

Essai de modélisation du raisonnement humain

Arnaud Kohler

▶ To cite this version:

Arnaud Kohler. Essai de modélisation du raisonnement humain. 2022. hal-03195162v7

HAL Id: hal-03195162 https://hal.science/hal-03195162v7

Preprint submitted on 29 Oct 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Essai de modélisation du raisonnement humain

Arnaud Kohler

Arnaud.kohler@pacariane.com

Résumé Qu'est-ce que le raisonnement, et quelle est sa relation avec la logique ? Le courant antipsychologique a dominé ses réflexions au XIXème siècle. Il est à l'origine du tournant formaliste, qui a consommé le divorce entre la logique et la pensée. La logique mathématique contemporaine, qui en est issue, ne convainc toutefois pas complètement malgré sa puissance d'expressivité. Elle se heurte notamment aux constats empiriques des sciences cognitives. A la recherche de nouvelles pistes de réflexion, nous réalisons dans cet article l'exercice consistant à supposer que la logique formalise la relation entre le langage et la pensée. Cette hypothèse de travail nous servira à élaborer un schéma du processus cognitif du raisonnement humain. Nous découvrirons qu'il propose une modélisation du jeu de langage de Wittgenstein, et qu'il jette des passerelles entre des thèses très diverses sur le raisonnement, de la raison pure d'Aristote au changement de croyances de Harman.

Mots clefs Philosophie Analytique, Psychologie cognitive, Raisonnement, Langage, Pensée

Abstract What is reasoning, and how does it relate to logic? The antipsychological current dominated these reflections in the 19th century. It is at the origin of the formalist turn, which consummated the divorce between logic and thought. The contemporary mathematical logic, which stems from it, however, does not completely convince despite its power of expressiveness. In particular, it comes up against the empirical findings of the cognitive sciences. In search of new lines of thought, we perform in this article the exercise of assuming that logic formalizes the relationship between language and thought. This working hypothesis will be used to develop a diagram of the cognitive process of human reasoning. We will discover that it proposes a model of Wittgenstein's language game, and that it builds bridges between very diverse theses on reasoning, from Aristotle's pure reason to Harman's change of beliefs.

Key words Analytical Philosophy, Cognitive Psychology, Reasoning, Language, Thought

PREAMBULE

L'étude du raisonnement, et, avec lui, du langage et de la pensée, a probablement débuté avec la philosophie. Cela fait donc quelques années, et la richesse et la profondeur de la bibliographie en la matière est à l'avenant. Une question de fond traverse les réflexions (Osta Vélez M., 2015): la logique est-elle la science du raisonnement correct ? Elle est au centre, notamment, des travaux de Frege G., réalisés au XIXème siècle. Son approche, résolument antipsychologiste, a initié le divorce entre la logique et la pensée (Stenning K. et Van Lambalgen M., 2008). Les théories qui en sont issues influencent fortement la logique mathématique contemporaine, et la manière dont les langages formels symboliques sont utilisés dans le domaine de l'Intelligence Artificielle pour modéliser et exploiter la connaissance. Toutefois, les études réalisées ces dernières décennies, notamment dans le cadre des sciences cognitives (cf. par exemple Andler D., 2004), réinterrogent sur la place de la logique dans nos processus mentaux.

L'idée que le schéma *Stimulus / Réponse* est insuffisant pour modéliser le comportement humain est largement partagée aujourd'hui – cf., par exemple, Steiner S., 2005 :

Nos comportements sont « stimulus free » : ce que font les gens dépend de ce qu'ils croient, désirent, et *de la manière* dont ils interprètent les paroles, les objets ou encore l'environnement. On ne peut pas uniquement comprendre le comportement humain à partir des propriétés objectives du monde ; il faut aussi prendre en compte la manière dont le monde est perçu et représenté dans l'esprit : nous sommes en effet sensibles à l'information que contient un stimulus, et non pas au simple format physique de celui-ci.

Il y aurait donc « quelque chose » comme *Stimulus / Esprit / Réponse*. Nous allons tenter de nous approcher de cette « *manière de* ». Le terrain de jeu est vaste. Nous l'aborderons par le sujet de la relation entre le langage et la pensée. Ce thème a été abondamment visité – par Aristote, Descartes R., Leibniz G., Kant E., Frege G., Russell B. ou Wittgenstein L., pour ne citer que quelques noms. Comme élément nouveau, nous proposons au lecteur d'emprunter un chemin peu exploré à notre connaissance. Il concerne la modélisation de cette relation : nous allons postuler qu'elle relève de la dimension syntaxique.

Cette hypothèse nous conduira à la constitution d'un schéma du processus cognitif humain. En réponse aux critiques psychologistes (Andler D., 2004) et empiriques (Perkins D., 2002), nous constaterons que notre raisonnement transcende le raisonnement « pur » en traversant un processus cognitif complexe. Celui-ci est comme une cascade. Elle génère une déformation intrinsèque entre sa source (le *Stimulus*) et son embouchure (la *Réponse*). Adossés à un ensemble de connaissances déformées, et donc incertaines, nous décidons en appliquant une forme de non réfutabilité: nous sélectionnons, parmi nos croyances, celles qui ne sont pas manifestement irrationnelles. Ce processus semble fragiliser la pertinence de nos décisions. Nous établirons toutefois que c'est cette obligation de cohabiter avec l'incohérence et l'incomplétude qui apporte à notre raisonnement ses capacités d'apprentissage et d'imagination.

LE POSTULAT CONTEXTUEL

Le point d'entrée de notre réflexion est donc la formalisation de la relation entre le langage et la pensée. Pour le terme « langage », adoptons pour l'instant la posture frégienne, en supposant que le langage formel est en lui-même une forme de langage (Van Heijenoort J., 1967). Nous aborderons plus loin la question du langage naturel. Et pour le terme « pensée », retenons la définition suivante :

Par le nom de pensée, je comprends tout ce qui est tellement en nous que nous en sommes immédiatement connaissant ; ainsi toutes les opérations de la volonté, de l'entendement, de l'imagination et des sens sont des pensées (Descartes R., 1641).

Afin d'illustrer nos propos, considérons un tableau peint – par exemple *La Joconde*, de Léonard de Vinci. Nous le pensons comme un tout. Nous le décrivons par un ensemble de phrases, par exemple : « *La Joconde est le portrait d'une jeune femme, sur fond d'un paysage montagneux aux horizons lointains...* » (*La Joconde*, Wikipedia). Mais quand bien même cette description serait idéalement complète et parfaite, nous savons qu'elle n'est pas le tableau qu'elle décrit. Nous distinguons donc la pensée que nous avons du tableau des phrases que nous utilisons *via* le langage pour l'exprimer.

Constatant que nous intériorisons une relation entre une pensée et la phrase qui l'exprime, nous proposons de formaliser ce processus cognitif en nous appuyant sur l'affirmation suivante :

Nous ne devons pas dire : Le signe complexe aRb dit que a se trouve dans la relation R avec b, mais : Que a se trouve dans une certaine relation R avec b dit que aRb (Wittgenstein L., 1921).

