



**HAL**  
open science

## La relation de conjugaison et la régression linéaire. Première partie : critique

Julien Browaeys, Groupe Irem “ Mesurer En Physique-Chimie ”

### ► To cite this version:

Julien Browaeys, Groupe Irem “ Mesurer En Physique-Chimie ”. La relation de conjugaison et la régression linéaire. Première partie : critique. Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, 2021, 115 (1032), pp.347-365. hal-03195293

**HAL Id: hal-03195293**

**<https://hal.science/hal-03195293v1>**

Submitted on 10 Apr 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

# La relation de conjugaison et la régression linéaire

## Première partie : critique<sup>(1)</sup>

par **Julien BROWAEYS**

Laboratoire Matière et systèmes complexes (MSC) - CNRS UMR 7057

Université de Paris - 75013 Paris

[julien.browaeys@u-paris.fr](mailto:julien.browaeys@u-paris.fr)

et **Groupe IREM « Mesurer en physique-chimie »**

Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) – 75013 Paris

<https://irem.u-paris.fr>

**L'**ILLUSTRATION expérimentale de la relation de conjugaison de lentilles minces conduit souvent à réaliser une régression linéaire, simultanément pour vérifier la validité de cette loi et pour en déduire la distance focale de la lentille étudiée. Cette méthode d'analyse est problématique à bien des égards, et une alternative peut être envisagée. Dans ce premier article, nous analysons les programmes de classe de première pour essayer de reformuler les questions qui se posent en travaux pratiques. Puis nous examinons les propositions des livres scolaires pour montrer que le recours à la régression linéaire se fait sans compréhension de ses conditions d'application. La notion de variabilité associée à la mesure, pourtant centrale dans les attendus du programme, n'émerge pas, pas plus que l'idée d'incertitude. Il en découle que l'interprétation des résultats est toujours erronée.

## INTRODUCTION

La démarche expérimentale est explicitement au cœur des nouveaux programmes de physique-chimie [1], dans le but d'établir chez l'élève « un lien entre le “monde” des objets, des expériences, des faits et celui des modèles et des théories ». La place de la mesure de l'incertitude y est donc soulignée, avec des modifications par rapport aux anciens programmes de 2011. Pour autant, les ressources pédagogiques de travaux pratiques qui se conforment aux nouveaux programmes restent encore rares et éparées. Plus étonnant, une recension du contenu des manuels scolaires de première montre, par exemple, que le volume consacré à la mesure et aux incertitudes, en tant que tel, est limité d'une à six pages sur en moyenne quatre cent cinquante – cette valeur est à comparer avec la place de cette thématique dans le programme, à savoir près d'une page sur dix-sept. Plus généralement, à l'occasion des changements de manuels, on constate peu de modifications dans les activités expérimentales proposées.

(1) *NDLR* : Les deuxième et troisième parties de cet article paraîtront dans *Le Bup* n° 1033 et n° 1034 en avril et mai 2021.

Cette force de l'habitude des enseignant·es est décrite de longue date dans la littérature didactique, comme chez Hirn [2] :

*Le rôle de leurs habitudes et le statut qu'ils donnent à l'expérience dans l'enseignement laissent prévoir une difficulté chez les enseignants pour modifier leurs démarches d'enseignement, dans le sens des intentions exprimées dans les programmes.*

Pour tenter d'y remédier, nous nous proposons ici de revisiter une activité expérimentale extrêmement classique et donc stable dans sa mise en œuvre, à savoir *l'étude de la relation de conjugaison d'une lentille convergente*. Elle s'inscrit bien entendu dans le nouveau programme de spécialité physique-chimie de première, dont nous nous proposons dans un premier temps de faire une exégèse. Après avoir formulé l'énoncé de la problématique expérimentale, nous détaillerons le traitement des manuels scolaires, et ses limites didactiques et scientifiques. Nous montrerons en quoi la régression linéaire est inadaptée à l'étude de la relation de conjugaison.

## 1. LES ATTENDUS DU PROGRAMME

Nous reproduisons ici la partie du programme actuel de spécialité physique-chimie de première qui se rapporte à l'étude de la relation de conjugaison, en rajoutant une numérotation aux différents travaux pratiques support de la formation.

Notions et contenus	Capacités exigibles <i>Activités expérimentales support de la formation</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Relation de conjugaison d'une lentille mince convergente.</li> <li>◆ Grandissement.</li> <li>◆ Image réelle, image virtuelle, image droite, image renversée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Exploiter les relations de conjugaison et de grandissement fournies pour déterminer la position et la taille de l'image d'un objet-plan réel.</li> <li>◆ Déterminer les caractéristiques de l'image d'un objet-plan réel formée par une lentille mince convergente.</li> </ul> <p>(1) Estimer la distance focale d'une lentille mince convergente.</p> <p>(2) Tester la relation de conjugaison d'une lentille mince convergente.</p> <p>(3) Réaliser une mise au point en modifiant soit la distance focale de la lentille convergente soit la géométrie du montage optique.</p>

**Tableau 1** - Extrait du programme de spécialité physique-chimie de première générale.

En réalité, les trois activités expérimentales ici proposées sont liées et un réordonnement s'impose.

### 1.1. Réaliser une mise au point (activité 3)

Les deux premières activités (1) et (2) reposent nécessairement sur l'observation d'une image nette, et donc d'une mise au point du système. Aussi le développement de cette capacité chez l'élève est-il un préalable à toute étude quantitative. Nous ferons l'hypothèse pour la suite qu'elle est acquise.

