

Synthèse des questions mathématiques soulevées par la mise en oeuvre de jumeaux numériques pour le suivi et le pilotage de systèmes dynamiques en entreprises.

Pierre Ailliot, Anne Cuzol, Gilles Durrieu, Hélène Flourent, Emmanuel Frénod, Jules Guillot, Jean-Paul Lucas, François Septier

▶ **To cite this version:**

Pierre Ailliot, Anne Cuzol, Gilles Durrieu, Hélène Flourent, Emmanuel Frénod, et al.. Synthèse des questions mathématiques soulevées par la mise en oeuvre de jumeaux numériques pour le suivi et le pilotage de systèmes dynamiques en entreprises.. 2021. hal-03167416

HAL Id: hal-03167416
https://hal.science/hal-03167416

Preprint submitted on 12 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Synthèse des questions mathématiques soulevées par la mise en oeuvre de jumeaux numériques pour le suivi et le pilotage de systèmes dynamiques en entreprises.

Pierre Ailliot[1], Anne Cuzol[1], Gilles Durrieu[1], Hélène Flourent[2, 4], Emmanuel Frénod[1,2, 5], Jules Guillot[1], Jean-Paul Lucas[2], François Septier[1]

[1] *Université Bretagne Sud, Laboratoire de Mathématiques de Bretagne Atlantique, UMR CNRS* 6205*, France*
[2] *See-d,* 6*, rue Henri Becquerel - CP* 101*,* 56038 *Vannes Cedex, France*

Résumé

De nombreuses entreprises collectent une multitude de données de manière continue et sur l'ensemble de leurs services et de leurs productions. Désormais, un des enjeux principaux pour ces entreprises est de valoriser ces données. L'optimisation des processus de contrôle, de maintenance et de pilotage peut notamment se faire en assimilant ces données via ce que l'on appelle un jumeau numérique. Un jumeau numérique est la représentation virtuelle en temps réel de l'état le plus vraisemblable de l'entité suivie. L'entité suivie peut être un composant, un matériau, une machine, une usine, une parcelle agricole ou encore un individu. L'état le plus vraisemblable de l'entité suivie est estimé grâce à des méthodes d'Assimilation de données. Pour mettre en place ce processus d'Assimilation il est nécessaire d'avoir des capteurs ainsi qu'un modèle permettant de simuler l'évolution de l'entité suivie. Bien souvent, les systèmes physiques nécessitant la mise en place d'un jumeau numérique sont des systèmes complexes. Pour modéliser ces systèmes il est donc nécessaire d'intégrer certains aspects de leur dynamique dans le modèle afin de réaliser des prédictions de qualité. Une modélisation réaliste de ces systèmes aboutirait à la construction d'un modèle mathématique volumineux, qui contiendrait un nombre important de paramètres. L'approche du Couplage Modèle-Données est une approche couplant modélisation mathématique et apprentissage statistique. Cette approche consiste à construire un modèle mathématique parcimonieux, correspondant à une synthèse mathématique du système étudié. Le modèle mathématique obtenu contient ainsi un nombre limité de paramètres qui peuvent ensuite être ajustés à partir de données collectées. De tels modèles de simulation sont susceptibles de contenir des non-linéarités. Dans ce cas, le Filtre de Kalman d'Ensemble peut être utilisé pour construire le processus d'Assimilation de Données. Mais la mise en oeuvre de Jumeaux Numériques basés sur ces modèles soulève d'autres questions dont certaines demeurent peu explorées.

keywords : Assimilation de Données, Jumeau Numérique, Digital Twin, Couplage Modèle-Données, Filtre de Kalman, modélisation mathématique, Pilotage, Maintenance.

4. helene.flourent@univ-ubs.fr
5. emmanuel.frenod@univ-ubs.fr

1 Introduction

Les problématiques d'entreprises évoluent tout comme les moyens à disposition pour les résoudre. Les capteurs se développent et la puissance du numérique se décuple (Mourtzis et al. (2016), Qi et al. (2019)). Grâce à ces outils, de nombreuses entreprises collectent et stockent des données concernant l'ensemble de leur chaine de production. Au vu de cette révolution numérique, l'un des principaux enjeux pour ces entreprises est de valoriser ces données pour optimiser leurs processus de contrôle, de maintenance et de pilotage.

Les mathématiques représentent un outil essentiel pour traiter les problématiques d'entreprises, apporter de la connaissance et innover. Le levier prédominant aujourd'hui pour la croissance des entreprises est l'interaction entre les mathématiques, les outils du numérique et les connaissances "métier". Une des technologies clé du secteur de l'industrie et de l'agro-alimentaire 4.0 est par définition le fruit de cette interaction, il s'agit des *jumeaux numériques* (Tao et al. (2018b), Panetta (2019), Julien et Martin (2020)).

Un *jumeau numérique* est la représentation virtuelle en temps réel de l'état le plus vraisemblable de l'*entité suivie*. L'*entité suivie* peut être un composant, un matériau, une machine, une usine, une parcelle agricole ou encore un individu. Cet état le plus vraisemblable est estimé grâce à des méthodes d'*Assimilation de Données*. Pour mettre en place ce processus d'Assimilation il est nécessaire d'avoir des capteurs, placés sur ou à proximité de l'*entité suivie*, ainsi qu'un modèle permettant de simuler l'évolution de l'entité suivie, c'est à dire un *modèle de la dynamique* de cette entité. Ce *modèle de la dynamique* peut être implémenté, ce qui permet de construire un programme de simulation de l'état de l'entité suivie. La simulation de l'état fournie par le *modèle de la dynamique* de l'entité doit être ensuite confrontée aux données remontées par les capteurs. Néanmoins, les données mesurées ne peuvent pas toujours être mises directement en lien avec les simulations du modèle. Dans ces cas-là, des *modèles d'observations* doivent être construits pour pouvoir mettre en lien les simulations du modèle et les données mesurées.

2 Les termes qui gravitent autour de la notion de jumeau numérique

2.1 La notion de Jumeau Numérique

La notion de jumeau numérique ou de "digital twins" a été présentée pour la première fois par Grieves (2014). Depuis de nombreuses définitions peuvent être trouvées dans la littérature. Si on essaye de les résumer on peut dire qu'un jumeau numérique est une représentation virtuelle dynamique d'un système qui utilise des données en temps réel pour visualiser, comprendre, tester, optimiser et anticiper le fonctionnement de ce système tout au long du cycle de vie du produit (Grégorio (2020), Bolton et al. (2018) et Tao et al. (2018a)).

