



HAL
open science

La solution du paradoxe de l'interrogation surprise Raisonnement strictement logique

Norbert Codréanu

► **To cite this version:**

Norbert Codréanu. La solution du paradoxe de l'interrogation surprise Raisonnement strictement logique. 2021. hal-03198088v8

HAL Id: hal-03198088

<https://hal.science/hal-03198088v8>

Submitted on 29 Nov 2022 (v8), last revised 24 Jan 2023 (v9)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

La solution du paradoxe de l'interrogation surprise

Raisonnement strictement logique

Norbert Codréanu
Ing. E.N.S.E.M.
Docteur d'État-ès-Sciences (HDR)
Retraité

Abstract. The resolution of the paradox of surprise interrogation is proposed in this article by the implementation, in first part, a rigorous logical demonstration, while using a language that is understandable by as many readers as possible. It describes two different but equally logical solutions. With a clear definition of the surprise effect, it shows that there is no paradox. Then in a second part, for readers wishing to deepen the subject, a precise dissection is performed to highlight the errors committed in the usual reasoning.

Keywords. paradoxe, paradoxe de l'examen-surprise, paradoxe philosophique, logique mathématique, paradoxe de l'interrogation-surprise.

Résumé. La résolution du paradoxe de l'interrogation surprise est proposée dans cet article par la mise en œuvre, dans une première partie, d'une démonstration logique rigoureuse, tout en utilisant un langage compréhensible par le plus grand nombre possible de lecteurs. Elle décrit deux solutions différentes, mais tout aussi précises du point de vue logique. Avec une définition claire de l'effet de surprise, on y démontre qu'il n'y a pas de paradoxe. Puis dans une seconde partie, pour les lecteurs désireux d'approfondir le sujet, une dissection précise est réalisée pour mettre en évidence les erreurs commises dans les raisonnements habituels.

Mots-clés. paradoxe, paradoxe de l'examen-surprise, paradoxe philosophique, logique mathématique, paradoxe de l'interrogation-surprise.

Table des matières

0. Introduction.....	2
1. Première partie : Les résolutions du paradoxe.....	2
1.A. Préambule.....	2
1.B. Définition précise du problème.....	3
1.C. Solution numéro 1.....	3
1.C.1. Raisonnement.....	3
1.C.2. Conclusion de la solution numéro 1.....	4
1.D. Solution numéro 2.....	4
1.D.1. Raisonnement.....	4
1.D.2. Conclusion de la solution numéro 2.....	5
2. Seconde partie : Analyse des erreurs de raisonnement habituelles.....	5
2.A. Récurrence remontant le temps.....	6
2.B. Récurrence sur la durée de la « semaine ».....	7
3. Conclusion générale.....	8
4. Tableaux.....	9
5. Références.....	10

0. Introduction

Une abondante littérature existe sur le sujet, on trouvera, par exemple, dans l'article publié par Paul Franceschi (2005) une analyse historique très fine des différents raisonnements qui ont été développés.

À ma connaissance, le premier article que l'on trouve dans la littérature sur le sujet semble être celui de D. O' Connor (1948). Il présente le paradoxe sous la forme de l'annonce d'un exercice d'entraînement militaire. De nombreuses autres formulations se développent ensuite, telles que l'annonce de l'apparition d'un as dans un jeu de cartes (Scriven, 1951) ou encore une pendaison (Quine, 1953). Mais c'est la version, liée à l'annonce par un professeur, d'une interrogation surprise qui demeure la forme la plus courante.

De nombreux articles, concernant ce problème, sont basés sur des raisonnements par récurrence, nous les analyserons en détail dans la seconde partie de ce document. Ils concluent tous à un paradoxe à l'exception de celui-ci :

« Il n'y a pas de paradoxe, seulement un drôle de professeur qui tient des propos incohérents – contradictoires – auquel on ne peut donc pas se fier. Il n'a aucune raison d'être fier de nous surprendre puisque quiconque se contredit surprend forcément ceux qui croient à la vérité de ses propos. » (Delahaye, 2014)

La formulation du problème que nous adopterons, pour une semaine de six jours, est semblable à celle de Paul Franceschi.

