



**HAL**  
open science

# Résolution du paradoxe de l'interrogation surprise (version 2) Démonstration utilisant uniquement la logique mathématique

Norbert Codréanu

## ► To cite this version:

Norbert Codréanu. Résolution du paradoxe de l'interrogation surprise (version 2) Démonstration utilisant uniquement la logique mathématique. 2021. hal-03198088v4

**HAL Id: hal-03198088**

**<https://hal.science/hal-03198088v4>**

Submitted on 14 Nov 2021 (v4), last revised 24 Jan 2023 (v9)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# La solution du paradoxe de l'interrogation surprise

Norbert Codréanu  
Ing. E.N.S.E.M.  
Docteur d'État-ès-Sciences (HDR)  
Retraité

**Résumé :** La résolution du paradoxe de l'interrogation surprise est proposée dans cet article par la mise en œuvre, dans un premier chapitre, d'une analyse logique rigoureuse, tout en utilisant un langage compréhensible par le plus grand nombre possible de lecteurs. On y démontre qu'il n'y a pas de paradoxe. Puis dans un second chapitre, pour les lecteurs désireux d'approfondir le sujet, une analyse précise est réalisée pour mettre en évidence les erreurs commises dans les raisonnements habituels.

## Introduction

De nombreux articles, concernant le problème du paradoxe de l'interrogation surprise, sont basés sur un raisonnement par récurrence. Ils concluent tous à un paradoxe ou par exemple à « *Il n'y a pas de paradoxe, seulement un drôle de professeur qui tient des propos incohérents – contradictoires – auquel on ne peut donc pas se fier. Il n'a aucune raison d'être fier de nous surprendre puisque quiconque se contredit surprend forcément ceux qui croient à la vérité de ses propos.* » Cette citation, ainsi que l'énoncé suivant, sont extraits de la revue *Accromath* [2].

**Énoncé du paradoxe de l'interrogation surprise :**

*Le professeur Martin annonce à ses élèves :*

*(a) je ferai une interrogation la semaine prochaine;*

*(b) vous ne pourrez pas savoir quel jour elle se déroulera : ce sera une surprise.*

On peut ajouter, ce qui, en général, est sous-entendu dans « a ».

*(c) il n'y aura qu'une, et une seule, interrogation dans la semaine.*

*Mathilde, la meilleure élève de la classe, en mathématiques, raisonne alors ainsi :*

*Nous avons cours avec Monsieur Martin le lundi, le mardi, le mercredi, le jeudi, le vendredi et le samedi. Puisqu'il nous dit que nous ne pourrions pas connaître le jour de l'interrogation, celle-ci ne se déroulera pas le samedi, car samedi matin, sachant que l'interrogation se fera dans la semaine (affirmation a), elle ne pourrait avoir lieu que le samedi et donc nous saurions de manière certaine qu'elle va avoir lieu ce jour-là. Il est donc acquis que l'interrogation n'aura pas lieu le samedi. Mais alors, le vendredi, elle ne peut pas avoir lieu non plus, car sachant qu'elle ne peut pas avoir lieu le samedi, quand nous arriverons dans la classe le vendredi, nous saurons qu'elle va avoir lieu. Il est donc acquis aussi que l'interrogation n'aura pas lieu le vendredi. En poursuivant de la même manière ce raisonnement, Mathilde en déduit que l'interrogation ne peut avoir lieu ni le jeudi, ni le mercredi, ni le mardi, ni le lundi et donc qu'elle n'aura pas lieu.*

*Mais en classe, le mercredi à 14 h 30, le professeur distribue l'énoncé de l'interrogation et tous les élèves sont surpris !*

OÙ EST LE PARADOXE ?

## Premier chapitre Résolution du paradoxe

**Première partie :** Définition précise du problème

Pour construire un raisonnement logiquement sérieux, il nous faut définir avec précision tous les termes que nous employons. « une semaine, les jours de la semaine, une interrogation .. » tout cela semble clair et bien défini ; par contre, « l'effet de surprise » est plus flou.

