



**HAL**  
open science

## Conditions aux limites pour le modèle du drainage de sables en une et deux dimensions

Daoud Esrael, Amin Laafar, Mariem Kacem, Belkacem Benadda

► **To cite this version:**

Daoud Esrael, Amin Laafar, Mariem Kacem, Belkacem Benadda. Conditions aux limites pour le modèle du drainage de sables en une et deux dimensions. Environnement, Ingénierie & Développement, 2019, N°80 - N° Spécial bis, Congrès Sites et Sols, juillet 2019, pp.23-30. 10.4267/dechets-sciences-techniques.4110 . hal-03157230

**HAL Id: hal-03157230**

**<https://hal.science/hal-03157230>**

Submitted on 3 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

## Conditions aux limites pour le modèle du drainage de sables en une et deux dimensions

**Daoud Esraell, Amin Laafar<sup>1,2</sup>, Mariem Kacem<sup>2</sup>, Belkacem Benadda<sup>1</sup>**

(1) Université de Lyon – INSA Lyon – DEEP, Laboratoire Déchets Eaux Environnement Pollutions, 34, avenue des Arts, 69621 Villeurbanne cedex, France

(2) Université de Lyon, ENISE Saint-Etienne, Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes LTDS, 42023 Saint-Etienne, France

### RÉSUMÉ

L'étude de la pollution/dépollution des sols nécessite une bonne connaissance de leurs propriétés hydrodynamiques. Pour ce faire, l'utilisation de modèles et d'expériences de drainage constitue un outil couramment utilisé. Afin de valider les modèles, il est nécessaire de fixer des conditions aux limites (CL). La modélisation du drainage dans un milieu sableux a été effectuée et confrontée à des résultats d'expériences obtenus en colonne à une dimension (1D) et en pilote à deux dimensions (2D). La comparaison est réalisée en testant différentes CL à la sortie du dispositif et avec l'utilisation d'indicateurs de concordance. Les résultats expérimentaux étudiés sont ceux du débit de sortie, le volume cumulé à la sortie, les valeurs de la charge hydraulique et de la saturation à différents points des dispositifs. Les tests ont montré qu'une condition de sortie de type Neumann était plus adéquate qu'une condition de pression constante de type Dirichlet, que ce soit dans le cas d'une expérience en 1D ou en 2D.

**MOTS-CLÉS :** modélisation, drainage, 1D, 2D, conditions aux limites

### ABSTRACT

The study of soil pollution and treatment need a good knowledge of hydrodynamic properties. Therefore, models and drainage experiences are commonly used. In order to valid the models, boundary conditions are required. Drainage modelling in sand has been performed and compared with experimental results obtained in one-dimension column (1D) and in two-dimension pilot (2D). Comparison was established by testing different boundary conditions at the device outlet and by using concordance indicators. The studied experimental results are : outlet flow, cumulated volume at the pilot outlet, hydraulic load values and saturation at different levels of the pilot. Experiments indicate that a Neumann condition at the outlet is more suitable than a Dirichlet constant pressure condition whether for 1D or 2D experiences.

**KEYWORDS:** modelling, drainage, 1D, 2D, boundary conditions

## Conditions aux limites pour le modèle du drainage de sables en une et deux dimensions

Daoud Esrael, Amin Laafar, Mariem Kacem, Belkacem Benadda

### Introduction

L'étude de la pollution et de la dépollution des sols nécessite une bonne connaissance des propriétés du milieu étudié. En effet, dans la zone non-saturée, l'écoulement de l'eau et/ou du polluant et les transferts de matière avec les sols dépendent intimement des propriétés physiques du milieu. Les colonnes de laboratoire et les expériences en cellule deux dimensions sont souvent utilisées pour caractériser l'hydrodynamique d'un sol. Comme exemples d'applications, certains travaux ont utilisé les expériences en colonne pour identifier les paramètres hydrauliques de milieu non saturé (Yang *et al.*, 2004 ; Lazreg *et al.*, 2013).

Dans ces travaux, des modèles numériques ont été utilisés, basés sur l'équation de Richards. Afin de valider le modèle, des conditions aux limites ont été choisies. Ces conditions ne sont pas toujours évidentes à identifier. Le but de ce travail, est de vérifier la validité de certaines conditions pour la modélisation du drainage. Différentes conditions aux limites (CL) sont alors testées et confrontées à des résultats d'expériences 1D et 2D. Une utilisation l'indicateur de concordance RMSE (Root Mean Square Error) est réalisée.

### I. Matériels et méthodes

#### I.1 Méthodologie

Différents résultats expérimentaux sont utilisés dans ce travail : certains sont issus d'expériences réalisées dans notre laboratoire (colonne remplie de sable d'Hostun HN 34), d'autres sont issus de la littérature (dispositif en deux dimensions rempli de sable 30/50 (Neumann, 1997)).