Nous en faisons, librement, l'interprétation suivante : la pensée « a se trouve dans une certaine relation R avec b » a une réalité en soit, hors du langage, et « aRb », qui l'exprime, est un ensemble de signes qui ne dit rien en lui-même. C'est dans sa relation avec la pensée qu'il trouve un sens. Nous proposons de modéliser cela par le postulat contextuel (Kohler A., 1995) :

Soit L un langage formel muni de la règle de production syntaxique |-L|. Soit c la résultante de l'opération d'une pensée, et f la formule qui exprime c dans L. Alors c est une proposition atomique silencieuse de L, et la relation dans L entre c et f est donnée par : c |-L| f.

Il existe de nombreux langages formels, qui ont chacun des propriétés propres (cf. par exemple Thayse A. & co-auteurs, 1993). Nous en donnons ci-dessous les principes généraux nécessaires à la compréhension de notre réflexion, en nous limitant aux systèmes symboliques (*versus* numériques) pour ne pas complexifier inutilement nos propos. Ainsi, un langage formel est défini par :

- un ensemble de propositions atomiques. Depuis le tournant formaliste opéré au début du XXème siècle (Peregin J., 1995), on les manipule comme des entités abstraites, sans besoin de référence à une forme de réalité. Mais lorsque, pour une raison ou une autre, il est utile de leur donner un sens, on les assimile en général à des énoncés, qui sont soit vrais soit faux. Ainsi, la phrase « Les oiseaux volent » est une proposition, mais pas l'injonction « Partons ! »,
- les symboles de parenthèses, et un ensemble de connecteurs logiques. Les cinq le plus souvent utilisés sont appelés la négation, la disjonction, la conjonction, l'implication et l'équivalence. Convenons de les noter respectivement *non*, *ou*, *et*, *implique* et *équivalent*,
- les règles de constitution des formules (ou expressions, ou propositions, ou phrases) « bien formées » par exemple, si « Il pleut » et « Le ciel est gris » sont deux propositions atomiques, alors « Il pleut », « (Il pleut) » , « non (Il pleut) » et « (Il pleut) implique (Le ciel est gris) » sont des formules bien formées,

- et des règles d'inférences, notée |-L, qui gèrent la production des nouvelles formules – par exemple le *modus ponens* : {(*Il pleut*), (*Il pleut*) *implique* (*Le ciel est gris*)} |-L (*Le ciel est gris*).

Le postulat contextuel enrichit l'ensemble des propositions atomiques de L par un ensemble de symboles, qu'il appelle les résultantes des pensées. Il fait l'hypothèse qu'elles ont une réalité cognitive propre, symbolisable et manipulable syntaxiquement, et qu'elles sont « silencieuses », c'est-à-dire non exprimables. Le symbole c peut se lire « je pense la pensée c », et non c « je ne pense pas la pensée c » (que nous différencions de « je pense la négation de la pensée c »). La formule $c \mid -L f$ n'affirme donc la vérité ni de c ni de la phrase f qui l'exprime. Elle formalise que si je pense c, alors je verbalise la résultante de cette opération de pensée en disant f. Si je pense à La Joconde, alors je dis la phrase « La Joconde est le portrait etc. ».

Mais |-L| ne modélise pas une équivalence : non c n'entraîne pas non f, et f n'est pas associée à une et une seule pensée c. Pour comprendre ce propos, empruntons l'exemple proposé par Frege G. Affirmer que l'étoile du matin (resp. l'étoile du soir) est un corps illuminé par le soleil ne nous conduit pas systématiquement à faire le lien avec l'étoile du soir (resp. l'étoile du matin).

La pensée ne peut donc pas être la dénotation de la proposition ; bien plutôt faut-il y voir le sens de la proposition (Frege G., 1892).

Fort de ce constat, le postulat contextuel « $c \vdash_L f$ » propose une modélisation de la relation entre la proposition f (qui dit) et la pensée c (qui porte son sens). Il embarque donc des notions de syntaxique et de sémantique dans une même formule. Suivons cette piste, et voyons où cela nous mènera. Il sera toujours temps de faire un retour en arrière si elle s'avère être une impasse.

La logique contextuelle

Le postulat contextuel peut s'appliquer à tout langage formel (symbolique ou numérique). Par convention de langage, nous appelons logique contextuelle, notée L_c , son application à la logique propositionnelle L_p (cf. par exemple Siegel P., 1987). C'est la forme mathématique la plus concise qui modélise les trois principes d'Aristote : ce qui est est (identité), est vrai ou faux (tiers exclu), et ne peut pas être à la fois vrai et faux (non-contradiction).

Compte tenu de la propriété suivante de L_p : « c |- $L_p f$ » est équivalent à « |- $L_p c$ implique f », nous utiliserons dans la suite du document les deux expressions indistinctement, voire, par abus, la notation simplifiée « c implique f ». La logique contextuelle a été présentée dans Kohler A. (2022). Visitons les quatre enrichissements syntaxiques majeurs qu'elle apporte à L_p .

La capacité de raisonnement introspectif

Considérons un ensemble $\{f, g, h\}$. Il est syntaxiquement équivalent à $\{f et g et h\}$. L_p ne permet donc de produire que des expressions qui respectent ces trois connaissances comme un tout. Cependant, sous sa forme contextuelle $\{(c_1 implique f), (c_2 implique g), (c_3 implique h)\}$, les connaissances sont identifiées et « nommées ». Il est dès lors possible, en restant dans la syntaxe, de raisonner sur des sous-ensembles de $\{c_1, c_2, c_3\}$, et d'exploiter les liens générés entre eux par les conditions exprimées par f, g et h. La pensée (modélisée par c_1 , c_2 et c_3) peut ainsi exploiter les relations logiques portées par le langage (modélisé par f, g et h) pour se croiser, s'analyser et se projeter.

La modélisation des modalités épistémiques

La syntaxe de L_c autorise la formalisation de relations logiques entre les pensées, par ex. « c_l implique c_2 ». Nous appelons les expressions de ce type des méta-pensées. Elles modélisent des priorités entre les pensées, pour capturer une notion de modalité épistémique – l'expression « c_l implique c_2 » pouvant s'interpréter comme « la pensée c_2 est plus vraie que la pensée c_l » ou, en empruntant le vocabulaire leibnizien des logiques modales (Kripke A., 1971) : « c_2 est vraie dans tous les mondes possibles où c_l est vraie ».

La modélisation des prédicats

Supposons trois propositions f, g et h. Les expressions «f implique (g implique h) » et «g implique (f implique h) » sont syntaxiquement équivalentes du fait des propriétés de symétrie des connecteurs logiques. f et g ont donc des comportements similaires, et il n'est pas possible de les distinguer pour modéliser par exemple que «g implique h» forme un tout assujetti à f. La notion de prédicat ne semble donc pas capturable dans L_p . Ce problème est bien connu. La logique des prédicats, conçue par Frege G., est une solution possible pour le contourner.

