



**HAL**  
open science

## Les ressources autodidactes en mathématiques de très bons élèves de classes scientifiques

Corine Castela

► **To cite this version:**

Corine Castela. Les ressources autodidactes en mathématiques de très bons élèves de classes scientifiques. Marie-Claude Penloup. Les connaissances ignorées. Approche pluridisciplinaire de ce que savent les élèves, INRP, pp.173-202, 2007, Didactiques, apprentissages, enseignements. hal-03199919

**HAL Id: hal-03199919**

**<https://hal.science/hal-03199919>**

Submitted on 16 Apr 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## **Les ressources autodidactes en mathématiques de très bons élèves de classes scientifiques**

Corine CASTELA

Université Paris 7, équipe DIDIREM (didactique des mathématiques) ; université de Rouen, EA LIDIFRA, équipe « Francophonie Usages et Apprentissages du Français » ; IUFM de l'Académie de Rouen

Ce chapitre propose une réflexion sur le besoin d'autonomie constamment invoqué par les enseignants de toutes disciplines comme une différence entre collège et lycée. Qui parmi les lecteurs de ce livre n'a pas un jour entendu quelque professeur proclamer aux élèves qu'il accueille : « Le collège, c'est fini ; au lycée, c'est très différent, on attend de vous que vous soyez beaucoup plus autonomes. »

L'autonomie ne semble donc pas pouvoir être considérée comme une ressource qui serait disponible chez les élèves et que le système éducatif ignorerait, puisque au contraire c'est son absence chez certains qui est institutionnellement convoquée comme facteur d'échec à ce niveau scolaire. Mais ceci n'est que trompe-l'œil. En se référant à une compétence aussi indéterminée que l'est cette idée d'autonomie, l'institution lycée masque une insuffisante analyse de l'évolution des attentes du système vis-à-vis des élèves. Le terme d'autonomie dissimule une ignorance collective. Notre intention n'est pas ici d'en faire reproche à quiconque mais simplement de pointer un besoin criant de savoirs et donc de recherches : sauf à considérer que la capacité à être autonome se forme en dehors de l'école et que le système éducatif est impuissant à aider les élèves à l'acquérir, il est urgent de décrire plus précisément en quoi les tâches scolaires évoluent du collège au lycée, et ce discipline par discipline.

Ce chapitre est une contribution à un tel travail d'analyse des tâches pour le cas de l'enseignement des mathématiques dans la filière scientifique. Nous voulons mieux comprendre

quelle est cette autonomie qui manquerait à partir de la première S à des élèves jusque là performants.

Dans un premier temps, nous montrerons que la réussite dans cette discipline dépend de la construction par les élèves de connaissances dont le système n'organise pas l'apprentissage, bien qu'elles soient dotées d'une légitimité mathématique. Il existe des enjeux d'apprentissage ignorés en tant que tels par l'institution d'enseignement des mathématiques et que pourtant les élèves doivent atteindre pour réussir. La conjugaison de deux phénomènes explique l'expansion de ce *curriculum* clandestin<sup>1</sup>. D'une part, le rythme imposé par l'ampleur des programmes et les horaires disponibles impose aux enseignants de réduire l'étude en classe de chacun des objets étudiés. D'autre part les tâches proposées exigent des élèves qu'ils prennent plus d'initiatives ; autrement dit, il y a effectivement développement de la nécessité d'autonomie mathématique mais nous affirmons que ce développement appelle avant tout la construction d'un complément de connaissances. Ainsi, c'est essentiellement un besoin d'autonomie autodidacte que nous mettons en évidence.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présenterons le cas de trois excellentes élèves de première scientifique, cherchant à comprendre comment leur travail personnel leur permet de faire face aux exigences de cette classe. Nous nous appuyons pour cette étude sur un entretien au cours duquel, individuellement, chacune a évoqué le travail de révisions accompli pour préparer le contrôle de mathématiques précédant immédiatement la rencontre. Nous verrons donc comment elles sollicitent des ressources personnelles relatives aux gestes de

---

<sup>1</sup> Les apprentissages envisagés sont étroitement liés à la discipline considérée, ils n'en constituent pas a priori une perversion que l'institution, impuissante à l'empêcher, dissimulerait. Ces deux aspects font que la notion de *curriculum clandestin* ou *ignoré* ne peut être identifiée à celle de *curriculum caché* tel que la développe Perrenoud (1993). L'institution connaît peut-être les nécessités considérées d'apprentissage mais les ignore en ce sens qu'elle n'en assume pas la réalisation (Petit Robert : *Ignorer quelqu'un* : le traiter comme si sa personne ne méritait aucune considération).

l'étude des mathématiques pour construire les connaissances nécessaires à leur réussite dans cette discipline, à ce niveau.

### **Analyse des enjeux scolaires d'apprentissage en mathématiques**

Affirmer que la réussite scolaire en mathématiques nécessite l'acquisition de connaissances mathématiquement légitimes mais non enseignées peut étonner. Cette discipline est en effet de celles qui se caractérisent par l'existence d'un champ structuré de savoirs théoriques, la définition des enjeux d'apprentissage semblant alors se réduire au choix des éléments de ce savoir savant que, à transposition didactique près (Chevallard, 1985), les élèves doivent s'approprier. Et c'est bien ainsi que se présentent au secondaire et plus encore dans la filière scientifique du lycée, les programmes officiels, essentiellement composés d'une liste des concepts et théorèmes à enseigner. Serait-il donc que la réussite requière des élèves une certaine connaissance de concepts ou de théorèmes non inscrits aux programmes ? Ce n'est absolument pas ce que nous prétendons ; notre hypothèse est que le savoir théorique n'est pas suffisant pour mener à bien les tâches par lesquelles l'institution évalue les apprentissages mathématiques des élèves, pas plus qu'il ne l'est pour l'expert mathématicien dans ses recherches. Nous développons ce point dans la première section et formalisons, ensuite, les réflexions présentées grâce au modèle praxéologique des savoirs en jeu dans toute pratique humaine proposé par Y. Chevallard. Dans la troisième section, nous illustrons ce modèle par des exemples qui laissent entrevoir le développement du champ des connaissances à construire à mesure qu'on avance dans la scolarité et qu'augmente l'exigence d'autonomie mathématique, plus particulièrement dans la filière scientifique. Dans la dernière section, nous montrons rapidement pourquoi le système d'enseignement abandonne de plus en plus aux élèves la responsabilité de ces constructions.

**Rapport savoir - pratique en mathématiques : plusieurs conceptions possibles.**

Comme nous l'avons rappelé ci-dessus, les objectifs officiels de l'enseignement des mathématiques sont, au moins à partir du collège, formulés en termes d'éléments de savoirs théoriques. Pourtant, à quelques exceptions près, les tâches proposées aux élèves, et plus particulièrement les évaluations qui déterminent l'échec ou la réussite scolaire dans la discipline, ne concernent pas directement le savoir en question. De l'école primaire à la licence, l'activité des élèves est centrée sur la résolution d'exercices et de problèmes dans lesquels les éléments théoriques enseignés interviennent comme outils de résolution et plus spécifiquement de calcul et de démonstration. Lorsqu'ils s'aventurent dans le domaine des savoir-faire ou capacités attendus, les textes officiels font principalement référence à des *savoir utiliser* tel ou tel théorème dans tel ou tel type de tâches. On transpose donc ainsi au niveau scolaire l'une des dimensions majeures du travail des mathématiciens : une fois un résultat conjecturé, il faut en établir la vérité par des démonstrations impliquant les théorèmes déjà établis<sup>2</sup>.

Adoptons provisoirement le point de vue d'un élève. Sa réussite en mathématiques dépend de son succès dans la résolution des exercices que le professeur lui propose. Il peut aborder chacune de ces tâches comme un défi isolé, sans passé ni futur, dans lequel il cherchera à investir toute sa ruse. C'est une posture d'adaptation tactique à la contingence dont les travaux de Michel de Certeau (1980) ont montré l'importance et l'efficacité dans la vie quotidienne, le poids dans la culture commune. Pariant sur l'adaptabilité, sur l'inventivité en situation, elle ne mise pas sur l'apprentissage, la capitalisation des expériences, ni a fortiori sur une construction stratégique de savoirs<sup>3</sup>. Elle est par conséquent inadaptée au projet de l'école

---

<sup>2</sup> L'enseignement français fait le choix de ne pas transposer d'autres aspects de la recherche mathématique - problématisation, modélisation et exploration d'une question initiale, interne ou non aux mathématiques.

