



**HAL**  
open science

# ¿Qué saben o anticipan las futuras maestras de primaria sobre usos matemáticamente relevantes de la lengua en la matemática escolar?

Abigail Caro, Núria Planas

## ► To cite this version:

Abigail Caro, Núria Planas. ¿Qué saben o anticipan las futuras maestras de primaria sobre usos matemáticamente relevantes de la lengua en la matemática escolar?. [reportType\_6] Universitat Autònoma de Barcelona -GIPEAM. 2020. hal-03161643

**HAL Id: hal-03161643**

**<https://hal.science/hal-03161643>**

Submitted on 7 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# ¿Qué saben o anticipan las futuras maestras de primaria sobre usos matemáticamente relevantes de la lengua en la matemática escolar?<sup>i</sup>

Abigail Caro Villar, Universitat Autònoma de Barcelona (España)

Núria Planas, Universitat Autònoma de Barcelona (España)

---

## **Resumen**

*En este artículo presentamos un estudio exploratorio hacia la configuración de usos matemáticamente relevantes de la lengua a trabajar en contextos de formación inicial de profesorado de matemáticas. Con métodos deductivos de análisis aplicados a respuestas de un cuestionario, primero examinamos evidencias sobre qué saben o anticipan las futuras maestras acerca de la función de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar. Añadimos métodos inductivos de análisis del discurso de datos de cuestionario amplificados con entrevistas selectivas para explorar qué saben o anticipan las futuras maestras cuando el contenido a enseñar es la relación entre área y volumen. Los resultados muestran cómo algunas participantes identifican usos matemáticamente relevantes del léxico y de la gramática, junto a una visión limitada o ausente de otras potencialidades didácticas de la lengua tales como su función en la producción de explicaciones de conceptos y de relaciones entre conceptos.*

**Palabras clave.** Aprender a enseñar matemáticas; formación inicial del profesorado de matemáticas; relación área-volumen; uso matemáticamente relevante de la lengua; lengua como recurso.

## **Abstract**

*In this article, we present an exploratory study towards the configuration of mathematically relevant uses of language for work in contexts of mathematics education pre-service training. By means of deductive methods of analysis applied to responses from a questionnaire, we first examine evidences of what primary school student teachers know or anticipate about the function of language in school mathematics teaching and learning. We then add inductive methods of discourse analysis applied to data from the questionnaire responses amplified through selective interviews in order to explore what the student teachers know or anticipate when the teaching content is the relationship between area and volume. Results point to how some participants identify mathematically relevant uses of lexicon and grammar, while they keep a limited or absent view on other didactic potentialities of language such as its function in the production of explanations of concepts and of relationships between concepts.*

**Palabras clave.** Learning to teach mathematics; Mathematics teacher pre-service education; relationship area-volume; mathematically relevant language use; language as resource.

## **Introducción**

En la investigación en educación matemática y en particular en la línea sobre formación del profesorado, empiezan a ser abundantes los estudios sobre desarrollo profesional del profesorado en cuestiones de lengua y matemática escolar (e.g. Planas, 2021). No obstante, la investigación, la innovación y la práctica sobre estas cuestiones siguen siendo escasas en los módulos de preparación inicial del profesorado de matemáticas de distintos niveles educativos (con excepciones como el trabajo en Noruega de Rangnes y Meaney, 2021). Aquí presentamos los primeros pasos desde el estudio de la lengua del profesor de matemáticas en la enseñanza (Planas, Badillo y

Chico, 2019, junto con la bibliografía que se aporta) hacia el diseño y experimentación de acciones formativas sobre matemáticas y lengua con estudiantes del Grado de Educación Primaria de la Universitat Autònoma de Barcelona. Se tomaron datos de cuestionario en febrero de 2020 en el contexto del Trabajo de Fin de Master de la primera autora (Caro, 2020), y la segunda autora realizó entrevistas en octubre de 2020 con un grupo reducido de estudiantes de este Grado que habían respondido el curso anterior al cuestionario.

Por una parte, nos inspiran los estudios clásicos de Shulman (1986, 1987) sobre el conocimiento profesional para la enseñanza y las relaciones entre conocimiento pedagógico y conocimiento de la disciplina específica. Por otra parte, nos inspiran estudios recientes sobre la lengua y su uso como foco de la investigación en educación matemática (Planas, Morgan y Schütte, 2018, 2021), además de aquellos que vislumbran la lengua como contenido de enseñanza y aprendizaje en la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas (ver la introducción al monográfico de ZDM sobre este tema en Erath, Ingram, Moschkovich y Prediger, 2021). De acuerdo con trabajos en clases de matemáticas y en entornos de desarrollo profesional (ver los artículos del monográfico anterior de ZDM), tiene sentido vincular la comprensión matemática de los alumnos con el uso de la lengua matemática del profesor y del aula en la interacción de clase. De ahí que, si entendemos cómo formar a los futuros profesores en el uso particular de la lengua para enseñar y aprender matemáticas, nos estaremos acercando a una enseñanza con mayor impacto en el aprendizaje.