Dans L_c , on peut associer « g implique h » à une pensée, par exemple « c |- L_p g implique h ». L'expression f implique (g implique h) est alors formalisable par f implique h. Cette capacité syntaxique contourne les propriétés de symétrie des connecteurs (f et g n'ont plus strictement le même comportement) en restant dans la syntaxe de L_p . Une forme de quantification universelle est aussi accessible. Le principe est le suivant : un prédicat peut être syntaxiquement lié à une proposition (par exemple « Oiseau implique (Voler Gracieusement) »), et toute proposition qui lui sera associée (par exemple par « Tweety implique Oiseau ») en héritera.

Cet exemple montre une différence fondamentale dans l'utilisation de la logique propositionnelle que Frege G. en fait *versus* celle que nous proposons. Le philosophe allemand étend L_p à la logique des prédicats pour obtenir une théorie de la connaissance. Dans ce cadre, une proposition est une connaissance, qui est juste ou qui est fausse. Nous utilisons L_p comme une forme de logique des propriétés. « f implique g » se comprend dès lors comme : « g "est une propriété de" f ».

Selon l'approche frégienne, « Peur » et « Futur » ne sont pas des propositions. Mais dans L_c , « f implique Futur » est une formule possible. Elle associe à f l'idée de « quelque chose à venir ». Dans le cadre d'une approche classique, une proposition est vraie ou fausse, hors « Futur » et « Peur » ne sont ni l'un ni l'autre. Leur utilisation comme proposition atomique dans L_c est rendue possible par la forme syntaxique imposée par le postulat contextuel. Toutes les formules d'une théorie sont de la forme « C |- L_p F », pour C une conjonction de pensées et F une formule. « $|-L_p$ non C » (je ne pense pas C) est une production possible, mais pas « $|-L_p$ Futur » ou « $|-L_p$ non Futur ». La question ne se pose donc pas de savoir si la proposition « Futur » est vraie ou fausse en elle-même. C'est une propriété, qui n'est vraie ou fausse que « relativement à » quelque chose, c'est-à-dire par rapport à une Perspective donnée. Nous étudierons les conséquences sémantiques de cette propriété lorsque nous aborderons le sujet du langage naturel.

La modélisation de l'incohérence

Pour comprendre ce paragraphe, nous invitons le lecteur, s'il n'a pas eu l'occasion de prendre connaissance de Kohler A. (2022), à imaginer une théorie contextuelle (c.a.d. un ensemble de formules $c_i \mid -L_p f_i$) comme un dictionnaire : il décrit des pensées c_i par des formules f_i .

L'ensemble $\{f, non f\}$, qui appartient à L_p , est incohérent. Ex contradictione sequitur quodlibet : d'une contradiction, on peut déduire ce qu'on veut. Considérant les règles de production syntaxiques de L_p , on peut depuis cet ensemble produire n'importe quelle proposition g. C'est le principe d'explosion. Pourtant, le raisonnement humain est pétri d'approximations et d'incohérences (cf. Andler D., 2004). Le principe d'explosion n'est donc pas acceptable.

La forme contextuelle de cet ensemble est $\{c_1 \text{ implique } f, c_2 \text{ implique non } f\}$. Pour échapper au principe d'explosion, il suffit de faire l'hypothèse non c_1 ou non c_2 . Nous rencontrons là une propriété intéressante. Un dictionnaire ne dit rien de ce qui est vrai ou de ce qui est faux. Il ne fait que présenter des définitions, qui sont utilisées ou pas. Cela permet à L_c de modéliser des informations contradictoires, en se maintenant dans le cadre syntaxique de la logique propositionnelle classique tout en échappant au principe d'explosion. Mais cela a un prix : un dictionnaire peut proposer des définitions pour tout et n'importe quoi. L_c accède à la cohérence syntaxique en tombant dans une forme d'incertitude sémantique. Pour en sortir, il nous faut découvrir le processus cognitif qui décide non c_1 ou non c_2 .

LES PRINCIPES DE RAISONNEMENT DE L_c

Nous venons d'utiliser le terme « sémantique » pour caractériser une impasse syntaxique. Or « Un langage formel est, par définition, un langage ne possédant qu'une syntaxe et pas de sémantique » (J. Hebrenstreit, Encyclopaedia Universalis). Il définit les propriétés des connecteurs logiques, comme la théorie de la physique décrit la force de gravité. Nous avons, dans les paragraphes précédents, substitué « g est plus vraie que f » à « f implique g », ou « g est vrai dans les mondes qui vérifient f », ou encore « g est une propriété de f ». Nous aurions tout autant pu dire « f trucmuche g ». Cela n'aurait pas modifié les propriétés mathématiques du connecteur. Le nom que nous lui prêtons est une convention, un moyen mnémotechnique que nous utilisons pour faciliter sa manipulation. En fait, il n'a pas de sens. Il nous faut donc chercher en-dehors de la syntaxe la réponse à la question « c_1 ou c_2 ? ».

Pour cela, considérons l'ensemble de croyances suivant, qui reprend un cas d'école :

```
(C'est un oiseau) implique (Il vole).(C'est un oiseau) implique (Il a des plumes).(C'est une hirondelle) implique (C'est un oiseau).
```

```
(C'est une autruche) implique (C'est un oiseau).
(C'est une autruche) implique (Il ne vole pas).
```

Dans le cadre de la logique propositionnelle, la conclusion est : « *non "C'est une autruche"* ». Dit autrement, les autruches n'existent pas. Considérons maintenant sa forme contextuelle :

```
c<sub>1</sub> implique ((C'est un oiseau) implique (Il vole)).
c<sub>2</sub> implique ((C'est un oiseau) implique (Il a des plumes)).
c<sub>3</sub> implique ((C'est une hirondelle) implique (C'est un oiseau)).
c<sub>4</sub> implique ((C'est une autruche) implique (C'est un oiseau)).
c<sub>5</sub> implique ((C'est une autruche) implique (Il ne vole pas)).
```

Elle nous permettrait de déduire des choses si nous savions quelles sont les pensées c_i « pertinentes ». Par exemple, pour l'information (C'est une hirondelle), $\{c_1, c_2, c_3\}$ est l'ensemble des pensées pertinentes qui nous feraient dire (C'est un oiseau, il a des plumes et il vole). Et pour (C'est une autruche), retenir $\{c_2, c_4, c_5\}$ nous permettrait de conclure (C'est un oiseau, il a des plumes et il ne vole pas). C'est un sujet de décidabilité. Pour le résoudre, nous introduisons la notion de stimulus, comme « éveilleurs » des pensées (Kohler A., 2022). C'est un fait, ou une pensée, une question, un ressenti, une émotion, une volonté, etc., c'est-à-dire, très généralement, un événement, qui lance le processus de sélection des pensées pertinentes. Comme règle de sélection, nous proposons :

L'ensemble des pensées pertinentes est composé des pensées qui ne contredisent pas le stimulus. Il forme le contexte épistémique du stimulus.