<sup>3</sup> Sur la distinction tactique - stratégie classique dans les théories de la guerre ou de la lutte des classes, voir Certeau M. (de), 1980, Chapitre III (p. 57-63 dans l'édition de 1990, Gallimard)

et bien évidemment, pour le sujet qui nous occupe, à la démarche mathématique tout entière orientée vers la production de savoirs généraux. Or les recherches menées par le groupe Escol sur le rapport au savoir ont montré la forte présence de ce style de rapport à la pratique et au savoir chez les élèves en difficulté, à l'école et au collège (Bautier, Charlot, Rochex, 1992), en lycée professionnel (Charlot, 1997, 1999), voire en Seconde (Bautier, Rochex, 1998). Certains de ces élèves n'entrent pas dans un processus d'apprentissage qui leur reste étranger. D'autres, dans un effort d'adaptation à ce qu'ils ressentent des demandes de l'école dont ils cherchent encore à être de bons sujets, s'évertuent à répéter, jusqu'à réussite, les tâches rencontrées en classe et se sentent trahis quand le contrôle ne demande pas exactement le même travail (Bonnerly, 2004, 2007) ; pour eux, toute tâche scolaire apparaît en elle-même comme un enjeu d'apprentissage. Toujours sans doute dans un rapport tactique au monde, ils ignorent que les travaux qui leur sont proposés sont là en tant que représentants d'une classe de situations et dans le but de les aider à construire une certaine maîtrise générique, ce que les chercheurs du groupe Escol notamment désignent comme le phénomène de « secondarisation des activités scolaires » (voir par exemple Bautier et Goigoux, 2004)<sup>4</sup>. Il nous a paru important de rappeler ce diagnostic posé par l'équipe Escol devant les difficultés des enfants d'origine populaire face aux exigences de l'enseignement obligatoire, dans le souci de contraster notre analyse de l'échec en mathématiques au niveau scolaire où nous situons notre travail. Notre hypothèse est en effet la suivante : les élèves dont le parcours antérieur en mathématiques a été suffisamment réussi pour qu'ils soient acceptés en première S ont conscience que tout exercice

---

<sup>4</sup> « Cette notion de « secondarisation » des activités scolaires, qui implique simultanément décontextualisation et adoption d'une autre finalité, nous semble en mesure de rendre raison de l'origine d'une bonne partie des difficultés des élèves des milieux populaires. La centration de la plupart d'entre eux sur le sens ordinaire, quotidien, des tâches, des objets ou des mots semble les empêcher de construire ces objets dans leur dimension scolaire seconde. » (*ibid.*, p. 91)

mathématique est doté d'une certaine généricité et participe d'un processus d'apprentissage. Interpréter l'échec de certains d'entre eux suppose d'approfondir l'analyse du phénomène de secondarisation.

Qu'est-ce qui est à apprendre dans ces exercices ? Deux types de réponse sont possibles, correspondant à deux conceptions du mathématicien.

#### **Le mathématicien comme théoricien et praticien inventif et rusé**

On peut considérer que toute la dimension stratégique de la résolution d'un problème mathématique est formalisée par la théorie, le reste étant affaire d'affrontement tactique à la contingence. Un bon mathématicien est alors un expert du savoir théorique, inventeur rusé, voire doté d'un certain génie, en situation. Par transposition, cette position s'appliquera dans l'enseignement. Une telle épistémologie des mathématiques scolaires s'accommode également de points de vue différents sur la pratique savante, y compris celui qui sera développé un peu plus loin : on arguera alors du fait que la finalité éducative n'est pas de former des mathématiciens mais de construire certains concepts spécifiques des mathématiques relevant d'une culture commune et susceptibles d'outiller des pratiques très diverses auxquelles l'enseignement des mathématiques n'a pas prétention de former les élèves.

Selon cette conception, les enjeux d'apprentissage s'expriment exclusivement en termes de concepts et de théorèmes et en France, ils sont explicités par les textes officiels. Il n'y a donc pas de *curriculum* clandestin. Pour décrire les acquisitions visées, on parlera plutôt de conceptualisation et de compréhension. Les exercices contribuent à ces constructions cognitives : ils donnent du sens aux savoirs enseignés en montrant leurs applications. Par un cheminement dont on peut imaginer qu'il reste assez obscur aux élèves, les exercices aident non seulement à apprendre le texte du savoir théorique mais aussi à le comprendre. De manière sans doute plus évidente pour ces mêmes élèves, ils permettent également l'évaluation de l'apprentissage : échouer dans un exercice est vu comme l'indice d'une connaissance ou

d'une compréhension insuffisante du cours sur lequel il s'agira alors de revenir dans l'espoir de pallier, souvent par relecture, les manques diagnostiqués. Selon ce point de vue sur l'activité mathématique, il n'existe pas d'autre remède à l'échec que ce retour sur le cours puisqu'on ne voit pas comment on pourrait apprendre à être inventif face à l'inédit.

#### **Le mathématicien comme théoricien et praticien expérimenté et rusé**

Il s'agit cette fois d'adopter une vision nettement moins romantique de la pratique du mathématicien, en y décelant une grande partie de tâches routinières, pour lesquelles, praticien expérimenté, le chercheur possède des façons de faire (plus ou moins algorithmiques suivant les cas). Pour affronter une situation nouvelle, il puise en effet tant dans son expertise théorique que dans ce bagage pratique, pour bricoler en artisan rusé, les outils qui lui donneront la solution.

Selon ce point de vue, le savoir théorique n'est pas seul sollicité dans l'activité de résolution d'exercices ou de problèmes. Le « résolveur » cherche à rapprocher la question qui lui est posée de tâches génériques déjà rencontrées et pour lesquelles il connaît des techniques de traitement. Celles-ci utilisent des éléments de savoirs théoriques mais le savoir à construire pour devenir un bon résolveur déborde largement ces références.

Différents indicateurs montrent que le système français, au moins au secondaire, choisit de transposer cette conception de la pratique mathématique, alors même que, comme nous l'avons envisagé précédemment, la légitimité d'une telle option peut être contestée, particulièrement au primaire et au collège. Ainsi, le contenu des épreuves nationales d'évaluation, baccalauréat comme brevet des collèges, prouve bien que les élèves sont évalués sur un nombre assez restreint de tâches classiques et non sur la confrontation à des problèmes inédits comme c'est par exemple le cas aux Olympiades mathématiques. Diverses raisons peuvent expliquer ce choix : un certain réalisme (il est sans doute plus raisonnable de former des artisans que des génies); le pilotage de la filière scientifique, et par ricochets de tout le système, par les classes



préparatoires et l'université ; enfin, l'idée d'une dialectique conceptualisation - résolution de problèmes, les concepts mathématiques se construisant peu à peu à partir d'un état initial embryonnaire dans une pratique prosaïquement outillée par des tours de main techniques.

Nous donnons dans les deux sections suivantes une modélisation des savoirs mathématiques, théoriques et pratiques, en jeu dans la résolution de problèmes. Notre propos est illustré par des exemples susceptibles d'attester la nécessité de tels savoirs au secondaire, appelés notamment par des tâches demandant plus d'initiatives. Mais ce besoin est didactiquement ignoré, surtout à partir du lycée puisque, comme nous le verrons dans la dernière section, cette institution n'organise qu'à la marge les apprentissages correspondants, les savoirs évoqués constituant alors le *curriculum* clandestin qui nous préoccupe.

Ainsi pour revenir à la notion de *seconдарisation des activités mathématiques scolaires*, nous soutenons que chaque exercice met les élèves en présence de deux classes d'objets d'apprentissage : sous les feux de la rampe, des savoirs théoriques présentés explicitement dans le cours et donc difficilement ignorés des élèves ; au second plan, plus ou moins dans l'ombre, des savoirs non théoriques pour l'essentiel non enseignés et dont certains élèves ignorent l'existence ou qu'ils ne savent pas construire, ce qui diminue leur chance de réussite en mathématiques.

### ***Les Organisations mathématiques praxiques.***

Pour décrire les savoirs en jeu dans l'activité mathématique de résolution de problèmes, nous nous appuyons sur la notion d'organisation praxéologique introduite en 1995 par Y. Chevallard (1999) et qui constitue aujourd'hui un des concepts clés de la théorie anthropologique du didactique, l'une des deux théories fondamentales de l'école française de didactique des mathématiques :

« La théorie anthropologique du didactique considère que, *en dernière instance*, toute activité humaine consiste à *accomplir une tâche  $t$  d'un certain type  $T$ , au moyen d'une certaine technique  $\tau$* ,

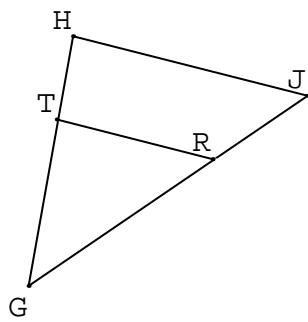
*justifiée* par une *technologie*  $\theta$  qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui a son tour est *justifiable* par une *théorie*  $\Theta$ . En bref, toute activité humaine *met en œuvre* une organisation qu'on peut noter  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique*. Le mot de praxéologie souligne la structure de l'organisation  $[T, \tau, \theta, \Theta]$  : le grec *praxis*, qui signifie « pratique », renvoie au *bloc pratico-technique* (ou *praxique*)  $[T, \tau]$ , et le grec *logos*, qui signifie « raison », « discours raisonné », renvoie au *bloc technologico-théorique*  $[\theta, \Theta]$ . » (Chevallard, 2002, p. 3)

Cette description est en particulier utilisée dans le cas des mathématiques, sous le nom d'Organisation praxéologique mathématique, usuellement Organisation mathématique (OM). Ce modèle met en avant la généralité des tâches au sein de la diversité des travaux rencontrés ; par ses quatre composantes, il prend en charge la diversité des savoirs à construire. Nous insisterons en particulier sur le point suivant, décisif dans notre argumentation : la technologie d'une technique mathématique intègre certains éléments théoriques qui assurent la validité de la technique utilisée mais elle ne s'y réduit pas. Elle comprend également, ce que certains mathématiciens anglais considèrent comme *a mathematical folklore*, au sens étymologique de discours du peuple mathématicien, c'est-à-dire certains savoirs très ancrés dans l'expérience, permettant de choisir, de mettre en œuvre, de piloter la technique (Castela, 2000). Relèvent de cette composante non théorique les éléments de méthodes que l'on trouve dans de nombreux manuels scolaires. Les exemples qui suivent donneront une idée de ce que peuvent être les technologies utiles au peuple des élèves mathématiciens.