« Un professeur annonce à ses étudiants qu'un examen aura lieu la semaine prochaine. Cependant, le professeur ajoute qu'il ne sera pas possible aux étudiants de connaître à l'avance la date de l'examen, car celui-ci aura lieu par surprise. Un étudiant intelligent raisonne alors ainsi : l'examen ne peut se dérouler le dernier jour de la semaine – [samedi] – car sinon je saurai, de manière certaine, que l'examen aura lieu le [samedi]. Ainsi, le [samedi] peut-il être éliminé. De même, poursuit l'étudiant, l'examen ne peut se dérouler l'avant-dernier jour de la semaine – [vendredi] – car sinon je saurai que l'examen aura lieu le [vendredi]. Ainsi, le [vendredi] est-il également éliminé. Par le même raisonnement, l'étudiant conclut que l'examen ne peut avoir lieu ni le [jeudi], ni le mercredi, ni le mardi, ni le lundi. Finalement, l'étudiant conclut que l'examen ne peut avoir lieu aucun jour de la semaine. Pourtant, cela n'empêche pas l'examen d'avoir lieu par surprise, par exemple le mercredi. Le paradoxe naît ici du fait que le raisonnement de l'étudiant semble valide, alors qu'il se révèle finalement en contradiction avec les faits, puisque l'examen a finalement bien lieu par surprise. » (Franceschi, 2014)

OÙ EST L'ERREUR ?

1. Première partie : Les résolutions du paradoxe

1.A. Préambule

Dans la mesure du possible, nous tenterons de n'utiliser, dans cette première partie, qu'un langage simple, compréhensible par tous les lecteurs.

En particulier, nous n'allons employer, dans la démonstration qui suit, qu'une logique (classique) élémentaire que l'on peut « réduire » à un seul connecteur que l'on nomme « la conséquence » dans le langage courant.

Dans un langage un peu plus formalisé, on désigne ce connecteur par le terme « d'implication ». La proposition « A » implique la proposition « B » signifie que la proposition « A » a pour conséquence la proposition « B » ; et on écrit [A implique B] ou [SI « A » ALORS « B »]. Ce que l'on exprime aussi sous la forme : la proposition « A » est vraie seulement si la proposition « B » est vraie.

Une autre propriété de l'implication, que nous utiliserons aussi, est ce que l'on désigne dans le langage courant par l'expression « raisonnement par l'absurde » et qui signifie que dans une implication [SI « A » ALORS « B »] lorsque que « B » est faux alors « A » aussi est faux. Le « raisonnement par l'absurde » consiste donc, de partir d'une hypothèse « A » pour en démontrer la conséquence « B ». Puis d'autre part, par un autre raisonnement, prouver que « B » est faux ce qui impose alors que « A » aussi soit faux (voir Tableaux 1).

1.B. Définition précise du problème

Pour construire un raisonnement logiquement sérieux, il nous faut définir avec précision tous les termes que nous employons. « une semaine, les jours de la semaine, une interrogation .. » tout cela semble clair et bien défini ; par contre, « l'effet de surprise » est plus flou.

La surprise, d'une façon générale, est fonction de deux paramètres : l'objet de la surprise et l'instant où l'évènement survient.

Je suis surpris du cadeau que je reçois pour mon anniversaire, mais connaissant bien évidemment ma date de naissance, la surprise concerne, dans ce cas, l'objet que je reçois.

Par contre, pour l'interrogation surprise : l'objet est connu (il y aura obligatoirement une et une seule interrogation dans la semaine), mais la date est inconnue, ce sera la surprise. Dans ce cas, l'«effet de surprise» est temporel.

