



HAL
open science

Ethnomathématique, qu'est-ce que ce mot veut dire ?

Corine Castela

► **To cite this version:**

| Corine Castela. Ethnomathématique, qu'est-ce que ce mot veut dire ?. 2020. hal-03199508

HAL Id: hal-03199508

<https://hal.science/hal-03199508>

Preprint submitted on 20 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Quels sont les sens du mot ethnomathématique ?

Corine Castela

► **To cite this version:**

| Corine Castela. Quels sont les sens du mot ethnomathématique ?. 2020. hal-03199508

HAL Id: hal-03199508

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03199508>

Preprint submitted on 20 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Quels sont les sens du mot ethnomathématique ?

I. Introduction : quelles sont les circonstances qui m'ont conduite à me pencher sur cette question ?

1. Travailler au Pérou

La chronologie des travaux qui m'ont conduite à m'intéresser à l'ethnomathématique est la suivante :

- a. Travail sur les savoirs en jeu dans la résolution de problèmes mathématiques
- b. Travail sur l'utilisation de la transformée de Laplace en automatisme avec A. Romo Vázquez
- c. Travail sur la place des mathématiques dans la couture à façon en Argentine.

Au plan théorique, ces recherches qui s'éloignent de plus en plus du monde de la recherche en mathématique ont débouché sur des propositions d'évolution du modèle praxéologique de la TAD, qui m'ont confortée dans l'idée que, comme le dit Chevallard, la TAD, en particulier ce modèle, est utilisable pour toutes les activités humaines. En particulier, considérer les praxéologies comme des idiosyncrasies institutionnelles rend cette modélisation particulièrement adaptée à l'étude des pratiques et savoirs développés dans des environnements professionnels mais aussi dans des communautés vivant à distance de la culture occidentale. Deux collègues d'Amérique Latine ont souhaité interagir avec moi pour les aider dans des recherches ethnomathématiques où elles se trouvaient démunies. D'abord, Diana Solares en thèse au Mexique avec David Bloch. Son sujet était centré sur l'enseignement des mathématiques aux enfants d'ouvriers agricoles. Elle voulait s'appuyer sur les connaissances construites par ces enfants pendant les longs mois où ils travaillent au champ avec leurs parents. Mes suggestions : réaliser une étude ethnologique des pratiques au champ et utiliser le modèle praxéologique élargie développée avec A. Romo pour décrire les connaissances ayant quelque chose à voir avec des mathématiques des différents acteurs (ouvriers, contremaitres...). Seconde collègue, Maria del Carmen Bonilla, responsable d'un projet de recherche dans une université péruvienne sur le thème de l'utilisation de savoirs ethnomathématiques dans des écoles primaires quechuas et shipibas, deux des 72 ethnies reconnues au Pérou, regroupées en 14 familles linguistiques. Maria avait réalisé plusieurs séjours pour recueillir des données dans les régions de Puno (quechua, zone andine au Sud du Pérou) et de Ucayalí (shipiba, Amazonie péruvienne) en s'intéressant aux activités de tissage et de construction d'habitat. Mais elle ne savait comment traiter cette masse de données, ni comment les utiliser pour ce qui était l'objectif annoncé du projet, à savoir concevoir des situations d'enseignement mathématique appuyées sur les pratiques de ces deux cultures. Je vous parlerai dans la deuxième partie de ce que nous avons réalisé ensemble. Vous verrez que nous sommes très loin d'avoir atteint les objectifs initiaux pour des raisons que négligent totalement les autorités éducatives péruviennes dans leur projet de favoriser un enseignement bilingue et multiculturel : 1. comprendre vraiment les pratiques autochtones demande beaucoup de temps et de travail, 2. y repérer des savoirs de nature mathématique ne va pas de soi et conduit à s'interroger sur ce qu'on considère comme tels, 3. ces savoirs ne sont pas forcément en adéquation avec les programmes officiels.

Pour que vous compreniez bien le contexte institutionnel péruvien, je citerai deux extraits du « Programa Curricular de Educación primaria » (6 années)¹

¹ Précisons que l'EBI (Enseignement Bilingue Interculturel) ne se prolonge pas au secondaire.

El aprendizaje del castellano como segunda lengua se da en el marco del desarrollo del modelo de servicio Educación Bilingüe Intercultural específicamente en la forma de atención Fortalecimiento cultural y lingüístico. En el caso de las escuelas de la educación básica regular se propiciará el aprendizaje del castellano como segunda lengua para aquellos estudiantes que tienen como lengua materna una de las 47 lenguas originarias del Perú.

L'apprentissage de l'espagnol comme deuxième langue s'inscrit dans le cadre du développement de l'éducation bilingue interculturelle, notamment sous la forme d'un renforcement culturel et linguistique. Dans le cas des écoles primaires, l'apprentissage de l'espagnol comme deuxième langue sera encouragé pour les élèves dont la langue maternelle est l'une des 47 langues autochtones du Pérou.

[....]

*Asimismo, en el contexto de la realidad peruana, caracterizado por la diversidad sociocultural y lingüística, donde además subsisten problemas de discriminación y racismo, los retos del área desde un **enfoque intercultural** serían los siguientes:*

De même, dans le contexte de la réalité péruvienne, caractérisée par la diversité socioculturelle et linguistique, où subsistent en outre des problèmes de discrimination et de racisme, les défis posés à l'éducation à partir d'une approche interculturelle seraient les suivants :

[...]

- *Transformar la escuela en comunidades interculturales democráticas e inclusivas a través de la generación de una comunicación intercultural. Esto implica el respeto y valoración de las diversas lenguas y tradiciones culturales, así como la apropiación de las prácticas sociales de creación de significados desde distintas racionalidades.*

Transformer l'école en communautés interculturelles démocratiques et inclusives par la génération d'une communication interculturelle. Cela implique le respect et la valorisation des diverses langues et traditions culturelles, ainsi que l'appropriation des pratiques sociales de création de sens à partir de différentes rationalités.