### **La lengua como contenido en la formación del profesorado de matemáticas**

Formar al profesorado de matemáticas implica más que apoyar la construcción de conocimientos matemáticos suficientes y de conocimientos pedagógicos generales de gestión y organización del aula. Se necesita además apoyar la construcción de conocimientos pedagógicos específicos para enseñar matemáticas. El trabajo del psicólogo estadounidense Lee S. Shulman es pionero en la discusión del conocimiento que los profesores han de tener del contenido que enseñan. Mientras que Shulman (1986) introduce el conocimiento del contenido, el conocimiento didáctico del contenido y el curricular, Shulman (1987) avanza en la creación y el desarrollo de siete categorías:

- Conocimiento pedagógico general
- Conocimiento de los alumnos y de sus características
- Conocimiento de los contextos educativos
- Conocimiento de los fines, valores y sustentos histórico-filosóficos educativos
- Conocimiento del contenido
- Conocimiento del currículo
- Conocimiento pedagógico específico del contenido

Dos décadas más tarde, Ball, Thames y Phelps (2008) proponen un modelo de conocimiento para enseñar matemáticas (popularizado con el acrónimo MKT por 'Mathematical Knowledge for Teaching'), que es una revisión creativa de las siete categorías de Shulman mediante la distinción de dos grandes dominios: conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido matemático. Si bien en Shulman (1987) se menciona el papel del conocimiento de las culturas implicadas en situaciones de enseñanza y aprendizaje y en Shulman (2005, p. 53) incluso se pone el ejemplo de un profesor universitario que enseña pidiendo a los estudiantes que presten atención a

la lengua de los materiales de clase, es en Ball et al. (2008) donde se menciona particularmente el conocimiento pedagógico de la lengua para la enseñanza de matemáticas (el ejemplo de Shulman es para la formación inicial de abogados en una escuela de leyes). En ese artículo encontramos resaltada la tarea de usar la notación y lengua matemáticas y criticar su uso en la formación del profesorado (p. 10), junto con esta otra mención relativa a la lengua en la enseñanza de matemáticas:

“[Los profesores de matemáticas] necesitan ser capaces de hablar explícitamente sobre cómo se utiliza la lengua matemática (e.g., cómo el significado matemático de ‘arista’ difiere de la referencia cotidiana a la arista de una mesa)” (nuestra traducción, p. 11).

Dicho esto, el conocimiento del uso de la lengua como recurso didáctico para enseñar y aprender matemáticas puede ubicarse dentro del conocimiento didáctico del contenido matemático y en concreto dentro del conocimiento de contenido y del currículo. En nuestra investigación, sin embargo, no nos interesa tanto donde se puede ubicar de manera razonable este conocimiento, su construcción y su práctica profesional, sino el hecho de que dos de los modelos más referenciados en la investigación sobre formación del profesorado de matemáticas incluyen aspectos específicos de conocimiento de la cultura y de la lengua. El recurso de la lengua y su potencial didáctico tienen cabida en los dos modelos comentados y, además, están dando lugar a estudios sobre formación del profesorado como escribíamos en la introducción. Ahora bien, este foco aún no se incluye de modo generalizado en los entornos de formación del profesorado de matemáticas, a diferencia de lo que ocurre con la discusión sobre el uso y el potencial didáctico de recursos materiales tales como los libros de texto o las tecnologías digitales. Este vacío tiene que ver posiblemente con la complejidad de interpretar a la práctica la caracterización sociocultural del aprendizaje matemático y de la enseñanza de matemáticas y de enseñar matemáticas como participación mediante un registro especializado con su vocabulario, su sintaxis y su contexto de cultura (ver bibliografía).

Existen generalidades importantes acerca del uso pedagógico de la lengua en el aula que el profesor de cualquier materia debe conocer tales como incorporar preguntas que fomenten la participación de los alumnos; ahora bien, el profesor de matemáticas debe además aprender a realizar determinadas preguntas o intervenciones de modo que apoyen la comprensión de significados matemáticos para contenidos curriculares específicos (Chitera, 2011; Planas, 2014, 2018, 2021). Una de las razones por las que la investigación sobre cómo formar al profesor de matemáticas en el uso didáctico de la lengua en clase es aún escasa es la asociación del uso de la lengua con cuestiones pedagógicas generales que no enlazan con la explicación de procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos concretos. A pesar de ello, los avances en la conceptualización de la lengua como recurso orientado a enseñar y aprender matemáticas (Planas, Morgan y Schütte, 2018) son un sustento a tener en cuenta en la planificación y el desarrollo de propuestas formativas. Estos avances sugieren la relevancia de enseñar de manera integrada cuestiones lingüísticas (de vocabulario y de sintaxis del registro matemático) y discursivas (de puesta en práctica del vocabulario y de la sintaxis en la resolución de tareas matemáticamente interesantes dentro de un contexto de cultura que denota la fijación del currículo y de sus contenidos).

**La relación entre área y volumen como contenido en la formación del profesorado y en el aula de primaria**

En nuestro estudio tenemos dos contextos curriculares: el currículo local de matemáticas para la educación primaria y el currículo de didáctica de la matemática para la formación inicial del profesorado de esta etapa. Para ambos contextos y como fundamento de los instrumentos que se diseñan y aplican, comentamos brevemente el contenido dado por la relación entre área y volumen, así como sus significados matemáticos y didácticos.