La définition précise du problème est donc la suivante :

Hypothèse n° 1 La semaine comporte 6 jours travaillés par les élèves, du lundi au samedi. (nous verrons que pour une pseudosemaine de « n » jours, avec n strictement supérieur à 2, le raisonnement reste valable)

Hypothèse n° 2 «l'effet de surprise » signifie -pour la question que nous étudions ici- : « les élèves ne peuvent pas connaître à l'avance, avec une certitude logique, la date de l'évènement ».

Énoncé du problème :

Un professeur annonce à ses élèves : « Il y aura une interrogation surprise la semaine prochaine. »

Ce qui signifie précisément trois choses :

- (a) je ferai une interrogation la semaine prochaine;
- (b) vous ne pourrez pas savoir quel jour elle se déroulera : ce sera une surprise;
- (c) il n'y aura qu'une, et une seule, interrogation dans la semaine.

1.C. Solution numéro 1

1.C.1. Raisonnement

Le problème étant défini avec précision, nous pouvons passer à sa résolution.

Analysons le raisonnement de l'élève :

1) SI « l'examen n'a pas encore eu lieu le vendredi soir » ALORS « l'examen aura lieu le samedi » (selon la première proposition «a» édictée par le professeur)

2) l'examen ne peut pas avoir lieu le samedi, car les élèves connaîtraient la date de l'évènement à l'avance (selon la deuxième proposition «b» édictée par le professeur)

3) de même, poursuit l'élève, l'examen ne peut pas se dérouler l'avant-dernier jour de la semaine, etc.

Ce dernier n'a pas le temps de terminer sa phrase lorsque Mathilde s'écrit : "*c'est FAUX*".

Et Mathilde, la meilleure élève de la classe en mathématique, continue son intervention par :

" en appliquant la conclusion de ce que l'on nomme le raisonnement par l'absurde, on peut déduire que, la proposition « l'examen aura lieu le samedi » étant FAUSSE entraîne que la proposition « l'examen n'a pas encore eu lieu le vendredi soir » est elle aussi FAUSSE. Si cette proposition est FAUSSE, son contraire est VRAI".

Le contraire de la proposition « le vendredi soir, l'examen N'A PAS ENCORE EU LIEU » est « le vendredi soir, l'examen A DÉJÀ EU LIEU ». Le problème est alors terminé et résolu.

1.C.2. Conclusion de la solution numéro 1

On peut résumer la démonstration qui vient d'être faite en 3 étapes :

- 1) SI « l'interrogation n'a pas lieu pendant les 5 premiers jours de la semaine » ALORS « elle aura lieu le sixième jour -le samedi- » [première règle édictée par le professeur].
- 2) L'interrogation ne peut pas avoir lieu le dernier jour, car les élèves sauraient, à l'avance, la date de l'évènement [deuxième règle édictée par le professeur].
- 3) Dans une implication SI «A» ALORS «B», quand l'assertion «B» est fausse, alors «A» aussi est fausse.

Par conséquent : « l'interrogation a lieu l'un des 5 premiers jours de la semaine » et il est impossible de déterminer la date exacte de l'évènement. Il n'y a donc aucun paradoxe, et l'expérience confirme la démonstration qui vient d'être faite.

1.D. Solution numéro 2

1.D.1. Raisonnement

Le problème étant défini avec précision, nous pouvons passer à sa résolution, avec une deuxième analyse.

Le lundi :

1. soit l'interrogation a lieu (et c'est terminé, car elle a eu lieu avec « surprise », les élèves ne pouvaient pas prévoir, avec certitude, qu'elle aurait lieu le lundi)
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement, on obtient :

SI (on est lundi) ALORS [(l'interrogation a lieu aujourd'hui) OU (on passe au jour suivant)].

Le mardi :

1. soit l'interrogation a lieu (et c'est terminé, car elle a eu lieu avec « surprise », les élèves ne pouvaient pas prévoir, avec certitude, qu'elle aurait lieu le mardi)
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement, on obtient :

SI (l'interrogation n'a pas eu lieu lundi) ALORS [(l'interrogation a lieu aujourd'hui -mardi-) OU (on passe au jour suivant)].