#### I.2 Caractérisation des sables utilisés

Le sable d'Hostun HN 34 est composé de plus de 97,96 % massiques de  $\text{SiO}_2$ , d'après les données du fournisseur (SIBELCO). Le sable utilisé dans l'expérience de Neumann (Neumann, 1997) est un sable 30/50 (selon la norme américaine d'ouverture des tamis). Il correspond à 0,3mm/0,6mm d'ouverture des tamis selon la norme française. Le tableau 1 résume les propriétés des sables, ceux du sable 30/50 sont extraits du travail de Neumann, (1997) et ceux du sable HN34 sont déterminés dans notre laboratoire.

La masse volumique apparente  $\rho_b$  a été mesurée expérimentalement (moyenne de cinq essais). La méthode utilisée consiste à compacter le sable sec délicatement à l'aide d'un récipient à fond plat dans une colonne de dimensions connues. La masse volumique apparente est calculée en rapportant la masse obtenue au volume de la colonne.

La teneur en eau volumique à saturation (maximale)  $\theta_{ws}$  a été déterminée pour 5 échantillons différents. Il s'agit de saturer l'échantillon de sable avec de l'eau et de déduire la quantité d'eau nécessaire pour cette saturation. Dans le cas du sable HN34, la valeur moyenne trouvée est de 0,39. Cette valeur est proche à la porosité estimée à partir de la masse volumique sèche apparente qui est de 0,4. Néanmoins, lorsque nous saturons un sol, il est difficile de remplir toute la porosité existante sans avoir de l'air piégé dans les petits pores non accessibles à l'eau (porosité fermée).

Les données granulométriques ont été obtenues par des essais effectués selon la norme X.11-507. La courbe granulométrique est déterminée et ainsi le diamètre moyens  $d_{50}$  et les coefficients d'uniformité et de courbure sont déduits (figure 1).

La perméabilité des sols a été mesurée avec la méthode du perméamètre à charge constante. Cette méthode repose sur l'application de la loi de Darcy par la mesure de la perte de charge à travers un échantillon de sol soumis à une circulation d'eau à débit connu.

La méthode utilisée pour déterminer la courbe de rétention caractéristique du sable est la méthode à l'entonnoir de Büchner. Ce dernier dispositif est utilisé dans la littérature par plusieurs auteurs (Sharma and Mohamed, 2003 ; Ahmed, 2009 ; Neumann, 1997) sous le nom de « Hang Water Apparatus » pour évaluer la relation pression-saturation ( $P_s-S$ ) entre différents couplages de phases non mouillante/mouillante. A partir des données expérimentales de la courbe de rétention d'eau, le code d'identification inverse **RETC** (RETention Curve program for unsaturated soils) (van Genuchten *et al.*, 1991) est utilisé pour obtenir les paramètres de la courbe de rétention selon le modèle de van Genuchten-Mualem (équation 1) (van Genuchten, 1980).

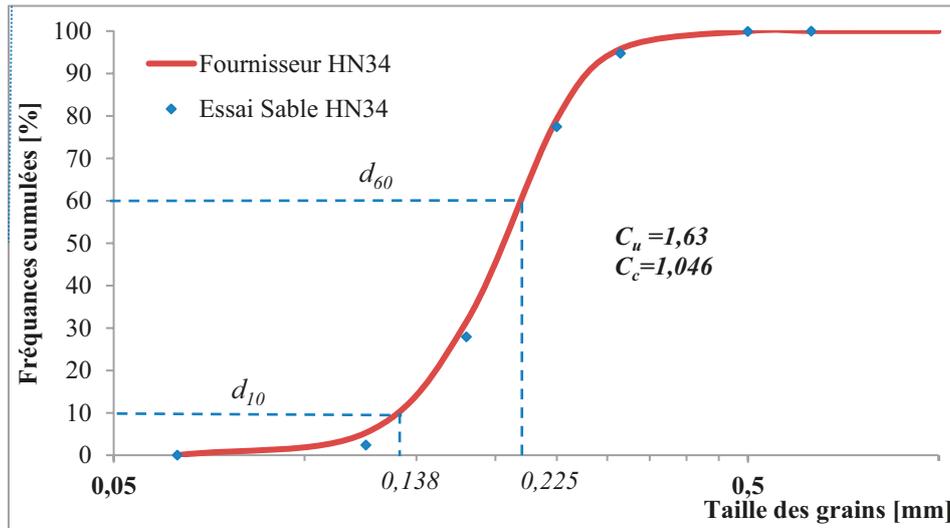


Figure 1. Courbe granulométrique du sable HN34

$$\bar{S}_w(h_c) = \frac{\theta_w - \theta_{wr}}{\theta_{ws} - \theta_{wr}} = \left[ 1 + (\alpha_{vg} h_c)^{n_{vg}} \right]^{-m_{vg}} \quad (1)$$

Avec  $\bar{S}_w$  la saturation résiduelle effective en eau,  $h_c$  la monté capillaire de l'eau,  $\theta_w$ , et  $\theta_{wr}$  sont respectivement la teneur volumique en eau et la teneur volumique résiduelle en eau,  $\alpha_{vg}$ ,  $n_{vg}$  et  $m_{vg}$  sont les paramètres du modèle de van Genuchten. Ce paramètre sont définie selon l'équation 2 (Mualem, 1976).