Le jumeau numérique se base sur un modèle capable de simuler le fonctionnement du système physique auquel il se rapporte. Ce modèle doit être capable, grâce à un historique de données, d'apprendre et de s'ajuster afin de ne pas être simplement une

copie virtuelle du système mais véritablement se confondre avec lui. Un modèle de la dynamique intégré dans un processus d'Assimilation permet, grâce à de la collecte de données en temps réel, d'estimer l'état réel du système physique (Thevenon (2017) et Grieves (2014)).

2.2 Le Couplage Modèle-Données

Le couplage modèle-données peut être défini comme une combinaison optimale entre la valorisation de l'information apportée par un modèle et celle de l'information contenue dans des données (Flourent (2020)). Dans le cadre de la mise en place de jumeaux numériques, la notion de couplage Modèle-Données peut intervenir à deux niveaux : Lors de la construction du modèle de la dynamique et lors de l'estimation de l'état le plus vraisemblable de l'entité.

2.2.1 L'utilisation du Couplage Modèle-Données pour construire le modèle de la dynamique

Lorsqu'il s'agit de modélisation, le Couplage Modèle-Données correspond à une approche qui se situe à mi-chemin entre les approches "boîtes-noires" et "boîtes-blanches" (Vázquez-Cruz et al. (2014)). En effet le Couplage Modèle-Données consiste à intégrer des connaissances concernant la dynamique du système étudié via la construction d'un modèle mathématique et à utiliser ensuite des données pour ajuster les paramètres du modèle construit (Flourent (2020)). Il s'agit donc d'une approche couplant modélisation mathématique et apprentissage statistique. Le Couplage Modèle-Données est aujourd'hui surtout utilisé dans le domaine de la météorologie (Simmons et Hollingsworth (2002)), de l'hydrologie (Kim et Barros (2002), Crosson et al. (2002) et Mackay et al. (2003)), de la bio-géochimie (Barrett (2002), Barrett et al. (2005), Rayner et al. (2005) et Sacks et al. (2006)), et de l'océanographie (Ailliot et al. (2006)). Ces domaines sont des secteurs dans lesquels il est nécessaire de prendre en compte au moins certains aspects de la dynamique du système étudié pour réaliser des prédictions précises. Seulement, le système étudié est souvent complexe et une modélisation réaliste de celui-ci aboutirait à la construction d'un modèle mathématique volumineux. Ainsi, comme cela est décrit dans les travaux de Frénod (2017), Rousseau et Nodet (2013), Sacks et al. (2007) et Wang et al. (2010), l'approche du Couplage Modèle-Données consiste à construire un modèle mathématique parcimonieux, correspondant à une synthèse mathématique du système étudié. Le modèle mathématique obtenu contient ainsi un nombre limité de paramètres qui peuvent ensuite être ajustés à partir d'un historique de données collectées. Dans cette approche le niveau d'abstraction du modèle mathématique est donc choisi de façon à extraire des données le plus d'informations possibles tout en gardant un outil souple et léger, capable d'être ajusté sur un jeu de données conséquent.

2.2.2 Le couplage Modèle-Données pour estimer l'état le plus vraisemblable de l'entité suivie

Pour disposer d'un jumeau numérique il faut estimer l'état le plus vraisemblable du système physique à chaque instant. Pour cela il est nécessaire de mettre en place un processus d'Assimilation de données (Thevenon (2017) et Grieves (2014)).

L'Assimilation de Données est une méthode ayant pour objectif d'estimer l'état d'un système à un instant donné, en combinant l'information fournie par un outil de simulation et celle fournie par un flux de données collectées plus ou moins continu (Flourent (2020)). L'objectif de l'Assimilation de Données est d'utiliser les données pour corriger, de manière itérative et plus ou moins régulière, les simulations du modèle. Cette correction est réalisée en tenant compte du fait que les données contiennent du bruit et que l'outil de prédiction est associé à une erreur plus ou moins importante. Ainsi, dans le cadre de l'Assimilation de Données, plus les données sont faciles à collecter et plus les corrections peuvent être effectuées fréquemment (Auroux et Blum (2005), Gregg et al. (2009), Lguensat et al. (2017) et Lguensat et al. (2019)). Les méthodes les plus utilisées actuellement pour estimer l'état actuel d'un système à partir des données collectées et de la simulation de l'outil utilisé sont le filtre de Kalman et la méthode de Monte Carlo (Wang et al. (2000), Anderson et al. (2000), Lguensat et al. (2017) et Luo et al. (2011)).

3 L'intérêt de disposer de jumeaux numériques en entreprise

Un jumeau numérique permet de reproduire le fonctionnement d'une entité suivie, de tester et de simuler sa réponse à une action ou un stimuli. De nombreux secteurs de l'industrie s'intéressent donc désormais à la notion de jumeau numérique en vue notamment d'optimiser leur processus de contrôle, de test et de maintenance.

3.0.1 Suivre en temps réel l'état du système physique

Ces jumeaux numériques sont de plus en plus utilisés en médecine afin de reproduire virtuellement le fonctionnement d'un organisme vivant et ainsi simuler ses réactions à un traitement donné (Burgun (2019)). De la même façon, dans le monde de l'industrie les jumeaux numériques peuvent permettre de réaliser des simulations numériques du fonctionnement des objets et des matériaux produits lorsqu'ils sont soumis à certaines contraintes. Cela permet de détecter les problèmes de fabrication, de réduire le taux d'erreurs de conception et ainsi le temps de retard et les surcoûts associés (Patrix et al. (2019), Machado et al. (2017) et Cerrone et al. (2014)).

3.0.2 Optimiser les opérations de maintenance des outils de production

Les jumeaux numériques peuvent permettre la mise en place de systèmes d'alertes intelligents. En effet, en remontant à l'utilisateur l'état le plus vraisemblable du système physique souvent complexe, le jumeau numérique peut être couplé à un système d'alerte permettant d'intervenir sur les machines uniquement lorsque cela est nécessaire. L'identification du système idéal, évitant à la fois les alertes intempestives et les problèmes non détectés, nécessite souvent un travail d'analyse et de recherche fin et conséquent. De plus, grâce à des capteurs et à un serveur internet, un jumeau numérique permet de conserver tout l'historique des évènements subis par l'entité tout au long de son cycle de vie. Grâce à cet historique et à un processus d'apprentissage statistique, il est possible d'identifier la fréquence optimale avec laquelle intervenir sur l'entité en fonction de sa

robustesse et des évènements qu'elle a subis. L'entreprise peut ainsi anticiper les opérations de maintenance sans pour autant changer des pièces qui avaient encore une forte probabilité de fonctionner pendant une période non négligeable (Thevenon (2017)). Un jumeau numérique peut donc permettre d'intervenir sur l'entité uniquement à bon escient, d'anticiper les pannes, et donc d'optimiser le processus de maintenance global.