L'interprétation sémantique est définie comme l'ensemble des phrases qui expriment le contexte épistémique. Le raisonnement contextuel applique donc dans un premier temps un principe de non réfutabilité : il sélectionne l'ensemble des pensées pertinentes, retenues parce qu'elles sont justifiables à cet instant compte tenu des connaissances (modélisées par les formules $c_i \mid_{-Lp} f_i$) dont nous disposons et des stimulus que nous percevons, pour ensuite dérouler une logique de preuve par application des règles syntaxiques de la logique propositionnelle sur le contexte épistémique qui a été sélectionné.

Le raisonnement contextuel est faillibiliste (Popper K., 1934): l'enrichissement des connaissances ou le changement des stimulus peut, à tout moment, remettre en question l'interprétation sémantique en modifiant le contexte épistémique. Par exemple, les conclusions au stimulus (C'est une autruche) ne seraient pas les mêmes si la pensée c_5 n'était pas présente. Le faillibilisme n'est pas une nouveauté. Le début des réflexions remonte au courant sceptique apparu dans l'antiquité. Son principe est admis, sous une forme plus ou moins forte, par un grand nombre de logiciens. L'apport de notre travail est de proposer un cadre formel qui conforte les intuitions: nous arrivons à la conclusion que c'est une propriété intrinsèque du processus cognitif du raisonnement humain.

Le perspectivisme (Kaulbach W., 1990) est une conséquence immédiate et obligée de cette propriété faillibiliste. Une croyance se construit en identifiant le contexte épistémique par rapport aux connaissances et au stimulus connus à un instant donné. Or il peut y avoir plusieurs sous-ensembles de pensées distincts également pertinents — donc plusieurs contextes épistémiques distincts. Pour illustrer ce propos, considérons une théorie contextuelle réduite à $\{(c_1 \text{ implique } f), (c_2 \text{ implique non } f)\}$. Face au stimulus (Que dire de f?), les pensées c_1 et c_2 ont le même niveau de pertinence. Aucune information ne permet de les départager. Chacune forme, distinctement, une perspective cohérente et justifiable, mais produit une interprétation sémantique incohérente par rapport à l'autre. Les pensées étant silencieuses, nous nous retrouvons à dire f et non f — ou, selon la situation ou la sensibilité du sujet, à refuser de l'admettre, conformément à notre orientation naturelle vers la rationalité (Hanna R., 2006). Dans ce cas, un nouveau stimulus challengeant ce résultat « f et non f » est généré.

Pour traiter le stimulus (C'est une autruche), nous avons besoin d'un moyen d'identifier que la pensée c_I n'est pas pertinente dans ce cas, mais l'est pour (C'est une hirondelle). Pour modéliser ce type de connaissance, L_c , en tant que logique de la pensée (Fodor J., 1975), utilise ses capacités de raisonnement introspectif et de modélisation des modalités épistémiques, pour formaliser (par exemple) qu'un oiseau vole tant que rien ne précise qu'il ne vole pas. Ainsi, si la connaissance « c_6 implique ((C'est un pingouin) implique (C'est un oiseau)) » est ajoutée, le système considérera qu'un pingouin vole et a des plumes tant que l'information « c_7 implique ((C'est un pingouin) implique (Il ne vole pas)) » n'aura pas été introduite.

La forme mathématique de la fonction d'interprétation sémantique de L_c a été présentée dans Kohler A. (2022). Sa capacité d'expression est illustrée par un cas pratique. Il est adossé à un outil informatique pour contrôler la validité des promesses théoriques :

- sur la pertinence de la définition du contexte épistémique : la règle « sous-ensemble des pensées qui ne contredisent pas le stimulus » permet de modéliser différents cas d'écoles (tous n'ont pas été testés),
- et sur le caractère *silencieux* des pensées : elles sont générées et traitées automatiquement et de manière « invisible ». L'interface de communication de l'outil avec l'humain n'utilise pas les symboles des pensées, mais uniquement le vocabulaire de la logique propositionnelle.

Aparté : l'exercice de réalisation informatique nécessite une définition formelle de la notion de pensée. Nous avons choisi de l'associer aux formes normales disjonctives, parce qu'elles bénéficient de propriétés algorithmiques intéressantes. D'autre part, en distinguant « f ou g ou h » et « f ou g », l'exercice, associé à la distinction entre « non c » et « non f » (une phrase n'est pas la pensée qu'elle exprime), apporte un éclairage intéressant aux réflexions de Lukaszewicz J. (1967) sur le sens des connecteurs logiques. Il conforte l'intuition qu'un connecteur logique n'a pas de sens.

Nous constatons donc que le processus de raisonnement de L_c utilise les règles d'inférence de L_p , mais que cela ne lui suffit pas. Il applique une logique « d'inférence non démonstrative » (cf. par exemple Andler D., 2004). Pour utiliser un dictionnaire, nous avons besoin de connaître le mot dont nous cherchons la définition. De même, le stimulus est le point d'entrée qui actionne l'éveil des pensées. La fonction d'interprétation sémantique de L_c se construit donc au-dessus de $|-L_p$. Elle traverse un processus qu'on peut schématiser par « $S |\sim c |-L_p f$ », pour S indiquant le stimulus et « $|\sim$ » le mécanisme d'éveil des pensées. Ce symbole est utilisé en logique non classique pour caractériser la non monotonie.

L'APPRENTISSAGE

La non-monotonie (Gärdenfors P. & Makinson D., 1991) désigne, en Intelligence Artificielle, l'opération consistant à intégrer une nouvelle connaissance qui contredit les connaissances précédentes. L'énoncé du sujet est : face à deux connaissances incohérentes, laquelle retenir ?

Il couvre une typologie de problèmes variés (révision des croyances, des faits, des états, temporelle, etc.). Il se confronte aux propriétés d'adéquation (ce qui est produit syntaxiquement et vrai sémantiquement) et de complétude (ce qui est vrai sémantiquement et produit syntaxiquement) des logiques classiques. Le principe d'explosion rend dès lors obligatoire la résolution syntaxique de l'incohérence.

Dans L_c , une nouvelle connaissance est inscrite comme elle arrive dans le dictionnaire des pensées. Elle est ensuite interprétée sémantiquement, en fonction des pensées pertinentes « éveillées » par les stimulus. En exemple pratique, reprenons le cas d'école proposé précédemment. Si nous voyons un oiseau, nous concluons qu'il a des plumes et qu'il vole selon les pensées considérées comme les plus pertinentes à cet instant. Si nous apprenons par la suite que c'est une autruche, nous déduisons, par un raisonnement qui débute par une réévaluation des pensées pertinentes, qu'il ne vole pas.