La surprise, d'une façon générale, est fonction de deux paramètres : l'objet de la surprise et l'instant où l'évènement survient.

Je suis surpris du cadeau que je reçois pour mon anniversaire, mais connaissant bien évidemment la date de mon anniversaire, la surprise concerne, dans ce cas, l'objet que je reçois. Par contre, pour l'interrogation surprise : l'objet est connu (*il y aura obligatoirement une et une seule interrogation dans la semaine*), mais la date est inconnue, ce sera la surprise. Dans ce cas, l'« effet de surprise » est temporel, donc la question doit être analysée en fonction du temps.

La définition précise du problème est donc la suivante :

Hypothèse n° 1 La semaine comporte 6 jours travaillés par les élèves, du lundi au samedi. (nous verrons que pour une pseudosemaine de « n » jours, avec n strictement supérieur à deux, le raisonnement reste valable)

Hypothèse n° 2 « l'effet de surprise » signifie pour la question que nous étudions : « les élèves ne peuvent pas connaître à l'avance, avec une certitude logique, la date de l'évènement ».

### Énoncé du problème :

Un professeur annonce à ses élèves : « Il y aura une interrogation surprise la semaine prochaine. »

Ce qui signifie précisément trois choses :

- (a) *je ferai une interrogation la semaine prochaine;*
- (b) *vous ne pourrez pas savoir quel jour elle se déroulera : ce sera une surprise;*
- (c) *il n'y aura qu'une, et une seule, interrogation dans la semaine.*

### **Deuxième partie** : Résolution du problème

Le problème étant défini avec précision, nous pouvons passer à sa résolution.

Le lundi :

1. soit l'interrogation a lieu (et c'est terminé, car elle a eu lieu avec « surprise », les élèves ne pouvaient pas prévoir, avec certitude, qu'elle aurait lieu le lundi)
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement, on obtient :

SI (*on est lundi*) ALORS [*(l'interrogation a lieu aujourd'hui)* OU (*on passe au jour suivant*)]

Le mardi :

1. soit l'interrogation a lieu (et c'est terminé, car elle a eu lieu avec « surprise », les élèves ne pouvaient pas prévoir, avec certitude, qu'elle aurait lieu le mardi)
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement, on obtient :

SI (*l'interrogation n'a pas eu lieu lundi*) ALORS [*(l'interrogation a lieu aujourd'hui)* OU (*on passe au jour suivant*)]

Et ainsi de suite tous les jours de la semaine jusqu'au samedi matin.

Le samedi matin :

1. soit l'interrogation a lieu aujourd'hui,
2. soit elle n'a pas lieu, alors on passe au jour suivant.

En formalisant un petit peu ce raisonnement on obtient : SI **A** ALORS **B**

avec **A** = [*(l'interrogation n'a pas eu lieu lundi)* ET (*l'interrogation n'a pas eu lieu mardi*) ET .. ET (*l'interrogation n'a pas eu lieu vendredi*)]

et avec **B** = [*(l'interrogation a lieu aujourd'hui)* OU (*on passe au jour suivant*) ]

La proposition (*l'interrogation a lieu aujourd'hui*) est FAUSSE. L'interrogation ne peut pas avoir lieu le samedi, car le vendredi soir les élèves sauraient avec certitude que l'interrogation aurait lieu le lendemain en application de l'assertion (a).

La proposition (*on passe au jour suivant*) est aussi FAUSSE, car il n'y a pas de jour suivant (le samedi est le dernier jour de la semaine).

Donc la proposition « **B** = [*(l'interrogation a lieu aujourd'hui)* OU (*on passe au jour suivant*) ] » est FAUSSE.

Dans une *implication* (SI **A** ALORS **B**), lorsque la conclusion **B** est fausse, cela entraîne que l'hypothèse **A** est aussi fausse[1].