La administración educativa catalana establece la dimensión de conexiones en el currículo de matemáticas para educación primaria, mediante las competencias de: establecer relaciones entre conceptos, así como entre significados de un concepto; e identificar matemáticas en situaciones cotidianas y escolares y buscar situaciones que se relacionen con ideas matemáticas concretas (Departament d'Ensenyament, 2013). Así, se determina que los alumnos de primaria deben ser capaces de comprender que las matemáticas no están constituidas por conceptos aislados. Con los conceptos de área y volumen, este aprendizaje no es trivial, tal como investigadores de nuestro equipo han ilustrado mediante la producción escrita de alumnos de segundo curso de primaria acerca de la relación entre área y volumen en una tarea de clase con dos cilindros. Se trata de dos conceptos que unidos suponen un contenido curricular de gran riqueza cuyos significados no siempre se hacen suficientemente explícitos en la interacción del aula.

El currículo de didáctica de la matemática para futuros profesores del Grado de Educación Primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona incluye el trabajo de la relación entre área y volumen, junto con el de la relación entre perímetro y área. Este currículo establece que el futuro profesor debe ser capaz de identificar un concepto básico en situaciones donde tenga diferentes significados; en el caso del área, debe saber sus significados matemáticos y no matemáticos, y que se aplica a objetos de dos y de tres dimensiones junto a la noción asociada de área lateral. Además, el futuro profesor debe ser capaz de usar, describir y justificar la relación entre los conceptos de área y volumen, y sus representaciones a nivel geométrico y algebraico. Esto es, no basta con relacionar figuras planas y cuerpos espaciales; también se necesita relacionar fórmulas algebraicas y cálculos aritméticos. A nivel didáctico e interdisciplinar, el futuro profesor debe ser capaz de relacionar área y volumen y sus representaciones matemáticas en situaciones cotidianas y escolares, así como con otras materias, y debe ser capaz de discutir tareas para el alumnado de primaria que promuevan su desarrollo conceptual. La Figura 1 reproduce una tarea matemáticamente interesante habitual en el trabajo con los futuros profesores en torno a la relación entre área y volumen (Planas, 2006, p. 51).

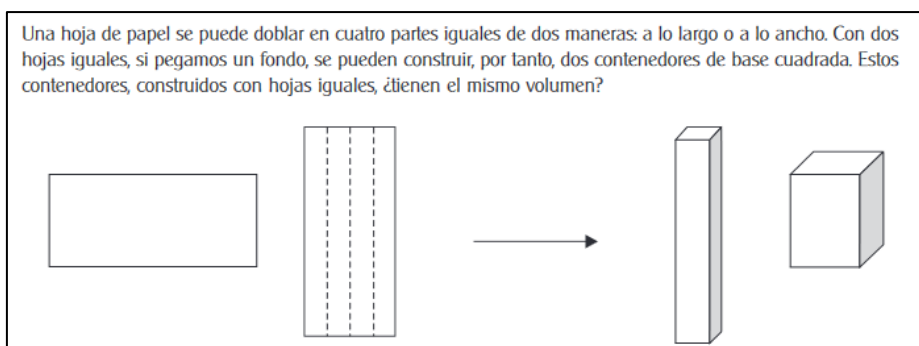


Figura 1. Tarea sobre la relación entre área y volumen en el currículo universitario

### **Pregunta, objetivos, participantes y métodos**

La pregunta que guía nuestro estudio es la siguiente: *¿Cuáles son los indicios de conocimiento de los futuros profesores de primaria sobre el uso de la lengua para la enseñanza de la relación área-volumen?* Cuando se discute sobre la enseñanza de la relación entre área y volumen en el aula de primaria, formulamos tres objetivos de detección progresiva de: 1) aspectos del conocimiento matemático y didáctico basado en el contenido; 2) aspectos específicos sobre la lengua como recurso; 3) aspectos más específicos sobre la lengua hablada de la profesora de primaria en clase. El logro de los dos primeros objetivos se corresponde con los resultados de Caro (2020). El logro del tercer objetivo es consecuencia de la ampliación posterior del estudio para refinar la interpretación del conocimiento sobre el potencial didáctico matemático de la lengua hablada en la enseñanza de la relación entre área y volumen en el aula de primaria.

El enfoque es interpretativo con métodos deductivos de análisis del discurso escrito en cuestionarios y métodos inductivos de análisis del discurso escrito en cuestionarios y hablado en entrevistas. Se cuenta con dos grupos participantes. El primer grupo son 51 estudiantes de segundo curso del Grado de Educación Primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona que, en el momento de recogida de datos de cuestionario, empezaban la asignatura ‘Aprendizaje de las matemáticas y currículum’. Todos habían cursado asignaturas de pedagogía general y ‘Matemáticas para maestros’ con contenidos de matemáticas. El segundo grupo son 4 estudiantes de tercer curso del Grado que se ofrecieron voluntarias para participar en entrevistas individuales con la segunda autora, tres de las cuales habían participado en la sesión de respuestas al cuestionario.

La primera recogida de datos se llevó a cabo mediante un cuestionario individual respondido en el aula universitaria. La finalidad del cuestionario era acceder a los significados que los estudiantes para profesor producen por escrito en la interpretación de conocimiento especializado para enseñar contenidos específicos de la matemática escolar. Se buscó el acceso a la articulación de significados matemáticos, didácticos y lingüísticos entendidos como parte del conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Al respecto, el cuestionario se organizó con ítems para identificar indicios de conocimiento mediante la alternancia de preguntas abiertas directas y enunciados verbales, con soporte gráfico, de tareas matemáticamente interesantes sobre la relación entre los conceptos geométricos de área y volumen (ver Figuras 2 y 3).