 L_c décorrèle donc complètement l'opération syntaxique de la révision des croyances. Cela lui apporte la particularité d'être à la fois syntaxiquement monotone (ce qui est syntaxiquement produit reste syntaxiquement produit) et sémantiquement non monotone (pour un même stimulus, ce qui est crédible selon un ensemble de connaissances peut ne plus l'être si cet ensemble est enrichi d'une nouvelle information). Cette propriété résout la première étape de l'apprentissage, qui est l'intégration de l'information. Pour pouvoir ensuite exploiter complètement cette dernière, il faut un processus qui soit capable de l'associer à des connaissances antérieures.

L'IMAGINATION

Les langages formels classiques n'utilisent qu'une règle de production, qui est le *modus ponens*. C'est la règle de déduction : « si f et si "f implique g", alors g ». La déduction g est strictement incluse dans les deux prémisses f et «f implique g ». Dit autrement, l'inférence classique n'est pas imaginative : fondamentalement, elle ne produit que ce qui est déjà su.

La théorie identifie deux autres règles de production. L'induction, établie par Aristote, généralise une observation à partir de cas particuliers – par exemple : « L'âne, le mulet, le cheval vivent longtemps ; or ce sont tous là des animaux sans fiel ; donc tous les animaux sans fiel vivent longtemps ». L'abduction, formalisée par Peirce C., porte le raisonnement par hypothèse

- par exemple : « Lorsqu'il pleut le ciel est gris. Le ciel est gris. Donc il pleut ». Nous constatons que leur application peut conduire à des résultats faux. Le principe d'explosion l'interdit dans le cadre d'un formalisme classique.

Dans L_c , n'importe quelle règle de production de pensée est théoriquement acceptable – par exemple :

- « si je pense "f implique g" et "g", alors je pense "f" » (forme d'abduction),
- et « si je pense "f implique g" et "f implique h", alors je pense "g implique h" » (forme d'induction).

La nouvelle définition s'inscrit dans le dictionnaire. Le raisonnement détermine ensuite, en fonction des autres définitions déjà existantes et du stimulus, si elle est crédible ou pas. Par exemple : « Lorsqu'il pleut, le ciel est gris. Le ciel est gris ». Conformément au faillibilisme de L_c , nous concluons que la nouvelle pensée « Il pleut » est crédible si aucun stimulus ne nous fait penser qu'il ne pleut pas.

Nous étions sur le schéma cognitif « $S \sim c \mid -Lpf$ ». Adoptons la forme « $S \sim c \mid -Lcf$ » pour indiquer l'existence de ces nouvelles règles de production. Nous les nommons les règles d'inférences imaginatives.

LE LANGAGE FORMEL VERSUS LE LANGAGE NATUREL

Nous avons dans un premier temps supposé que le langage formel est en lui-même une forme de langage. Nous nous en sommes toutefois rapidement éloigné, en constatant que, dans L_c , une proposition atomique de L_p n'est pas exploitée comme une connaissance, mais, comportementalement, comme une propriété. Et, à plusieurs reprises, nous avons indiqué que, du moins de notre point de vue adossé à quelques exemples illustratifs, les connecteurs logiques d'un langage formel sont non porteurs de sens. Celui-ci est un *calculus ratiocinator*, pour reprendre la notion de leibnizienne. Sans entrer dans le débat entre Piaget J. et Chomsky Y. (1975) sur le caractère acquis ou inné du langage, L_c suppose donc l'existence d'un processus cognitif qui réalise la conversion des formules logiques en langage naturel.

Par exemple « Oiseau *implique* Voler » peut être exprimé de plusieurs façons : sous une forme primitive comme « Oiseau Voler », ou, de manière plus évoluée, « Cet oiseau vole », « Les oiseaux volent », « Tous les oiseaux volent », « Si c'est un oiseau alors il vole », « Ce qui ne vole pas n'est pas un oiseau », « La propriété de voler est une caractéristique des objets qu'on nomme Oiseau », etc. Chacune de ces expressions propose une communication de la forme « Oiseau *implique* Voler ». Le schéma cognitif devient : « $S \mid \sim c \mid_{-Lc} f \mid = P$ », pour P désignant la phrase générée en langage naturel pour exprimer f, et $\mid = 1$ 'opération conduisant à cette génération. Notons que nous employons pour cela le signe retenu en logique classique pour symboliser l'interprétation sémantique. Le postulat contextuel suppose que le sens est porté par les pensées. Nous disons ici que *l'interprétation* sémantique est portée par le langage naturel.

L'exemple du paragraphe précédent nous montre qu'une formule logique admet plusieurs expressions possibles en langage naturel, et que celles-ci n'ont pas toutes le même sens. « Oiseau *implique* Voler » forme une connaissance en soit, qui formalise une relation entre deux propriétés. Mais la formule n'a pas le même sens si elle est prononcée par rapport à un animal en particulier (« cet » oiseau vole) ou au sujet de la famille des hirondelles par exemple. En poussant l'analyse plus loin, nous constatons que nous obtenons une sémantique complètement différente si nous discutons de cette pie voleuse que nous avons croisée au cours de notre promenade ce matin. La conclusion est qu'une formule complexe peut être comprise comme une connaissance, mais qu'elle est aussi en elle-même une propriété, qui s'interprète sémantiquement par rapport au contexte épistémique tout entier dans lequel elle est immergée.

Leibniz G. a proposé le concept de *lingua characteristica* pour désigner une forme de langage idéal et universel, capable d'exprimer toutes les idées avec le plus haut degré de précision. Selon L_c , l'atteinte de cet objectif nécessite de nommer unitairement chaque pensée. Le postulat contextuel considère que l'exercice est impossible, parce que les pensées sont « silencieuses ». Il y a d'une part la pensée, non exprimable, et d'autre part le langage naturel, qui en propose une verbalisation sémantique. Pour garantir la complétude d'une phrase, il faudrait exprimer, pour chaque pensée, l'exhaustivité du contexte épistémique dans lequel elle est immergée. Cela nous semble irréaliste, parce que cela voudrait dire qu'elle est, exactement et complètement, la pensée qu'elle exprime. Le langage naturel est donc condamné à une forme d'imperfection.

Nous voyons ici apparaître une formalisation du concept de jeu de langage établi par Wittgenstein L. Il n'y a pas un langage, mais des ensembles de pensées, qui forment des jeux

de concepts. Ils constituent autant de possibilité de phrases en « langages naturels ». Leurs sens sont propres à l'être qui pense et dit, ici et à l'instant. Le jeu consiste dès lors, pour chaque partenaire, à trouver la bonne combinaison, qui lui permettra de s'exprimer et de se faire comprendre. Ils le font en *apprenant* à croiser un nombre fini de mots avec un nombre, peut-être pas infini, mais, selon toute probabilité, très élevé, de concepts.

