



**HAL**  
open science

## William L. Garrison, 1960, Connectivity of the Interstate Highway System. Version bilingue et commentée

William L. Garrison, Laurent Beauguitte, Pierre Beauguitte, Paul Gourdon

### ► To cite this version:

William L. Garrison, Laurent Beauguitte, Pierre Beauguitte, Paul Gourdon. William L. Garrison, 1960, Connectivity of the Interstate Highway System. Version bilingue et commentée. 2021. hal-03149573

**HAL Id: hal-03149573**

**<https://hal.science/hal-03149573>**


Submitted on 23 Feb 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

William L. Garrison, 1960, Connectivity of the  
Interstate Highway System.  
*Papers and Proceedings of the Regional Science  
Association 6*, p. 121-137  
Version bilingue et commentée

groupe f.m.r.

The logo consists of three colored dots: a blue dot on the left, a red dot in the center, and a yellow dot on the right. A curved arrow points from the red dot to the blue dot, and another curved arrow points from the red dot to the yellow dot.

Février 2021

*Version adaptée et commentée par Laurent Beauquitte, CNRS, UMR Géographie-cités. Relecture : Pierre Beauquitte et Paul Gourdon (UMR Géographie-cités).*

## Présentation

Cet article de William L. Garrison (1924-2015), paru en 1960 dans la jeune revue *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, est à ma connaissance le premier exemple d'utilisation de la théorie des graphes en géographie. Il sera rapidement suivi par les articles de Nystuen et Dacey (1961) puis par la thèse de K. Kansky, dirigée par Garrison, en 1963. Cet article a été et reste beaucoup cité dans les travaux sur les réseaux spatiaux. Sa reprise dans le *textbook Spatial Analysis. A Reader in Statistical Geography* (1968) - où figure également l'article de Nystuen et Dacey - a sans doute contribué à sa longévité.

L'histoire de la géographie quantitative nord-américaine est fort documentée et insiste à juste titre sur le rôle moteur de William Garrison à l'Université de Washington. Cet universitaire a su s'entourer d'un ensemble d'étudiants<sup>1</sup> talentueux dont nombreux poseront les fondations de ce programme de recherche. Sans prétendre à l'exhaustivité, on peut notamment citer Brian Berry, William Bunge, Duane Marble, John Nystuen ou Waldo Tobler. William Garrison joue également un rôle essentiel dans la création de l'analyse de réseau *via* différents rapports de recherche financés par l'armée américaine (Barnes, 2001 ; Barnes et Farish, 2006). Plus généralement, l'armée de terre, notamment *via* la *Rand Corporation*, et l'armée de mer *via* l'*Office of Naval Research* ont joué un rôle essentiel dans le développement de la théorie des graphes, de l'analyse de réseau et de l'optimisation linéaire dans les années 1950-1960.

### Références

Barnes, Trevor J. « Lives lived and lives told : biographies of geography's quantitative revolution ». *Environment and Planning D : Society and Space* 19 (2001) : 409-29.

Barnes, Trevor J., et Farish, Matthew. « Between Regions : Science, Militarism, and American Geography from World War to Cold War ». *Annals of the Association of American Geographers* 96, n° 4 (2006) : 807-26.

Berry, Brian J.L., et Marble, Duane F. *Spatial Analysis. A Reader in Statistical Geography*. Englewood Cliffs, New Jersey : Prentice-Hall, 1968.

Kansky, Karel. *Structure of Transportation Networks : Relationships between Network Geometry and Regional Characteristics*. Chicago : University of Chicago Press, 1963.

---

1. Le masculin s'impose, les rares femmes présentes dans les travaux le sont au titre de secrétaires et/ou d'épouses.

Nystuen, John D., et Dacey, Michael F. « A graph theory interpretation of nodal regions ». *Papers of the Regional Science Association* 7, n° 1 (1961) : 29-42.

Les numéros entre crochets correspondent à la pagination de l'article paru en 1960<sup>2</sup>. La ponctuation est celle de l'article ; quelques virgules disparaissent lors de la reprise dans le *textbook* de 1968 ; la présentation des références est également celle de l'article original. Les deux termes entre crochets, manquants dans l'article de 1960, ont été ajoutés dans le *textbook*.

Toutes les notes en bleu dans la traduction française sont du traducteur.

---

2. On trouvera la version originale - mais mal scannée - à [cette adresse](#)

## Connectivity of the Interstate Highway System

The author is Professor of Geography at the University of Washington. This paper discusses an elementary and descriptive use of the theory of graphs to evaluate the effects of changes in transportation networks. The method complements methods reviewed in the author's "Approaches to Three Highway Impact Problems", *Highways and Economic Development*, Bulletin 227, Highway Research Board (NAS-NRC, Publication 687), Washington, D.C., 1959, pp. 66-77. Mr Michael F. Dacey gave valuable assistance by preparing the computations used in the paper.

A recent informal survey of two thousand motorists disclosed that less than two per cent knew what the National System of Interstate and Defense Highways, or the Interstate Highway System, was. Undoubtedly, this proportion does not apply to the readers of this paper. But readers may not be familiar with certain of the needs for research regarding the Interstate System, so a general discussion precedes presentation of the problem treated in this paper. The problem treated is introduced in the paragraph below. This is followed by the general discussion which gives some characteristics of the Interstate System and the relevance of the research problem. Analyses of the problem and evaluation of results follow.

Everyone knows that the success of an activity is conditioned by its relative location, among other things. The Interstate Highway System is inducing changes in the relative location of urban centers and, thus, the success of activities within these centers. Locations of cities relative to each other are changing, city tributary areas are shifting, and the relative location of sites within cities is changing. General notions stressing locations relative to markets and/or raw materials and in association with compatible activities are available in the literature. However, present concepts of transportation systems are not at this level of generality. Present concepts relate to particular places - such as, the head of navigation and break of bulk places - and lack the generality of notions from location theory. Thus, they are of little value for the problem of transportation-induced shifts in relative location. What concepts are appropriate? In this paper the Interstate System is treated as a graph, and the usefulness of concepts from the theory of graphs is examined. Examination of the [122] graph yields several measures which may be thought of as indices of connectiveness, status indices, accessibility indices, or indices of relative location. The paper is elementary, both in its use of graph theory and in the analysis of the Interstate System. It reports the results of a pilot study from which it is hoped that more incisive studies will be developed.

The paragraph above is incorrect in one respect. There are certain concepts of transportation systems in the programming literature which are at

a high level of generality. The ordinary transportation problem of linear programming is a case in point. The transportation problem may be approached from the theory of graphs, of course. The search in this paper is for a level of approximation which is more elementary than those approximations using programming formats, but which is useful for the consideration of location problems.

## THE INTERSTATE SYSTEM

The Interstate System comprises 41,000 miles of high-speed, low transportation cost, limited-access facilities linking many of the major cities of the nation (Figure 1). The concept of the Interstate System dates back a number of years prior to implementation in 1956.<sup>3</sup> Previous federal highway policy has resulted in the federal aid primary system of about a quarter of a million miles, the federal aid secondary system (the farm to market system), and certain national parks and forest roads. The result of this previous policy is a relatively fine-scale network linking urban centers of all classes with each other, and linking urban centers with their tributary areas. The Interstate System is more gross in scale - in a sense it lies on top of previous highway systems, and it emphasizes linkages within and between major cities.

Perhaps two things may be gleaned from this brief statement. First, the Interstate System may be thought of as a large city or metropolitan system of highways since it provides links between (and within) metropolitan areas. This represents a marked shift in federal policy because previous highway policy might be characterized as catering to rural areas and small urban centers. Another notion is that the Interstate System may be thought of as a new highway network. In many ways it is more comparable to networks of airline and railroad routes than present highway networks.

### Magnitude of Changes Induced

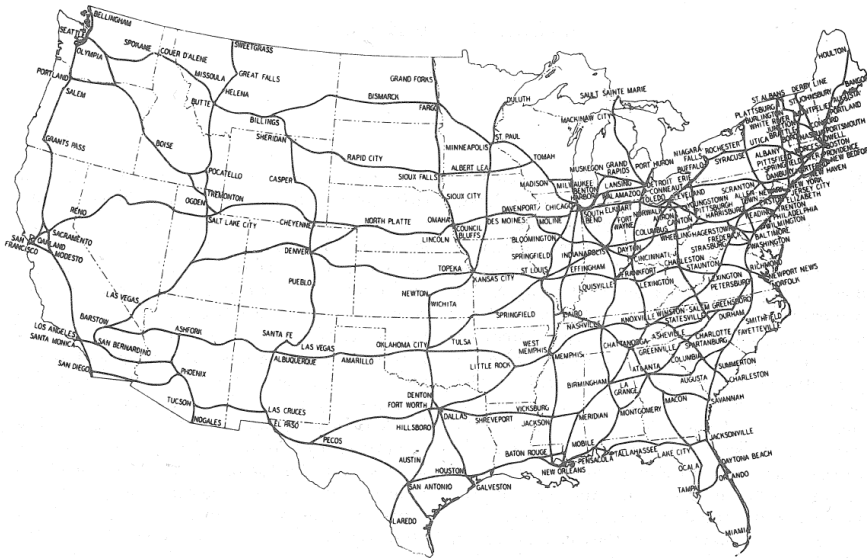
How far-reaching will be the location shifts following construction of the Interstate Highway System? The writer is inclined to the view that these changes will be as significant as those induced by other [124] major technological changes in transportation systems - railroad developments or paving of rural roads. Many do not share this strong an opinion, and some discussion of points of view is appropriate.

It may be argued that the situation is very different today from what it was when other transportation networks, say railroads, were developed. The railroads opened up large areas to distant markets, especially in the western United States. Consequently, many new industries were developed which

---

3. See U. S. Congress, *Interregional Highways*, 78th Cong., 2nd Sess., House Document 379; *Highway Needs of the National Defense*, 81st Cong., 1st Sess. House Document 249; and "Federal Aid Highway Act of 1956," U. S. 70 *Statutes at Large*, 374 (1956).

FIGURE 1 – The National System of Interstate Highways, 1957. Comprising 41,000 Miles of Expressway Facilities [123]



produced directly from resources and exported products long distances. Extensive wheat farming is an example of an industry developed in this way. Also, railroads enabled centralization of many manufacturing and service activities from small local establishments to giant national centers. The iron and steel industry serves as an example of this type of change. Production which was previously highly decentralized gave way to competition from large centers of production. The key to these changes was a marked reduction in unit transportation cost with the introduction of the railroad. With reduced unit transportation cost new resources could be brought into the economy and new efficiencies of large-scale production could be realized.