### 1.2. Estimer une distance focale (activité 1)

Comme le montre l'analyse des manuels (cf. tableau 2), dans le champ scolaire plusieurs méthodes co-existent pour estimer la distance focale d'une lentille mince :

- ◆ une méthode utilise la définition de la focale, à savoir la distance entre la lentille et le plan dans lequel se forme une image d'un objet situé à l'infini ;
- ◆ une autre exploite la relation de conjugaison, objet de cet article, et qui est la seule exposée dans l'ensemble des manuels ;
- ◆ d'autres relèvent de la focométrie classique :
  - l'auto-collimation ;
  - la méthode de Silberman ;
  - la méthode de Bessel.

Éditeur	Image à l'infini	Conjugaison	Auto-collimation	Silberman	Bessel
Belin	Oui	Oui			
Bordas	Oui	Oui		Oui	
Hachette	Oui	Oui			
Hatier	Oui	Oui	Oui	Oui	Oui
Le livre scolaire		Oui			
Nathan	Oui	Oui	Oui		

**Tableau 2** - Méthodes expérimentales suggérées par les manuels scolaires de première générale.

Seule<sup>(2)</sup> la méthode de l'image à l'infini constitue une *estimation* ; les quatre autres méthodes relèvent plutôt de ce qu'on appelle usuellement une *mesure*. De ce point de vue, les manuels pourraient sembler s'écarter du programme *stricto sensu*. Cependant,

- (2) De manière plus exotique (ce n'est dans aucun manuel scolaire), sans utiliser de mise au point, on peut regarder à travers une lentille mince convergente pour estimer rapidement sa distance focale. Si on vise un objet lointain, on perçoit une image floue. Selon la distance entre la lentille et l'œil, cette image floue peut être droite ou inversée. Le passage d'un sens à l'autre se produit lorsque la distance entre l'œil et la lentille est égale à la distance focale de la lentille.

seules des *mesures* (et non des estimations) permettent de « tester » la relation de conjugaison. Pour obtenir la distance focale, les méthodes de Silberman, de Bessel, et a *fortiori* celle qui exploite la relation de conjugaison présupposent sa validité. En retour, la validité de cette relation repose sur la validité des constructions géométriques des rayons lumineux vues en classe de seconde. La mesure de la distance focale repose donc bien souvent sur un édifice théorique.

### 1.3. Tester la relation de conjugaison (activité 2)

Ainsi la question se pose de savoir si la relation de conjugaison est vraie ; plus précisément, si celle-ci décrit convenablement les observations que l'on fait. Forcément, ces observations doivent être réalisées avec des lentilles minces convergentes dont on dispose usuellement en classe<sup>(3)</sup>. Mais à quelle réponse s'attend-on vraiment ? L'enseignant·e sait bien que les instances en charge du programme ne lui auraient pas commandé d'enseigner cette relation si elle ne s'appliquait pas. Quant à l'élève, conscient·e du contrat didactique [3], elle ou il sait bien qu'aucune alternative n'a été proposée par sa ou son professeur·e : cette relation ne peut donc qu'être validée.

Comme bien souvent dans la conception d'activités expérimentales, il n'est pas envisagé qu'un énoncé de TP conduise à des observations qui invalideraient une relation mathématique par ailleurs explicitée en cours<sup>(4)</sup>. D'une part, cela risquerait de remettre en cause la parole institutionnelle – la question est donc de l'ordre d'un rituel supposé asseoir la légitimité du discours. D'autre part, cela empêcherait la mesure de paramètres (ici la distance focale) par l'utilisation de cette relation. Personne n'est donc dupe du jeu qui s'instaure lorsque l'expression « *Tester la relation de conjugaison d'une lentille mince convergente* » est employée.

## 2. LES QUESTIONS À POSER

Si l'on choisit de parier sur l'honnêteté et l'explicitation dans l'enseignement comme vecteur de son succès, il convient de donner du sens à ces activités. On doit préciser ce qu'elles sont, à savoir un apprentissage de la méthodologie de la mesure ; *et ce qu'elles ne sont pas*. Il faut bien garder à l'esprit que les activités expérimentales proposées ne sont jamais mises en œuvre en dehors de la sphère scolaire.

- (3) Dans les manuels scolaires examinés on propose toujours d'étudier des lentilles de focale inférieures ou égales à 20 cm, ce qui élimine regrettamment les lunettes pour presbytes, peu chères et pour lesquelles la détermination de la focale formerait un lien avec la vie de tous les jours. Une raison possible à ce choix est qu'il n'est jamais envisagé de se passer de bancs d'optique. Puisque la distance nécessaire à la mise au point est supérieure à  $4f'$ , avec des lunettes +2 dioptries par exemple, la distance entre objet et image devient supérieure à 2 m.
- (4) Ce serait pourtant possible, en faisant intervenir une lentille épaisse par exemple, ou bien un ensemble de deux lentilles.

### 2.1. Estimer la distance focale ?

On n'estime pas la distance focale d'une lentille en relevant les distances entre la lentille, l'objet ou l'écran. Les fabricants de lentilles fournissent des lentilles dont les focales sont fixes et quantifiées : les verres de lunette sont standardisés au moins depuis l'invention de la dioptrie par Ferdinand Monoyer en 1872 [4]. Si la distance focale d'une lentille est recherchée, c'est souvent parce qu'on a perdu son étiquette dans une collection. Mais d'autres méthodes comme l'auto-collimation sont alors bien plus rapides. En classe de première, de manière plus réaliste, la mesure de la distance focale d'une lentille pourrait avoir pour objectif explicite d'apprendre à confronter des méthodes expérimentales.