Concernant les mathématiques (p. 135)

La matemática está presente en todos los pueblos y sociedades como un conocimiento que permite la adaptación al medio y la resolución de problemas que este le presenta. De esta forma, podemos hablar de la existencia de las matemáticas, que se manifiestan en la práctica a través de las acciones de contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar de acuerdo a la cosmovisión y lengua de cada pueblo y sociedad. Por tanto, partir de un enfoque intercultural en el área, supone conocer y valorar la matemática construida por diferentes pueblos y sociedades en distintos contextos en la historia de la humanidad. Por ello, es importante en nuestra aula de clases reconocer esta diversidad de conocimientos de los diferentes pueblos del país y del mundo, en el pasado y en el presente, partir de actividades sociales y productivas de cada pueblo o comunidad, y generar las condiciones necesarias acorde al contexto sociocultural en consonancia con el respeto al medio natural en donde se desenvuelven estas poblaciones.

Les mathématiques sont présentes dans tous les peuples et toutes les sociétés en tant que connaissance permettant l'adaptation à l'environnement et la résolution des problèmes qu'il présente. Ainsi, nous pouvons parler de l'existence des mathématiques, qui se manifestent dans la pratique par des actions de comptage, de mesure, de localisation, de conception, de jeu et d'explication selon la vision du monde (cosmovision) et le langage de chaque peuple et de chaque société. Par conséquent, partir d'une approche interculturelle dans le domaine, c'est connaître et valoriser les mathématiques construites par différents peuples et sociétés dans différents contextes de l'histoire de l'humanité. Il est donc important de reconnaître dans la classe cette diversité de connaissances des différents peuples du pays et du monde, dans le passé et dans le présent, à partir des activités sociales et productives de chaque peuple ou communauté, et de générer les conditions nécessaires [à l'apprentissage] en fonction du contexte socioculturel en accord avec l'environnement naturel où ces populations se développent.

Dans ce contexte, une partie des enseignements doit être théoriquement réalisée dans la langue maternelle des élèves et les enseignants sont pressés de donner une place aux pratiques autochtones ayant un certain aspect mathématique tout en assurant un programme de mathématiques dans lequel nous pourrions nous reconnaître. L'horaire de mathématiques est le

même que dans l'enseignement ordinaire, c'est l'anglais qui fait les frais de la spécificité bilingue, le castillan étant enseigné comme deuxième langue. Deux problèmes : les enseignants, tout comme les auteurs de manuels, ne connaissent pas nécessairement les pratiques indigènes authentiques ; ces pratiques ne peuvent pas simplement servir de base à l'enseignement du programme. Le résultat ce sont des situations fictives, comparables à celles que nous rencontrons en France quand il s'agit d'interdisciplinarité ou de liaison avec les contextes professionnels.

En résumé cette orientation du gouvernement péruvien est très honorable mais elle néglige totalement la somme de recherches ethnologiques et didactiques à réaliser pour son implémentation.

2. Travailler au Brésil

Au Brésil, du moins avant l'accession au pouvoir du président Bolsonaro, le même type d'orientation qu'au Pérou était en vigueur, en parallèle de tout un programme de restitution aux communautés amazoniennes de leurs territoires. Dans une école publique indigène multiculturelle, il y a normalement deux enseignements : programme indigène, professeur indigène, langue et savoirs indigènes et parallèlement disciplines scolaires et contenus définis par les matrices curriculaires, ceci sans moyens horaires supplémentaires. Cet enseignement indigène existe dans l'enseignement fondamental (8 ans) et, également, dans l'enseignement moyen (3 ans). Ceci se traduit par un horaire de mathématiques réduit par rapport aux écoles ordinaires.

Il n'y a donc rien d'étonnant à ce que l'idée d'un Programme ethnomathématique en tant qu'idéologie éducative, domaine et communauté de recherche soit née au Brésil, à l'initiative d'Ubiratán d'Ambrosio (médaille Félix Klein en 2005) et dans la lignée du pédagogue, brésilien lui aussi, Paulo Freire.

Il faut préciser qu'existe au Brésil une communauté nombreuse de chercheurs en Éducation Mathématique ayant réalisé leur thèse en France. Ces collègues tiennent absolument à se distinguer des autres chercheurs brésiliens en Éducation Mathématique en se désignant comme « didacticiens des mathématiques » : la didactique des mathématiques est une branche de l'éducation mathématique, elle se différencie par ses références théoriques, disons franco-espagnoles. Le problème pour ceux d'entre eux qui voudraient traiter des questions soulevées par le courant ethnomathématique est que les cadres théoriques auxquels ils se réfèrent sont étroitement liés à l'épistémologie des mathématiques académiques des puissances économiquement développées (mathématiques qualifiées, on le verra plus loin, de coloniales, occidentales, mathématiques de l'homme blanc). En France, les didacticiens peinent même à mener des recherches sur les mathématiques dans les professions et sur l'enseignement professionnel en LP. Or nos collègues étrangers ne se sentent pas autorisés à toucher aux outils et cadres théoriques travaillés en France : rien de surprenant, on sait combien c'est difficile pour des français. Lorsque j'ai été invitée avec Avenilde Romo Vázquez pour assurer les enseignements d'un cycle de deux semaines² sur la TAD, dans le cadre de l'École Doctorale en Éducation Mathématique de l'Université Fédérale du Mato Grosso del Sur, ma proposition de conclure ce cursus, où pour ma part j'ai beaucoup parlé de praxéologie, par un exposé sur l'ethnomathématique a donc été très bien reçu. Il s'agissait de montrer que la TAD était tout à fait compatible avec les principes sous-tendant l'ethnomathématique vue par d'Ambrosio et qu'elle pouvait fournir un cadre théorique pertinent pour réaliser des recherches de type ethnologique sur les pratiques autochtones et de type didactique sur la possible insertion de ces

² à la suite d'un premier cycle réalisé par A. Bessot et H. Chaachoua

pratiques et des savoirs associés comme objets d'enseignement et points d'appui pour l'enseignement des mathématiques.