4 Modélisation de la dynamique de l'entité suivie

4.1 Les différents objets mathématiques sur lesquels peuvent être basés les processus d'Assimilation de Données

L'Assimilation de Données peut être basée sur un outil de simulation davantage guidé par les données ("Data-Driven") ou davantage par un modèle ("Model-Driven") (Lguensat et al. (2017)). Dans le cas de l'Assimilation dirigée par les données l'outil de simulation utilisé est basé sur un modèle de type "boîtes-noires", comme des réseaux de neurones ou des Forêts Aléatoires. L'Assimilation de Données peut aussi être dirigée par un modèle. Dans ce cas l'estimation de l'état le plus vraisemblable se fait à partir de la confrontation des données remontées par les capteurs et des simulations fournies par un modèle mathématique synthétisant la dynamique de l'entité suivie (Houtekamer et Mitchell (1998), Gregg et al. (2009), Luo et al. (2011) et Niu et al. (2014)).

L'Assimilation de Données peut donc être "Data-Driven" ou "Model-Driven". Néanmoins, lorsque l'entité suivie présente une dynamique complexe, l'Assimilation de Données s'avère être souvent basée sur un modèle mathématique, afin de pouvoir simuler l'évolution de l'entité avec précision (Bastianelli et Sauvant (1997)). Ces modèles mathématiques dynamiques peuvent être basés sur des Équations Différentielles Ordinaires (Chassagnole et al. (2002), Tyson et al. (2003), Rizzi et al. (1997), Chen et al. (1999) et Zúñiga et al. (2014)) ou sur des Équations aux Dérivées Partielles pour décrire plus finement la cinétique d'évolution, dans le temps et dans l'espace (Getto et Waurick (2016), Flegg et al. (2012) et Wayne et David (2007)).

4.2 Les forces d'un jumeau numérique basé sur un modèle mathématique dynamique parcimonieux pour relever les défis d'entreprises

4.2.1 Un couplage entre modélisation mathématique et apprentissage statistique pour construire un modèle de la dynamique efficient

D'après Renzullo et al. (2008), ce qui peut aujourd'hui permettre d'améliorer la précision des outils de prédiction est une combinaison optimale entre l'utilisation de données et de modèles mathématiques. Pour réaliser des simulations numériques justes et précises, il est nécessaire de prendre en compte au moins certains aspects de la dynamique du système étudié. Seulement, le système étudié est souvent très complexe et une modélisation réaliste de celui-ci prendrait du temps et aboutirait à la construction d'un modèle mathématique volumineux. Ainsi, comme cela est décrit dans les travaux de Frénod (2017), Rousseau et Nodet (2013), Sacks et al. (2007) et Wang et al. (2010), il est nécessaire de construire un modèle mathématique parcimonieux, cor-

respondant à une synthèse mathématique du système étudié. Le modèle mathématique obtenu contient ainsi un nombre limité de paramètres qui sont ensuite ajustés à partir de données collectées. Dans cette approche le niveau d'abstraction du modèle mathématique est donc choisi de façon à extraire des données le plus d'informations possibles tout en gardant un outil souple et léger, capable d'être ajusté sur un jeu de données. L'ajustement du modèle passe par l'optimisation de la valeur des paramètres du modèle qui se base sur la minimisation d'une fonction de coût (Renzullo et al. (2008)).

4.2.2 Un jumeau numérique capable de fonctionner malgré une quantité de données collectées parfois limitée

L'enjeu majeur pour réaliser de l'Assimilation de Données en entreprise est de disposer d'un modèle relativement léger, capable de fournir des prédictions précises et fiables malgré peu de données disponibles pour l'ajuster et le corriger (Luo et al. (2011) et Niu et al. (2014)). En effet, certaines informations sont difficiles à collecter et certaines entreprises n'ont pas encore mis en oeuvre les moyens nécessaires pour collecter énormément de données. Or, lorsque l'on souhaite réaliser de l'Assimilation de Données dans des contextes où l'on dispose de peu de données il est nécessaire d'avoir un outil capable de fournir des prédictions précises malgré un ajustement effectué préalablement sur peu de données. Si nous sommes dans un contexte dans lequel la collecte de données de qualité est difficile, il faudra également que cet outil soit robuste et qu'il fournisse des prédictions ne nécessitant pas de corrections trop fréquentes. Dans ce genre de contextes l'Assimilation de Données se doit dont d'être davantage dirigée par un modèle mathématique dynamique contenant peu de paramètres à ajuster (Niu et al. (2014)).

4.2.3 Valoriser et intégrer dans les algorithmes de l'expertise et des connaissances métiers

Couplées au numérique, les mathématiques permettent de construire des modèles personnalisés qui intègrent et donc qui valorisent les connaissances et l'expertise acquise par l'entreprise. Les mathématiques peuvent permettre de modéliser, avec un niveau d'abstraction plus ou moins élevé, le fonctionnement d'une machine, de l'usine ou d'un animal lorsque l'entreprise est un élevage. De plus, au-delà de cette valorisation de connaissances, la personnalisation du modèle de prédiction, élaborée en collaboration avec l'entreprise, permet de gagner la confiance des futurs utilisateurs.

Pour conclure, le couplage Modèle-Données implique la construction d'un modèle et nécessite donc plus de connaissances a priori concernant la dynamique du système étudié (Bartocci et al. (2014)). Cependant, via la construction d'un modèle mathématique contenant des paramètres, l'apprentissage statistique paramétrique permet d'intégrer des hypothèses, renforcer la capacité d'ajustement du modèle et ainsi apprendre à partir d'une moins grande quantité de données (Mouret (2016), Phua et al. (2017) et Morik et al. (1999)). Au vu de ces constats, la combinaison entre la modélisation mathématique et l'apprentissage statistique qu'offre le Couplage Modèle-Données, est une approche parfaitement adaptée pour réaliser ensuite de l'Assimilation de Données complexes en entreprise (Kotsiantis et al. (2007), Hastie et al. (2009) et Iniesta et al. (2016)).

5 Les méthodes d'Assimilation de Données à utiliser lorsque le modèle est non-linéaire

Comme nous l'avons vu, un jumeau numérique basé sur un modèle mathématique intégrant des connaissances a priori présente plusieurs avantages. Néanmoins, ces modèles mathématiques dynamiques sont susceptibles de contenir des non-linéarités. Le filtre de Kalman est une des méthodes d'Assimilation de Données les plus utilisées (Luo et al. (2011) et Lguensat et al. (2017)). Cependant, ce filtre présente certaines limites, notamment face à des problèmes non-linéaires. C'est pourquoi des adaptations de ce filtre ont été développées.