### 2.2. Tester la relation de conjugaison ?

On ne teste jamais la relation de conjugaison, pas plus chez l'ophtalmologiste que chez l'opticien ! En s'inspirant de Gaston Bachelard [5], qui écrivait : « Finalement, c'est sa *méthode de mesure* plutôt que *l'objet de sa mesure* que le savant décrit », résolvons la question douteuse du test de la relation de conjugaison en nous intéressant davantage à la procédure qu'au résultat. Posons-nous la question de comment affirmer l'adéquation d'un modèle à des observations expérimentales<sup>(5)</sup>.

### 2.3. Une autre formulation

Pour résumer, à nos yeux seules deux questions se posent :

1. l'une concerne la mesure d'un paramètre ( $f'$ ) qui n'a d'existence que sous l'hypothèse que le modèle (de la lentille mince et de l'optique géométrique dans les conditions de Gauss) décrit raisonnablement la réalité ;
2. l'autre interroge la qualité prédictive d'un modèle (ici la relation de conjugaison), dans un contexte donné (la salle de travaux pratiques et son matériel).

De manière générale, en physique, il n'est pas possible de mesurer une grandeur sans modèle sous-jacent. Par exemple, la longueur d'une feuille A4 repose sur le modèle d'un rectangle, dont on suppose qu'il décrit correctement la feuille elle-même.

Reformulées dans le contexte qui est le nôtre, ces activités expérimentales pourraient devenir :

1. Mesurer la focale de la lentille mince convergente en utilisant la relation de conjugaison  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$  qu'on suppose applicable ici.
2. Comment peut-on montrer que cette relation décrit convenablement les observations ?

(5) On l'aura compris, nous avons pour parti pris de permettre à l'élève de critiquer le dogme institutionnel au regard de son expérimentation personnelle.

Ces énoncés, ainsi reformulés, appellent un traitement bien distinct. C'est une difficulté qu'il convient d'explorer, dans un premier temps en analysant les propositions des manuels scolaires.

### 3. LE TRAITEMENT DES MANUELS SCOLAIRES

#### 3.1. Le relevé des observations

D'un point de vue opérationnel, sur un banc d'optique, on relève les valeurs algébriques  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  lorsque la mise au point est faite. Faisons pour le moment abstraction des incertitudes associées à ces relevés, qu'il faudrait pourtant évaluer. Les manuels, d'ailleurs, ne le proposent pas.

#### 3.2. La régression linéaire comme réponse

Le tableau donné en annexe 1 analyse les propositions des manuels scolaires de première et d'une ressource Éduscol. Cela aussi bien dans les pages « activités » introduisant le cours ou dans les exercices. En voici les points saillants :

- ◆ tous (sauf un) suggèrent d'extraire la distance focale  $f'$  d'une régression linéaire de  $\frac{1}{\overline{OA'}}$  en fonction de  $\frac{1}{\overline{OA}}$  ;
- ◆ les outils proposés sont variés : souvent un tableur, parfois *Regressi*, *GeoGebra*, à la main, ou sans précision supplémentaire ;
- ◆ les coordonnées à choisir en abscisse et en ordonnée (changement de variable) sont presque toujours imposées ;
- ◆ les incertitudes sur la pente et l'ordonnée à l'origine ne sont pas évaluées dans la grande majorité des cas ; quand elles le sont, elles ne sont pas exploitées (à l'exception notable de la proposition d'Éduscol) ;
- ◆ le critère « pente proche de 1 » est utilisé pour justifier la validité de la relation de conjugaison ;
- ◆ la valeur de  $f'$  obtenue est comparée à une valeur de référence, dans environ la moitié des cas ; mais le critère utilisé est soit la proximité, soit l'écart relatif (Éduscol fait encore exception).

Seule exception à l'usage de la régression linéaire, le manuel Hachette propose de déduire plusieurs valeurs de  $f'$  directement de chaque mesure de  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  puis d'en calculer moyenne et écart-type – comme nous le recommandons dans notre prochain article. Pour autant, dans un exercice du même manuel Hachette<sup>(6)</sup> on retrouve la régression linéaire. Ce recours quasi systématique à la régression linéaire pose question. Son algorithme, ses conditions d'application, la signification de ses résultats, sont inconnues des élèves.

(6) Ceci est explicité dans le manuel du professeur et non dans le manuel élève.

Notre expérience de formateurs lors de stages du plan académique de formation nous a montré que des éclairages sur ce sujet étaient appréciés des enseignants. C'est aussi dans l'idée de partager ces conditions d'application et d'en éviter un usage illégitime que s'inscrit cet article.

## 4. L'INADAPTATION DE LA RÉGRESSION LINÉAIRE

### 4.1. La définition d'une régression linéaire

La régression linéaire<sup>(7)</sup> *ordinaire* cherche à trouver la relation *affine* qui décrit aussi bien que possible les données expérimentales. C'est celle qui est proposée par les calculatrices scientifiques. Avec un tableur ou sous *Python*<sup>TM</sup>, plusieurs méthodes permettent de la mettre en œuvre, comme le montre le tableau 3.

Méthode	Excel / LibreOffice	Python <sup>TM</sup>
A	=PENTE(données_Y;données_X) =ORDONNEE.ORIGINE(données_Y;données_X)	import numpy pente, ordo = numpy.polyfit(x, y, 1)
B	=DROITEREG(données_Y;données_X;1;1) (formule matricielle à valider par CTRL+SHIFT+ENTRÉE)	from scipy import stats pente, ordo, _, _, _ = stats.linregress(x,y)

**Tableau 3** - Comment calculer les coefficients d'une régression linéaire.

Pour expliciter les conditions d'application de l'algorithme, notons  $x_i$  les abscisses expérimentales (issues de la mesure),  $u(x_i)$  les incertitudes types associées,  $y_i$  les ordonnées expérimentales (issues de la mesure), et  $u(y_i)$  les incertitudes types associées. On note  $a$  la pente de la droite obtenue,  $b$  l'ordonnée à l'origine, et  $u(a)$ ,  $u(b)$  les incertitudes-types associées.

