le repérage des homologues, et très peu de travail sur cette difficulté, ce qui ne nous paraît pas étonnant étant donnée l'absence d'instructions dans les programmes scolaires[39], et le manque d'exercices correspondant à cette tâche spécifique dans les manuels. Cela illustre en particulier l'importance de la contrainte institutionnelle qui pèse sur les professeurs.

Les trois enseignants n'ont pas choisi d'introduire le chapitre sur les triangles semblables de la même façon : tout de suite après les triangles isométriques, en tant qu'extension de cette notion (Mmes B. et F.) ou indépendamment, comme réponse au problème des figures de même forme (Mme P.). Il n'est cependant pas possible pour nous d'interpréter l'influence de ces choix, en termes de contenus, sur les résultats des élèves.

Les choix des enseignants en ce qui concerne la gestion de la classe, lors de la résolution d'une tâche proposée aux élèves, sont aussi très différents. Comme nous l'avons déjà dit, les interventions de l'enseignant conditionnent les activités possibles des élèves, la tâche initiale étant généralement simplifiée plus ou moins rapidement par l'enseignant. Nous constatons, en comparant les déroulements associés à des tâches similaires dans différentes classes, que les pratiques des enseignants sur cette même notion peuvent être très différentes. Dans les trois classes, l'analyse de l'ensemble des exercices nous montre que la simplification de la tâche initiale est systématique, mais n'intervient pas au même rythme, ni avec la même fréquence, suivant les professeurs et les tâches proposées. Cependant, pour un même

---

39. Ce repérage fait peut-être partie du « curriculum caché » : les programmes n'explicitent pas tout et vraisemblablement ici la mise en évidence de ce repérage par les enseignants ne fait pas partie de leur culture (c'est certainement dû en partie au fait que cette notion est nouvelle dans les programmes).

professeur, cette modification de la tâche se fait toujours suivant un même modèle, tout au long du chapitre[40].

Pour Mme B., cette simplification intervient généralement assez tôt dans le cours des activités des élèves, et ceux-ci disposent de temps surtout après le balisage de l'exercice ou la correction, pour réaliser des tâches simples et isolées ou pour rédiger la réponse correcte. En revanche, Mme P. n'intervient qu'après un temps de recherche autonome des élèves, et leur laisse ainsi potentiellement la charge de tâches complexes, dont le niveau de mise en fonctionnement est donc réellement plus élevé que dans les deux autres classes. Pour Mme F. enfin, les tâches proposées en classe, bien que complexes initialement, sont simplifiées très rapidement, et les élèves ne bénéficient d'un temps de recherche sur les questions les plus difficiles que lors de leur travail à la maison.

Les résultats des élèves de Mme F. au contrôle sont cependant très bons, malgré une absence de travail effectif en classe sur les difficultés mathématiques du chapitre. Ils dépendent évidemment aussi de facteurs extérieurs, tels que le niveau de l'établissement et de la classe. Pour expliquer que le contrôle soit réussi malgré tout par les élèves de Mme F., nous dressons le bilan de la complexité des tâches proposées dans chaque classe, mais aussi des tâches qui restent à faire aux élèves, en classe, après simplification par le professeur, ou encore seul à la maison, et enfin des tâches du contrôle (Tableau 13).

	Mme B.	Mme P.	Mme F.
niveau de l'établissement	faible	très bon	très bon
tâches en classe	simples	complexes	complexes
à la charge des élèves en classe	tâches simples	tâches complexes	tâches simples
à la maison	simples	simples ou complexes	complexes
en contrôle	complexes	complexes	simples
résultats des élèves	moyens et hétérogènes	bons	bons

Tableau 13. – Complexité des tâches proposées aux élèves.

40. Cela nous permet de tirer des conclusions sur le déroulement des séances sur cette notion, même si nous n'avons qu'une vidéo partielle, comme c'est le cas pour Mme B.