5.1 Le Filtre de Kalman sans parfum

Le filtre de Kalman sans parfum s'appuie sur une transformation dite "sans parfum" (Julier et Uhlmann (1997)). Elle a pour but de déterminer la moyenne et la covariance de l'état d'un ensemble de points appelés "sigma-points", caractéristiques de la distribution. Le filtre comporte alors une étape supplémentaire visant à calculer ces points. Une étape correspondant à celle de prédiction du filtre de Kalman suit, et fait appel au modèle de prédiction. Une estimation de la moyenne et de la covariance a posteriori des états est ensuite possible. Ce filtre a l'avantage de présenter une meilleure stabilité numérique, ainsi qu'une meilleure robustesse face à des problèmes fortement non-linéaires en comparaison au filtre de Kalman classique (Wan et Van Der Merwe (2000)). Cependant, sa mise en place peut se révéler moins efficace pour des vecteurs d'état de grandes dimensions (Simon (2006)).

5.2 Filtre de Kalman d'ensemble

Le filtre d'ensemble repose sur une approche du type Monte Carlo, qui vise à estimer l'état du système grâce à un ensemble de vecteurs d'état (Evensen (2003)). On considère alors un ensemble d'estimations de l'état, et les erreurs sont représentées statistiquement par un nuage de points. De la même façon que pour le filtre de Kalman classique, une étape de prédiction est effectuée, mais cette fois sur chaque membre de l'ensemble en utilisant le modèle de prédiction. L'état prédit devient alors la moyenne sur l'ensemble de ces états, et il permet d'obtenir la matrice de covariance des états prédits. La mise à jour correspond à l'étape de filtrage du filtre de Kalman dans laquelle le calcul de la matrice de covariance des états filtrés n'est plus nécessaire.

Ce filtre se distingue des autres algorithmes de type Monte Carlo, et plus notamment des filtres à particules, par l'étape de filtrage. Il repose en effet sur une règle de mise à jour linéaire, au sens où les états de l'ensemble sont corrigés via les équations de Kalman, et non en faisant appel à des poids ou des ré-échantillonnages, moins robustes aux problèmes de grandes dimensions (Stordal et al. (2011), Bengtsson et al. (2008), Crow (2003) et Reichle et al. (2002)). Les résultats obtenus à partir du filtre d'ensemble sont ainsi meilleurs que ceux issus des filtres particulaires, notamment en présence d'erreurs de modèle et d'observation importantes.

Ce filtre, déjà utilisé récemment dans le cadre de la construction de jumeaux numériques (Elshahawi et Filippov (2019), Wang et Xiao (2016) et Kang et al. (2020)), est particulièrement adapté lorsque l'on manipule des systèmes de grandes dimensions

fortement non-linéaires (Luo et Moroz (2008)). De plus, étant donné qu'il est parallélisable, le filtre de Kalman d'Ensemble permet un gain de temps de calcul non-négligeable. Cette évolution du filtre de Kalman semble donc particulièrement adaptée pour réaliser une procédure d'Assimilation de Données permettant de mettre à jour le jumeau numérique d'une entreprise.

6 Les problématiques à explorer ou à approfondir

6.1 Initialisation des matrices de variance-covariance

Une étape nécessaire à la mise en place d'un filtre de Kalman, qu'il soit classique, étendu, ou d'ensemble, est celle de l'initialisation des matrices de covariance des erreurs. Cependant, il existe très peu d'informations à ce sujet. Certaines études ont montré que le processus d'Assimilation de Données finissait par corriger les défauts d'initialisation (Zhang et al. (2004)). Néanmoins, l'initialisation des matrices de variance-covariance peut influencer les résultats de l'Assimilation de Données lors des premières itérations et de manière plus durable si celle-ci est trop aberrante.

En fonction du cadre d'application, il peut être assez difficile d'accéder à des informations concernant les erreurs du modèle ou des observations (Dee (1995)). Pour la plupart des études, les matrices d'erreurs sont ainsi initialisées à partir de critères arbitraires et propres au problème considéré. Il est cependant possible de disposer d'informations sur les erreurs liées aux différents capteurs utilisés, permettant une initialisation de la matrice de covariance des erreurs d'observation assez proche de la réalité. La matrice "Identité" sert souvent à initialiser la matrice associée à l'erreur du modèle (Teppola et al. (1999)). Néanmoins, comme pour les capteurs, une étude de la qualité de prédiction du modèle utilisé pourrait permettre d'initialiser les matrices d'erreur de manière réaliste.

6.2 Quantité et dispersion temporelle des données collectées

L'obtention d'un processus d'Assimilation de Données performant repose en partie sur la pertinence du modèle de la dynamique. Mais la qualité et la quantité de données disponibles est également un facteur important.

Pour disposer d'un modèle de la dynamique de l'entité fiable il est nécessaire d'ajuster ce modèle sur un historique de données. La taille minimale de cet historique dépendra du type de modèle. Un modèle "Data-Driven", comme par exemple des réseaux de neurones, nécessiteront une quantité de données importantes pour pouvoir être ajuster (Dumpala et al. (2017)). En revanche, certains modèles basés sur du Couplage Modèle-Données peuvent avoir la capacité de s'ajuster sur peu de données (Mouret (2016), Phua et al. (2017) et Flourent et al. (Submitted)).

Dans le cadre de l'Assimilation de Données, pour que le processus soit basé sur des simulations pertinentes, il est recommandé de disposer d'une quantité de données importante. En effet, des études ont montré que plus les sources d'informations étaient nombreuses, plus les résultats de l'Assimilation étaient satisfaisants (Rakovec et al. (2012) et Wu et al. (2012)). Lorsque la collecte de données est difficile, une étude doit être réalisée pour déterminer les variables ayant le plus de poids dans le processus d'Assi-

milation. Cette catégorisation permettra de cibler les variables clés et de prioriser la collecte de données.

La fréquence de la collecte de données est également un aspect important. La fréquence optimale de remontée de données dépend de chaque cas d'étude. Des indicateurs peuvent être construits en fonction de la complexité des phénomènes étudiés et de leur vitesse d'évolution (Bent (2017)). Plus les phénomènes sous-jacents à l'origine de dynamique de l'entité suivie sont instables, plus la remonté de données devra être fréquente. Il en sera de même, si ce sont les conditions extérieures et l'environnement de l'entité suivie qui sont très variables. La fréquence de la remonté de données peut être différente selon la nature des sources d'informations. Dans ce cas, des processus d'interpolation et d'extrapolation peuvent être nécessaires pour uniformiser et permettre l'intégration des observations dans le processus d'Assimilation. Dans les cas où l'on souhaite étudier des systèmes évoluant à diverses échelles dans le temps et dans l'espace, la construction de sous-modèles et l'utilisation de méthode d'Assimilation Couplée (Coupled Data Assimilation (CDA)) peut également être possible (Tondeur et al. (2020)).