Voici les hypothèses qui sous-tendent l'algorithme de régression linéaire ordinaire :

- (1) il n'y a pas d'incertitude sur les abscisses (plus spécifiquement  $a \times u(x_i) \ll u(y_i)$ ) ;
- (2) les incertitudes  $u(y_i)$  ont toute la même valeur  $u(y)$ , qui reste inconnue ;
- (3) les écarts  $y_i - (ax_i + b)$  sont supposés être répartis aléatoirement selon une loi d'espérance nulle, et indépendants les uns des autres.

Outre les paramètres recherchés ( $a$  et  $b$ ), l'algorithme fournit les incertitudes types  $u(a)$ ,  $u(b)$ ,  $u(y)$  ainsi que des grandeurs comme le coefficient de corrélation  $R^2$  et le  $\chi^2$ . Cependant, que ce soit sous *Python*<sup>TM</sup> ou avec un tableur, la syntaxe pour obtenir l'ensemble de ces valeurs est complexe. De plus, l'interprétation des grandeurs  $R^2$  et  $\chi^2$ , est subtile, ce qui laisse à penser qu'elle est à réserver aux études supérieures.

(7) Même si c'est son appellation usuelle, il s'agit en toute rigueur d'une régression affine et non linéaire.



## 4.2. Le traitement des données par la régression linéaire est erroné

### 4.2.1. La régression linéaire ordinaire n'exploite pas les incertitudes des observations

Comme indiqué précédemment, en toute rigueur, aux valeurs mesurées  $\overline{OA}_i$  et  $\overline{OA}'_i$  il faut adjoindre les évaluations des incertitudes correspondantes,  $u(\overline{OA}_i)$  et  $u(\overline{OA}'_i)$ . On peut estimer les incertitudes types associées à  $x_i \left( = \frac{1}{\overline{OA}_i} \right)$  et à  $y_i \left( = \frac{1}{\overline{OA}'_i} \right)$  par propagation (hors programme au niveau première) :

$$u(x_i) \simeq \frac{u(\overline{OA}_i)}{\overline{OA}_i^2} \quad \text{et} \quad u(y_i) \simeq \frac{u(\overline{OA}'_i)}{\overline{OA}'_i{}^2}.$$

On constate que les hypothèses (1) et (2) précédemment énoncées, qui fondent l'algorithme de régression linéaire ordinaire, ne sont donc pas satisfaites.

Si on voulait tenir compte des incertitudes individuelles sur les abscisses comme sur les ordonnées, il faudrait utiliser un algorithme de régression linéaire plus sophistiqué. Cependant, ni les calculatrices, ni les tableurs, ni les bibliothèques communes de *Python*<sup>TM</sup> ne le proposent. *Regressi* est l'exception qui confirme la règle, mais son utilisation poussée en classe de première est une gageure, pour un bénéfice faible sur le long terme puisque ce logiciel est rarement, sinon jamais utilisé en dehors du lycée. Ceci étant, cette approche complète semble de toute façon inabordable en classe de première, parce que ces élèves ont, selon notre expérience, de grandes difficultés à associer une incertitude à chaque observation faite.

### 4.2.2. Le modèle physique n'est pas une droite quelconque

Une erreur plus fondamentale réside dans l'idée d'utiliser la régression linéaire à deux paramètres. Pour l'expliquer, on peut proposer deux arguments :

- ◆ si un ajustement est possible avec une régression à un seul paramètre, il faut l'adopter en vertu du principe de parcimonie, ou rasoir d'Occam : « *Pluralitas non est ponenda sine necessitate* » ;
- ◆ dans notre cas particulier, on ne cherche pas à établir une loi phénoménologique quelconque, on cherche à voir si la relation de conjugaison (notre modèle physique à un unique paramètre,  $f'$ ) est compatible avec nos données expérimentales, et à mesurer  $f'$ .

Mathématiquement on a :  $\frac{1}{\overline{OA}'} = \frac{1}{\overline{OA}} + b$  où  $b = 1/f'$  est l'unique paramètre inconnu, donc recherché ; les grandeurs  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA}'$  sont, rappelons-le, des observables. On peut imaginer une infinité d'autres modèles, qu'on qualifiera de *phénoménologiques* pour les distinguer, et qui seraient compatibles avec le modèle *physique*. Par exemple :

$$\frac{1}{\overline{OA}'} - \frac{1}{\overline{OA}} = a\overline{OA} + b,$$

ou encore 
$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA^a} + b,$$

où  $a, b$  sont des paramètres inconnus à déterminer.

La régression linéaire proposée  $\frac{1}{OA'} = \frac{a}{OA} + b$  par les manuels relève de ce type de modèles *phénoménologiques*<sup>(8)</sup>, sans base *physique*. D'ailleurs la grandeur  $b$  n'est identifiable à  $1/f'$  qu'à la condition expresse que  $a$  soit rigoureusement égal à 1. Pour autant, il n'existe pas de raisonnement issu des lois de la physique qui conduise à ces expressions *phénoménologiques*. Utiliser de tels modèles relève davantage de l'ingénierie. Cette approche peut tout à fait avoir sa légitimité, mais on la réserve souvent à des situations où il n'existe pas de modélisation physique performante, comme en hydraulique par exemple, la turbulence restant toujours rétive à une description purement physique.