Dans cette perspective, j'ai commencé par me familiariser avec les travaux de d'Ambrosio en utilisant une méthodologie loin d'être exhaustive à partir des articles brésiliens de recherche en ethnomathématique que j'avais à ma disposition³. À partir des citations de d'Ambrosio insérées dans les articles et de quelques textes de d'Ambrosio lui-même, j'ai cherché à éclaircir la question suivante : que d'Ambrosio désigne-t-il par ethnomathématique ? On voit que c'est limité. Je ne me prétendrai donc pas bonne connaisseuse des travaux de d'Ambrosio, et encore moins de ceux de la communauté internationale d'ethnomathématique. Michèle Artigue en connaît certainement plus que moi sur le sujet. Je dirais que des textes que j'ai lus et des exposés que j'ai entendus je suis toujours ressortie avec l'impression d'une absence d'outils conceptuels spécifiques et encore plus de théorie au sens scientifique usuel. Par contre, un discours politique très fort peut être considéré comme constituant la théorie des recherches ethnomathématiques, au sens de la TAD de discours justificateur et unificateur.

II. Les sens du mot 'ethnomathématique' chez U. d'Ambrosio.

Pour ce qui concerne notre propre domaine nous avons la possibilité de distinguer l'objet étudié, LE didactique, de la science qui l'étudie, LA didactique. Une telle nuance langagière n'existe pas à propos de l'ethnomathématique, ce qui fait que le nom « ethnomathématique » peut aussi bien désigner un champ de recherche que son objet (comme c'est le cas pour l'expression *Mathematic Education*). Dans la suite, je cherche à délimiter l'objet 'ethnomathématique' et à définir le champ de recherche inclut par d'Ambrosio dans ce qu'il nomme 'Programme ethnomathématique'.

1. L'ethnomathématique comme une mathématique spécifique des communautés

D'Ambrosio, U. (2013)⁴

A Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas e varios otros grupos. (p.9)

L'Ethnomathématique est la mathématique pratiquée par des groupes culturels, comme des communautés urbaines, des groupes de travailleurs, des professions, des enfants d'une certaine tranche d'âge, des sociétés indigènes et divers autres groupes. »

D'Ambrosio, U. (2011)

Conciliar a necessidade de ensinar a matemática dominante e ao mesmo tempo dar o reconhecimento a Etnomatemática das suas tradições é o grande desafio da educação indígena (p.24)

Le grand défi de l'éducation indigène est **de concilier** la nécessité d'enseigner la mathématique dominante et en même temps d'accorder une reconnaissance à l'Ethnomathématique présente dans les cultures traditionnelles.

Deux remarques : ici l'ethnomathématique désigne bien la mathématique indigène et pas la science qui les étudie, elles et leur enseignement ; le but du programme ethnomathématique

³ *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 23, n. 60, p.9-19, out./dez. 2018
<http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/issue/view/81/showToc>

⁴ D'Ambrosio, U. (2011-2013). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica editora.

n'est pas de renoncer à enseigner les mathématiques dominantes (savantes) mais de faire une place à l'ethnomathématique.

Mais il faut maintenant déterminer ce que d'Ambrosio désigne par 'mathématique'

2. Retour au sens étymologique : Ticas (=technés) de matemá (= máthēma)

D'Ambrosio, U. (2014)⁵

*[La etnomatemática] es el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technés o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidiar en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (etnos) de una cultura, o sea, **Etnomatemática son las ticas de matemá en un determinado etno.** (p. 103)*

L'ethnomathématique est l'ensemble des modalités, styles, arts et techniques pour expliquer, apprendre, connaître, faire avec, faire dans les environnements naturels, sociaux, culturels et imaginaires d'une culture. Autrement dit, **l'ethnomathématique ce sont les techniques de l'étude dans une communauté donnée.**

Nota Bene : *lidiar* a parfois une connotation 'lutter avec', 'faire front', 's'opposer à'. Donc on peut penser que le *matemá* inclut la résolution de problèmes de toute nature.

Wikipedia : *ethnos*, groupe d'êtres d'origine ou de condition commune, nation, peuple.

Le mot μάθημα (*máthēma*) est dérivé du verbe μανθάνω (*manthánō*) (« apprendre »)

En résumé, l'ethnomathématique désigne à ce premier niveau l'étude et ses techniques, c'est donc un sens très général, sans spécification d'un domaine particulier. De plus, dans les termes de la TAD, celle-ci sont institutionnellement déterminées. Donc il n'y a pas une mais des ethnomathématiques.

La définition précédente ne fait pas référence à des contenus de savoir mais plutôt aux techniques pour les produire. D'Ambrosio, peut-être confronté à des objections sur ce sujet, complète sa vision en associant dans son exploration étymologique science et mathématique.

D'Ambrosio, U. (2018)⁶.

Em essência, o Programa Etnomatemática é uma proposta de teoria do conhecimento, cujo nome foi escolhido por razões que serão explicadas mais adiante. Na verdade, poderia igualmente ser denominado Programa Etnociência. Ao lembrar a etimologia, ciência vem do latim scio, que significa saber, conhecer, e matemática vem do grego máthema, que significa ensinamento, portanto, está claro que os Programa Etnomatemática e Etnociência se complementam. Na verdade, na aceção que proponho, eles se confundem. P.11

En substance, le Programme Ethnomathématique est une proposition de théorie de la connaissance, dont le nom a été choisi pour des raisons qui seront expliquées plus loin. En fait, on pourrait aussi l'appeler le Programme Ethnoscience. Si l'on se souvient de l'étymologie, la science vient du latin *scio*, qui signifie savoir, connaître, et les mathématiques viennent du grec *máthema*, qui signifie enseignement, il est donc clair que les Programmes d'Ethnomathématiques et d'Ethnoscience se complètent. En fait, dans le sens que je propose, ils sont confondus.

⁵ D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana Etnomatemática*, 7(2), 100-107.

⁶ D'Ambrosio, U. (2018). A apresentação. *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v.23, n.60, 9-19

En latin (référence Gaffiot), le terme *scientia* désigne aussi bien le fait de connaître que ce qui est connu. Ainsi, peut-on considérer maintenant que **l'ethnomathématique d'une communauté donnée désigne en toute généralité les techniques d'étude de cette communauté et leurs productions.**

3. Quelle modélisation des connaissances ?

D'Ambrosio, U. (2018).

As práticas ad hoc para lidar com situações problemáticas, surgidas da realidade, são o resultado da ação de conhecer. Isto é, o conhecimento é deflagrado a partir da realidade. Conhecer é saber e fazer. (p. 10)

Les pratiques produites pour affronter des situations problématiques émergeant de la réalité, sont le résultat de l'action de connaître. Donc, la connaissance est suscitée par la réalité. **Connaître c'est savoir et faire.**

D'Ambrosio, U. & Rosa, M. (2008)⁷.