### ***Exemples d'Organisations mathématiques en jeu dans les pratiques scolaires.***

Dans un souci d'accessibilité à des lecteurs non-mathématiciens, nous nous appuyons dans cette section sur des exercices de fin de collège et de seconde. Nous nous centrerons sur un type de tâches explicitement travaillé à partir de la quatrième, le calcul de longueurs à l'aide du théorème de Thalès.

### EXEMPLE 1



Dans les deux cas suivants,  
calculer la longueur demandée.  
Figure de gauche :  $(TR) \parallel (HJ)$ ,  
 $HJ = 9$ ,  $TR = 4$ ,  $GJ = 9$ ,  
calculer  $GR$ .  
Figure de droite :  $(NP) \parallel (KM)$ ,  
 $LN = 5$ ,  $NK = 7$ ,  $NP = 4$ ,  
calculer  $KM$ .

Sources : Mathématiques 4<sup>e</sup>, Paris : Hatier, coll. « Triangle Mathématiques », 2002. Chapitre XII, Triangles et droites parallèles, exercice 9, p. 195.

Cet exercice relève du chapitre de quatrième consacré au théorème de Thalès dont l'utilisation est un enjeu explicite de l'enseignement. Il est donc (implicitement) entendu que tout exercice posé à ce moment précis se résoudra à l'aide du théorème en question. Les élèves n'ont pas besoin de repérer des conditions relatives au contexte dans lequel cet outil est efficace. Par contre, on voit dans ce premier exemple une variation sur les noms des points, la position spatiale des triangles dans la feuille et les longueurs connues (en particulier, dans le second cas, on ne connaît pas directement la mesure du côté  $LK$ ). Pour calculer la longueur demandée, les élèves doivent écrire correctement les égalités de rapports ce qui nécessite une certaine analyse de l'énoncé du théorème : par exemple, ils peuvent repérer qu'il y a un grand et un petit triangles emboîtés et que les rapports sont formés en prenant les côtés « correspondants » avec un rôle spécifique attribué au sommet commun. Ceci devrait leur permettre d'adapter l'énoncé générique qui, dans le cours, est donné avec des désignations particulières pour les sommets et un dessin

---

5 L'énoncé du théorème est le suivant : si les points  $G$ ,  $R$  et  $J$  d'une part,  $G$ ,  $T$  et  $H$  d'autre part sont alignés, les droites  $(TR)$  et  $(HJ)$  étant parallèles, on a  $\frac{GT}{GH} = \frac{GR}{GJ} = \frac{TR}{HJ}$

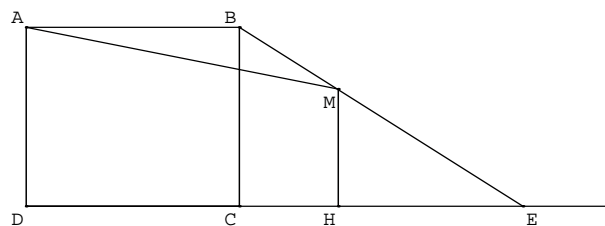
d'illustration situé très souvent dans une position « canonique » par rapport aux bords de la feuille. Un tel savoir leur évitera aussi peut-être dans le second cas de faire intervenir l'égalité erronée  $LN/NK = NP/KM$ .

Ceci est un exemple de la composante non théorique de la technologie relative à la mise en œuvre de la technique de calcul de longueurs issue du théorème de Thalès. À ce niveau scolaire, elle est en général explicitée au moins oralement par le professeur qui, de plus, proposera aux élèves suffisamment d'exercices de ce type pour qu'ils puissent rencontrer les variantes possibles de cette application directe du théorème.

De la quatrième à la fin de la troisième, les élèves devront également apprendre à reconnaître certaines conditions favorables à l'utilisation de cette technique puisque au brevet, et donc en dehors du contexte privilégié du chapitre centré sur le théorème de Thalès, apparaissent régulièrement des questions pour lesquelles le recours à ce théorème est pertinent mais à l'instigation de l'élève. C'est un travail sur le type de tâches qui est alors sous-jacent mais, pour le brevet du moins, il est en général suffisant d'associer l'emploi du théorème de Thalès à deux configurations prototypiques : celle qui est présente dans le premier exemple et une seconde, la configuration « Papillon », vue en troisième. L'exemple suivant montre que ceci est très insuffisant en Seconde.

### *Exemple 2*

On considère un carré ABCD tel que  $AB = 3$ . On place le point E sur la demi-droite  $[D,C)$  de sorte que  $DE = 7$ . Soit M un point de  $[B,E]$  tel que  $EM = x$  et soit H le projeté orthogonal de M sur (DE).



Le but de ce problème est d'étudier l'aire du trapèze ADHM.

1. Calculer BE.

2.

a) Exprimer les distances MH et EH en fonction de  $x$ .

b) En déduire la distance DH en fonction de  $x$ .

3. Exprimer l'aire du trapèze ADHM en fonction de  $x$ .

[...]

Sources : Maths 2<sup>e</sup>, Coll. « Abscisse », 2004, Paris : Magnard,  
Chapitre 9. Fonctions : Généralités, exercice 47, p. 292.

Cet exercice apparaît dans un chapitre dont l'objet n'est pas géométrique puisqu'il s'agit de fonctions. Les questions relatives à cet enjeu ne sont pas reproduites ici mais nous retiendrons qu'y interviennent plusieurs OM nouvelles à ce niveau scolaire. Par contre, les questions 1 et 2 concernent des calculs de longueur ; dans la première, la technique à utiliser est liée au théorème de Pythagore, dans la seconde au théorème de Thalès (mais la trigonométrie peut aussi être utilisée). Les indicateurs les plus classiques associés à ces deux OM sont absents : l'énoncé ne comporte aucune référence directe à un triangle rectangle ni à des droites parallèles ; les configurations prototypiques sont évidemment présentes dans le dessin mais il faut les en extraire. Ceci est un exemple de ce qu'on peut considérer comme un développement de l'autonomie mathématique exigée des élèves puisque la mobilisation des outils pertinents est à leur charge. Pour piloter la recherche, il est souhaitable qu'ils aient construit une Organisation mathématique moins ponctuelle que celles que nous avons

préalablement définies reliant au type de tâches « calculer une longueur » les différentes techniques rencontrées au collège, incorporant des savoirs sur leurs conditions d'efficacité à la technologie : « pour calculer une longueur, les outils suivants peuvent être utilisés, théorème de Pythagore, fonctions trigonométriques, théorème de Thalès, [...] ; dans les deux premiers cas, il faut des triangles rectangles, est-ce qu'il y en a ? ; dans le troisième, il faut des triangles emboîtés à côtés parallèles, est-ce qu'il y en a ? ; comment établir que les droites sont bien parallèles ?... »

Pour un élève qui n'aurait pas déjà construit une telle Organisation mathématique, cet exercice en est l'occasion mais ceci signifie que le phénomène de secondarisation des activités mathématiques scolaires se diffracte finalement en trois composantes : apprentissages relatifs aux objets théoriques en cours d'enseignement, apprentissages relatifs aux OM qui leur sont associées et apprentissages relatifs à des OM anciennes qui doivent évoluer pour faire face au développement de l'autonomie mathématique attendue.

***Étude des Organisations mathématiques : le processus de désengagement du système d'enseignement.***

Espérant par les exemples précédents avoir laissé entrevoir la diversité des savoirs en jeu dans la résolution des problèmes proposés aux élèves, nous étayons succinctement dans cette section l'affirmation suivante : à partir de la seconde et plus nettement encore de la première S, le système d'enseignement des mathématiques prend de moins en moins en charge la construction des Organisations mathématiques, laissant donc à la charge des élèves la réalisation des apprentissages correspondants.

Comme nous l'avons déjà signalé, les programmes officiels ignorent largement les OM, les objectifs annuels sont pour l'essentiel définis en termes de définitions et de théorèmes. « Faire le programme », c'est avoir abordé tous ces objets théoriques. Or l'étude des savoirs théoriques et l'étude des OM n'ont pas les mêmes priorités. Dans le premier cas, il s'agit de donner du sens aux concepts, aux théorèmes en les utilisant

dans des exercices variés montrant les différentes dimensions de leur fonctionnalité ; le professeur fera rencontrer à ses élèves le plus possible d'OM impliquant le savoir enseigné. Au contraire, l'étude d'une OM suppose de s'attarder sur le type de tâches en jeu à travers différents moments décrits par Yves Chevallard<sup>6</sup> (2002) ; dans ce cas, le professeur proposera une certaine variété d'exercices relevant de  $T$  de façon à ce que les élèves mettent à leur main la technique, en perçoivent les pièges et les limites ; ce travail donnera lieu à des phases de réflexion, de décontextualisation, débouchant sur l'élaboration d'une technologie.

S'il dispose du temps nécessaire, l'enseignant pourra développer en classe de manière assez complète l'étude des savoirs théoriques ET celle des OM associées. C'est ce qui se passe en général au collège, du moins pour les OM élémentaires requises dans la perspective du brevet. Par contre, dès que le rythme didactique s'accélère, ce qui est le cas en seconde et plus encore en première S, le nombre des savoirs théoriques à enseigner augmente et le professeur est amené à introduire un nombre plus élevé d'OM pour leur donner du sens. Faute de temps, il consacre à chacune un temps plus réduit, proposant seulement deux ou trois exercices du même type. Il peut être amené à réduire la technologie à sa composante théorique ; s'il fait quelques incises d'ordre pratique, c'est le plus souvent à l'oral, ce qui en minimise l'impact auprès des élèves puisqu'en mathématiques, ceux-ci ne notent en général pas les commentaires oraux.