$$m_{vg} = 1 - \frac{1}{n_{vg}} \quad (2)$$

### 1.3 Expériences

La colonne de sable disposée verticalement, est constituée d'un tube en PVC de 9 cm de diamètre et 106 cm de

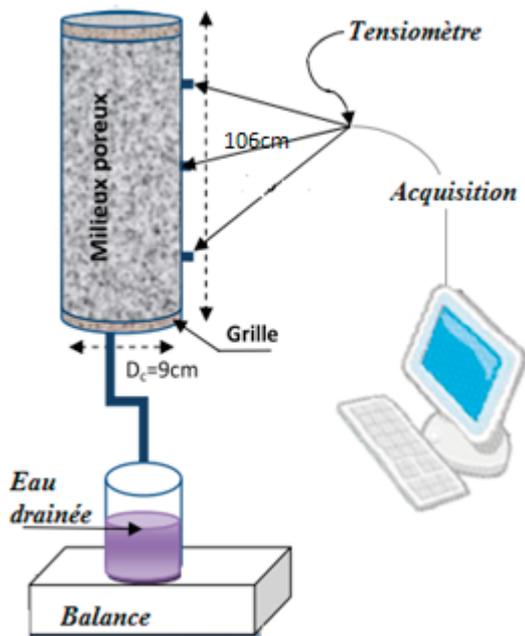
Tableau 1. Caractéristiques principales du sable HN34 et sable 30/50 utilisés

Paramètres		Sable HN34 (ce travail)	Sable 30/50 (Neumann 1997)
<b>Diamètre moyen</b>	$d_{50}$ [mm]	0,212	0,41
<b>Coefficient d'uniformité (<math>d_{60}/d_{10}</math>)</b>	$C_u$ [-]	1,63	1,3
<b>Coefficient de courbure (<math>\frac{(d_{30})^2}{d_{60} d_{10}}</math>)</b>	$C_c$ [-]	1,04	1
<b>Masse volumique apparente (données fournisseur)</b>	$\rho_s$ [g.cm <sup>-3</sup> ]	2,65	2,65
<b>Masse volumique vraie</b>	$\rho_b$ [g.cm <sup>-3</sup> ]	1,59 ± 0,04	1,55
<b>Porosité</b>	$\phi$ [-]	0,40 ± 0,015	0,42
<b>perméabilité intrinsèque</b>	$\bar{K}$ [m <sup>2</sup> ]	3,28 ± 0,08 10 <sup>-10</sup>	1,5 10 <sup>-7</sup>
<b>Taux de saturation</b>	$\theta_{ws}$ [-]	0,39 ± 0,02	0,408
<b>Teneur en eau volumique</b>	$\theta_{wr}$ [-]	0,064	0,046
<b>Paramètres de van Genuchten (drainage)</b>	$\alpha_{vg}$ [m <sup>-1</sup> ]	2,55	3,01
	$n_{vg}$	6,61	12,01
<b>Paramètres de van Genuchten (Imbibition)</b>	$\alpha_{vg}$ [m <sup>-1</sup> ]	3,7	5,19
	$n_{vg}$	6,4	4,365

longueur. Elle est équipée de deux grilles fines pour assurer l'homogénéité de drainage vers l'orifice de sortie de diamètre intérieur de 0,5 cm. Trois tensiomètres de type (T5 tensiometer de chez UMS) situés sur les côtés de la colonne à différentes hauteurs 20, 50 et 80 cm par rapport au fond de la colonne permettent de mesurer le potentiel de pression ainsi que la charge hydraulique jusqu'à 100 kPa ou la pression capillaire jusqu'à -85 kPa. Les capteurs sont connectés à une centrale d'acquisition (DL6), elle-même connectée à un ordinateur muni d'un logiciel d'analyse des résultats. Ces capteurs sont étalonnés et calibrés selon le manuel d'utilisation avant chaque essai. Le remplissage de la colonne se fait en compactant le sol après l'avoir divisé en 10 couches de 10 cm. La masse du sol dans chaque couche a été calculée (environ 1 kg) en se basant sur la masse volumique apparente souhaitée. Le haut de la colonne est fermé par un couvercle muni d'un orifice de 0,5 cm de diamètre.

Avant toute expérience, la colonne est saturée par du  $\text{CO}_2$ . Ensuite, l'eau est injectée par une pompe péristaltique par le bas de la colonne afin de la saturer cette fois-ci en eau. Une fois la colonne de sable saturée en eau, et les tensiomètres indiquant des valeurs positives, la phase de drainage peut commencer. Le niveau de sortie de l'eau est fixé à 4 cm et la masse de l'eau drainée cumulée est mesurée par une balance (figure 2).

Dans les travaux de Neumann (Neumann, 1997), les



**Figure 2. Présentation schématique du dispositif expérimental ID**

dimensions de cellule de sable 2D fabriquée en plexiglas, sont 120 cm de hauteur, 120 cm de longueur et 10 cm d'épaisseur. Un réservoir d'eau de 5 cm de hauteur est placé au-dessous du sable au fond de la cellule. Dix sondes de tensiomètre P1-P10 et 16 sondes R1-R16 ont été installées selon une grille carrée de 7,5 cm de côté (figure 3).