LA COMPLEXITE ALGORITHMIQUE

Le schéma « $S \mid \sim c \mid_{-Lc} f \mid = P$ » n'est pas acceptable. Il se confronte à une difficulté qui le condamne immédiatement : la complexité des algorithmes. Les langages formels consomment une énergie calculatoire exponentielle, et il faut dans L_p (et dans L_c , qui utilise la syntaxe de L_p) plusieurs secondes pour exploiter quelques dizaines de formules. L'être humain, avec son cerveau biologique, semble capable de faire mieux. Confrontés à des situations très complexes, il peut prendre une décision dans la seconde – par exemple un joueur d'échecs engagé dans une partie de blitz.

Face au problème de la complexité algorithmique, des espoirs émergent depuis quelques dizaines d'années dans le sillage du développement de la physique quantique. Les formules disent qu'un atome est dans un état de superposition, c'est-à-dire à la fois intact et désintégré, tant qu'il n'est pas observé. Au moment de l'observation, l'application d'une formule aléatoire le fera quitter cet état. On peut, rejoignant Einstein A., considérer que « *Dieu ne joue pas aux dés* », et que l'expérience de pensée de Schrödinger E. (1992) ne fait que nous renvoyer à notre ignorance. Mais les tests réalisés en physique quantique confirment chaque jour un peu plus les attendus théoriques (au moins au niveau microscopique). Les ordinateurs quantiques, en cours de conception, démultiplieront probablement les puissances calculatoires actuelles en exploitant ce troisième état et l'intrication (selon les formules quantiques, deux particules espacées peuvent être reliées par « quelque chose » non expliqué à date). Toutefois, cela n'est pas encore certain à date. En attendant, les sciences cognitives proposent une autre solution.

Les études sur les modèles de mémoire ont conduit au développement d'une théorie d'une grande richesse. Nous n'allons retenir que quelques principes nécessaires à la compréhension de notre réflexion. La psychologie cognitive (cf. par exemple Norman D., 1970) distingue la Mémoire à Long Terme (la MLT, contenant l'ensemble des connaissances), la Mémoire à Court Terme (la MCT, contenant les connaissances utilisées à un instant *t* pour réagir à un stimulus)

et la Mémoire de Travail (la MT, lieu qui porte les mécanismes calculatoires de consommation de la MCT).

Avec un langage formel classique, il est nécessaire à l'intégration de chaque nouvelle pensée de contrôler la cohérence syntaxique de la MLT pour échapper au principe d'explosion. Ce n'est pas possible dans L_p compte tenu de la complexité des algorithmes en jeu. Les temps de calcul nécessaires pour réaliser l'opération seraient prohibitifs. La logique contextuelle, en séparant syntaxe et sémantique, contourne le principe d'explosion. Pour maîtriser la complexité algorithmique, il suffit dès lors d'appliquer les seuils cognitifs qui régissent le contenu de la MCT. La théorie en identifie cinq :

- le changement minimal : le contenu de la MCT évolue *a minima* entre deux instants,
- le critère d'évolution, parfois assimilé à l'enracinement épistémique (Gärdenfors P. & Makinson D., 1991): la MCT privilégie la convocation de connaissances dites primitives, ou les plus récentes,
- les seuils d'incapacités techniques : la MCT ne peut exploiter simultanément qu'un nombre limité (et apparemment faible, de l'ordre d'une vingtaine) de connaissances,
- les seuils sémantiques : les travaux de Pitrat J. (1990) montrent qu'un humain n'est pas capable de raisonner sur plus de quatre niveaux de méta-connaissances (à rapprocher de la notion de méta pensée définie dans *L_c*, cf. Kohler A., 1995),
- le seuil du raisonnement proportionné : confronté à un stimulus, l'objectif n'est pas de réaliser la meilleure analyse théorique, mais d'atteindre un niveau d'analyse suffisant pour entraîner une réaction.

Les sciences cognitives invitent à adosser au processus de raisonnement une segmentation des pensées comme réponse au problème, très pragmatique, de la complexité algorithmique. Le schéma cognitif devient : « $S \mid \sim (c) \mid_{-Lc} f \mid = P$ ». Nous utilisons les parenthèses pour symboliser le compartimentage de la mémoire.

A PROPOS DU PLURALISME LOGIQUE

Existe-t-il une logique formelle, par exemple L_c , ou le schéma « $S \mid \sim (c) \mid_{-L} f \mid = P$ » doit-il être parallélisé pour tenir compte de plusieurs formalismes L dépendant, par exemple, des stimulus ou des pensées éveillées ? Selon Hanna R. (2006), la raison humaine est « naturellement »

orientée vers la logique. Les écarts constatés par les tests empiriques s'expliqueraient par le concept de protologique : le raisonnement humain serait adossé à une sorte de formalisme qui suivrait des règles « atténuées » de la logique classique. Il reste à découvrir, et pourrait être composé de plusieurs langages formels. Hanna R. associe à la protologique des *règles d'atténuation*, qui font écho aux propriétés portées par le schéma « $S \mid \sim (c) \mid -L_c f \mid = P \gg -$ par exemple la validité atténuée : un argument est valide s'il est impossible que ses prémisses soient toutes vraies et sa conclusion fausse. Mais il y a aussi entre les deux approches quelques écarts, notamment sur le sujet de l'incohérence. Le philosophe canadien l'associe à une question de temporalité. L_c l'explique par la notion de perspective, qui accepte une forme d'immédiateté.

Notre avis est que le sujet de fond de la logique formelle est la modélisation et l'exploitation de l'incohérence. L'objectif d'Aristote était d'identifier les règles qui garantissent un raisonnement totalement juste, c'est-à-dire, selon la définition qui était la sienne, un raisonnement qui produit distinctement, complètement, et strictement, ce qui est vrai et ce qui n'est pas vrai à partir d'un ensemble de connaissances dont on fait l'hypothèse qu'elles sont vraies. Le rejet de l'incohérence est donc inscrit dans les gènes des trois principes fondateurs, avant même toute réflexion sur ce que recouvre la notion de « vrai » (cf. par exemple Dominicy M., 2005). Nous trouverons peut-être un jour une logique formalisant les propriétés de la physique quantique (cf. par exemple Delmas-Rigoutsos Y., 1993). En attendant, comme nous l'avons vu, L_c propose une solution en séparant complètement la syntaxe (la rédaction d'un dictionnaire, qui peut contenir des définitions éventuellement incohérentes entre elles) et la sémantique (l'utilisation du dictionnaire, par l'identification des définitions pertinentes selon la question posée).

Une utilité des travaux sur les logiques non classiques est qu'ils facilitent la conceptualisation de sujets complexes (cf. Leturc C., 2022, en exemple d'application). Nous pensons toutefois que la logique propositionnelle, enrichie des règles d'inférences imaginatives, est nécessaire et suffisante. Nous avons établi (Kohler A., 1995 & 2022) des ponts entre L_c et d'autres formalismes – les logiques para-cohérentes (Lukaszewicz J., 1967), la logique des défauts (Reiter R., 1980), la logique des circonscriptions (Mc Carthy J., 1980), la logique modale (Kripke A., 1971), la logique des prédicats (Frege G., 1903) et les logiques adaptatives (Batens D., 2001). La recherche du formalisme unique est un défi majeur posé à la logique mathématique. Ces résultats montrent qu'il serait prématuré de clôturer le sujet, et qu'une solution existe peut-être.

