



HAL
open science

Struttura e concezione del vademecum computazionale Par. gr. 1670

Fabio Acerbi

► **To cite this version:**

Fabio Acerbi. Struttura e concezione del vademecum computazionale Par. gr. 1670. Segno e Testo: international journal of manuscripts and text transmission, 2021, 19, pp.167-255. hal-03146848

HAL Id: hal-03146848

<https://hal.science/hal-03146848v1>

Submitted on 4 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

STRUTTURA E CONCEZIONE DEL VADEMECUM COMPUTAZIONALE PAR. GR. 1670

F. ACERBI, CNRS, UMR8167 Orient et Méditerranée, équipe ‘Monde Byzantin’, Paris
fabacerbi@gmail.com

1. SOLO AGLI ESTREMI

È ben noto che i manoscritti acquistano sovente senso pieno solo se studiati come un tutto¹. Nel caso del Paris, Bibliothèque nationale de France, grec 1670 (*Diktyon* 51293), la parcellizzazione degli ambiti di ricerca ne ha però frantumato il contenuto in pubblicazioni specialistiche disperate: solo i due segmenti estremi del manoscritto sono stati oggetto di edizioni, che per motivi differenti non potevano essere edizioni critiche². Il segmento intermedio contiene elaborazioni che lo storico dell’economia e lo storico della scienza, interessati settorialmente a uno o all’altro dei due estremi, hanno invece schivato, frenati probabilmente dal pregiudizio di considerarle troppo elementari (tecniche di calcolo aritmetico) oppure appannaggio di altri domini disciplinari (Computo pasquale). Sebbene il sommo Johan Ludvig Heiberg – editore del *corpus* metrologico geometrico contenuto nel segmento finale del manoscritto – abbia formulato una valutazione generale del Par. gr. 1670, lo ha fatto nella prospettiva di un confronto con altre due celebri raccolte metrologiche geometriche e spendendovi non più di una riga³.

Lo scopo del presente contributo è proporre una tale valutazione d’insieme. Una semplice constatazione è sufficiente a motivarla: il Par. gr. 1670 è l’unico testimone indipendente di tutti i testi che contiene⁴, così come lo è – con una minuscola eccezione – il suo ancor più secluso ‘fratello maggiore’ Istanbul, Topkapı Sarayı Müzesi G.İ.1 (*Diktyon* 33946)⁵, vergato da Efrem ca. 960. Questo significa che entrambi, prima che le loro traiettorie divergessero, hanno goduto di condizioni di conservazione e protezione eccezionali: e ciò sin dal momento della loro produzione.

¹ Il Par. gr. 1670 è stato ispezionato alla BNF il 27 novembre 2019. Sono grato a Christian Förstel per la squisita cortesia con cui mi ha assistito. Ulteriore bibliografia sui manoscritti menzionati, e loro riproduzioni, sono rintracciabili effettuando una ricerca nel database <https://pinakes.irht.cnrs.fr/> con l’ausilio dell’identificativo *Diktyon* da me fornito per ogni testimone.

² Ad eccezione della *princeps* di De Montfaucon, le altre edizioni delle due *Logarikai* ne distruggono il tessuto grafico forzandolo nel formato tabulare. Da parte sua, Heiberg trapianta il *corpus* metrologico geometrico del Par. gr. 1670 nel corpo di un mostro filologico. Su tutto ciò si veda *infra*.

³ *HOO*, V, p. XXII: «quae omnia magistratibus inprimis aerario praepositi utilia esse poterant». Il contesto mostra che Heiberg si muove, come in tutti i casi analoghi, in una prospettiva didattica.

⁴ Unico suo apografo noto di origine orientale il Venezia, Biblioteca Nazionale Marciana, gr. Z. 595 (coll. 806; ca. 1392 [annotazione *alia manu* al f. 133r, confermata dalle filigrane], sei mani differenti; *Diktyon* 70066), ff. 63r-128r (due mani in collaborazione), che riproduce in ordine perturbato i ff. 21v-131v del modello. Irrilevanti, in quanto effettuati quando il Par. gr. 1670 si trovava già in Occidente, la copia del suo segmento iniziale nel Par. gr. 1749 (XVII s., *Diktyon* 51375) e gli *excerpta* metrologici nel Par. gr. 2535, ff. 41r-46v (ca. 1600, *Diktyon* 52167): Heiberg in *HOO*, V, p. L.

⁵ Il codice di Istanbul non ha apografi noti, pur essendo stato annotato in maniera molto più capillare che non il Par. gr. 1670, prima da una mano del XII secolo e poi più selettivamente da Massimo Planude: PÉREZ MARTÍN 2009, p. 65 n. 62, e ACERBI – VITRAC 2014, pp. 91-97, per un’analisi dettagliata del manoscritto e per bibliografia anteriore. Il *Seragliensis* fu utilizzato a Istanbul da Mordekhai Komtino (1402-82) nel compilare una parte corposa della sua enciclopedia matematica *Il libro sulla scienza del numero e della misura*: LÉVY – VITRAC 2018.

La mia valutazione d'insieme del Par. gr. 1670, elaborata nella SEZIONE 3 del presente studio, prende sul serio i testi contenuti nel suo segmento intermedio. La base materiale della mia proposta consiste in una descrizione dettagliata del manoscritto (SEZIONE 2) ed in un'edizione esaustiva *sui generis* dei testi presi sul serio (APPENDICE).

2. DESCRIZIONE DEL PAR. GR. 1670

Il Par. gr. 1670⁶, riferibile come vedremo alla fine del XII secolo, è un pergamenaceo di 131 fogli di mm 253×170 = 45 [185] 23 × 17 7 [103] 7 36, su 28 righe a tutta pagina. La pergamena non è di grande qualità, con frequenti imperfezioni. Sistema di rigatura 2, tipo 20C1 Sautel-Leroy, rigatura effettuata lato pelo; legge di Gregory rispettata, ogni fascicolo inizia lato carne. Un rettangolo di pergamena è ablato nel margine inferiore del f. 72. Numerazione dei fogli in cifre arabe nell'angolo superiore esterno, da 1 a 132; omissio il nr. 68; numerazione delle pagine dispari, molto spesso rifulata e forse parziale⁷, nell'angolo inferiore esterno. Struttura 1² (2), 16⁸ (131), 1¹ (132); il bifoglio iniziale e il foglio finale sono in realtà fogli di guardia, ottenuti riciclando in questa funzione trascrizioni ritenute non soddisfacenti dei ff. 50/43 (in quest'ordine) e 44 (si veda *infra*): il codice è quindi composto di 16 quaternioni. Segnature originarie, di mano del copista, nell'angolo inferiore interno del recto del primo foglio di ogni fascicolo; fa eccezione la segnatura del sesto fascicolo, posta quasi al centro del margine inferiore. Una cesura testuale coincide con un cambio di fascicolo (f. 35); il Par. gr. 1670 è nondimeno, come mostrerò, un codice pluritextuale monoblocco⁸. Rilegatura, al momento attuale gravemente danneggiata, alle armi di Henri IV.

Ornamentazione sobria, frequentissime lettere di inizio paragrafo rubricate e in *ekthesis*. Inchiostro bruno ruggine scuro per il testo. Inchiostro rosso cupo con leggera sfumatura porpora per: diagrammi e loro scritture identificative; alcuni *marginalia*; titoli e talvolta in alternanza le croci che possono accompagnarli; lettere iniziali, sia in *ekthesis*⁹ che non; parti delle cornici ornamentali come indicato *infra*; linee di separazione di pericopi pertinenti alla riga precedente, come al f. 6r. La decorazione si limita ai seguenti tre tipi di cornice ornamentale, elencati in ordine decrescente di importanza della cesura testuale che introducono:

- C1, f. 62r: treccia a due fasce, una rossa e una bianca. [tav. 1]
- C2, ff. 3r, 10v, 13r, 21v, 33v, 35r, 37r¹⁰, 41v, 42r, 42v, 43r, 43v, 44v, 46v, 55r, 57v, 61v, 129r, 130v, 131v: linea ondulata a simmetria centrale desinente in fogliolina; gli incavi sono riempiti da forme a T schiacciata o a semicerchio (13r), rosse. [tav. 2]

⁶ Il Par. gr. 1670 è descritto brevemente in *HOO*, IV, pp. X-XI, e *HOO*, V, pp. XXII-XXIII; ACERBI – VITRAC 2014, pp. 436-437.

⁷ Ultimo numero visibile 121, al f. 61r.

⁸ La terminologia è quella di MANIACI 2004, pp. 87-90.

⁹ Ad esclusione di quelle ai ff. 22r-33v. Per contro, le lettere capitali con cui iniziano alcune procedure ai ff. 34v-41v (e sporadicamente altrove nel manoscritto) sono precedute da 4 punti disposti a rombo.

¹⁰ Mozzicone di cornice, a riempire una riga.

- C3, ff. 3v, 11r, 13r, 18v: sequenza di 50-55 segni in forma di 's', in gruppi alternanti di 7-8 segni tracciati in rosso oppure nello stesso inchiostro del testo, completata agli estremi da un sobrio motivo floreale a tre nuclei, interamente in rosso ma cavo (3v e 18v) o nello stesso inchiostro del testo ma parzialmente riempite da cerchietti rossi (11r e 13r). [tav. 2]

Contenuto del manoscritto e segmentazione dei testi:

ff. 1-2, stesso dei ff. 50/43;

ff. 3r-21v, C2, tit. ἀρχὴ σὺν θεῶ τῆς παλαιᾶς λογαρικῆς τοῦ Αὐγούστου καίσαρος, *Palaiā Logarikē* (ff. 3r-13r), poi C3 + sottoscr. τέλος σὺν θεῶ τῆς παλαιᾶς λογαρικῆς τοῦ Αὐγούστου Καίσαρος: + tit. καὶ ἀρχὴ τῆς νέας τῆς νῦν ἀπαιτουμένης διὰ προστάξεως τοῦ αἰοιδίμου βασιλέως κυροῦ Ἀλεξίου τοῦ Κομνηνοῦ + C2, poi *Nea Logarikē* (ff. 13r-21v); le due *Logarikai* sono trattati di contabilità fiscale composti poco dopo la morte di Alessio I Comneno nel 1118 e il secondo dei quali è inteso sancire le soluzioni imperiali a difficoltà in materia di esazione fiscale insorte nell'anno 1109¹¹; sottosezioni ai ff. 3v, 10v, 11r, 18v, introdotte rispettivamente da C3 sine tit., C2 + tit. περὶ τῶν συνηθειῶν καὶ ἐλατικῶν, C3 sine tit., C3 sine tit.; *Nea Logarikē* chiusa da τέλος + C2;

ff. 21v-33v, tit. ἀρχὴ σὺν θεῶ τῶν λιτρισιμῶν: elenco, con procedure di calcolo, di multipli di unità monetarie¹²; sottoscr. τέλος σὺν θεῶ τῶν λιτρισιμῶν; C2;

ff. 33v-34v, tit. περὶ τῶν λεπτῶν τῆς λίτρας: elenco, con procedure di calcolo, di 'sottomultipli' di unità monetarie¹³; clausola finale καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως centrata;

ff. 35r-44v, tit. marg. sup. ἀρχὴ σὺν θεῶ τῶν λεπτῶν: raccolta di procedure per dividere i numeri $1 \dots n$ per n , con $n = 5 \dots 12$, ottenendo come risultato una frazione unitaria o una somma di frazioni unitarie; sottosezioni ai ff. 35r, 37r, 41v, 42r, 42v, 43r, 43v, introdotte da C2 + tit. μερισμὸς εἰς πέντε / ς / ὀκτώ / ἑννέα / δέκα / ἕνδεκα / δώδεκα¹⁴; C2;

ff. 44v-46v, sine tit.: lista dei risultati calcolati nella sezione precedente, ampliata ad n che va da 5 a 20¹⁵; ogni sottosezione è introdotta dall'ordinale corrispondente, τὰ πέμπτα, τὰ ἕκτα, τὰ ἑβδομα, etc., talvolta a completare una riga, talvolta posto come titolo; C2;

ff. 46v-61v, tit. ἀρχὴ σὺν θεῶ τῆς ψήφου τῶν πασχαλίων καὶ ἐτέρων διαφώρων ζητημάτων καθὼς συνίστανται καὶ ψηφίζονται καὶ εὐρίσκεται ἐνὸς ἐκάστου ζητήματος ἡ ἔρμηνεία:

¹¹ Edizione dei ff. 3r-21v in DE MONTFAUCON – LOPIN – POUGET 1688, pp. 316-392; il primo fece uso di questo materiale nei capitoli della sua celeberrima *Palaeographia Graeca* dedicati alle abbreviazioni di termini tecnici: DE MONTFAUCON 1708, pp. 359-367; edizione recente più facilmente accessibile LINGENTHAL 1857, pp. 385-400; commentari in SVORONOS 1959, pp. 77-118, HENDY 1969, pp. 50-64, MORRISSON 1979, con traduzione francese completa. Ogni edizione o traduzione recente presenta i dati in un arrangiamento tabulare che distrugge il *layout* originario. Non farò eccezione nelle APPENDICI di questo articolo.

¹² Le unità di misura coinvolte sono 1 κεντηνάριον = 100 λίτραι; 1 λίτρα = 72 νομίματα, quest'ultimo identificato con il proprio peso, cioè 1 ἑξάγιον: si veda SCHILBACH 1970, pp. 171-174. Edizione di procedure rappresentative e 'traduzione' in formato tabulare dell'intera sezione nell'APPENDICE A.1 *infra*.

¹³ Edizione di questa sezione nell'APPENDICE A.2 *infra*.

¹⁴ Fa dunque eccezione il titolo μερισμὸς εἰς ἑπτὰ, che chiude semplicemente una riga e non è preceduto da ornamentazione.

¹⁵ Edizione di *specimina* rappresentativi delle procedure e dei risultati nelle APPENDICI A.3 e A.4 *infra*; edizione completa della lista in ACERBI 2019a.

Computo pasquale ed altro materiale cronologico¹⁶, che indica ripetutamente a.m. 6691 [= 1183] come anno corrente; sottosezioni del Computo: f. 55r, C2 poi tit. μέθοδος περὶ τῆς εὐρέσεως τοῦ θεμελίου τῆς σελήνης καὶ τῶν ἐπακτῶν αὐτῆς ἀπὸ τοῦ ἐνισταμένου ἔτους συμφωνοῦσα τῇ παραδόσει καὶ διδασκαλίᾳ τῶν ἀγίων καὶ θεοφόρων πατέρων καὶ διδασκάλων τῆς ἐκκλησίας; f. 57v, C2 poi tit. ἑτέρα μέθοδος περὶ τῆς καθημερινῆς ποσότητος τῆς σελήνης ἢ λεγομένη ποιμενική;

f. 61v, tit. μέτρησις λίθου στερεοῦ «misura di un solido di pietra»¹⁷; C2;

Il resto del manoscritto (ff. 62r-130v) contiene un'importante raccolta di materiale metrologico geometrico¹⁸ tradizionalmente legato al nome di Erone, ripartita come segue¹⁹:

ff. 62r-63r, tit. marg. sup. ἀρχὴ σὺν θεῶ τῆς γεωμετρίας; C1; tit. Εὐκλείδου περὶ γεωμετρίας: definizioni del libro I degli *Elementi*²⁰;

ff. 63r, tit. Ἡρωνος ἀρχὴ τῶν γεωμετρούμενων *Geom.* 2: sull'origine della geometria;

ff. 63r-129r, tit. Ἡρωνος εἰσαγωγὰ τῶν γεωμετρούμενων: materiale metrologico geometrico fatto confluire da Heiberg nei *Geometrica* pseudo-eroniani come segue²¹: f. 63r, *Geom.* 3.1-17 (lessico geometrico), 3.18-21 (tipi di misura [μέτρησις]: lineare [εὐθυμετρικόν]²², piana e solida), 3.22-24 (forme [εἶδη] e loro specie geometriche [θεωρήματα] piane e solide)²³, 3.25 (punti fermi [ῥοι ἐστηριγμένοι] della misura²⁴); f. 64v, sine tit. 4.1-16 (elenco di unità di misura e di capacità e loro conversione, cioè una 'tavola metrologica'; produttività standard di terreni arabili); f. 67r, formula di transizione τούτων δὲ οὕτως ἐχόντων τὴν μέτρησιν τῶν θεωρημάτων ποιησώμεθα + tit. περὶ τετραγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ὀρθογωνίων, poi 5.1-8 (algoritmi di misura di quadrati); f. 69r, περὶ τετραγώνων παραλληλογράμμων ὀρθογωνίων 6.1-3, 6.5 (rettangoli); f. 70r, περὶ

¹⁶ Edizione e parafrasi commentata di questo Computo nell'APPENDICE A.5 *infra*; già i titoli mostrano che si tratta di una compilazione di tre testi indipendenti. La denominazione 'Computo pasquale' per questi scritti cronologici costituisce spesso un errore categoriale, in quanto il calcolo della data di Pasqua era soltanto uno degli scopi principali di un sistema di elaborazioni cronologiche interdipendenti. La tradizione bizantina di Computi pasquali {esempio molto antico (anno corrente a.m. 6400 [= 892]) nel Par. suppl. gr. 920 (X s.; *Diktyon* 53604), ff. 2r-16r, di cui mi occuperò altrove; su questo manoscritto si veda ora ACERBI 2019b} non è ancora stata esplorata in maniera sistematica: SCHISSEL 1934; edizioni e studi recenti TIHON 2004, LEMPIRE 2007, TIHON 2011a. Tra i due anni nell'era *anno domini* corrispondenti alla data *anno mundi* indicata, l'anno corrente in un Computo è convenzionalmente fissato a quello che include la data di Pasqua.

¹⁷ Edizione in *HOO*, IV, p. xvii.

¹⁸ La 'metrologia geometrica' spiega come misurare figure geometriche; i *Metrica* di Erone ne sono il trattato antico eponimo. Adotto questa denominazione per evitare confusioni con la 'metrologia' *tout court*, che tratta di unità di misura. Come vedremo tra un attimo, una raccolta di 'metrologia geometrica' contiene normalmente una sezione 'metrologica' nel secondo senso.

¹⁹ Edito da Heiberg in *HOO*, IV, come parte della raccolta da lui denominata *Geometrica*. I criteri seguiti da Heiberg nella sua edizione del *corpus* metrologico geometrico greco hanno generato due mostri filologici: discussione in ACERBI – VITRAC 2014, pp. 430-481, e si veda anche la prossima sezione. Per comporre il *patchwork* dei *Geometrica*, Heiberg trae, dal Seragl. G.Ī.1 e da un manoscritto di cui sarà questione tra breve, sezioni che non si trovano nel Par. gr. 1670: da qui i piccoli 'buchi' nella mia lista di sezioni dei *Geometrica*, che ovviamente non corrispondono a lacune del Parigino.

²⁰ Heiberg le collaziona con il testo della propria edizione degli *Elementi* in *HOO*, IV, p. xi n. 1.

²¹ Ometto le formule di introduzione di algoritmi alternativi. Si ricordi che, in *HOO*, IV, Heiberg presenta su due colonne affiancate problemi che giudica paralleli – quasi sempre a torto: e palesemente – nelle due tradizioni principali del *corpus* metrologico, ma che una parte non trascurabile delle raccolte che egli fa confluire nei *Geometrica* è effettivamente comune alle due tradizioni: si veda *infra*.

²² Va da sé che un'esposizione delle misure 'lineari' può solo consistere in un elenco di unità di misura. Solo con le figure piane entrano in gioco argomenti geometrici.

²³ Le seconde sono una specie delle prime: ad esempio, il triangolo è una 'forma' mentre il triangolo rettangolo è una 'specie'.

²⁴ Questi quattro «punti fermi» corrispondono a *Elem.* 1, 20 e 1, 47 e ai due fondamentali risultati archimedei di misura del cerchio.

τριγώνων ὀρθογωνίων 7.1-17 (triangoli rettangoli); f. 71v, μέθοδος Πυθαγόρου περὶ τριγώνου ὀρθογωνίου 8.1-5 (costruzione di triangoli rettangoli); f. 72v, μέθοδος Πλάτωνος περὶ τριγώνου ὀρθογωνίου 9.1-5 (idem); f. 73r, tit. περὶ τριγώνων ἰσοπλευρών 10.1-13 (misura di triangoli equilateri); f. 74v, περὶ τριγώνων ἰσοσχελῶν 11.1-12 (triangoli isosceli); f. 76r, περὶ τριγώνων σκαληνῶν 12.1-28 (triangoli scaleni); f. 81r, ἑτέρα μέτρησις καθολικὴ ἐπὶ παντὸς τριγώνου 12.30-40 (triangoli scaleni); f. 83r, 12.43-71 (problemi relativi a triangoli isosceli con inscritto un quadrato); f. 88v, 12.72-73 (specie di triangoli e incommensurabilità di lato e diagonale di un quadrato); f. 88v, περὶ ῥόμβων ἢτοι τετραγώνων ἰσοπλευρών μὲν οὐκ ὀρθογωνίων δέ 13.1-6 (misura di rombi); f. 90r, περὶ παραλληλογράμων ὀρθογωνίων 14.1-23 (rettangoli); f. 95r, περὶ παραλληλογράμων ῥομβοειδῶν 15.1-14, 15.17-19, 15.15-16 (parallelogrammi; in quest'ordine le sezioni); f. 99v, περὶ τῶν λοιπῶν τετραπλευρῶν σχημάτων τῶν καὶ τραπεζίων καλουμένων 16.1-25, 16.27-46 (trapezi); f. 113v, περὶ κύκλων 17.1-36 (cerchi); f. 119v, περὶ ἡμικυκλίων 18.1-14 (semicerchi); f. 120v, περὶ τμημάτων κύκλου ἡττόνων ἡμικυκλίου 19.1-4 (segmenti minori di un semicerchio); f. 121v, περὶ μειζόνων τμημάτων ἡμικυκλίου 20.1-14 (segmenti maggiori di un semicerchio); f. 124v, sine tit. 21.1-13 (problemi vari sul cerchio); f. 127r, περὶ τῶν πολυπλευρῶν 21.14-23 (poligoni regolari dal pentagono al dodecagono); f. 128r, sine tit. 21.24 (figure più complesse si dividono in triangoli); f. 128v, Ἀρχιμήδους 21.25 (area del cerchio secondo Archimede); f. 128v, προσθήκη Πατρικίου λαμπροτάτου θεωρήματος 21.26-27 (area di un appezzamento di lunghezza costante e larghezza variabile prendendo la media di una serie di misure di larghezza²⁵); sottoscrizione πεπλήρωται ἡ τῶν ἐπιπέδων | κατὰ ἔκθεσιν Ἡρώωνος μέτρησις; C2;

ff. 129r-130v, tit. Εὐκλείδου εὐθυμετρικά²⁶ *Geom.* 22.3-18; περὶ ἡμικυκλίων 22.19-24²⁷; C2;

ff. 130v-131v, tit. Ἡρώωνος εἰσαγωγαί *Geom.* 23.1-2: sull'origine della geometria e brevi considerazioni sulla necessità di conoscere unità di misura, forme geometriche e pratiche di misura (una variante di *Geom.* 2)²⁸; tit. περὶ εὐθυμετρικῶν 23.3-22: tavola metrologica (soddisfa solo la prima delle richieste precedenti); *explicit* ἀλλὰ ταῦτα μὲν κατὰ τὴν παλαιὰν ἔκθεσιν· τὴν δὲ νῦν κρατοῦσαν δύναμιν ἐν τοῖς προοιμίοις τοῦ λόγου ὑπετάξαμεν; C2;

f. 132: stesso contenuto del f. 44.

²⁵ Si tratta di una prescrizione canonica nell'ambito della cosiddetta 'geometria fiscale': LEFORT *ET AL.* 1991, p. 225, méthode II.

²⁶ Il significato di εὐθυμετρικός potrebbe essere qui 'rettilineo', per contrapposizione alle misure di figure rotonde che seguono col titolo περὶ ἡμικυκλίων – a meno di non supporre (confortati dal fatto che misure relative al cerchio sono espresse anche in *Geom.* 22.15-18) che il Par. gr. 1670 abbia perduto (o ommesso deliberatamente) una sezione iniziale sulle unità di misura come quella che leggiamo in altra collocazione nel Par. suppl. gr. 387 e che è edita da Heiberg come *Geom.* 22.1; si veda *infra*.

²⁷ Nel suo insieme, *Geom.* 22.3-24 è un formulario geometrico metrologico puro, cioè privo di esempi paradigmatici. La brevità degli algoritmi riduce al minimo i problemi con i designatori.