#### 1.4 Modèle

Les modèles sont développés sous Comsol multiphysics. Deux équations de continuités des deux phases (aqueuse et gazeuse) sont utilisées dans ce modèle (équation 3).

$$\frac{\partial(\phi S_{\alpha} \rho_{\alpha})}{\partial t} + \nabla[\rho_{\alpha} \bar{q}_{\alpha}] = \sum_{\beta} E_{\alpha,\beta} \quad (3)$$

où  $S_{\alpha}$  est la saturation en phase  $\alpha$  [-],  $q_{\alpha}$  est la vitesse de flux (vitesse de Darcy) [ $\text{L.T}^{-1}$ ] et  $\sum_{\beta} E_{\alpha,\beta}$  est la somme des trans-

ferts dans la phase  $\alpha$  par tous les composés  $\beta$  [ $\text{M.L}^{-3}.\text{T}^{-1}$ ]. La phase  $\alpha$  peut-être le gaz ou la phase aqueuse notée respectivement g, et w.

Pour coupler les deux équations et simuler l'effet capillaire entre les deux phases, la forme généralisée du modèle de van Genuchten proposé par Parker et al. (1987) est utilisée (équations 4 à 6).

$$P_c = P_g - P_w \quad (4)$$

$$\bar{S}_w(P_{cgw}) = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr}} = \begin{cases} [1 + (\alpha P_{cgw})^{n_{vg}}]^{-m_{vg}} & ; P_{cgw} > 0 \\ 1 & ; P_{cgw} \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$S_g = 1 - S_w \quad (6)$$

où  $P_{cgw}$  est la pression capillaire des phase gaz-phase aqueuse,  $P_g$  et  $P_w$  sont respectivement les pressions de la phase gaz et de la phase aqueuse.

La géométrie adoptée pour modéliser l'expérience en colonne consiste en un seul sous-domaine à 2 dimensions axisymétriques. Ce choix de représentation est fait pour pouvoir visualiser en 3D l'écoulement et les transferts dans la colonne. Il représente le sable HN34, avec un orifice de sortie en bas de 5 mm de diamètre. 3376 mailles triangulaires de type Lagrange-quadratique sont utilisées, le maillage est plus fin au niveau de l'orifice. Les conditions

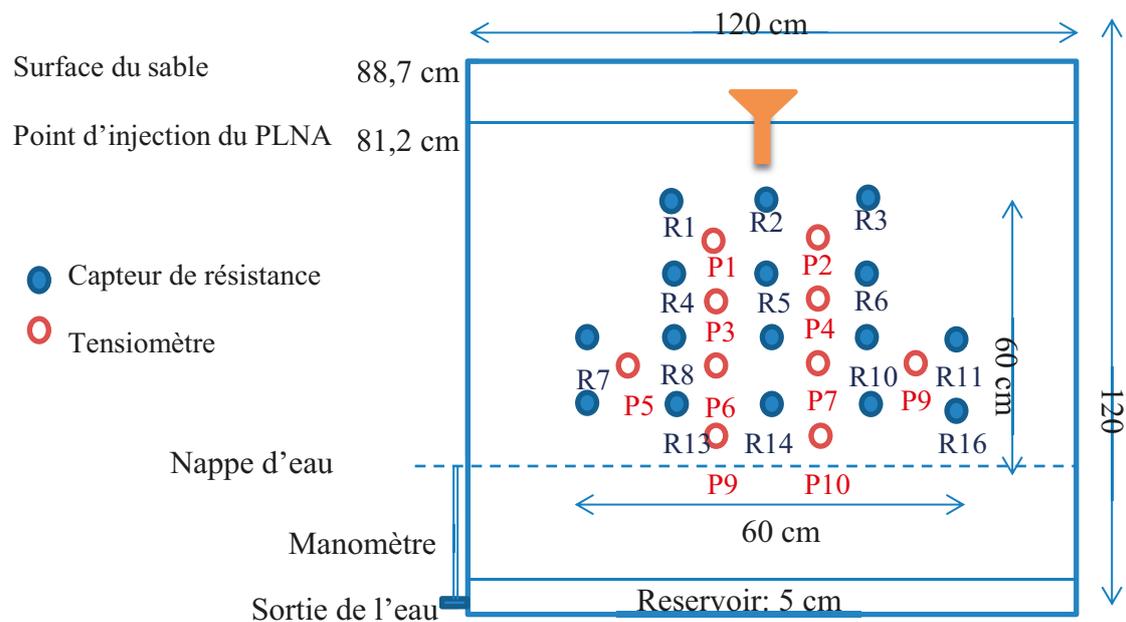


Figure 3. Présentation schématique de la cellule 2 D de l'expérience de Neumann (Neumann, 1997)

