



**HAL**  
open science

## Visualisation d'un espace géométrique de dimension 4 selon 4 vues coordonnées de dimension 3

Jean-François Bigot

► **To cite this version:**

Jean-François Bigot. Visualisation d'un espace géométrique de dimension 4 selon 4 vues coordonnées de dimension 3. 2021. hal-03192641

**HAL Id: hal-03192641**

**<https://hal.science/hal-03192641>**

Preprint submitted on 9 Apr 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Visualisation d'un espace géométrique de dimension 4 selon 4 vues coordonnées de dimension 3

Visualizing a 4 dimensional geometric space using 4 coordinated 3 dimensional views

*Jean-François Bigot*

## Résumé

Cet article propose une méthode de visualisation d'un espace de dimension 4 par quatre vues simultanées de sous-espaces de dimension 3, extrapolation directe des concepts du dessin technique. Deux cas d'usages sont proposés sur la page [www.raktres.net/tak4d](http://www.raktres.net/tak4d)<sup>1</sup>, ils montrent les bénéfices de cet outil pour une appréhension d'un espace géométrique à 4 dimensions.

*This article proposes a method to visualize a 4-dimensional space using four coordinated views of 3-dimensional subspaces, direct extrapolation of the concepts used by technical drawing. Two use cases are proposed on the page [www.raktres.net/tak4d](http://www.raktres.net/tak4d), they show the benefits of this tool for an understanding of a 4-dimensional geometric space.*

## 1 Introduction

Afin de décrire le volume des objets et faciliter leur reproduction, les ingénieurs ont développé le dessin technique. Pour limiter les ambiguïtés de la représentation à plat de volumes et limiter le nombre de vues à réaliser, de nombreuses techniques sont mises à contribution : projections, coupes, vues partielles, normes, géométrie descriptive. Ces outils sont articulés autour de l'idée de présentation sur un même support en dimension 2 de plusieurs vues simultanées de l'objet de dimension 3. Pour des objets simples, trois vues en dimension 2, par exemple de face, de dessus et de côté, permettent d'appréhender la forme de l'objet.

Les progrès des techniques informatiques de restitution et la fluidité des interfaces utilisateurs font que la sensation d'immersion 3D au travers d'un écran s'est maintenant banalisée<sup>2</sup>. La présentation d'une vue en 3 dimensions sur un écran est considérée comme acquise et ne pose, au premier ordre, plus

---

1. takad signifie *zone* ou *espace* en breton

2. Ainsi, les outils de conception assistée par ordinateur et la possibilité de construire directement une vue de l'objet en 3 dimensions réduisent peu à peu l'utilisation du dessin technique.

question. Il est ainsi possible dans cette vue de tourner le regard, de se déplacer, de sélectionner des objets etc.

L'idée développée ici est de reprendre les principes du dessin technique et de tirer les bénéfices de la banalisation des moyens de visualisation en 3D pour représenter un espace géométrique de 4 dimensions.

## 2 Représentation

On considère un espace géométrique de dimension 4 doté d'un repère orthonormé  $(O, x, y, z, w)$ .

Issu de cet espace, en *réduisant* chacun des axes, on génère 4 espaces orthonormés de dimension 3  $(O, x, y, z)$ ,  $(O, x, y, w)$ ,  $(O, x, z, w)$  et  $(O, y, z, w)$ . Ces 4 espaces, nommés *subvues*, sont représentés en table, reprenant les principes du dessin technique.

4 <sup>ème</sup> vue	dessus
X - $(O, y, z, w)$	Y - $(O, x, z, w)$
côté	face
Z - $(O, x, y, w)$	W - $(O, x, y, z)$

La *réduction* peut tout aussi bien être une projection selon l'axe considéré sur l'espace résultant ou une coupe selon un hyperplan perpendiculaire à cet axe.

L'utilisation d'un autre groupe d'espaces orthogonaux entre eux revient à un changement simple de variable, et l'emploi d'espaces non orthogonaux n'est pas retenu afin de faciliter la lecture du plan résultant.

De même que pour le dessin technique, l'utilisation de vues additionnelles selon des axes particuliers ou de détail peut être envisagée.

## 3 Intéractions

Les subvues ne sont que des vues selon un angle particulier d'un même espace en 4 dimensions. Toute modification du modèle 4D est automatiquement reportée dans les quatres subvues.

En fonction de l'usage souhaité, les subvues peuvent être autonomes ou non.

Si l'idée est de restituer la vue d'un observateur en 4D, les vues sont synchronisées car elles sont la transcription d'un mouvement d'un œil en 4D. Le changement d'angle de vue dans une subvue est donc reporté dans les autres subvues.