The Interstate Highway System is also markedly reducing unit transportation cost. This is especially true of the portions of the Interstate System within urban centers, where congestion costs are high.<sup>4</sup> It is here that one might look first for changes induced by the Interstate System. What new resources will be brought into the economy? Most striking, perhaps, is the possibility for upgrading to urban land uses resources formerly used for ty-

4. Exact saving from freeway use is difficult to estimate. Including the value of time saved, passenger car savings are approximately 2 cents per vehicle mile and truck savings about 10 cents. See American Association of State Highway Officials, *Road User Benefit for Highway Improvement*, Washington, D. C.; City of Los Angeles, Street and Parkway Design Division, *A Study of Freeway System Benefits*, 1954; and Hyman Joseph, "Automobile Operating Costs," *CATS Research News*, 3 (November 13, 1959), pp. 9 ff.

pically rural land uses. Production of amenities from residential sites and recreational amenities are two cases in point. What activities will be centralized from local to larger scale? Perhaps governmental activities in urban centers will be among those most subject to change. Wholesale activities of all types, newspapers, and department stores might be other activities which will change their structure greatly. The Interstate Highway System will induce changes, but most of the changes will relate to different activities and resources than railroad-induced changes.

The tendency to over-simplify previous experience and use it to evaluate the future (which we have been guilty of doing in the paragraphs above) makes it especially difficult to envision the reshaping of the economy that will follow from the continued development of highways. One forgets, for example, that the pattern of railroad routes developed over a long period of time, and during that time many changes went on rather gradually. First, railroads were built in competition with inland waterways and coastal routes. It was probably very difficult [125] to see widespread changes that these original beginnings foretold. At that time, as even now, cost comparisons between transportation media must have presented great difficulties. How difficult it must have been to visualize which of our industries would find great economies of centralization with the availability of railroad transportation. Many probably pointed out that production of buffalo hides hardly warranted building railroads through the arid West. To what extent are we guilty of the same kind of thinking about highways today?

There is some indication of changes that follow highway construction. It is well-known that marked changes in rural life were brought about by [the] paving of rural highways.<sup>5</sup> It is now necessary to predict marked changes in urban areas which will follow current developments of highways.

### Other Conditions

Highways alone are not enough to induce change, of course, just as railroads alone could not remake the face of America. The success of railroads depended upon markets for the products they hauled. Industrialization of Europe and the growth and development of the United States were necessary conditions for the great changes brought about by railroads. Certain conditions are necessary if changes are to be induced by the Interstate System. Continued urbanization and increasing demands for more leisure time at home, amenities, and services are conditions especially pertinent to the changes that will be induced by the Interstate System. Also, governmental conditions, such as the existence of FHA and transportation taxation policy, are important considerations in evaluating highway impact.

---

5. See, for example, Jean Labatut and Wheaton Lane (eds.), *Highways in Our National Life, A Symposium*, Princeton Univ. Press, 1950.



## Some Research Questions

Decisions on the location of the System and its capacity largely have been made.<sup>6</sup> The Interstate System is limited to 41,000 miles, and the general orientation of these routes is fixed. Decisions about capacity decisions have been made. That is, certain operational methods for forecasting traffic are used to determine traffic demands and capacity is installed to meet these demands. However, much research on allocation of facilities is needed, in spite of the fact that many of the major decisions have been made. Methods of making capacity decisions on the Interstate System could be improved. Need for investment in highway facilities seems unlimited and many decisions bearing on location and capacity of facilities similar to those made for the Interstate System will be made in the future.

[126] Certain problems of financing the Interstate System have been recognized. The U.S. Bureau of Public Roads is currently undertaking a highway cost allocation study designed to deal with these problems at the federal level.<sup>7</sup> Surely this study will not provide all the answers at the federal level, and there is need for work on state and local problems of financing. Also, questions of charges to properly allocate traffic among the several kinds of carriers arise when highway financing is reconsidered, as well as from pressures of problems arising in other sectors of the transportation industry.<sup>8</sup>

## The Relative Location Problem

Answering any one of the questions mentioned above requires some ability to speak intelligently about the influence of the Interstate System on activities. Answering questions of location and capacity obviously requires insights into effects on traffic by location shifts induced by the facility. Resolving questions of tax equity, financing, and the like requires ability to make intelligent estimates of location shifts. Thus, relative location is at the heart of these problems. The strategic position of some areas will be enhanced while that of others will be diminished when the highway improvements are made. Questions of how much change and where these changes will take place are inseparable.<sup>9</sup>

---

6. See references given in footnote 1.

7. The study is discussed in *Third Progress report of the Highway Cost Allocation Study*, 86th Cong., 1st Sess., House Document 91.

8. This problem has been discussed widely in the literature, e.g., *Highway Investment and Financing*, Bulletin 222, Highway Research Board (NAS-NRC, Publication 682), Washington, D.C., 1959.

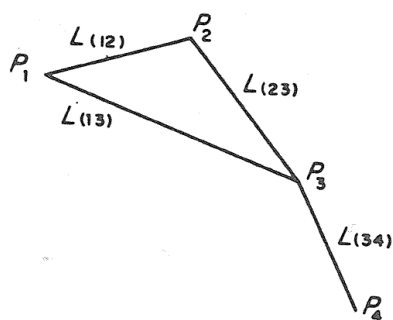
9. These notions are elaborated in W.L. Garrison, B.J.L. Berry, D.F. Marble, Richard Morrill and J. Nystuen, *Studies of Highway Development and Geographic Change*, Seattle: Univ. of Washington Press, 1959.

## THE HIGHWAY SYSTEM AS A GRAPH

Notions from graph theory may be useful in evaluating the relative location problem. In the language of graph theory the Interstate Highway System is an ordinary graph with 325 edges terminating at 218 vertices. For convenience in this discussion, edges will be termed *routes*, vertices will be termed *places*, and the graph will be termed *highway system* or *network*. An example of a network is given by Figure 2. [127] Places are marked  $P_1, P_2$ , etc., and routes,  $L_{(12)}, L_{(23)}$ , etc. Properties which characterize ordinary graphs and, thus, transportation systems treated as ordinary graphs are :<sup>10</sup>

1. A network has a finite number of places.
2. Each route is a set consisting of two places.
3. Each route joins two different places.
4. At the most, only one route may join a pair of places.
5. No distinctions are made between the “initial” and the “terminal” places of routes; in other words, routes are two-way.

FIGURE 2 –



### Identification of Places

It was necessary to adopt operational definitions of a place on the Interstate Highway System. All Standard Metropolitan Areas were recognized as

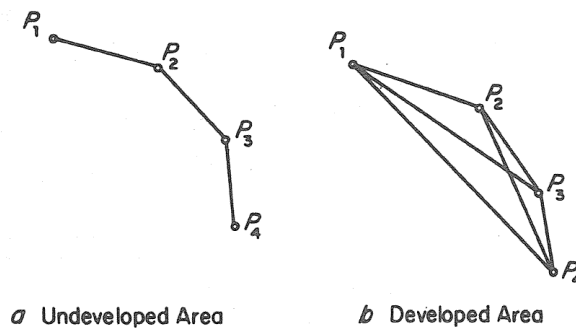
---

10. For bibliographies and expository discussions of graph theory, see Dorwin Cartwright, “The Potential Contribution of Graph Theory to Organization Theory”, chapter in *Modern Organization Theory*, Mason Haire, ed., New York : Wiley, 1959; Frank Harary, “Graph Theoretic Methods in the Management Sciences,” *Management Science*, 5 (1959), pp. 387-403; and Frank Harary and Robert Z. Norman, *Graph Theory as a Mathematical Model in Social Science*, Univ. of Michigan, Institute for Social Research, 1953. Basic references are Denis König, *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*, New York : Chelsea Publishing Company, 1950, and Claude Berge, *Théorie des graphes et ses applications*, Paris : Dunod 1958. Berge’s chapters 8, 13, 14, and 20 are of special interest.

places, provided they were on the System. 143 SMA's are on the System, 23 are not. Each intersection of three or more routes on the System was recognized as a place, regardless of whether or not it was occupied by an urban center which met the size criteria. Also, all ends of routes were recognized as places, e.g., Sweetgrass, Montana. The definition of place was, then, partly topological and partly based on urban size criteria.

[128] These definitions identify a *planar graph* -the intersection of any two routes on the graph is a place on the network. It was decided to use the topological definition of places because these ends of routes and, especially, intersections have locational assets, they are able to ship and receive from several directions. It is worth noting that many intersections on other transportation systems have not developed to the degree that the location at an intersection might seem to warrant. Complicating factors of tariff structures might have contributed to this. In the highway case there is an effect due to presence of demand on a highway which may be important in giving intersections an impetus for development. Heavy streams of traffic create demands for food, lodging, and other goods and services, and these are not supplied by the facility itself. There are no dining rooms, staterooms, or swimming pools on the highway as there are on ships.

FIGURE 3 -



Consideration of intersections as major places introduces interesting problems which need to be investigated further. As the transportation network is filled-in in an under-developed area, for example, intersections on the transportation system are created. These have the effect of introducing new places with strategic locations in the economy and shifting the relative location of places already developed (Figure 3). [129]

### Measures of Connectivity

Definitions :

A *path* is a collection of routes  $P_1 P_2, P_2 P_3, \dots, P_n P_m$ , where all places are different from each other.

The *length* of a path is the number of routes in it.

The *distance* between two places is the length of the shortest path (or any one of the shortest paths) joining them.

A number of measures have been suggested or may be directly inferred from the concepts of graph theory for measuring the relative cohesiveness of a network or the relative position of places on the network. One such concept is the *associated number* of a place. This number is the maximum of the distances from this place to all other places. In Figure 2, the associated number of  $P_1$  is 2, of  $P_3$ , 1. The *central place* of a network is that place whose associate number is a minimum.  $P_3$  is the central place of Figure 2. The maximum associated number indicates another characteristic of a network, the *diameter*.