En résumé, quelle que soit la question posée (mesure de la distance focale ou validité de la relation de conjugaison), il ne nous paraît pas justifié d'introduire un modèle *purent phénoménologique* pour y répondre, alors qu'on dispose d'un modèle *physique*, parfaitement explicite.

#### 4.2.3. Le résultat est le plus souvent donné sans incertitude

Une autre difficulté de la régression linéaire est que lors de son application usuelle, seules les deux valeurs  $a$  et  $b$  sont fournies par l'algorithme ;  $u(a)$  comme  $u(b)$  restent inconnues. Cela pose deux problèmes :

- ◆ d'une part, on perd la notion de variabilité de la mesure d'une grandeur physique, notion difficile à faire émerger chez l'élève et pourtant au cœur des programmes dès la classe de seconde ;
- ◆ d'autre part sans incertitude il n'existe pas de critère de décision pour valider le modèle ( $a = 1$ ) ou comparer la valeur de  $1/b$  à une valeur de référence.

Comment en effet comparer deux valeurs si on n'a pas d'incertitude ? Nous reviendrons sur ce problème, car c'est un point aveugle de nombreux manuels scolaires.

### 4.3. Des opportunités d'enseignement manquées

Si l'on met de côté les problèmes méthodologiques que la régression linéaire pose, les énoncés proposés par les manuels scolaires négligent trois capacités expérimentales qui seraient pourtant susceptibles de contribuer à l'autonomie de l'élève dans son analyse de faits expérimentaux.

#### 4.3.1. Transformer une relation en loi affine par changement de variables

Dans les manuels, le changement de variable  $\left(x = \frac{1}{OA}, y = \frac{1}{OA'}\right)$  nécessaire

(8)  $\frac{1}{OA} = \frac{a}{OA'} + b$  est encore une autre possibilité !

pour transformer la relation de conjugaison en loi affine est souvent spécifié aux élèves. On doute effectivement qu'il s'agisse d'une démarche spontanée chez eux. Pourtant, savoir opérer un tel changement de variable pour arriver à une représentation affine pourrait être considéré comme un objectif pédagogique<sup>(9)</sup>. La question se pose de savoir si cet objectif est adapté aux élèves de classe de première. S'il l'est, alors il faut l'enseigner en tant que tel ; s'il ne l'est pas, alors il convient de réfléchir à la pertinence du traitement suggéré par les manuels, qui s'apparente plus à une succession d'injonctions procédurales qu'à la recherche d'une compréhension véritable.

### 4.3.2. Interpréter le résultat pour (in)valider le modèle

Dans les manuels, l'interprétation du résultat n'est jamais explicitée, et lorsqu'elle l'est c'est de manière erronée. Si on suit le cheminement suggéré, on obtient une pente  $a$  proche de 1. Or le modèle proposé se ramène à la relation de conjugaison si cette pente vaut exactement 1. Pour être en mesure d'affirmer que ce modèle est compatible avec la relation de conjugaison, il faut un critère de décision. Ce dernier est rarement exprimé. Comme le montre notre tableau récapitulatif donné en annexe 1, les manuels se satisfont d'expressions toutes faites, comme « proche », « voisin », ou « extrêmement proche ». On rencontre même explicitement un critère à la fois faux et hors programme, fondé sur le calcul de l'écart relatif, parfois appelé narquoisement « gourance »<sup>(10)</sup> ; on conclut à un accord si l'écart relatif est inférieur à 5 %. Cette pratique, complètement erronée, perdue dans l'enseignement secondaire.

La notion d'écart relatif a été éliminée, semble-t-il à dessein, des nouveaux programmes [6], manifestement sans grand effet encore. Bien entendu, il est nécessaire<sup>(11)</sup> de comparer l'incertitude  $u(a)$ , à l'écart  $|a - 1|$ , ce qui n'est spécifié dans aucun manuel, à l'exception notable du document Éduscol. Mais comme de toute façon l'incertitude  $u(a)$  n'est pas évaluée, on se demande bien quel critère l'élève pourrait adopter. L'élève n'a pas le choix : sachant qu'elle ou il doit retrouver la loi enseignée (c'est le contrat), elle ou il satisfera son enseignant-e avec une phrase du type « la pente  $a$  est proche

(9) Nous avons posé la question suivante, pendant plusieurs années, à deux cents étudiant-es de licence première année : « quel changement de variable peut-on effectuer pour que dans une représentation cartésienne on obtienne une droite de pente  $g$  ? ». On mesurait la hauteur  $h$  et la durée  $t$  d'une chute libre, modélisée par la relation explicitée  $h = \frac{1}{2}gt^2$ . Moins d'un quart des étudiant-es étaient capables de répondre.

(10) Ce terme issu du français populaire a été employé dans cette acception par le jury d'agrégation externe de physique-chimie au début des années 2000.

(11) Cette comparaison est nécessaire, mais en aucun cas suffisante. Il est tout à fait envisageable que les points ne soient pas alignés sur une droite, mais sur une autre courbe et que pourtant l'application de la régression linéaire conduise à une pente quand même égale à 1 (voir à ce sujet notre annexe 2).

de 1 donc l'expérience valide le modèle». Ce faisant, on ne teste en rien le modèle. On contourne une formation à l'esprit critique [7], pourtant bien soulignée dans le programme, notamment dans la compétence «Valider».

Valider

- ◆ Faire preuve d'esprit critique, procéder à des tests de vraisemblance.
- ◆ Identifier des sources d'erreur, estimer une incertitude, comparer à une valeur de référence.
- ◆ Confronter un modèle à des résultats expérimentaux.
- ◆ Proposer d'éventuelles améliorations de la démarche ou du modèle.