²⁸ Discussione dei due testi in ACERBI – VITRAC 2014, pp. 458-461. Ne risulta che *Geom.* 23.1 è la versione originaria; si veda anche *infra*. Entrambe le redazioni dipendono pesantemente dalla prefazione del libro I dei *Metrica* di Erone.

Un solo copista verga tutto il manoscritto. Egli scrive sempre lo *iota* ascritto e marca con una dieresi *iota* e *psilon* isolati, fa un uso sistematico di segni convenzionali per termini tecnici e per unità di misura e monetarie. Abbondano le desinenze scritte in forma abbreviata; unica altra scrittura abbreviata frequente quella di *καί*. Accenti, apostrofi e spiriti sono marcati regolarmente e con precisione. Dato il carattere dei testi, la punteggiatura è apposta capillarmente: per pausa forte sono usati punto alto e virgola con funzione sintattica; punto basso o medio per pausa debole e per separare item numerici. Un *dicolon* chiude talvolta una frase senza che questa si trovi a fine paragrafo. I singoli paragrafi sono chiusi da un segno canonico *dicolon* + *paragraphos*. Per la notazione numerica si veda *infra*.

Il Par. gr. 1670 è stato sicuramente prodotto dopo il 1183 – anno corrente indicato nel Computo pasquale – e prima del 1211/2 – annotazione menzionata *infra* – ma quasi sicuramente prima del 1204: tipo di scrittura, contenuto, eccellenza del copista, uso della pergamena rendono praticamente certa una sua collocazione costantinopolitana di altissimo livello. Il copista principale integra proprie omissioni nei margini dei ff. 19v (ἦτοι φόλλεις ξβ) e 25v (αἱ κζ' τὰ νομίματα ποιούσι λίτρας ,γψν, ἦτοι κεντηνάρια λζ καὶ λίτρας πεντήκοντα), e un διὰ *supra lineam* al f. 21v. Le indicazioni in rosso λύσις, ai ff. 14r, (15r *in textu*), 17r e 17v, e ὑπόμνησις, ancora al f. 17r, sono invece funzionali a scandire cesure testuali²⁹. Un ‘bianco’ di due righe al f. 17v è sicuramente dovuto a un accidente meccanico nel modello³⁰.

Annotazioni di mani posteriori inespugnabili si trovano ai ff. 3v (raffigurazione di un cervo); 21v (monocondilo [**tav. 3**]); 47v (numerali ,ςψκ–,ςψκγ, cioè a.m. 6720-3 = 1211/2-1214/5); 61v (ξε *bis*, ρς ε^{ov} λ^{ov} ξ^{ov}), 64v, 122r (semplici segni) e 62r-63r (numerali che identificano le singole definizioni di *Elem.* 1 e le specie di triangoli e di quadrilateri [**tav. 1**]; integrazione di due forme del sostantivo γραμμῆ); 67r (ρ e τκδ ad indicare l'area di due figure; mano sicuramente occidentale); 76v, 78r e 86v (evanide). Inoltre, una prima mano (XIII s.) interviene nel margine esterno dei ff. 59v (δεῖ γινώσκειν ὅτι ὁ τῆς σελήνης κύκλος ἑνδεκαπλασιάζεται διὰ τὴν περισσεῖαν τῶν εἰρημένων ἰα ἡμερῶν) e 60r (ση(μείωσαι) ἔστιν τὸ καὶ ὅσας τριακοντάδας ἀναβιβάσεις καὶ ἄφελε ταύτας), una seconda (XIII s., forse identica alla precedente) in quello inferiore dei f. 70r e 82r³¹, una terza (XIII s.; forse di non molto posteriore alla data di copia del manoscritto) nei margini del f. 131r-v (lungo scolio sull'etimologia della parola βίσεξτον, scorrelato dal testo principale), una quarta (XV s.) nel margine inferiore del f. 131v (τὸ μίλιον σταδίων ζ Ϝ· τὸ στάδιον πλέθρων ς· τὸ πλέθρον ποδῶν ρ· ὁ ποὺς παλαιστῶν δ)³².

La natura serrata ed eminentemente sezionale dei trattati e la risoluzione del copista di ben evidenziare l'inizio di ogni singola unità testuale (problema, procedura di calcolo, item di una lista, ...) fanno sì che il Par. gr. 1670 presenti un numero favolosamente alto di lettere capitali rubricate e un *layout* quasi tabulare: è un prontuario per la compilazione di registri catastali (κατάστιχα) scritto come

²⁹ Si veda MORRISSON 1979, p. 435 n. 11, che tuttavia stabilisce un parallelo fuorviante con la ‘soluzione’ di un problema aritmetico: il *marginale* λύσις è il paratesto canonico, in trattati filosofici, per additare alla soluzione di una difficoltà (ἀπορία). Ed appunto di risolte difficoltà (l'estensore parla di ἀμφιβολία) è questione nella *Nea logarikē*.

³⁰ Problema già segnalato in SVORONOS 1959, p. 96 n. 1.

³¹ Queste due brevissime annotazioni sono edite in *HOO*, IV, pp. 213.24b e 252.19 app.

³² Devo ad Anna Gioffreda la datazione delle mani degli annotatori.

un κατάστιχον. E in effetti tutte le edizioni-traduzioni moderne ne presentano buona parte del contenuto in forma di tavole, eliminando in questo modo il tessuto discorsivo algoritmico. Eppure, un manoscritto come questo era come vedremo inteso fornire una serie completa di regole e non di meri risultati. Tale scelta fu deliberata in quanto niente avrebbe ad esempio impedito di presentare, come vedremo nell'APPENDICE A.3, i risultati delle decomposizioni in frazioni unitarie in formato strettamente tabulare.

Il copista prolunga sovente nel margine l'ultima lettera di una riga, ma l'uso massiccio di questo stilema grafico si affianca ad altri accorgimenti atti a riempire la riga o la pagina anche quando il testo non le occuperebbe interamente: prolungamenti che corrono nella riga, croci, aumento della spaziatura (f. 21v [tav. 3]), righe finali centrate, inserimento al f. 61v di un testo avventizio – forse uno scolio nel modello – che costituisce l'unica anomalia di questo tipo presente nel manoscritto. Ne risulta un 'muro grafico' che ha tutta l'aria di essere pianificato: un documento di riferimento come il Par. gr. 1670 doveva essere congegnato per non lasciare spazio a modifiche o aggiunte che non fossero immediatamente percepibili come tali.

Il copista ammette varianti nella scrittura di alcune lettere numerali (si vedano ad esempio le tre forme di *beta*, cf. f. 44r) e subordina alle esigenze di 'saturazione' appena delineate la scelta di scrivere un numerale a tutte lettere oppure in cifra. I numeri interi minori di una miriade sono identificati da una barra (nel Computo quasi esclusivamente) oppure da una specie di piccolo accento circonflesso, talvolta (e senza sistematicità percepibile) sormontato da una barretta, le miriadi sono identificate soltanto da una dieresi, le migliaia da un pedice sinistro e dal piccolo circonflesso³³, le frazioni da una coppia di apici a completare una stilizzazione che già ingloba un apice nel tracciato della lettera. Si notino infine le sottolineature canoniche dei numerali lunghi scritti a tutte lettere (cf. ff. 47v-48r).

L'eccellenza del copista è confermata dal fatto che non commette praticamente errori, *performance* ancora più stupefacente in quanto realizzata nel riprodurre una serie di testi che letteralmente formicolano di numeri e di lunghe espressioni stereotipate (il solo *saut du même au même* dell'intero manoscritto è sanato dal copista stesso al f. 25v). Ritornero su questo aspetto nella prossima sezione.

La natura dei testi metrologici geometrici contenuti nel segmento finale del Par. gr. 1670 comporta la presenza di diagrammi che rappresentano la configurazione geometrica in oggetto³⁴. Vi si trovano 20 + 9 diagrammi privi di lettere denotative o numerali (i primi associati alle definizioni euclidee dei ff. 62r-63r³⁵, i secondi a *Geom.* 21) e 105 diagrammi recanti solo lettere numerali che indicano – a volte con specificazione dell'unità di misura – il valore numerico di elementi lineari rilevanti per il problema in oggetto (ad esempio le misure dei lati); due di questi ultimi diagrammi contengono descrizioni definite di enti geometrici (ff. 101v [tav. 4] e 102v, ma la configurazione è la stessa), uno è un diagramma che

³³ I numeri interi associati ai diagrammi sono di frequente privi di segni ulteriori, come è costume: si veda ACERBI 2020, sez. 6.

³⁴ Al contrario dei diagrammi presenti nei manoscritti puramente geometrici (come ad esempio quelli degli *Elementi*), quelli associati ai trattati di metrologia geometrica rappresentano con la maggiore fedeltà possibile la configurazione geometrica: si veda ancora ACERBI 2020, sez. 5.

³⁵ Al f. 62, i diagrammi associati alle definizioni di angolo retto e ottuso/acuto recano le scritte ὀρθή (*bis*) e ἀμβλεία/ὄξεια.

ricapitola una serie di problemi (*Geom.* 12.1-13, al f. 78v [tav. 5]). Nessun diagramma è dotato di lettere denotative. I diagrammi, in inchiostro rosso, sono grandi, a volte enormi, estremamente ben tracciati (si vedano le parti a tratteggio ai ff. 121v-123r), collocati variamente nei margini, in finestre che si fanno più o meno gentilmente largo nel testo, oppure in voragini aperte a tutta pagina: sempre all’inizio di una proposizione o, nell’ultimo caso, alla fine di quella precedente³⁶.

Di estremo interesse è l’utilizzo di fogli interamente copiati, scartati e poi reimpiegati come fogli di guardia. Un primo motivo di interesse risiede nell’eccezionalità del fenomeno, come sembra confermare una rapida indagine effettuata presso amici paleografi³⁷. Per parte mia, e con la collaborazione di Bernard Vitrac, che sta preparando l’edizione Budé degli *Elementi*, ho rintracciato un bell’esempio analogo nel Par. gr. 2345 (XIII ex.; *Diktyon* 51977), un importante codice euclideo annotato da Niceforo Gregora e Manuele Crisolora e a cui vanno riuniti i ff. 337-352 (Euclide, *Ottica* recensione A) del fattizio Vat. gr. 1316 (*Diktyon* 67947)³⁸. Ebbene, i ff. 1-4 del manoscritto Parigino sono due bifogli che contengono gravi errori di copia e che furono per questo motivo scartati senza essere completati³⁹ e posti, uno dentro l’altro, a formare un binione di guardia successivamente locupletato di scoli (ff. 2v-4v). Gli errori di copia sono i seguenti: alla fine del f. 1r, il testo salta dall’‘esposizione’ di *Elem.* 9, 1 alla dimostrazione della proposizione successiva; alla riga 25 del f. 2r, nel bel mezzo del lemma che segue *Elem.* 10, 41 si presenta senza soluzione di continuità un testo estraneo. Non è difficile rendersi conto che questo testo estraneo è uno scolio che si legge nel margine esterno del f. 167r dell’Oxford, Bodleian Library, Auct. F.6.23 (XI ex. – XII in.; *Diktyon* 47105), collocato in modo tale da giustificare esattamente la continuità dei due testi nel codice Parigino⁴⁰. Il contenuto del f. 1 del Par. gr. 2345 corrisponde esattamente a quello del f. 109 dello stesso manoscritto⁴¹, il contenuto delle prime 25 righe del f. 2r fino a $\eta \Delta E \tau \eta \varsigma E \Gamma$ corrisponde esattamente a quello delle prime 26 righe del f. 143r. Al contrario del Par. gr. 1670, dunque, il riciclo nel Par. gr. 2345 è motivato da errori di copia occorsi ad una certa distanza l’uno dall’altro. Per estrapolazione, ci colgono lievi vertigini al pensiero della massa ingente di materiale scartato per questi o simili motivi: ormai irrecuperabile, potrebbe fornirci informazioni preziose sulle pratiche di copia.

Un secondo motivo di interesse risiede nel fatto che la prima e la seconda trascrizione (quella che troviamo al posto giusto) permettono di apprezzare le sottili variazioni delle strategie di copia di un testo strutturato in brevi paragrafi, ognuno dei quali deve chiudersi a fine riga; ovviamente, la risorsa cui attingere è la gestione delle abbreviazioni: il copista interpretava evidentemente al meglio il proprio ruolo di artista grafico, in quanto le ‘mises en ligne’ delle due trascrizioni sono differenti. Un terzo

³⁶ Questa collocazione è anomala se confrontata con la norma sancita dai grandi manoscritti geometrici: si veda ancora ACERBI 2020, pp. 610-614.

³⁷ Casi analoghi ma non identici sono discussi in BIANCONI 2018, pp. 118-120. Stefano Martinelli Tempesta mi segnala il caso del f. A del Par. lat. 6633, trascrizione parziale scartata del f. 5 dello stesso manoscritto.

³⁸ La riunione è effettuata in BIANCONI 2006, pp. 141-147.

³⁹ Mancano cioè i diagrammi e gli scoli; quel che più conta, la copia si è rispettivamente interrotta, nei due bifogli, alla fine del primo foglio e della prima pagina.

⁴⁰ Si noti che questo ‘accidente’ permette da solo di eliminare il Par. gr. 2345 come copia del codice di Oxford.

⁴¹ Con la sola eccezione di una riga che leggiamo alla fine del f. 108v, ma il cui evidente carattere di rabberciamento denuncia un raccordo imperfetto.

motivo risulta dalla constatazione che i fogli scartati non sono copiati *interamente*: mancano le lettere capitali rubricate, i titoli e parte(!) delle cornici ornamentali [ff. 2r, 43r **tavv. 6-7**]: possiamo quindi farci un'idea chiara della divisione dei compiti tra copista e rubricatore (in effetti la stessa persona) e delle fasi di realizzazione del lavoro di copia. Perché questi fogli furono scartati? Il copista aveva copiato un quaternione intero⁴² e apposto la segnatura del fascicolo, in una posizione conforme a quella degli altri – si ricorderà che l'attuale sesto fascicolo ha una segnatura collocata in posizione differente dalle altre. L'alternanza lato pelo e lato carne è rispettata, ordine peraltro invertito nell'attuale collocazione come fogli di guardia⁴³. Una possibilità è che il fascicolo sia stato danneggiato da un liquido e pertanto sostituito interamente o parzialmente: i fogli scartati ne recano una traccia evidente, al contrario del resto del manoscritto.

3. STRUTTURA E CONCEZIONE DEL PAR. GR. 1670

È opportuno iniziare la nostra discussione da un rapido confronto con i due 'fratelli metrologici' del Par. gr. 1670: il già nominato Seragl. G.Ī.1 e il Par. suppl. gr. 387 (*Diktyon* 53135)⁴⁴. Il primo, vergato come detto da Efrem, contiene, con un'eccezione del tutto trascurabile⁴⁵, soltanto materiale metrologico geometrico: una serie di raccolte anonime distribuite da Heiberg nei *Geometrica* e *Stereometrica* pseudo-eroniani contenuti nei volumi IV e V degli *Heronis opera omnia*; due opuscoli attribuiti a un Diofane e a un Didimo peraltro sconosciuti; a chiudere il manoscritto, i *Metrica* di Erone, di cui il *Seragliensis* è l'unico testimone noto. La qualità della copia è eccellente; il codice fu quasi sicuramente realizzato per fini di conservazione. La supposizione di Heiberg che fosse destinato a formare i tecnici di alto livello sfornati dall'università a Costantinopoli, è priva di fondamento⁴⁶: basta ricordare che il manoscritto non reca tracce d'uso anteriori al XII secolo e che non ha lasciato apografi noti.

Ben altra produttività, come mostrano i *prolegomena* di Heiberg nel volume V degli *Heronis opera omnia*, ebbe il talvolta caotico, pessimamente scritto, codicologicamente scadente, linguisticamente rozzo Par. suppl. gr. 387, un codice vergato da almeno tre mani e molto probabilmente una miscellanea non primaria⁴⁷. Contiene praticamente tutto il materiale riunito in *Geometrica* e *Stereometrica* I-II (ff. 13r-61r, 61r-62r e 107v-110r; 96r-105r e 110r-117v), ed ancora le *Definitiones* pseudo-eroniane (63r-

⁴² Il bifoglio 1/2 corrisponde al bifoglio 50/43, cioè quello esterno del sesto quaternione. Del bifoglio originario successivo resta solo il f. 132, che corrisponde all'attuale f. 44. Non possono sussistere dubbi quanto al fatto che il quaternione sia stato copiato per intero, e che il problema che ha condotto alla sua sostituzione (forse solo parziale) dovesse presentarsi almeno nei due bifogli più esterni.

⁴³ Ho collazionato le due versioni e non ci sono varianti se non un irrilevante $\epsilon\nu/\mu\iota\alpha$ ai ff. 1r/50r, nella descrizione del quinto anno del ciclo lunare.

⁴⁴ Una descrizione dettagliata del manoscritto si trova in *HOO*, IV, pp. IV-VII, e in CONCASTY 1967, che tiene abilmente nascosta la propria pesante dipendenza da Heiberg; una descrizione ancora più accurata del contenuto metrologico si trova in ACERBI – VITRAC 2014, pp. 437-439.

⁴⁵ Le prime cinque definizioni degli *Sphaerica* di Teodosio, che occupano 12 righe a cavallo dei ff. 24v-25r.

⁴⁶ Così a *HOO*, V, p. XXIII.

⁴⁷ La mano dei ff. 1-2, 5-12 e 148-218 (con intrusioni di vari annotatori) è posteriore a quella che copia i ff. 13-140 (Anna Gioffreda, *per litteras*). È quindi scorretto, come fanno CONCASTY 1967, p. 285, e VOGEL 1968, p. 11 n. 1a, datare tutto il codice ca. 1303-1308, date presenti in annotazioni astronomiche e in un brevissimo Computo pasquale (datato a.m. 6814) di mano del primo copista qui menzionato; se ne veda l'edizione nell'APPENDICE A.6.

95v), l'opuscolo di Didimo (105r-107v), almeno due *Rechenbücher* su cui torneremo tra un attimo (118v-140v e 148r-161v), il trattato di 'calcolo indiano' di cui si appropriò Massimo Planude (163r-180v)⁴⁸ e infine una sostanziosa raccolta di problemi di conversione di unità di misura e monetarie categorizzata come νοταρική ἐπιστήμη (181v-208v)⁴⁹, chiusa al f. 209r-210v, con titolo ἀρχή σὺν θεῶ τῶν παραπέμπτων, da una procedura per calcolare l'inverso di frazioni epimoriche di numeri interi (da $\frac{4}{5}$ a $\frac{9}{10}$), seguita da una lista di frazioni siffatte e da altre procedure attinenti al calcolo frazionario⁵⁰. Il tutto inframezzato da una congerie di brevi testi ed annotazioni a sfondo computazionale. Senza alcun dubbio, un manoscritto composto da eruditi e utilizzato a fondo da eruditi.

Nella sua costruzione dei *Geometrica* e degli *Stereometrica*, Heiberg adottò il Par. suppl. gr. 387 come manoscritto di riferimento in quanto è il più completo. La tradizione di queste raccolte, ammesso che di tradizione si possa parlare, vede da una parte il *Seragliensis*, dall'altra i due Parigini⁵¹, apparentati⁵² al punto da discendere probabilmente da una medesima fonte. Di questa fonte bizantina comune restano residui di attività editoriale su *Geom.* 21 nella forma della προσθήκη Πατρικίου λαμπροτάτου θεωρήματος di *Geom.* 21.26-27⁵³. Questa sezione mostra gli scarti stilistici maggiori rispetto a quanto precede nella raccolta e che sia comune ai due manoscritti (*Geom.* 3-20)⁵⁴; a sua volta, essa è sicuramente un'aggiunta tesa a completare, in modo a dire il vero scarsamente strutturato, questo nucleo originario. Segni di attività editoriale che separa i due Parigini sono tangibili nella differente organizzazione di *Geom.* 17-21⁵⁵ e nella presenza, nel solo Par. suppl. gr. 387, di un'aggiunta attribuita a un certo Macario, che in *Geom.* 21.28-30 segue l'aggiunta di Patrizio. La prima è introdotta da un titolo identico a quello dell'aggiunta di Patrizio (προσθήκη Μακαρίου λαμπροτάτου θεωρήματος) ma è preceduta dalla sottoscrizione, letta sopra, che dichiara chiusa(!) l'esposizione eroniana della misura delle figure piane, è di carattere differente dall'aggiunta attribuita a Patrizio⁵⁶, e costituisce di fatto un doppione parziale di *Geom.* 3.25 (presente anch'essa nel Par. suppl. gr. 387).

⁴⁸ Edito in ALLARD 1977; il trattato planudeo lo è in ALLARD 1981.

⁴⁹ Il testo al f. 208v è edito da Heiberg in *HOO*, IV, pp. XVI-XVII; esso coincide in parte con il nr. 110 (che leggiamo al f. 139v dello stesso manoscritto) di VOGEL 1968. In ACERBI 2017, Appendice, Testo 22, le parti comuni ai due problemi sono, dopo nuova collazione del codice Parigino, trascritte in parallelo.

⁵⁰ Significativa la sottoscrizione: τέλος σὺν θεῶ τοῦ ὅλου ψηφαρίου καὶ τῆς πραγματευτικῆς ἐπιστήμης (*sic*). L'APPENDICE A.6 contiene questo testo e una breve esposizione pertinente al calcolo frazionario, consegnata ai ff. 157r-158r dello stesso manoscritto. Questi estratti danno un'idea esatta dell'abisso stilistico che separa i due manoscritti parigini.

⁵¹ Riassumo l'analisi dettagliata che si legge in ACERBI – VITRAC 2014, pp. 450-455 e 462-464.

⁵² Il verbo va inteso nel significato che assume per testi che si prestano facilmente a prestiti e riscritture. Si veda però ACERBI – VITRAC 2014, p. 463 n. 76, per la larga messe di varianti congiuntive (esistenza dell'archetipo) e reciprocamente separative (almeno una recensione su uno dei due rami) offerta dai diagrammi.

⁵³ Patrizio è anche menzionato in *Stereom.* I.21.3, *HOO*, V, p. 22.3-5, come revisore della breve esposizione sul tronco di cono: ἢ τοῦ κίονος ἔκθεσις τοῦ αὐτοῦ Πατρικίου διόρθωσις: οἱ γὰρ ἀρχαῖοι τὰς δύο διαμέτρους οὐκ ἔμειξαν. Ben difficilmente, però, Patrizio si sarà limitato a questo e all'annotazione che è finita nel testo come 'osservazione aggiuntiva' (così traduco προσθήκη θεωρήματος). Da menzionare l'ipotesi in TANNERY 1903-04, p. 154 n. 1, che identifica questo Patrizio con il patrizio Niceforo, titolare della cattedra di geometria designato da Costantino VII Porfirogenito (LEMERLE 1971, p. 265; la fonte è *Theophanes continuatus*, p. 446 Bekker). Quest'ipotesi è resa implausibile dal fatto che 'Patrizio' è qui usato come un nome proprio.

⁵⁴ Oltre a ovvie incongruenze come i poligoni regolari oggetto di *Geom.* 21.14-23 ma assenti nell'elenco iniziale di figure in *Geom.* 3.23. *Geom.* 21 è anche l'unica sezione che contenga prestiti evidenti dai *Metrica* di Erone.

⁵⁵ *Geom.* 21 è anche la sezione in cui questi due testimoni divergono più sensibilmente.

⁵⁶ L'aggiunta di Patrizio costituisce un prestito dal dominio della cosiddetta 'geometria fiscale', che occorre tenere ben distinta dalla metrologia geometrica. L'aggiunta di Macario consiste in due complementi sulla misura di un triangolo equilatero e in una riproposizione di alcuni 'punti fermi' della misura.

Il revisore ultimo di questi testi dovette essere una persona differente da Patrizio e da Macario, come mostrano l'epiteto riservato a questi due personaggi e il fatto che si parli dell'aggiunta di loro osservazioni⁵⁷. Che quella di Macario non si trovi nel Par. gr. 1670 fa pensare che ci siano almeno due revisori ultimi in gioco, uno comune e uno sulla linea di tradizione del Par. suppl. gr. 387, a meno di non supporre che il Par. gr. 1670 abbia omissso, deliberatamente o no, la parzialmente ridondante osservazione di Macario.