Et ainsi de suite pour tous les jours de la semaine jusqu'au samedi matin.

Le samedi matin :

1. soit l'interrogation a lieu aujourd'hui -samedi-,
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement on obtient : SI «A» ALORS «B»

avec «A» = [(l'interrogation n'a pas eu lieu lundi) ET (l'interrogation n'a pas eu lieu mardi) ET .. ET (l'interrogation n'a pas eu lieu vendredi)]

et avec «B» = [(l'interrogation a lieu aujourd'hui -samedi-) OU (on passe au jour suivant)]

- La proposition « l'interrogation a lieu aujourd'hui -samedi- » est FAUSSE. L'interrogation ne peut pas avoir lieu le samedi, car le vendredi soir les élèves sauraient avec certitude que l'interrogation aurait lieu le lendemain en application de l'assertion «a» fixée par le professeur.
- La proposition « on passe au jour suivant » est aussi FAUSSE, car il n'y a pas de jour suivant (le samedi est le dernier jour de la semaine).
- Donc la proposition «B» = [(l'interrogation a lieu aujourd'hui -samedi-) OU (on passe au jour suivant)] est FAUSSE.

Dans une implication [SI «A» ALORS «B»], lorsque la conclusion «B» est fausse, cela entraîne que l'hypothèse «A» est aussi fausse.

L'hypothèse «A» est FAUSSE signifie que la proposition « (l'interrogation n'a pas eu lieu lundi) ET (l'interrogation n'a pas eu lieu mardi) ET .. ET (l'interrogation n'a pas eu lieu vendredi) » est FAUSSE.

La relation « *A est fausse* » étant équivalente à « *non-A est vraie* » ;

comme «**non-A**» = « (l'interrogation a eu lieu lundi) OU (l'interrogation a eu lieu mardi) OU .. OU (l'interrogation a eu lieu vendredi) », il s'en suit que l'interrogation a eu lieu dans la semaine, et comme, d'après l'assertion «c» fixée par le professeur, il n'y a qu'un seul examen dans la semaine, il s'en suit que « *l'interrogation a certainement eu lieu l'UN des cinq premiers jours de la semaine* ».

1.D.2. Conclusion de la solution numéro 2

On peut résumer la démonstration, qui vient d'être faite, en 4 étapes :

- 1) SI « l'interrogation n'a pas lieu pendant les 5 premiers jours de la semaine » ALORS « elle aura lieu le sixième jour -le samedi- » [première règle édictée par le professeur].
- 2) L'interrogation ne peut pas avoir lieu le dernier jour, car les élèves sauraient, à l'avance, la date de l'évènement [deuxième règle édictée par le professeur].
- 3) Dans une implication SI «A» ALORS «B», quand «B» est faux «A» aussi est faux. (C'est ce que l'on appelle aussi le raisonnement par l'absurde).
- 4) Donc « *l'interrogation a lieu l'un des 5 premiers jours de la semaine* ».

Par conséquent : « l'interrogation a lieu l'un des 5 premiers jours de la semaine » et il est impossible de déterminer la date exacte de l'évènement. Il n'y a donc aucun paradoxe, et l'expérience confirme la démonstration qui vient d'être faite.

2. Seconde partie : Analyse des erreurs de raisonnement habituelles

Dans la première partie, nous avons démontré que la solution à notre problème était : « *l'interrogation a lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* ».

Il n'y a donc aucun paradoxe et cette assertion est parfaitement conforme à l'expérience.

Nous allons nous intéresser maintenant, dans cette seconde partie, à l'analyse des erreurs commises

dans d'autres types de raisonnements habituels.

2.A. Récurrence remontant le temps

Dans la première partie, nous avons suivi un raisonnement chronologique complet de la semaine en partant du lundi. Il existe aussi un autre type de démarche : « la récurrence en remontant le temps ». C'est ce que nous allons analyser maintenant.

En fait il n'est pas question de « remonter le temps » au sens propre, mais plus exactement de réaliser a posteriori une analyse logique de ce qui s'est passé.