**Tableau 4** - Extrait du programme de spécialité physique-chimie de première générale.

### 4.3.3. Utiliser Python™

Bien que l'usage du langage *Python*™ soit promu dans le programme scolaire, jamais dans les manuels il n'est mis en œuvre à ce propos. Quand bien même les tableurs sont invoqués, aucune procédure n'est explicitée. Une occasion de rendre les élèves autonomes dans le traitement des données est ici encore manquée.

## 5. LES RAISONS DE L'EMPLOI DE LA RÉGRESSION LINÉAIRE

Ce qui a conduit au choix de la régression linéaire est probablement une pratique habituelle dans l'enseignement de la physique : vérifier une relation mathématique c'est tracer une droite (lorsque c'est possible) ; de la même manière mesurer une grandeur c'est exploiter la pente ou l'ordonnée à l'origine.

On peut postuler que cette pratique remonte à des contraintes ergonomiques qui existaient avant l'introduction des ordinateurs dans l'enseignement au lycée, dans le courant des années 2000. Avant cela, pour «démontrer» une relation, ou pour estimer un paramètre, seul le tracé d'une droite sur papier millimétré était opérant. Le papier millimétré a disparu à mesure que les ordinateurs ont été introduits dans les travaux pratiques, et a été remplacé par les divers logiciels de traitement des données, *Regressi*, *LATIS-Pro*, *Synchronie*... avec leurs régressions linéaires et tracés de droite automatisés. La pratique a perdu alors que les contraintes qui en étaient (hypothétiquement) à l'origine ont été levées.

## CONCLUSION

Le programme de spécialité physique-chimie, au niveau première, propose plusieurs activités expérimentales avec les lentilles minces, en rapport avec la relation de conjugaison. La formulation qui y est employée nous amène à énoncer une double problématique d'activité expérimentale qui est plus explicite pour les élèves, et peut-être aussi pour leurs enseignant-es : mesurer la distance focale en exploitant la relation de conjugaison, et comment montrer que cette relation décrit convenablement les observations.

Une analyse du contenu des manuels scolaires indique que la réponse à ces deux questions (parfois confondues) est faite avec un outil unique, la régression linéaire (ordinaire). Cette technique d'analyse, qui est d'ailleurs absente des programmes, pose des problèmes à la fois didactiques et scientifiques : il s'agit d'une boîte noire (au sens de Norbert Wiener [8]), elle ne fait pas émerger la variabilité inhérente à l'action de mesurer, évite tout traitement des incertitudes et n'est pas appropriée, car renvoie deux paramètres alors qu'un seul a un sens physique. Faute de déterminer une incertitude, la validation du modèle de la relation de conjugaison par l'intermédiaire de cette régression linéaire est impossible. C'est pourtant ce qui est proposé dans les manuels, et on peut le supposer aussi en classe.

Une alternative, évoquée uniquement dans le manuel Hachette en enseignement général, mais souvent présente dans l'enseignement professionnel, est possible. Ce sera l'objet d'un deuxième article.

## REMERCIEMENTS

Les travaux collectifs du groupe IREM « Mesurer en physique–chimie » sont à l'origine de cet article. L'auteur remercie plus particulièrement Alexandra Chauvin et Nicolas Décamp pour leur relecture critique et leurs suggestions opportunes.

## BIBLIOGRAPHIE ET NETOGRAPHIE

- [1] « Programme d'enseignement de spécialité de physique–chimie de la classe de première de la voie générale », *Bulletin Officiel de l'Éducation nationale*, spécial n° 1, 22 janvier 2019, (NOR : MENE1901634A).  
Accessible à l'adresse : <https://bit.ly/2DzzjQi>
- [2] C. Hirn, « Comment les enseignants de sciences physiques lisent-ils les intentions didactiques des nouveaux programmes d'optique de classe de quatrième ? », *Didaskalia*, n° 6, p. 39–54, 1995.  
Accessible à l'adresse : <https://doi.org/10.4267/2042/23753>
- [3] G. Brousseau, « Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques », Doctorat d'État ès sciences, Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 1986.  
Accessible à l'adresse : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00471995v3>
- [4] F. Monoyer, « Sur l'introduction du système métrique dans le numérotage des verres de lunette, et sur le choix d'une unité de réfraction », *Annales d'ophtalmologie*, tome LXVIII, 10<sup>e</sup> série, p. 105–117, septembre et octobre 1872.  
Accessible à l'adresse : <https://bit.ly/38N2Npp>

- [5] G. Bachelard, *La formation de l'esprit scientifique: contribution à une psychanalyse de la connaissance*, Paris :Vrin, 1938.
- [6] D. Obert, communication personnelle.
- [7] L.Viennot et N. Décamp, *L'apprentissage de la critique: développer l'analyse critique en physique*, Les Ulis : EDP Sciences, 2019.
- [8] N. Wiener, *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine* (second edition, 2019 reissue), Cambridge : The MIT Press, 1961.

### Lu dans Le Bup

- ◆ R. Journeaux, « La régression linéaire et ses conditions d'application », *Bull. Un. Phys.*, vol. 87, n° 752, p. 353-369, mars 1993.
- ◆ D. Beaufiles et J.-C. Imbrogno, « Incertitudes expérimentales - Étude de cas : logiciel Chute », *Bull. Un. Phys.*, vol. 87, n° 755, p. 883-894, juin 1993.
- ◆ D. Beaufiles et H. Richoux, « Régression linéaire et incertitudes expérimentales », *Bull. Un. Phys.*, vol. 91, n° 796, p. 1361-1376, juillet-août-septembre 1997.
- ◆ D. Boilley et Y. Lallouet, « Nouveau programme de terminale : évaluation numérique des incertitudes de mesures (partie 1 : Concepts et méthodes) », à paraître dans *Le Bup* n° 1033, avril 2021.