Ora, sia il Par. suppl. gr. 387 che il Par. gr. 1670 contengono *Geom.* 23.1-2 (prefazioni) e 23.3-21 (tavola metrologica), ma in posizione crucialmente differente: nel primo sono aggregate ad ulteriori tavole metrologiche⁵⁸; nel secondo sigillano l'intera raccolta e il manoscritto con la chiusa, non attestata altrove, *Geom.* 23.22 ἀλλὰ ταῦτα μὲν κατὰ τὴν παλαιὰν ἔκθεσιν· τὴν δὲ νῦν κρατοῦσαν δύναμιν ἐν τοῖς προοιμίοις τοῦ λόγου ὑπετάξαμεν. In effetti, la tavola metrologica in *Geom.* 23.3-21 è la più antica dell'intero *corpus*, dato che contiene unità di misura e loro conversioni contemporanee o di poco posteriori ai secoli I-II. Per contro, *Geom.* 4.2-13, comune ai due Parigini, e *Geom.* 23.23-42, compilata solo nel Par. suppl. gr. 387, presentano dati che risalgono alla tarda antichità o all'epoca bizantina⁵⁹. Di più, la prefazione *Geom.* 23.1 è, come abbiamo visto, un doppione di *Geom.* 2, e di fatto la sua versione originaria, mentre *Geom.* 23.2 è una 'risposta' a questa prefazione dal sapore indubitabilmente neoplatonico. La testimonianza unica della sottoscrizione del Par. gr. 1670 mostra quindi che un nucleo originario composto da *Geom.* 23.1-22, 3 e 5-20 fu ampliato e modificato per mezzo delle aggiunte plurime ora raccolte in *Geom.* 21 e della sostituzione di *Geom.* 23.1-22 con *Geom.* 2-4⁶⁰. La sezione 23.1-22 'scartata' fu accodata alla raccolta del Par. gr. 1670 per motivi patrimoniali, fu invece compilata altrove nel Par. suppl. gr. 387.

Già questo mostra che la raccolta metrologica geometrica nel Par. gr. 1670 è il risultato di un disegno ben meditato, cioè informato da un principio di *selezione consapevole*, al contrario di quanto è avvenuto nel Par. suppl. gr. 387. La chiave di volta dell'operazione è però la sezione *Geom.* 22.3-24⁶¹, assente in quest'ultimo testimone ma attestata nella linea di tradizione del *Seragliensis*. L'esposizione si limita ai

⁵⁷ In questa prospettiva, la sottoscrizione πεπλήρωται ἡ τῶν ἐπιπέδων κατὰ ἔκθεσιν Ἡρώωνος μέτρησης, attualmente posta dopo l'osservazione aggiuntiva attribuita a Patrizio, si sarebbe originariamente trovata alla fine di *Geom.* 20, fu mantenuta in coda alla raccolta quando questa fu arricchita con *Geom.* 21 e con la detta aggiunta, per poi essere fagocitata dal testo nel corso delle revisioni che hanno portato ad accodare al resto l'osservazione aggiuntiva di Macario nel solo Par. suppl. gr. 387, il formulario *Geom.* 22.3-24 nel solo Par. gr. 1670, i doppioni di *Geom.* 23.1-2 e 23.3-21 in entrambi, come vedremo tra un attimo.

⁵⁸ Ai ff. 107v-110r, laddove la massa dei *Geometrica* si trova ai ff. 13r-61r e tra i due sono intercalati, da una parte il materiale che Heiberg fa confluire nelle *Definitiones* e in *Stereom.* I, dall'altra l'opuscolo di Didimo.

⁵⁹ Discussione in LETRONNE 1816, pp. 47-50; MARTIN 1854, pp. 203-204, TANNERY 1903-04, pp. 153-154.

⁶⁰ *Geom.* 3 fu solo ritoccata, e se ne vedono ancora i segni: ACERBI – VITRAC 2014, pp. 455-458. La posizione e il contenuto degli altri titoli e delle sottoscrizioni mostrano che il titolo Ἡρώωνος εἰσαγωγὰ τῶν γεωμετρούμενων si riferisce soltanto a *Geom.* 3-4. Il prontuario di metrologia geometrica *Geom.* 5-20 è quindi anonimo.

⁶¹ Ancora un volta, l'assenza di *Geom.* 22.1-2 non è indice di incompletezza del Par. gr. 1670, ma dell'arbitrarietà delle scelte editoriali di Heiberg: *Geom.* 22.2 si legge solo nel *Seragliensis*, *Geom.* 22.1 si legge nel Par. suppl. gr. 387 ma al f. 13r, cioè all'inizio della massa dei *Geometrica* (che al f. 61r termina appunto con l'osservazione aggiuntiva di Macario), non alla fine. Sulle scelte talvolta dissennate di Heiberg (in questo indirizzato dal proprio manoscritto di riferimento, appunto il Par. suppl. gr. 387, e dalla necessità di trovar posto al materiale del *Seragliensis* limitando i veri o presunti 'doppioni') e su quelle più sobrie del suo predecessore Hultsch, che assunse il Par. gr. 1670 come manoscritto guida nella propria edizione del *corpus* metrologico geometrico (HULTSCH 1864; ma egli non conosceva il *Seragliensis*), si veda ancora ACERBI – VITRAC 2014, pp. 463-464. Se il lettore trova che muoversi nel labirinto dei *Geometrica* di Heiberg non sia semplice, ha tutta la mia solidarietà.

poligoni regolari fino al dodecagono + cerchio, con due diversioni sui triangoli generici e sui rettangoli, e una parte finale sui semicerchi probabilmente non originaria. La sezione è ovviamente un doppione contenutistico di sezioni rintracciabili altrove nel Par. gr. 1670, ma è appunto *questa* caratteristica che ci offre una corretta chiave di lettura, insieme con il formato: *Geom.* 22.3-24 è un formulario geometrico metrologico puro, cioè una lista di stringati algoritmi priva di esempi paradigmatici. Pur ossequiosa delle regole del gioco (le definizioni euclidee; la prefazione *Geom.* 2) e animata da intenti patrimoniali (il recupero di *Geom.* 23.1-22), la raccolta metrologica geometrica del Par. gr. 1670 si presenta quindi come un prontuario a due livelli: una serie completa⁶² di procedure corredate da esempi in *Geom.* 5-20 (con l'appendice di origine medio-bizantina della sez. 21.1-27, necessaria per il materiale aggiuntivo, inclusi i poligoni regolari) + un formulario metrologico e algoritmico diviso tra *Geom.* 3-4 e *Geom.* 22.3-24. Il Par. gr. 1670 ammette di conseguenza due livelli d'uso: l'accesso alla prescrizione bruta e quello alla prescrizione motivata⁶³.

Questa chiave di lettura si applica anche al resto, e il filo conduttore ne è il calcolo frazionario. Piena consapevolezza editoriale si manifesta nella scelta di contrapporre stilisticamente le due *Logarikai*, che attingono a livelli discorsivi ben differenziati: la *Palaia* è in larga misura una raccolta di pure tabelle, la *Nea* offre in buona parte un apparato interpretativo; entrambe pullulano di numeri la cui parte non intera è espressa come somma di frazioni unitarie. Le decomposizioni di frazioni in frazioni unitarie sono prima argomentate e poi elencate in un formulario; i multipli e 'sottomultipli' del nomisma sono al tempo stesso elencati e motivati grazie ad un *layout* estremamente perspicuo; il Computo alterna esposizioni discorsive, algoritmi e puri elenchi⁶⁴ – sempre confortati dal *layout* – e contiene un numero di dati frazionari più alto di qualsiasi Computo a me noto. Insomma, il Par. gr. 1670 è un prontuario completo di strumenti di calcolo e loro applicazioni, tratto da fonti disparate⁶⁵, controllato ai più alti livelli, consegnato ad un dettato formulare e ad un livello linguistico che non hanno uguali in testi consimili su di un intervallo di alcuni secoli. Un prontuario trascritto da un copista eccellente quanto a scelte di impaginazione e di segmentazione e, soprattutto, quanto alla stupefacente accuratezza della copia. Un prontuario destinato alla conservazione come esemplare di riferimento. E che assolse a questo compito egregiamente.

Anche se il Par. gr. 1670 non fu di fatto copiato, la sua struttura dettò infatti la linea al tipo di raccolta codicologicamente unitaria che caratterizza le matematiche bizantine: lo $\psi\eta\phi\acute{\alpha}\rho\iota\omicron\nu$ o 'libro di conti'. Occorre insistere sull'unitarietà codicologica poiché quella di contenuto non è immediatamente evidente in un libro di conti, che come abbiamo visto contiene scritti afferenti ad almeno tre discipline del *quadrivium*: geometria (metrologia), aritmetica (calcolo frazionario), astronomia (Computo pasquale). Siamo qui al cuore di un problema che crea tensioni irrisolte nella produzione scientifica bizantina, ereditate da un mondo greco che si spense ben prima di prenderne coscienza: la logistica, la 'scienza dei

⁶² Cioè una compilazione di algoritmi di calcolo che differiscono talvolta per minime varianti.

⁶³ La motivazione è inadeguata in un approccio moderno, che attribuisce potere suasorio soltanto al discorso dimostrativo, ma agli occhi di un bizantino lo era pienamente.

⁶⁴ Esattamente questo promette il lungo titolo.

⁶⁵ Come vedremo, nel Computo sono compilati tre testi normativi differenti.

conti' caratterizzata dall'aderire ad un ben preciso codice stilistico, è trasversale alla ripartizione tradizionale delle discipline scientifiche, e ne fonda di fatto intere sottobranche⁶⁶.

La cecità ai manoscritti concepiti come una serie di variazioni sull'unico tema del calcolo frazionario ha comportato sia le conseguenze negative cui ho accennato all'inizio: dispersione delle edizioni, distruzione del tessuto discorsivo e del formato; sia, settorialmente, il perpetuarsi di un errore categoriale che ha fatto attribuire l'appellativo 'libro di conti' (*Rechenbuch*) a uno specifico segmento del complesso codicologicamente ben definito che qui chiamo 'libro di conti': cioè alle raccolte di tecniche computazionali e problemi aritmetici⁶⁷ o metrologici del tutto scorrelati l'uno dall'altro, talvolta (fittiziamente) travestiti da problemi della vita di tutti i giorni⁶⁸, talvolta organizzati in sequenze di problemi pressoché identici, e spesso formulati in un codice algoritmico impoverito⁶⁹. Estirpare i *Rechenbücher* bizantini dal loro retroterra computazionale ha costretto gli studiosi a dotarli di un *pedigree* facendone uno *specimen* di una rete mondiale di scritti ritenuti analoghi sulla pura base dell'identità di contenuto matematico – la rete pretende di stabilire un sistema di filiazioni e prestiti a livello planetario e su di un intervallo di un paio di millenni⁷⁰: una costruzione quasi interamente aprioristica che si copre di ridicolo da sola.

Un manoscritto come il Par. gr. 1670 permette di elaborare una prospettiva storicamente corretta, in cui viene percepito l'oggetto nella sua compiutezza (il 'libro di conti') e non un suo moncone (il *Rechenbuch*). In questa prospettiva, è immediato vedere che il Par. gr. 1670 costituisce il punto di snodo fra la tradizione matura dei *Rechenbücher* bizantini 'isolati' – a volte ospitati in miscellanee primarie e quindi forzatamente estratti dal proprio contesto originario – e la tradizione che risale all'antichità greca e che è rappresentata dagli *Arithmetica* di Diofanto e dalla sua controparte codicologicamente 'bassa' che emerge ad esempio nel P.Mich. 620 (II s.)⁷¹, dagli indovinelli aritmetici in forma di epigrammi trasmessi in AP XIV⁷², da *Ur-Rechenbücher* in buona forma come il Papiro Achmin (VII s.)⁷³, il quale contiene problemi metrologici geometrici, indovinelli, calcoli di interesse, calcoli con frazioni e, soprattutto, una lista di decomposizioni di frazioni in somme di frazioni unitarie⁷⁴.

Ancora in questa prospettiva, diventa chiaro il motivo della presenza di Computi pasquali ad accompagnare *Rechenbücher*: essi sono in realtà parte perfettamente integrante di un 'libro di conti', il

⁶⁶ Il ruolo fondazionale della logistica in relazione all'astronomia è un *topos* messo a frutto nel *Grande calcolo indiano* anonimo del 1252 (ALLARD 1977, p. 80.2-4), ovviamente – e in una formulazione sintatticamente più curata – nel *Grande calcolo indiano* di Planude che lo plagia (ALLARD 1981, p. 27.1-5) e nella *Logistica* di Barlaam (CARELOS 1996, p. 1.10-26).

⁶⁷ Molti di questi problemi possono essere riscritti come problemi diofantei, cioè come equazioni algebriche di cui si cerca la soluzione.

⁶⁸ Pongo 'fittizio' tra parentesi in quanto certi tipi di problemi hanno davvero questo carattere 'pratico', come vedremo tra un attimo.

⁶⁹ Un 'tipico' problema da *Rechenbuch* non esiste: VOGEL 1968 ripartisce i 100 problemi che pubblica in 32 categorie.

⁷⁰ Il lettore interessato in concordanze di questo genere può rivolgersi a VOGEL 1968, pp. 154-160 e la stupefacente tavola sinottica annessa; a HUNGER – VOGEL 1963, pp. 91-101, dove è riciclata la stessa tavola; e soprattutto a TROPFKE 1980, sez. 4. Si veda anche la mia discussione in ACERBI 2019a.

⁷¹ Edizione in ROBBINS 1929, discussione in VOGEL 1930.

⁷² Questi epigrammi sono editi, insieme con gli scolii ad essi associati, in TANNERY 1893-95, II, pp. 43-72 (dal Par. suppl. gr. 384; *Diktyon* 53132). Si vedano anche TANNERY 1894a e 1894b. Un solo problema negli *Arithmetica* di Diofanto, cioè V.33, è concepito come soluzione di un enigma in forma di epigramma.

⁷³ Edizione in BAILLET 1892.

⁷⁴ Si veda l'APPENDICE A.3.

cui *leitmotiv* tecnico è il calcolo frazionario. Non è difficile vedere come gli indovinelli (d'altronde una fattispecie rara nei *Rechenbücher*) e, soprattutto, i problemi 'pratici' come il calcolo di interessi, le conversioni di unità di misura e monetarie di ogni genere ambientate 'al mercato', i problemi di dare-avere e di compravendita, le ripartizioni di eredità, la determinazione delle componenti di una lega, urgano dietro le quinte del prontuario messo a punto nel Par. gr. 1670. D'altra parte, questo manoscritto sancisce di fatto l'accesso di questi stessi problemi alla letteratura tecnica 'alta', quella cioè tradita in manufatti librari non effimeri: da qui i due *Rechenbücher* nel ('libro di conti' unitario) Par. suppl. gr. 387⁷⁵, da qui l'interesse di Rhabdas⁷⁶ e di Massimo Planude, da qui il meraviglioso *specimen* cipriota nel Vat. Pal. gr. 367, ff. 69r-97v (1317-20; *Diktyon* 66099)⁷⁷, da qui un *Rechenbüch* inserito come riempitivo da un copista di rilievo nel manoscritto più importante delle opere di Giamblico, il Firenze, Biblioteca Medicea Laurenziana, Pluteus 86.3 (XIII s. p.m.; *Diktyon* 16789)⁷⁸.

Riassumendo, il Par. gr. 1670 è un vademecum computazionale frutto di selezione consapevole dei testi, affidato ad un copista eccellente e concepito a fini patrimoniali, completo quanto al materiale proposto e alla possibilità di un doppio livello d'uso. La sua eccellenza linguistica e le soluzioni di *layout* sanciscono l'ingresso nella letteratura tecnica 'alta' di una costellazione di scritti rigidamente formulari e percorsi dal filo conduttore del calcolo frazionario. Questi scritti costituiscono né più né meno che il cuore delle matematiche bizantine.

APPENDICI

Nelle edizioni che seguono normalizzo punteggiatura e accenti ad esclusione dell'accentazione delle enclitiche e di alcuni casi segnalati come tali in apparato.

A.1. *I multipli del nomisma* (ff. 21v-33v)

Questa lunga sezione del Par. gr. 1670 è un elenco completo dei multipli di un nomisma espressi in termini di libbre e centinaia. I fattori di conversione sono i seguenti: 1 centinaio = 100 libbre; 1 libbra = 72 nomismata. Il prontuario può ben essere detto 'completo' in quanto copre l'intervallo da 72 nomismata⁷⁹ a 1 miriade di miriadi (10^8) di nomismata. Si noti il vezzo di includere multipli del tutto inutili come 9999 miriadi o 9999 miriadi 9999.

Il calcolo è estremamente semplice: si trova il più grande multiplo di 72 che sia minore o uguale della quantità di nomismata assegnata; questo multiplo è l'ammontare in libbre, il resto è l'ammontare

⁷⁵ Edizione del *Rechenbuch* ai ff. 118v-140v in VOGEL 1968.

⁷⁶ Nella *Lettera a Tzavoukhes* edita in TANNERY 1886.

⁷⁷ Questo importante manoscritto è l'esempio paradigmatico della stilizzazione detta 'cipriota bouclée': CANART 1977, pp. 303-321, rist. CANART 2008, I, pp. 341-359. Analisi del manoscritto, e delle date che contiene, in TURYN 1964, pp. 117-124 e tav. 96.

⁷⁸ Descrizioni in MORAUX *ET AL.* 1976, pp. 282-286 (ad opera di J. Wiesner); SAFFREY – SEGONDS – LUNA 2001, pp. CVI-CIX; GIACOMELLI 2014, pp. 219-222; GIACOMELLI 2020. Datazione corretta e identificazione del copista in altri manoscritti in ACERBI – GIOFFREDA 2019.

⁷⁹ Cioè la più piccola quantità di nomismata che può essere espressa come un numero intero di libbre.

residuo in nomismata. Lo stesso per le centinaia in rapporto alle libbre. L'ammontare residuo in nomismata è espresso anche come somma di frazioni unitarie di una libbra. In questa sezione come in alcune delle successive, occorre tenere a mente che una divisione viene semplicemente effettuata via sottrazione ripetuta del divisore; ciò può far pensare che il testo stia effettuando una riprova della validità del risultato, ma si tratta di un errore: anche *noi* eseguiamo così una divisione, ma abbiamo introiettato l'algoritmo. Si ricordi che la notazione numerica greca è decimale ma non è posizionale: il passaggio da un valore a quello corrispondente nell'ordine decimale successivo (come da 200 a 2000) non si effettua semplicemente aggiungendo uno zero e scalando tutte le cifre di un posto come nella notazione decimale posizionale.

Trascrivo una parte rappresentativa del testo, cioè i multipli 200, 2000, etc. di un nomisma; essi sono evidenziati in grigio nelle tabelle che seguono, in cui sono 'tradotti' tutti i risultati. La prima riga di ogni tabella contiene i multipli assegnati di un nomisma, la seconda lo stesso numero convertito in (centinaia);(libbre),(nomismata)⁸⁰, la terza lo stesso numero espresso come libbre e sue frazioni unitarie. La miriade è indicata con un M ad esponente. Lo zero non esiste nella notazione numerica greca: per evitare ambiguità ho quindi scritto, ad esempio, '25;' quando un numero consiste di sole centinaia. Le tabelle sono organizzate in modo da mettere in evidenza la loro struttura periodica⁸¹, accorgimento che permette un controllo efficiente dell'esattezza dei numeri trascritti: e in effetti il lungo testo non contiene nessun(!) errore. Nell'edizione, le migliaia sono identificate da un pedice sinistro come nel testo, le miriadi da un apice destro invece che da una dièresi, i numeri ordinali in cifra sono trascritti con la desinenza singolare -ον ad esponente invece che con il doppio apice. Traduco in lingua italiana soltanto l'ultimo paragrafo; scriverò sempre, ad esempio, $5 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$ invece di $5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$.

τὰ σ νομίματα ποιοῦσι λίτρας β καὶ νομίματα νς. καὶ εἶπε οὕτως· ο β, ρμ· καὶ β β, δ. τὰ δὲ νς νομίματα εἰσὶ τῆς λίτρας μέρος ω θ^{ον}. λέγε γὰρ ω τῶν οβ, μη· καὶ θ^{ον} τῶν οβ, η.

τὰ ,β νομίματα ποιοῦσι λίτρας κζ ω θ^{ον}. καὶ εἶπε οὕτως· ο κ, ,αυ· καὶ β κ, μ· ο ζ, υφ· καὶ β ζ, ιδ· καὶ τὸ ω θ^{ον} τῶν οβ, νς. τὰ δὲ νς νομίματα εἰσὶ τῆς λίτρας μέρος ω θ^{ον}. λέγε γὰρ δίμοιρον τῶν οβ, μη· καὶ ἔννατον τῶν οβ, ὀκτώ.

αὶ β' τὰ νομίματα ποιοῦσι λίτρας σοζ ω θ^{ον}, ἥτοι κεντηνάρια β, λίτρας οζ καὶ νομίματα νς. καὶ εἶπε οὕτως· ο σ, α',δ· καὶ β σ, υ· ο ο, ,δλ· καὶ β ο, ρμ· ο ζ, υφ· καὶ β ζ, ιδ· καὶ τὸ ω θ^{ον} τῶν οβ, νς· λέγε γὰρ δίμοιρον τῶν οβ, μη· καὶ θ^{ον} τῶν οβ, ὀκτώ.

αὶ κ' τὰ νομίματα ποιοῦσι λίτρας ,βψοζ ω θ^{ον}, ἥτοι κεντηνάρια κζ, λίτρας οζ καὶ νομίματα νς. καὶ εἶπε οὕτως· ο ,β, ιδ· καὶ β ,β, ,δ· ο ψ, δ',θ· καὶ β ψ, ,αυ· ο ο, ,δλ· καὶ β ο, ρμ· ο ζ, υφ· καὶ β ζ, ιδ· καὶ τὸ δίμοιρον ἔννατον τῶν οβ, νς.

αὶ σ' τὰ νομίματα ποιοῦσι λίτρας μυριάδας δύο καὶ ,ζψοζ ω θ^{ον}, ἥτοι κεντηνάρια σοζ, λίτρας οζ καὶ νομίματα νς. καὶ εἶπε οὕτως· ἑβδομηκοντάκις αὶ δύο μυριάδες, ρμ'· καὶ δις αὶ δύο μυριάδες, δ'.

⁸⁰ Si notino il punto e virgola e la virgola per separare gli ordini di grandezza.

⁸¹ A partire da 1000, le parti frazionarie in celle omologhe sono le stesse; i valori per $(x + 36)^M$ si ottengono da quelli per x^M (cioè stessa colonna 4 tabelle prima) sommando 50 centinaia, etc.

ο ,ζ, μθ'· και β ,ζ, α',δ'· ο ψ, δ',θ'· και β ψ, ,αυ'· ο ο, ,δλ'· και β ο, ρμ'· ο ζ, υφ'· και β ζ, ιδ'· και τὸ ω θ^{ον} τῶν οβ, νς.

αί δισχίλια μυριάδες τὰ νομίσματα ποιούσι λίτρας μυριάδας εἰκοσιεπτὰ και ,ζψοζ ω θ^{ον}, ἤτοι κεντηνάρια ,βψοζ, λίτρας οζ και νομίσματα νς. και εἶπε οὕτως· ἑβδομηκοντάκις αἱ κ', ,αυ'· και δις αἱ κ', μ'· ο αἱ ζ', υφ'· και β αἱ ζ', ιδ'· ο ,ζ, μθ'· και β ,ζ, α',δ'· ο ψ, δ',θ'· και β ψ, ,αυ'· ο ο, ,δλ'· και β ο, ρμ'· ο ζ, υφ'· και β ζ, ιδ'· και τὸ ω θ^{ον} τῶν οβ, νς.

Traduzione

Due mila miriadi di nomismata fanno 27 miriadi di libbre e 7777 $\frac{2}{3} \frac{1}{9}$, ovvero 2777 centinaia, 77 libbre e 56 nomismata. E di' così: settanta volte le 20 miriadi, 1400 miriadi; e due volte le 20 miriadi, 40 miriadi; 70 le 7 miriadi, 490 miriadi; e 2 le 7 miriadi, 14 miriadi; 70 <per> 7000, 49 miriadi; e 2 <per> 7000, 1 miriade 4000; 70 <per> 700, 4 miriadi 9000; e 2 <per> 700, 1400; 70 <per> 70, 4900; e 2 <per> 70, 140; 70 <per> 7, 490; e 2 <per> 7, 14; e $\frac{2}{3} \frac{1}{9}$ di 72, 56.