(Milton Rosa) All cultures and all people develop unique methods and explanations that allow them to understand, act and transform their own reality. (p.99)

*(Milton R.) In your perspective, individuals from different cultural groups, created and developed [...] their own **tics** in order to explain and understand, to comprehend and to know, to learn and to do, in response with their own necessities of survival and transcendence. [...] They also developed, simultaneously, **theoretical instruments that are associated with these techniques and abilities.** (p. 105)*

Il me semble pouvoir reformuler ces prises de position en utilisant la notion de praxéologie comme modèle des connaissances :

L'ethnomathématique d'une communauté donnée désigne en toute généralité les techniques d'étude de cette communauté et les praxéologies qui en résultent.

Mais l'expression « techniques d'étude » est sans doute trop réductrice pour définir les objets visés par le programme ethnomathématique. D'Ambrosio (2014) définit ce qu'il appelle '*el ciclo del conocimiento*' :

El ciclo del conocimiento, como un programa de investigación y una propuesta historiográfica examina, de forma integrada, la dinámica de la generación y producción del conocimiento, de su organización intelectual y social [institucionalización] y de su transmisión y difusión. (p.101)

Le cycle de la connaissance, comme programme de recherche et proposition historiographique examine, sous une forme intégrée, la dynamique de la génération et de la production de la connaissance, de son organisation intellectuelle et sociale [institutionnalisation- mon ajout] et de sa transmission et diffusion.

En tant que programme de recherche, le programme ethnomathématique inclut donc **une ethnologie et une anthropologie**

- **des praxéologies développées par les communautés humaines**
- **et des processus de leur production, institutionnalisation et transmission.**

À quoi il faut adjoindre **une perspective didactique** puisque le programme défini par d'Ambrosio a des visées éducatives et émancipatrices, dans une perspective politique.

⁷ D'Ambrosio, U. & Rosa, M. (2008). Um diálogo com Ubiratán d'Ambrosio: una conversa brasileira sobre etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(2). 88-110.

Ceci fait complètement écho à ma proposition de considérer les praxéologies comme idiosyncrasies institutionnelles⁸ (in Chaachoua, Bessot, Romo, Castela, 2019) et ceci confirme ma conviction que la TAD peut outiller utilement des recherches inscrites dans le Programme ethnomathématique.

To sum up the above considerations, we use the following diagram $[T, \tau, \theta, \Theta] \leftarrow I$ to indicate the processes of creation, legitimation and institutionalization of a praxeology $[T, \tau, \theta, \Theta]$ within and by an institution I. (p.50)

Mais au point où nous en sommes, nous n'avons encore rencontré aucune spécification qui permettrait de nous rapprocher de ce que nous reconnaissons comme les mathématiques. L'étude de la nature, l'utilisation des plantes pour soigner, ne sont pas moins partie prenante de l'ethnomathématique qu'un système de numération.

4. Une vision plus restreinte : identifier une spécificité mathématique

D'Ambrosio, U. (2014)

*Las matemáticas son cuerpos de conocimiento que se elaboran a partir de **prácticas cualitativas y cuantitativas, tales como hacer comparaciones, ordenaciones, clasificaciones, inferencias, y de los sistemas de códigos de medidas, de peso y de cantidades [números]**, que han sido acumulados, a través de las generaciones, en determinados ambientes naturales y culturales. Por eso, me refiero a la etnomatemática de una cultura, y no a la matemática de una cultura. (p.102)*

Les mathématiques sont des corps de connaissance qui s'élaborent à partir de pratiques qualitatives et quantitatives, telles que comparer, ordonner, classer, inférer, et des systèmes de codification de mesures, de poids et de quantités [nombres], qui ont été accumulés, au fil des générations, dans des environnements naturels et culturels déterminés. C'est pourquoi je me réfère à l'ethnomathématique d'une culture et non à la mathématique d'une culture.

D'Ambrosio, U. & Rosa, M. (2008).

*From this conversation documented here, we conclude that mathematicians, scientists, engineers, are not the only ones who use and construct mathematical knowledge. This knowledge is made by developing different processes, common to all socio-cultural groups, that enable the elaboration and use of mathematical abilities, which include **counting, locating, measuring, drawing, representing, playing, understanding, comprehending, and explaining** the necessities and interests of diverse groups and individuals (p.109)*

Si ces extraits nous proposent des spécifications où nous reconnaissons notre vision des mathématiques, nous pouvons aussi retrouver que le second qualifie de mathématiques les capacités d'expliquer et de comprendre. À comparer avec le texte suivant de M. Ascher, une des toutes premières chercheuses en ethnomathématique :

⁸ CHAACHOUA, H., BESSOT, A., ROMO, A., CASTELA, C. (2019), Developments and functionalities in the praxeological model. In M. Bosch, Y. Chevallard, F.J. García & J. Monaghan (Eds), *Working with the anthropological theory of the didactic. A comprehensive casebook*, (pp. 41-60). Routledge.

*Among mathematical ideas, we include those involving number, logic, spatial configuration, and even more significant, the combination or organization of these into systems or structures. (p.2)*⁹

Le domaine mathématique est dans ce qui précède définit à partir d'une liste de genres de pratiques et d'outils. Comment d'Ambrosio situe-t-il l'ethnomathématique par rapport aux mathématiques académiques ?

D'Ambrosio, U. & Rosa, M. (2008).

(Ubi) Ethnomathematics is the recognition that, in every culture, there are ideas and practices that have similarities of objectives, practices, methods and theories with what, in the Western tradition, we call mathematics. (p.95)

*(Ubi) Sometimes it is impossible [to make the link between indigenous knowledge and mathematics into the mathematics curriculum]. It is possible to **identify questions and problems** that occur in the different complex natural, cultural and social atmospheres of **the native** and of **the alien**, and to **discuss the different approaches to the questions and problems. In a few cases, these are points of tangency or intersection.** (p.98)*

D'Ambrosio, 2018

“matemática do índio” - “matemática do branco” Todo o esforço pedagógico focalizava a valorização de ambas, cada uma mais apropriada para certos tipos de soluções e problemas, mas ambas igualmente válidas. Todo o esforço era para complementar as duas formas de matemática. Elas se auxiliam mutuamente. (p.17)

"Mathématiques de l'indigène" - "mathématiques du blanc" Tout l'effort pédagogique s'est concentré sur la valorisation des deux, chacune étant plus appropriée à certains types de solutions et de problèmes, mais toutes deux également valables. Tout l'effort a été fait pour que les deux formes de mathématiques se complètent. Elles s'aident mutuellement.