Pour ce qui concerne enfin la reprise et l'évolution des OM anciennes, elle est imposée par la multiplication des exercices dans lesquels les élèves doivent penser par eux-mêmes à recourir à des OM rencontrées les années précédentes : si le

---

<sup>6</sup> Moment de la première rencontre avec  $T$ , moment de l'exploration de  $T$  et de l'émergence de la technique, moment de la construction du bloc technologico-théorique, moment de l'institutionnalisation, moment du travail de l'OM et en particulier de la technique, moment de l'évaluation (de l'efficacité et des limites de la technique au regard des tâches relevant de  $T$  mais aussi des acquis de celui qui étudie relativement à cette OM).

professeur hésite à avoir de telles exigences pour le savoir en cours d'apprentissage, il n'a plus ces scrupules pour le savoir ancien (cf. exemple 2.) dont l'emploi lui apparaît souvent comme dépourvu de toute difficulté. N'ayant déjà que peu de temps à consacrer aux OM nouvelles, le professeur négligera le plus souvent de revenir sur les OM anciennes (et les élèves ne se sentiront pas autorisés à l'interroger sur ces thèmes relevant du passé).

Ainsi assiste-t-on à un désengagement de l'institution d'enseignement vis à vis de l'étude des OM, outils pourtant indispensables pour une pratique mathématique efficace. Certaines OM, liées aux savoirs théoriques en cours d'enseignement, sont explicitement introduites en tant qu'enjeux d'apprentissage mais le processus qui permet de construire ces organisations praxéologiques n'est qu'entamé, les élèves doivent le prolonger. Par ailleurs, certaines OM anciennes doivent évoluer pour affronter le développement des exigences d'autonomie mathématique. Cette nécessité n'est pas souvent explicitée par le professeur ; les élèves doivent ainsi découvrir par eux-mêmes l'existence, à l'arrière-plan de la scène didactique, de besoins d'apprentissage qu'ils doivent a fortiori prendre en charge seuls.

Nous concluons donc cette première partie en distinguant deux niveaux dans l'autonomie autodidacte implicitement requise des élèves des filières scientifiques, une autonomie locale directement liée à l'actualité de l'enseignement, une autonomie plus transversale déployée dans un espace plus étendu au plan temporel (retour sur des objets anciens) comme au plan des savoirs (mise en relation de plusieurs OM).

L'étude clinique que nous abordons dans la deuxième partie de ce chapitre nous permettra de voir comment des élèves de première S en réussite en mathématiques assument effectivement la responsabilité autodidacte que nous venons d'analyser.



## **Les ressources autodidactes des très bons élèves : une étude de cas relative à l'apprentissage des mathématiques.**

Les considérations présentées dans la suite s'appuient sur trois entretiens individuels de quarante-cinq minutes réalisés entre janvier et juin 2005 avec des élèves volontaires de première S de très bon niveau en mathématiques<sup>7</sup>, ce dans le cadre d'une recherche sur le travail personnel en mathématiques et en SVT (Sciences de la vie et de la terre). Ce travail s'est déroulé dans un établissement de centre ville (recrutement essentiellement en « milieu favorisé »), à orientation scientifique (les classes préparatoires aux grandes écoles d'ingénieurs y sont implantées)<sup>8</sup>.

Les entretiens, centrés sur le travail accompli pour préparer le contrôle le plus récent, ont été menés de manière semi-directive, la technique de l'entretien d'explicitation (Vermeersch, 1994-2000) inspirant comme un horizon la stratégie utilisée par l'interviewer : si des digressions plus ou moins générales ont été acceptées, les élèves auront régulièrement été ramenés au récit des actions qu'ils étaient à même d'évoquer. Cependant le niveau d'évocation recherché est resté assez superficiel, dans la mesure où, sur le thème largement inexploré des gestes d'étude, nous ne visions pas un grain très fin de description.

En mathématiques, dix entretiens ont été réalisés avec des élèves de niveau différent, ce qui a permis, dans les limites de

---

<sup>7</sup> Moyenne du dernier trimestre de première S en mathématiques : Louison : 15, Paula : 17, Juliette : 17,5.

Les prénoms ont été changés avec le souci de conserver les indications culturelles et sociales véhiculées. Le fait qu'il s'agisse de trois filles n'est pas un choix. De fait, 2 garçons seulement se sont portés volontaires, tous deux de moyenne inférieure à 8. La méthodologie d'entretien et le fait que les deux chercheurs impliqués aient été des femmes ont sans doute contribué à la composition de l'échantillon.

<sup>8</sup> Le milieu familial de ces trois jeunes filles est représentatif du recrutement de ce lycée : les deux parents de Louison et le père de Paula sont de formation scientifique (mathématiques, physique et informatique), le père de Juliette est principal de collège, sa mère cadre communication et l'une de ses sœurs est dans une école d'ingénieur (agro).

la méthodologie clinique utilisée, de repérer des différences dans les gestes d'étude suivant le niveau de performances, nous y ferons fugitivement allusion dans ce texte et on pourra se reporter à Castela (2007) pour plus d'informations. Mais nous nous centrons dans la suite sur les trois meilleures élèves.

***Les phénomènes de déséquilibre-rééquilibrage de l'état de confiance en soi comme moteur d'une évolution des gestes d'étude.***

Il émane des trois entretiens la même impression d'autorité, due notamment à la teneur des propos sur laquelle nous centrerons notre analyse<sup>9</sup>. Pour confirmer cette impression, nous nous centrerons ici sur la teneur des propos. Ainsi, ces trois jeunes filles font des choix quant à leur façon de travailler par lesquels elles transgressent les conseils des professeurs ; les libertés ainsi prises sont assumées<sup>10</sup> :

Louison

« L : Moi, je trouve que j'ai pas vraiment le temps de tous les soirs me remettre et refaire tout ce que j'ai fait dans la journée. Souvent les profs nous disent Oui le soir réviser la leçon qu'on a fait le jour même et tout mais ça c'est impossible parce qu'on est quasiment tout le temps [...] en train de préparer un contrôle [...] Ou quand par exemple, on a travaillé toute la journée et qu'on a une soirée de libre, et ben on va... on va en profiter pour justement s'aérer, faire autre chose. »

Paula

« P : Théoriquement il y a les démonstrations à apprendre en maths, je les apprends pas parce que ça me saoule. » Plus tard « Enfin ça me saoule d'apprendre du par cœur avec des vecteurs machin... ouais ça me gonfle quoi donc je le fais pas

I : Et ça ne te handicape pas ?

---

<sup>9</sup> On pourra repérer dans les citations ultérieures l'autorité qui se dégage notamment du vocabulaire et des formes verbales utilisées.

<sup>10</sup> Les transcriptions ne sont pas données sous leur forme originelle ; le discours des locuteurs a été l'objet d'une certaine mise au propre de façon à faciliter la lecture. Dans ce qui suit, l'interviewer est désigné par la lettre I.

P : Non, non. C'est pour l'année prochaine quoi, il paraît qu'il y a des démonstrations au bac, on verra l'année prochaine quoi. Rire »

Juliette

Il n'existe pas de passage aussi édifiant chez Juliette. Évoquons néanmoins son comportement vis-à-vis des exercices. Il est d'usage en mathématiques de considérer qu'on ne progresse véritablement « qu'en s'échouant », c'est-à-dire en s'affrontant à des questions résistantes, sur lesquelles il faut éventuellement revenir à plusieurs reprises pour enfin trouver la solution. Tout professeur de mathématiques va donc exhorter ses élèves, particulièrement les meilleurs, à chercher. Juliette ne respecte pas cette invitation : elle explique que si le professeur donne un exercice sans avoir traité en cours un exemple analogue, au lieu de rester « bloquée pendant trois heures », elle va explorer la partie cours du manuel « parce que ça aide, c'est toujours ça ». En fait, il ne lui semble pas possible d'affronter seule la première rencontre avec un type de tâches.

On pourrait attribuer cette part d'indépendance à une confiance en soi installée en dehors de l'école qui autoriserait une certaine mise à distance des discours institutionnels. On ne peut exclure qu'un tel phénomène contribue ou ait contribué à la posture prise par ces élèves. Toutefois, les entretiens montrent que pour décrire ce qui est en jeu, le concept pertinent n'est pas celui d'état de confiance mais plutôt celui de processus de recherche de confiance en soi, une dynamique ponctuée de cycles de déséquilibre/rééquilibrage au cours desquels le mode de travail est mis en cause puis modifié pour retrouver une efficacité perdue.