Tiempo estimado: 45 minutos


1. ¿Qué debe saber un alumno sobre la relación entre área y volumen al finalizar la etapa de primaria?

2. Explica con palabras.


- El significado matemático del término 'área'.
- El significado matemático del término 'volumen'.

3. Resuelve las actividades.

A. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm<sup>2</sup>. ¿Cuál es el volumen del prisma?




B. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm<sup>2</sup>. ¿Existen otros prismas rectangulares con igual volumen pero distintas áreas? Si es así, da un ejemplo.




4. Compara las Actividades 3.A y 3.B e identifica al menos una diferencia.

5. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.A es:  
La imagen muestra un prisma rectangular cuyas caras miden 3, 12 y 25 cm<sup>2</sup>. ¿Cuál es el volumen del prisma?



A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?


B. Si nos fijamos en el vocabulario principal, los dos enunciados verbales también son diferentes.



¿Veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?


Figura 2. Ítems de las dos primeras páginas del cuestionario

6. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.B es:  
La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm<sup>2</sup>. ¿Existen otros prismas rectangulares cuyo volumen coincida? Si es así, da un ejemplo.



A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?

B. Si nos fijamos en las frases que hacen que los dos enunciados sean diferentes:



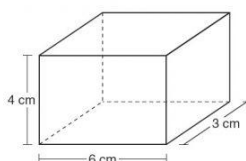
¿Veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?

Figura 3. Ítems de la tercera página del cuestionario

En el proceso de análisis de los datos de cuestionario no se pudo profundizar de manera crítica en algunas de las respuestas que parecían interesantes y a la vez ambiguas y matemáticamente poco precisas. La segunda recogida de datos tuvo lugar al cabo de unos meses mediante entrevistas individuales, finalmente realizadas virtualmente de manera sincrónica. Se inició la entrevista compartiendo pantalla para

mostrar la situación de la Figura 4 y dejar que la estudiante la leyera. La situación permaneció en un espacio de la pantalla mientras se conversó en torno a un guión con estas preguntas abiertas: i) ¿Qué vocabulario matemático usa cada una de las maestras?; ii) ¿Te llama la atención alguna diferencia sobre cómo hablan?; iii) ¿Cómo hacen referencia a la relación matemática entre área y volumen?; iv) ¿Cuál de las dos opciones de habla es más convincente si se quiere discutir con los alumnos esta relación y por qué? Se trata, en general, de una entrevista basada en una situación que permite comparar dos pequeños fragmentos de habla de dos maestras en sus aulas de primaria.

Situación. En dos clases de quinto de primaria planificadas para trabajar la relación entre área y volumen, las maestras proyectan en la pizarra digital la siguiente representación de un prisma rectangular con las medidas de alto, largo y ancho:



Luego se dirigen a sus grupos de alumnos hablando así:

Maestra 1. Si encontramos las áreas de las caras, ¿podremos saber el volumen del prisma?

Maestra 2. Tenemos las medidas de los lados. Si encontramos las medidas de las caras, ¿podremos saber la medida del prisma?

Figura 4. Situación inicial proporcionada en las entrevistas

### **Análisis del contenido en los cuestionarios y del discurso en los cuestionarios y en las entrevistas**

Este primer análisis se orienta al estudio de temas o ideas literalmente expresadas en el texto escrito de los futuros profesores, que pasan a ser aisladas, interpretadas y relacionadas. Se aplica un análisis del contenido escrito que persigue codificar las respuestas abiertas a las preguntas y a las resoluciones matemáticas de las tareas prácticas en el cuestionario. Con ello se pretende identificar aspectos del conocimiento didáctico matemático especializado de los participantes acerca de la enseñanza de la relación área-volumen. La unidad de análisis son frases compuestas por dos o más palabras lingüísticamente con sentido que, por tanto, comunican significado al ser leídas, pudiendo haber uno o más verbos conjugados junto al verbo principal. Así, la unidad de análisis es de complejidad lingüística intermedia (por lo general no es una palabra ni tampoco la redacción completa de una respuesta). Para estas frases, se indaga su vinculación con un código de los tipos indeterminado, matemático, lingüístico, pedagógico y didáctico matemático. En la columna con ejemplos de la Tabla 3, entre paréntesis se informa del estudiante ( $e_{1...51}$ ) y de la pregunta ligada a la frase transcrita. Los códigos no son excluyentes, por lo cual, cada frase se codifica según el contenido que más destaca. Si bien con el cuestionario no se planeó buscar información pedagógica general, este código se incluye en el análisis tras una primera lectura de los datos.