Also, it is known that if there are  $m$  places in a network, then the maximum possible number of routes,  $L^*$ , in the network is  $L^* = \frac{m(m-1)}{2}$ . Prihar has suggested that the *degree of connectivity* of a network for which the number of places is known can be expressed :<sup>11</sup>

$$\text{maximum connectivity} = L^* / \frac{m(m-1)}{2} = 1$$

$$\text{minimum connectivity} = L^* / (m-1)$$

$$\text{degree of connectivity} = L^* / \text{observed number of routes}$$

As Prihar suggests, these notions might be very useful in designing networks with several types of cost in mind. If unit over-the-road cost is relatively low and investment cost of facilities high, then the network might take the form of A in Figure 3. If the reverse is true —investment cost low and over-the-road cost high— the network might take the form of B in Figure 3.

Shimbel has suggested a measure of the *dispersion*,  $D(X)$ , of a network  $X$ , namely :<sup>12</sup>

$$D(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij).$$

[130] He has also suggested a measure of the *accessibility* of the network to the  $i^{\text{th}}$  place :

11. Z. Prihar, "Topological Properties of Telecommunication Networks," *Proceedings, Institute of Radio Engineers*, 44 (1956), pp. 929-933.

12. Alfonso Shimbel, "Structural Parameters of Communication Networks," *Bull. Math. Biophysics*, 15 (1953), pp. 501-507.

$$A(iX) = \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij) \quad i = 1, \dots, n.$$

Also,

$$\sum_{i=1}^n A(iX) = D(X)$$

An ordinary network corresponds to a matrix  $X = \{x_{ij}\}$  when :  
 $x_{ij} = 1$  if, and only if, a route exists between  $i$  and  $j$   
 $x_{ij} = 0$  otherwise.

The matrix corresponding to A of Figure 3 is :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

and the matrix corresponding to B is :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Examination of the matrix corresponding to a network suggests methods of studying connectiveness. A glance at the  $i^{th}$  row or column of the matrix indicates the number of routes associated with the  $i^{th}$  place. Examination of the powers of the matrix is also useful. The matrix  $X^n$  contains elements indicating the number of ways the  $i^{th}$  place may be reached from the  $j^{th}$  in  $n$  steps. For example, the entry  $x_{ij} = C$  indicates that there are  $C$  possible ways in the network for place  $j$  to be reached from place  $i$  in  $n$  steps. The sum over the  $j^{th}$  column would indicate all of the ways available in  $n$  steps for place  $j$  to be reached from other places. A general notion of connectivity may be obtained from the matrix  $T$ , where  $T = X + X^2 + X^3 + \dots + X^n$ . Shimmel has termed the matrix  $X^n$  the *solution matrix*, in the case where powering of the matrix is carried until there are no elements having the value zero.  $n$  is the *solution time* of the system. Elements of this matrix show the [131] numbers of ways to reach place  $j$  from place  $i$  in the  $n$  steps. Elements of the matrix  $T$  display this information for all routes and a summation across the columns or down the rows of  $T$  will produce a vector of numbers indicating what we might call the *accessibility* of each place on the system.

All of the above properties of a graph and associated matrices  $X^i$  and  $T$  may be proved by reference to definitions of matrix algebra. Consider, for example, the summation

$$x_{ik}^2 = \sum_{j=1}^n c_{ij}c_{jk}$$

The only terms which contribute to this summation are those where  $c_{ij} = c_{jk} = 1$ . When this is the case, there is a two length path between  $i$  and  $k$  via  $j$ .<sup>13</sup> By definition  $x_{ij}^2$  is the element in the  $i^{th}$  row and  $k^{th}$  column of the matrix  $X^2$ .

## ANALYSES

The regional subsystem formed by the Interstate System in a portion of the Southeast United States was selected for exploratory study. This subsystem is shown on the accompanying map (Figure 4). The subsystem has 45 places and 64 routes. This particular subsystem was selected arbitrarily. The small size of the subsystem made computations relatively simple.

There are at least five types of analysis, not all of which have been made here, which might be applied to this subsystem, namely :

1. Analysis of the connection of the subsystem to the larger highway system.
2. Analysis of the subsystem as a whole.
3. Analysis of the position of particular places on the subsystem
4. Analysis of details of the subsystem within each urban center or place. A comparison of the within-city connections of the Interstate System will reveal marked differences from city to city.<sup>14</sup> One would expect, then, within-city differences from city to city resulting from the construction of the system.
5. Comparative analysis of different transportation graphs. These might be undertaken at any one of the four levels of analysis suggested above.

### The Regional Subsystem

The following statements may be made about the regional subsystem :

1. Its connectivity is

$$L^* = \frac{45(45 - 1)}{2} = 1980$$

---

13. This method counts paths from  $j$  to  $j$ , e.g., in 4 steps one might follow the path  $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_2, P_2P_1$ . In certain cases, this may not be desired.

14. Maps of the urban configurations of the Interstate System are in U. S. Dept. of Commerce, Bureau of Public Roads, *General Location of National System of Interstate Highways*, September 1955.

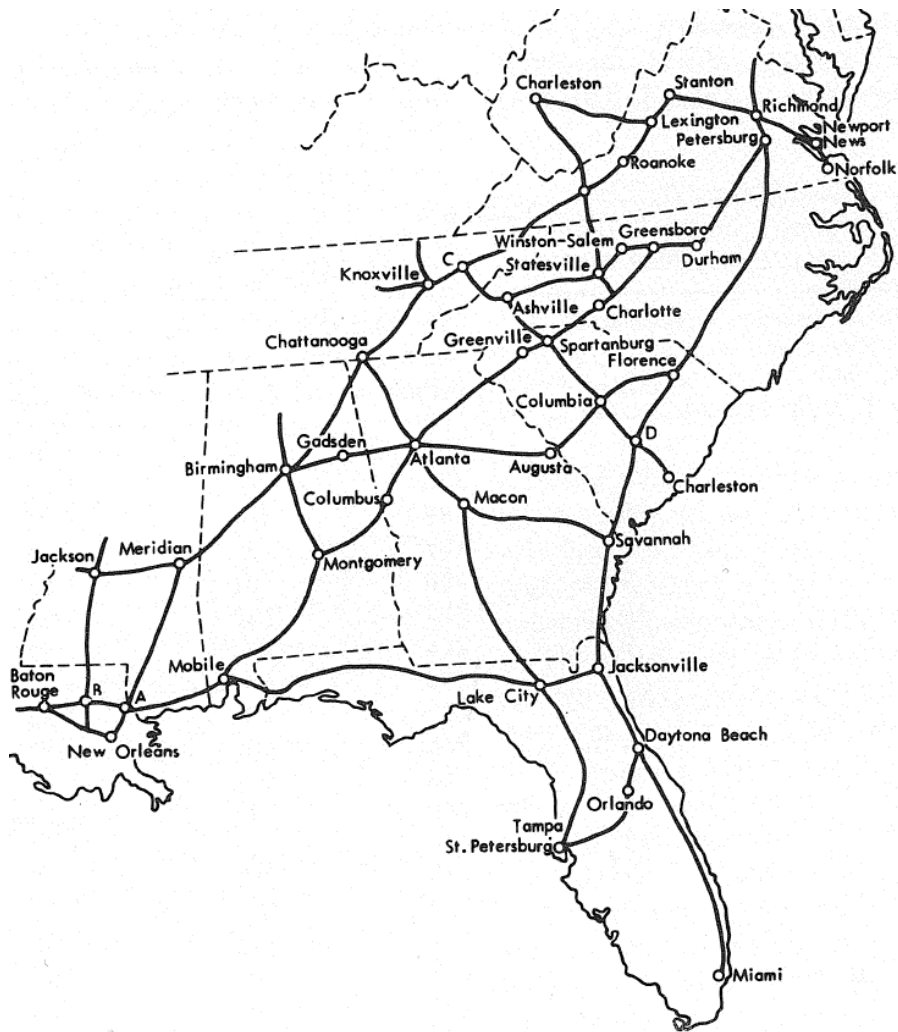


FIGURE 4 – A Portion of the Interstate Highway System [132]

$$\text{connectivity} = \frac{L^*}{L} = \frac{1980}{64} = 30.94$$

2. The diameter of the network is 12.
3. The central places of the network are at Atlanta, Columbia, Spartanburg, D, Macon, Savannah, Asheville, and Greenville.
4. The dispersion of the graph is

$$D(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij) = 9292$$

## Evaluation of Places on the Subsystem

It was noted earlier that there were a number of ways the position of a single place on the system might be evaluated. Examples of evaluation of accessibility or status of places follow.

1. The associated number is one indication of how accessible places are to the network. Associated numbers were computed by determining the longest distance for each place. The result is given in Table 1. It must be remembered that distance by definition is the shortest path between two places.

2. The accessibility index,  $A(iX)$ , for places on the system is also given in Table 1. This may be thought of as the accessibility of places to the network.

3. An alternate method of measuring accessibility has been made following the method suggested by Shimbel and Katz.<sup>15</sup> The operational definition of the method is as follows :

Let  $X$  be the  $n$  by  $n$  matrix corresponding to the subsystem.

$$T = sX + s^2X^2 + s^3X^3 + \dots + s^rX^r + \dots$$

$s$  is a scalar,  $0 < s \leq 1$ , measuring the effectiveness of a one-route connection;  $s^2$  is the effectiveness of a path with two [135] routes;  $s^r$  is the effectiveness of an  $r$  length path. Using this measure, accessibility of the  $i^{th}$  place,  $a_i$ , is

$$a_i = \sum_{j=1}^n t_{ij} \quad i = 1, \dots, n.$$

The relation

$$T + 1 = (1 - sX)^{-1} = 1 + sX + s^2X^2 + s^3X^3 + \dots$$

may be used to find  $T$ , provided  $s$  is selected in a proper manner.

The scalar used was .3 so each one-route path has the weight .3. Two-route paths have the weight .3 x .3 = .09. Three-route paths have the weight .3<sup>3</sup>. Results of this analysis are presented in Table 1.

---

15. Shimbel, op. cit., and W. Katz, "A New Status Index Derived from Sociometric Analysis," *Psychometrika*, 18 (1953), pp. 39-43.