LE RAISONNEMENT HUMAIN

Sans les lois de la pensée, nous ne pourrions pas du tout penser (Kant E., 1781).

Face à cette affirmation, nous assumons une posture cognitiviste. Le sujet est dès lors d'associer « les lois de la pensée » à un schéma de processus cognitif. « $S \mid \sim (c) \mid_{-Lc} f \mid = P$ » nous propose dans ce cadre plusieurs lectures possibles.

« $c \mid_{-Lp} f$ » (avec L_p , c'est-à-dire sans les inférences imaginaires portées par L_c) identifie les « lois nécessaires de la pensée, communes à tous les objets », celle qui capture la forme générale de l'entendement (Kant E., 1781). C'est, selon le schéma auquel nous sommes parvenus, le plus petit sous-processus mental autonome et perceptible dans son entièreté. Nous rejoignons Chomsky Y. et Fodor J., en supposant l'existence d'un langage de la pensée à la base de l'activité cognitive humaine. Il est porté grammaticalement par la logique propositionnelle, ce qui confirme que « nous ne pouvons rien penser d'illogique, parce que nous devrions alors penser illogiquement » (Wittgenstein L., 1921).

« $c \mid_{-Lc} f$ » ouvre les portes à l'inférence imaginaire. Elles sont effectuées au niveau de la Mémoire de Travail. Les imaginations sont donc, à leur apparition, syntaxiques et éphémères. Une question est d'identifier ce qui fait que certaines d'entre elles s'inscrivent dans la Mémoire à Long Terme. La réponse ne pourra être obtenue que par des tests empiriques. Selon notre intuition, c'est le dernier niveau de raisonnement, celui qui réalise la sémantique, qui porte cette sélection, en accordant ou pas une crédibilité ou une utilité à l'expression imaginée.

« (c) |-Lcf » rejoint de nombreuses discussions sur la question de la complétude du raisonnement. C'est un sujet bien connu (cf. Perkins D., 2002). Selon Harman G., il nous est impossible de connaître toutes les conséquences logiques de nos connaissances. Nous ne pouvons donc pas identifier l'ensemble des incohérences. Il conclue que notre raisonnement n'a probablement pas la forme d'une théorie logique classique. Ce niveau de raisonnement montre toutefois que le problème peut être contourné. La question n'est pas les règles de la logique, mais la sélection des données (c) sur lesquelles elles sont appliquées. Sur cette sélection, le raisonnement est systématiquement et entièrement cohérent syntaxiquement. S'il contient des incohérences sémantiques, elles sont traitées au dernier niveau de raisonnement.

« $S \mid \sim (c) \mid -Lc f$ » assujettit le processus de raisonnement au contexte extérieur et à la sensibilité (Kant E., 1781). Les stimulus éveillent les pensées « pertinentes ». Le raisonnement n'existe donc qu'en réactivité. Dynamique et plastique, il est activé par les stimulus et modelé par les seuils cognitifs et les règles d'inférences imaginatives.

« $S \mid \sim (c) \mid_{-Lc} f \mid = P$ » porte le plus haut niveau de raisonnement, c'est-à-dire l'expression sémantique à travers laquelle nous exprimons nos pensées. Ce schéma rejoint, au moins partiellement, l'affirmation de Harman G. : la logique a un rôle pertinent dans le raisonnement, mais elle ne couvre pas la totalité de ce qui fait l'intelligence humaine. Celle-ci ne se réduit pas à des notions d'arguments ou de preuve. Le raisonnement est « un processus de passage d'un ensemble initial de croyances et d'intentions à un autre » (Osta Velez M., 1015). Il suit cinq règles (Harman G., 2002) : l'intérêt (la croyance doit avoir une utilité), l'évitement de l'encombrement (elle doit être non triviale), la consistance (elle doit être le plus consistant possible), la minimalité (une croyance n'est révisée que si c'est obligé) et la cohérence (tendance « naturel » à vouloir revenir à la cohérence). Nous retrouvons ces principes dans le schéma cognitif que le postulat contextuel nous a amené à développer.

A ce schéma, nous préférons toutefois « $S |\sim (c)|_{-Lc} f|= S$ », pour indiquer que le langage naturel est lui-même un stimulus, pour celui auquel la communication est destinée, mais aussi pour celui qui la prononce. Le raisonnement humain est complètement dépendant de celui qui ressent, pense et dit – et ce qu'il ressent et dit participe à sa pensée et à son raisonnement. « $S |\sim (c)|_{-Lc} f|= S$ » formalise donc une logique de la sémantique, au résultat protéiforme. C'est un processus en boucle, qui est *bruité* par l'éveil, le compartimentage de la mémoire, l'imagination et l'expression du langage naturel qu'il traverse – avec les écarts et les erreurs qui en découlent.

Selon Frege G. (1892), « tout n'est pas représentation. Sinon, la psychologie contiendrait en elle toutes les sciences, ou du moins aurait juridiction suprême sur toutes les sciences ». En effet, tout n'est probablement pas représentation, et on peut raisonnablement envisager qu'il existe une vérité. Mais elle n'est, définitivement, accessible que par la représentation – qui génère une déformation.

Conclusion

Dans le but d'obtenir un schéma du processus cognitif humain, nous avons exploité, en prenant quelques libertés, des concepts et résultats issus des sciences cognitives, de la philosophie, des mathématiques et de l'informatique. Cela nous a conduit à la formalisation d'un processus qui suit une « inférence non démonstrative » (cf. Andler D., 2004 ou Roulin J.L., 2006 par exemple). Le point de départ de notre réflexion est un postulat. Il est donc, *a minima*, discutable. Face à cette évidence, nous invoquons Poincaré H. (1908) : la valeur d'une théorie est moins dans sa vérité que dans sa capacité à proposer des réponses et à ouvrir de nouveaux horizons.

Lorsque nous pensons qu'il n'est pas impossible que Dieu joue aux dés, ce n'est pas l'éventualité du troisième état (l'état de superposition, qui cumule vrai et faux) qui est à remarquer. Ce qu'il faut regarder, et qui est extraordinaire, c'est le fait que nous puissions imaginer vrai et faux, alors même que « nous ne pouvons rien penser d'illogique » (Wittgenstein L., 1921). Paradoxalement, nous le pouvons pourtant, parce que notre pensée est faillibiliste et rationnelle, donc, très logiquement, aussi perspectiviste. Au prix de l'incertitude et de l'incomplétude, nous gagnons une capacité de raisonnement introspectif, qui nous apporte l'apprentissage et l'imagination.