5. Une proposition de critères pour reconnaître ce qui relève du mathématique

En m'inspirant des extraits précédents, je propose de définir une échelle de proximité entre ethnopraxis $[T, \tau]$ et praxis académiques :

- Certaines ethnopraxis ont un **équivalent académique**, c'est-à-dire que l'on retrouve **un type de tâches et une technique équivalentes** dans les deux institutions. Les praxéologies se distingueront plus ou moins par leur technologie. Il est possible que ce soit l'école qui ait diffusé cette praxis dans le cadre de l'enseignement de mathématiques. Mais ce n'est pas nécessairement le cas, il est prévisible qu'alors l'ethnotechnologie soit complètement spécifique.

Exemple extrait de la recherche sur le tissage : implanter quatre piquets sur le sol de façon à réaliser un métier à tisser rectangulaire.

Cet exemple permet de percevoir qu'il existe une certaine distance entre les praxis : le type de tâches mathématiques est 'Construire un rectangle', on sait déjà que ceci ne renvoie pas à la même attente si on est dans G1 ou G2, a fortiori l'ethnotype de tâches sera-t-il différent puisqu'il s'agira de manipuler des objets physiques. D'où le terme 'équivalent' préféré à 'identique'. Ceci a aussi pour effet que les ethnopraxis ne sont

⁹ Ascher, M. (1991). *Ethnomathematics : A multicultural view of mathematical ideas*. Pacific Grove, California : Brooks and Cole Publishing Company.

généralement pas strictement mathématiques, elles ont aussi souvent des dimensions qui relèveraient d'autres ethnosciences.

- Certaines ethnopraxis sont **semblables** à une praxis académique, ce qui signifie que **le type de tâches est équivalent mais pas la technique.**

Exemple très fréquent des systèmes de numération.

Comme le signale d'Ambrosio dans la dernière citation, la technique académique n'est pas nécessairement la plus performante dans un environnement donné.

- Certaines ethnopraxis sont **parentes** d'une praxis académique, **la parenté se situant au niveau du type de tâches.** Les types de tâches ont une certaine proximité mais ne sont pas équivalentes.

Exemple : Réaliser le patron d'un pantalon vs réaliser le patron d'un polyèdre.

Dans certains cas, les mathématiques académiques n'ont pas encore produit de techniques pour les ethnotâches, elles ne savent traiter que des tâches plus simples. Mais je propose de considérer que **le fait qu'il existe une tâche académique parente est un critère pour reconnaître la nature mathématique de l'ethnopraxéologie.**

En résumé, je propose d'identifier les ethnopraxéologies mathématiques à partir de leur bloc praxis, en aucun cas à partir du bloc technologico-théorique, ni encore moins du type de validation des techniques et du logos. Sont ethnopraxéologies mathématiques toutes ethnopraxéologies dont la praxis est équivalente, semblable ou parente d'au moins une praxis mathématique académique.

On voit donc que si l'enseignement multiculturel vise à faire connaître les inventions praxéologiques ethnomathématiques d'une communauté, il faut en premier lieu que le système éducatif lui-même connaisse et reconnaisse ces créations de manière approfondie.

Ensuite, pour ce qui concerne le lien avec l'enseignement des mathématiques académiques, tout dépend de la place de l'ethnopraxéologie dans l'échelle précédente.

- Il est clair que dans le premier cas (praxéologies équivalentes), la connaissance de l'ethnopraxis peut servir de point d'appui pour l'enseignement de la praxéologie mathématique équivalente, la technologie pouvant alors conforter l'ethnotechnique avec une autre modalité de validation et d'explication que dans la communauté.
- Dans le deuxième cas (praxéologies semblables), la question est plus délicate. Les mathématiques académiques procurent une autre technique. En tant que mathématiciens, nous aurons toujours tendance à considérer qu'elle est supérieure, plus générale et plus précise. Nous plaiderons donc spontanément pour faire prendre conscience de ses avantages aux enfants et aux membres de la communauté. Ne trouvez-vous pas que cela un petit côté missionnaire ? Cette supériorité n'est pas vérifiée pour toutes les ethnotâches car les critères d'efficacité, d'ergonomie des techniques dans le contexte communautaire ne sont pas les mêmes qu'en mathématiques (voir mon article sur la couture à façon en Argentine), pas plus qu'ils ne sont les mêmes que dans le monde industrialisé. Je dirais qu'il y a deux cas : soit les mathématiques académiques apportent vraiment une amélioration pour les usagers et faire référence à certaines ethnopraxis peut fournir une raison d'être à certains savoirs mathématiques à enseigner (par exemple, l'enseignement du système de numération décimal est utile pour tous les autochtones amazoniens qui vont en ville vendre leurs productions), soit ce n'est pas le cas et les praxéologies indigènes ne sont pas des points d'appui pour introduire la

praxéologie mathématique semblable. Par contre, on peut essayer de modéliser mathématiquement l'ethnotechnique pour comprendre son efficacité.

- C'est aussi ce qui, selon moi, peut être tenté dans le cas d'une ethnopraxéologie dont la nature mathématique est établie par l'existence d'une praxéologie mathématique parente. Mais les mathématiques nécessaires pour le modèle ne sont pas nécessairement celles qui sont inscrites dans le curriculum. Par exemple, P. Guerdes à propos des dessins dans le sable au Mozambique ou E. Vandendriesche à propos des jeux de ficelle au Vanuatu ont recours à des modélisations algébriques sophistiquées. Nous allons voir dans la suite le modèle géométrique que Maria Bonilla et moi avons produit pour comprendre le fonctionnement du tissage quechuan.