Le passage en première S a été vécu par Louison et Paula comme un moment délicat de perte des repères anciens :

Louison

« L : J'ai vraiment trouvé que entre la seconde et la première, y a vraiment un fossé. C'est plus du tout la même chose. En Première, on va beaucoup beaucoup plus vite. Je sais quand on est arrivé, le prof de maths allait super vite, il écrivait tout au tableau, on n'avait pas le temps de comprendre en

cours, on était... là au début de l'année, *j'étais vraiment obligée de travailler le soir à la maison parce que sinon, je comprenais pas... j'avais pas le temps de tout assimiler, j'avais pas le temps*<sup>11</sup>. Le prof allait tellement vite, il dicte les phrases, il va super vite et tout. Toi, tu as du mal à essayer de... de tout noter, tout le cours, donc t'as pas du tout le temps d'enregistrer ce qu'il dit. Donc là après, *ça demande une demi-heure à la maison, on relit bien le cours, on essaye de tout bien recomprendre*. Et puis après, c'est un rythme à prendre. Je veux dire que maintenant là, en cours même si ça va vite, on arrive à comprendre en même temps. Mais c'est vraiment au début, c'est plus du tout le même rythme donc oui, c'est plus ça. »

Paula

« P : Parce qu'en fait au début de l'année on a commencé... [...] c'était... c'était vraiment pas pareil parce qu'il nous a tout de suite donné du boulot, on a eu un devoir, un DM [devoir maison] pour la semaine d'après et... et je suis arrivée, j'y comprenais rien, *j'ai eu un gros stress, je me suis dit Je vais jamais y arriver, c'est fini...* j'ai passé tout mon week-end à faire mon DM où je comprenais rien, y a mon père qui m'a aidée et... et j'étais en stress et donc du coup, *ce coup de stress eh ben, ça m'a forcée à réviser pour me sentir en confiance*. »

Juliette situe la transition à l'entrée en seconde sans toutefois attribuer à ce moment la dimension un peu dramatique exprimée par les deux autres élèves :

Elle a décrit sa façon de préparer un contrôle et on lui demande depuis quand elle travaille ainsi et si quelqu'un lui a conseillé cette façon de travailler.

« J : En fait au collège, je ne faisais pas du tout ça parce que c'était... enfin ça semblait plus facile. Enfin les maths au collège, c'est facile. C'est à partir en fait de la seconde où j'ai... c'était une technique que je trouvais vachement bien

---

<sup>11</sup> Le soulignement est utilisé pour attirer l'attention du lecteur sur certains passages. Les mots en majuscules correspondent à une intonation d'insistance de la part du locuteur.

pour apprendre et c'est ce qui me permettait d'avoir des bonnes notes.

[...] J'ai commencé à refaire les exercices et puis finalement je me dis que c'est un concours en fait d'essayer de les refaire tous avant le contrôle *pour être sûre d'être bien parée pour le contrôle*. Mais non, non, c'est pas quelqu'un qui m'a dit de faire comme ça, non c'est toute seule euh, je me suis aperçue que ça m'aidait bien à... à me préparer au contrôle.»

Ainsi pour ces trois élèves, la transition collège/seconde ou le passage en première S a produit une déstabilisation, un sentiment d'insécurité, elles y ont répondu en modifiant leur mode de travail. C'est la réussite aux contrôles qui valide les modifications apportées, recrée puis entretient leur confiance. Signalons que, comme Juliette, Louison et Paula n'ont pas souvenir d'avoir été influencées ou aidées par quiconque dans la formation de leurs gestes d'étude. Le travail personnel est un espace sur lequel elles exercent une réelle souveraineté ; leur sensibilité à l'évolution des exigences institutionnelles, leur capacité à mettre en doute leur assurance de bonne élève mathématicienne, mais aussi, nous allons le voir, à adapter les formes de leur travail leur permettent de le faire avec une réelle efficacité. Ceci sera précisé dans les sections suivantes qui présentent certains de leurs gestes.

***Percevoir la nécessité de reprendre à la maison ce qui a été fait en classe.***

Nous l'avons vu, l'accélération du rythme de la classe au passage en première S a conduit Louison pendant un certain temps à revenir le soir sur le cours. Puis elle s'est adaptée. Elle explique aussi qu'en général, elle ne revient pas sur les exercices entre les séances :

« L : Si j'ai des problèmes, je mets un signe Attention et dans ce cas-là, je le [l'exercice] refais avant le contrôle mais je le refais rarement le soir sauf si le fait de pas avoir compris cet exercice, ça me bloque vraiment pour comprendre la leçon d'après mais si c'était par exemple un petit exercice en plus qui

me permet...qui me bloque pas pour avancer, je vais pas le refaire le soir même. »

Elle exprime ici un comportement très largement majoritaire chez les élèves interviewés, on notera toutefois chez elle la sensibilité à un degré trop élevé d'incompréhension, source d'un inconfort auquel elle se doit de remédier rapidement :

« L : [Si] je sais qu'après on va par exemple en avoir besoin dans les exercices qu'on va faire, donc j'estime que si j'ai pas compris ça, ça va me gêner dans tous les exercices qu'on va pouvoir faire en cours donc je fais attention à bien le retravailler chez moi et à bien le recomprendre. Sinon... sinon non, je refais pas. »

Plus loin « quand je comprends vraiment pas un truc, ça me panique presque. Alors le soir, je me sens obligée de le refaire parce que enfin quand je comprends pas un truc ça m'énerve donc j'aime bien... »

Quoi qu'il en soit, la norme pour elle comme pour tous les élèves interviewés est de revenir sur les exercices proposés par le professeur au moment héroïque de préparation du contrôle. Pour cette phase de la révision, Louison et Juliette procèdent de la même façon ; laissons parler Juliette :

« J : Je commence d'abord par apprendre la leçon avec les photocopiés qu'on nous a donnés, les formules, etc. J'apprends sur un ou deux jours quoi et après toute la semaine, je refais les exercices, TOUS les exercices qu'on a faits. [...]

J'apprends pas par cœur, je relis juste et c'est...les formules au fur et à mesure, de les retrouver dans les exercices que je les retiens. Mais je lis d'abord tout entier le cours. [...]

Quand j'ai fini de lire toute la leçon, je reprends tous les exercices dès le début. [...]

Je lis l'énoncé et je fais l'exercice SANS REGARDER ce qu'on a déjà fait parce que en général les exercices on les a déjà faits depuis quinze jours, trois semaines, donc je ne me souviens plus trop et au moins ça me fait voir si j'ai compris ou pas la leçon, si je sais refaire l'exercice etc. Et après je regarde le corrigé de... enfin de ce que nous on a fait en cours. [...]

Et je regarde si j'ai bon. Si j'ai faux, en général, c'est ceux que je refais après ou si j'ai faux parce que j'ai fait une erreur de calcul, je me dis que j'ai bon, que je ferai attention. Et si j'ai bon, ben je passe à l'exercice suivant. [...]

Si j'ai faux, euh je le refais plus tard pour avoir oublié un peu l'exercice. Et j'ai noté sur un petit post-it quel exercice à refaire. [...]

Je sais quand j'ai fini de faire TOUS les exercices et que j'ai BON, c'est que j'ai fini de réviser.»

Le travail est donc organisé de la façon suivante : relecture du cours essentiellement pour vérifier la compréhension et la connaissance des résultats, reprise par écrit des exercices proposés par le professeur, contrôle par confrontation au corrigé ; en cas d'échec ou d'erreur, ce corrigé est étudié (nous reviendrons dans les sections suivantes sur cette phase) puis l'élève refait l'exercice. Paula se distingue essentiellement sur deux points de cette stratégie. Elle ne reprend pas le cours :

« I : Mais finalement tu trouves que en maths c'est pas très important euh la partie du cours ?

P. : Ben non, c'est plus la pratique...si on connaît la pratique, on connaît le cours en général »

Par ailleurs, elle ne refait pas systématiquement tous les exercices par écrit :

« P : Y a pas beaucoup de trucs sur les homothéties parce que je les faisais à l'oral, sans tous les rédiger [rire] je les faisais à l'oral. »

Sur ces trois élèves, seule Louison affirme avoir travaillé ainsi dès le collège. Elle explique combien l'exhaustivité de ce travail est indispensable à sa confiance :

« L : Moi, je les fais... je sais pas si c'est toujours utile de les faire mais moi je... ça me rassure de les refaire en fait parce que je sais que si jamais je les refais pas, le soir je vais être stressée parce que j'aurai pas refait les exercices et ça va pas... ça va pas aller. »

Juliette procède ainsi depuis la seconde, Paula depuis la première S.

Paula

« P : Avant, enfin je faisais pas grand chose... je m'y prenais pas à la dernière minute, non mais je bossais devant la télé ou des trucs comme ça, ça me gênait pas. [...]

Quand je pense à ce qu'on faisait en maths l'année dernière, c'était super simple. [...]

Je les [les contrôles] révisais pas beaucoup hein. Je refaisais pas tant d'exercices que ça... je me contentais du cours... souvent.

I : Lire le cours ?