6.3 Fréquence d'Assimilation

Le processus d'Assimilation de Données et un processus itératif et la fréquence avec laquelle est réalisée ce processus peut varier. La fréquence de mise à jour de l'état de l'entité peut influencer la qualité de l'estimation de l'état de l'entité (Valdes-Abellan et al. (2019)). Cependant, déterminer la fréquence optimale n'est pas une tâche aisée.

La fréquence d'Assimilation se base souvent sur la fréquence de la collecte de données et est au moins supérieure à la fréquence de remontée des données (Rakovec et al. (2012)). Lorsque les phénomènes étudiés sont complexes et que la quantité de données collectée est importante, une des stratégies pour extraire le plus d'information possible c'est d'augmenter la fréquence d'Assimilation. Néanmoins, la mise à jour de l'état peut engendrer un choc au niveau du modèle (He et al. (2020)). De ce fait, si l'Assimilation est trop fréquente cela peut être néfaste pour la qualité des prédictions (Valdes-Abellan et al. (2019)). Si le modèle de la dynamique est un modèle stable alors l'augmentation de la fréquence d'Assimilation peut permettre de réduire les erreurs d'estimation. En revanche, si le modèle est instable les études montrent qu'une Assimilation trop fréquente dégrade la qualité des prévisions. Dans ce cas il est donc préférable d'avoir recourt à d'autres méthodes de stabilisation comme la méthode d'Assimilation par incrémentation (Incremental Analysis Update, IAU) (He et al. (2020) et Ourmieres et al. (2006)). La méthode IAU permet de réduire les chocs dans le modèle induits par la mise à jour de l'état de l'entité en réalisant le processus de mise à jour de manière progressive sur un laps de temps donné. Une version continue de l'EnKF inspirée de cette méthode a été mise au point et permet d'intégrer les observations progressivement dans le processus d'Assimilation de Données (Lei et al. (2012) et Lei et Whitaker (2016)).

En pratique, dans la littérature la fréquence d'Assimilation oscille souvent autour de 6h (He et al. (2020), Buehner et al. (2010), Houtekamer et Mitchell (2005), Houtekamer et al. (2014) et Whitaker et al. (2008)). Mais cette fréquence peut augmenter selon le phénomène étudié (Aksoy et al. (2009), Honda et al. (2018) et Snyder et Zhang (2003)). La fréquence optimale d'Assimilation est donc à déterminer en fonction de la stabilité du modèle, de la fréquence de la collecte de données et de la

dynamique d'évolution de l'entité suivie.

7 Conclusion

La mise en oeuvre de jumeaux numériques pour le suivi et le pilotage de systèmes dynamiques en entreprises soulève de nombreuses questions mathématiques. Le modèle mathématique le plus performant, la fréquence de collecte nécessaire ou encore l'initialisation des matrices, sont des questions qui dépendent de la nature de l'entité à suivre et des données à collecter. Cependant certaines approches sont particulièrement prometteuses pour construire des jumeaux numériques efficients.

Un jumeau numérique peut être construit à partir d'un processus d'Assimilation de Données basé sur un Filtre de Kalman d'Ensemble, dont le modèle de prédiction est un modèle mathématique dynamique personnalisé et synthétique. Or, cette approche de Couplage Modèle-Données globale semble être, à plusieurs égards, tout à fait appropriée pour mettre en place des jumeaux numériques capables de traiter des problématiques d'entreprises. En effet la modélisation "sur-mesure" mais parcimonieuse permet de construire un modèle de prédiction adapté aux besoins et aux moyens de l'entreprise tout en valorisant les connaissances métiers dont elle dispose. Le Filtre de Kalman d'Ensemble permet quant à lui de gérer les éventuelles non-linéarités intégrées dans le modèle.

La construction du modèle de prédiction et du processus de mise à jour de l'état de l'entité sont deux aspects qui ont déjà fait l'objet de nombreuses recherches. En revanche, certaines questions restent encore à explorer. C'est le cas notamment de l'impact de la fréquence de la remontée de données, de la fréquence d'Assimilation de ces données et de l'impact de l'initialisation des matrices intervenant dans le processus de mise à jour de l'état.

Références

Ailliot, P., E. Frénod et V. Monbet (2006). "Long term object drift in the ocean with tide and wind." In : *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation : A SIAM Interdisciplinary Journal* 5 (2), p. 514 -531. URL : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00129093.

Aksoy, Altuğ, David C Dowell et Chris Snyder (2009). "A multicase comparative assessment of the ensemble Kalman filter for assimilation of radar observations. Part I : Storm-scale analyses". In : *Monthly Weather Review* 137.6, p. 1805-1824.

Anderson, L. A., A. R. Robinson et C. J. Lozano (2000). "Physical and biological modeling in the Gulf Stream region : : I. Data assimilation methodology". In : *Deep Sea Research Part I : Oceanographic Research Papers* 47.10, p. 1787-1827.

Auroux, D. et J. Blum (2005). "Back and forth nudging algorithm for data assimilation problems". In : *Comptes Rendus Mathematique* 340.12, p. 873-878.

Barrett, D., M. Hill, L. Hutley, J. Beringer, J. H. Xu, G. Cook, J. Carter et R. J. Williams (2005). "Prospects for improving savanna biophysical models by using multiple-constraints model-data assimilation methods". In : *Australian Journal of Botany* 53(7). DOI : 10.1071/BT04139.

Barrett, D. J. (2002). "Steady state turnover time of carbon in the Australian terrestrial biosphere". In : *Global Biogeochemical Cycles* 16.4, p. 55-1-55-21. doi : 10.1029/2002GB001860. eprint : https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2002GB001860. url : https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2002GB001860.

Bartocci, Ezio, Luca Bortolussi et Guido Sanguinetti (2014). "Data-Driven Statistical Learning of Temporal Logic Properties". In : *Formal Modeling and Analysis of Timed Systems*, p. 23.

Bastianelli, D. et D. Sauvant (1997). "Modelling the mechanisms of pig growth." In : *Livestock Production Science*.