III. Une recherche sur le tissage quechuan

Titre du projet de recherche : *Articulación de saberes etnomatemáticos en procesos de aprendizaje en instituciones educativas primarias quechuas y shipibas*

Pontificia Universidad Católica del Perú & Universidad Peruana Cayetano Heredia

Mémoire de Maitrise en Enseignement des mathématiques, PUCP (2019)

Un estudio del proceso de elaboración del tejido quechua en telar de cuatro estacas¹⁰. Aportes para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica

María del Carmen Bonilla Tumialán

Les objectifs du mémoire

- Déterminer l'Organisation Praxéologique Personnelle (OPP) du processus de tissage réalisée par une tisserande de Puno. Nous identifions les types de tâches, les techniques, et technologies dans les premières phases du processus de tissage.
- Exhiber quelques notions et propriétés mathématiques qui ressortent de l'OPP, dans le but ultérieur de concevoir des situations didactiques favorisant l'acquisition de ces connaissances par des élèves de l'éducation primaire de la région de Puno.



Isidora assise sur le sol de terre battue devant son métier à tisser.

¹⁰*en telar de cuatro estacas* : sur un métier à tisser à quatre tiges

1. La nature mathématique du tissage

La question fondamentale du tissage est la suivante :

Comment réaliser une surface plane à partir de l'entrecroisement de chaînes et de trames de façon à ce que soit garantie la stabilité des croisements ?

Nous considérons que ceci est un type de tâches de nature topologique, parent des praxéologies de la théorie des tresses (groupe d'Artin)

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Tresse>

<https://images.math.cnrs.fr/Les-tresses-de-la-topologie-a-la-cryptographie.html>

Dans ce qui suit, je vais donner une petite idée du processus de tissage d'un tissu sans dessin.

2. Implantation de la structure qui va porter le métier à tisser

Il faut savoir que la paysanne dont le travail a été filmé par Maria Bonilla et dont nous avons déterminé la praxéologie personnelle de tissage, travaille à l'extérieur de sa maison d'adobe, assise sur le sol. Elle reconstruit pour chaque nouveau tissage le métier sur lequel elle va installer les fils de chaîne correspondant au tissu qu'elle veut réaliser¹¹. On voit cette structure sur la photo ci-dessous : deux bâtons cylindriques de bois fixés chacun sur deux piquets métalliques plantés dans la terre.



Photo 1

Isidora enfonce deux des piquets métalliques (P1 et P2) dans le sol à une distance adaptée à la dimension du tissu à réaliser (ici elle veut fabriquer deux poches comme on en voit une contre le mur à gauche ; elle y met par exemple les feuilles de coca qu'elle mâchouille pendant tout le travail).

La distance est ici de '*deux cuartas y media*', la cuarta est une unité qu'on la voit mesurer à la main sur la photo 2. Elle réalise ensuite deux boucles aux extrémités d'une cordelette de

¹¹ Ce processus s'appelle ourdissage en français et en espagnol, les fils de chaîne se nomment urdimbres. Proximité intéressante des deux langues.

longueur adéquate. Elle insère dans une boucle un des bâtons de bois B1, bloqué derrière les deux piquets (Photo 3), puis le deuxième bâton B2 est inséré dans la boucle opposée et permet de tendre la cordelette bloquée par P1. Le troisième piquet P3 est planté à l'intersection du bâton et de la cordelette (Photo 4). Isidora précise : *hay que hacer ese rectito*, c'ad il faut le faire droit.



Photo 2



Photo 3



Photo 4



Photo 5

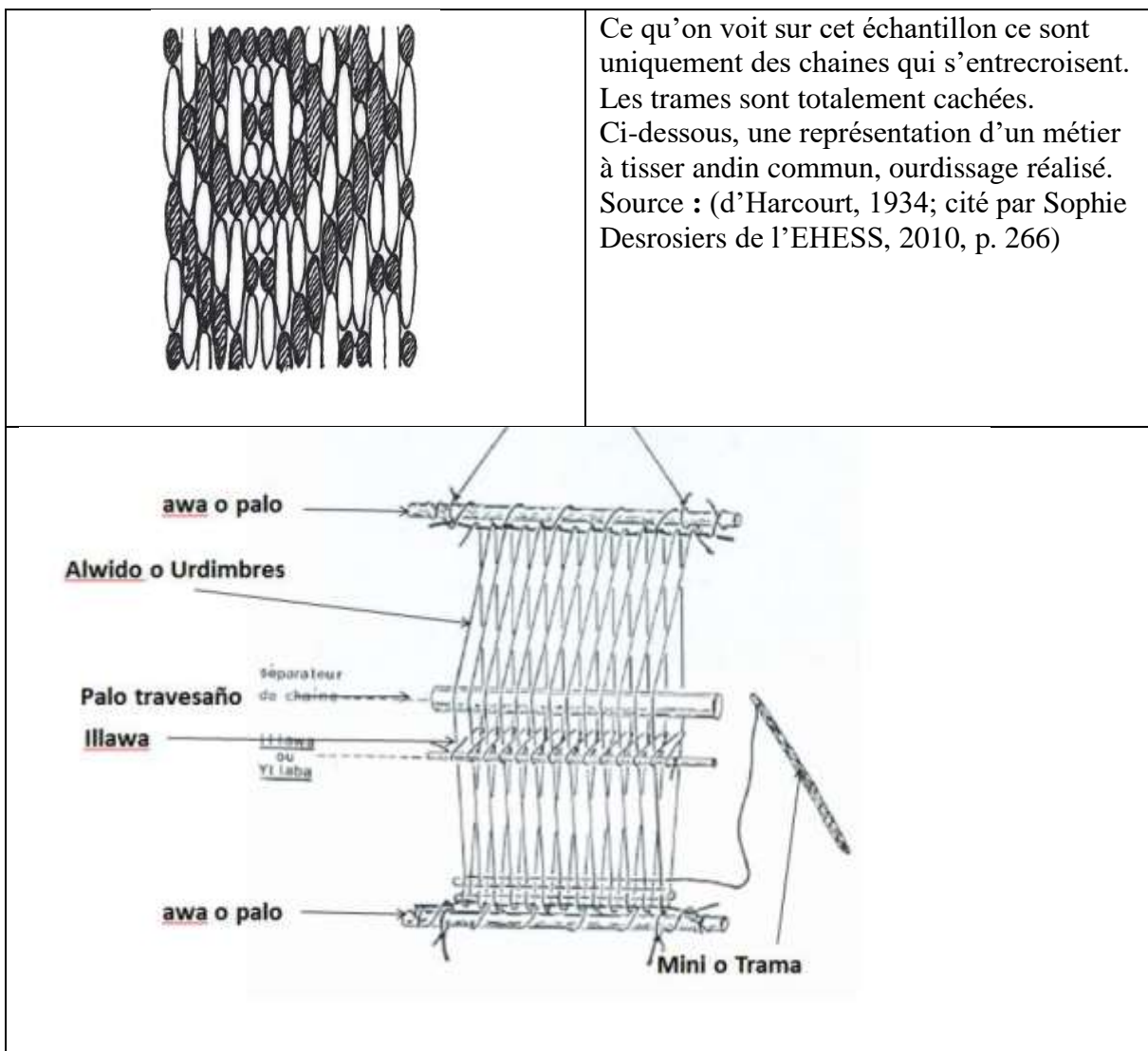
Puis la cordelette est coulissée le long de B1 et B2 posés au sol jusqu'au piquet P2 (Photo 5) et pour planter P4, on procède comme pour P3. Pour finir comme on le voit sur la Photo 1, B1 et B2 sont fixés sur les piquets, à la même hauteur.