TABLE 1 – Some Measures of Connectiveness [134]

Place	Associated Number	$A(iX)$		Shimbel-Katz Accessibility	
		number	rank	number	rank
Atlanta	7	146	1 <sub>1/2</sub>	1.88	1
Birmingham	8	173	10	1.37	2
Petersburg	9	189	16 <sub>1/2</sub>	1.34	3
Columbia	7	157	3	1.35	4
Spartanburg	7	160	4 <sub>1/2</sub>	1.31	5
A.	10	213	24 <sub>1/2</sub>	1.29	6
Statesville	9	214	26	1.24	7
D	7	168	8	1.22	8
Lake City	8	181	12	1.22	9
R	11	251	38	1.17	10
E	9	218	29 <sub>1/2</sub>	1.16	11
Macon	7	160	4 <sub>1/2</sub>	1.16	12
Florence	8	173	10	1.12	13
Mobile	9	213	24 <sub>1/2</sub>	1.05	14
Meridian	9	199	22	1.01	15
Savannah	7	146	1 <sub>1/2</sub>	1.01	16
Chattanooga	8	173	10	.99	17
Montgomery	9	196	20	.99	18
New Orleans	11	252	39	.96	19
Charlotte	8	189	16 <sub>1/2</sub>	.96	20
Ashville	7	183	13 <sub>1/2</sub>	.95	21
Jacksonville	8	188	15	.95	22
C	8	193	18 <sub>1/2</sub>	.92	23
Stanton	11	257	40 <sub>1/2</sub>	.90	24
Augusta	6	165	7	.86	25
Greenville	7	162	6	.86	26
Greensboro	9	215	27	.82	27
Lexington	11	257	40 <sub>1/2</sub>	.80	28
Columbus	8	183	13 <sub>1/2</sub>	.80	29
Daytona Beach	9	233	32	.72	30
Gadsen	9	198	21	.70	31
Durham	10	221	31	.68	32
Jackson	10	237	34	.67	33
Baton Rouge	12	293	44	.66	34
Winston-Salem	10	235	33	.65	35
Charleston	10	244	36 <sub>1/2</sub>	.63	36 <sub>1/2</sub>
Roanoke	10	244	36 <sub>1/2</sub>	.63	36 <sub>1/2</sub>
Knoxville	8	193	18 <sub>1/2</sub>	.62	38

Place	Associated Number	$A(iX)$		Shimbel-Katz Accessibility	
		number	rank	number	rank
Newport News	11	259	42	.62	39
Tampa-St. Petersburg	9	217	28	.59	40
Norfolk	12	302	45	.55	41
Orlando	9	243	35	.52	42
Richmond	10	218	29 <sub>1/2</sub>	.39	43
Charleston	8	212	23	.36	44
Miami	10	269	43	.27	45

### Comparative Analysis

One regional subsystem might be compared with the subsystem in another region; a regional subsystem might be compared with subsystems of other transportation systems in the same or other regions; and a regional subgraph might be compared with some theoretical construct. A theoretical comparison has been made with a concept of a hierarchical arrangement of urban centers. Hierarchical notions flow from the work of Christaller and L6sch. Briefly, it is argued that there is a system of cities ranging from hamlets through villages, towns, regional capitals, and national capitals, and perhaps even international capitals.<sup>16</sup> The relative accessibility or status of each place might reflect a hierarchical ordering. This notion was tested using the data from the Shimbel-Katz analysis and applying the nearest neighbor statistic. The results are shown in Table 2. Although there is a slight tendency for grouping, it is not significant. Consequently the hypothesis that no grouping or hierarchy occurs cannot be rejected. This is by no means a test of whether or not an hierarchical system of cities exists in the southeast. It is a test of whether or not the connectiveness of the highway system so far as individual places is concerned indicates a hierarchy.

There are a number of ways transportation systems may be compared. The operational question that is most difficult to answer is that of recognizing the systems to be compared. A crude comparison of the Interstate System with the railroad network of the study area has been made by comparing the number of rays or routes at each place.<sup>17</sup> Only a partial analysis was made, using the data in Table 3. These [137] results are quite interesting. For one thing, there are almost twice as many rays on the railroad system than there are on the Interstate System. The expected number of rays on the Interstate System (based on the distribution of rays on the railroad system) is quite like the observed number. However, Atlanta would seem to be better served

16. There is a notion of hierarchy in graph theory, but it is not used here.

17. The count of railroad rays was made using Edward L. Ullman's *U.S. Railroads, Classified According to Capacity and Relative Importance* (Map), New York : Simmons-Boardman Publishing Company, 1950.

TABLE 2 – Nearest Neighbor Analysis of Places on the Interstate System\* [136]

	Nearest Neighbors		
	First	Second	Third
Observed Reflexive Points	34	21	12
Expected Reflexive Points	30	20	13

\*The difference between the observed and expected distributions is not significant. The nearest neighbor analysis is based on P. J. Clark, "Grouping in Spatial Distributions," *Science*, 123 (1956), pp. 373-4.

TABLE 3 – Comparison of Selected Cities [136]

City	Railroad Routes	Interstate Routes	
		Expected*	Observed
Atlanta	9	4.8	6
Birmingham	9	4.8	5
Petersburg	5	2.7	3
Columbia	9	4.8	4
Spartanburg	6	3.2	4
Statesville	4	2.2	3
Lake City	5	2.7	4
Macon	6	3.2	3
Florence	5	2.7	3
Mobile	6	3.2	3
Meridian	6	3.2	3
Savannah	7	3.8	3
Chattanooga	6	3.2	4
Montgomery	8	4.3	3
New Orleans	8	4.3	3
Charlotte	7	3.8	3
Total	106	56.9	57

\*Number expected if Interstate Routes were distributed in the same manner as railroad routes. The difference between the observed and expected distributions is not significant.

by the Interstate System than by the railroad network and New Orleans and Montgomery less well served. This leads to the tentative observation that in spite of the fact of the relatively sprawling character of the Interstate System, certain central places on the network are emphasized more than are central places on the railroad network. The reverse is also true. This is an interesting

conclusion, but it is relatively specious at this state of the investigation.

## ACCOMPLISHMENTS

In this paper we have done no more than introduce the problem of the analysis of transportation networks and suggested some descriptive approaches via modern graph theory. Whether the approaches have merit remains an open question. There are two things in their favor, however. One is the relative simplicity of graph theory; another is the ability to look at the System as a whole or to look at individual parts of it in terms of the whole. There are alternate approaches that have the latter merit, but their application to problems of the scope of the Interstate System would require tremendous effort.<sup>18</sup>

At least two major inadequacies of the approach should be mentioned. For one, graph concepts are in no way normative. Whether or not some arrangement is good or bad, whether or not links should be added to [a] system, and like decision-making questions require empirical statements outside of the usual content of graph theory. Just what sort of relationships need to be specified and how they may be introduced is a subject for study. Also, the user of this method must make rather arbitrary decisions regarding the content of the graph. In the case of the Interstate System, the content of the graph is pretty much by definition. Even this is questionable, since there are routes constructed, under construction, or planned which are very similar in character to the Interstate System, but not integral parts of it. Evaluation of the railroad system in comparison to the Interstate System also required definition of a graph. Problems of definition, and perhaps a host of others, will become clearer as work continues.

---

18. It might be useful, for example, to merge information on mathematical programming with information on highway networks as is done for electrical networks in Jack Bonnell Dennis' *Mathematical Programming and Electrical Networks*, Technology Press of M.I.T. and Wiley, 1957.

## Connectivité du système autoroutier inter-États

L'auteur est professeur de géographie à l'Université de Washington. Cet article propose une utilisation basique et descriptive de la théorie des graphes pour évaluer les conséquences des changements dans les réseaux de transport. La méthode complète celles examinées dans l'article de l'auteur, « Approaches to Three Highway Impact Problems », *Highways and Economic Development*<sup>1</sup>, Highway Research Board (NAS-NRC, Publication 687), Washington, D.C., 1959, p. 66-77. M. Michael F. Dacey a apporté une aide précieuse en préparant les calculs utilisés dans l'article.

Un récent sondage informel mené auprès de 2000 automobilistes a révélé que moins de deux pour cent savaient ce qu'était le Réseau national des autoroutes inter-États et de défense, ou le Réseau routier inter-États<sup>2</sup>. Sans aucun doute, cette proportion ne s'applique pas aux lecteurs de cet article. Mais ceux-ci peuvent ne pas être familiers avec certaines des questions de recherche concernant le système inter-États, c'est pourquoi une discussion générale précède la présentation du problème traité dans cet article. Le problème traité est introduit dans le paragraphe ci-dessous. Il est suivi par la discussion générale qui donne quelques caractéristiques du système inter-États et la pertinence du problème de recherche. Les analyses du problème et l'évaluation des résultats concluent l'ensemble.

Tout le monde sait que le succès d'une activité est notamment conditionné par sa localisation relative. Le réseau routier inter-États induit des changements dans les positions relatives des centres urbains et, ainsi, le succès des activités au sein de ces centres. La position des villes les unes par rapport aux autres change, tout comme les zones d'influence des villes et la position relative des sites urbains. Des notions générales renseignant les positions des lieux par rapport aux marchés et/ou aux matières premières et en association avec des activités compatibles sont disponibles dans la littérature. Cependant, les concepts actuels des systèmes de transport n'atteignent pas ce niveau de généralité. Les concepts actuels se rapportent à des endroits particuliers - embouchure, rupture de charge - et manquent de la généralité des notions de la théorie des lieux centraux. Par conséquent, ils n'ont que peu d'intérêt pour le problème des changements de localisation relative induits par les transports. Quels sont les concepts appropriés ? Dans cet article, le système inter-États est traité comme un graphe, et l'utilité des concepts de la théorie des graphes est examinée. L'examen du graphe donne plusieurs mesures qui peuvent être considérées comme des indices de connectivité, des indices de statut, des indices d'accessibilité ou des indices de localisation

---

1. L'article est librement accessible en ligne à cette adresse.

2. Système d'autoroutes financées par le gouvernement fédéral et créé par le *National Interstate and Defense Highways Act* de 1956.

relative. L'article est élémentaire, à la fois dans son utilisation de la théorie des graphes et dans l'analyse du système inter-États. Il rend compte des résultats d'une étude pilote à partir de laquelle on espère que des études plus approfondies seront élaborées.

Le paragraphe ci-dessus est inexact sur un point. Il existe dans la littérature de programmation certains concepts relatifs aux réseaux de transport qui atteignent un haut niveau de généralité. L'étude des transports par la programmation linéaire en est un bon exemple.<sup>3</sup> Le problème du transport peut bien entendu être traité par la théorie des graphes. Dans cet article, le niveau d'approximation est plus élémentaire que dans la littérature de programmation, mais il est utile pour l'examen des problèmes de localisation.