Tabla 3. Códigos organizadores de datos del cuestionario

<b>Códigos</b>	<b>Tipos de frase</b>	<b>Ejemplos</b>
Indeterminado	Dice no conocer la respuesta	“no lo sé” ( $e_{18}$ , 3b)



Matemático	Refiere conocimiento matemático como algoritmos o definiciones geométricas	“el área se asocia a superficies planas de dos dimensiones” (e <sub>2</sub> , 1)
Lingüístico	Refiere conocimiento lingüístico como léxico, sintaxis o contexto de uso	“en el enunciado 3a el concepto de área se explicita” (e <sub>1</sub> , 5b); “en el segundo enunciado hay menos información explícita” (e <sub>35</sub> , 6b); “el alumno debe deducir que esos datos son el área de las diferentes caras del prisma” (e <sub>1</sub> , 5a)
Pedagógico	Refiere conocimiento pedagógico como métodos de instrucción, logros de aprendizaje o estrategias de enseñanza	“la segunda es reflexiva y nos hace pensar más allá de la construcción del ejercicio” (e <sub>4</sub> , 4)
Didáctico matemático	Refiere conocimiento de didáctica de la matemática como representaciones de un concepto o estrategias de resolución	“se pide que encontremos cual es el volumen a partir de saber las medidas de las caras” (e <sub>6</sub> , 5a)

A partir de los resultados de este primer análisis y con vistas al logro del segundo objetivo, se seleccionaron 15 participantes a los que se atribuyó un perfil lingüístico relativamente destacado en comparación con el resto de los estudiantes para profesor. Se trata de estudiantes en cuyas respuestas escritas al cuestionario se identifican cinco o más frases de contenido lingüístico (con mención a léxico, a sintaxis o al contexto de uso de léxico y/o sintaxis durante la resolución de alguna de las tareas matemáticas del cuestionario); por ello, se les selecciona en calidad de ‘buenos’ candidatos para un análisis en mayor profundidad de su discurso escrito referido al uso de la lengua para enseñar y aprender la relación entre área y volumen. Del contenido lingüístico surgen tres códigos inductivos de análisis, definidos y ejemplificados en la Tabla 4. En la columna con ejemplos, se especifican estudiante y pregunta ligada a la frase transcrita.

Tabla 4. Códigos organizadores del contenido lingüístico en los cuestionarios

<b>Códigos</b>	<b>Tipos de frase</b>	<b>Ejemplos</b>
Léxico	Refiere vocabulario del registro matemático que denota conceptos o procedimientos	“porque no introduce el concepto que nosotros estamos buscando, es decir, el área” (e <sub>12</sub> , 5a)
Sintaxis	Refiere enunciados orientados a comunicar significados matemáticos	“en este enunciado no queda claro que es importante el hecho de que se busca mismo volumen, pero con diferentes áreas” (e <sub>23</sub> , 6a)
Contexto	Refiere circunstancias de uso de palabras y enunciados en la resolución de una tarea matemática	“en el segundo enunciado el alumno debe deducir que las áreas deben ser distintas” (e <sub>1</sub> , 6b)

La Tabla 5 vuelve a documentar resultados del análisis del discurso para los mismos códigos de contenido lingüístico, ahora aplicados a la interpretación de datos hablados de las entrevistas, con ejemplos del habla transcrita de las estudiantes (E<sub>1...4</sub>). Las preguntas del guión de la entrevista están pensadas para hacer notar que cambios pequeños en el vocabulario o en la sintaxis del habla de la profesora en el aula de primaria pueden ser importantes con respecto a los significados matemáticos que se comunican o que se dejan de comunicar de manera explícita. Las reflexiones durante las entrevistas sugieren la atención a los aspectos léxicos y sintácticos, pero también a los aspectos semánticos y a su producción en los entornos de enseñanza y de

aprendizaje del aula de primaria. En la última fila de la Tabla 5, se observa cómo una estudiante relega la producción de significado matemático para el concepto de volumen a las propiedades del dibujo que acompaña la tarea matemática de la situación en la Figura 4. Por un lado, se da importancia al vocabulario y a las expresiones dentro del registro matemático en el habla de la profesora en clase y, por otro, esta importancia se relativiza.

Tabla 5. *Códigos organizadores del contenido lingüístico en las entrevistas*

<b>Códigos</b>	<b>Tipos de frase</b>	<b>Ejemplos</b>
Léxico	Refiere vocabulario del registro matemático que denota conceptos o procedimientos	“una maestra lo reduce todo a medidas y no habla del volumen pero la otra sí utiliza la palabra volumen” (E <sub>2</sub> )
Sintaxis	Refiere enunciados orientados a comunicar significados matemáticos	“una dice las áreas de las caras y la otra dice las medidas de las caras; es bastante diferente porque el alumno puede pensar que se están haciendo cosas distintas con las caras del prisma” (E <sub>3</sub> )
Contexto	Refiere circunstancias de uso de palabras y enunciados en la resolución de una tarea matemática	“al ser una tarea con el dibujo del prisma, está claro que hay un volumen y no es tan importante que la maestra no diga volumen ni cómo hable porque el dibujo ya enseña el volumen” (E <sub>1</sub> )

## Discusión de resultados

Esta sección resume los resultados principales del estudio. Informamos sobre aspectos del conocimiento didáctico matemático de los futuros profesores con dos niveles de especificidad: en cuanto al contenido matemático dado por la relación área-volumen, y en cuanto al contenido pedagógico especializado dado por el uso de la lengua en la enseñanza de esta relación en clase. Aportamos frases de respaldo de respuestas de los estudiantes en los cuestionarios. En cuanto a las entrevistas, aportamos un fragmento ilustrativo de un resultado que aparece en las conversaciones con dos de las estudiantes (E<sub>1</sub> y E<sub>3</sub>). Ambas explican que si el enunciado de la tarea matemática es claro y preciso, “lo que el alumno va a aprender depende menos de cómo hable la maestra” (E<sub>3</sub>).