J'ai donc ici décrit la technique d'Isidora pour résoudre le type tâches 'Réaliser la structure qui va porter l'ourdissage'. Son discours a été enregistré, nous fournissant sa technologie. On peut considérer cette praxis comme équivalente de la praxis géométrique consistant à 'Construire un rectangle' en construisant deux côtés de même longueur perpendiculaires à un côté initial. Mais il faut noter que le terme rectangle n'apparaît jamais, de même qu'il n'y a pas d'autre considération d'angle droit que le terme 'rectito'. Il n'y a pas non plus de précision sur le contrôle de la direction des bâtons, ni de leur position respective. Je pense que cela n'a pas fait l'objet d'explicitation spontanée d'Isidora, ni de questions de Maria.

Quoiqu'il en soit, on imagine bien qu'un enseignement de mathématique sur les rectangles pourrait prendre appui sur l'étude de cette praxis. Précisons que cette technique n'est pas la seule rencontrée pour ce type de tâches, une autre tisserande utilisant les diagonales.

3. Le processus de tissage lui-même

Pour la suite, vous devez comprendre de quel type est le tissage quechua.





Pour démarrer l'ourdissage, Isidora fixe le fil de laine à B1, sur le côté gauche. En passant le fil par-dessus B1, elle lance sa pelote à son assistante qui la passe sous B2 puis la renvoie à I. I fait passer la pelote sous B1 puis la renvoie par-dessus. Ainsi de suite, se construit une juxtaposition de 8, en changeant éventuellement de couleur pour un tissu à rayures.



Figura 56. Tubo de PVC en el albido y desplazamiento de segmento \overline{AB} de intersección

Photo 6

On peut dire qu'on a deux nappes planes de fils qui se croisent entre B1 et B2, suivant ce qu'on peut modéliser par un segment AB. Isidora introduit un tube en PVC de diamètre plus gros que B1 et B2, entre B2 et AB. Sachant qu'elle est assise vers l'avant de la photo, elle tire le tube vers elle. Ce faisant, elle rapproche AB de B1.



Photo 7

Vous devinez ci-contre le tube et vous voyez les croisements de chaînes, plus ou moins alignés. Isidora est en train de fabriquer un dispositif appelé Illawa, qui est un fil passant au-dessous des chaînes qui sont au-dessous entre AB et B2. En tirant ce fil vers le haut, Isidora pourra faire passer en position supérieure ces chaînes inférieures. C'est le point crucial de cette technique.

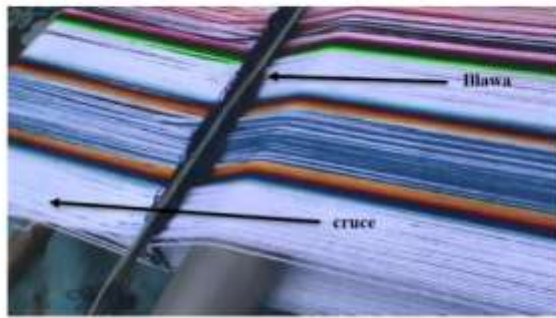


Figura 61. La illawa acciona sobre las urdimbres inferiores de la zona interior derecha

Photo 8

Vous pouvez voir que le fil de la illawa passe alternativement sous une chaîne inférieure puis il remonte et passe sur une baguette et ainsi de suite.



Photo 9. Un autre point qui sera important pour la modélisation :

Les chaînes ne sont plus entourées autour de B1, mais autour d'une fine cordelette qui elle est enroulée autour de B1.

C'est une condition pour que la ligne des croisements puisse être rapprochée au plus près de B1.



Figura 78. Introduce la khespa con el mini entre las urdimbres

Photo 10. Ici, la ligne de croisement se distingue à peine car elle est tout contre le début du tissu.

Isidora commence le tissage, elle passe la navette avec le fil de trame entre les deux nappes de fils de chaîne. Horizontalement, la navette passe entre la ligne de croisement et la illawa, qui vous le voyez est posée, donc sans effet sur la nappe inférieure.