Le postulat contextuel suppose la réalité d'une raison « pure », qui modélise une relation entre le langage et la pensée. Il la considère comme comportementale et dénuée de signification. Cela nous a conduit à l'élaboration du schéma « $S |\sim (c)|_{-Lc} f = S$ ». Son application pointe le rôle des stimulus et de la sélection des pensées pertinentes, et questionne la modélisation des connaissances : celles-ci ne se formalisent pas par des relations entre des connaissances « atomiques », mais par des relations entre des propriétés. Nous obtenons une logique à la sémantique protéiforme, qui est comme une cascade de miroirs déformants. La conclusion de l'exercice est que le raisonnement humain suit une logique des croyances, et que la connaissance lui est probablement inaccessible. Pour tempérer ce propos, notons que nous arrivons à ce résultat en appliquant « $c \mid_{-Lc} f$ », qui postule une réalité cognitive de la pensée. C'est « la » certitude, sur laquelle il est peut-être possible de bâtir quelque chose.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ANDLER, Daniel (2004). *Introduction aux sciences cognitives*. Gallimard.
- BATENS, Diderick (2001). *Une caractérisation générale des logiques adaptatives*. Logique & Analyse 173–174–175.
- DAMASIO, Antonio Rosa (2006). L'Erreur de Descartes : la raison des émotions. Paris, Odile Jacob.
- DELMAS-RIGOUTSOS, Yannis (1993). *Logique Quantique*. Numdam, Séminaire de Philosophie et Mathématiques.
- DESCARTES, René (1641). Méditations métaphysiques. Objections et Réponses (I à VI). Edition sous la direction de Jean-Marie Beyssade et de Denis Kambouchner, éd. Gallimard Tel (2018).
- DOMINICY, Marc (2005). Langage, interprétation, théorie Fondements d'une épistémologique moniste et faillibiliste. Université Libre de Bruxelles, Laboratoire de Linguistique Textuelle et de Pragmatique Cognitive.
- FODOR, Jerry (1975). *The Language of Thought*. Harvard University Press.
- FREGE, Gottlob (1892). Über Sinn und Bedeutung. Revue Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik.
- FREGE, Gottlob (1903). Grundgesetze der Arithmetik.
- GÄRDENFORS, Peter, MAKINSON, David (1991). Relations between the logic of theory change and nonmonotonic logic. In André Fuhrmann and Michael Morreau, eds.
 The Logic of Theory Change, LNAI-465.
- HANNA, Robert (2006). Rationality and Logic. Cambridge, MA: MIT Press.
- HARMAN, Gilbert (2002). *Internal Critique: A Logic is not a Theory of Reasoning aud a Theory of Reasoning is not a Logic*. Dans D. Gabbay, Studies in Logic aud Practical Reasoning. London: Elsevier Science.
- KANT, Emmanuel (1781). *Critique de la raison pure*. Paris : Gallimard, coll "Folio", 1980.
- KAULBACH, Wilhem Von (1990. *Philosophie des Perspektivismus: Wahrheit und Perspektive bei Kant, Hegel und Nietzsche*. Mohr Siebeck, Tübingen.
- KOHLER, Arnaud (1995). Proposition d'une structure de représentation de la connaissance pour les raisonnements non classiques. Université d'Aix-Marseille I, France, thèse de doctorat en informatique.

- KOHLER, Arnaud (2022). *Modelling a faillibilistic and perspectivistic reasoning*. PFIA JIAF, Saint-Etienne, France.
- KRIPKE, Saul Aaron (1971). Semantical considerations on modal logic, Reference and Modality. L. Linsky (éditeur), Oxford University Press, London.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm (1710). Essais de Théodicée, Paris, Flammarion, coll. « GF » (ISBN 978-2-08-070209-8).
- LETURC, Christopher, BONNET, Grégory (2022). Raisonner sur l'éthique avec un cadre d'argumentation fondé sur une logique modale normale. PFIA JIAF, Saint-Etienne, France.
- LUKASZEWICZ, Jan (1967). *Many-Valued Systems of Propositional Logic*. Eds. S. Mc Call, polish Logic, Oxford University Press, Oxford.
- MC CARTHY, John (1980). *Circumscription A Form of Non Monotonic Reasonning*. Artificial Intelligence 13.
- NORMAN, Donald (1970). *Models of human memory*. Academic Press, New York.
- OSTA VELEZ, Mathias (2015). Logique, Raisonnement et Rationalité: Le problème de la normativité chez Kant, Frege et la philosophie de la logique contemporaine, mémoire de Master 2 de Logique sous la direction de Monsieur Pierre Wagner, Université de Paris I Panthéon-Sorbonne, UFR 10 Philosophie, hal-dumas-01101587.
- PITRAT, Jacques (1990). *Méta-connaissance, Futur de l'Intelligence Artificielle*. Hermes.
- POINCARE, Henri (1908). *Science et Méthode*. Ed. Flammarion, collection Bibliothèque de philosophie scientifique.
- POPPER, Karl (1934). *The Logic of Scientific Discovery*. Routledge, coll. Routledge Classics.
- PEREGRIN, Jarda (1995). Doing Worlds with Words. Dordrecht: Kluwer
- PERKINS, David (2002). Standard Logic as a Model of Reasoning: the Empirical Critique. Dans D. Gabbay, R. Johnson, H. OhlBach, & J. Woods, Handbook of the Logic of Argument aud Inference, Amsterdam: Elsevier.
- PIAGET, Jean, CHOMSKY, Yann (1975). *Théories du langage, Théories de l'apprentissage*. Débat au Centre Royaumont. Editeur Points, Collection Points Essais.
- REITER, Raymond (1980). A logic for default reasoning. Artificial Intelligence 13.
- ROULIN, Jean-Luc (2006). *Psychologie cognitive*. Rédaction sous la coordination de Jean-Luc Roulin, édition Bréal.

- SCHRÖDINGER, Erwin Rudolf Josef Alexander (1992). *Physique quantique et représentation du monde*. Le Seuil, coll. Points-Sciences.
- SIEGEL, Pierre (1987). Représentation et utilisation de la connaissance en calcul propositionnel. Université de Luminy, Thèse d'état.
- STEINER, Pierre (2005). *Introduction cognitivisme et sciences cognitives*. OpenEdition Journals. Labyrinthe.754 (atelier interdisciplinaire)
- STENNING, Keith, VAN LAMBALGEN, Michiel (2008). *Human Reasoning and Cognitive Science*. London: MIT Press.
- THAYSE, André & co-auteurs (1993). *Approche logique de l'intelligence artificielle*. Dunod informatique.
- VAN HEIJENOORT, Jean (1967). *La logique comme calcul et la logique comme langage*. Synthese, vol. 17, no 3, 1967, p. 324-30. *JSTOR*, http://www.jstor.org/stable/20114564.
- WITTGENSTEIN, Ludwig (1921). *Tractatus logico-philosophicus*. Traduction Gilles Gaston Granger, éd. Gallimard Tel, 1993.