L'hypothèse **A** FAUSSE signifie que la proposition « (*l'interrogation n'a pas eu lieu lundi*) ET (*l'interrogation n'a pas eu lieu mardi*) ET .. ET (*l'interrogation n'a pas eu lieu vendredi*) » est FAUSSE ; donc « *l'interrogation a eu lieu l'un de ces cinq premiers jours de la semaine* ».

Le contraire de l'assertion **P** = «*X<sub>1</sub> ET X<sub>2</sub> ET ... ET X<sub>n</sub>*» étant **non-P** = «*non-X<sub>1</sub> OU non-X<sub>2</sub> ... OU non-X<sub>n</sub>*» ; si **P** est faux, **non-P** est vrai. Pour cela, il faut et il suffit que l'une (au moins) des assertions «*non-X<sub>i</sub>*» soit vraie. En langage courant cela s'énonce : « *l'interrogation a eu lieu pendant l'un (au moins) des cinq premiers jours de la semaine* ».

Mais, comme dans notre cas, l'assertion (c) indique qu'il n'y aura qu'une, et une seule, interrogation dans la semaine, il n'y a qu'un, et un seul, jour concerné, donc « *l'interrogation a eu lieu l'un de ces cinq premiers jours de la semaine* ».

## Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé un raisonnement, suivant une logique mathématique rigoureuse tout en ne faisant usage que d'un langage compréhensible par le plus grand nombre possible de lecteurs, ce qui nous a conduits à démontrer que le problème dénommé « le paradoxe de l'interrogation surprise » n'était pas un paradoxe. La conclusion logique précise est « *l'interrogation a lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* ». **Donc il n'y a aucun paradoxe** et cette assertion est parfaitement conforme à l'expérience.

*Le lecteur intéressé trouvera, dans le second chapitre, une analyse des erreurs de raisonnement habituelles.*

## Second chapitre

### Analyse des erreurs de raisonnement habituelles

Dans le premier chapitre, nous avons démontré que la solution à notre problème est :

*« l'interrogation a lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine ».*

*Il n'y a donc aucun paradoxe* et cette assertion est parfaitement conforme à l'expérience.

Nous allons nous intéresser ici à l'analyse des erreurs commises dans les raisonnements habituels.

#### I- Erreur principale

La première erreur est d'énoncer que la conclusion du raisonnement est : « *il ne peut pas y avoir d'interrogation le dernier jour* » ce qui est faux, car la phrase est incomplète.

La vraie conclusion est « *l'interrogation a eu lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* ».

Ce qui implique effectivement que « *il ne peut pas y avoir d'interrogation le dernier jour de la semaine* », à condition de ne pas oublier de dire « **PARCE QU'elle a déjà eu lieu** ».

Dans le langage courant, l'assertion utilisée sous-entend que dans l'absolu, « *le dernier jour, il ne peut pas y avoir d'interrogation* » ce qui est faux, ce n'est vrai que « **PARCE QU'elle a déjà eu lieu** ».

On peut aussi dire, par exemple, « *le premier janvier de l'année suivante, il ne peut pas y avoir d'interrogation* », ce qui n'est vrai si l'on ajoute « **PARCE QU'elle a déjà eu lieu** ». Mais si on enlève cette seconde partie de la phrase, en ne gardant que « *le premier janvier, il ne peut pas y avoir d'interrogation* », on aboutit à des aberrations, qui peuvent être en particulier des paradoxes !!

#### II – Erreur secondaire

La vraie conclusion logique est « *l'interrogation a eu lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* ». Dans l'exemple classique, l'interrogation a eu lieu le mercredi, donc TOUS les raisonnements ultérieurs, le jeudi, le vendredi, samedi, etc.. sont FAUX, car ils posent tous comme hypothèse: SI [... ET (l'interrogation n'a pas eu lieu le mercredi) ET ...]ALORS. Comme l'interrogation a eu lieu le mercredi, tous ces raisonnements sont inutiles, car nuls et faux.