72	100	144	200	216	288	300	360	400	432	500	504
1	1,28	2	2,56	3	4	4,12	5	5,40	6	6,68	7
	$1 \frac{1}{3} \frac{1}{18}$		$2 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$			$4 \frac{1}{6}$		$5 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$		$2 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{9}$	

576	600	648	700	720	792	800	864	900	936
8	8,24	9	9,52	10	11	11,8	12	12,36	13
	$8 \frac{1}{3}$		$2 \frac{2}{3} \frac{1}{18}$			$11 \frac{1}{9}$		$12 \frac{1}{2}$	

1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
13,64	27,56	41,48	55,40	69,32	83,24	97,16	1;11,8	1;25
$13 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$27 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$41 \frac{2}{3}$	$55 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$69 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$83 \frac{1}{3}$	$97 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$111 \frac{1}{9}$	125

1 ^M	2 ^M	3 ^M	4 ^M	5 ^M	6 ^M	7 ^M	8 ^M	9 ^M
1;38,64	2;77,56	4;16,48	555,40	6;94,32	8;33,24	9;72,16	11;11,8	12;50
$138 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$277 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$416 \frac{2}{3}$	$555 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$694 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$833 \frac{1}{3}$	$972 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$1111 \frac{1}{9}$	1250

10 ^M	11 ^M	12 ^M	13 ^M	14 ^M	15 ^M	16 ^M	17 ^M	18 ^M
13;88,64	15;27,56	16;66,48	18;5,40	19;44,32	20;83,24	22;22,16	23;61,8	25;
$1388 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$1527 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$1666 \frac{2}{3}$	$1805 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$1944 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$2083 \frac{1}{3}$	$2222 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$2361 \frac{1}{9}$	2500

19 ^M	20 ^M	21 ^M	22 ^M	23 ^M	24 ^M	25 ^M	26 ^M	27 ^M
26;38,64	27;77,56	29;16,48	30;55,40	31;94,32	33;33,24	34;72,16	36;11,8	37;50
$2638 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$2777 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$2916 \frac{2}{3}$	$3055 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$3194 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$3333 \frac{1}{3}$	$3472 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$3611 \frac{1}{9}$	3750

28 ^M	29 ^M	30 ^M	31 ^M	32 ^M	33 ^M	34 ^M	35 ^M	36 ^M
38;88,64	40;27,56	41;66,48	43;5,40	44;44,32	45;83,24	47;22,16	48;61,8	50;
$3888 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$4027 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$4166 \frac{2}{3}$	$4305 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$4444 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$4583 \frac{1}{3}$	$4722 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$4861 \frac{1}{9}$	5000

37 ^M	38 ^M	39 ^M	40 ^M	41 ^M	42 ^M	43 ^M	44 ^M	45 ^M
51;38,64	52;77,56	54;16,48	55;55,40	56;94,32	58;33,24	59;72,16	61;11,8	62;50
$5138 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$5277 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$5416 \frac{2}{3}$	$5555 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$5694 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$5833 \frac{1}{3}$	$5972 \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$6111 \frac{1}{9}$	6250

46 ^M	47 ^M	48 ^M	49 ^M	50 ^M	51 ^M	52 ^M	53 ^M	54 ^M
63;88,64	65;27,56	66;66,48	68;5,40	69;44,32	70;83,24	72;22,16	73;61,8	75;
6388 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	6527 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	6666 $\frac{2}{3}$	6805 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	6944 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	7083 $\frac{1}{3}$	7222 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	7361 $\frac{1}{9}$	7500

55 ^M	56 ^M	57 ^M	58 ^M	59 ^M	60 ^M	61 ^M	62 ^M	63 ^M
76;38,64	77;77,56	79;16,48	80;55,40	81;94,32	83;33,24	84;72,16	86;11,8	87;50
7638 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	7777 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	7916 $\frac{2}{3}$	8055 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	8194 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	8333 $\frac{1}{3}$	8472 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	8611 $\frac{1}{9}$	8750

64 ^M	65 ^M	66 ^M	67 ^M	68 ^M	69 ^M	70 ^M	71 ^M	72 ^M
88;88,64	90;27,56	91;66,48	93;5,40	94;44,32	95;83,24	97;22,16	98;61,8	100;
8888 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	9027 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	9166 $\frac{2}{3}$	9305 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	9444 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	9583 $\frac{1}{3}$	9722 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	9861 $\frac{1}{9}$	1 ^M

73 ^M	74 ^M	75 ^M	76 ^M	77 ^M	78 ^M	79 ^M	80 ^M	81 ^M
101;38,64	102;77,56	104;16,48	105;55,40	106;94,32	108;33,24	109;72,16	111;11,8	112;50
1 ^M 138 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 277 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 416 $\frac{2}{3}$	1 ^M 555 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 694 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 833 $\frac{1}{3}$	1 ^M 972 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 1111 $\frac{1}{9}$	1 ^M 1250

82 ^M	83 ^M	84 ^M	85 ^M	86 ^M	87 ^M	88 ^M	89 ^M	90 ^M
113;88,64	115;27,56	116;66,48	118;5,40	119;44,32	120;83,24	122;22,16	123;61,8	125;
1 ^M 1388 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 1527 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 1666 $\frac{2}{3}$	1 ^M 1805 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 1944 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 2083 $\frac{1}{3}$	1 ^M 2222 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 2361 $\frac{1}{9}$	1 ^M 2500

91 ^M	92 ^M	93 ^M	94 ^M	95 ^M	96 ^M	97 ^M	98 ^M	99 ^M
126;38,64	127;77,56	129;16,48	130;55,40	131;94,32	133;33,24	134;72,16	136;11,8	137;50
1 ^M 2638 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 2777 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 2916 $\frac{2}{3}$	1 ^M 3055 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 3194 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	1 ^M 3333 $\frac{1}{3}$	1 ^M 3472 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	1 ^M 3611 $\frac{1}{9}$	1 ^M 3750

100 ^M	200 ^M	300 ^M	400 ^M	500 ^M	600 ^M	700 ^M	800 ^M	900 ^M
138;88,64	277;77,56	416;66,48	555;55,40	694;44,32	833;33,24	972;22,16	1111;11,8	1250;
1 ^M 3888 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	2 ^M 7777 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	4 ^M 1666 $\frac{2}{3}$	5 ^M 5555 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	6 ^M 9444 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	8 ^M 3333 $\frac{1}{3}$	9 ^M 7222 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	11 ^M 1111 $\frac{1}{9}$	12 ^M 5000

1000 ^M	2000 ^M	3000 ^M	4000 ^M	5000 ^M	6000 ^M	7000 ^M	8000 ^M	9000 ^M
1388;88,64	2777;77,56	4166;66,48	5555;55,40	6944;44,32	8333;33,24	9722;22,16	1 ^M 1111;11,8	1 ^M 2500
13 ^M 8888 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	27 ^M 7777 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{9}$	41 ^M 6666 $\frac{2}{3}$	55 ^M 5555 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{18}$	69 ^M 4444 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$	83 ^M 3333 $\frac{1}{3}$	97 ^M 2222 $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$	111 ^M 1111 $\frac{1}{9}$	125 ^M

9999 ^M	9999 ^M 9999	1 ^{MM}
1 ^M 3887;50	1 ^M 3888;88,63	1 ^M 3888;88,64
138 ^M 8750	138 ^M 8888 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{24}$	138 ^M 8888 $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{18}$

A.2. I 'sottomultipli' del nomisma (ff. 33v-34v)

Questa breve sezione completa la precedente esprimendo alcune frazioni di un nomisma in termini di frazioni di una libbra. Il calcolo si riduce a moltiplicare il fattore di conversione 72 per l'inverso della frazione di nomisma assegnata; il risultato è la parte cercata di una libbra. Il testo asserisce che occorre continuare allo stesso modo, ma trascura il fatto che non tutte le frazioni di nomisma danno luogo a parti di una libbra – cioè a sue frazioni unitarie – come invece accade in tutti gli esempi esposti. In questa appendice e nella prossima, i numeri ordinali in cifra al plurale (cioè i denominatori) sono trascritti raddoppiando la lettera numerale e con la desinenza plurale –α ad esponente; nel manoscritto sono rappresentati da due ordinali identici consecutivi. Traduco *exempli gratia* uno dei paragrafi.

περί τῶν λεπτῶν τῆς λίτρας

Τὸ ἥμισυ τοῦ νομίσματος ἔστι τῆς λίτρας μέρος ρμδ^{ον}. ἔχει δὲ ἡ μέθοδος οὕτως. τὸ ἐν νόμισμα (ἦτοι ἡ μονάς) δύο ἡμίσεια ἀποτελεῖ. τοίνυν καὶ τὸ ἥμισυ ἀπὸ τῶν δύο ἐξέρχεται λέγομεν. ἐρωτώμενοι οὖν εἰπεῖν τί μέρος τῆς λίτρας ἔστι τὸ α̅ τοῦ νομίσματος πολυπλασιάζομεν β ἐπὶ οβ· γίνεται ρμδ. καὶ λέγομεν ὅτι τὸ α̅ τοῦ νομίσματος ἔστι τῆς λίτρας μέρος ρμδ^{ον}.

Τὰ δὲ δύο ἡμίσεια ἐρωτώμενοι εἰπεῖν τί μέρος τῆς λίτρας εἰσὶ |[34r] πολυπλασιάζομεν ὁμοίως β ἐπὶ οβ· γίνονται ρμδ· ταῦτα μερίζομεν παρὰ τὰ β διὰ τὸ δύο ἡμίσεια ἐρωτηθῆναι ἡμᾶς· γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν ρμδ εἰς β, οβ. καὶ λέγομεν ὅτι τὰ δύο ἡμίσεια μέρος οβ^{ον} τῆς λίτρας εἰσίν.

Ὅμοίως καὶ τὸ α νόμισμα οβ^{ον} μέρος λέγομεν εἶναι τῆς λίτρας· ἐβδομηκοντάκις καὶ δις γὰρ τὸ ἐν συντιθέμενον τὸν ἐβδομηκονταδύο ἀποτελεῖ ἀριθμόν.

Τὸ α α̅ νόμισμα, τουτέστι τὰ τρία ἡμίσεια, γίνονται τῆς λίτρας μέρος μη^{ον}. ἡ δὲ μέθοδος ἔχει οὕτως. εἶπομεν ὅτι τὸ ἥμισυ ἀπὸ τῶν β ἐξέρχεται διὰ τὴν μονάδα δύο ἀποτελεῖν ἡμίσεια. πολυπλασιάζομεν οὖν β ἐπὶ οβ· γίνεται ρμδ· ταῦτα μερίζομεν παρὰ τὰ γ διὰ τὸ τρία ἡμίσεια ἐρωτηθῆναι ἡμᾶς· γίνεται ὁ μερισμὸς μη· τρισάκις καὶ γὰρ τὰ μη· γίνεται ρμδ. καὶ λέγομεν ὅτι τὰ γ ἡμίσεια (ἦγουν τὸ α α̅ νόμισμα) μη^{ον} μέρος τῆς λίτρας ἔστί.

Τὸ α γ^{ον} νόμισμα, τουτέστι τὰ τέσσαρα τρίτα, γίνονται τῆς λίτρας μέρος νδ^{ον}. μεθοδεύονται δὲ οὕτως. ἡ μονὰς τρία τρίτα ἀποτελεῖ. τοίνυν καὶ τὸ γ^{ον} ἀπὸ τῶν τριῶν ἐξέρχεται λέγομεν. πολυπλασιάζομεν οὖν τρία ἐπὶ οβ· γίνεται σις· ταῦτα μερίζομεν εἰς δ διὰ τὰ δ τρίτα· γίνεται ὁ μερισμὸς νδ. τεσσαράκις καὶ γὰρ τὰ νδ· γίνονται σις. καὶ λέγομεν ὅτι τὸ α γ^{ον} νόμισμα (ἦγουν τὰ δ τρίτα) νδ^{ον} μέρος τῆς λίτρας εἰσὶ.

Τὸ ε^{ον} τοῦ νομίσματος ἔστι τῆς λίτρας μέρος τξ^{ον}. ἡ δὲ μέθοδος ἔχει οὕτως. |[34v] πολυπλασιάζομεν ε ἐπὶ οβ· γίνονται τξ· καὶ λέγομεν ὅτι τὸ ε^{ον} τοῦ νομίσματος τξ^{ον} μέρος τῆς λίτρας ἔστί.

Τὰ δύο εε^α (ἦτοι τὸ γ^{ον} ιε^{ον}) τοῦ νομίσματος ἐρωτώμενοι εἰπεῖν τί μέρος τῆς λίτρας ἔστί πολυπλασιάζομεν ὁμοίως ε ἐπὶ οβ· γίνονται τξ· ταῦτα μερίζομεν παρὰ τὰ β· γίνεται ὁ μερισμὸς ρπ. καὶ ἔστι τὸ γ^{ον} ιε^{ον} τοῦ νομίσματος τῆς λίτρας μέρος ρπ^{ον}. λέγε γὰρ δις τὰ ρπ, τξ.

Τὰ δὲ τρία εε^α (ἦτοι τὸ α̅ ι^{ον}) τοῦ νομίσματος ἔστι τῆς λίτρας μέρος ρκ^{ον}. λέγε γὰρ πεντάκις τὰ οβ· γίνεται τξ· ὧν τὸ γ^{ον}· γίνεται ρκ. καὶ ἔστι τὸ α̅ ι^{ον} τοῦ νομίσματος τῆς λίτρας μέρος ρκ^{ον}.

Τὰ δὲ δ εε^α (ἦτοι τὸ α̅ ε^{ον} ι^{ον}) τοῦ νομίσματος ἔστι τῆς λίτρας μέρος ἐνενηκοστόν. πεντάκις καὶ γὰρ τὰ οβ· γίνεται τξ· ὧν τὸ δ^{ον}· γίνεται ρ. καὶ ἔστι τὸ α̅ ε^{ον} ι^{ον} τοῦ νομίσματος τῆς λίτρας μέρος ἐνενηκοστόν.

Τὸ α α̅ ε^{ον} ι^{ον} νόμισμα (ἦτοι τὰ ἐννέα εε^α) γίνονται τῆς λίτρας μέρος τεσσαρακοστόν. ἡ μέθοδος, ποιήσον ε ἐπὶ οβ· γίνεται τξ· ταῦτα μέρισον παρὰ τὰ θ· γίνονται τεσσαράκοντα. καὶ ἔστι τὸ α α̅ ε^{ον} ι^{ον} νόμισμα τῆς λίτρας μέρος μ^{ον}.

Τὸ ζ^{ον} τῆς μονάδος καλεῖται τῆς λίτρας μέρος φδ^{ον}. λέγε γὰρ ζ οβ, φδ.

Τὰ δὲ β ζζ^α (ἦτοι τὸ δ^{ον} κη^{ον}) τῆς μονάδος ἔστι τῆς λίτρας μέρος σνβ^{ον}. ἐπτάκις γὰρ τὰ οβ· γίνεται φδ· τούτων τὸ ἥμισυ· γίνεται σνβ.

Τὰ γ ζζ^α (ἦτοι τὸ δ^{ον} ζ^{ον} κη^{ον}) τῆς μονάδος γίνεται τῆς λίτρας μέρος ρξη. Τὸ δὲ α̅ ιδ^{ον} (ἦγουν τὰ δ ζζ^α) γίνεται τῆς λίτρας μέρος ρκς. ἡ δὲ μέθοδος ὁμοίως τοῖς προειρημένοις.

καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

1 nomisma $\frac{1}{2}$, cioè tre mezzi, danno come risultato la 48° parte della libbra. La procedura è come segue. Diciamo che un mezzo deriva da 2 per il fatto che un'unità completa due mezzi. Moltiplichiamo dunque 2 per 72; risulta 144; dividiamoli per 3 per il fatto che ci sono stati richiesti i tre mezzi; la divisione dà come risultato 48: e infatti, tre volte 48; risulta 144. E diciamo che 3 mezzi (ovvero 1 nomisma $\frac{1}{2}$) sono la 48° parte della libbra.

A.3. *Le procedure di decomposizione di frazioni non unitarie in somme di frazioni unitarie (35r-44v)*

Era pratica comune nel mondo greco e bizantino, e più in generale all'interno del bacino del mediterraneo, manipolare frazioni scomponendole in frazioni unitarie⁸². Tabelle sistematiche di tali decomposizioni sono attestate in papiri e in manoscritti⁸³; la più nota si trova nel Papiro Achmin menzionato *supra*: denominatori da 2 a 20, incluso $\frac{2}{3}$; fino al denominatore 10, i numeratori sono unità, decine, centinaia, migliaia e 1 miriade; se i denominatori sono invece inclusi nell'intervallo $11 \leq n \leq 20$, i numeratori vanno da 1 a n ; è fornita solo una decomposizione⁸⁴. Decomposizioni più semplici sono allegate alla *Lettera a Khatzykes* di Nicola Rhabdas⁸⁵; erano quasi certamente contenute nel trattato anonimo che Rhabdas ha plagiato⁸⁶.

Frazioni espresse come somme di frazioni unitarie sono ubiquie nella *Palaiia Logarikē*, nella *Nea Logarikē* e nel *corpus* metrologico geometrico contenuti nel Par. gr. 1670. Le esigenze di completezza che ho discusso *supra* motivano quindi ampiamente la presenza di queste due lunghe sezioni di carattere puramente computazionale, di fatto un *unicum* nel panorama delle matematiche bizantine⁸⁷. Le decomposizioni iniziano dai 'quinti' poiché frazioni con denominatori da 2 a 4 danno origine a liste di decomposizioni vuote o banali. A partire dagli 'ottavi' inclusi, è omessa la procedura di calcolo (detta μέθοδος); resta soltanto la riprova, cioè la sequenza che inizia con καὶ εἰπέ οὕτως.

Come segmento rappresentativo del metodo di calcolo trascrivo e commento le cinque decomposizioni della frazione $\frac{3}{7}$ ai ff. 39r-40r; traduco *exempli gratia* l'ultimo paragrafo.

ζ^{ov} τῶν τριῶν, δ^{ov} ζ^{ov} κη^{ov}. ἡ μέθοδος. ἀνάλυσσον τὰς τρεῖς μονάδας εἰς δδ^α. γίνονται δδ^α ἰβ, ἀφ' ὧν ἐπίδος τοῖς ἐπτὰ ἀνὰ δ^{ov}, ἦτοι δδ^α ἐπτὰ· λοιπὰ τέταρτα πέντε, ἦτοι μονὰς μία καὶ τέταρτον τῆς μονάδος. ἀνάλυσσον τοῖνυν τὴν μονάδα εἰς ζζ^α, καὶ ἐπίδος τοῖς ἐπτὰ ἀνὰ ζ^{ov}. τὸ δὲ τέταρτον ἐπεὶ ἀπὸ τῶν δ ἐξέρχεται, πολυπλασίασον δ ἐπὶ ζ· γίνονται κη. εἶτα λάβε τὸ δ^{ov} τῶν κη· γίνετα κη^α

⁸² Si vedano KNORR 1982; VITRAC 1992; ACERBI – VITRAC 2014, pp. 81-84 (per i *Metrica* di Erone). Per semplificare il dettato, adotto la seguente terminologia: una 'frazione' è minore di 1 ed ha il numeratore diverso da 1; una 'frazione unitaria' ha il numeratore uguale a 1. Si ricordi che il Par. gr. 1670 include nella lista la frazione con denominatore 1 e quella con numeratore e denominatore uguali tra loro.

⁸³ Una lista di questo genere di papiri si trova in FOWLER 1999, pp. 269-274; edizione di uno di essi in ROBBINS 1923. Per tavole analoghe nell'Occidente Latino si veda PEDEN 2003.

⁸⁴ Tavole analoghe, ma che si arrestano ai 'noni', si trovano nel Città del Vaticano, Biblioteca Apostolica Vaticana, Vat. gr. 1058, ff. 36v-38r (inizio XV s.; *Diktyon* 67689).

⁸⁵ Le tavole sono edite in TANNERY 1886, pp. 114-117; in manoscritti, si vedano Vat. gr. 1411 (fine XIV s.; *Diktyon* 68042), f. 13r, Marc. gr. Z. 323 (coll. 639; *Diktyon* 69794), ff. 35v-36r (stesso copista del Vat. gr. 1058).

⁸⁶ Si veda ACERBI – MANOLOVA – PÉREZ MARTÍN 2018.

⁸⁷ Per le quali si veda ormai ACERBI 2019c.

ἑπτὰ· καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ καὶ ἀνά κη^{ον}. γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν τριῶν εἰς ἑπτὰ δ^{ον} ζ^{ον} κη^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· ἑπτάκις τὸ τέταρτον, ἑπτὰ τέταρτα, ἦτοι μονὰς α ἔ δ^{ον}. ἑπτάκις τὸ ζ^{ον}, ἑπτὰ ζζ^α, ἦτοι μονὰς μία· καὶ ἑπτάκις τὸ κη^{ον}, ἑπτὰ κη^α, ἦτοι τέταρτον τῆς μονάδος.

Ἄλλως. ζ^{ον} τῶν τριῶν, γ^{ον} ιδ^{ον} μβ^{ον}. ἡ μέθοδος. ἀνάλυσον τὰς τρεῖς μονάδας εἰς γγ^α. γίνεται γγ^α θ, ἀφ' ὧν ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά γ^{ον}, ἦτοι γγ^α ἑπτὰ· λοιπὰ γγ^α β, ἦτοι δίμοιρον. τὸ δὲ δίμοιρον ἡμισυ καὶ ἕκτον ἐστὶ τῆς μονάδος· καὶ ἐπεὶ τὸ ἡμισυ ἀπὸ τῶν δύο ἐξέρχεται τὸ δὲ ζ^{ον} ἀπὸ τῶν ζ, πολυπλασίασον |[39ν] β ἐπὶ ζ· γίνονται ιδ· καὶ ζ ἐπὶ ἑπτὰ· γίνονται μβ. εἶτα λάβε τὸ ἡμισυ τῶν ιδ καὶ τὸ ζ^{ον} τῶν μβ· γίνονται ιδιδ^α ἑπτὰ καὶ μβμβ^α ἑπτὰ· καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ καὶ ἀνά ιδ^{ον} μβ^{ον}. γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν τριῶν εἰς ἑπτὰ γ^{ον} ιδ^{ον} μβ^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· ἑπτάκις τὸ γ^{ον}, ἑπτὰ τρίτα, ἦτοι μονάδες β γ^{ον}. ἑπτάκις τὸ ιδ^{ον}, ἑπτὰ ιδιδ^α, ἦτοι μονάδος τὸ ἡμισυ· καὶ ἑπτάκις τὸ μβ^{ον}, ἑπτὰ μβμβ^α, ἦτοι ζ^{ον} τῆς μονάδος.

Ἄλλως. ζ^{ον} τῶν τριῶν, γ^{ον} ιε^{ον} λε^{ον}. ἡ μέθοδος. ἀνάλυσον τὰς τρεῖς μονάδας εἰς εε^α. γίνεται εε^α ιε, ἀφ' ὧν ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά εε^α β, ἦτοι ἀνά γ^{ον} ιε^{ον}, τουτέστι εε^α ιδ, ἦτοι τριτοπεντεκαιδέκατα ἑπτὰ· μένει ε^{ον}. τὸ δὲ ε^{ον} ἀπὸ τῶν πέντε ἐξέρχεται. πολυπλασίασον τοίνυν πέντε ἐπὶ ἑπτὰ· γίνονται λε· ὧν τὸ ε^{ον}. γίνεται εε^α ζ· καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ καὶ ἀνά λε^{ον}. γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν γ εἰς ζ γ^{ον} ιε^{ον} λε^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· ἑπτάκις τὸ γ^{ον} ιε^{ον}, ἑπτὰ γιε^αγιε^α, ἦτοι εε^α ιδ, τουτέστι μονάδες β ἔ ε^{ον} ι^{ον}. καὶ ἑπτάκις τὸ λε^{ον}, ἑπτὰ λελε^α, ἦτοι ε^{ον} τῆς μονάδος.