### Indicios de conocimiento matemático y didáctico matemático

Como primer objetivo propusimos identificar aspectos del conocimiento didáctico matemático especializado de futuros profesores de primaria para la enseñanza de la relación área-volumen (Caro, 2020). Con respecto al conocimiento matemático para la enseñanza, un resultado es que, en general, los futuros profesores de primaria muestran significados geométricos y algebraicos poco claros y a veces erróneos para los conceptos de área y volumen. Esta debilidad en el conocimiento matemático se evidencia, por ejemplo, cuando definen el área como el “tamaño” que ocupa una figura geométrica en el plano (e<sub>5</sub>), o como “la multiplicación de la longitud de los costados de una figura” (e<sub>25</sub>), o bien cuando escriben que “una superficie siempre tiene base y altura” (e<sub>3</sub>), utilizando los términos de área y superficie como sinónimos matemáticos (e<sub>27</sub>). Asimismo, varios participantes definen el volumen como “el conjunto de todas las áreas de una figura geométrica” (e<sub>13</sub>), o como la “versión 3D del área” (e<sub>25</sub>), o bien como “la cantidad de masa en el interior de un prisma” (e<sub>37</sub>), considerando que “toda figura geométrica tiene como dimensiones el largo, el ancho y la altura” (e<sub>36</sub>).

Con respecto al conocimiento didáctico matemático para la enseñanza, se observa que mayoritariamente los futuros profesores de primaria comparten un perfil pedagógico generalista, con apenas alusiones a cuestiones de la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje. Esta falta de especificidad didáctico matemática en sus respuestas a preguntas que sí tienen especificidad didáctico matemática, se evidencia cuando responden con afirmaciones del tipo “el ejercicio pide más reflexión” (e<sub>27</sub>), “el ejercicio permite hacer deducciones y trabajar el razonamiento” (e<sub>2</sub>), “el enunciado es más claro y permite hacer la representación mental más rápido” (e<sub>12</sub>), “el segundo ejercicio va más allá y necesita de nuestra imaginación y memoria” (e<sub>4</sub>), o “el primer ejercicio ayudará más a los alumnos” (e<sub>30</sub>). Esto ocurre a pesar de que se les pregunta por implicaciones del enunciado de una tarea sobre la relación área-volumen en el aprendizaje matemático del alumno de primaria. Las anteriores respuestas no precisan ni mencionan el razonamiento matemático o la representación mental matemática, entre otros procesos involucrados en la resolución de las tareas del cuestionario.

#### Indicios de conocimiento didáctico matemático y lingüístico

El segundo objetivo de investigación proponía identificar indicios de atención a la lengua como recurso para enseñar y aprender la relación entre área y volumen (Caro, 2020). Con respecto a este contenido lingüístico del conocimiento didáctico matemático, en su mayoría, los futuros profesores prestan atención al vocabulario matemático especializado en el enunciado de una tarea valorando que sea explícito. La atención al léxico dentro del registro matemático queda en evidencia, por ejemplo, cuando sus respuestas hacen referencia a que “se dice de manera explícita que los datos aportados son las áreas de las caras” (e<sub>1</sub>), “si no introduces el concepto que tú quieres enseñar, es posible que no sean capaces de encontrarlo” (e<sub>12</sub>), “incluir área y volumen en el mismo enunciado ayuda a los alumnos a relacionar estos dos conceptos” (e<sub>28</sub>), “no se habla del término matemático área” (e<sub>40</sub>), “en la actividad 3A se le da el nombre a este concepto” (e<sub>41</sub>), o “se introduce vocabulario específico del ámbito matemático” (e<sub>42</sub>).

También se observa que los futuros profesores tienden a asociar uso de vocabulario matemático con funciones cognitivas de activación de aprendizajes para el alumnado de primaria; esto es, consideran que la utilización de ciertas palabras devienen un apoyo a los procesos de pensamiento matemático del alumno de primaria. No destacan, sin embargo, el contexto de uso de estas palabras en el desarrollo de dicho pensamiento ni la relevancia de la tarea matemática. Este exceso de atribuciones cognitivas al vocabulario se evidencia cuando los futuros profesores afirman que “un vocabulario más exacto para el alumnado puede ayudar a su comprensión y, por tanto, a la resolución del problema” (e<sub>23</sub>), “el lenguaje de la segunda no es tan técnico como el de la primera” (e<sub>35</sub>), “el uso de un vocabulario poco preciso dificulta el entendimiento del ejercicio y la comprensión de éste” (e<sub>37</sub>), “si las palabras son muy técnicas aumenta la distracción” (e<sub>43</sub>), o “la implicación de determinadas palabras indirectamente dificulta que el enunciado les sea accesible a primera vista y que acabe siendo más difícil resolverlo de lo que realmente es” (e<sub>46</sub>). Los adjetivos que se atribuyen al vocabulario sugieren una función que el vocabulario por sí solo no tiene en la lengua, excepto cuando se ubica en una construcción gramatical con funciones de explicación o de argumentación.