De façon plus générale, pour toute date postérieure à la date où l'interrogation a eu lieu, la seule proposition valable (vraie) est : « *l'interrogation ne peut pas -ne peut plus- avoir lieu parce qu'elle a déjà eu lieu* »

Ces raisonnements habituels sont un peu semblables à [SI «  $7/0 = 2$  » ALORS .. ], en partant de cette hypothèse fautive, on peut en déduire toute une série de propriétés farfelues (fausses) ; je multiplie les termes de droite et de gauche par « 0 » ce qui donne «  $7 = 2 \times 0 = 0$  » ; je remplace « 7 » par sa valeur « 0 » dans la formule de départ ce qui donne «  $0/0 = 2$  » !! etc.. etc..

#### III - Récurrence remontant le temps

*Le raisonnement intuitif habituel, en langage courant, est construit sur l'assertion « l'interrogation ne peut pas avoir lieu le dernier jour », car la date serait connue à l'avance ce qui est contraire à l'affirmation «b». Il est ensuite développé « par récurrence » en généralisant (abusivement) à tous les jours de la semaine cette propriété, ce qui est faux, et qui conduit à un paradoxe.*

En suivant pas à pas cette démarche habituelle, nous allons pouvoir mettre en évidence l'erreur du raisonnement.

A) Le sixième jour, le samedi, il ne peut pas y avoir d'interrogation, car comme il ne reste plus que ce jour-là, les élèves sauraient, à l'avance, la date de l'interrogation. Ce qui est contraire à l'affirmation « b ».

B) *Le cinquième jour (vendredi) :*

1. soit l'interrogation a lieu ce jour

~~2. soit on passe au jour suivant~~

Le second choix est impossible, car le jour suivant est le samedi, dernier jour de la semaine, il ne peut donc pas y avoir d'interrogation.

Il ne reste que la possibilité n°1 qui devient impossible, car les élèves sauraient, à l'avance, la date de l'interrogation.

Donc, comme pour le samedi, l'interrogation ne peut pas avoir lieu de vendredi, et par récurrence, tous les autres jours de la semaine.

**Erreur !** s'écrie Mathilde, l'interrogation a eu lieu le mercredi à 14 h 30 ! !

Si l'on écoute bien ce qu'a dit Mathilde, elle a peut-être raison ! Nous avons simplement oublié qu'une troisième possibilité existe pour le vendredi. Cette possibilité s'écrit : « ***L'interrogation a déjà eu lieu*** ».

Donc le bon raisonnement pour le vendredi est :

B) *Le cinquième jour (vendredi) :*

1. soit l'interrogation a lieu ce jour (avec surprise)

~~2. soit on passe au jour suivant~~

3. soit l'interrogation a déjà eu lieu

Le second choix est impossible, MAIS il reste DEUX possibilités, donc aucune certitude pour le vendredi.

C) Tous les jours précédents (jeudi, mercredi et mardi):

1. soit l'interrogation a déjà eu lieu

2. soit l'interrogation a lieu (le jour en question, avec surprise)

3. soit on passe au jour suivant

Il y a TROIS possibilités, donc aucune certitude sur ces dates.

D) Enfin, pour le premier jour de la semaine (lundi) :

1. ~~soit l'interrogation a déjà eu lieu~~

2. soit l'interrogation a lieu (le lundi, avec surprise)

3. soit on passe au jour suivant

Pour ce premier jour de la semaine, la proposition « *soit l'interrogation a déjà eu lieu* » est impossible (il n'y a pas de jour précédent) donc cette proposition est fausse.

Il reste DEUX possibilités, donc aucune certitude sur cette date.