Ἄλλως. ζ^{ον} τῶν τριῶν, ε^{ον} ζ^{ον} ιδ^{ον} ο^{ον}. ἡ μέθοδος. ἀνάλυσον τὰς γ μονάδας εἰς εε^α. γίνεται εε^α ιε, ἀφ' ὧν ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά ε^{ον}, ἦτοι εε^α ζ· λοιπὰ εε^α ὀκτώ, ἦτοι μονὰς μία καὶ ἔ ι^{ον} τῆς μονάδος. ἀνάλυσον οὖν τὴν μονάδα εἰς ζζ^α, |[40γ] καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά ζ^{ον}. τὸ δὲ ἔ ι^{ον} πολυπλασίασον ἐπὶ τὰ ἑπτὰ οὕτως· β ζ, ιδ· καὶ ι ζ, ο. εἶτα λάβε τὸ ἡμισυ τῶν ιδ καὶ τὸ ι^{ον} τῶν ο· γίνονται ιδιδ^α ἑπτὰ καὶ οο^α ἑπτὰ· καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ καὶ ἀνά ιδ^{ον} ο^{ον}. γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν τριῶν εἰς ἑπτὰ ε^{ον} ζ^{ον} ιδ^{ον} ο^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· ἑπτάκις τὸ ε^{ον}, ἑπτὰ εε^α, ἦτοι μονὰς γ^{ον} ιε^{ον}. ἑπτάκις τὸ ζ^{ον}, ἑπτὰ ζζ^α, ἦτοι μονὰς μία· ἑπτάκις τὸ ιδ^{ον}, ἑπτὰ ιδιδ^α, ἦτοι ἡμισυ τῆς μονάδος· καὶ ἑπτάκις τὸ ο^{ον}, ἑπτὰ οο^α, ἦτοι ι^{ον} τῆς μονάδος.

Ἄλλως. ζ^{ον} τῶν τριῶν, ζ^{ον} ζ^{ον} ιδ^{ον} κα^{ον}. ἡ μέθοδος. ἀνάλυσον τὰς γ μονάδας εἰς ζζ^α. γίνονται ζζ^α ιη, ἀφ' ὧν ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά ζ^{ον}, ἦτοι ζζ^α ἑπτὰ· λοιπὰ ζζ^α ια, ἦτοι μονὰς μία καὶ ἡμισυ τρίτον τῆς μονάδος. ἀνάλυσον οὖν τὴν μονάδα εἰς ζζ^α, καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ ἀνά ζ^{ον}. τὸ δὲ ἔ γ^{ον} πολυπλασίασον ἐπὶ τὰ ἑπτὰ οὕτως· β ζ, ιδ· καὶ γ ζ, κα. εἶτα λάβε τὸ ἡμισυ τῶν ιδ καὶ τὸ γ^{ον} τῶν κα· γίνονται ιδιδ^α ἑπτὰ καὶ κακα^α ἑπτὰ· καὶ ἐπίδος τοῖς ἑπτὰ καὶ ἀνά ιδ^{ον} κα^{ον}. γίνεται οὖν ὁ μερισμὸς τῶν τριῶν εἰς ἑπτὰ ζ^{ον} ζ^{ον} ιδ^{ον} κα^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· ἑπτάκις τὸ ζ^{ον}, ἑπτὰ ζζ^α, ἦτοι μονὰς μία· ἑπτάκις τὸ ιδ^{ον}, ἑπτὰ ιδιδ^α, ἦτοι ἡμισυ τῆς μονάδος· καὶ ἑπτάκις τὸ κα^{ον}, ἑπτὰ κακα^α, ἦτοι τρίτον τῆς μονάδος.

Traduzione

In altro modo. $\frac{1}{7}$ di tre, $\frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{14} \frac{1}{21}$. Procedura. Risolvi le 3 unità in 6^i ; risultano 18 6^i , dai quali assegna $\frac{1}{6}$ a ciascun sette, ovvero sette 6^i ; resto 11 6^i , ovvero un'unità e un mezzo un terzo dell'unità. Risolvi quindi l'unità in 7^i , e assegna $\frac{1}{7}$ a ciascun sette; moltiplica $\frac{1}{2} \frac{1}{3}$ per sette così: 2 <per> 7, 14; e 3 <per> 7, 21. Poi prendi la metà di 14 e $\frac{1}{3}$ di 21; risultano sette 14^i e sette 21^i ; e assegna $\frac{1}{14} \frac{1}{21}$ a ciascun sette. La divisione di tre per sette dà dunque come risultato $\frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{14} \frac{1}{21}$. E di' così: sette volte $\frac{1}{6}$, sette 6^i , ovvero

un'unità un sesto; sette volte $\frac{1}{7}$, sette 7^i , ovvero un'unità; sette volte $\frac{1}{14}$, sette 14^i , ovvero metà dell'unità; e sette volte $\frac{1}{14}$, sette 21^i , ovvero un terzo dell'unità.

Commento

Queste procedure sembrano presupporre il risultato. La questione è però più sottile. È infatti richiesto di scrivere una frazione come somma di frazioni unitarie. Consideriamo ora la frazione unitaria maggiore in una possibile decomposizione⁸⁸. Per definizione, questa frazione non può essere maggiore di $\frac{1}{2}$; in generale, sarà immediato raffinare il limite superiore: prendendo ad esempio il nostro caso, poiché $\frac{3}{7} < \frac{1}{2}$ ma $\frac{3}{7} > \frac{1}{3}$, una decomposizione di $\frac{3}{7}$ potrà avere al massimo $\frac{1}{3}$ come frazione maggiore. D'altro canto, un attimo di riflessione convincerà il lettore che la frazione unitaria maggiore in una decomposizione 'ragionevole' non può avere un denominatore uguale o maggiore di quello della frazione da decomporre: sempre nel nostro caso, una decomposizione 'ragionevole' di $\frac{3}{7}$ non può avere $\frac{1}{7}$ o $\frac{1}{8}$ come frazione unitaria maggiore. Insomma, il denominatore della frazione unitaria maggiore in una decomposizione di $\frac{3}{7}$ può solo essere 3, 4, 5 o 6. Ad ognuno di questi casi si applica in maniera uniforme l'algoritmo del nostro testo, che nel nostro linguaggio tecnico può essere descritto come segue⁸⁹.

Il numeratore della frazione da decomporre viene trasformato in una frazione impropria il cui denominatore è scelto tra quelli possibili. Scegliamo 5 e trasformiamo $3 \rightarrow \frac{15}{5}$. Scriviamo questa frazione come somma di due frazioni, la prima delle quali ha come numeratore un multiplo del denominatore della frazione da decomporre, qui 7, così: $3 \rightarrow \frac{15}{5} \rightarrow \frac{14}{5} + \frac{1}{5}$. Scriviamo il risultato mettendo un 7 'in evidenza', eventualmente trasformando la seconda frazione in una equivalente con numeratore 7, così: $3 \rightarrow \frac{15}{5} \rightarrow \frac{14}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow 7(\frac{2}{5}) + 7(\frac{1}{35})$. Se un moltiplicatore di 7 è una frazione unitaria (nel nostro caso $\frac{1}{35}$), questo ramo dell'algoritmo si chiude e la frazione unitaria ottenuta fa parte del risultato. Se un moltiplicatore di 7 non è una frazione unitaria (nel nostro caso $\frac{2}{5}$), è necessariamente una frazione con un denominatore minore di 7: quindi ha una decomposizione nota in quanto le decomposizioni sono calcolate serialmente e per denominatori crescenti. Anche questo ramo si chiude, e la decomposizione nota fa parte del risultato. Ne risulta l'algoritmo completo: $3 \rightarrow \frac{15}{5} \rightarrow \frac{14}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow 7(\frac{2}{5}) + 7(\frac{1}{35}) \rightarrow 7(\frac{1}{3} + \frac{1}{15}) + 7(\frac{1}{35})$. Se ne deduce che $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35}$. L'algoritmo può presentare una diramazione non considerata sopra: ciò accade se la seconda frazione al secondo passaggio è $\frac{2}{3}$ oppure una frazione impropria. Nel primo caso si scrive $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ e il ramo si chiude. Nel secondo caso si scrive la frazione impropria come 1 + frazione propria e il ramo si chiude perché siamo ricondotti a uno dei casi precedenti trattando 1 come frazione $\frac{1}{1}$.

Questa procedura è utilizzata in modo da generare decomposizioni 'economiche' quanto al numero di frazioni unitarie mobilitate. Facendo riferimento alla tabella nella prossima appendice, ulteriori decomposizioni di $\frac{5}{7}$ si possono ottenere combinando in modo selvaggio quelle di $\frac{2}{7}$ e quelle di $\frac{3}{7}$, ma

⁸⁸ Trascurò per semplicità il fatto che $\frac{2}{3}$ entra a pieno titolo nelle decomposizioni.

⁸⁹ Si confrontino i metodi impiegati nel Papiro Achmin, problemi 18, 21-23, 38-40, e più in generale l'esposizione in BAILLET 1892, pp. 38-52.

ciò non succede. Si noti però che tre delle cinque decomposizioni di $\frac{3}{7}$ si ottengono semplicemente aggiungendo la frazione unitaria $\frac{1}{7}$ alle tre decomposizioni di $\frac{2}{7}$.

A.4. La lista di decomposizione di frazioni in frazioni unitarie (ff. 44v-46v)

La lista nel Par. gr. 1670, ff. 44v-46v, raccoglie in un sintetico prontuario le decomposizioni in frazioni unitarie calcolate nella sezione precedente (APPENDICE A.3 *supra*). L'edizione completa della lista è pubblicata in ACERBI 2019a; qui riporto le decomposizioni dei 'settimi' e una loro 'traduzione' in formato tabulare.

τὰ ἕβδομα

ζοῦ τοῦ ἐνόσ, ζοῦ τῶν β, δοῦ κηοῦ ἢ εοῦ ιδοῦ οοῦ ἢ ζοῦ ιδοῦ καοῦ τῶν γ, δοῦ ζοῦ κηοῦ ἢ γοῦ ιδοῦ μβοῦ ἢ γοῦ ιεοῦ λεοῦ ἢ εοῦ ζοῦ ιδοῦ οοῦ ἢ ζοῦ ζοῦ ιδοῦ καοῦ τῶν δ, ς ιδοῦ τῶν ε, ς ζοῦ ιδοῦ ἢ ω καοῦ τῶν ς, ς γοῦ μβοῦ ἢ ω ζοῦ καοῦ τῶν ζ, μία.

Settimi

numeratore	2	3	4	5	6	7
decomposizione	$\frac{1}{4} \frac{1}{28}$	$\frac{1}{4} \frac{1}{7} \frac{1}{28}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{14}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{7} \frac{1}{14}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{42}$	1
	$\frac{1}{5} \frac{1}{14} \frac{1}{70}$	$\frac{1}{3} \frac{1}{14} \frac{1}{42}$		$\frac{2}{3} \frac{1}{21}$	$\frac{2}{3} \frac{1}{7} \frac{1}{21}$	
	$\frac{1}{6} \frac{1}{14} \frac{1}{21}$	$\frac{1}{3} \frac{1}{15} \frac{1}{35}$				
		$\frac{1}{5} \frac{1}{7} \frac{1}{14} \frac{1}{70}$				
		$\frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{14} \frac{1}{21}$				

A.5. Il Computo pasquale (ff. 46v-61v)

La storia dei Computi pasquali bizantini è ancora tutta da scrivere⁹⁰. Si tratta di un *corpus* enorme, paragonabile per molti tratti al *corpus* metrologico geometrico o a quello dei *Rechenbücher*: una galassia di testi sezionali dalla struttura interna solo lievemente più marcata di quelli metrologici; un gioco continuo di prestiti e riscritture che vanifica in larghissima misura un approccio filologico tradizionale in termini di filiazioni; il ricorso ai codici stilistici procedurale ed algoritmico; un ancoraggio evidente nella pratica linguistica corrente, con frequente ricorso al vernacolo e a una morfologia sintassi 'aberrante'. I Computi pasquali rimasticano senza sosta una manciata di algoritmi: si costituiscono insomma come *tradizione*, in cui ogni autore o compilatore si sente libero di redigere il proprio trattato attingendo largamente ai precedenti e senza menzionarli. Minimi segni di evoluzione, legati ad una prima percezione dell'inadeguatezza dei metodi impiegati, si intravedono solo in piena età Paleologa.

Il testo nel Par. gr. 1670 costituisce il primo esempio di Computo privo di argomento dottrinale e consegnato a un manoscritto di sicuro prestigio. Costituisce anche un *unicum* stilistico: e non solo perché il livello lessicale e sintattico è incomparabilmente più elevato di quelli che si riscontrano in Computi

⁹⁰ L'edizione che qui propongo è in effetti un piccolo spezzone di un regesto completo delle fonti (circa 300 manoscritti a me noti al momento) e di una loro discussione esaustiva, lavoro intrapreso da tempo e di cui sto iniziando a vedere la fine.

anonimi almeno fino alle prove autoriali di metà XIV secolo; quello che stupisce – come stupisce in ogni altro testo contenuto nel codice Parigino – è l’inflessibile rigidità delle soluzioni formulari e di *layout*; insomma, il costituirsi come prontuario di riferimento, anche a prezzo, come vedremo, di ripetizioni indotte dalla compilazione di unità testuali normative differenti.

Nell’edizione che segue, lessico, morfologia e grafismi sono lasciati inalterati; i numeri ordinali sono trascritti con la desinenza ad esponente. La posizione delle lettere iniziali maiuscole e la ripartizione in paragrafi sono quelle del Par. gr. 1670. Alla trascrizione faccio seguire una traduzione, accompagnata da qualche nota esplicativa, e una parafrasi commentata che fa ampio uso di notazione simbolica⁹¹; esse sono intese completarsi a vicenda ed orientare il lettore (secondo la sua formazione e le sue inclinazioni) in un testo di non facile comprensione se non altro perché del tutto muto quanto alla giustificazione matematica e astronomica delle procedure adottate.

[[46v] ἀρχὴ σὺν θεῶ τῆς ψήφου τῶν πασχαλίων καὶ ἐτέρων διαφώρων ζητημάτων καθὼς συνίστανται καὶ ψηφίζονται καὶ εὐρίσκεται ἐνὸς ἐκάστου ζητήματος ἡ ἔρμηνεία

{1} Ὁ ἐνιαυτὸς ἔχει μῆνας δώδεκα, οἵτινες εἰσὶν οὗτοι· Σεπτέβριος, Ὀκτώβριος, Νοέβριος, Δεκέβριος, Ἰαννουάριος, Φεβρουάριος, Μάρτιος, Ἀπρίλλιος, Μαΐος, Ἰούνιος, Ἰούλιος καὶ

5 Αὐγουστος. ἕκαστος δὲ τῶν μηνῶν ἔχει νυχθήμερα τοσαῦτα, ἦγουν

Σεπτέβριος ἔχει νυχθήμερα τριάκοντα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιβ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιβ.

Ὀκτώβτριος ἔχει νυχθήμερα λα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ια, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιγ.

Νοέβριος ἔχει νυχθήμερα τριάκοντα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ι, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιδ.

Δεκέβριος ἔχει νυχθήμερα λα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ἐννέα, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιε.

10 [[47r] Ἰαννουάριος ἔχει νυχθήμερα τριακονταέν· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ι, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιδ.

Φεβρουάριος ἔχει νυχθήμερα κη δ^{ον}· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ια, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιγ.

Μάρτιος ἔχει νυχθήμερα τριακονταέν· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιβ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ιβ.

Ἀπρίλλιος ἔχει νυχθήμερα τριάκοντα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιγ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ια.

Μαΐος ἔχει νυχθήμερα τριακονταέν· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιδ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ι.

15 Ἰούνιος ἔχει νυχθήμερα τριάκοντα· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιε, καὶ ἡ νύξ ὥρας θ.

Ἰούλιος ἔχει νυχθήμερα τριακονταέν· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιδ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ι.

Αὐγουστος ἔχει νυχθήμερα τριακονταέν· ἡ ἡμέρα ἔχει ὥρας ιγ, καὶ ἡ νύξ ὥρας ια.

Ὅμοῦ τῶν δώδεκα μηνῶν νυχθήμερα τριακόσια ἐξηκονταπέντε τέταρτον, ἅτινα καὶ ποσοῦνται εἰς ἐβδομάδας νβ νυχθημέρον ἐν καὶ νυχθημέρου τὸ δ^{ον}.

20 Ἔχει οὖν ὁ ἐνιαυτὸς μῆνας δώδεκα, ἥτοι ἐβδομάδας πεντηκονταδύο νυχθημέρον ἐν καὶ νυχθημέρου τὸ τέταρτον.

Ἐκαστον δὲ τῶν νυχθημέρων ἔχει αἰεὶ ὥρας εἰκοσιτέσσαρας, ἐκάστη δὲ ὥρα ἔχει λεπτὰ πέντε, ἕκαστον λεπτὸν στιγμὰς τέσσαρας, καὶ ἐκάστη στιγμή ῥοπὰς δώδεκα.

25 Τοίνυν καὶ συμβαίνει ἔχειν τὸν χρόνον νυχθήμερα [[47v] τριακόσια ἐξηκονταπέντε τέταρτον, ὥρας τῶν αὐτῶν νυχθημέρων ,ηψξς, λεπτὰ μυριάδας τέσσαρας καὶ ,γωλ, στιγμὰς μυριάδας δεκαεπτὰ καὶ ,ετκ, καὶ ῥοπὰς μυριάδας σι καὶ ,γωμ. ἐπεὶ δὲ τὸ ἐν νυχθημέρον ἔχει ὥρας

⁹¹ L’inizio è pubblicato anche in DE MONTFAUCON 1708, pp. 362-363.

είκοσιτέσσαρας, δηλονότι καὶ ἐκάστου νυχθημέρου εἰσὶ λεπτὰ ρκ, στιγμαὶ υπ καὶ ῥοπαὶ ,εψξ διὰ τὸ ἔχειν ἐκάστην ὥραν, καθῶς ἀνωτέρω εἴρηται, λεπτὰ πέντε, στιγμὰς εἴκοσι καὶ ῥοπὰς σμ.

{2} περὶ τῆς ἰνδίκτου

30 Ἰστέον ὅτι ἡ ἰνδικτος, ἣτις καλεῖται καὶ ἐπινέμησις, ἄρχεται ἀεὶ ἀπὸ τῆς πρώτης τοῦ Σεπτεβρίου μηνός, ἀνέρχεται δὲ ἕως ἐτῶν δεκαπέντε καὶ πληροῦται, καὶ πάλιν ὑποστρέφει καὶ ἄρχεται πρώτη.

Ἐὰν δὲ οὐ γινώσκῃς τὴν ἰνδικτον ὁποῖα ἐστὶ καὶ μέλλῃς εὐρῆσαι αὐτήν, κράτησον τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος, καὶ ὑφείλον αὐτὰ ἐπὶ τῶν δεκαπέντε, καὶ τὰ ἔχοντα
35 καταλειφθῆναι κάτωθεν τῶν δεκαπέντε ἔστιν ἡ ἰνδικτος ἥτοι ἡ ἐπινέμησις· εἰ δὲ οὐ μείνει τί, ἔστι πεντεκαιδεκάτη.

Καὶ ἰδουὶ πρὸς ὑπόδειξιν ἔστω σοι οὕτως. εἰσὶ τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος ,σχηρα· ὑφείλον οὖν ταῦτα ἐπὶ τῶν δεκαπέντε οὕτως· ιε υ, ,ς· ιε μ, χ· ιε ς, ϕ· καὶ ὑπελείφθη ἕν. ἰδουὶ οὖν |[48r] πρώτη ἰνδικτος ἐστὶ.

40 {3} περὶ τοῦ κύκλου τῆς σελήνης

Ὁ τῆς σελήνης κύκλος ἄρχεται ἀεὶ ἀπὸ τῆς πρώτης τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός, ἀνέρχεται δὲ ἕως ἐτῶν δεκαεννέα καὶ πληροῦται, καὶ πάλιν ὑποστρέφει καὶ ἄρχεται ἀπὸ τοῦ πρώτου.

Ἐὰν δὲ οὐ γινώσκῃς τὸν κύκλον τῆς σελήνης ὁποῖος ἐστὶ, κράτησον τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος, καὶ ὑφείλον αὐτὰ ἐπὶ τῶν δεκαεννέα, καὶ τὰ ὑπολειφθέντα κάτωθεν τῶν
45 ιθ δηλοῦσι τὸν κύκλον τῆς σελήνης· εἰ δὲ οὐ μείνει τί, ἔστιν ἐννεακαιδέκατος.

Καὶ ἰδουὶ πρὸς ὑπόδειξιν ἔστω σοι οὕτως. εἰσὶ τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος ,σχηρα· ὑφείλον οὖν ταῦτα ἐπὶ τῶν ιθ οὕτως· ιθ τ, ,εψ· ιθ ν, ,λν· ιθ β, λη· καὶ ὑπελείφθησαν τρία. ἰδουὶ οὖν τρίτος κύκλος ἐστὶ τῆς σελήνης.

{4} περὶ τοῦ κύκλου τοῦ ἡλίου

50 Ὁ τοῦ ἡλίου κύκλος ἄρχεται ἀεὶ ἀπὸ τῆς πρώτης τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός, ἀνέρχεται δὲ ἕως ἐτῶν εἰκοσιοκτῶ καὶ πληροῦται, καὶ πάλιν ὑποστρέφει καὶ ἄρχεται ἀπὸ τοῦ πρώτου.

Ἐὰν δὲ οὐ γινώσκῃς τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου ὁποῖος ἐστὶ, κράτησον τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος, καὶ ὑφείλον αὐτὰ ἐπὶ τῶν εἰκοσιοκτῶ, καὶ τὰ ὑπολειφθέντα κάτωθεν τῶν κη δηλοῦσι τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου· εἰ δὲ οὐ μείνει τί, ἔστιν εἰκοστὸς ὄγδος.

55 |[48v] Καὶ ἰδουὶ πρὸς ὑπόδειξιν ἔστω σοι οὕτως. εἰσὶ τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος ,σχηρα· ὑφείλον οὖν ταῦτα ἐπὶ τῶν κη οὕτως· κ σ, ,δ· καὶ η σ, ,αχ· κ λ, χ· καὶ η λ, σμ· κ η, ρξ· καὶ η η, ξδ· καὶ ὑπελείφθησαν κζ. ἰδουὶ οὖν εἰκοστὸς πέμπτος⁹² ἐστὶν ὁ κύκλος τοῦ ἡλίου.

{5} περὶ τοῦ βίσεξτου

Κράτησον τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος, καὶ ὑφείλον αὐτὰ ἐπὶ τῶν τεσσάρων, καὶ εἰ μὲν οὐχ ὑπολειφθῆ τί, ἔστι βίσεξτον· εἰ δὲ μείνει ἐν ἢ δύο ἢ τρία, οὐχ ὑπάρχει βίσεξτον.
60

Καὶ ἰδουὶ πρὸς ὑπόδειξιν ἔστω σοι οὕτως. εἰσὶ τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος ,σχηρα· ὑφείλον οὖν ταῦτα ἐπὶ τῶν τεσσάρων οὕτως· δ ,α, ,δ· δ χ, ,βυ· δ ο, σπ· δ β, η· καὶ ὑπελείφθησαν τρία. ἰδουὶ οὖν οὐκ ἔστι βίσεξτον.

{6} μέθοδος περὶ τοῦ πῶς δεῖ ψηφίζεῖν καὶ συνιστᾶν τὸ νομικὸν Φάσχα

⁹² lege ἕβδομος

65 Θεώρησον τὸν κύκλον τῆς σελήνης ὁποῖος ἐστί, καὶ πολυπλασίασον αὐτὸν ἑνδεκάκις, τουτέστιν ἑνδεκαπλασίασον αὐτόν· εἴθ' οὕτως πρόσθετες καὶ ὑπὲρ τῶν αἰώνων ἡμέρας ζ – ταύτας δὲ τὰς ἕξ ὀφείλεις προστιθεῖν ἀπὸ τοῦ πρώτου κύκλου τῆς σελήνης ἕως τοῦ 15^{ου} καὶ αὐτοῦ· εἰς δὲ τὸν 15^{ον} 1η^{ον} 1θ^{ον}, ἑπτὰ ὀφείλεις προστιθεῖν τῶν ἀπ' αἰώνων – καὶ τὸν ἀναβιβασθέντα ἀριθμὸν ὑφείλον ἐπὶ τῶν | [49r] τριάκοντα, καὶ τὸ ἔχον ἐγκαταλειφθῆναι ποσὸν τοῦ ἀριθμοῦ κάτωθεν τῶν λ κράτει ἐν τῇ
70 χειρί σου, καὶ πρόσθετες ἐπὶ τῷ τοιούτῳ ἀριθμῷ ἀπὸ τῶν ἡμερῶν τοῦ Μαρτίου μηνὸς ἕως οὗ ποιήσης ν, καὶ ἐκεῖ ἔσται τὸ νομικὸν Φάσχα.