### LE SYSTÈME INTER-ÉTATS

Le réseau inter-États comprend 41 000 miles d'autoroutes à grande vitesse, à faible coût de transport et à accès limité reliant de nombreuses grandes villes du pays (figure 1). Le concept du système inter-États date de plusieurs années, avant sa mise en œuvre en 1956.<sup>4</sup> La politique routière fédérale antérieure a donné lieu au système routier fédéral primaire d'environ un quart de million de miles, au système fédéral secondaire (le système de la ferme au marché), à des routes de parcs nationaux et à des routes forestières. Le résultat de cette politique passée est un réseau relativement fin reliant les centres urbains de toutes les tailles entre eux, et reliant les centres urbains avec leurs zones d'influence. Le système inter-États est d'échelle plus macroscopique - il se trouve en quelque sorte au-dessus des réseaux routiers précédents, et il met l'accent sur les liens à l'intérieur des et entre les grandes villes.

On peut peut-être tirer deux éléments de ce bref constat. Tout d'abord, le système inter-États peut être considéré comme un système d'autoroutes reliant les grandes villes, car il fournit des liens entre (et à l'intérieur) des zones métropolitaines. Cela représente un changement notable de la politique fédérale, la politique routière précédente pourrait être caractérisée comme destinée aux régions rurales et aux petits centres urbains. De plus, le système inter-États peut être considéré comme un nouveau réseau autoroutier. À bien des égards, il est davantage comparable aux réseaux de lignes aériennes et ferroviaires qu'aux réseaux autoroutiers actuels.

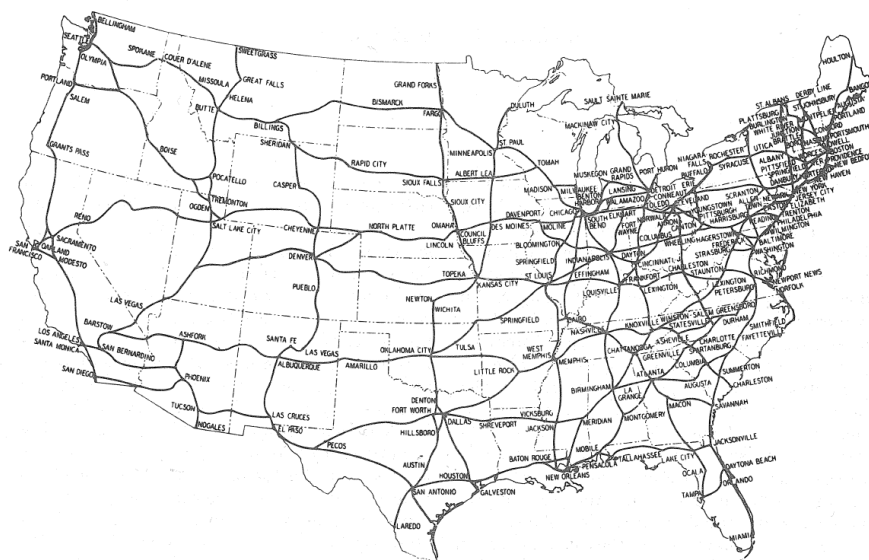
### Ampleur des changements induits

---

3. Garrison évoque ici les travaux sur l'optimisation des flux, fondés sur l'algèbre linéaire, et notamment ceux des ingénieurs de la *RAND Corporation*.

4. Voir U. S. Congress, *Interregional Highways*, 78th Cong., 2nd Sess., House Document 379; *Highway Needs of the National Defense*, 81st Cong., 1st Sess. House Document 249; et "Federal Aid Highway Act of 1956," U. S. 70 *Statutes at Large*, 374 (1956).

FIGURE 1 – Le système national des autoroutes inter-États, 1957. Il compte 41 000 miles de voies rapides



Quelle sera la portée des changements de localisation après la construction du réseau routier inter-États ? L'auteur est enclin à croire que ces changements seront aussi importants que ceux induits par d'autres changements technologiques majeurs dans les systèmes de transport - le développement des chemins de fer ou le pavage des routes rurales. Beaucoup ne partagent pas cette opinion tranchée, il convient donc d'évoquer les différents points de vue.

On peut considérer que la situation est très différente aujourd'hui de ce qu'elle était lorsque d'autres réseaux de transport comme les chemins de fer ont été développés. Les chemins de fer ont ouvert de vastes zones aux marchés éloignés, en particulier dans l'ouest des États-Unis. Par conséquent, un grand nombre de nouvelles industries ont été développées qui produisaient directement à partir de ressources et de produits exportés sur de longues distances. La culture extensive du blé est un exemple d'une industrie développée de cette façon. En outre, les chemins de fer ont permis la centralisation de nombreuses activités de fabrication et de service, des petits établissements locaux aux centres nationaux géants. L'industrie sidérurgique fournit un exemple de ce type de changement. La production, auparavant fortement décentralisée, a cédé la place à la concurrence des grands centres de production. Le facteur clé de ces changements a été une réduction marquée des coûts unitaires de transport avec l'introduction du chemin de fer. Grâce à cette réduction, de

nouvelles ressources pouvaient être injectées dans l'économie et de nouveaux gains d'efficacité concernant la production à grande échelle pouvaient être réalisés.

Le réseau routier inter-États réduit également considérablement les coûts unitaires de transport. Cela est particulièrement vrai pour les parties du système inter-États situées dans les centres urbains, où les coûts de congestion sont élevés.<sup>5</sup> C'est ici que l'on pourrait chercher en premier lieu les changements induits par le système inter-États. Quelles nouvelles ressources seront apportées à l'économie ? Ce qui est peut-être le plus frappant, c'est la possibilité d'urbaniser des terrains utilisés auparavant à des fins typiquement rurales. La production d'équipements à partir de sites résidentiels et d'équipements récréatifs sont deux exemples. Quelles activités seront centralisées, passant d'une échelle locale à une plus grande échelle ? Peut-être que les activités gouvernementales dans les centres urbains seront parmi les plus sujettes au changement. Les activités de commerce de gros de tous types, les journaux et les grands magasins pourraient être d'autres activités dont la structure changera considérablement. Le réseau routier inter-États entraînera des changements, mais la plupart de ces changements concerneront des activités et des ressources autres que celles impactées par les chemins de fer.

La tendance à trop simplifier l'expérience antérieure et à l'utiliser pour évaluer l'avenir (ce que nous avons été coupables de faire dans les paragraphes ci-dessus) rend particulièrement difficile l'idée d'une restructuration de l'économie qui découlerait du développement continu des autoroutes. On oublie, par exemple, que le tracé des voies ferrées s'est développé sur une longue période et que, pendant ce temps, de nombreux changements ont été progressifs. Au départ, les chemins de fer ont été construits pour concurrencer les voies navigables intérieures et les routes côtières. Il a probablement été très difficile de voir les changements d'ampleur que ces débuts avaient annoncés. À cette époque, et encore aujourd'hui, comparer les coûts entre les moyens de transport a dû présenter de grandes difficultés. Combien il a dû être difficile de visualiser laquelle de nos industries réaliserait de grandes économies liées à la centralisation grâce à la disponibilité du transport ferroviaire. Beaucoup ont probablement souligné que la production de peaux de bison ne justifiait guère la construction de chemins de fer dans l'Ouest aride. Dans quelle mesure sommes-nous coupables du même genre de réflexion sur les routes aujourd'hui ?

Certains changements paraissent liés à la construction de routes. Il est

---

5. L'économie exacte liée à l'utilisation de l'autoroute est difficile à estimer. En incluant le temps économisé, les économies pour les voitures particulières sont d'environ 2 cents par véhicule-mile et les économies pour les camions camion d'environ 10 cents. Voir American Association of State Highway Officials, *Road User Benefit for Highway Improvement*, Washington, D. C. ; City of Los Angeles, Street and Parkway Design Division, *A Study of Freeway System Benefits*, 1954 ; et Hyman Joseph, "Automobile Operating Costs," *CATS Research News*, 3 (November 13, 1959), pp. 9 ff. [La première référence citée date de 1953.](#)



bien connu que le pavage des routes rurales a entraîné des changements notables dans la vie rurale.<sup>6</sup> Il est maintenant nécessaire de prévoir des changements nets dans les aires urbaines qui suivront le développement actuel des autoroutes.

### Autres conditions

Bien entendu, les autoroutes seules ne suffisent pas à produire des changements, tout comme les chemins de fer seuls ne pouvaient modifier le visage de l'Amérique. Le succès des chemins de fer dépendait des marchés pour les produits transportés. L'industrialisation de l'Europe et la croissance et le développement des États-Unis étaient les conditions nécessaires aux grands changements apportés par les chemins de fer. Certaines conditions sont nécessaires pour que le système autoroutier inter-États entraîne des changements. L'urbanisation continue, la demande croissante de plus de temps libre à la maison, de commodités et de services sont des conditions particulièrement favorables pour les changements qui seront induits par le système inter-États. De plus, les facteurs gouvernementales, comme l'existence de la FHA<sup>7</sup> et la politique de taxation des transports, sont des aspects importants pour l'évaluation de l'impact autoroutier.

### Quelques questions de recherche

Les décisions concernant la localisation du système et sa capacité ont en grande partie déjà été prises. Le réseau inter-États est limité à 41 000 miles, et l'orientation générale de ces routes est décidée.<sup>8</sup> Des décisions concernant la capacité ont été prises. Des méthodes opérationnelles de prévision du trafic sont utilisées pour déterminer la demande et une capacité suffisante est prévue pour y faire face. De nombreuses recherches sur la répartition des installations sont cependant nécessaires, bien qu'un nombre conséquent de décisions importantes ait été pris. Les méthodes de prise de décisions sur la capacité du système inter-États pourraient être améliorées. La nécessité d'investir dans les infrastructures routières semble illimitée et de nombreuses décisions, semblables à celles prises pour le réseau inter-États, portant sur la localisation et la capacité des installations seront prises à l'avenir.

Certains problèmes de financement du système inter-États ont été reconnus. Le *U.S. Bureau of Public Roads* entreprend actuellement une étude de répartition des coûts des routes visant à régler ces problèmes au niveau fédéral.<sup>9</sup> Certes, cette étude ne fournira pas toutes les réponses au niveau

---

6. Voir par exemple Jean Labatut et Wheaton Lane (eds.), *Highways in Our National Life, A Symposium*, Princeton Univ. Press, 1950.