Par conséquent, un raisonnement correct conduit à la conclusion : « *l'interrogation surprise aura lieu l'un des cinq premiers jours de la semaine* » sans aucun paradoxe.

Résultat : le raisonnement habituel par récurrence en remontant le temps est FAUX. Ce n'est pas parce que le dernier jour de la semaine, il ne peut pas y avoir d'interrogation, qu'il est légitime d'extrapoler, par récurrence, pour tous les jours précédents ! ! En effet, les propriétés de chacune des journées de la semaine sont différentes les unes des autres, et en particulier de celles du samedi ! ! donc le raisonnement par récurrence habituel (remontant le temps) est FAUX.

#### IV - Récurrence sur la durée de la « semaine »

Un autre raisonnement intuitif habituel, en langage courant, se présente comme suit (extrait de la revue Accromath [2] déjà citée) : « *Pour comprendre le paradoxe, il faut simplifier l'histoire. Imaginons que les élèves de Monsieur Martin n'ont cours avec lui que le lundi et qu'il leur dise « (a) je ferai une interrogation la semaine prochaine et (b) vous ne pourrez pas savoir quel jour elle se déroulera; ce sera une surprise* ». Un élève, Jacques, pourra alors raisonner ainsi : « *Le lundi matin, je saurai que l'interrogation va avoir lieu aujourd'hui (car Monsieur Martin nous dit qu'il fera une interrogation cette semaine et que nous n'avons cours avec lui que le lundi) et qu'elle n'aura pas lieu aujourd'hui (car Monsieur Martin nous dit que nous serons surpris de l'interrogation or si elle a lieu le lundi nous ne serons pas surpris)* ». Il y a contradiction entre les conclusions qu'on tire des affirmations de Monsieur Martin. Notons que, dans le cas d'une semaine complète, il y a aussi une telle contradiction : on déduit que l'interrogation aura lieu dans la semaine – Monsieur Martin l'affirme – et qu'elle n'aura pas lieu dans la semaine – raisonnement de Jacques. Donc ce que dit Monsieur Martin est contradictoire : il affirme une chose et son contraire à la fois. Dans le cas de la semaine complète de cours, cette contradiction est masquée, mais il y a bien une contradiction dans les affirmations de Monsieur Martin. ».

C'est, nous, qui avons souligné certaines parties du texte qui représentent des généralisations abusives du cas particulier de la pseudosemaine d'un seul jour.

Ce raisonnement étant FAUX, la démarche correcte est la suivante.

- I. La « semaine » d'une seule journée est impossible, car le premier jour est aussi le dernier, et nous avons vu que le dernier jour il ne peut pas y avoir d'interrogation
- II. La « semaine » de 2 jours est aussi impossible, car le dernier jour étant impossible il ne reste que le premier jour. Donc, l'interrogation aura lieu obligatoirement le « lundi », ce qui n'est pas possible, car la date serait alors connue à l'avance.
- III. Par contre, pour la « semaine » de 3 jours, il n'y a pas de problèmes (pas de paradoxe), car on peut reprendre le raisonnement correct qui a été fait dans le premier chapitre :
  - a) le premier jour :
    1. soit l'interrogation a lieu (avec surprise)
    2. soit on passe au deuxième jourIl y a DEUX possibilités, donc aucune certitude sur cette date.
  - b) le deuxième jour :
    1. soit l'interrogation a déjà eu lieu (la veille avec surprise)
    2. soit l'interrogation a lieu (le deuxième jour avec surprise)
    3. soit on passe au jour suivantIl reste TROIS possibilités, donc aucune certitude sur cette date.
  - c) Le troisième jour, qui est le dernier :
    1. soit l'interrogation a déjà eu lieu
    2. SI l'interrogation n'a pas déjà eu lieu ALORS
      - i. ~~soit l'interrogation a lieu~~
      - ii. ~~soit on passe au jour suivant~~

Pour le dernier jour, la proposition (ii.) « *on passe au jour suivant* » est impossible donc fausse (il n'y a pas de jour suivant).