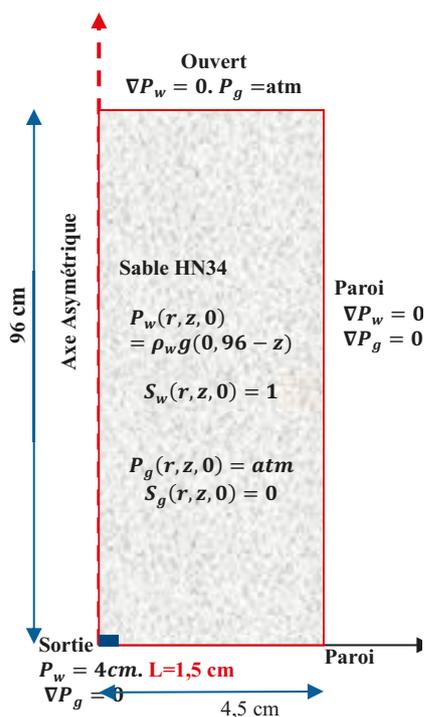


Figure 4. Géométrie et les conditions initiales et aux limites de la colonne de drainage

initiales et aux limites sont données sur la figure 4.

Pour simuler le drainage en colonne, deux formes de CL pour la sortie d'eau sont testées et comparées avec les résultats expérimentaux. Le premier type de CL est une pression constante de type Dirichlet (équation 7), le deuxième est un débit de drainage variable. Ce débit est fonction de la pression de la phase aqueuse  $P_w$  et la résistance extérieure à

l'écoulement où la pression extérieure est une pression de 4 cm d'eau. Cette résistance (dans l'orifice, les deux grilles et le tuyau) est représentée par quelques centimètres de hauteur de plus ( $L_x$ ) du sable HN34. Ainsi la condition de sortie est

de type Neumann représenté par l'équation 8 de la vitesse de Darcy.

$$P_{w\text{-sortie}} = 0,04\rho_w g = cte \quad (7)$$

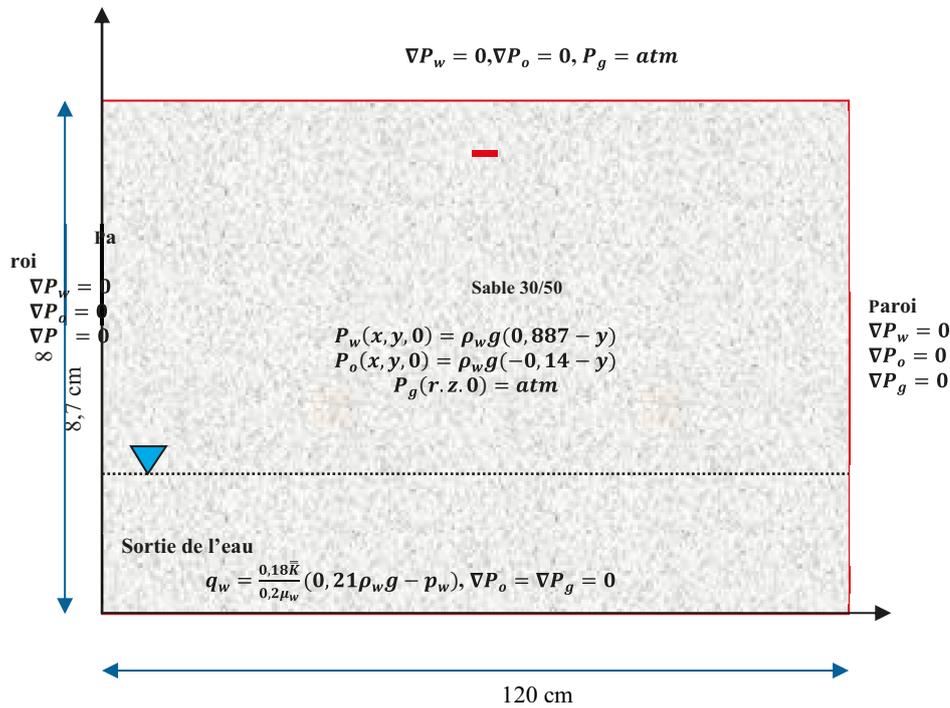
où  $\rho_w$  est la masse volumique [ $M.L^{-3}$ ] de l'eau et  $g$  l'accélération de la pesanteur [ $L.T^{-2}$ ].

$$q_{w\text{-sortie}} = \frac{\bar{K}}{\mu_w L_x} (0,04\rho_w g - P_w) \quad (8)$$

avec  $\bar{K}$  la perméabilité intrinsèque [ $L^2$ ] et  $\mu_w$  la viscosité dynamique de la phase aqueuse [ $M.L^{-1}T^{-1}$ ].

La cellule utilisée par Neumann est représentée par un sous-domaine 2D rectangulaire de 88,7 cm de hauteur, et de 120 cm de longueur, avec 5158 mailles triangulaires. Les conditions initiales et aux limites sont schématisées sur la figure 5.

L'expérience en cellule 2D présente une surface de la nappe d'eau fixée à un certain niveau (21 cm de référence d'altitude). Cependant la sortie de l'eau se situe à 20 cm en bas de l'altitude de référence, cette partie est remplie du même sable. De plus la plaque perforée et la membrane géotextile installées dans le dispositif retardent le drainage de l'eau. Ainsi une CL de type Dirichlet ne suffit pas. Plusieurs CL de type Neumann ont été testées. La meilleure condition obtenue est similaire à l'équation 8 avec l'ajout d'un paramètre d'ajustement  $k_x$  [-] représentant la résistance à l'écoulement due au matériel utilisé (équation 9).