Bengtsson, Thomas, Peter Bickel, Bo Li et al. (2008). "Curse-of-dimensionality revisited : Collapse of the particle filter in very large scale systems". In : *Probability and statistics : Essays in honor of David A. Freedman*. Institute of Mathematical Statistics, p. 316-334.

Bent, John (2017). "Autonomous UAV Path Planning for Wildfire Data Collection". In :

Bolton, Ruth N, Janet R McColl-Kennedy, Lilliemay Cheung, Andrew Gallan, Chiara Orsingher, Lars Witell et Mohamed Zaki (2018). "Customer experience challenges : bringing together digital, physical and social realms". In : *Journal of Service Management*.

Buehner, Mark, PL Houtekamer, Cecilien Charette, Herschel L Mitchell et Bin He (2010). "Intercomparison of variational data assimilation and the ensemble Kalman filter for global deterministic NWP. Part I : Description and single-observation experiments". In : *Monthly Weather Review* 138.5, p. 1550-1566.

Burgun, A (2019). "Basis and perspectives of artificial intelligence in radiation therapy". In : *Cancer radiotherapie : journal de la Societe francaise de radiotherapie oncologique* 23.8, p. 913-916.

Cerrone, Albert, Jacob Hochhalter, Gerd Heber et Anthony Ingraffea (2014). "On the effects of modeling as-manufactured geometry : toward digital twin". In : *International Journal of Aerospace Engineering* 2014.

Chassagnole, C., N. Noisommit-Rizzi, J. Schmid, K. Mauch et M. Reuss (2002). "Dynamic modeling of the central carbon metabolism of Escherichia coli". In : *Biotechnology and bioengineering* 79.1, p. 53-73.

Chen, Ting, Hongyu L He et George M Church (1999). "Modeling gene expression with differential equations". In : *Biocomputing'99*. World Scientific, p. 29-40.

Crosson, W. L., C. A. Laymon, R. Inguva et M. P. Schamschula (2002). "Assimilating remote sensing data in a surface flux–soil moisture model". In : *Hydrological Processes* 16, p. 1645-1662. doi : 10.1002/hyp.1051.

Crow, Wade T (2003). "Correcting land surface model predictions for the impact of temporally sparse rainfall rate measurements using an ensemble Kalman filter and surface brightness temperature observations". In : *Journal of hydrometeorology* 4.5, p. 960-973.

Dee, Dick P (1995). "On-line estimation of error covariance parameters for atmospheric data assimilation". In : *Monthly weather review* 123.4, p. 1128-1145.

Dumpala, S. H., R. Chakraborty et S. K. Kopparapu (2017). *k-FFNN : A priori knowledge infused Feed-forward Neural Networks*. arXiv : 1704.07055 [cs.LG].

Elshahawi, Hani, Andrey Filippov et al. (2019). "Real-Time Monitoring and Interpretation of Wireline Formation Testing Using Ensemble Kalman Filter". In : *Offshore Technology Conference*. Offshore Technology Conference.

Evensen, Geir (2003). "The ensemble Kalman filter : Theoretical formulation and practical implementation". In : *Ocean dynamics* 53.4, p. 343-367.

Flegg, J. A., H. M. Byrne, M. B. Flegg et S. D. L. McElwain (2012). "Wound healing angiogenesis : The clinical implications of a simple mathematical model". In : *Journal of Theoretical Biology* 300, p. 309 -316. issn : 0022-5193. doi : https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2012.01.043. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002251931200063X.

Flourent, H., E. Frénod et V. Sincholle (Submitted). "An innovating Statistical Learning Tool based on Partial Differential Equations, intending livestock Data Assimilation".

Flourent, Hélène (2020). "Construction et analyse d'outils d'apprentissage statistique biomimétiques basés sur des systèmes d'Equations aux Dérivées Partielles pour l'Assimilation de Données d'élevage." Thèse de doct. Université de Bretagne Sud.

Frénod, E. (2017). "A PDE-like Toy-Model of Territory Working". In : *Understanding Interactions in Complex Systems - Toward a Science of Interaction*. Understanding Interactions in Complex Systems - Toward a Science of Interaction. Cambridge Scholar Publishing, p. 37-47. url : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00817522.

Getto, Philipp et Marcus Waurick (2016). "A differential equation with state-dependent delay from cell population biology". In : *Journal of Differential Equations* 260.7, p. 6176 -6200. issn : 0022-0396. doi : https://doi.org/10.1016/j.jde.2015.12.038. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022039615007032.

Gregg, W. W., M. AM. Friedrichs, A. R. Robinson, K. A. Rose, R. Schlitzer, K. R. Thompson et S. C. Doney (2009). "Skill assessment in ocean biological data assimilation". In : *Journal of Marine Systems* 76.1-2, p. 16-33.

Grégorio, Jean-Loup (2020). "Contribution à la définition d'un jumeau numérique pour la maîtrise de la qualité géométrique des structures aéronautiques lors de leurs processus d'assemblage". Thèse de doct. Université Paris-Saclay.

Grieves, Michael (2014). "Digital twin : manufacturing excellence through virtual factory replication". In : *White paper* 1, p. 1-7.

Hastie, T., R. Tibshirani et J. Friedman (2009). "The elements of statistical learning : data mining, inference, and prediction, Springer Series in Statistics". In :

He, Huan, Lili Lei, Jeffrey S Whitaker et Zhe-Min Tan (2020). "Impacts of Assimilation Frequency on Ensemble Kalman Filter Data Assimilation and Imbalances". In : *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 12.10, e2020MS002187.

Honda, Takumi, Takemasa Miyoshi, Guo-Yuan Lien, Seiya Nishizawa, Ryuji Yoshida, Sachiho A Adachi, Koji Terasaki, Kozo Okamoto, Hirofumi Tomita et Kotaro Bessho (2018). "Assimilating all-sky Himawari-8 satellite infrared radiances : A case of Typhoon Soudelor (2015)". In : *Monthly Weather Review* 146.1, p. 213-229.

Houtekamer, Peter L et Herschel L Mitchell (1998). "Data assimilation using an ensemble Kalman filter technique". In : *Monthly Weather Review* 126.3, p. 796-811.

Houtekamer, Peter L et Herschel L Mitchell (2005). "Ensemble kalman filtering". In : *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society : A journal of the atmospheric sciences, applied meteorology and physical oceanography* 131.613, p. 3269-3289.

Houtekamer, PL, Xingxiu Deng, Herschel L Mitchell, Seung-Jong Baek et Normand Gagnon (2014). "Higher resolution in an operational ensemble Kalman filter". In : *Monthly Weather Review* 142.3, p. 1143-1162.