7. *Federal Housing Administration*.

8. Voir les références citées dans la note de bas de page 4

9. L'étude est discutée dans *Third Progress report of the Highway Cost Allocation Study*, 86<sup>th</sup> Cong., 1<sup>st</sup> Sess., House Document 91.

fédéral, et il est nécessaire de travailler sur les problèmes de financement étatique et local. En outre, la question des charges pour répartir correctement le trafic entre les différents types de transporteurs se pose lorsque le financement routier est réexaminé, ainsi que les pressions liées aux problèmes dans d'autres secteurs de l'industrie des transports.

### Le problème de la localisation relative

Répondre à l'une des questions mentionnées ci-dessus suppose une certaine capacité à parler intelligemment de l'impact du système inter-États sur les activités. Pour répondre aux questions sur la localisation et la capacité, il faut évidemment connaître les effets sur le trafic des changements de localisation induits par l'installation des équipements. Résoudre les questions d'équité fiscale, de financement et autres, nécessite des estimations intelligentes des changements de localisation. Ainsi, la localisation relative est au cœur de ces problèmes. Certains secteurs verront leur position stratégique améliorée tandis que d'autres la verront diminuée lorsque les améliorations routières seront apportées. Les questions de l'ampleur des changements et de leur localisation sont indissociables.<sup>10</sup>

### LE SYSTÈME AUTOROUTIER COMME GRAPHE

Les notions de la théorie des graphes peuvent être utiles pour étudier les problèmes de localisation relative. Dans le langage de la théorie des graphes, le système autoroutier inter-États est un graphe ordinaire<sup>11</sup> avec 325 liens et 218 sommets. Pour faciliter la discussion, les liens seront appelés *routes*, les sommets seront appelés *lieux*, et le graphe sera appelé *système autoroutier* ou *réseau*. Un exemple de réseau est donné par la figure 2. Les lieux sont notés  $P_1, P_2$ , etc., et les routes,  $L_{(12)}, L_{(23)}$ , etc. Les propriétés qui caractérisent les graphes ordinaires et donc les systèmes de transport traités comme des graphes ordinaires sont :<sup>12</sup>

---

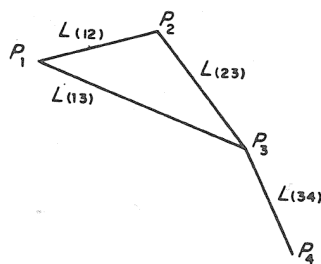
10. Ces notions sont développées dans W.L. Garrison, B.J.L. Berry, D.F. Marble, Richard Morrill and J. Nystuen, *Studies of Highway Development and Geographic Change*, Seattle : Univ. of Washington Press, 1959.

11. On utiliserait aujourd'hui le terme de graphe simple.

12. Pour les références bibliographiques et des exposés de la théorie des graphes, voir Dorwin Cartwright, "The Potential Contribution of Graph Theory to Organization Theory", In *Modern Organization Theory*, Mason Haire, ed., New York : Wiley, 1959 ; Frank Harary, "Graph Theoretic Methods in the Management Sciences," *Management Science*, 5 (1959), pp. 387-403 ; et Frank Harary et Robert Z. Norman, *Graph Theory as a Mathematical Model in Social Science*, Univ. of Michigan, Institute for Social Research, 1953. Les références de base sont Dénes König, *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*, New York : Chelsea Publishing Company, 1950, et Claude Berge, *Théorie des graphes et ses applications*, Paris : Dunod 1958. Les chapitres 8, 13, 14 et 20 de l'ouvrage de Berge sont particulièrement recommandés. L'ouvrage de Claude Berge sera traduit et publié aux États-Unis en 1962 ; l'ouvrage de König, dont la première édition allemande date de 1936, sera traduit en anglais en 1990 seulement.

1. Un réseau possède un nombre fini de lieux.
2. Chaque route est un ensemble formé de deux lieux.
3. Chaque route joint deux lieux différents.
4. Au plus, une seule route peut joindre une paire de lieux.
5. Aucune distinction n'est faite entre les lieux de départ et les lieux d'arrivée ; autrement dit, les routes sont à double sens<sup>13</sup>.

FIGURE 2 –



### Identification des lieux

Il est nécessaire d'adopter une définition opérationnelle des lieux sur le réseau inter-États<sup>14</sup>. Toutes les régions métropolitaines<sup>15</sup> ont été considérées comme des lieux, à condition qu'elles soient sur le réseau. 143 SMA sont sur le réseau, 23 n'y sont pas. Chaque intersection de trois routes ou plus du réseau a été considérée comme un lieu, qu'il soit occupé ou non par un centre urbain important. En outre, toutes les extrémités des routes ont été considérées comme des lieux, par exemple, Sweetgrass, Montana<sup>16</sup>. La définition du lieu était en partie topologique et en partie basée sur des critères de taille urbaine.

Ces définitions créent un graphe *planaire* - l'intersection de deux routes sur le graphe est un lieu du réseau. Il a été décidé d'utiliser la définition topologique des lieux parce que les extrémités de routes et notamment les intersections présentent des atouts en terme de localisation, ils sont en mesure d'expédier et de recevoir de plusieurs directions. Il convient de noter que de nombreuses intersections sur d'autres réseaux de transport ne se sont pas

13. En d'autres termes, la direction des liens n'est pas prise en compte, ce qui est souvent le cas dans les analyses de réseaux de transports s'appuyant sur le formalisme de la théorie des graphes.

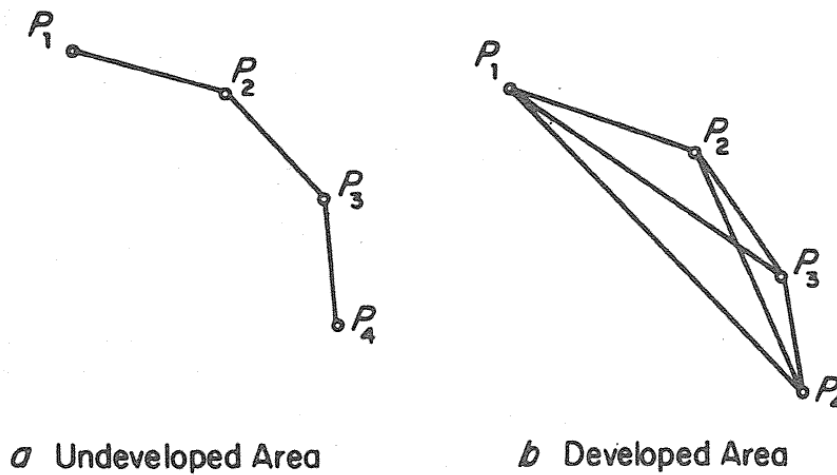
14. La question de la définition des sommets et des liens du réseau est, on le voit, une préoccupation commune aux différentes disciplines mobilisant l'analyse de réseau.

15. Garrison évoque les MSA, nommées aujourd'hui SMA - *statistical metropolitan areas*.

16. Garrison n'évoque pas dans la suite de l'article les problèmes liés aux effets de bord.

développées au point que la localisation d'une intersection puisse lui garantir un tel avantage. Des facteurs complexes liés aux structures tarifaires auraient pu y contribuer. Dans le cas de la route, il y a un effet dû à la présence d'une demande qui peut être importante et favoriser le développement des intersections. Des flux importants créent une demande pour la nourriture, l'hébergement et d'autres biens et services, et ceux-ci ne sont pas fournis par l'installation elle-même. Il n'y a pas de salles à manger, de cabines ou de piscines sur l'autoroute comme il y en a sur les navires de croisière.

FIGURE 3 –



La prise en compte des intersections en tant que lieux importants introduit des problèmes intéressants qui doivent être approfondis. Lorsque le réseau de transport est rempli dans une zone sous-développée, par exemple, des intersections sur le réseau de transport sont créées. Celles-ci ont pour effet d'introduire de nouveaux lieux avec des localisations stratégiques dans l'économie et de changer la localisation relative des lieux déjà développés.

### Mesures de connectivité

Définitions :

Un *chemin* est un ensemble de routes  $P_1 P_2, P_2 P_3, \dots, P_n P_m$ , où tous les lieux sont différents les uns des autres.

La *longueur* d'un chemin est le nombre de routes qu'il contient.

La *distance* entre deux lieux est la longueur du plus court chemin (ou de n'importe lequel des plus courts chemins) les reliant.

Un certain nombre de mesures ont été suggérées ou peuvent être directement déduites des concepts de la théorie des graphes pour mesurer la

cohésion relative d'un réseau ou la position relative des lieux dans le réseau. Un de ces concepts est le *nombre associé* d'un lieu<sup>17</sup>. Ce nombre est le maximum des distances de ce lieu à tous les autres lieux. Dans la figure 2, le nombre associé de  $P_1$  est 2, de  $P_3$ , 1. Le *lieu central* d'un réseau est celui dont le nombre associé est le minimum.  $P_3$  est le lieu central de la figure 2. Le nombre associé le plus élevé fournit une autre caractéristique d'un réseau, le *diamètre*.

De plus, on sait que s'il y a  $m$  lieux dans un réseau, alors le nombre maximum possible de routes,  $L^*$ , dans le réseau est  $L^* = \frac{m(m-1)}{2}$ . Prihar a proposé que le *degré de connectivité* d'un réseau pour lequel le nombre de lieux est connu soit exprimé ainsi :<sup>18</sup>

$$\text{connectivité maximale} = L^* / \frac{m(m-1)}{2} = 1$$

$$\text{connectivité minimale} = L^* / (m-1)$$

$$\text{degré de connectivité} = L^* / \text{nombre de routes observées}^{19}$$

Comme le suggère Prihar, ces notions pourraient être très utiles dans la conception de réseaux ayant plusieurs types de coûts. Si le coût d'utilisation de la route est relativement faible et le coût d'investissement des installations élevé, alors le réseau pourrait prendre la forme de A dans la figure 3. Si l'inverse est vrai - coût d'investissement faible et coût d'utilisation élevé - le réseau pourrait prendre la forme de B dans la figure 3.