Nous constatons que c'est dans la classe de Mme F. que les activités potentielles des élèves correspondent le moins à celles déduites des tâches initiales. L'écart entre ce qui est proposé et ce qui est potentiellement réalisé par les élèves en classe a certainement une influence sur leur aptitude à résoudre des tâches complexes, mais cette influence ne peut être évaluée par le contrôle proposé par le professeur, car celui-ci ne comporte que des tâches simples.

Il s'agit là d'une limite de notre étude que de n'avoir pas participé à l'élaboration de l'énoncé de contrôle[41], mais les contraintes de temps qui pèsent à la fois sur le travail du chercheur et sur celui de l'enseignant ne nous ont pas permis d'analyser l'ensemble des séances observées avant le contrôle, suffisamment rapidement pour que celui-ci ait lieu juste après la fin du chapitre[42].

Il est tout de même intéressant pour nous de constater, en comparant les déroulements de l'ensemble des exercices proposés aux élèves, que les pratiques de ces enseignants sont stables et cohérentes tout au long du chapitre. Cela nous permet de tirer des conclusions sur leurs liens avec les apprentissages des élèves, même en ne nous fondant que sur ce seul chapitre. Bien entendu, il serait nécessaire de prolonger cette étude à d'autres notions mathématiques, pour déterminer en quoi nos résultats sont spécifiques de la notion choisie.

Un autre élément à prendre en compte, comme nous l'avons déjà dit, est celui de la nouveauté de ce chapitre dans les programmes. Quelle influence cette nouveauté peut-elle avoir sur les pratiques des enseignants ? Une recherche sur les pratiques enseignantes effectuée par Roditi (2005), portant elle aussi sur une notion relativement nouvelle dans la classe observée, a donné des résultats similaires aux nôtres en ce qui concerne la variété et la stabilité des pratiques enseignantes, ce qui ne nous permet pas de tirer des conclusions par rapport à la nouveauté.

Qu'en sera-t-il des pratiques de ces enseignants quelques années plus tard, si les programmes restent inchangés ? Les deux dernières observations de DEA, réalisées trois ans après les nôtres, montrent déjà une évolution dans le temps consacré au chapitre[43], mais peu de

---

41. Mais c'est aussi une façon de rester proche de ce que font les enseignants habituellement que de leur laisser la composition du contrôle, ce qui nous permet de mieux décrire les pratiques enseignantes sur ce chapitre.

42. C'est cependant ce qui a pu être réalisé dans le cadre du mémoire de DEA, mais d'autres facteurs ont limité l'interprétation des résultats obtenus.

43. Plus court.

changement en ce qui concerne le repérage des homologues dans les pratiques des enseignants, même si quelques manuels ont intégré entre-temps un petit paragraphe – d'ordre utilitaire – sur la question.

CONCLUSION

Nous concluons cet article en revenant à notre préoccupation de départ, qui était de déterminer ce qui avait pu manquer éventuellement à certains élèves en classe, relativement à ce qui est proposé par l'enseignant sur la notion de triangles semblables.

1. Limites et / ou manques dans l'enseignement de la notion

Un premier manque, que nous avions annoncé dès l'analyse de la notion, est celui lié aux programmes et manuels scolaires, et ce quels que soient les choix du professeur en ce qui concerne la gestion de sa classe. Ici en effet, le problème du repérage des homologues est avant tout lié à un vide dans le programme (relayé par les manuels) qui n'a visiblement pas permis aux professeurs d'offrir aux élèves une méthode systématique de repérage, et encore moins une justification mathématique de la technique éventuellement indiquée.

Les limitations suivantes concernent davantage des déroulements singuliers. Une limitation éventuelle est le peu de variété des tâches proposées aux élèves par rapport au possible. Dans les classes, certaines applications sont peu travaillées, voire pas du tout, et cela peut être mis en relation avec l'incapacité des élèves à les réaliser seuls par la suite, lors du contrôle. Cela peut être encore une fois rapproché de contraintes institutionnelles : à la fois la nécessité d'être dans les temps, mais aussi l'impossibilité de trouver des exercices adéquats dans les manuels, où l'on retrouve, à une plus ou moins grande échelle suivant les ouvrages, ce même manque de diversité.