Iniesta, R, D Stahl et P McGuffin (2016). "Machine learning, statistical learning and the future of biological research in psychiatry". In : *Psychological medicine* 46.12, p. 2455-2465.

Julien, Nathalie et Éric Martin (2020). *Le jumeau numérique : De l'intelligence artificielle à l'industrie agile*. Dunod.

Julier, Simon J et Jeffrey K Uhlmann (1997). "New extension of the Kalman filter to nonlinear systems". In : *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI*. T. 3068. International Society for Optics et Photonics, p. 182-193.

Kang, Byeongcheol, Hyungsik Jung, Hoonyoung Jeong et Jonggeun Choe (2020). "Characterization of three-dimensional channel reservoirs using ensemble Kalman filter assisted by principal component analysis". In : *Petroleum Science* 17.1, p. 182-195.

Kim, G. et A. P. Barros (2002). "Space–time characterization of soil moisture from passive microwave remotely sensed imagery and ancillary data". In : *Remote Sensing of Environment* 81.2, p. 393 -403. issn : 0034-4257. doi : https://doi.org/10.1016/S0034-4257(02)00014-7. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034425702000147.

Kotsiantis, Sotiris B, I Zaharakis et P Pintelas (2007). "Supervised machine learning : A review of classification techniques". In : *Emerging artificial intelligence applications in computer engineering* 160, p. 3-24.

Lei, Lili et Jeffrey S Whitaker (2016). "A four-dimensional incremental analysis update for the ensemble Kalman filter". In : *Monthly Weather Review* 144.7, p. 2605-2621.

Lei, Lili, David R Stauffer, Sue Ellen Haupt et George S Young (2012). "A hybrid nudging-ensemble Kalman filter approach to data assimilation. Part I : application in the Lorenz system". In : *Tellus A : Dynamic Meteorology and Oceanography* 64.1, p. 18484.

Lguensat, R., P. Tandeo, P. Ailliot, M. Pulido et R. Fablet (2017). "The analog data assimilation". In : *Monthly Weather Review* 145.10, p. 4093-4107.

Lguensat, R., P. H. Viet, M. Sun, G. Chen, T. Fenglin, B. Chapron et R. Fablet (2019). "Data-driven Interpolation of Sea Level Anomalies using Analog Data Assimilation". In : *Remote Sensing* 11.7, p. 858.

Luo, Xiaodong et Irene M Moroz (2008). "State estimation in high dimensional systems : the method of the ensemble unscented Kalman filter". In : *Inference and Estimation in Probabilistic Time-Series Models*.

Luo, Yiqi, Kiona Ogle, Colin Tucker, Shenfeng Fei, Chao Gao, Shannon LaDeau, James S Clark et David S Schimel (2011). "Ecological forecasting and data assimilation in a data-rich era". In : *Ecological Applications* 21.5, p. 1429-1442.

Machado, Charles, Mohamed Guessasma, Valéry Bourny, Robert Bouzerar, Jérôme Fortin, Stéphanie Baudon et Emmanuel Bellenger (2017). "Modélisation

numérique discrete innovante pour le monitoring électrique des roulements". In : *Congrès français de mécanique*. AFM, Association Française de Mécanique.

Mackay, D. S., S. Samanta, R. R. Nemani et L. E. Band (2003). "Multi-objective parameter estimation for simulating canopy transpiration in forested watersheds". In : *Journal of Hydrology* 277.3, p. 230 -247. issn : 0022-1694. doi : https://doi.org/10.1016/S0022-1694(03)00130-6. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169403001306.

Morik, K., P. Brockhausen et T. Joachims (1999). *Combining statistical learning with a knowledge-based approach : a case study in intensive care monitoring*. Rapp. tech. Technical Report, SFB 475 : Komplexitätsreduktion in Multivariaten ...

Mouret, J. B. (2016). "Micro-data learning : The other end of the spectrum". In : *arXiv preprint arXiv :1610.00946*.

Mourtzis, D, E Vlachou et NJPC Milas (2016). "Industrial big data as a result of IoT adoption in manufacturing". In : *Procedia cirp* 55, p. 290-295.

Niu, Shuli, Yiqi Luo, Michael C Dietze, Trevor F Keenan, Zheng Shi, Jianwei Li et F Stuart Chapin III (2014). "The role of data assimilation in predictive ecology". In : *Ecosphere* 5.5, p. 1-16.

Ourmieres, Yann, Jean-Michel Brankart, L Berline, Pierre Brasseur et Jacques Verron (2006). "Incremental analysis update implementation into a sequential ocean data assimilation system". In : *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology* 23.12, p. 1729-1744.

Panetta, Kasey (2019). "Strategic Technology Trends for 2019". In :

Patrix, Jérémy, Beranger Six et Sylvain Lintz (2019). "Accélération de la simulation d'Emulatio, un jumeau numérique de schéma électrique par fusion de données et intelligence augmentée". In : *Conférence JFDPA - PFIA 2020*.

Phua, Y., T. Ribeiro, S. Tourret et K. Inoue (2017). "Learning Logic Program Representation for Delayed Systems With Limited Training Data". In :

Qi, Qinglin, Fei Tao, Tianliang Hu, Nabil Anwer, Ang Liu, Yongli Wei, Lihui Wang et AYC Nee (2019). "Enabling technologies and tools for digital twin". In : *Journal of Manufacturing Systems*.

Rakovec, O, AH Weerts, P Hazenberg, PJJF Torfs et R Uijlenhoet (2012). "State updating of a distributed hydrological model with Ensemble Kalman Filtering : effects of updating frequency and observation network density on forecast accuracy". In : *Hydrology and Earth System Sciences* 16.9, p. 3435-3449.

Rayner, P. J., M. Scholze, W. Knorr, T. Kaminski, R. Giering et H. Widmann (2005). "Two decades of terrestrial carbon fluxes from a carbon cycle data assimilation system (CCDAS)". In : *Global Biogeochemical Cycles* 19.2. doi : 10.1029/2004GB002254. eprint : https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2004GB002254. url : https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/2004GB002254.

Reichle, Rolf H, Dennis B McLaughlin et Dara Entekhabi (2002). "Hydrologic data assimilation with the ensemble Kalman filter". In : *Monthly Weather Review* 130.1, p. 103-114.

Renzullo, L. J., D. J. Barrett, A. S. Marks, M. J. Hill, J. P. Guerschman, Q. Mu et S. W. Running (2008). "Multi-sensor model-data fusion for estimation of hydrologic and energy flux parameters". In : *Remote Sensing of Environment* 112.4. Remote Sensing Data Assimilation Special Issue, p. 1306 -1319. issn : 0034-

4257. DOI : https://doi.org/10.1016/j.rse.2007.06.022. URL : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0034425707003227.