Εἰ δι' ἴσως οὐκ ἀπαρτίσει ὁ Μάρτιος, πρόσθετες καὶ ἀπὸ τοῦ Ἀπριλλίου ἕως τῶν πεντήκοντα, καὶ ὅπου φθάσωσιν αἱ ν ἡμέραι – εἴτε ἐν τῷ Μαρτίῳ μηνὶ εἴτε ἐν τῷ Ἀπριλλίῳ – ἐκεῖ ἐστί τὸ νομικὸν Φάσχα.

75 {7} περὶ τοῦ ἡμεροευρεσίου

Εἴτα μετάβηθι ἐπὶ τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου ὥστε εὐρῆσαι τὸ ἐν ποίᾳ ἡμέρᾳ τῆς ἑβδομάδος ἐκείνης ὀφείλουσι λαχεῖν αἱ τόσαι τοῦ μηνὸς ἐκείνου ἢ τοῦ Μαρτίου ἢ τοῦ Ἀπριλλίου ἔνθα μέλλει γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσχα, καὶ κρατήσας τὸν τούτου ἀριθμὸν ἐπὶ δακτύλοις πρόσθετες καὶ ὅσα ἐπιδέχεται τέταρτα (ἤγουν κατὰ τέσσαρας ἐνιαυτοὺς χάριν τοῦ βισέξτου ἡμέραν μίαν), εἴθ' οὕτως ἄρξαι
80 ἀπὸ Ὀκτωβρίου μηνός, καὶ πρόστιθι τῷ ἀριθμῷ ἀπὸ μὲν τῶν μηνῶν τῶν ἐχόντων ἀνὰ ἡμέρας λα, ἡμέρας γ, ἀπὸ δὲ τῶν ἐχόντων ἀνὰ ἡμέρας λ, ἡμέρας β, ἕως οὗ ἔλθῃς εἰς τὸν μῆνα ἔνθα ἐφθάσε γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσχα· τοῦ δὲ αὐτοῦ μηνὸς θές ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ἡμέραν, καὶ ἐνώσας τὸν περισυναχθέντα | [49v] ἀριθμὸν ὑφείλον ἐπὶ τῶν ἑπτὰ, καὶ εἴ τι μείνει κάτωθεν τῶν ἑπτὰ, ἐκεῖνο ἐστὶν ἡ ἡμέρα τοῦ νομικοῦ Φάσχα· εἰ μὲν μείνει μία, ἔστιν ἡ κυριακὴ τῶν βαίων· εἰ δὲ δύο, ἡ μεγάλη
85 δευτέρα· εἰ δὲ γ, ἡ μεγάλη τρίτη· καὶ καθεξῆς ἕως τῶν ἑπτὰ· εἰ δὲ οὐ μείνει τί, ἔστι τὸ μέγα σάββατον. οἷαν οὖν ἡμέραν φθάσει γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσχα, τῇ κυριακῇ τῆς ἑβδομάδος ἐκείνης ἔστι τὸ ἡμέτερον σωτήριον Πάσχα τῶν Χριστιανῶν· ἕτερα κυριακὴ οὐ διέρχεται.

{8} ἔκθεσις τῆς ἑνεακαιδεκαετηρίδος τῆς σελήνης δηλοῦσα ἐν ἐκάστῳ κύκλῳ αὐτῆς τὸ ἐν ποίᾳ⁹³ ἡμέρᾳ τῶν δύο μηνῶν Μαρτίου καὶ Ἀπριλλίου τὸ νομικὸν εὐρίσκεται Φάσχα

90 Κύκλος σελήνης πρῶτος. καὶ εἰπέ οὕτως. 1α α, 1α· πρόσθετες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· Μαρτίου λα, Ἀπριλλίου β· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ πρώτῳ κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς β.

Κύκλος σελήνης β^{ος}. καὶ εἰπέ οὕτως. 1α β, κβ· πρόσθετες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· Μαρτίου κβ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ β^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου κβ.

95 Κύκλος σελήνης γ^{ος}. καὶ εἰπέ οὕτως. 1α γ, λγ· πρόσθετες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ λθ· ὑφείλον τὰ λ οὕτως· λ α, λ· μένουσι θ· κράτει ταῦτα | [50r] ἐπὶ χεῖρας, καὶ πρόσθετες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ι· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ γ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς ι.

100 Κύκλος σελήνης δ^{ος}. καὶ εἰπέ οὕτως. 1α δ, μδ· πρόσθετες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ν· ὑφείλον τὰ λ οὕτως· λ α, λ· μένουσι κ· καὶ πρόσθετες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα· ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ δ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου εἰς τὰς λ.

⁹³ πόστη ante corr.

Κύκλος σελήνης ε^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ε, νε· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ξα· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ β, ξ· μένει μία· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ιη· ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ε^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς ιη.

105 Κύκλος σελήνης ς^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ς, ξς· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ οβ· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ β, ξ· μένουσι ιβ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ζ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ς^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου ζ.

110 Κύκλος σελήνης ζ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ζ, οζ· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ πγ· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ β, ξ· μένουσι κγ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου κζ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ζ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου κζ.

|[50ν] Κύκλος σελήνης η^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια η, πη· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρδ· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ γ, ρ· μένουσι δ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα Ἀπριλλίου ιε· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ η^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς ιε.

115 Κύκλος σελήνης θ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια θ, ρθ· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρε· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ γ, ρ· μένουσι ιε· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου δ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ θ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς δ.

Κύκλος σελήνης ι^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ι, ρι· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρις· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ γ, ρ· μένουσιν κς· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου κδ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ι^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου εἰς τὰς κδ.

120 Κύκλος σελήνης ια^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ια, ρκα· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρκζ· ὕφειλον λ δ, ρκ· μένουσι ἐπτὰ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα Ἀπριλλίου ιβ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ια^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς δώδεκα.

125 |[51Γ] Κύκλος σελήνης ιβ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ιβ, ρλβ· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρλη· ὕφειλον λ δ, ρκ· μένουσι ιη· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου α· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιβ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου α.

Κύκλος σελήνης ιγ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ιγ, ρμγ· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρμθ· ὕφειλον λ δ, ρκ· μένουσιν κθ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου κα· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιγ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου εἰς τὰς κα.

130 Κύκλος σελήνης ιδ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ιδ, ρνδ· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρξ· ὕφειλον λ ε, ρν· μένουσι δέκα· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου θ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιδ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου θ.

Κύκλος σελήνης ιε^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ιε, ρξε· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ροα· ὕφειλον λ ε, ρν· μένουσιν κα· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου κθ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιε^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου εἰς τὰς εικοσιεννέα.

135 Κύκλος σελήνης ις^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ις, ρος· πρόσθες καὶ ζ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρπβ· ὕφειλον λ ς, ρπ· μένουσι β· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ιζ· |[51ν] καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ις^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου ιζ.

140 Κύκλος σελήνης ιζ^{ος}. καὶ εἶπέ οὕτως. ια ιζ, ρπζ· πρόσθες καὶ ἐπτὰ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ ρρδ· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ ς, ρπ· μένουσι ιδ· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ε. καὶ ὁμοῦ ν· καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιζ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς ε.

Κύκλος σελήνης ιη^{ος}. καὶ εἶπε οὕτως. ια ιη, ρφη· πρόσθες καὶ ἑπτὰ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ σε·
 ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ ζ, ρπ· μένουσιν εἰκοσιπέντε· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου
 εἰκοσιπέντε· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιη^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Μαρτίου εἰς τὰς
 145 κε.

Κύκλος σελήνης ιθ^{ος}. καὶ εἶπε οὕτως. ια ιθ, σθ· πρόσθες καὶ ἑπτὰ τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ σισ·
 ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν λ οὕτως· λ ζ, σι· μένουσιν ς· καὶ πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς Μαρτίου λα καὶ
 Ἀπριλλίου ιγ· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ ιθ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς
 τὰς ιγ.

150 Λαβὼν οὖν τὴν παροῦσαν ἐνεακαιδεκαετηρίδα τοῦ κύκλου τῆς σελήνης ὡς τινα ὑποβάθραν
 ἀρχὴν καὶ κανόνα ἴσθι ὡς αἰεὶ τὸ νομικὸν Φάσχα οὕτως συνεμπίπτει ὡς αὕτη ὑποτίθησι, καὶ ὅρα
 ὡς ὅτε |[52r] μὲν ὁ ταύτης κύκλος πρῶτος ἐστίν, εἰς τὰς δύο τοῦ Ἀπριλλίου τοῦτο συμβαίνει, ὅτε
 δὲ πάλιν δεύτερος, εἰς τὰς εἰκοσιδύο Μαρτίου, καὶ καθεξῆς ὡς αὕτη σοι παριστᾷ διὰ τῶν δεκαεννέα
 κύκλων αὐτῆς.

155 Λοιπὸν τὸ νομικὸν Φάσχα οὕτως εὐρίσκων εἰκότως ζητήσεις καὶ τὴν ἡμέραν καθ' ἣν τοῦτο
 συνεμπίπτει, καὶ ζητῶν οὕτω κατανοήσεις.

Κράτει τὸν ἐνεστῶτα κύκλον τοῦ ἡλίου, καὶ εἰ μὲν ἔστι πρῶτος ἢ δεύτερος ἢ τρίτος, μηδὲν
 προσθέσεις· εἰ δὲ ἔστι τέταρτος, πρόσθες τῷ ἀριθμῷ τοῦ τετάρτου καὶ ἕτεραν μίαν, πλὴν καὶ
 ταύτην ἀπ' ἀρχῆς τοῦ Μαρτίου μηνός· εἰ μὴ γὰρ διέλθοι ὁ Φεβρουάριος μὴν καὶ λάβοι ἀρχὴν ὁ
 160 Μάρτιος, οὐ δεῖ προστίθεσθαι ταύτην· ὀπηνίκα δὲ λάβοι ἀρχὴν ὁ Μάρτιος, τότε δεῖ προστίθεσθαι
 τὸ τοῦ αὐτοῦ τετάρτου κύκλου τέταρτον (ἤγουν ἡμέραν μίαν) διὰ τὸ ἐν τῷ τετάρτῳ ἔτει
 τελειοῦσθαι μίαν ἡμέραν τοῦ βισέξτου· ταύτην δὲ ὀφείλεις προστιθεῖν καὶ ἐν τῷ πέμπτῳ, ἕκτῳ καὶ
 ζ^ω κύκλῳ τοῦ ἡλίου, ἀλλὰ δὴ καὶ ἐν τῷ ὀγδῶ μὲχρι συμπληρώσεως τοῦ Φεβρουαρίου μηνός.
 ἐπὶ δὲ λάβοι ἀρχὴν ὁ Μάρτιος, τότε δεῖ πάλιν προστίθεσθαι τὰ τοῦ αὐτοῦ ὀγδοῦ κύκλου δύο
 165 τέταρτα (ἤγουν ἡμέρας δύο) διὰ τὸ δύο βίσεξτα παρελθεῖν· ταύτας δὲ ὀφείλεις προστιθεῖν καὶ ἐν
 τῷ ἐννάτῳ, δεκάτῳ |[52v] καὶ ια^ω κύκλῳ, ἀλλὰ δὴ καὶ ἐν αὐτῷ τῷ ιβ^ω μὲχρι συμπληρώσεως τοῦ
 Φεβρουαρίου μηνός. ἡνίκα δὲ πάλιν ἄρξηται ὁ Μάρτιος, δεῖ προστίθεσθαι τὰ τοῦ αὐτοῦ
 δωδεκάτου κύκλου τρία τέταρτα (ἤγουν ἡμέρας τρεῖς) καὶ μὲχρι καὶ αὐτοῦ τοῦ Φεβρουαρίου
 μηνός τοῦ ἐν τῷ ις^ω κύκλῳ, εἰς δὲ τὸν ις^{ον} κύκλον ἀπ' ἀρχῆς τοῦ Μαρτίου μηνός, ἡμέρας δ, καὶ
 170 καθεξῆς ὁμοίως, ἤγουν εἰς τὸν εἰκοστὸν κύκλον ἡμέρας πέντε, εἰς τὸν κδ^{ον} ἡμέρας ς, καὶ εἰς τὸν κη^{ον}
 ἡμέρας ἑπτὰ.

Κρατῶν οὖν ἐπὶ δακτύλοις τὸν ἐνεστῶτα κύκλον τοῦ ἡλίου ὡς ἐδιδάχθης πρόστιθι τῷ ἀριθμῷ
 τοῦ κύκλου κατὰ τὴν ἐκτεθεῖσαν μέθοδον καὶ ὅσα ἐπιδέχεται τέταρτα. εἴθ' οὕτως λάμβανε καὶ
 ἀπὸ ἐκάστου μηνός οὕτως, ἤγουν ἀπὸ μὲν τοῦ ἔχοντος ἡμέρας λα, ἡμέρας γ, ἀπὸ δὲ τοῦ ἔχοντος
 175 τριάκοντα, ἡμέρας β, ἀρχόμενος ἀπ' αὐτοῦ τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός καὶ ἐρχόμενος ἕως αὐτοῦ τοῦ
 μηνός οὗ καὶ τὸ ἡμεροευρέσιον ποιεῖς. τοῦ δὲ αὐτοῦ μηνός λάμβανε ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ἡμέραν ἣν
 ζητεῖς, καὶ ἀναβιβάζων πάντα ὁμοῦ τοῦ Φεβρουαρίου μηδὲ ὡς μνεῖαν ποιούμενος ὕφειλον τὸ
 ἀναβιβασθὲν τῆς ψήφου ποσὸν ἐπὶ τῶν ἑπτὰ, καὶ ὃν ἂν ἴδῃς ἐπὶ δακτύλοις σου καταλιμπανόμενον
 ἀριθμόν, τοῦτον γίνωσκε εἶναι τὴν ἡμέραν τῆς μεγάλης ἐβδομάδος ἐν ἣ τὸ νομικὸν συνεμπίπτει
 180 |[53r] Φάσχα· ἐν ἑτέρῳ γὰρ ἐβδομάδι οὐδέποτε γίνεται. οἷον εἰ μὲν εἷς καταλειφθῆ ἀριθμός,
 πρώτη ἐστὶν ἡ ἡμέρα τῆς ἐβδομάδος, ἥτοι κυριακή· εἰς δὲ β, δευτέρα· εἰς δὲ γ, τρίτη, καὶ καθεξῆς

ὁμοίως· εἰ δὲ οὐ μείνει τί, ἔστι τὸ μέγα σάββατον. ταύτην δὲ οὕτως ἐφευρίσκων καὶ τὸ ἡμέτερον τῶν Χριστιανῶν Πάσχα ἐντεῦθεν ἐπιγνώσεις.

185 Τὸ ποσὸν αὐτοῦ τοῦ μηνὸς τῶν ἡμερῶν κατέχων ἐπὶ δακτύλοις ἐν ζῷ τὸ νομικὸν εὗρης Φάσχα συναριθμεῖ αὐτῷ καὶ τὰς λοιπὰς ἡμέρας τῆς ἑβδομάδος τὰς μετὰ τὴν ἡμέραν ἐκείνην καθ' ἣν εὗρης τὸ νομικὸν Φάσχα, καὶ ἀναβιβάζων ταύτας ἄχρι τῆς κυριακῆς κατανοεῖς σαφῶς ἐν ταῖς πόσαις τοῦ μηνὸς καὶ τὸ τῶν Χριστιανῶν Πάσχα ἐστίν.

190 Οἷον ὡς ἐν ὑποδείγματι κράτησον ἐπὶ δακτύλοις τὸ ἐνεστὸς ,σχημα ἔτος, καὶ ὕφειλον, ὡς ἐν προοιμίῳ ἤδη παραδεδώκαμεν, ἐπὶ τῶν δεκαπέντε, ἐπὶ τῶν δεκαεννέα καὶ ἐπὶ τῶν εἰκοσιοκτῶ, καὶ εὐρήσεις ἰνδικτικῶνα πρῶτην, κύκλον σελήνης γ^{ον} καὶ κύκλον ἡλίου εἰκοστὸν ἑβδομον.

Κρατήσας οὖν τὸν κύκλον τῆς σελήνης ὡς ἐδιδάχθης εἰπέ οὕτως. ὁ κύκλος τῆς σελήνης τρίτος·
195 ἰα γ, λγ· πρόσθετες καὶ ς τῶν ἀπ' αἰώνων· ὁμοῦ λθ· ὕφειλον τὰ λ· λοιπὰ θ· κράτει ταῦτα ἐπὶ χεῖρας, καὶ πρόσθετες ἐπ' αὐτοῖς ||[53ν] Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου ι· καὶ ὁμοῦ ν. καὶ ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν τῷ γ^ω κύκλῳ τῆς σελήνης Ἀπριλλίου εἰς τὰς ι.

200 Λοιπὸν τήρησον τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου καὶ ἰδὼν τοῦτον κζ κράτησον αὐτὸν ἐπὶ δακτύλοις· πρόσθετες δὲ καὶ ὅσα ἐπιδέχεται τέταρτα (ἤγουν ἡμέρας ς)· γίνονται λγ· κράτει ταῦτα ἐπὶ χεῖρας, καὶ λέγε οὕτως ἀρχόμενος ἀπὸ Ὀκτωβρίου μηνός· οἷον Ὀκτώβριος γ, Νοέβριος β, Δεκέβριος γ, Ἰαννουάριος γ, Μάρτιος γ, Ἀπρίλλιος τὰς προδηλωθείσας ι· ὁμοῦ ὁ συναγόμενος ἀριθμὸς πεντηκονταεπτὰ· ὕφειλον ταῦτα διὰ τῶν ἑπτὰ οὕτως· ζ η, νς· μένει μία. καὶ ἔστιν ἡμέρα πρῶτη.
205 καὶ λέγομεν ὅτι ἔστι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν ἡμέρᾳ πρῶτῃ (ἤτοι κυριακῇ), ἤγουν εἰς τὰς ι τοῦ Ἀπριλλίου μηνός· τῇ δὲ ἐπερχομένη κυριακῇ ἔστι τὸ ἅγιον Πάσχα τῶν Χριστιανῶν, ἤγουν εἰς τὰς δεκαεπτὰ τοῦ Ἀπριλλίου μηνός.

205 Οὕτως οὖν ὀφείλεις ψηφίζεις ἀείποτε εἰς τὴν εὐρεσιν τοῦ Πάσχα τῶν Χριστιανῶν· μετὰ γὰρ τὸ εὐρεθῆναι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν πόσῃ τοῦ μηνὸς τοῦτο συμβαίνει, ἢ τοῦ Μαρτίου ἢ τοῦ Ἀπριλλίου, κράτει τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου οἷος ἂν ἐστί, καὶ εὐρῶν ἐν ποίᾳ ἡμέρᾳ τῆς ἑβδομάδος κατήνησεν, ἐξ ἐκείνης ζητεῖ κυριακῆν, καὶ ἔστιν ἡ μεγάλη, ἤγουν τὸ τῶν Χριστιανῶν Πάσχα.

210 ||[54r] Οἷον ἐὰν φθάσῃ γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσχα ἐν ἡμέρᾳ δευτέρᾳ ἢ ἐν τρίτῃ ἢ ἐν δ^ο ἢ ἐν ε^ο ἢ ἐν ς^ο ἢ ἐν σαββάτῳ, τῇ κυριακῇ τῆς αὐτῆς ἑβδομάδος ἐστὶ τὸ ἡμέτερον σωτήριον Πάσχα τῶν Χριστιανῶν. εἰ δὲ ἐν κυριακῇ φθάσει γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσχα, ἐν τῇ ἑτέρᾳ κυριακῇ ἐστὶ τὸ ἡμέτερον· τὸ γὰρ νομικὸν Φάσχα ἀπὸ τῆς κυριακῆς τῶν βαίων γίνεται μέχρι τοῦ μεγάλου σαββάτου.

Τὴν δὲ ἀπόκρεων πάλιν εὐρήσεις οὕτως. εἰς τὰς δεκαεπτὰ τοῦ Ἀπριλλίου μηνός (ἤγουν εἰς τὴν αὐτὴν ἡμέραν τοῦ Πάσχα τῶν Χριστιανῶν) πρόσθετες καὶ ἀναβίβασαι καὶ ἑτέρας γ. ἰδοὺ οὖν ἡ ἀπόκρεως εἰς τὰς εἴκοσι τοῦ Φεβρουαρίου μηνός ὑπάρχει.

215 Καὶ τοῦτο δὲ δεῖ εἰδέναι, ὅτι εἰ οὐκ ἔστι βίσεξτον, ὀφείλεις προστιθεῖν γ εἰς τὴν προσθήκην τῆς εὐρέσεως τῆς ἀπόκρεως· εἰ δὲ ἔστι βίσεξτον, τέσσαρας ὀφείλεις προστιθεῖν· ἄνευ δὲ βισέξτου, τέσσαρες οὐ προστίζονται ἀλλὰ γ. οἷον ἔφθασεν τὸ ἅγιον Πάσχα τῶν Χριστιανῶν τὰς δεκαεπτὰ τοῦ Ἀπριλλίου μηνός, καὶ βίσεξτον οὐκ ἦν. καὶ τούτου ἕνεκα κατὰ ἀκρίβειαν εἰς τὰς τοιαύτας ιζ προσετέθησαν γ, καὶ ἐγένετο ἡ ἀπόκρεως Φεβρουαρίου εἰς τὰς κ· εἰ δὲ ἦν βίσεξτον, τέσσαρες ὄφειλον προστεθῆναι, καὶ ἵνα ἦν ἡ ἀπόκρεως Φεβρουαρίου εἰς τὰς κα.

220 Καὶ ἀναμφιβόλως πάντοτε εἰς τὸ βίσεξτον ||[54ν] τέσσαρας προστίθει· εἰ δὲ οὐκ ἔστι βίσεξτον, προστίθει πάντοτε γ, καὶ εἰς τοσαύτας ἡμέρας εὐρίσκεις τὴν ἀπόκρεων εἰς τὰς ἀπὸ εἰκοστῆς

ὀγδόης τοῦ Φεβρουαρίου μηνὸς ἡμέρας καὶ κατωτέρω ἕως εἰκοστῆς πέμπτῃς τοῦ Ἰαννουαρίου.
καὶ ἀπὸ μὲν τῆς κβ^{ης} τοῦ Μαρτίου μηνὸς καὶ ἕως τῆς εἰκοστῆς ὀγδόης καὶ αὐτῆς τοῦ αὐτοῦ μηνὸς
225 ἐὰν τύχη γενέσθαι τὸ τῶν Χριστιανῶν Πάσχα καὶ πρόσθες γ, εὐρίσκεται ἡ ἀπόκρεως ἐν τῷ
Ἰαννουαρίῳ· εἰ δὲ ἔστι βίσεξτον, ἕως τῆς κζ. ἀπὸ δὲ τὰς κθ τοῦ Μαρτίου καὶ καθεξῆς πάντοτε ἐν
τῷ Φεβρουαρίῳ εὐρίσκεται ἡ ἀπόκρεως.

Ἡ δὲ ιδ^η τῆς σελήνης, καθ' ἣν τὸ νομικὸν γίνεται Φάσχα, λαμβάνεται ἀπ' αὐτῆς τῆς κα τοῦ
Μαρτίου μηνὸς καὶ ἕως τῆς ὀκτωκαιδεκάτης τοῦ Ἀπριλλίου· οὔτε δὲ πρὸ τῆς κα τοῦ Μαρτίου οὔτε
230 μετὰ τὴν ιη τοῦ Ἀπριλλίου γίνεται τὸ νομικὸν Φάσχα, ὡς εὐρίσκεσθαι δηλονότι καὶ τὸ ἅγιον
Πάσχα τῶν Χριστιανῶν εἰς τὰς κβ τοῦ Μαρτίου ἡμέρας καὶ ἕως τῆς κε καὶ αὐτῆς τοῦ Ἀπριλλίου
κατὰ τὴν ἐκκλησιαστικὴν παράδοσιν.

Χρὴ δὲ γινώσκειν καὶ τοῦτο, ὡς τέσσαρας μεταβάσεις ἔχει ὁ τῆς ἀγίας ἀναστασίμου κυριακῆς
τοῦ Πάσχα κύκλος τελούμενος οὕτως, ἤγουν ἡ δι' ἡμερῶν τν ἢ διὰ τνζ ἢ διὰ τπε – τουτέστιν ἡ
235 διὰ πενήκοντα ἑβδομάδων ἢ διὰ πενήκοντα καὶ μιᾶς ἢ διὰ πενήκοντα καὶ πέντε – |[55r]
σπανίως δὲ καὶ δι' ἡμερῶν τοη, ἥτοι ἑβδομάδων πεντηκοντατεσσάρων.