Du point de vue physique, la semaine est terminée, et l'on démarre le raisonnement le samedi.

Donc, l'on pourrait presque dire que cette démonstration logique ne cherche qu'à déterminer le jour de l'interrogation afin de savoir s'il s'agissait d'une surprise.

Ce raisonnement démarre donc le dernier jour de la semaine (le samedi) et il analyse le passé (donc des événements qui ont déjà eu lieu).

A) Le sixième jour, le samedi, il ne peut pas y avoir eu d'interrogation, car comme il ne reste plus que ce jour-là, les élèves auraient su, à l'avance, la date de l'interrogation. Ce qui est contraire à la deuxième affirmation (b) édictée par le professeur.

La suite du raisonnement habituel est :

B) Le cinquième jour (vendredi) :

1. soit l'interrogation a eu lieu ce jour-là (le vendredi)

2. soit on est passé au jour suivant

Le second choix est impossible, car le jour suivant est le samedi, dernier jour de la semaine où il ne peut pas y avoir d'interrogation.

Il ne reste que la possibilité n°1, qui devient impossible, car les élèves auraient su à l'avance, la date de l'interrogation.

Donc, comme pour le samedi, l'interrogation ne peut pas avoir lieu le vendredi, et par récurrence, tous les autres jours de la semaine.

Erreur ! s'écrie Mathilde, la meilleure élève de la classe en mathématiques, l'interrogation a eu lieu le mercredi à 14 h 30 !! Si l'on écoute bien ce qu'a dit Mathilde, elle a peut-être raison ! En effet, nous avons simplement oublié qu'une troisième possibilité existe pour le vendredi. Cette possibilité s'écrit : « *l'interrogation avait déjà eu lieu* ».

Donc le raisonnement correct pour le vendredi est :

B) Le cinquième jour (vendredi) :

1. soit l'interrogation a eu lieu ce vendredi (avec surprise)

2. soit on est passé au jour suivant

3. soit l'interrogation avait déjà eu lieu (l'un des jours précédents)

Le second choix est impossible, car le jour suivant est le samedi -dernier jour de la semaine-, MAIS il reste DEUX possibilités, donc aucune certitude pour le vendredi.

C) Tous les jours précédents (jeudi, mercredi et mardi):

1. soit l'interrogation a eu lieu (le jour en question, avec surprise)

2. soit l'interrogation avait déjà eu lieu (l'un des jours précédents)

3. soit on est passé au jour suivant

Il y a TROIS possibilités, donc aucune certitude sur ces dates.

D) Enfin, pour le premier jour de la semaine (lundi) :

1. soit l'interrogation a eu lieu (le lundi, avec surprise)

2. soit l'interrogation avait déjà eu lieu (l'un des jours précédents)

3. soit on est passé au jour suivant

Pour ce premier jour de la semaine, la proposition « l'interrogation avait déjà eu lieu » est impossible (il n'y a pas de jour précédent) donc cette proposition est fausse.

Il reste DEUX possibilités, donc aucune certitude sur cette date.

Par conséquent, un raisonnement correct conduit à la conclusion : « *l'interrogation surprise a eu lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* », et la date n'est pas déterminable, donc il n'y a pas de paradoxe.

Résultat : le raisonnement habituel « par récurrence en remontant le temps » est FAUX. Ce n'est pas parce que le dernier jour de la semaine, il ne peut pas y avoir d'interrogation, qu'il est légitime d'extrapoler, par récurrence, pour tous les jours précédents !! En effet, les propriétés de chacune des journées de la semaine sont différentes les unes des autres, et en particulier de celles du samedi !! donc le raisonnement par récurrence habituel (remontant le temps) est FAUX.