Rizzi, M., M. Baltes, U. Theobald et M. Reuss (1997). "In vivo analysis of metabolic dynamics in Saccharomyces cerevisiae : II. Mathematical model". In : *Biotechnology and bioengineering* 55.4, p. 592-608.

Rousseau, A. et M. Nodet (2013). "Modélisation mathématique et assimilation de données pour les sciences de l'environnement". In : *Bulletin de l'APMED* 505, p. 467-472.

Sacks, W. J., D. S. Schimel, R. K. Monson et B. H. Braswell (2006). "Model-data synthesis of diurnal and seasonal CO2 fluxes at Niwot Ridge, Colorado". In : *Global Change Biology* 12.2, p. 240-259. DOI : 10.1111/j.1365-2486.2005.01059.x. eprint : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/j.1365-2486.2005.01059.x. URL : https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1365-2486.2005.01059.x.

Sacks, W. J., D. S. Schimel et R. K. Monson (2007). "Coupling between carbon cycling and climate in a high-elevation, subalpine forest : a model-data fusion analysis". en. In : *Oecologia* 151.1, p. 54-68. ISSN : 0029-8549, 1432-1939. DOI : 10.1007/s00442-006-0565-2. URL : http://link.springer.com/10.1007/s00442-006-0565-2 (visité le 22/11/2018).

Simmons, A. J. et A. Hollingsworth (2002). "Some aspects of the improvement in skill of numerical weather prediction". In : *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 128.580, p. 647-677. DOI : 10.1256/003590002321042135. URL : https://rmets.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1256/003590002321042135.

Simon, Dan (2006). *Optimal state estimation : Kalman, H infinity, and nonlinear approaches*. John Wiley & Sons.

Snyder, Chris et Fuqing Zhang (2003). "Assimilation of simulated Doppler radar observations with an ensemble Kalman filter". In : *Monthly Weather Review* 131.8, p. 1663-1677.

Stordal, Andreas S, Hans A Karlsen, Geir Nævdal, Hans J Skaug et Brice Vallès (2011). "Bridging the ensemble Kalman filter and particle filters : the adaptive Gaussian mixture filter". In : *Computational Geosciences* 15.2, p. 293-305.

Tao, Fei, Jiangfeng Cheng, Qinglin Qi, Meng Zhang, He Zhang et Fangyuan Sui (2018a). "Digital twin-driven product design, manufacturing and service with big data". In : *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 94.9, p. 3563-3576.

Tao, Fei, He Zhang, Ang Liu et Andrew YC Nee (2018b). "Digital twin in industry : State-of-the-art". In : *IEEE Transactions on Industrial Informatics* 15.4, p. 2405-2415.

Teppola, Pekka, Satu-Pia Mujunen et Pentti Minkkinen (1999). "Kalman filter for updating the coefficients of regression models. A case study from an activated sludge waste-water treatment plant". In : *Chemometrics and intelligent laboratory systems* 45.1-2, p. 371-384.

Thevenon, Jean-Bernard (2017). "Comment le numérique fait évoluer les opérations de maintenance". In : *Revue Générale Nucléaire* 3, p. 34-36.

Tondeur, Maxime, Alberto Carrassi, Stephane Vannitsem et Marc Bocquet (2020). "On temporal scale separation in coupled data assimilation with the ensemble kalman filter". In : *Journal of Statistical Physics*, p. 1-25.

Tyson, J., K. Chen et B. Novak (2003). "Sniffers, buzzers, toggles and blinkers : dynamics of regulatory and signaling pathways in the cell". In : *Current opinion in cell biology* 15.2, p. 221-231.

Valdes-Abellan, Javier, Yakov Pachepsky, Gonzalo Martinez et Concepción Pla (2019). "How Critical Is the Assimilation Frequency of Water Content Measurements for Obtaining Soil Hydraulic Parameters with Data Assimilation ?" In : *Vadose Zone Journal* 18.1, p. 1-10.

Vázquez-Cruz, M. A., A. Espinosa-Calderón, A. R. Jiménez-Sánchez et R. Guzmán-Cruz (2014). "Mathematical Modeling of Biosystems". In : *Biosystems Engineering : Biofactories for Food Production in the Century XXI*. Cham : Springer International Publishing, p. 51-76. doi : 10.1007/978-3-319-03880-3_2. url : https://doi.org/10.1007/978-3-319-03880-3_2.

Wan, Eric A et Rudolph Van Der Merwe (2000). "The unscented Kalman filter for nonlinear estimation". In : *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No. 00EX373)*. Ieee, p. 153-158.

Wang, B., X. Zou et J. Zhu (2000). "Data assimilation and its applications". In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 97.21, p. 11143-11144.

Wang, Jian-Xun et Heng Xiao (2016). "Data-driven CFD modeling of turbulent flows through complex structures". In : *International Journal of Heat and Fluid Flow* 62, p. 138-149.

Wang, L., H. Zhang, K. C. L. Wong, H. Liu et P. Shi (2010). "Physiological-model-constrained noninvasive reconstruction of volumetric myocardial transmembrane potentials". In : *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 57.2, p. 296-315.

Wayne, M. et W. S. David (2007). "Computational systems biology in drug discovery and development : methods and applications". In : *Drug Discovery Today* 12.7, p. 295 -303. issn : 1359-6446. doi : https://doi.org/10.1016/j.drudis.2007.02.013. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359644607000943.

Whitaker, Jeffrey S, Thomas M Hamill, Xue Wei, Yucheng Song et Zoltan Toth (2008). "Ensemble data assimilation with the NCEP Global Forecast System". In : *Monthly Weather Review* 136.2, p. 463-482.

Wu, Chun-Chieh, Yi-Hsuan Huang et Guo-Yuan Lien (2012). "Concentric eyewall formation in Typhoon Sinlaku (2008). Part I : Assimilation of T-PARC data based on the ensemble Kalman filter (EnKF)". In : *Monthly weather review* 140.2, p. 506-527.

Zhang, Fuqing, Chris Snyder et Juanzhen Sun (2004). "Impacts of initial estimate and observation availability on convective-scale data assimilation with an ensemble Kalman filter". In : *Monthly Weather Review* 132.5, p. 1238-1253.

Zúñiga, E. C. T., I. L. L. Cruz et A. R. García (2014). "Parameter estimation for crop growth model using evolutionary and bio-inspired algorithms". In : *Applied Soft Computing* 23, p. 474 -482. issn : 1568-4946. doi : https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.06.023. url : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S156849461400297X.