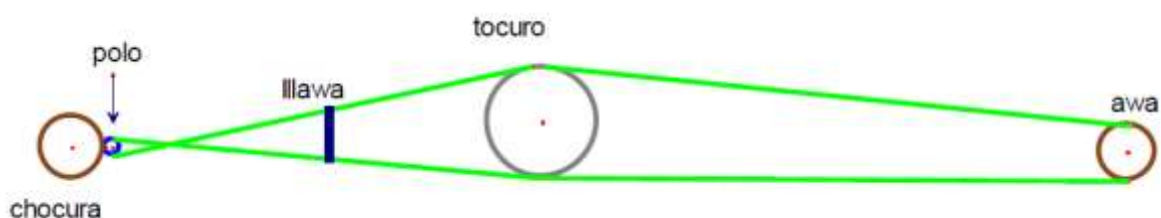


Figura 73. Eleva la Illawa y se forman dos cruces

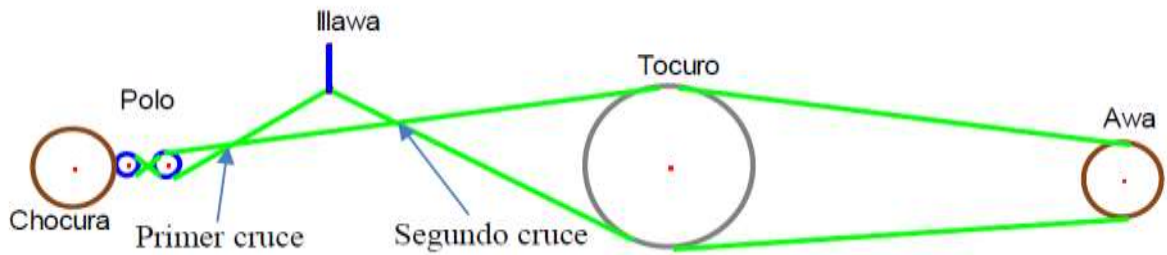
Retour de la navette en sens inverse : Isidora actionne la illawa, ce qui lève tous les fils de la nappe inférieure et les fait passer au-dessus de la nappe supérieure. Il y a donc maintenant deux lignes de croisement. La navette va passer entre ces deux lignes. Puis Isidora repose la illawa, rapproche la ligne de croisement vers elle et recommence le processus d'aller et retour.

Il faut imaginer que je n'ai vu que les vidéos réalisées par Maria. J'ai eu énormément de mal à comprendre ce qui se passait. D'autant que je n'avais pas la sélection de vues statiques que j'ai réalisée pour vous aider. En particulier, je ne comprenais pas comment une fois la illawa relâchée les fils de chaîne inférieurs repassaient au-dessous puisque la illawa est un dispositif « mou » qui n'est pas dans la capacité de tirer les fils de chaîne vers le bas, contrairement aux métiers plus sophistiqués comme ceux des lyonnais. J'ai fini par réaliser une modélisation mathématique du processus :

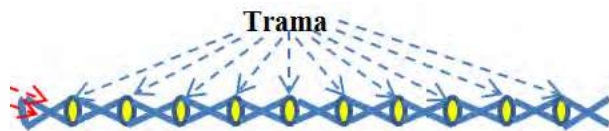
Étape 1 : Illawa posée sur le tissu (vous voyez B1 et B2, le cylindre de PVC-tocuro, la flèche est pointée sur la cordelette qui tient toutes les boucles de chaînes-photo 9). La première trame passe entre le croisement et la illawa



Étape 2 : Vous voyez la cordelette et le premier fil de trame, le deuxième fil de trame passera dans le triangle créé par la illawa.



J'ajoute une section du tissu réalisé pour faire comprendre le jeu d'emprisonnement des fils de trame par les croisements des fils de chaîne inférieurs et supérieurs.



Ces modèles ont été réalisés avec Geogebra. Cela nous a conduit à créer des macros de construction des tangentes communes à deux cercles, intérieures et extérieures. Personnellement j'ai utilisé une technique liée à la construction des centres d'homothétie échangeant un cercle en un autre de rayon différent. Mais Maria a trouvé une technique nécessitant moins de connaissances mathématiques.

Les connaissances mathématiques en jeu sont relatives à la notion de tangente au cercle, de tangentes à un cercle issues d'un point, de tangentes communes, éventuellement d'homothéties mais pas nécessairement. Nous ne prétendons absolument pas que les tisserandes quechuas ont développé de telles connaissances mathématiques. Par contre :

- Elles ont résolu la question fondamentale du tissage que nous considérons comme de nature mathématique car parente d'une question mathématique, ou comme ayant une dimension mathématique (on voit bien qu'il y a des aspects relevant de la physique, par ex sur la tension des fils). Donc cela peut être considéré comme relevant de l'ethnomathématique quechua.
- Pour comprendre l'efficacité de cette technique, le modèle mathématique nous a été utile. Par ex, il permet de comprendre pourquoi au début la ligne de croisement est équidistante de B1 et B2 et pourquoi à la suite, il est important d'attacher les chaînes sur une cordelette et inversement d'introduire un tube plus gros.
- La possibilité d'un tel modèle est sans doute liée à la nature mathématique de la question fondamentale du tissage, établie par la parenté de cette question avec des questions de mathématiques académiques.
- Pour avoir éprouvé le besoin de cette modélisation, il a fallu vouloir comprendre en détails la technique, d'où la nécessité d'une étude ethnologique exigeante sur l'ensemble des aspects techniques, y compris ceux qui paraissent les plus modestes : par ex, sur le tissage andin, les chercheurs se focalisent sur les dessins alors qu'au fond nous nous sommes centrés sur la technique de base pour réaliser un tissu uni.
- On peut imaginer de s'appuyer sur la présentation de la technique de tissage (aspect multiculturel de valorisation des acquis des différentes cultures) pour initier un travail mathématique sur des praxéologies des mathématiques académiques. Mais celles-ci ne

sont pas nécessairement au programme. Par exemple la construction des tangentes communes à deux cercles n'y figure à aucun moment du secondaire au Pérou. Ce qui conduit à des situations factices à propos du tissage comme de calculer la longueur de la diagonale du motif carré réalisé sur un tissu.

Je fais l'hypothèse qu'on peut concevoir un PER (Parcours d'Étude et de Recherche) ouvert à partir de cette technique. Je l'ai expérimenté au Brésil avec un public de professeurs en formation de didactique, dans des conditions peu favorables, en amphi, sur la base des seules photos qui figurent dans le présent texte.

Les questions étaient les suivantes :

Première tâche : Représenter ce qui se passe pendant un cycle du tissage, c'est-à-dire les deux étapes d'aller et retour du fil de trame.

Seconde tâche : Implémenter sur geogebra une représentation géométrique de ce cycle.

Les étudiants n'avaient eu aucune des vues de côté que j'ai inséré dans ce texte. Il y a beaucoup de choses à revoir pour avoir une situation qui fonctionne mais on sent qu'il y a un potentiel.