2.B. Récurrence sur la durée de la « semaine »

Un autre raisonnement intuitif habituel, en langage courant, se présente comme suit :

« Pour comprendre le paradoxe, il faut simplifier l'histoire. Imaginons que les élèves de Monsieur Martin n'ont cours avec lui que le lundi et qu'il leur dise « (a) je ferai une interrogation la semaine prochaine et (b) vous ne pourrez pas savoir quel jour elle se déroulera; ce sera une surprise ». Jacques pourra alors raisonner ainsi : « Le lundi matin, je saurai que l'interrogation va avoir lieu aujourd'hui (car Monsieur Martin nous dit qu'il fera une interrogation cette semaine et que nous n'avons cours avec lui que le lundi) et qu'elle n'aura pas lieu aujourd'hui (car Monsieur Martin nous dit que nous serons surpris de l'interrogation or si elle a lieu le lundi nous ne serons pas surpris) ». Il y a contradiction entre les conclusions qu'on tire des affirmations de Monsieur Martin. Notons que, dans le cas d'une semaine complète, il y a aussi une telle contradiction : on déduit que l'interrogation aura lieu dans la semaine – Monsieur Martin l'affirme – et qu'elle n'aura pas lieu dans la semaine – raisonnement de Jacques. Donc ce que dit Monsieur Martin est contradictoire : il affirme une chose et son contraire à la fois. Dans le cas de la semaine complète de cours, cette contradiction est masquée, mais il y a bien une contradiction dans les affirmations de Monsieur Martin. Que peut-on déduire des propos de quelqu'un qui se contredit lui-même? Tout et n'importe quoi. Il n'y a pas de paradoxe, seulement un drôle de professeur qui tient des propos incohérents – contradictoires – auquel on ne peut donc pas se fier. Il n'a aucune raison d'être fier de nous surprendre puisque quiconque se contredit surprend forcément ceux qui croient à la vérité de ses propos. » (Delahaye, 2014)

C'est, nous, qui avons souligné certaines parties du texte qui représentent des généralisations abusives (donc fausses) du cas particulier de la pseudosemaine d'un seul jour.

Ce raisonnement étant FAUX, la démarche correcte est la suivante.

I. La « semaine » d'une seule journée est impossible, car le premier jour est aussi le dernier, et nous avons vu que le dernier jour il ne peut pas y avoir d'interrogation

II. La « semaine » de 2 jours est aussi impossible, car le dernier jour étant impossible il ne reste que le premier jour . Donc, l'interrogation aura lieu obligatoirement le « lundi », ce qui n'est pas possible, car la date serait alors connue à l'avance.

III. **Par contre**, pour la « semaine » de 3 jours, il n'y a pas de problèmes (pas de paradoxe), car on peut reprendre le raisonnement correct qui a été fait dans la première partie :

a) le premier jour :

1. soit l'interrogation a lieu (avec surprise)
2. soit on passe au deuxième jour

Il y a DEUX possibilités, donc aucune certitude sur cette date.

b) le deuxième jour :

1. soit l'interrogation a déjà eu lieu (la veille avec surprise)
2. soit l'interrogation a lieu (le deuxième jour avec surprise)
3. soit on passe au jour suivant

Il reste TROIS possibilités, donc aucune certitude sur cette date.

c) Le troisième jour, qui est le dernier :

1. soit l'interrogation a déjà eu lieu
2. soit l'interrogation a lieu le troisième jour
3. soit on passe au jour suivant

La proposition (3.) « on passe au jour suivant » est impossible donc fausse (il n'y a pas de jour suivant).

La proposition (2.) « l'interrogation a lieu le troisième jour » est aussi fausse, car le troisième jour est le dernier donc pas d'interrogation possible.

Il ne reste que le point (1.), donc pour le troisième jour : « *l'interrogation a déjà eu lieu* ».

Pour une semaine de trois jours, il n'y a pas de paradoxe, l'interrogation aura lieu soit le premier, soit le deuxième jour.

Pour une « semaine » de quatre jours, ou plus, le même raisonnement, que ci-dessus (qui est d'ailleurs identique à celui développé dans la première partie), nous conduit à la conclusion : « *l'interrogation surprise aura lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » (avec n strictement supérieur à 2) sans aucun paradoxe.