## *Annexe 1*

### *Propositions des manuels scolaires de première (et Éduscol)*

---

Le tableau ci-contre détaille les propositions des différents manuels scolaires de spécialité physique-chimie au niveau première, en ce qui concerne l'analyse de la relation de conjugaison des lentilles minces. Nous y avons ajouté la proposition d'une ressource Éduscol, rédigée par le Groupe de recherche et d'innovation pour l'enseignement des sciences physiques (GRIESP).

Ce tableau détaille :

- ◆ si une régression linéaire est réalisée, et le cas échéant avec quel outil (numérique ou à la main) ;
- ◆ si le changement de variable  $\left(x = \frac{1}{OA}, y = \frac{1}{OA'}\right)$  est explicité ;
- ◆ si les incertitudes sont évaluées, que ce soit sur les grandeurs  $\overline{OA}$  et  $\overline{OA'}$  ou bien sur les paramètres de la régression obtenus  $a$  et  $b$ , ou encore sur  $f'$  ;
- ◆ quel critère est utilisé pour valider la relation de conjugaison ou pour comparer  $f'$  à une valeur de référence.

Pour ce qui concerne les critères de validation, ils ne sont pas toujours explicités dans le manuel élèves. Dans ce cas, nous nous sommes référés au manuel professeur, accessible aux enseignant-es sur inscription auprès de l'éditeur.

Éditeur	Régression linéaire	Changement de variable explicite	Incertitudes	Critères de validation pour la relation de conjugaison pour $f'$ obtenue
Belin activité p. 313	oui, ajustement tableur	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ validation de la pente non demandée, mais = 1 dans le corrigé</li> <li>◆ <math>f'</math> « très proche » de la valeur de référence</li> </ul>
Belin exercice 28 p. 323	oui, ajustement <i>Excel</i> avec DROITEREG	oui	$u(a)$ et $u(b)$ précisés, mais pas de suite donnée – en particulier pas de $u(f')$	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente 0,99 « très proche » de 1, et coefficient de corrélation « très proche » de 1</li> <li>◆ <math>f'</math> « très proche » de la valeur de référence</li> </ul>
Bordas activité p. 319	oui, ajustement tableur	non	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente 0,961 « approximativement égale » à 1</li> <li>◆ <math>f'' = 12,8</math> cm à comparer à 12,5 cm : écart relatif de 3 %</li> </ul>
Bordas exercice 37 p. 332	oui, ajustement tableur	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente 0,956 « approximativement égale » à 1</li> <li>◆ pas de comparaison pour <math>f'</math></li> </ul>
Hachette activité p. 305	non	<i>sans objet ici</i>	évaluation de type A pour $u(f')$	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ relation de grandissement ici étudiée</li> <li>◆ valeur de référence dans l'intervalle <math>f' \pm u(f')</math></li> </ul>
Hachette exercice 25 p. 318	oui, ajustement « à la main »	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente voisine de 1</li> <li>◆ pas de comparaison de <math>f'</math> à une valeur de référence</li> </ul>
Hatier activité p. 356	oui	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente 1,06 proche de 1</li> <li>◆ écart relatif sur <math>f' &lt; 5</math> %</li> </ul>



Éditeur	Régression linéaire	Changement de variable explicite	Incertitudes	Critères de validation pour la relation de conjugaison pour $f'$ obtenue
Hatier exercice 74 p. 373	oui, ajustement « à la main »	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ « montrer pente = 1 »</li> <li>◆ pas de comparaison de <math>f'</math> à une valeur de référence</li> </ul>
Le livre scolaire activité p. 345	oui, ajustement tableur <i>GeoGebra</i>	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ aucun, sinon l'alignement approximatif des points</li> <li>◆ aucun</li> </ul>
Nathan activité p. 369	oui, ajustement (ordinaire) avec <i>Regressi</i>	oui	$u(a)$ et $u(b)$ précisés, mais pas d'exploitation proposée Incertitudes sur $OA$ et $OA'$ quantifiées	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente <math>-1,0029</math> arrondie à <math>-1,00</math></li> <li>◆ comparaison de trois méthodes focométriques « en termes d'incertitude de mesure », mais relatives surtout en terme de proximité</li> <li>◆ <i>note</i> : écart relatif mentionné dans le corrigé</li> </ul>
Nathan exercice 43 p. 380	oui, graphe et droite d'ajustement fournies	oui	aucune sur $f'$ aucune sur la pente	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ pente égale à 1 exactement</li> <li>◆ pas de comparaison de <math>f'</math> à une valeur de référence</li> </ul>
Éduscol	oui, ajustement <i>LibreOffice</i> DROITEREG	incertain	$u(a)$ et $u(b)$ obtenus par la régression	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ vérification si <math>a</math> est proche de 1, à environ <math>u(a)</math> près</li> <li>◆ vérification si <math>b</math> est proche de <math>1/f'</math> (donné par ailleurs), à environ <math>u(b)</math> près</li> </ul>