**Figure 5. Géométrie, conditions initiales et conditions aux limites pour le drainage de l'eau**

$$q_{w\text{-sortie}} = \frac{\bar{K}k_x}{\mu_w L_a} (0,21 \rho_w g - P_w) \quad (9)$$

où  $L_a$  hauteur du sable entre la sortie et la référence (20 cm).

Pour comparer les résultats de simulation et les résultats expérimentaux, un indicateur de concordances sont utilisés ; RMSE (Root Mean Square Error). Une meilleure approche est celle lorsque RMSE est proche de 0 (équation 10).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [y_{i\text{-exp}} - y_{i\text{-mod}}]^2}{N}} \quad (10)$$

## 2. Résultats et interprétations

### 2.1 Expérience 1D

Plusieurs simulations sont réalisées afin d'identifier les paramètres  $P$  et  $L_x$ . Les figures 6 et 7 représentent les meilleurs résultats trouvés pour simuler le débit du drainage, le volume de l'eau drainé cumulé et les pressions des tensiomètres. Ces figures montrent la bonne concordance entre les résultats du modèle avec les résultats expérimentaux pour la CL de l'équation 2 et  $L_x = 1,5$  cm.

Les résultats du modèle avec la CL de pression constante sont toujours en avance sur les résultats expérimentaux,

ainsi cette condition n'est pas valable comme une condition simple du drainage. L'expression de l'équation 8 de débit variable en sortie décrit plus fidèlement la réalité de l'expérience. Ce résultat est dû au fait que le drainage est effectué par gravitation, ce qui impose un débit variable à effet plus important que la pression de 4 cm imposée expérimentalement.

### 2.2 Expérience 2D

Le meilleur facteur d'ajustement  $k_x$  obtenu est de 0,18. La figure 8 représente une comparaison entre les résultats du modèle et ceux mesurés sur les sondes de conductivité, avec l'évaluation d'erreur pour chaque sonde. Avec cette CL les résultats obtenus sont cohérents en comparant aux résultats expérimentaux. Par contre, on remarque au début du drainage une avance du modèle par rapport à l'expérience de quelques minutes pour les sondes R5 et R9. Ces deux sondes se trouvent à 30 cm et 15 cm du niveau de la nappe respectivement. On peut expliquer cette avance par un éventuel volume mort ou par le fait que le facteur d'ajustement n'est peut-être pas constant. Pour les sondes de tensiomètres (figure 9), on remarque que le modèle au début est en avance sur les résultats expérimentaux de quelques minutes, mais ensuite, il est capable de simuler la totalité du drainage. Pour les sondes P2 et P4, les pressions capillaires obtenues par le modèle sont supérieures aux valeurs réelles. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à ces points-là la saturation résiduelle est atteinte et la perméabilité relative devient proche de zéro et donc l'écoulement est nul.

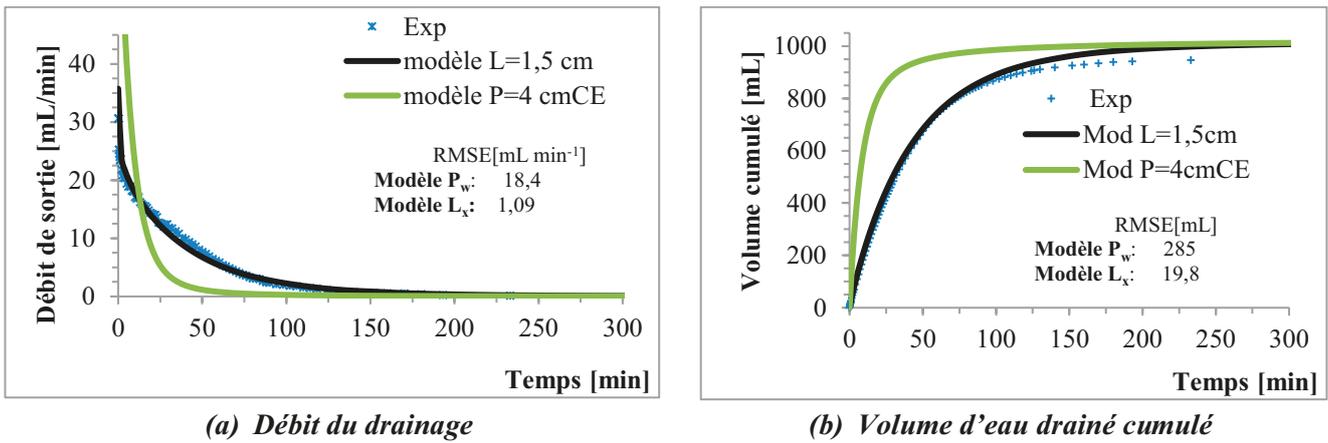


Figure 6. Résultats du débit du drainage et volume d'eau drainé cumulé en fonction du temps. a. Débit du drainage ; b. Volume d'eau drainé cumulé