Si le but est de faciliter l'exploration de chacune des subvues afin de se faire une idée autonome de l'objet en 4D, les interactions 3D dans chaque subvue sont indépendantes. Par analogie, se déplacer dans une subvue revient à tourner le plan d'une pièce, ce mouvement n'a pas d'incidence sur la pièce ou les autres vues.

Ces deux comportements sont illustrés dans les deux cas d'usages développés.

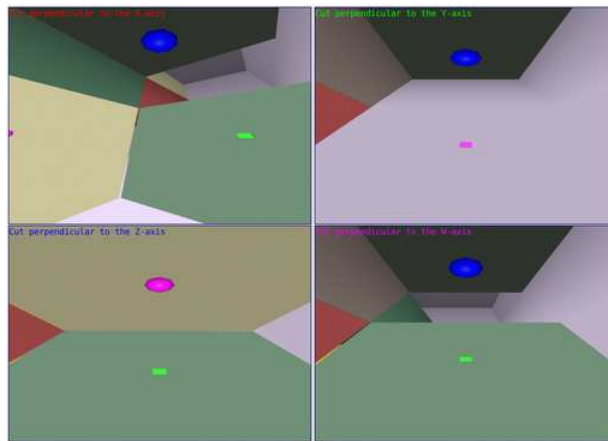


FIG. 4.1: Labyrinthe 4D

## 4 Cas d'usage

Deux cas d'usage sont développés sur la page [www.raktres.net/tak4d](http://www.raktres.net/tak4d), un labyrinthe 4D et un outil de visualisation géométrique.

### 4.1 Labyrinthe

Un observateur est plongé dans un labyrinthe en 4 dimensions. Ce qu'il voit est restitué au travers des 4 subvues qui représentent les coupes de l'espace (4.1). Il est possible de le guider selon les 4 axes X, Y, Z et W pour trouver un trésor.

Le système de représentation à quatre subvues permet une appropriation rapide de l'environnement et une navigation aisée.

### 4.2 Visualisation géométrique

L'outil de visualisation permet de choisir parmi plusieurs modèles en 4D et de les manipuler via des translations et des rotations (4.2). Les 4 subvues peuvent être au choix des projections ou des coupes. Il s'appuie sur les algorithmes ADSODA<sup>3</sup> imaginés par Greg Ferrar<sup>4</sup> qui permettent de modéliser des hypervolumes convexes en dimension quelconque. Cet outil pédagogique permet de manipuler et d'appréhender des modèles géométriques en 4 dimensions.

## 5 Conclusion

Les différents outils de visualisation de la 4ème dimension s'appuient aujourd'hui sur une vue unique, la 4ème dimension étant restituée par une séquence

3. Arbitrary-Dimensional Solid Object Display Algorithm

4. [http://www.raktres.net/tak4d/2014\\_Greg\\_Ferrar-ADSODA.pdf](http://www.raktres.net/tak4d/2014_Greg_Ferrar-ADSODA.pdf)

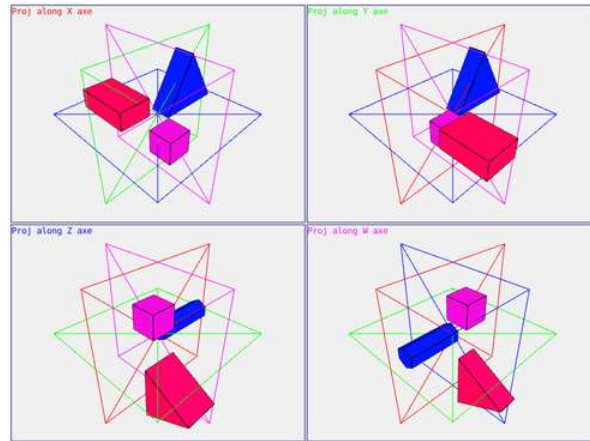


FIG. 4.2: Visualisation géométrique 4D

ou une convention particulière (projection, couleur). Si ces représentations répondent à un besoin<sup>5</sup>, elles ont une capacité de description limitée des volumes dans l'espace et ne permettent pas la manipulation directe de formes complexes.

Le mode de visualisation décrit ici, s'appuyant sur des principes éprouvés d'ingénierie, propose une nouvelle perspective d'appropriation d'un espace en 4 dimensions mettant à profit les capacités humaines de spatialisation et les avancées de représentation 3D.

## Références

- [1] Edwin Abbot. *Flatland : A Romance of Many Dimensions*. 1884.
- [2] T Aflalo and Michael Graziano. Four-dimensional spatial reasoning in humans. *Journal of experimental psychology. Human perception and performance*, 34 :1066–77, 11 2008.
- [3] Henry P. Manning. *The fourth dimension simply explained*. 1910.

---

5. Les géographes, essentiellement intéressés par la représentation de la surface d'une sphère, ont développé des outils de projection variés répondant à leurs besoins spécifiques.