Otro resultado es que en general los futuros profesores no atienden a los cambios en la sintaxis de un enunciado ni por tanto discuten posibles efectos de estos cambios en el aprendizaje matemático del alumnado de primaria. Lo anterior se evidencia en las

escasas respuestas que se presentan como ejemplo de atención al cambio en la gramática. “En este enunciado no queda claro que es importante el hecho de que se busca mismo volumen pero con diferentes área” (e<sub>23</sub>), “en el segundo enunciado hay menos información explícita, es necesario que el alumnado piense más” (e<sub>35</sub>), “el enunciado del ejercicio 3B se encuentra muy explícito y por esta razón los niños podrán sacar un buen aprendizaje” (e<sub>42</sub>), “un enunciado es más explicativo y se entiende mejor, así que enfocas la atención y no tienes que resolver pequeñas cuestiones durante la lectura” (e<sub>43</sub>). La atención al vocabulario especializado centra los comentarios sobre el uso de la lengua con apenas referencias a la relevancia de las construcciones gramaticales en la creación de significado matemático y al potencial de ciertas construcciones por delante de otras.

### Interpretación del habla en clase con respecto a la modalidad visual

En un intento de comprender mejor los datos y resultados de Caro (2020), se realizaron entrevistas cuyo análisis del discurso se volvió a inspirar en los códigos de léxico, sintaxis y contexto. El fragmento que reproducimos informa sobre léxico y contexto. En cuanto al léxico, la estudiante pone de relieve los términos de área y de volumen, pero también los de lados, caras, vértices, forma, prisma, base y cuadrado; de este modo, parece fijarse especialmente en el vocabulario del registro matemático asociado a la situación de la Figura 4. En cuanto al contexto, esta estudiante valora el habla de las maestras de acuerdo con la presentación multimodal de la tarea, con un enunciado escrito acompañado de una proyección gráfica plana de un prisma.

Núria: Entonces, ¿qué modo de hablar te parece más convincente si se busca que los alumnos aprendan la relación entre área y volumen?

E<sub>3</sub>: A ver, las dos maestras hablan matemáticamente, pero una habla de área y de volumen y la otra no.

Núria: ¿Esta diferencia es importante para lo que se quiere enseñar?

E<sub>3</sub>: Lo sería si no hubiera el dibujo del prisma.

Núria: ¿A qué te refieres?

E<sub>3</sub>: Si hay un dibujo como el del prisma, donde se ve que hay volumen y áreas, lo que el alumno va a aprender depende menos de cómo hable la maestra.

Núria: ¿Y si no hubiera ese dibujo?

E<sub>3</sub>: Pues la maestra tendría que hablar más para dar más detalles y que los alumnos imaginaran bien la situación.

Núria: ¿Qué tipo de detalles tendría que explicar?

E<sub>3</sub>: Pues antes de hablar de lados, caras, vértices, volumen... tendría que explicar un poco la forma del prisma, si la base es un cuadrado y cosas así.

En los cuestionarios también había la representación gráfica de prismas, pero las respuestas de los futuros profesores no fueron explícitas acerca de la relevancia de la modalidad gráfica por delante de la modalidad verbal. En dos de las entrevistas es clara la función comunicativa que se da al dibujo del prisma y la interpretación de la calidad del habla de la maestra en clase en el contexto de una tarea con modalidad gráfica. El contexto de la tarea es, por tanto, decisivo en la valoración que se realiza de los fragmentos de habla de las dos maestras. Aun cuando las maestras no mencionen abiertamente ciertos conceptos matemáticos y sus cualidades, las dos estudiantes suponen que los alumnos de primaria tienen la opción de descifrar significados matemáticos para estos conceptos mediante la imagen gráfica dada en la tarea. Se puede pensar entonces que la comunicación

verbal explícita en torno al concepto no es tan importante o que queda en parte suplida por significados supuestamente deducibles de la representación gráfica.

La percepción de la modalidad visual como un recurso en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas es un hecho importante. Lo problemático es que se justifique la falta de explicitación de contenidos matemáticos en el habla de la maestra en clase con base en la presencia del soporte gráfico. Cualquiera de los modos de la lengua que utilicemos tiene un potencial distinto y complementario en la comunicación de significado, por lo que un modo no suple a otro. Las respuestas de las estudiantes en las entrevistas son un punto de partida para organizar la inclusión de contenidos curriculares de didáctica de la matemática acerca de la explicitación de contenidos matemáticos en el habla de clase, pero también acerca de la importancia de la multimodalidad en los procesos de construcción de significados matemáticos. La producción de significado para los conceptos de volumen y de áreas laterales, por ejemplo, se sustenta tanto en el habla de clase como en el resto de registros comunicativos que se utilizan en las tareas matemáticas seleccionadas para su enseñanza. Esta perspectiva sobre la importancia de ubicar el recurso de la lengua hablada en relación e interacción con otros recursos comunicativos es una aportación a tener en cuenta en futuros diseños formativos para el aula universitaria de didáctica de la matemática.

### **Conclusiones y prospectiva**

A modo de resumen de los resultados de los cuestionarios, hemos visto que los futuros profesores participantes muestran significados geométricos y algebraicos poco claros y a veces erróneos para los conceptos de área y volumen; también hemos visto que mayormente comparten un perfil pedagógico generalista en sus respuestas, con apenas alusiones a cuestiones particulares de la matemática escolar, de su enseñanza y aprendizaje; que se fijan en el vocabulario matemático especializado en el enunciado de una tarea valorando que sea explícito; que asocian el uso de este vocabulario matemático por sí solo con funciones cognitivas de activación de aprendizajes para el alumnado de primaria asociando el acceso a la palabra con la producción de significado; y que no atienden a los cambios en la sintaxis del enunciado de una tarea ni por tanto discuten posibles efectos de estos cambios en el aprendizaje matemático del alumnado.