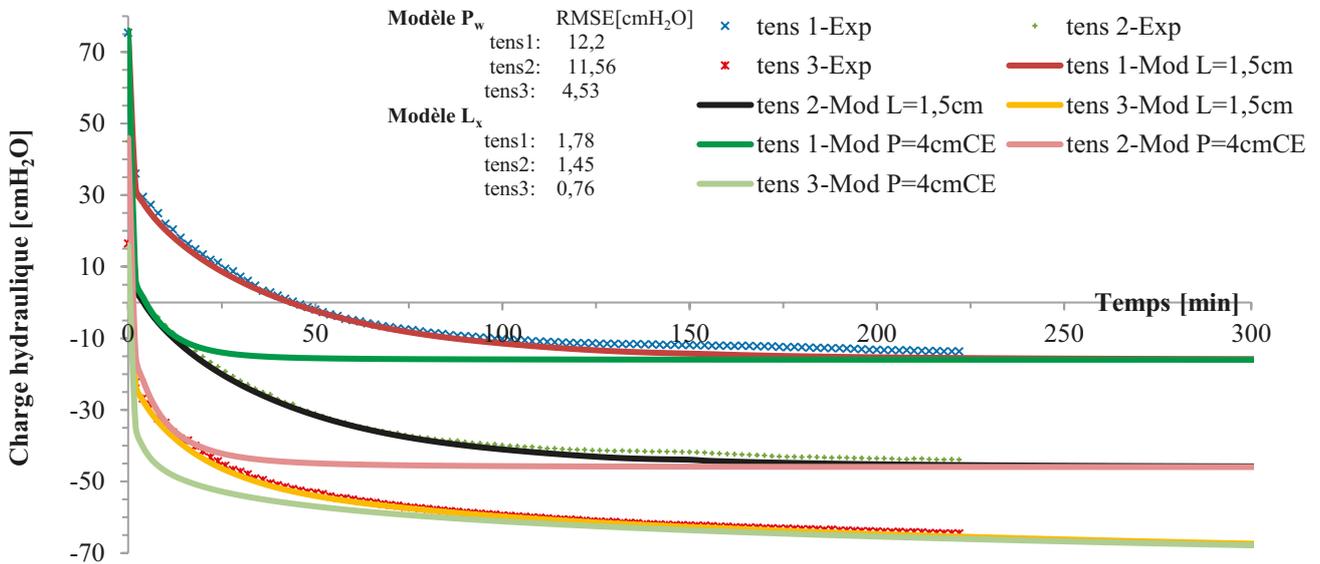


Figure 7. Résultats des pressions des tensiomètres en fonction du temps

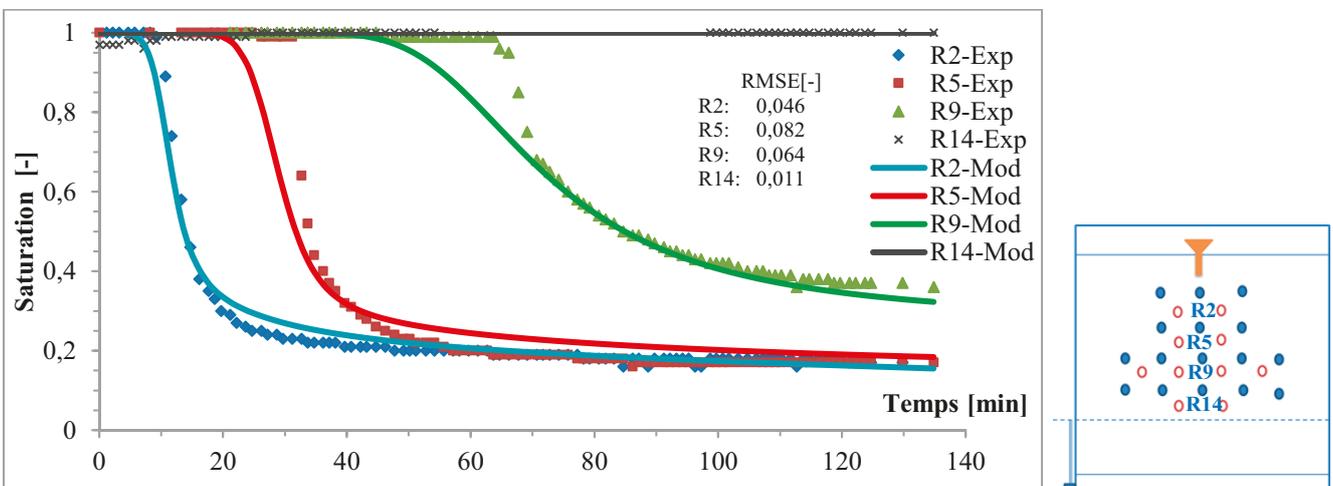
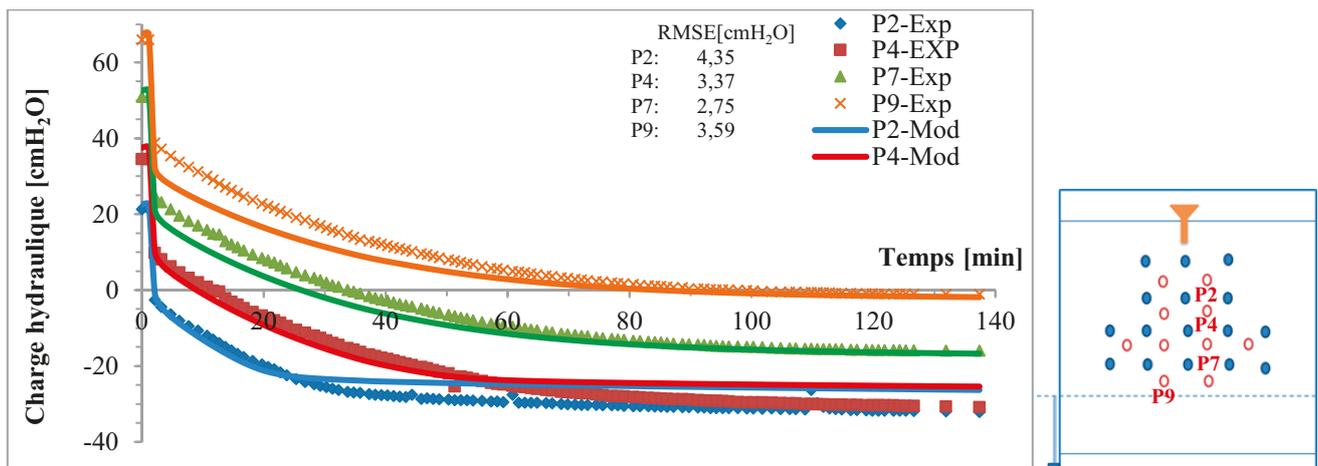