Comme une, et une seule, interrogation doit avoir obligatoirement lieu dans la semaine, le dernier jour, les élèves peuvent savoir, avant l'action, avec certitude, que l'interrogation aura lieu : donc ce ne sera pas une surprise, par conséquent l'assertion(i.) « *l'interrogation doit avoir lieu* » le dernier jour est fausse. Les possibilités « i. » et « ii. » étant fausses, la conclusion de l'implication[1] « SI..ALORS.. » est fausse. Ce qui implique que l'hypothèse l'est aussi, la proposition « *l'interrogation n'a pas déjà eu lieu* » est donc fausse. Il ne reste que le point « 1 » : pour le dernier jour, « *l'interrogation a déjà eu lieu* ».

Pour une semaine de trois jours, il n'y a pas de paradoxe, l'interrogation aura lieu soit le premier, soit le deuxième jour.

Pour une « semaine » de quatre jours, ou plus, le même raisonnement, que ci-dessus (qui est d'ailleurs identique à celui développé dans le premier chapitre), nous conduit à la conclusion : « *l'interrogation surprise aura lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » (avec n strictement supérieur à deux) sans aucun paradoxe.

Résultat : le raisonnement habituel par récurrence sur la durée d'une pseudosemaine est FAUX. Ce n'est pas parce qu'une pseudosemaine d'une durée de un ou deux jours conduit à un paradoxe qu'il est légitime d'extrapoler à une durée quelconque !! En effet, les propriétés de chacune des journées pour une pseudosemaine de trois jours, ou plus sont différentes de celles des pseudosemaines d'un seul jour (ou de deux jours).

## Conclusion

- La conclusion du raisonnement logique correct est « *l'interrogation surprise a lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » (avec n strictement supérieur à deux) et l'on ne peut pas déterminer le jour. Par conséquent, il s'agit bien d'une interrogation surprise et **il n'y a pas de paradoxe**. De plus, l'expérience confirme ce raisonnement logique.
- La principale erreur oublie une partie de la conclusion logique. La proposition « *l'interrogation ne peut pas avoir lieu le dernier jour* » est bien une conséquence de la conclusion logique, à condition, de ne pas oublier d'indiquer « *PARCE QUE l'interrogation a déjà eu lieu* » ce que malheureusement personne ne fait.
- Les raisonnements « habituels » par récurrence sont erronés. Parce qu'ils présupposent que tous les jours de la semaine ont les mêmes propriétés que le jour de départ (soit le samedi, si l'on remonte le temps pour une semaine de six jours, soit le lundi pour une semaine, à durée variable, d'un ou deux jours) ce qui est FAUX comme cela a été démontré dans cet article.

- Et, enfin, si l'on construit, correctement, ces raisonnements erronés, ils aboutissent logiquement à la conclusion que « *l'interrogation surprise a lieu l'un des (n-1) premiers jours de la semaine* » sans aucun paradoxe [pour une semaine réelle ou une pseudosemaine » de n jours avec n strictement supérieur à 2].

## Épilogue

- Dans le premier chapitre, nous avons proposé un raisonnement, suivant une logique mathématique précise tout en ne faisant usage que d'un langage compréhensible par le plus grand nombre possible de lecteurs, ce qui nous a conduits à démontrer que le problème dénommé « le paradoxe de l'interrogation surprise » n'est pas un paradoxe.
- Un raisonnement comparable peut être utilisé pour ce que l'on désigne couramment, à tort, sous le vocable de « *paradoxe d'Achille et la tortue* » (voir ci-dessous). La conclusion étant qu'il ne s'agit pas, non plus, d'un paradoxe.
- Cette étude nous a permis de plus de mettre en évidence que dans tout raisonnement logique, il faut être très attentif à ne pas, en utilisant le langage courant, se laisser tenter par des généralisations (ou récurrences) hâtives et abusives -donc fausses-.