P : Oui. »

Ces déclarations confirment les observations réalisées par Félix à l'occasion de sa thèse consacrée aux gestes de l'étude personnelle en Mathématiques et en Histoire au collège (Félix, 2002) : les deux bons élèves de troisième qu'elle a interviewés se contentent pour les contrôles de mathématiques de relire les corrigés des exercices ; ils signalent par ailleurs que les exercices posés à l'évaluation ont déjà été rencontrés en classe (en fait, il y a une certaine distance mais elle est très réduite). Ceci renvoie à l'hypothèse que nous avons formulée à la fin de la première partie : au collège, le professeur dispose d'un temps suffisant pour s'attarder sur chacune des OM qu'il doit introduire comme application des théorèmes enseignés, il peut faire rencontrer à ses élèves les principales variantes du type de tâches et ainsi les aider à s'approprier la technique. Ce que Félix et Joshua (2002) formulent ainsi :

« L'essentiel de l'étude, pour les « bons » élèves de collège, se déroule essentiellement en classe. »

Plus loin, ils précisent notamment que pour ces mêmes élèves, l'accession à l'expertise est rendue possible

« par le travail fourni [...] dans les moments ordinaires de classe, ceux qui accompagnent l'étude de la notion durant toute la séquence d'apprentissage. C'est dans ces moments que l'élève met progressivement à sa main l'organisation mathématique étudiée. Cette routinisation presque systématique des pratiques réduit d'autant



les moments héroïques<sup>12</sup> ; moments qui n'abritent pour les élèves forts que des gestes de lecture servant « à se remettre en tête ». (*ibidem*, p. 94-95)

Les entretiens que nous avons réalisés montrent très clairement que la situation en première S est bien différente comme nous l'avons conjecturé dans la première partie. L'accélération du rythme a pour première conséquence que, même pour certains au moins des très bons élèves, l'apprentissage relatif aux contenus directement présentés par le professeur (éléments théoriques – cf. Louison – comme exercices résolus) ne peut se réaliser intégralement en classe et nécessite donc un travail à la maison.

Encore faut-il en prendre conscience et se doter d'un instrument permettant d'évaluer ce qui est déjà acquis et ce qui reste à acquérir. La reprise systématique et par écrit des exercices<sup>13</sup> constitue un tel geste d'auto évaluation, il n'est pas caractéristique des trois bons élèves puisque tous les élèves moyens de notre échantillon y ont recours. Par contre, les trois élèves en difficulté (moyenne inférieure à 9) se différencient par un retour plus parcellaire (certains exercices seulement) et plus approximatif (exercices faits de tête en regardant rapidement le corrigé, simple relecture du corrigé). Ils reproduisent ainsi le mode de travail rencontré chez les bons élèves de troisième (et qui se révèle peut-être encore suffisant pour certains très bons élèves de première S), une stratégie qui leur a sans doute été bénéfique au collège (et en seconde puisqu'ils sont en filière scientifique). Informés par leurs performances que le niveau d'apprentissage qu'ils obtiennent ainsi ne suffit pas, ils ne se donnent pas les moyens de mieux tester la portée de ce qu'ils savent et a fortiori d'aller plus loin par leur travail. Sans avoir plus d'éléments pour étayer cette conjecture, on peut voir là l'effet de la première conception des mathématiques que nous avons évoquée au début de ce texte (l'essentiel est d'avoir compris le cours, le reste étant affaire

---

<sup>12</sup> Il s'agit des phases de préparation des contrôles.

<sup>13</sup> En réalité, certains élèves, par exemple Louison dans le cas d'un « gros » contrôle, se dispensent de refaire les exercices de base ou les font de tête.

d'adaptation à chaque exercice). Par ailleurs, ces élèves semblent peu enclins à fournir le travail nécessité par le retour systématique sur les exercices.

Pour les autres élèves au contraire, les exercices sont clairement l'enjeu d'un apprentissage qui ne se réduit pas au fait de connaître et de comprendre le savoir théorique. Tous s'accordent sur le fait qu'il faut au moins savoir refaire les exercices proposés par le professeur. Louison dans l'extrait ci-dessous explique bien ce qui est sans doute le point de vue de ces élèves :

« L : Le professeur lui, il fait son truc, il met la réponse et puis il passe à autre chose, il prend pas le temps de... Sur le coup, on comprend, donc on pose pas de question mais après c'est vrai que... enfin *comprendre et savoir le refaire, c'est différent*. Et puis il y a plein de choses, donc quand le prof le fait, il le fait vite et tout, nous on comprend et après on se dit Mince est-ce que je serai capable de le refaire ? Et c'est pour ça qu'après il faut justement travailler, parce que *si on fait juste lire le cours, on comprend tout, mais si on n'essaie pas de creuser un peu, on sait pas le refaire tout seul*. »

Une fois le diagnostic réalisé, reste donc une liste d'exercices à retravailler. Voyons comment s'y prennent Louison, Paula et Juliette.

#### ***La primauté du savoir-comment sur le comprendre-pourquoi.***

Dans l'ensemble des entretiens, l'idée de chercher à comprendre pourquoi une démarche du corrigé est valide, pourquoi une proposition de l'élève est fautive, est très peu présente. Ainsi la plupart des élèves ne reviennent jamais sur leurs propres erreurs, Paula est dans ce cas. Certains des élèves moyens expliquent cette attitude par la crainte de mémoriser des processus erronés qu'ils seraient plus tard enclins à reproduire. Par contre, Louison et Juliette font référence à un travail à leur sujet au moment de la reprise des exercices. Louison

« L : Je les [les exercices donnés à chercher par le professeur] fais comme je peux et après en vert je prends la

correction du prof. Mais je jette jamais mes brouillons parce que c'est des fautes qu'on peut... si j'ai fait la faute une fois, je peux la refaire donc j'essaie de comprendre mon erreur et pour bien la comprendre, je préfère la garder, comme ça je suis sûre, si un jour je refais l'erreur, je retourne voir et je me dis ah oui, c'est vrai, j'avais déjà fait l'erreur et pourquoi est-ce que c'était faux... [...]

Quand je refais les exercices, si par exemple, je fais une erreur, je regarde si ça m'était déjà arrivé de faire la même erreur et dans ce cas-là, je me sers de... la correction que j'avais déjà faite et si je fais une nouvelle erreur, j'essaie de comprendre pourquoi est-ce que ça va pas.

I : Mais finalement en moyenne cette année, c'est quand même pas souvent que tu es dans ce cas-là

L : Non parce que cette année j'y arrive bien... enfin, je dis pas que je fais jamais d'erreur, pas du tout mais les erreurs que je peux faire, je les comprends tout de suite donc je les refais pas en fait.

I : Est-ce que tu te poses des questions quand tu le fais ou... ou finalement, au fond est-ce que tu le FAIS ?

L : ça dépend des fois, ça dépend des exercices. Y en a où je vais vraiment me poser des questions et d'autres où ça va être... [...] Quand j'avais eu du mal à le comprendre, je vais essayer de me poser des questions pour bien arriver à saisir toutes les données du problème, pour bien comprendre la méthode et tout... et là, dans ce cas-là, oui y a plus un travail de réflexion. »

Louison se situe effectivement dans une perspective de compréhension du pourquoi. Remarquons qu'elle est rarement confrontée à ce genre de difficulté et qu'elle parvient en général à les surmonter seule ; dans les échanges, elle ne fait aucune référence à la possibilité d'un recours au professeur. Le niveau d'évocation (Vermeersch, 1996) obtenu dans l'entretien n'a pas permis d'aller plus avant dans le détail du processus de compréhension.

Dans le cadre d'une démarche assez proche, Juliette est plus ambiguë. Elle n'utilise qu'une seule fois le verbe « comprendre » dans les échanges consacrés aux erreurs,

parlant plutôt de « voir l'erreur qu'il ne faut pas faire ». Elle cherche surtout à avoir le souvenir des erreurs qu'elle a faites pour les éviter. En fait, elle se situe de manière générale dans une logique du savoir-comment (faire). C'est ainsi que confrontée à un type d'exercices qui lui résiste, elle cherche et trouve dans son manuel une formule, la valide par la mise en œuvre dans les exercices sur lesquels elle a jusque là échoué mais ne se préoccupe à aucun moment de comprendre pourquoi cette formule est vraie. On peut penser qu'elle élude ainsi la difficile question de la compréhension, se contentant d'affronter celle de l'action efficace. Elle y trouve sans doute une façon pragmatique de s'assurer qu'elle a atteint un certain degré de compréhension :

« J : Si je ne sais pas refaire un exercice, c'est que je n'ai pas compris comment ça marchait donc je refais les exercices, euh une ou deux fois si je n'arrive pas à les faire au bout de la première fois quoi. [...]

Si j'arrive à refaire un exercice euh sur euh enfin un exercice sur les suites bornées, c'est que je sais que j'ai compris comment ça marchait les suites bornées. »

Il est plus facile de contrôler qu'on sait faire un exercice (en réalité reproduire la solution du professeur) que de vérifier qu'on a bien compris. Sans doute est-ce la raison pour laquelle tous les élèves centrent leurs révisions sur la résolution des exercices.

Nous abordons précisément dans la suite les gestes d'étude qui visent à apprendre comment traiter ces exercices, en particulier quand l'auto évaluation a prouvé qu'on ne savait pas les résoudre.

#### ***Des gestes de repérage de la technique et d'élaboration technologique relatifs aux OM nouvelles.***

Paula et Juliette travaillent de manière assez voisine. Elles disent clairement qu'elles envisagent chaque exercice du professeur en tant que représentant d'une classe d'énoncés. Elles en étudient la solution dans le but d'y repérer ce qu'elles nomment schéma, principe (Paula) ou technique (Juliette).

Toutes les deux sont effectivement capables de donner des exemples détaillés de technique relatives à des types de tâches correspondant au chapitre révisé ou à d'autres plus anciens<sup>14</sup>.

Paula

Elle intervient à propos d'un chapitre de géométrie (Transformations) qui lui a initialement posé problème : « Sur les homothéties, je suis sortie du cours, je comprenais rien euh ça me saoulait trop et en fait, comme c'est toujours la même chose, ça vient, petit à petit ». Pour cette élève qui semble des trois la plus indépendante, nous voyons à nouveau que la confiance est une conquête ; mise en cause par l'incompréhension, elle se reconstruit dans le travail personnel.