En regardant ce qui est réellement dévolu à l'élève, en termes d'entrée dans la tâche, mais aussi en termes d'adaptation des théorèmes, nous constatons que les activités possibles des élèves ne reflètent pas toujours les tâches proposées, compte tenu des interventions du professeur. Ici en effet deux des trois professeurs réduisent, pour des raisons certainement différentes, les activités des élèves à un travail sur des tâches simples et / ou isolées.

Enfin, nous avons pu repérer certains manques liés aux discours tenus dans chaque classe, par exemple dans les discours de validation : le manque d'institutionnalisation chez Mme B., à la suite d'une séance de travail en petits groupes, pourrait être un frein à l'apprentissage des moins bons élèves.

2. Retour aux cours particuliers : un moyen d'aller plus loin dans cette recherche

A l'origine de ce travail, nous voulions rendre compte de l'importance du phénomène des cours particuliers. Depuis le début de cette étude, et encore à ce jour, les chiffres concernant la consommation de ce type de cours en France sont vertigineux. Malheureusement pour nous chercheurs, les cours particuliers restent un sujet délicat à aborder, voire tabou, pour certains professeurs, et par conséquent pour leurs élèves, qui n'admettent pas toujours avoir recours à cette aide extérieure. La question des cours particuliers reste un vrai problème, qu'il nous tiendra à cœur de traiter, pour prolonger les résultats obtenus sur les manques éventuels des élèves en classe – à travers leurs demandes en cours particuliers – mais aussi pour approfondir nos réflexions sur le travail individuel de l'élève, à la maison comme en classe, et son effet sur les apprentissages.

RÉFÉRENCES

CORLAY M. & CISSE F. (2006), *Déroulement des cours et apprentissages (sur le chapitre des triangles semblables)*. Mémoire de Master, Université Paris 7.

CRAHAY M. (2000), *L'école peut-elle être juste et efficace? De l'égalité des chances à l'égalité des acquis.* Bruxelles : De Boeck.

FELIX C. (2004), Les gestes de l'étude personnelle chez les collégiens : une perspective comparatiste. *Spirale.* 33, 89-100.

HOROKS J. (2006), *Les triangles semblables en classe de seconde : des enseignements aux apprentissages – Etude de cas.* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

MARGOLINAS C. (1992), Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherche en Didactique des Mathématiques.* 12.1, 113-158.

PARIÈS M. (2004), Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques, relations entre discours des professeurs et activités potentielles des élèves. *Recherches en didactique des mathématiques.* 24.3, 251-284.

ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherche en Didactique des Mathématiques.* 18.2, 139-190.

ROBERT A. (2003), Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations individuelles introduites au démarrage des exercices cherchés en classe. *Petit x*. 62, 61-71.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*. 2.4, 505-528.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2005), A cross analysis of the mathematics teachers' activity. An example in a French 10th-grade class, *Educational Studies in Mathematics* 59, 269-298.

RODITI E. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : l'Harmattan.
ROGALSKI J. (2005), Piaget et Vygotski : apports croisés pour une approche développementale. In C. Castela & C. Houdement *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 237-262. Paris : IREM de Paris 7.
VERGNAUD G. (1981), Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* 2.2, 215-232.

ANNEXES

Annexe 1 : énoncé de l'exercice 7 (pour les Tableaux 7 et 8)
ABCD est un parallélogramme, N est un point du segment [DC] distinct de D et C, le droite (AN) coupe (BC) en M.
1) Démontrer que les triangles ADN est ABM sont semblables.
2) En déduire que DN x BM = AB x AD.

Annexe 2 : énoncé de l'exercice 11 (pour les Tableaux 7 et 8)
(C) est un cercle de centre O et de rayon r, ABC est un triangle inscrit dans (C), [AH] est une hauteur du triangle ABC. La droite (AO) recoupe le cercle (C) en D.
1) Démontrer que les triangles ABD et AHC sont semblables.
2) On pose AB = c, AC = b et AH = h, déduire de la question précédente que bc = 2 rh.