Así pues, los futuros profesores de primaria conocen los términos de área y volumen pero cometen errores o son imprecisos en la descripción de sus significados geométricos y algebraicos, y de las relaciones entre ambos conceptos; es posible que esto se deba a no haber trabajado las habituales ‘falsas’ relaciones de dependencia que se establecen entre área y volumen (e.g. a mayor área, mayor volumen; a menor área, menor volumen). Junto con esto, se observa un perfil pedagógico poco orientado a la didáctica específica de las matemáticas con escasas menciones a construcciones gramaticales más o menos idóneas para el aprendizaje de la relación entre área y volumen. La atención al vocabulario ocupa un papel fundamental en la reflexión didáctico-matemática de los futuros profesores de primaria, que en el momento de responder a los cuestionarios cursaban su primera asignatura de didáctica de la matemática en el Grado. Esta atención al vocabulario se pone otra vez de relieve en las cuatro participantes entrevistadas, apareciendo como novedad en dos de ellas la atención a la modalidad gráfica y a su función en la producción de significados matemáticos para área y volumen.

Los resultados de Caro (2020) unidos a las evidencias aportadas en las entrevistas apuntalan la conveniencia de preparar a los futuros profesores de matemáticas para usar la lengua –en sus distintas modalidades verbales y visuales– como recurso orientado a enseñar y aprender contenidos matemáticos específicos. La revisión de los programas de formación inicial de profesorado de matemáticas a fin de que incluyan conocimientos del uso didáctico de la lengua en clase de matemáticas es un tema urgente que nuestra investigación sustenta. Rangnes y Meaney (2021) reconocen el papel central y el impacto de la preparación inicial del profesorado en la construcción de una enseñanza de las matemáticas cultural y lingüísticamente efectiva y sensible. Como Chitera (2011), anticipamos que las experiencias formativas de base sobre el uso didáctico de la lengua en la producción de significados matemáticos habrán de apoyar el desarrollo profesional inicial y continuo del profesorado de matemáticas al facilitar su capacidad de comprender cómo los alumnos aprenden a hablar y a hacer matemáticas en clase. Serán de utilidad módulos de formación donde se discutan datos originales del habla de maestras en clase y de enunciados de tareas matemáticamente relevantes como los documentados en las situaciones de las Figuras 1, 2, 3 y 4 de este artículo.

## Bibliografía

- Caro, A. (2020). *Conocimiento de futuros profesores de primaria sobre el uso de la lengua para la enseñanza de matemáticas: Estudio con la relación área-volumen*. Trabajo de Fin de Máster. Universitat Autònoma de Barcelona, <https://ddd.uab.cat/record/234594>
- Departament d'Ensenyament (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*. Barcelona: Generalitat de Catalunya.
- Planas, N. (2002). Obstáculos en el aprendizaje matemático generadores de interrupciones en la participación. *Educación Matemática*, 14(1), 5-25.
- Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 19-36.
- Planas, N. (Ed.) (2012). *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. Barcelona: Graó.
- Planas, N. (2014). One speaker, two languages: Learning opportunities in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 87(1), 51-66.
- Planas, N. (2018). Language as resource: A key notion for understanding the complexity of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 98(3), 215-229.
- Planas, N. (2021). How specific can language as resource become for the teaching of algebraic concepts? *ZDM*, DOI: 10.1007/s11858-020-01190-6
- Planas, N., Badillo, E. y Chico, J. (2019). Soportes lingüísticos matemáticamente relevantes en la enseñanza de la ecuación cuadrática. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y À. Alsina (Eds.), *Actas del XXIII Simposio de la SEIEM* (pp. 493-502). Valladolid: SEIEM.
- Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (2018). Mathematics and language. Lessons and directions from two decades of research. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger y K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education*.

*Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (pp. 196-210). Londres, Inglaterra: Routledge.

Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (2021). Developing a perspective on multiplicity in the study of language in mathematics classrooms. In N. Planas, C. Morgan, C. y M. Schütte (Eds.), *Classroom research on mathematics and language: Seeing learners and teachers differently* (pp. 3-21). Londres, Inglaterra: Routledge.

Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (Eds.) (2021), *Classroom research on mathematics and language: Seeing learners and teachers differently*. Londres, Inglaterra: Routledge.

Planas, N. y Setati, M. (2009). Bilingual students using their languages in the learning of mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 21(3), 36-59.

Planas, N. y Setati-Phakeng, M. (2014). On the process of gaining language as a resource in mathematics education. *ZDM*, 46(6), 883-893.

---

<sup>i</sup> Este manuscrito se ha redactado a modo de informe de progreso de un trabajo colaborativo en construcción desde 2019 en el marco del Grupo de Investigación GIPEAM, particularmente en el contexto de continuidad de la línea de estudio sobre lengua y educación matemática de este Grupo. Agradecemos a las compañeras de GIPEAM sus comentarios a una versión previa del actual informe.