Shimbel a proposé une mesure de *dispersion* d'un réseau noté  $D(X)$  où :<sup>20</sup>

$$D(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij)$$

Il a également proposé une mesure d'*accessibilité* du réseau depuis un lieu  $i$  :

17. Cette mesure est également appelée nombre de König.

18. Z. Prihar, "Topological Properties of Telecommunication Networks," *Proceedings, Institute of Radio Engineers*, 44 (1956), pp. 929-933. Une traduction de cet article est en préparation.

19. Cette formule est l'inverse de la densité (nombre de liens présents/nombre de liens possibles). Ce dernier indicateur sera nommé indice gamma par Kansky dans sa thèse, la densité désignant pour cet auteur le rapport entre la longueur des voies et la surface du territoire étudié.

20. Alfonso Shimbel, "Structural Parameters of Communication Networks," *Bull. Math. Biophysics*, 15 (1953), pp. 501-507. L'article de Shimbel s'inscrit dans le programme de recherche étudiant les réseaux de communications et ne s'appuie pas sur la théorie des graphes - le terme n'est pas une seule fois utilisé par l'auteur. Cet article, jusqu'à la fin des années 1970, est cité quasi exclusivement par des géographes si l'on en croit Google Scholar (recherche effectuée le 29 janvier 2021).

$$A(iX) = \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij) \quad i = 1, \dots, n.$$

Et

$$\sum_{i=1}^n A(iX) = D(X)$$

À un réseau ordinaire correspond une matrice  $X = \{x_{ij}\}$  où :  
 $x_{ij} = 1$  si et seulement si une route existe entre  $i$  et  $j$   
 $x_{ij} = 0$  sinon.

La matrice correspondant au graphe A de la figure 3 est :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

et la matrice correspondant au graphe B est :

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

L'examen de la matrice correspondant à un réseau suggère des méthodes d'étude de la connectivité. Un coup d'œil à la somme en ligne ou en colonne  $i$  de la matrice indique le nombre de routes associées au lieu  $i$ . L'examen des puissances de la matrice est également utile. La matrice  $X^n$  contient des valeurs indiquant le nombre de façons dont le lieu  $i$  peut être atteint à partir de  $j$  via  $n$  routes. Par exemple, l'entrée  $x_{ij} = C$  indique qu'il y a  $C$  moyens possibles dans le réseau pour atteindre le lieu  $j$  depuis le lieu  $i$  en passant par  $n$  routes. La somme de la colonne  $j$  indiquerait toutes les manières disponibles via  $n$  routes pour atteindre d'autres lieux en partant du lieu  $j$ . Une notion générale de connectivité peut être obtenue à partir de la matrice  $T$ , où  $T = X + X^2 + X^3 + \dots + X^n$ . Shimmel a appelé *matrice solution* la matrice  $X^n$  où  $n$  est la plus petite valeur menant à une matrice sans élément ayant la valeur zéro.  $n$  est la *solution time*<sup>21</sup> du réseau. Les éléments de cette matrice montrent les nombres de façons de relier le lieu  $j$  depuis  $i$  en  $n$  routes. Les éléments de la matrice  $T$  affichent ces informations pour toutes les routes et la somme en ligne ou en colonne de  $T$  produira un vecteur de nombres indiquant ce que nous pourrions appeler l'*accessibilité* de chaque lieu dans le réseau.

21. Je ne connais pas d'équivalent français à ce terme.

Toutes les propriétés évoquées ci-dessus d'un graphe et des matrices associées  $X^i$  et  $T$  peuvent être prouvées par référence aux définitions de l'algèbre matricielle. Considérons, par exemple, la somme

$$x_{ik}^2 = \sum_{j=1}^n c_{ij}c_{jk}$$

Les seuls termes qui contribuent à cette somme sont ceux où  $c_{ij} = c_{jk} = 1$ . Quand c'est le cas, il y a un chemin de longueur deux entre  $i$  et  $k$  via  $j$ .<sup>22</sup> Par définition  $x_{ij}^2$  est l'élément de la ligne  $i$  et de la colonne  $k$ <sup>23</sup> de la matrice  $X^2$ .

## ANALYSES

Le sous-système régional formé par le système inter-États dans une partie du sud-est des États-Unis a été sélectionné pour une étude exploratoire. Ce sous-système est illustré sur la carte (figure 4). Le sous-système compte 45 lieux et 64 routes. Ce sous-système particulier a été arbitrairement choisi. La petite taille du sous-système rendait les calculs relativement simples.

Au moins cinq types d'analyses, toutes n'ayant pas été menées ici, pourraient être appliquées à ce sous-système, à savoir :

1. Analyse de la connexion du sous-système au réseau routier plus vaste.
2. Analyse du sous-système pris comme un tout.
3. Analyse de la position de lieux particuliers dans le sous-système.
4. Analyse des détails du sous-système dans chaque centre urbain ou lieu. Une comparaison des connexions intra-urbaines du système inter-États révélera des différences marquées d'une ville à l'autre.<sup>24</sup> On s'attendrait donc à ce que la construction du système entraîne des différences entre les villes.
5. Analyse comparative de différents graphes de transport. Celle-ci pourrait être entreprise à l'un des quatre niveaux d'analyse suggérés ci-dessus.

### Le sous-système régional

Les affirmations suivantes peuvent être faites à propos du sous-système régional :

22. Cette méthode compte les chemins de  $j$  à  $j$ , par exemple, en 4 étapes on peut suivre le chemin  $P_1 P_2, P_2 P_3, P_3 P_2, P_2 P_1$ . Dans certains cas, cela peut ne pas être souhaité.

23. **Il faut bien entendu lire colonne  $j$  : l'erreur est présente dans le texte original et dans l'ouvrage de Berry et Marble.**

24. Les cartes des configurations urbaines du système inter-États sont dans U. S. Dept. of Commerce, Bureau of Public Roads, *General Location of National System of Interstate Highways*, Septembre 1955.

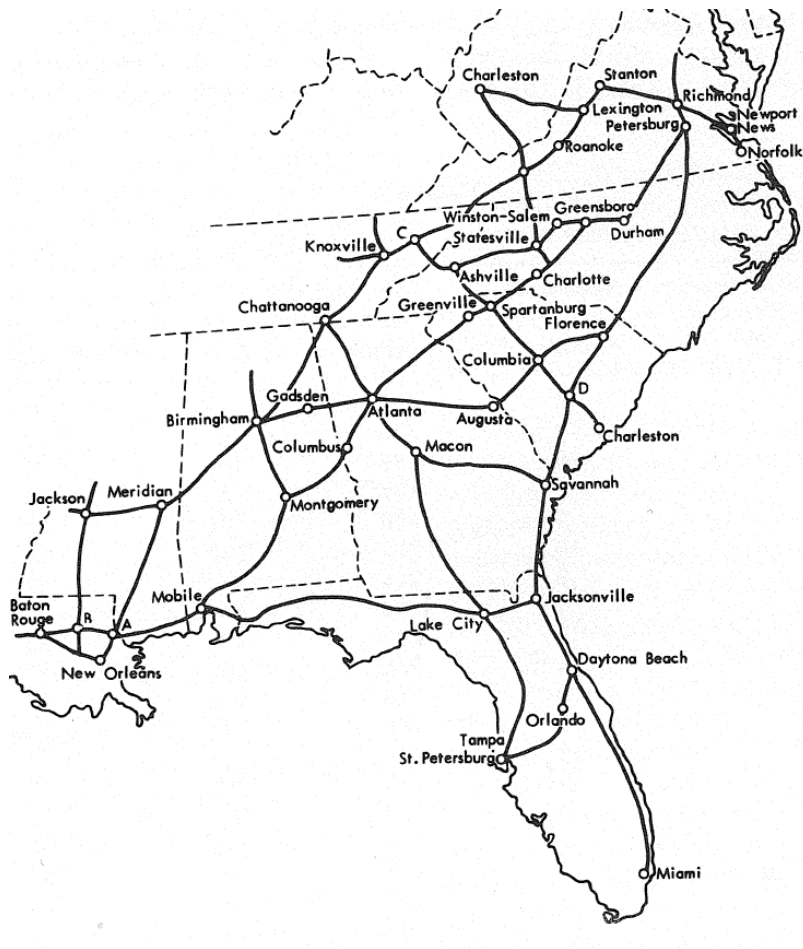


FIGURE 4 – Une partie du réseau routier inter-États

1. Sa connectivité est

$$L^* = \frac{45(45 - 1)}{2} = 1980$$

$$\text{connectivité} = \frac{L^*}{L} = \frac{1980}{64} = 30.94$$

2. Le réseau a un diamètre de 12.

3. Les lieux centraux dans le réseau sont Atlanta, Columbia, Spartanburg, D, Macon, Savannah, Asheville et Greenville.

4. La dispersion du graphe est

$$D(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{distance}(ij) = 9292$$



## Évaluation des lieux dans le sous-système

On a noté plus tôt qu'il existait plusieurs façons d'évaluer la position d'un lieu dans le réseau. Des exemples d'évaluation de l'accessibilité ou du statut des lieux suivent.

1. Le nombre associé est une indication de l'accessibilité des lieux du réseau. Les nombres associés ont été calculés en déterminant la distance la plus longue pour chaque lieu. Le résultat est donné dans le tableau 1. Il faut se rappeler que la distance est par définition le chemin le plus court entre deux lieux.

2. L'indice d'accessibilité  $A(iX)$  de chaque lieu du réseau est également donné dans le tableau 1. Il peut être considéré comme l'accessibilité des lieux vers le réseau.

3. Une autre méthode de mesure de l'accessibilité a été adoptée en suivant la méthode suggérée par Shimbel et Katz.<sup>25</sup> La définition opérationnelle de la méthode est la suivante :

Soit  $X$  la matrice de taille  $n$  par  $n$  correspondant au sous-système.

$$T = sX + s^2X^2 + s^3X^3 + \dots + s^rX^r + \dots$$

$s$  est un scalaire,  $0 < s \leq 1$ , qui mesure l'efficacité d'une connexion à une route ;  $s^2$  est l'efficacité d'un chemin avec deux routes ;  $s^r$  est l'efficacité d'un chemin de longueur  $r$ . En utilisant cette mesure, l'accessibilité du lieu  $i$ ,  $a_i$ , est

$$a_i = \sum_{j=1}^n t_{ij} \quad i = 1, \dots, n.$$

La relation

$$T + 1 = (1 - sX)^{-1} = 1 + sX + s^2X^2 + s^3X^3 + \dots$$

peut être utilisée pour trouver  $T$ , à condition que  $s$  soit sélectionné de manière appropriée.