{9} μέθοδος περὶ τῆς εὐρέσεως τοῦ θεμελίου τῆς σελήνης καὶ τῶν ἐπακτῶν αὐτῆς ἀπὸ τοῦ
ἐνισταμένου ἔτους συμφωνοῦσα τῇ παραδόσει καὶ διδασκαλίᾳ τῶν ἀγίων καὶ θεοφόρων
240 πατέρων καὶ διδασκάλων τῆς ἐκκλησίας

Εἰ θέλεις εὐρεῖν ἀπὸ τοῦ ἐνισταμένου ἔτους τὴν ποσότητα τοῦ θεμελίου τῆς σελήνης καὶ τὰς
ἐπακτὰς αὐτῆς, κράτησον τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος, καὶ πολυπλασίασον
αὐτὰ ἑνδεκάκις, τουτέστιν ἑνδεκαπλασίασον αὐτά· εἰθ' οὕτως πρόσθες καὶ τοῖς ἀπὸ τοῦ
ἐνδεκαπλασιασμοῦ ἀναβιβασθεῖσι καὶ τὸ ἑνεακαιδέκατον μέρος τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν,
245 καὶ ἐνώσας ταῦτα ὁμοῦ ὑφείλον ἐπὶ τῶν λ, καὶ τὰ καταλειφθέντα κάτωθεν τῶν λ εἰσὶν αἱ ἐπακταὶ
τῆς σελήνης· τούτοις προστίθει αἰεὶ τὴν πρώτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός, καὶ εὐρήσεις τὴν
ποσότητα τοῦ θεμελίου τῆς σελήνης.

Οἷον ὡς ἐν ὑποδείγματι εἰσὶ τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη ἕως τοῦ ἐνεστῶτος ,σχρα· ταῦτα
ἑνδεκάκις· γίνονται μυριάδες ἑπτὰ καὶ ,γχα· τούτοις πρόσθες καὶ τὸ ἑνεακαιδέκατον μέρος τῶν
250 ,σχρα, ὃ ἔστι |[55v] μονάδες τνβ καὶ λεπτὰ ἑνεακαιδέκατα γ· γίνονται ὁμοῦ τὰ ὅλα μυριάδες
ἑπτὰ καὶ ,γλγγ λεπτὰ τρία· ταῦτα ὑφείλον ἐπὶ τῶν λ οὕτως· λ ,β, ζ· λ υ, α',β· λ ξ, ,αω· λ ε, ρν·
καὶ περιλιμπάνονται γ καὶ λεπτὰ γ. τοσαῦτα εἰσὶν αἱ ἐπακταὶ τῆς σελήνης· ταύταις πρόσθες τὴν
πρώτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός· γίνονται τέσσαρες καὶ λεπτὰ τρία. καὶ ὀφείλει ἔχειν ἡ σελήνη
θεμέλιον ἐν τῷ ,σχρα^ω ἔτει ἀπὸ κτίσεως κόσμου κατὰ τὴν πρώτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός ἡμέρας
255 δ καὶ λεπτὰ γ.

Ἄλλως εἰς τὸ εὐρεῖν ἀπὸ τοῦ ἐνισταμένου σεληνιακοῦ κύκλου τὴν ποσότητα τοῦ θεμελίου καὶ
τὰς ἐπακτὰς τῆς σελήνης.

Τὸν ἐνεστῶτα κύκλον τῆς σελήνης ἑνδεκαπλασιάσας πρόσθες τοῖς ἀπὸ τοῦ τοιούτου
ἐνδεκαπλασιασμοῦ ἀναβιβασθεῖσι καὶ τὸ τοῦ αὐτοῦ κύκλου μέρος ἑνεακαιδέκατον, καὶ τὰ
260 ἀναβιβασθέντα ὑφείλον ἐπὶ τῶν λ, καὶ τὰ ἐμμένοντα κάτωθεν τῶν λ γίνωσκε εἶναι τὰς ἐπακτὰς
τῆς σελήνης, καὶ πρόσθες ἐπ' αὐταῖς τὴν πρώτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός, καὶ εὐρήσεις τὴν
ποσότητα τοῦ θεμελίου τοῦ ἐνισταμένου κύκλου τῆς σελήνης.

Οἷον ὡς ἐν ὑποδείγματι ἔστιν ἐν τῷ ἐνεστῶτι, ὡς ἔχει ἀπὸ κτίσεως κόσμου ὁ τρέχων κύκλος τῆς σελήνης τρίτος· τοῦτον ἐπὶ χειρας κατέχων εἶπε οὕτως· ια γ, λγ· τούτοις ||[56r] πρόσθες καὶ 265 τὸ τοῦ αὐτοῦ τρίτου κύκλου μέρος ἔνεακαιδέκατον, ὃ ἐστὶ λεπτὰ τρία· γίνονται μονάδες λγ καὶ λεπτὰ ἔνεακαιδέκατα τρία· ἀφ' ὧν ἀφαίρει τὰ τριάκοντα· καὶ καταλιμπάνονται μονάδες γ καὶ λεπτὰ τρία. τοσαῦται εἰσὶν αἱ ἐπακταὶ τοῦ τρίτου κύκλου τῆς σελήνης· πρόσθες ἐπ' αὐτοῖς καὶ τὴν πρῶτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός· γίνονται τέσσαρες καὶ λεπτὰ γ. καὶ ἔχει ἡ σελήνη θεμέλιον ἐν τῷ τρίτῳ κύκλῳ αὐτῆς κατὰ τὴν πρῶτην τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός ἡμέρας τέσσαρας καὶ λεπτὰ τρία.

270 Εἰ δὲ καὶ ἐν οἰαδῆτινι ἐκάστου τῶν μηνῶν ἡμέρα ζητεῖς ἐφευρεῖν τὴν τῆς σελήνης ποσότητα, κράτει αἰεὶ ἐπὶ δακτύλοις σου τὰς ἐπακτὰς τοῦ ἐνισταμένου σεληνιακοῦ κύκλου, καὶ προστίθει ἐπ' αὐταῖς τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας πάσας ἀπ' ἀρχῆς τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός καὶ ἕως τῆς ποσότητος τοῦ μηνός οὔτινος ζητεῖς εὑρεῖν τὴν ποσότητα τῆς σελήνης· τοῦ δὲ αὐτοῦ μηνός λάμβανε ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ἡμέραν ἣν ζητεῖς, καὶ ἐνῶν τὸν περισυναχθέντα ἀριθμὸν ὕφειλε τὸ ἀναβιβαζόμενον 275 τῆς ψήφου ποσὸν ἐπὶ τῶν ἐξήκοντα, καὶ τὰ περιλιμπανόμενα κάτωθεν τῶν ἐξήκοντα κράτει ἐν τῇ χειρὶ σου προστιθεῖς ἐπ' αὐτοῖς καὶ τὰς ἐξηκοντάδας ὅσας ὕφειλες⁹⁴ ἀντὶ ἡμερῶν – τουτέστι κατὰ μίαν ἐξηκοντάδα ἡμέραν μίαν – καὶ ὅτε μὲν κάτωθεν τῶν τριάκοντα ὁ ἀριθμὸς εὐρίσκεται, ||[56v] γίνωσκε τοῦτον εἶναι τὴν ποσότητα τῆς σελήνης· ὅτε δὲ ἐπέκεινα τῶν τριάκοντα, ὕφειλε τὰ τριάκοντα προστιθεῖς τοῖς περιλειφθεῖσι καὶ ὑπὲρ τῆς τριακοντάδος ἡμέρας τὸ ἥμισυ, καὶ ὅσα 280 τὰ περιλειφθέντα σὺν τῇ προσθήκῃ τοῦ ἡμίσεος εὐρίσκονται, ταῦτα γίνωσκε εἶναι τὴν τῆς σελήνης ποσότητα.

Οἷον ὡς ἐν ὑποδείγματι ἔστω ζητεῖν ἡμᾶς κατὰ τὴν δεκάτην τοῦ Ἀπριλλίου ἐν τῷ ἐνισταμένῳ ὡς ἔχει τὴν τῆς σελήνης ποσότητα. λαμβάνομεν οὖν τὰς ἐπακτὰς τοῦ ἐνισταμένου τρίτου σεληνιακοῦ κύκλου, αἵτινες εἰσὶν ἐπακταὶ γ καὶ λεπτὰ γ· ταύταις προστιθέαμεν τὰς τῶν μηνῶν 285 ἡμέρας (ἦγουν Ἰαννουαρίου λα, Φεβρουαρίου κη δ^ο, Μαρτίου λα καὶ Ἀπριλλίου τὰς προδηλωθείσας δέκα), καὶ συναγομεν ἡμέρας ργ δ^ο· ταύτας ὕφειλομεν ἐπὶ τῶν ἐξηκοντὰ οὕτως· ξ α, ξ· καὶ περιλιμπάνονται μγ δ^ο· ταύταις προστιθέαμεν καὶ ὑπὲρ τῆς ἐξηκοστῆς ἡμέραν μίαν· γίνονται μδ δ^ο· καὶ ἐπειδὴ ἐπέκεινα τῶν λ εἰσὶν, ἀφαιροῦμεν τὰ τριάκοντα· καὶ περιλιμπάνονται ιδ δ^ο· οἷς καὶ προστιθέαμεν ὑπὲρ τῆς τριακοντάδος ἡμέρας τὸ ἥμισυ· γίνονται ιδ ς δ^ο καὶ λεπτὰ 290 γ. καὶ ἔχει ἡ σελήνη κατὰ τὴν δεκάτην τοῦ ῥηθέντος Ἀπριλλίου μηνός ἡμέρας ιδ ς δ^ο καὶ λεπτὰ ἔνεακαιδέκατα τρία.

Ἄλλως. Συναπτομεν ταῖς ἐπακταῖς ||[57r] τοῦ ἐνισταμένου σεληνιακοῦ κύκλου τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας πάσας ἀπ' ἀρχῆς τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός καὶ ἕως τῆς ποσότητος τοῦ ζητουμένου μηνός προστιθέντες καὶ αὐτοῦ τοῦ μηνός ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ἡμέραν, καὶ τὸ ἀναβιβασθὲν τῆς ψήφου 295 ποσὸν ὕφειλομεν ἐπὶ τῶν λ προστιθέντες τοῖς καταλειφθεῖσι καὶ ὑπὲρ ἐκάστης τριακοστῆς ἡμέρας τὸ ἥμισυ, καὶ τὰ εὐρισκόμενα κάτωθεν τῶν λ σὺν τῇ προσθήκῃ τῶν ἡμίσεων τῶν τριακοστῶν λέγομεν εἶναι τὴν ποσότητα τῆς σελήνης.

Οἷον ὡς ἐν ὑποδείγματι ἔστω ζητεῖν ἡμᾶς κὰν τῇ παρουσίῃ μεθόδῳ κατὰ τὴν δεκάτην τοῦ Ἀπριλλίου μηνός ἐν τῷ ἐνισταμένῳ τρίτῳ σεληνιακῷ κύκλῳ τὴν τῆς σελήνης ποσότητα. 300 ποιοῦμεν οὕτως. λαμβάνομεν τὰς ἐπακτὰς τοῦ αὐτοῦ τρίτου σεληνιακοῦ κύκλου, αἵτινες εἰσὶν τρεῖς καὶ λεπτὰ τρία, καὶ συναριθμοῦμεν αὐταῖς τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας (ἦγουν Ἰαννουαρίου λα,

⁹⁴ ὕφειλες Par.

Φεβρουαρίου κη δ^{ον}, Μαρτίου λα και Ἀπριλλίου τὰς προδηλωθείσας δέκα)· γίνονται ὁμοῦ ργ δ^{ον} και λεπτά γ· ταύτας ὑφέλομεν ἐπὶ τῶν λ οὕτως· λ γ, ρ· μένουσι ιγ δ^{ον} και λεπτά γ· ταύταις προστιθέμεν και ὑπὲρ ἐκάστης τριακοστῆς ἡμέρας τὸ ἥμισυ (ἦτοι ὑπὲρ τῶν τριῶν τριακοντάδων ἡμέραν α·)· γίνονται και οὕτως ιδ· δ^{ον} και λεπτά γ, και δηλοῦσι τὴν ποσότητα τῆς σελήνης.

Ἄλλως. Συνάπτομεν ταῖς ἐπακταῖς τῆς σελήνης |[57v] τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας ἀπ' ἀρχῆς τοῦ Ἰαννουαρίου μηνός και ἕως τῆς δεκάτης αὐτῆς τοῦ Ἀπριλλίου μηνός· γίνονται ὁμοῦ ργ δ^{ον} και λεπτά γ· ταύτας ὑφέλομεν ἐπὶ τῶν κθ· (ἦτοι κατὰ τὴν ποσότητα τοῦ μηνιαίου δρόμου τῆς σελήνης) λέγοντες οὕτως· κ γ, ξ· και θ γ, κζ· και τὸ ἥμισυ τῶν τριῶν, α·. λοιπὰ ιδ· δ^{ον} και λεπτά γ. και λέγομεν ὅτι ἔχει ἡ σελήνη κατὰ τὴν δεκάτην τοῦ Ἀπριλλίου μηνός ἐν τῷ ἐνισταμένῳ τρίτῳ κύκλῳ αὐτῆς ἡμέρας ιδ· δ^{ον} και λεπτά γ.

{10} ἑτέρα μέθοδος περὶ τῆς καθημερινῆς ποσότητος τῆς σελήνης ἢ λεγομένη ποιμενική
Χρῆ κρατεῖν ἐπὶ δακτύλοις τὰς ἐπακτὰς τοῦ ἐνισταμένου σεληνιακοῦ κύκλου, και εἰ μὲν ἐνειστήκει
315 ὁ Ἰαννουάριος μὴν, προστιθέναι ταῖς ἐπακταῖς τῆς σελήνης τὰς τοῦ Ἰαννουαρίου ἡμέρας ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ἡμέραν ἦν ζητεῖς, και τὰ ἀναβιβαζόμενα ὑφέλειν ἐπὶ τῶν κθ·, και τὰ περιλιμπανόμενα κάτωθεν τούτων λέγειν εἶναι τὴν ποσότητα τῆς σελήνης. εἰ δὲ παρέλθοι μὲν ὁ Ἰαννουάριος ἐνειστήκει δὲ ὁ Φεβρουάριος, ἀπὸ μὲν τοῦ Ἰαννουαρίου λαμβάνειν ἡμέραν α·, και προστιθέναι ταῖς ἐπακταῖς τῆς σελήνης, ἀπὸ δὲ τοῦ Φεβρουαρίου τὰς ἡμέρας ὅσας ἔχει κατὰ τὴν |[58r] ἡμέραν,
320 και εἰ μὲν εἰσὶ κάτωθεν τῶν κθ·, λέγειν εἶναι ταύτας τὴν ποσότητα τῆς σελήνης, εἰ δὲ ἐπέκεινα τῶν εἰκοσιεννέα ἡμισυ, ὑφέλειν μὲν τὰ εἰκοσιεννέα ἡμισυ, και τὰ περιλιμπανόμενα κάτωθεν τούτων λαμβάνειν εἰς τὴν τῆς σελήνης ποσότητα διὰ τὸ ἐν εἰκοσιεννέα ἡμισυ ἡμέρας τελειοῦσθαι ἐκάστην πανσέληνον· ἢ γὰρ σελήνη ἀφ' οὗ γεννηθῆ ἤγουν ἀνακαινισθῆ αὔξει ἕως ἂν γένηται ἡμερῶν κθ·, και τελείως γίνεται ἀφώτιστος, και πάλιν συναπτομένη τῷ ἡλίῳ ἀναγεννᾶται και ἀνακαινίζεται. εἰ δὲ παρέλθοι και ὁ Φεβρουάριος ἐνειστήκει δὲ ὁ Μάρτιος, χρῆ τὸν μὲν Ἰαννουάριον και Φεβρουάριον παρατρέχειν και ἀμφοτέρους, και μὴ λαμβάνειν τί ἐξ αὐτῶν – ὡς τῆς μιᾶς πρὸς τῆ ἡμισείᾳ ἡμέρας τοῦ Ἰαννουαρίου τῆς ἐπέκεινα τοῦ μηνιαίου δρόμου τῆς σελήνης (ἤγουν τῶν κθ· ἡμερῶν) καταλιμπανομένης αὔθις τῷ Φεβρουαρίῳ μηνὶ διὰ τὸ εἶναι τοῦτο ἡμερῶν εἰκοσιοκτῶ και λείπεσθαι ὡς πρὸς τὸν μηνιαῖον δρόμον τῆς σελήνης ἡμέραν α· – προστιθέναι δὲ ταῖς
330 ἐπακταῖς τῆς σελήνης τὰς τοῦ Μαρτίου μηνός ἡμέρας ὅσας ἔχει κατὰ τὴν ζητουμένην ἡμέραν, και ποιεῖν κατὰ τὸ προγραφὲν τῆς μεθόδου παράγγελμα, ἦτοι, εἰ μὲν ὥσι κάτωθεν τῶν κθ·, |[58v] τοσαύτας ἡμέρας λέγειν ἔχειν τῆνικαῦτα τὴν σελήνην, εἰ δὲ ἐπέκεινα τῶν κθ·, ἀφαιρεῖν τὰ κθ·, και τὰ λοιπὰ λέγειν εἶναι τὴν τῆς σελήνης ποσότητα.

Παρελθόντος δὲ και τοῦ τοιούτου μηνός Μαρτίου ἢ και τοῦ Ἀπριλλίου και ἐτέρων τῶν
335 καθεξῆς, κρατεῖν ἐπὶ δακτύλοις τὰς ἐπακτὰς τοῦ ἐνεστῶτος σεληνιακοῦ κύκλου, και τὸν μὲν Ἰαννουάριον και Φεβρουάριον παρατρέχειν και ἀμφοτέρους, ὡς δεδήλωται, και μὴ λαμβάνειν τί ἐξ αὐτῶν – ὡς τῶν ὄλων ἡμερῶν τῶν τοιούτων δύο μηνῶν ποσομένων εἰς πεντηκονταεννέα χωρὶς τοῦ τετάρτου και ἀπαρτιζουσῶν δύο πανσελήνους τελείας και μηδὲν τι πλέον – λαμβάνειν δὲ ἀπὸ μὲν τοῦ Μαρτίου, ὡς ἔχοντος ἡμέρας τριάκοντα πρὸς τῆ μιᾶ, ἡμέραν α·, ἀπὸ δὲ τοῦ
340 Ἀπριλλίου, ὡς ἔχοντος ἡμέρας τριάκοντα, ἡμέρας τὸ ἥμισυ, και καθεξῆς ὁμοίως (ἤγουν ἀπὸ μὲν τῶν μηνῶν τῶν ἐχόντων ἀνὰ ἡμέρας λα, ἡμέραν μίαν ἡμισυ, ἀπὸ δὲ τῶν ἐχόντων ἀνὰ ἡμέρας λ, ἡμέρας τὸ ἥμισυ, ἤγουν τὰ ἐπέκεινα τῶν εἰκοσιεννέα ἡμισυ), τοῦ δὲ ἐνισταμένου μηνός, τὰς ἡμέρας

ἀφαίρει τὰ τριάκοντα⁹⁷, καὶ ὅσα ἂν ὑπολειφθῶσι κάτωθεν τούτων εἰσὶν αἱ τῆς σελήνης ἑπακταί· αἱ γὰρ τῆς σελήνης ἑπακταὶ ἄχρι τῶν τριάκοντα λαμβάνονται αἱ δὲ τοῦ ἡλίου ἑπακταὶ ἄχρι τῶν ἑπτὰ.

Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος σεληνιακὸς κύκλος ἑπακτὰς ια καὶ λεπτὸν ἔννεακαιδέκατον ἓν.

385 Ὁ δεύτερος, ἑπακτὰς κβ καὶ λεπτὰ β.

Ὁ τρίτος, ἑπακτὰς γ καὶ λεπτὰ τρία.

Ὁ τέταρτος, ἑπακτὰς ιδ καὶ λεπτὰ δ.

Ὁ πέμπτος, ἑπακτὰς κε καὶ λεπτὰ πέντε.

Ὁ ἕκτος, ἑπακτὰς ς καὶ λεπτὰ ς.

390 Ὁ ἕβδομος, ἑπακτὰς ιζ καὶ λεπτὰ ἑπτὰ.

Ὁ ὄγδοος, ἑπακτὰς κη καὶ λεπτὰ ὀκτώ.

Ὁ ἔννατος, ἑπακτὰς θ καὶ λεπτὰ ἔννεα.

[[60v] Ὁ δέκατος, ἑπακτὰς εἴκοσι καὶ λεπτὰ δέκα.

Ὁ ἑνδέκατος, ἑπακτὴν μίαν καὶ λεπτὰ ια.

395 Ὁ δωδέκατος, ἑπακτὰς δώδεκα καὶ λεπτὰ ιβ.

Ὁ ιγ^{ος}, ἑπακτὰς κγ καὶ λεπτὰ δεκατρία.

Ὁ ιδ^{ος}, ἑπακτὰς δ καὶ λεπτὰ δεκατέσσαρα.

Ὁ πεντεκαιδέκατος, ἑπακτὰς ιε καὶ λεπτὰ ιε.

Ὁ ις^{ος}, ἑπακτὰς κς καὶ λεπτὰ δεκαἕξ.

400 Ὁ ιζ^{ος}, ἑπακτὰς ἑπτὰ καὶ λεπτὰ δεκαεπτὰ.

Ὁ ὀκτωκαιδέκατος, ἑπακτὰς ιη καὶ λεπτὰ ιη.

Ὁ δὲ ἔννεακαιδέκατος ἔχει ἑπακτὰς τριάκοντα· εἰκοσιεννέα μὲν τὰς ἀπὸ τοῦ ἑνδεκαπλασιασμοῦ μεθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν τριακοντάδων περιλιμπανομένης, ἑτέραν δὲ μίαν τὴν ἀπὸ τῶν λεπτῶν συναγομένην ὡς εἴρηται, ἣν καὶ προστιθέαμεν εἰς τὰς ἡμέρας τοῦ θεμελίου καὶ εἰς τὴν εὔρεσιν τοῦ

405 νομικοῦ Φάσχα ἀπὸ τοῦ ἑπτακαιδεκάτου κύκλου καὶ μέχρι τοῦ ἔννεακαιδεκάτου καὶ αὐτοῦ.

{13} τίνες αἱ τοῦ ἡλίου ἑπακταί;

Ὁ ἡλιακὸς ἑνιαυτὸς ἔχει ἡμέρας τξε δ^{ον}, αἵτινες ἀπαρτίζουσιν ἡμερῶν ἑβδομάδας πεντηκονταδύο, καὶ περιλιμπάνεται ἡμέρα μία πρὸς τῷ τετάρτῳ. ἐκ τῆς μιᾶς οὖν καὶ τοῦ τετάρτου ἡμέρας τῆς ὑπολιμπανομένης μετὰ τὸν ἀπαρτισμὸν τῶν πεντηκονταδύο ἑβδομάδων συνίστανται αἱ τοῦ

410 ἡλίου ἑπακταί, αἵτινες συνάγονται μέχρι τῶν ἑπτὰ διὰ τὸ ἀπαρτίσαι ἑβδομάδα ὀλόκληρον·

[[61r] εἰ δὲ ὑπερβῶσι τὸν ἑπτὰ ἀριθμὸν, οὐκέτι ὀκτῶ ἢ ἔννεα λέγονται ἑπακταί, ἀλλ' ἀφαιρουμένων τῶν ἑπτὰ μία ἢ δύο, καὶ ἕως πάλιν τῶν ἑπτὰ σὺν τοῖς λεπτοῖς ἢ καὶ ἄνευ τινὸς τῶν λεπτῶν. αὕτη τοίνυν ἐστὶν ἡ αἰτία ἐξ ἧς συνάγονται αἱ τοῦ ἡλίου ἑπακταί, ἃς Ἑλληνας ἡμέρας τῶν θεῶν καλοῦσιν.