Figure 8. Résultats expérimentaux et du modèle de drainage (capteurs de saturation)



**Figure 9. Résultats expérimentaux et du modèle de drainage (tensiomètres)**

## Conclusion

La détermination des CL adéquates pour simuler le drainage dans un sol a fait l'objet de ce travail. La confrontation des résultats expérimentaux avec différentes CL à la sortie du dispositif et l'utilisation d'indicateur de concordance a permis d'identifier les meilleurs CL dans le cas d'expériences en 1D et 2D. En 1D la confrontation des résultats a été réalisée sur les résultats du débit de sortie, le volume cumulé à la sortie et les valeurs de la charge hydraulique à trois points de la colonne. En 2D, les résultats exploités sont ceux de la charge hydraulique et de la saturation à différents points du dispositif. Les expériences ont montré qu'une condition de sortie de type Neumann était plus adéquate qu'une condition de pression constante de type Dirichlet, que ce soit dans le cas d'une expérience en 1D ou en 2D. Les CL sont influencées par les conditions d'expériences.

## Références bibliographiques

Ahmed M. E. (2009). Experimental Investigation and Conceptual Model Development for Multiphase Flow in a Water-Wet Porous Medium With NAPL-wet Soil lenses. These., Ottawa-Carleton Institute for Civil and Environmental Engineering. 359 p. <https://doi.org/10.22215/etd/2009-06582>

Lazrag T., Kacem M., Dubujet P., Sghaier J. & Bellagi A. (2013). Determination of unsaturated hydraulic properties using drainage gravity test and particle swarm optimization algorithm. *Journal of Porous Media*, 16(11), pp : 1025-1034. <https://doi.org/10.1615/jpormedia.v16.i11.50>

Mualem Y. (1976). A new model for predicting hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resour. Res.* 12(3), pp : 513-522. <https://doi.org/10.1029/wr012i003p00513>

Neumann T. C. (1997). Physical Modelling of LNAPL Infiltration in the Unsaturated Zone of a Sand. Master thesis, University of New Brunswick, 246 p. <https://doi.org/10.2136/vzj2011.0166>

Normalisation Française, (1970). Analyses granulométrique : tamisage de contrôle, NF X 11-507., pp : 60-75, 2e ed. AFNOR Paris.

Parker J. C., & Lenhard, R. J. (1987). A model for hysteretic constitutive relations governing multiphase flow : I. Saturation-pressure relations. *Water Resources Research*, 23(12), pp : 2187-2196. <https://doi.org/10.1029/wr023i012p02187>

Sharma R. S., Mohamed M. H. (2003). An experimental investigation of LNAPL migration in an unsaturated / saturated sand. *Engineering Geology* 70 (3-4), pp : 305- 313. [https://doi.org/10.1016/s0013-7952\(03\)00098-x](https://doi.org/10.1016/s0013-7952(03)00098-x)

Van Genuchten, M.T. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), pp : 892-898.

I citations from patents <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>  
Van Genuchten M.T., Leij F.J., Yates S.R. (1991). The RETC Code for Quantifying the Hydraulic Functions of Unsaturated Soils, Version 1.0. Riverside, California, USA.

Yang H., Rhardjo H., Wibawa B., and Leong E. C., (2004). A soil column apparatus for laboratory infiltration study, *Geotechnical Testing Journal*, 27(4), pp : 347-355. <https://doi.org/10.1520/gtj11549>