Le scalaire utilisé était de .3<sup>26</sup> donc chaque chemin de longueur 1 a un poids de 0.3. Les chemins de longueur deux ont un poids de  $0.3 \times 0.3 = 0.09$ . Les chemins de longueur 3 ont le poids  $3^3$ . Les résultats de cette analyse sont présentés dans le tableau 1.

---

25. Shimbel, op. cit. , et W. Katz, "A New Status Index Derived from Sociometric Analysis", *Psychometrika*, 18 (1953), pp. 39-43. [Katz s'inscrit dans le programme de recherche lié à la sociométrie de Moreno ; il ne fait pas référence à la théorie des graphes dans son article. Le caractère pluridisciplinaire des références mobilisées par Garrison mérite d'être souligné.](#)

26. [Les motivations de ce choix manquent.](#)

TABLEAU 1 – Quelques mesures de connectivité

Lieu	Nombre associé	$A(iX)$		Accessibilité de Shimbel-Katz	
		valeur	rang	valeur	rang
Atlanta	7	146	1 <sub>1/2</sub>	1.88	1
Birmingham	8	173	10	1.37	2
Petersburg	9	189	16 <sub>1/2</sub>	1.34	3
Columbia	7	157	3	1.35	4
Spartanburg	7	160	4 <sub>1/2</sub>	1.31	5
A.	10	213	24 <sub>1/2</sub>	1.29	6
Statesville	9	214	26	1.24	7
D	7	168	8	1.22	8
Lake City	8	181	12	1.22	9
R	11	251	38	1.17	10
E	9	218	29 <sub>1/2</sub>	1.16	11
Macon	7	160	4 <sub>1/2</sub>	1.16	12
Florence	8	173	10	1.12	13
Mobile	9	213	24 <sub>1/2</sub>	1.05	14
Meridian	9	199	22	1.01	15
Savannah	7	146	1 <sub>1/2</sub>	1.01	16
Chattanooga	8	173	10	.99	17
Montgomery	9	196	20	.99	18
Nouvelle Orleans	11	252	39	.96	19
Charlotte	8	189	16 <sub>1/2</sub>	.96	20
Ashville	7	183	13 <sub>1/2</sub>	.95	21
Jacksonville	8	188	15	.95	22
C	8	193	18 <sub>1/2</sub>	.92	23
Stanton	11	257	40 <sub>1/2</sub>	.90	24
Augusta	6	165	7	.86	25
Greenville	7	162	6	.86	26
Greensboro	9	215	27	.82	27
Lexington	11	257	40 <sub>1/2</sub>	.80	28
Columbus	8	183	13 <sub>1/2</sub>	.80	29
Daytona Beach	9	233	32	.72	30
Gadsen	9	198	21	.70	31
Durham	10	221	31	.68	32
Jackson	10	237	34	.67	33
Baton Rouge	12	293	44	.66	34
Winston-Salem	10	235	33	.65	35
Charleston	10	244	36 <sub>1/2</sub>	.63	36 <sub>1/2</sub>
Roanoke	10	244	36 <sub>1/2</sub>	.63	36 <sub>1/2</sub>
Knoxville	8	193	18 <sub>1/2</sub>	.62	38

Lieu	Nombre associé	$A(iX)$		Accessibilité de Shimbel-Katz	
		valeur	rang	valeur	rang
Newport News	11	259	42	.62	39
Tampa-St. Petersburg	9	217	28	.59	40
Norfolk	12	302	45	.55	41
Orlando	9	243	35	.52	42
Richmond	10	218	29 <sub>1/2</sub>	.39	43
Charleston	8	212	23	.36	44
Miami	10	269	43	.27	45

### Analyse comparative

Un sous-système régional peut être comparé au sous-système d'une autre région ; un sous-système régional peut être comparé à des sous-systèmes d'autres systèmes de transport dans la même région ou dans d'autres régions ; et un sous-graphe régional peut être comparé à une construction théorique. Une comparaison théorique a été faite avec un concept d'agencement hiérarchique des centres urbains. Les notions hiérarchiques découlent des travaux de Christaller et de Lösch. Brièvement, on considère qu'il existe un système de villes allant des hameaux aux villages, villes, capitales régionales et capitales nationales, voire peut-être des capitales internationales.<sup>27</sup> L'accessibilité ou le statut relatif de chaque lieu peut refléter un ordre hiérarchique. Cette notion a été testée en utilisant les données de l'analyse de Shimbel-Katz et en appliquant la statistique du plus proche voisin. Les résultats sont présentés au tableau 2. Bien qu'il existe une légère tendance au regroupement, il n'est pas significatif. Par conséquent, l'hypothèse selon laquelle aucun regroupement ou hiérarchie ne se produit ne peut être rejetée. Il ne s'agit nullement d'un test de l'existence ou non d'un système hiérarchique de villes dans le sud-est. Il s'agit de déterminer si la connectivité du réseau routier en ce qui concerne les lieux considérés de façon individuelle indique une hiérarchie.

Il existe plusieurs moyens de comparer des systèmes de transport. La question opérationnelle à laquelle il est le plus difficile de répondre est celle de reconnaître les systèmes à comparer. Une comparaison grossière du système inter-États avec le réseau ferroviaire<sup>28</sup> de la zone d'étude a été effectuée en comparant le nombre de voies et de routes à chaque endroit.<sup>29</sup> Seule une analyse partielle a été effectuée à l'aide des données du tableau 3. Ces

27. La notion de hiérarchie existe dans la théorie des graphes mais n'est pas utilisée ici.

28. Si les règles de construction du graphe autoroutier ont été clairement exposées, ce n'est pas le cas pour le réseau ferré.

29. Le nombre de voies ferrées est issu d'Edward L. Ullman, *U.S. Railroads, Classified According to Capacity and Relative Importance* (Map), New York : Simmons-Boardman Publishing Company, 1950.

TABLEAU 2 – Analyse des plus proches voisins sur le système inter-États\*

	Plus proches voisins		
	Premier	Deuxième	Troisième
Points observés	34	21	12
Points attendus	30	20	13

\*La différence entre distribution observée et distribution attendue n'est pas significative. L'analyse du plus proche voisin est basée sur P. J. Clark, "Grouping in Spatial Distributions," *Science*, 123 (1956), pp. 373-4.

TABLEAU 3 – Comparaison des villes sélectionnées

Ville	Voies ferrées	Routes inter-États	
		Attendu*	Observé
Atlanta	9	4.8	6
Birmingham	9	4.8	5
Petersburg	5	2.7	3
Columbia	9	4.8	4
Spartanburg	6	3.2	4
Statesville	4	2.2	3
Lake City	5	2.7	4
Macon	6	3.2	3
Florence	5	2.7	3
Mobile	6	3.2	3
Meridian	6	3.2	3
Savannah	7	3.8	3
Chattanooga	6	3.2	4
Montgomery	8	4.3	3
New Orleans	8	4.3	3
Charlotte	7	3.8	3
Total	106	56.9	57

\*Valeur attendue si les routes inter-États étaient réparties de la même façon que les voies ferrées. La différence entre distribution observée et attendue n'est pas significative.

résultats sont très intéressants. D'une part, il y a presque deux fois plus de tronçons sur le réseau ferroviaire qu'il n'y en a sur le système inter-États. Le nombre attendu de tronçons sur le système inter-États (basé sur la distribution des tronçons sur le système ferroviaire) est semblable au nombre observé.

Cependant, Atlanta semble être mieux desservie par le système inter-

États que par le réseau ferroviaire, la Nouvelle-Orléans et Montgomery étant moins bien desservies. Ceci conduit à l'observation provisoire que, malgré le caractère relativement tentaculaire du système inter-États, certains lieux centraux du réseau y sont plus avantagés qu'ils ne le sont sur le réseau ferroviaire. La situation inverse est également observée. C'est une conclusion intéressante, mais elle est relativement spéculaire dans l'état actuel des recherches.

## RÉSULTATS

Dans cet article, nous nous sommes contentés d'introduire le problème de l'analyse des réseaux de transports et de suggérer des approches descriptives issues de la théorie des graphes. La pertinence de ces approches demeure une question ouverte. Il y a cependant deux arguments en leur faveur. Le premier est la relative simplicité de la théorie des graphes ; le second est la possibilité d'examiner le système dans son ensemble ou d'examiner chaque élément faisant partie de l'ensemble. Il existe d'autres approches qui ont ce dernier avantage, mais leur application à des problèmes tels que celui du système inter-États exigerait des efforts considérables.<sup>30</sup>

Au moins deux grandes insuffisances de l'approche doivent être mentionnées. Tout d'abord, les concepts de la théorie des graphes ne sont nullement normatifs. La pertinence des choix, l'ajout ou non de liens au système, ces questions et les décisions qu'elles impliquent nécessitent des apports empiriques extérieurs à la théorie des graphes. Le type de relations doit être précisé et la façon dont elles peuvent être introduites est un sujet d'étude en soi. En outre, l'utilisateur de cette méthode doit prendre des décisions relativement arbitraires concernant le contenu du graphe. Dans le cas du système inter-États, définir le graphe peut paraître simple. Mais même cela est discutable dans la mesure où il y a des routes construites, en construction, ou planifiées qui sont très similaires au système inter-États mais n'en font pas partie proprement dit. L'examen du système ferroviaire par rapport au système inter-États a également exigé la définition d'un graphe. Les problèmes de définition, et peut-être de nombreux autres, deviendront plus clairs à mesure que le travail se poursuivra.

---

30. Il pourrait par exemple être utile de fusionner information sur la programmation mathématique et information sur les réseaux routiers comme cela est fait pour les réseaux électriques dans Jack Bonnell Dennis, *Mathematical Programming and Electrical Networks*, Technology Press of M.I.T. and Wiley, 1957.

groupe f.m.r.



La collection « [textes](#) » du groupe fmr (flux, matrices, réseaux) propose des rééditions bilingues d'articles consacrés à l'analyse de réseaux.

Paru

— L. Beauguitte, P. Beauguitte et P. Gourdon, 2021, « William L. Garrison, 1960, Connectivity of the Interstate Highway System ».

À paraître

— F. Bahoken et L. Beauguitte, 2021, « John D. Nystuen et F. Dacey, 1961, A graph theory interpretation of nodal regions ».