## BIBLIOGRAPHIE

- ◆ L. Arer et S. Berthelot (sous la direction de), *Physique chimie 1<sup>re</sup> : [enseignement de spécialité] : nouveau programme*, Paris : Belin, 2019.
- ◆ M. Ruffenach et Th. Cariat (sous la direction de), *Physique chimie 1<sup>re</sup> : enseignement de spécialité : programme 2019*, Paris : Bordas, 2019.
- ◆ L. Douthe, J.-Ph. Bellier, J. Calafell et N. Lescure (sous la direction de), *Physique chimie : 1<sup>re</sup> spécialité : programme 2019*, Vanves : Hachette Éducation, 2019.
- ◆ S. Antczak et O. Fiat (sous la direction de), *Physique chimie 1<sup>re</sup> [spécialité] : nouveau lycée 2019*, Paris : Hatier, 2019.
- ◆ L. Douthe et B. Fray (sous la direction de), *Physique chimie 1<sup>re</sup>*, Lyon : Lelivrescolaire.fr Éditions, 2019.
- ◆ N. Coppens et V. Prévost (sous la direction de), *Physique chimie : 1<sup>re</sup> : enseignement de spécialité : nouveau programme 2019*, Paris : Nathan, 2019.
- ◆ GRIESP, «Tester la relation de conjugaison», ressource Éduscol accessible à l'adresse : <https://eduscol.education.fr/cid129214/recherche-et-innovation-en-physique-chimie.html>

## Annexe 2

### La proximité de la pente à un n'est pas un critère suffisant pour valider la relation de conjugaison

Supposons que la relation observée entre  $\overline{OA'}$  et  $\overline{OA}$  soit celle d'une lentille biconvexe dont on ne néglige pas l'épaisseur  $e$ . La relation s'écrit, au premier ordre en  $e/f'$  :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = A + \frac{B}{\overline{OA}} + \frac{C}{\overline{OA}^2}.$$

Les points expérimentaux se trouvent donc sur une parabole dans le système de coordonnées  $x = \frac{1}{\overline{OA'}}$ ,  $y = \frac{1}{\overline{OA}}$ . L'ajustement d'une droite aux données est ici injustifié. Mais si néanmoins on le réalise, la pente obtenue vaut, dans l'exemple ci-dessous, exactement un (aux erreurs d'arrondi près). Le  $R^2$ , soit dit en passant, reste proche de un.

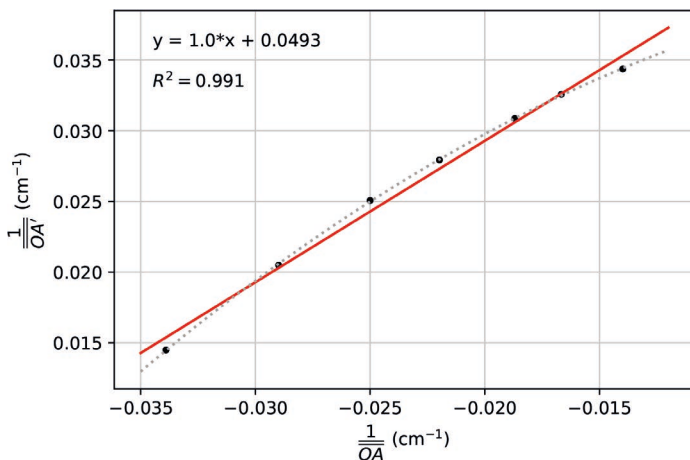


Figure 1 - Simulation de points expérimentaux pour une lentille biconvexe épaisse.

Se contenter du critère «pente proche de un», amène à une conclusion erronée. Il faut absolument intégrer les incertitudes au raisonnement : seules celles-ci sont susceptibles d'invalider un modèle donné. Si les incertitudes associées à chaque point  $(x, y)$  sont suffisamment faibles, on ne pourra pas expliquer l'écart de ceux-ci à la droite de régression. On devra alors conclure que le modèle est inadapté, et ce bien que la pente de la régression vaille exactement un.

En complément, il est intéressant de tracer les résidus, c'est-à-dire les écarts ver-

ticaux entre la droite et les points expérimentaux. Si une tendance se fait jour dans la répartition de ces résidus, c'est un indice que le modèle de la droite est insuffisant : selon celui-ci, ils devraient être aléatoirement répartis autour de zéro. Mais il faut garder à l'esprit que ce type d'interprétation excède probablement le niveau d'une classe de première.

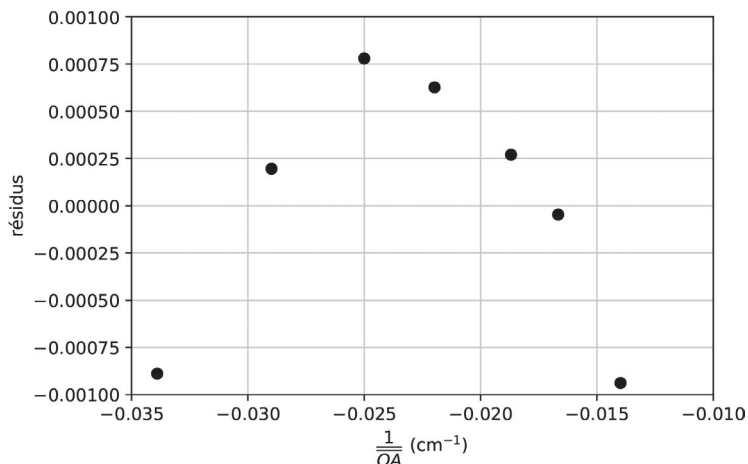


Figure 2 - Répartition des résidus correspondant à la figure 1.

Le code informatique *Python*<sup>TM</sup> ayant produit ces deux figures est accessible à l'adresse : <https://bit.ly/2Ceeppn>



**Julien BROWAEYS**

*Maître de conférences*

Laboratoire Matière et systèmes complexes (MSC)

Université de Paris

Paris