« P : J'ai refait tous les exercices qu'on avait fait en cours et... et donc après j'ai vu que... enfin comme c'était tout le temps *le même schéma*, j'ai réussi progressivement et en fait, j'ai pas mis beaucoup de temps à le réviser ce contrôle.

I : Le schéma tu peux me donner un exemple ou me dire ce que t'appelles le schéma sur les homothéties ?

P : soit c'est... c'est montrer que des points sont alignés, soit montrer que c'est par une homothétie de centre machin qu'on obtient ce point-là enfin c'est toujours le même... le même type quoi. [...]

Même si c'est pas les mêmes points, les mêmes données, c'est *le même principe*. [...]

I : Et ça tu te souviens que ça t'avais frappée quand tu as révisé ?

P : à la fin ça... ça, ça revenait tout le temps donc à chaque fois que je révisais, ça... ça me semblait inutile puisque c'était tout le temps pareil et que j'avais bien assimilé donc je me suis pas éternisée [...]

I : Mais tu savais quand même des choses sur les exercices

P : Ben comme j'avais refait les exercices, j'avais des...des exemples, des... *des exercices type* quoi.

I : À quoi ça a servi à ce moment-là le travail de préparation du contrôle ?

---

<sup>14</sup> Elles le font de mémoire, sans s'appuyer sur des documents tels que leur cahier ou leur manuel.

P : Ben pour voir si j'avais bien compris, si j'étais prête, enfin si j'avais bien assimilé, si j'avais compris le principe euh, si je saurais refaire la même chose euh la rédaction surtout aussi, en géométrie. Voilà

[...]

I : Mais toi, finalement tu sais assez bien à la fin du chapitre quelles sont les catégories d'exercices ?

P : Oui si j'ai bien compris. »

Juliette et Paula s'attachent donc à dégager une technique à partir du nombre très limité d'exercices d'un même type résolu avec le professeur. Chez Juliette, ceci est un préalable à toute résolution personnelle ; pour qu'elle aborde un exercice, il faut que le professeur ait d'abord présenté un exemple duquel elle va s'inspirer pour traiter l'exercice posé :

« I : C'est le professeur qui vous l'a dit ?

J : Non, c'est dans des exercices. Dans les exercices qu'on a faits, *il nous l'a démontré une fois*, après euh je sais le refaire.

I : Et non seulement tu sais le refaire mais en fait moi j'aurais envie de dire tirer les leçons de l'exercice

J : Oui, c'est ça... je retiens les trucs importants qu'on a vus et... pour savoir les refaire sur un autre exercice en fait. [...]

I : Voilà et des choses comme ça, ça t'arrive jamais de les trouver toi-même dans un exercice ?

J : Ah non, c'est le prof qui les fait à chaque fois en général. En général, c'est lui qui nous démontre, c'est lui qui fait la démonstration au tableau pour nous dire faut faire comme ça ou parfois dans des exercices, pour les suites bornées par exemple il nous donne l'exercice tout seul mais comme parfois il voit qu'on n'y arrive pas, il nous fait un exemple au tableau et après on doit...on peut refaire sur un exercice mais c'est en général, c'est lui qui fait la démonstration<sup>15</sup>. »

On pourrait penser que c'est l'entretien qui provoque l'élaboration du discours technologique dont ces deux élèves

---

<sup>15</sup> Elle utilise souvent démontrer pour montrer : le professeur montre comment il faut faire à travers la démonstration qui traite l'exemple ou l'exercice.

fournissent plusieurs exemples. Divers échanges donnent à penser que ce travail est une dimension de leur préparation :

Juliette

« I : Mais les techniques tu les connais, euh... y'a un moment où tu te les dis ....

J : Ben oui, *c'est quand j'apprends le cours*, je me dis, euh, une suite bornée, on décompose, on fait ci, on fait ça, on l'encadre, c'est à ce moment-là que je me dis comment faire telle chose quoi !! [...]

I : Et donc quand même à la fin le bilan c'est que tu sais dire les étapes de la solution. Tu cherches à le faire à chaque fois ?

J : Ben oui, oui, c'est ce que je cherche à faire pour être sûre d'avoir bien compris euh tout quoi, mais même pour n'importe quoi je cherche, dans ma tête j'essaye d'avoir les étapes de la démonstration pour arriver au résultat final. [...]

Et la VEILLE du contrôle, je relis la leçon, je refais des exercices à l'oral, SANS ÉCRIRE !! dans mon lit !! [rires] Juste avant de m'endormir, je relis la leçon et puis voilà.

I : La leçon, tu ne refais pas les exercices ?

J : Si, je refais quelques exercices ou je me récite les démonstrations dans la tête, comment démontrer qu'une suite est bornée ou qu'elle est croissante, décroissante... »

On trouve chez Paula un geste de « récit » oral de la solution, comparable à ce que fait Juliette dans son lit, qui contribue certainement de manière très intéressante à une décontextualisation des exercices.

Ces élèves se situent clairement dans une démarche de construction de praxéologie, investissant le premier espace d'autonomie autodidacte défini dans la première partie, ce que nous avons caractérisé comme une autonomie locale. Pour les OM introduites par le professeur qui en ébauche l'étude, elles tirent un profit maximum des quelques exercices proposés<sup>16</sup> en

---

<sup>16</sup> Il ressort qu'à quelques exercices de base près chez Paula, ces deux élèves ne cherchent pas à prolonger le travail de la technique en résolvant des exercices supplémentaires. Ceci résulte du fait suivant, commun à tous les élèves : ils ne travaillent pas sur des exercices dont ils n'ont pas un corrigé ;

développant principalement une technologie analysant une technique. Elles savent que les apprentissages ainsi réalisés s'inscrivent dans une généralité qui donne sens au travail réalisé sur des tâches particulières :

Juliette

« I : Mais comment ça peut t'aider pour le contrôle alors puisque ce n'est pas les mêmes exercices ?

J : Parce que c'est une technique, c'est pas une question d'avoir des exemples précis la... c'est des formules... donc si on sait les appliquer à un exemple, on sait les appliquer à d'autres ... »

Le travail de décontextualisation est une ligne directrice de l'étude chez Juliette et Paula. Cette approche les distingue des sept élèves faibles ou moyens dont la stratégie consiste essentiellement à refaire suffisamment de fois les exercices pour atteindre le succès, c'est-à-dire qu'ils ne prolongent pas l'étude au-delà des limites créées par le professeur. N'ignorant pas que le contrôle ne reprend pas exactement les exercices déjà traités, ils justifient leur façon de faire en pariant sur une proximité qui leur permettra d'adapter ce qu'ils savent. Leurs résultats prouvent que pour eux, ce pari est assez souvent perdant.

Louison fait le même pari, il lui réussit.

« L : Ben j'estime que... le prof... enfin, il est pas trop vicieux donc les exercices qu'on fait, *les exercices qu'il va nous donner en contrôle, c'est à peu près le même genre d'exercices* donc... retravailler des exercices en plus, euh enfin je pense que des fois, c'est un peu... »

Un peu plus loin elle explique la confiance qu'elle a en ses capacités d'adaptation, encore jamais mises en défaut :

« L : Mais bon on s'en sort toujours je trouve parce qu'une fois qu'on a compris, on s'en sort toujours... [...] »

---

dans ce contexte, seuls deux élèves ont recours à des exercices non traités avec le professeur, extraits du manuel ou d'ouvrages péri-scolaires.



Parce que je pense que le professeur nous donne un peu les exercices... tous les types d'exercices qu'on doit trouver et puis après, oui il faut savoir les lier entre eux et tout. [...]

Il faut faire des exercices parce que ça entraîne l'esprit à un peu rechercher et après on y arrive plus facilement. Je veux dire, même si on fait un exercice de maths, même si après on va en avoir qui correspond pas... enfin c'est pas la même chose ben on a entraîné notre esprit un peu à chercher... à avoir une certaine logique et donc après je pense que ça peut resservir dans d'autres exercices même si c'est pas exactement les mêmes. »

On aura noté que Louison fait référence à l'idée d'entraînement a priori plutôt étrangère à un processus d'acquisition de savoirs explicites. Elle n'ignore pas l'existence de type de tâches et de techniques, mais n'a pas pour stratégie de construire sciemment ce type de savoirs :

« L : Même inconsciemment on mémorise les différentes méthodes pour arriver à... à ce qu'on veut. Oui je pense que la mémoire c'est important. Mais... par contre c'est pas vraiment apprendre par cœur mais notre... enfin on enregistre en faisant des exercices sans le vouloir et après quand on arrive devant la feuille, on va se rappeler de tel exercice et de la méthode et donc du coup, ça va... ça va paraître »

Toutefois, nous allons voir dans la section suivante qu'en cas de grande difficulté, Louison est capable de produire une analyse de la solution proposée par le professeur pour dégager une méthode explicite.