-----

### Un autre exemple : *Achille et la tortue*

Comme pour le problème traité dans les chapitres précédents, mais sous un aspect un peu différent, le «paradoxe» d'Achille et la tortue n'en est pas un. Tout le monde *le sait!*, mais l'on continue à le présenter comme un vrai paradoxe !.

En effet, rappelons brièvement cette « l'histoire ».

Achille marche (ou court) deux fois plus vite que la tortue. Achille accepte un handicap de 100 m par rapport à la tortue, puis ils démarrent tous les deux en même temps. Lorsqu'Achille arrive aux 100 m, l'endroit où était la tortue au départ, celle-ci a déjà avancé de 50 m -donc *Achille ne l'a pas rattrapée*-. Puis, lorsqu'Achille parcourt les 50 m suivants, la tortue est déjà 25 m plus loin -donc *Achille ne l'a pas rattrapée*- et ainsi de suite. *Par conséquent, quel que soit le nombre d'étapes, Achille ne rattrapera jamais la tortue.*

L'erreur de logique est dans cette dernière proposition. Il est FAUX de dire « *quel que soit le nombre d'étapes, Achille ne rattrapera jamais la tortue* ». Il s'agit d'une proposition « plus ou moins intuitive », mais logiquement non prouvée donc fausse.

En effet, aujourd'hui n'importe quel lycéen a appris que :

- si Achille avance DEUX fois plus vite que la tortue, lorsque la tortue parcourt 100 m, Achille parcourt 200 m donc il la rattrape au bout de ces 200 m (car la tortue a parcouru 100 m, plus les 100 m de handicap qu'Achille lui a consenti, cela fait exactement 200 m).
- l'élève a aussi appris que la série :  $1 + 1/2 + 1/2^2 + .. + 1/2^n + ...$  est une série CONVERGENTE et tend vers 2 !

Pourquoi enseigne-t-on toujours *LE PARADOXE* « d'Achille et la tortue » ? Alors que l'on sait *parfaitement aujourd'hui* qu'il ne s'agit pas d'un paradoxe, mais d'une *grave erreur de logique*.

-----

## Références :

### 1 - Table de vérité de l'implication ( $A \Rightarrow B$ )

| <b>A</b> | <b>B</b> | <b><math>A \Rightarrow B</math></b> |
|----------|----------|-------------------------------------|
| V        | V        | V                                   |
| V        | F        | F                                   |
| F        | V        | V                                   |
| F        | F        | V                                   |

i. - Pour la logique propositionnelle, ce tableau indique dans la dernière ligne :

Pour que l'implication ( $A \Rightarrow B$ ) soit vraie si B est faux, il faut et il suffit que A soit faux.

ii. - Dans le langage courant, on appelle aussi cette démarche : « raisonnement par l'absurde ». Pour tester la validité d'une hypothèse, on analyse toutes ses conséquences. Si elles sont toutes fausses, c'est que l'on s'est trompé, notre hypothèse de départ était fausse.

iii. - Le bon sens des paysans normands leur fait dire : si un arbre est un pommier alors (cela implique qu') il donne des pommes. S'il fournit d'autres fruits que des pommes : ce n'est pas un pommier !

iv. - Pour un point de vue plus philosophique sur l'implication, on peut lire, entre autres, avec intérêt, le paragraphe «*Un premier exemple de phénomène langagier*», pages 3 et 4 de l'article de Zoé MESNIL. « Zoé Mesnil - LOGIQUE ET LANGAGE DANS LA CLASSE DE MATHÉMATIQUES ET LA FORMATION. 21ème Colloque de la CORFEM, Jun 2014, Grenoble, France. (hal-01570177) »

### 2 - Revue Accromath [Volume 9.2 – numéro été-automne 2014], accessible sur le site «[accromath.uqam.ca](http://accromath.uqam.ca) ».