Résultat : le raisonnement habituel par récurrence sur la durée d'une pseudosemaine est FAUX. Ce n'est pas parce qu'une pseudosemaine d'une durée de un ou deux jours conduit à un paradoxe qu'il est légitime d'extrapoler à une durée quelconque !! En effet, les propriétés de chacune des journées pour une pseudosemaine de trois jours, ou plus, sont différentes de celles des pseudosemaines d'un seul jour (ou de deux jours).

3. Conclusion générale

- La conclusion du raisonnement logique correct est « *l'interrogation surprise a lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » (avec n strictement supérieur à 2) et l'on ne peut pas déterminer le jour. **Par conséquent, il s'agit bien d'une interrogation surprise et il n'y a pas de paradoxe.** De plus, le raisonnement logique est confirmé par l'expérience.

- Les raisonnements « habituels » par récurrence sont erronés. Parce qu'ils présupposent que tous les jours de la semaine ont les mêmes propriétés que le jour de départ (soit le samedi, si l'on remonte le temps pour une semaine de six jours, soit le lundi pour une semaine, à durée variable) ce qui est FAUX comme cela a été démontré dans cet article.

- Et, enfin, si l'on corrige, ces raisonnements erronés, ils aboutissent logiquement tous à la conclusion que « *l'interrogation surprise a lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » sans aucun paradoxe [pour une semaine réelle, ou une pseudosemaine de n jours, avec n strictement supérieur à 2].

4. Tableaux

A	B	A => B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

1 - Table de vérité de l'implication [A => B]

- α. Pour la logique propositionnelle (Cori & Lascar, 2021, pp.16,36), ce tableau indique dans la dernière ligne : *Pour que l'implication (A=>B) soit vraie si B est faux, il faut et il suffit que A soit faux.*
- β. Dans le langage courant, on appelle aussi cette démarche : «raisonnement par l'absurde». Pour tester la validité d'une hypothèse, on analyse toutes ses conséquences. Si elles sont toutes fausses, c'est que l'on s'est trompé, notre hypothèse de départ était fausse.
- γ. Le bon sens des paysans normands leur fait dire : si un arbre est un pommier alors [*cela implique qu'*] il donne des pommes. S'il fournit d'autres fruits que des pommes : ce n'est pas un pommier !
- δ. Pour un point de vue plus philosophique sur l'implication, on peut lire, entre autres, avec intérêt, le paragraphe «Un premier exemple de phénomène langagier», pages 3 et 4 de l'article de Zoé MESNIL (2014).

2 -Remarque logique

Le contraire de l'assertion **P** = «x₁ ET x₂ ET ... ET x₄» étant **non-P** = «non-x₁ OU non-x₂ ...OU non-x₄». Si **P** est **faux** alors **non-P** est **vrai**.

Pour que **non-P** soit vrai, il faut et il suffit que l'une (au moins) des assertions «non-X_i» soit vraie.

En langage courant cela s'énonce : « l'interrogation a eu lieu pendant l'un (au moins) des cinq premiers jours de la semaine ». Mais, comme dans notre cas, l'assertion (c) indique qu'il n'y aura qu'une, et une seule, interrogation dans la semaine, il n'y a qu'un, et un seul, jour concerné, donc «*l'interrogation a eu lieu l'un de ces cinq premiers jours de la semaine*» qui en compte six.

3 - Remarque méthodologique

L'analyse strictement logique (mathématique), que nous utilisons, est indépendante de l'écoulement du temps. Elle ne fait que constater, et raisonner sur, les valeurs de vérité des assertions.

Il faut bien différencier les deux champs de réflexion totalement distincts :

1. - Le champ de la physique, qui analyse des événements qui sont, en général, fonction du temps (qui s'écoule, pour nous, du lundi au samedi).

2. - Le champ de la logique mathématique qui analyse, a posteriori, de façon statique et globale, les états logiques du système (dans notre cas, les différentes journées).