### ***Un exemple de retour sur une OM ancienne***

Il est question dans cette partie de calcul vectoriel ; un seul théorème, enseigné dès la troisième, est en jeu, c'est la relation de Chasles :

Pour tous points A, B et C du plan, Vecteur AB = Vecteur AC + Vecteur CB

Pour comprendre ce qui suit, il suffit de voir que ce résultat permet de décomposer un vecteur d'une infinité de façons, le

point C étant totalement arbitraire. On peut donc, sans aucune contrainte, faire intervenir tous les points présents dans une figure. De cette liberté résulte souvent pour qui « navigue à vue », des lignes de calcul inefficaces. C'est la difficulté qu'a rencontrée Louison en refaisant les exercices, elle explique comment son analyse de la solution du professeur lui permet de se forger un instrument de pilotage :

« L : Des fois j'ai du mal à voir euh vraiment où aller, quels vecteurs prendre, quels vecteurs additionner, donc ça je me souviens, enfin j'étais partie, *y avait beaucoup de calculs, beaucoup de calculs et je m'en sortais pas*. Donc là j'ai regardé comment le prof avait fait pour ... et lui il y allait, il y allait plus directement donc j'ai regardé comment il avait fait et après je l'ai refait toute seule.

I : Et là, tu peux essayer de me dire ce que tu as repéré qu'il avait fait, en quoi c'était plus intelligent que toi ?

L : Ben moi j'étais partie sur des vecteurs qu'étaient moins en rapport avec la question demandée [...] parce que la relation de Chasles c'est bien sauf qu'on peut faire ça avec beaucoup de vecteurs et on... on peut arriver beaucoup plus rapidement à une solution par exemple, on peut faire une page de calculs alors que le prof va le faire en deux lignes. *Si jamais on prend pas les vecteurs les plus astucieux, on s'en sort pas*

I : On peut essayer de creuser ça... dans ta réflexion, est-ce que t'as repéré en quoi c'était astucieux ?

L : Oui. Ben en fait, moi ce que je fais, c'est que je pars un peu au... je partais un peu au pif et j'essayais de m'en sortir alors que le prof lui... *part plus de la réponse et essaye de remonter* pour arriver à... donc ça va forcément être plus rapide. [...]

I : Et le professeur il vous en avait parlé de ça ou t'as trouvé ça toute seule ?

L : Oh non, j'ai trouvé ça toute seule, j'ai pas... ben le professeur lui, il fait son truc, il met la réponse et puis il passe à autre chose, il prend pas le temps de... »

Cet exercice a donc été pour Louison l'occasion de revenir sur une OM ancienne, en fait peu travaillée en seconde du fait d'une aberration des programmes en vigueur, qu'elle retrouve

comme outil de base dans un chapitre de première S présentant un tout nouveau concept (produit scalaire). Comme elle le dit, le professeur a complètement ignoré cette difficulté à laquelle elle a dû faire face seule en élaborant un savoir de pilotage de la technique. Elle a ainsi investi avec succès le second espace d'autonomie autodidacte défini en première partie se traduisant par une reprise des savoirs anciens.

## **Conclusions**

Le travail présenté dans ce chapitre est enraciné dans l'analyse de l'activité de résolution de problèmes en mathématiques. Nous postulons que les tâches qui y sont en jeu ont une forte composante générique, y compris au niveau scolaire. La notion d'Organisation praxéologique mathématique (OM) due à Chevallard modélise les savoirs impliqués dans ces pratiques en intégrant les différentes dimensions de la généricité des tâches. Cet outil nous a permis de formuler l'hypothèse suivante : chaque exercice proposé aux élèves par le professeur crée une scène d'apprentissage sur laquelle apparaissent divers types d'objets de savoir, répartis sur trois plans : à l'avant-scène, des éléments de savoir théoriques explicitement enseignés, au second plan, les OM qui leur sont associées, à l'arrière-plan, voire en coulisse, des OM anciennes. Si au collège, le rythme autorise le professeur à organiser les apprentissages des deux premiers plans, le passage en seconde et plus nettement en première S se traduit par un désengagement : le professeur commence l'étude des OM nouvelles mais en abandonne l'essentiel aux élèves. Par ailleurs, les besoins de reprise des OM anciennes, ignorés dans la relation didactique officielle, se développent en rapport avec la plus grande autonomie attendue des élèves dans l'utilisation de ces OM. Ainsi le système abandonne-t-il à l'autonomie autodidacte des élèves deux espaces de savoirs, l'un local est lié à l'actualité de la classe, l'autre transversal implique les apprentissages des années antérieures.

Des entretiens réalisés, il ressort clairement que, même pour les très bons élèves, l'accélération du rythme en première S a pour première conséquence que le travail ordinaire, notamment

en classe, ne garantit plus que soient réalisés les apprentissages relatifs aux contenus proposés par le professeur. Tous les élèves interviewés, sauf précisément ceux qui sont en difficulté, se sont dotés d'un geste d'auto évaluation systématique de leurs acquis qui inaugure la préparation du contrôle. Ils orientent alors leur travail de façon à être capable de traiter tous les exercices qui ont été abordés avec le professeur, et en général seulement ceux-là. Ils savent donc bien que les exercices constituent des enjeux d'apprentissage, ils savent également qu'ils le sont en tant que représentants de certains types de tâches. Mais les élèves moyens rencontrés sont plutôt impuissants par rapport à cette genericité : ils parient sur la proximité des exercices choisis par le professeur pour le contrôle et sur leur faculté d'adaptation. Ils n'investissent donc pas les espaces d'autodidaxie que nous avons définis. Partiellement perdante, cette stratégie leur assure néanmoins des résultats entre 10 et 12 sur 20. La même stratégie est gagnante chez Louison, l'une des trois très bonnes élèves dont les entretiens ont été au centre de ce chapitre. Toutefois, Louison apporte la preuve qu'elle est capable, si nécessaire, de construire elle-même des savoirs relatifs à certains types de tâches ; en l'occurrence, face à ses difficultés, elle complète une OM datant de la classe de seconde. Quant à Juliette et Paula, nos deux autres interlocutrices privilégiées, elles ont montré très clairement comment la ligne directrice constante de leur travail vise à repérer dans les exercices résolus avec le professeur des techniques génériques qu'elles décontextualisent. Un geste de « récit oral » des solutions joue chez les deux élèves un rôle important.

Juliette, Paula et Louison se différencient donc des autres élèves par leur capacité à investir l'un ou l'autre des deux espaces de savoirs abandonnés par le système d'enseignement à l'autodidaxie des élèves. Cette autonomie, elles s'y autorisent avec une autorité qui fait véritablement écho aux propos de M. de Certeau :

« toute rationalisation "stratégique" s'attache d'abord à distinguer d'un "environnement" un "propre", c'est-à-dire le lieu du pouvoir et du vouloir propres. [...] Autrement dit, un pouvoir est le préalable de

ce savoir, et non pas seulement son effet ou son attribut. » (1990, p. 59-61).

Mais, et nous concluons sur ce dernier élément, il apparaît que la confiance en soi qui fonde leur indépendance vis à vis de l'institution, loin d'être un état béat, est un équilibre dynamique qu'elles s'emploient à maintenir, sachant modifier leur façon de travailler pour le restaurer lorsqu'il est mis en cause.

### Références bibliographiques

BAUTIER E., CHARLOT B. ET ROCHEX J.-Y. (1992). *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*. Paris : A.Colin.

BAUTIER E. ET ROCHEX J.-Y. (1998). *L'expérience scolaire des nouveaux lycéens. Démocratisation ou massification ?*. Paris : A. Colin.

BAUTIER E. ET GOIGOUX R. (2004). « Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle ». *Revue française de pédagogie*, n° 148, p. 89-100.

BONNERY S. (2004). « Décrochage cognitif et décrochage scolaire ». In D. Glasman et F. Ouevrard (dir.). *La déscolarisation*. Paris : la Dispute.

BONNERY S. (2007). *Comprendre l'échec scolaire. Élèves en difficultés et dispositifs pédagogiques*. Paris : la Dispute.

CASTELA C. (2000). « Un objet de savoir spécifique en jeu dans la résolution de problèmes : le fonctionnement mathématique ». *Recherches en Didactique des Mathématiques* n° 20 (3), p. 331-380.

CASTELA C. (2007). « Les gestes d'étude en mathématiques d'élèves de Première Scientifique ». In G. Gueudet et Y. Matheron (éd.). *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques, Année 2006* Paris : IREM Paris 7, p. 33-77.

CERTEAU M. (de) (1980/1990). *L'invention du quotidien. 1 : Arts de faire*. Paris : Gallimard.

CHARLOT B. (1997). *Du rapport au savoir : éléments pour une théorie*. Paris : Anthropos.

CHARLOT B. (1999). *Le rapport au savoir en milieu populaire : une recherche dans les lycées professionnels de banlieue*. Paris : Anthropos.

- CHEVALLARD Y. (1985 et 1997). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : la Pensée sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1999). « L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique ». *Recherches en didactique des mathématiques*, vol XIX, n° 2, p. 221-266.
- CHEVALLARD Y. (2002). « Organiser l'étude 1. Structures et Fonctions ». In J.-L. Dorier et al. (éd.). *Actes de la 11<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques 21-30 Août 2001*. Grenoble : la Pensée sauvage, p. 3-22.
- FELIX C. (2002). *Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire*, thèse de science de l'éducation. Aix-en-Provence : université de Provence.
- FÉLIX C. ET JOSHUA J. (2002). « Le travail des élèves à la maison : une analyse didactique en termes de milieu pour l'étude ». *Revue française de pédagogie*, n° 141, p. 89-97.
- PERRENOUD P. (1993). « Curriculum : le formel, le réel, le caché ». In Houssaye J. (dir.). *La pédagogie : une encyclopédie pour aujourd'hui*. Paris : ESF, p. 61-76.
- VERMERSCH P. (1994/2000). *L'entretien d'explicitation*. Issy-les-Moulineaux : ESF.