415 Ἔχει οὖν ὁ πρῶτος κύκλος ἑπακτὴν α δ^{ον}· ὁ β^{ος}, β ἠ· ὁ γ^{ος}, γ ἠ δ^{ον}· ὁ δὲ δ^{ος} ἔχει ἑπακτὰς ε ἐκ τῆς προσθήκης τῶν τετάρτων· ὁ ε^{ος}, ς δ^{ον}· ὁ ς^{ος}, ζ ἠ· ὕφειλον τὰς ἑπτὰ, καὶ μένει ἡμισυ ἑπακτῆς· καὶ οὕτως καθεξῆς ἕως τοῦ εἰκοστοῦ ὀγδοοῦ κύκλου τοῦ ἡλίου. πλεονάζοντος τοῦ ἀριθμοῦ ὑπὲρ⁹⁸ τῶν ἑπτὰ ὕφελε τὰ ἑπτὰ, καὶ τὰ κάτωθεν κράτει.

⁹⁷ ση(μείωσαι) **** τὲ καὶ ὅσας τριακοντάδας ἀναβιβάσεις καὶ ἄφελε ταύτας marg. m.2

⁹⁸ ὑπὲρ Par.

{14} ἔκθεσις ἡλιακοῦ κύκλου τῶν εἰκοσιοκτῶ ἐτῶν τὸ πόσας ἐπακτὰς ἔχει ἐν ἐκάστῳ ἔτει

α ^{ος} ἔτος ἐπακτὴ α δ ^{ον}	β ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ β ˘
γ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ γ ˘ δ ^{ον}	δ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ε
ε ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ς δ ^{ον}	ς ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ζ ˘
ζ ^{ος} ἔτος ἐπακτὴ α ˘ δ ^{ον}	η ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ γ
θ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ δ δ ^{ον}	ι ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ε ˘
ια ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ς ˘ δ ^{ον}	ιβ ^{ος} ἔτος ἐπακτὴ α
ιγ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ β δ ^{ον}	ιδ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ γ ˘
ιε ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ δ ˘ δ ^{ον}	ις ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ς
ιζ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ζ δ ^{ον}	ιη ^{ος} ἔτος ἐπακτὴ α ˘
ιθ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ β ˘ δ ^{ον}	κ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ δ
[[61v] κα ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ε δ ^{ον}	κβ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ς ˘
κγ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ζ ˘ δ ^{ον}	κδ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ β
κε ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ γ δ ^{ον}	κς ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ δ ˘
κζ ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ε ˘ δ ^{ον}	κη ^{ος} ἔτος ἐπακτὰ ζ

420 Χωρὶς δὲ τῶν λεπτῶν ἔχει ὁ α^{ος} κύκλος ἐπακτὴν α· ὁ β^{ος}, β· ὁ γ^{ος}, γ· ὁ δ^{ος}, ε· ὁ ε^{ος}, ς· ὁ ς^{ος}, ζ· ὁ ζ^{ος}, α· ὁ η^{ος}, γ· ὁ θ^{ος}, δ· ὁ ι^{ος}, ε· ὁ ια^{ος}, ς· ὁ ιβ^{ος}, α· ὁ ιγ^{ος}, β· ὁ ιδ^{ος}, γ· ὁ ιε^{ος}, δ· ὁ ις^{ος}, ς· ὁ ιζ^{ος}, ζ· ὁ ιη^{ος}, α· ὁ ιθ^{ος}, β· ὁ κ^{ος}, δ· ὁ κα^{ος}, ε· ὁ κβ^{ος}, ς· ὁ κγ^{ος}, ζ· ὁ κδ^{ος}, β· ὁ κε^{ος}, γ· ὁ κς^{ος}, δ· ὁ κζ^{ος}, ε· ὁ κη^{ος}, ζ.

Εὐρίσκονται δὲ αἱ ἐπακτὰ οὕτως.

425 Κράτει τὸν κύκλον τοῦ ἡλίου ἐπὶ δακτύλοις, καὶ προστίθει καὶ τὸ τέταρτον αὐτοῦ· εἶτα ὑφέλε ταῦτα διὰ τῶν ἐπτὰ, καὶ τὰ λοιπὰ εἰσὶν αἱ ἐπακτὰ τοῦ ἡλίου.

Traduzione

1. Inizio, a Dio piacendo, del calcolo dei «cicli» pasquali, e di come si stabiliscono e si calcolano altre e svariate questioni, di come si rintraccia la spiegazione di ogni e ciascuna questione

L'anno ha dodici mesi, che sono questi: Settembre, Ottobre, Novembre, Dicembre, Gennaio, Febbraio, Marzo, Aprile, Maggio, Giugno, Luglio e Agosto. Ciascun mese ha tanti giorni, ovvero

Settembre ha trenta giorni; il giorno conta 12 ore, e la notte 12 ore.

Ottobre ha 31 giorni; il giorno conta 11 ore, e la notte 13 ore.

Novembre ha trenta giorni; il giorno conta 10 ore, e la notte 14 ore.

Dicembre ha 31 giorni; il giorno conta nove ore, e la notte 15 ore.

Gennaio ha trentun giorni; il giorno conta 10 ore, e la notte 14 ore.

Febbraio ha 28 giorni $\frac{1}{4}$; il giorno conta 11 ore, e la notte 13 ore.

Marzo ha trentun giorni; il giorno conta 12 ore, e la notte 12 ore.

Aprile ha trenta giorni; il giorno conta 13 ore, e la notte 11 ore.

Maggio ha trentun giorni; il giorno conta 14 ore, e la notte 10 ore.

Giugno ha trenta giorni; il giorno conta 15 ore, e la notte 9 ore.

Luglio ha trentun giorni; il giorno conta 14 ore, e la notte 10 ore.

Agosto ha trentun giorni; il giorno conta 13 ore, e la notte 11 ore.

Messi insieme, per i dodici mesi trecentosessantacinque giorni e un quarto, che ammontano anche a 52 settimane, un giorno e $\frac{1}{4}$ di giorno.

Un anno ha dunque dodici mesi, ovvero cinquantadue settimane, un giorno e un quarto di giorno.

Ciascun giorno ha sempre ventiquattro ore, ciascuna ora ha cinque minuti, ciascun minuto ha quattro punti, e ciascun punto ha dodici momenti.

Adunque se ne conclude anche che un anno ha trecentosessantacinque giorni e un quarto, 8766 ore per gli stessi giorni, quattro miriadi e 3830 minuti, diciassette miriadi e 5320 punti, e 210 miriadi e 3840 momenti. Poiché un giorno ha ventiquattro ore, chiaramente ci sono anche 120 momenti per ciascun giorno, 480 punti a 5760 momenti, per il fatto che ciascuna ora, come è stato detto sopra, ha cinque minuti, venti punti e 240 momenti.

2. *Sull'indizione*

Va saputo che l'indizione, che è anche chiamata 'epinemesi', inizia sempre dal primo del mese di Settembre, si eleva fino a quindici anni e vi si completa, e di nuovo torna indietro ed inizia dalla prima.

Qualora tu non sappia qual è l'indizione e tu voglia trovarla, tieni gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente, e sottraili a quindici a quindici, e quelli che si trovano a restare al di sotto di quindici sono l'indizione ovvero epinemesi; se invece non rimane niente, è la quindicesima <indizione>.

Ed ecco, siati per illustrazione quanto segue. Gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente sono 6691; sottraili dunque a quindici a quindici così: 15 <per> 400, 6000; 15 <per> 40, 600; 15 <per> 6, 90; e resta uno. Ecco dunque che è la prima indizione.

3. *Sul ciclo della Luna*

Il ciclo della Luna inizia sempre dal primo del mese di Gennaio, si eleva fino a diciannove anni e vi si completa, e di nuovo torna indietro ed inizia dal primo.

Qualora tu non sappia qual è il ciclo della Luna, tieni gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente, e sottraili a diciannove a diciannove, e quelli che restano al di sotto di 19 mostrano il ciclo della Luna; se invece non rimane niente, è il diciannovesimo <ciclo>.

Ed ecco, siati per illustrazione quanto segue. Gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente sono 6691; sottraili dunque a 19 a 19 così: 19 <per> 300, 5700; 19 <per> 50, 950; 19 <per> 2, 38; e restano tre. Ecco dunque che è il terzo ciclo della Luna.

4. *Sul ciclo del Sole*

Il ciclo del Sole inizia sempre dal primo del mese di Ottobre, si eleva fino a ventotto anni e vi si completa, e di nuovo torna indietro ed inizia dal primo.

Qualora tu non sappia qual è il ciclo del Sole, tieni gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente, e sottraili a ventotto a ventotto, e quelli che restano al di sotto di 28 mostrano il ciclo del Sole; se invece non rimane niente, è il ventottesimo <ciclo>.

Ed ecco, siati per illustrazione quanto segue. Gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente sono 6691; sottraili dunque a 28 a 28 così: 20 <per> 200, 4000; e 8 <per> 200, 1600; 20 <per> 30, 600; e 8 <per> 30, 240; 20 <per> 8, 160; e 8 <per> 8, 64; e restano 27. Ecco dunque che è il ventisettesimo ciclo del Sole.

5. *Sull'anno bisestile*

Tieni gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente, e sottraili a quattro a quattro, e se non resta niente, è un anno bisestile; se invece rimane uno oppure due oppure tre, non vige un anno bisestile.

Ed ecco, siati per illustrazione quanto segue. Gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente sono 6691; sottraili dunque a quattro a quattro così: 4 <per> 1000, 4000; 4 <per> 600, 2400; 4 <per> 70, 280; 4 <per> 2, 8; e restano 3. Ecco dunque che non è un anno bisestile.

6. *Procedura su come si deve calcolare e stabilire la Pasqua legale*

Considera qual è il ciclo della Luna, e moltiplicalo undici volte, cioè endecuplicalo; poi aggiungi in questo modo anche 6 giorni per le ere – e devi aggiungere questi sei dal primo ciclo della Luna fino al 16° incluso; per il 17°, 18°, 19° devi aggiungere sette per le ere – e sottrai il numero che ammonta a trenta a trenta, e quanto del numero si trova a restare al di sotto di 30 tienelo in mano⁹⁹, e ad un numero siffatto aggiungi dai giorni del mese di Marzo sino a fare 50, e là sarà la Pasqua legale.

Se Marzo non completa appieno <50>, aggiungi fino a cinquanta anche da Aprile, e dove siano arrivati i 50 giorni – che sia nel mese di Marzo o in Aprile – là è la Pasqua legale.

7. *Sul trovagiorni*

Passa poi al ciclo del Sole così da trovare in quale giorno di quella settimana devono cadere i tot di quel mese di Marzo o di Aprile in cui va ad aver luogo la Pasqua legale, e tenendo il suo numero sulle dita aggiungi anche quanti quarti competono (ovvero, in virtù dell'anno bisestile, un giorno ogni quattro anni), poi inizia in questo modo dal mese di Ottobre, e al numero aggiungi, dai mesi che hanno ciascuno 31 giorni, 3 giorni, da quelli che hanno ciascuno 30 giorni, 2 giorni, fino a che non giungi al mese in cui sia arrivata ad aver luogo la Pasqua legale; del medesimo mese poni quanti <giorni> ha in accordo con il giorno <che cerchi>, e riunendo sottrai a sette a sette il numero raccolto, e se rimane qualcosa al di sotto di sette, quello è il giorno della Pasqua legale; se rimane uno, è la Domenica delle Palme; se due, lunedì, se tre, martedì, e di seguito fino a sette; se invece non rimane niente, è Sabato Santo. In quale giorno sia dunque arrivata a cadere la Pasqua legale, la nostra Pasqua salvatrice dei Cristiani è la domenica di quella settimana¹⁰⁰: un'altra domenica non può passare.

⁹⁹ Queste allusioni al 'computo digitale' sono una costante nei Computi, ma si tratta di frasi stereotipate. Si veda la discussione in ACERBI – MANOLOVA – PÉREZ MARTÍN 2018, p. 5 n. 17 e 11. nn. 52-53.

¹⁰⁰ L'affermazione è scorretta, in quanto la settimana inizia con la domenica. Il redattore incorre in questa imprecisione anche nel seguito.

8. Esposizione del ciclo lunare di 19 anni, che rende chiaro, in ciascun ciclo, in quale giorno dei due mesi Marzo e Aprile cade la Pasqua legale

Primo ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 1, 11; aggiungi anche 6 per le ere; di Marzo, 31, di Aprile, 2; e messi insieme, 50. E nel primo ciclo della Luna la Pasqua legale è al 2 di Aprile.

2° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 2, 22; aggiungi anche 6 per le ere; di Marzo, 22; e messi insieme, 50. E nel 2° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 22 di Marzo.

3° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 3, 33; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 39; sottrai 30 così: 30 <per> 1, 30; rimangono 9; tieni questi nelle mani, e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 10; e messi insieme, 50. E nel 3° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 10 di Aprile.

4° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 4, 44; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 50; sottrai 30 così: 30 <per> 1, 30; rimangono 20; e aggiungi loro, di Marzo, 30; messi insieme, 50. E nel 4° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 30 di Marzo.

5° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 5, 55; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 61; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 2, 60; rimane 1; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 18; messi insieme, 50. E nel 5° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 18 di Aprile.

6° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 6, 66; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 72; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 2, 60; rimangono 12; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 7; e messi insieme, 50. E nel 6° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 7 di Aprile.

7° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 7, 77; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 83; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 2, 60; rimangono 23; e aggiungi loro, di Marzo, 27; e messi insieme, 50. E nel 7° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 27 di Marzo.

8° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 8, 88; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 94; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 3, 90; rimangono 4; e aggiungi loro, di Marzo, 31, di Aprile, 15; e messi insieme, 50. E nell'8° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 15 di Aprile.

9° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 9, 99; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 105; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 3, 90; rimangono 15; e aggiungi loro, di Marzo, 31, di Aprile, 4; e messi insieme, 50. E nel 9° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 4 di Aprile.

10° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 10, 110; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 116; sottrai 30 a 30 così: 30 <per> 3, 90; rimangono 26; e aggiungi loro, di Marzo, 24; e messi insieme, 50. E nel 10° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 24 di Marzo.

11° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 11, 121; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 127; sottrai 30 <per> 4, 120; rimangono sette; e aggiungi loro, di Marzo, 31, di Aprile, 12; e messi insieme, 50. E nell'11° ciclo della Luna la Pasqua legale è al dodici di Aprile.

12° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 12, 132; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 138; sottrai 30 <per> 4, 120; rimangono 18; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 1; e messi insieme, 50. E nel 12° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 1° di Aprile.

13° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 13, 143; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 149; sottrai 30 <per> 4, 120; rimangono 29; e aggiungi loro, di Marzo, 21; e messi insieme, 50. E nel 13° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 21 di Marzo.

14° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 14, 154; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 160; sottrai 30 <per> 5, 150; rimangono dieci; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 9; e messi insieme, 50. E nel 14° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 9 di Aprile.

15° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 15, 165; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 171; sottrai 30 <per> 5, 150; rimangono 21; e aggiungi loro, di Marzo, 29; e messi insieme, 50. E nel 15° ciclo della Luna la Pasqua legale è al ventinove di Marzo.

16° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 16, 176; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 182; sottrai 30 <per> 6, 180; rimangono 2; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 17; e messi insieme, 50. E nel 16° ciclo della Luna la Pasqua legale è il 17 di Aprile.

17° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 17, 187; aggiungi anche sette per le ere; messi insieme, 194; sottrai a 30 a 30 così: 30 <per> 6, 180; rimangono 14; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 5; e messi insieme, 50. E nel 17° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 5 di Aprile.

18° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 18, 198; aggiungi anche sette per le ere; messi insieme, 205; sottrai a 30 a 30 così: 30 <per> 6, 180; rimangono venticinque; e aggiungi loro, di Marzo, venticinque; e messi insieme, 50. E nel 18° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 25 di Marzo.

19° ciclo della Luna. E di' così. 11 <per> 19, 209; aggiungi anche sette per le ere; messi insieme, 216; sottrai a 30 a 30 così: 30 <per> 7, 210; rimangono 6; e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 13; e messi insieme, 50. E nel 19° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 13 di Aprile.

Prendendo dunque il ciclo diciannovenale della Luna attualmente in corso come una sorta di inizio fondante e di regola, sappi che la Pasqua legale cade sempre così come esso prescrive, e osserva che quando il suo ciclo è il primo, questa {*scil.* la Pasqua legale} ha luogo al due di Aprile, quando di nuovo è il secondo, al ventidue di Marzo, e di seguito come questo {*scil.* ciclo diciannovenale} sta davanti ai tuoi occhi con i suoi diciannove cicli.

Resta che¹⁰¹, trovando in questo modo la Pasqua legale, sarà bene che tu determini anche il giorno in cui cade, e ne prenderai conoscenza determinando<lo> come segue.

Tieni il ciclo corrente del Sole, e se è il primo o il secondo o il terzo, non aggiungerai niente; se invece è il quarto, aggiungi anche un'altra <unità> al numero del quarto <ciclo>, eccetto che anche questa <la aggiungerai> dall'inizio del mese di Marzo: se infatti non sia trascorso il mese di Febbraio né abbia avuto origine Marzo, non si deve aggiungerla; ma non appena Marzo abbia avuto origine, allora deve essere aggiunto un quarto del medesimo quarto ciclo (ovvero un giorno) per il fatto che nel quarto anno viene a compiersi un giorno dell'anno bisestile; questo <giorno> devi aggiungerlo anche nel quinto, sesto e 7° ciclo del Sole, e a dire il vero anche nell'ottavo fino al completamento del mese di Febbraio. Non

¹⁰¹ Traduco in questo modo λοιπόν, forma avverbale che sin dall'età ellenistica ha valore conclusivo: BLOMQUIST 1969, pp. 100-103.

appena Marzo prenda origine, invece, allora devono di nuovo essere aggiunti due quarti del medesimo ottavo ciclo (ovvero due giorni) per il fatto che sono trascorsi due anni bisestili; questi devi aggiungerli anche nel nono, decimo e 11° ciclo, e a dire il vero anche nel medesimo 12° «ciclo» fino al completamento del mese di Febbraio. E di nuovo, non appena inizi Marzo e fino al mese di Febbraio incluso del 16° ciclo, devono essere aggiunti tre quarti del medesimo dodicesimo ciclo (ovvero tre giorni), e 4 giorni al 16° ciclo a partire dall'inizio del mese di Marzo, e similmente di seguito, ovvero cinque giorni al ventesimo ciclo, 6 giorni al 24° e sette giorni al 28°.

Tenendo dunque sulle dita il ciclo corrente del Sole, come ti è stato insegnato aggiungi anche al numero del ciclo, in accordo con la procedura esposta, quanti quarti competono. Poi prendi in questo modo anche da ciascun mese come segue, ovvero, da quello che ha 31 giorni, 3 giorni, da quello che ne ha trenta, 2 giorni, iniziando dal mese di Ottobre incluso e procedendo fino al mese stesso in cui esegui anche il trovagiorni; del medesimo mese prendi quanti «giorni» ha in accordo con il giorno che cerchi, e ammontando tutto insieme senza fare alcuna menzione di Febbraio sottrai a sette a sette la quantità che ammonta dal calcolo, e quale numero tu veda che resti sulle tue dita, riconosci che questo è il giorno della Settimana Santa in cui cade la Pasqua legale: non può in effetti aver mai luogo in un'altra settimana. Ecco, se resta il numero uno, è il primo giorno della settimana, ovvero domenica; se 2, il secondo; se 3, il terzo, e similmente di seguito; se invece non rimane niente, è Sabato Santo. Trovandolo in questo modo, saprai di conseguenza anche la nostra Pasqua dei Cristiani.

Mantenendo sulle dita la quantità dei giorni del mese stesso in cui trovi la Pasqua legale, conteggia con essa anche i restanti giorni della settimana, quelli dopo quel giorno in cui trovi la Pasqua legale, e ammontandoli fino alla domenica conoscerai senza fallo in quale data del mese è la Pasqua dei Cristiani.

Ecco, come nell'esempio, tieni sulle dita il corrente anno 6691, e sottrai, come abbiamo già impartito nei preliminari, a quindici a quindici, a diciannove a diciannove e a ventotto a ventotto, e troverai prima indizione, 3° ciclo della Luna e ventisettesimo ciclo del Sole.

Tenendo dunque il ciclo della Luna, come ti è stato insegnato di' così. Il terzo ciclo della Luna: 11 «per» 3, 33; aggiungi anche 6 per le ere; messi insieme, 39; sottrai 30; resto 9; tienili nelle mani, e aggiungi loro, di Marzo, 31, e di Aprile, 10; e messi insieme, 50. E nel 3° ciclo della Luna la Pasqua legale è al 10 di Aprile.

Resta che, osserva il ciclo del Sole, e vedendolo 27, tienilo sulle dita; aggiungi anche quanti quarti competono (ovvero 6 giorni); risultano 33; tienili nelle mani e di' così iniziando dal mese di Ottobre: ecco, Ottobre 3, Novembre 2, Dicembre 3, Gennaio 3, Marzo 3, Aprile i 10 mostrati prima; messi insieme, il numero raccolto è cinquantasette; sottraili a sette a sette così: 7 «per» 8, 56; rimane uno. Ed è il primo giorno «della settimana». E diciamo che la Pasqua legale è nel primo giorno (ovvero domenica), ovvero al 10 del mese di Aprile; la Santa Pasqua dei Cristiani è la domenica seguente, ovvero al diciassette del mese di Aprile.

Così dunque devi calcolare in ogni occasione per trovare la Pasqua dei Cristiani: dopo che infatti sia stato trovato in quale data del mese cade la Pasqua legale, che sia Marzo oppure Aprile, tieni il ciclo del

Sole, quale che sia, e trovando in quale giorno della settimana sia occorsa «la Pasqua legale», cerca a partire da quello la domenica, ed è quella grande, ovvero la Pasqua dei Cristiani.

Ecco, qualora la Pasqua legale sia arrivata ad aver luogo nel secondo giorno o nel terzo o nel 4° o nel 5° o nel 6° o di sabato, la nostra Pasqua salvatrice dei Cristiani è la domenica della medesima settimana. Se invece la Pasqua legale sia arrivata ad aver luogo di domenica, la nostra è la domenica successiva: la Pasqua legale ha infatti luogo dalla Domenica delle Palme fino al Sabato Santo.

Di nuovo, troverai così il Carnevale. Aggiungi ed ammonta anche altri 3 «giorni» al diciassette di Aprile (ovvero al medesimo giorno della Pasqua dei Cristiani). Ecco dunque che Carnevale vige al venti del mese di Febbraio.

Si deve sapere anche questo, che se non è un anno bisestile, devi aggiungere 3 nell'aggiunta¹⁰² per trovare Carnevale; se invece è bisestile, devi aggiungere quattro; e senza il bisestile, non si aggiungono quattro ma 3. Ecco, la santa Pasqua dei Cristiani è arrivata il diciassette del mese di Aprile, e non era bisestile. E in ragione di ciò, per precisione al 17 siffato sono stati aggiunti 3, e Carnevale ebbe luogo al 20 di Febbraio; se invece fosse stato bisestile, dovevano essere aggiunti quattro, e in questa circostanza Carnevale sarebbe stato al 21 di Febbraio.

E non ci sono dubbi che tu aggiunga in ogni caso quattro al bisestile; e se non è bisestile, aggiungi in ogni caso 3, e troverai Carnevale nel giorno tot, al giorno ventotto del mese di Febbraio e giù fino al venticinque di Gennaio. E qualora la Pasqua dei Cristiani capiti aver luogo dal 22 del mese di Marzo e fino al ventotto incluso del medesimo mese, e aggiungi 3, Carnevale si trova in Gennaio; se invece è bisestile, fino al 27. Dal 29 di Marzo in avanti, invece, Carnevale si trova in ogni caso in Febbraio.

Il 14° della Luna, in cui ha luogo la Pasqua legale, viene preso dal 21 incluso del mese di Marzo e fino al diciotto di Aprile: la Pasqua legale non ha luogo né prima del 21 di Marzo né dopo il 18 di Aprile, in modo che, chiaramente, anche la santa Pasqua dei Cristiani si trova, in accordo con la tradizione della Chiesa, al giorno 22 di Marzo e fino al 25 di Aprile incluso.

Occorre sapere anche questo, che il ciclo completo della Santa Domenica di Pasqua di Resurrezione ammette quattro slittamenti, come segue, ovvero, o tramite 350 giorni o tramite 357 o tramite 385 – cioè o tramite cinquanta settimane o tramite cinquantuno o tramite cinquantacinque – e raramente anche tramite 378 giorni, ovvero cinquantaquattro settimane.

9. Procedura per trovare la base della Luna e le sue epatte a partire dall'anno corrente, in accordo con la tradizione e l'insegnamento dei santi e ispirati da Dio padri e maestri della chiesa

Se vuoi trovare la quantità della base della Luna e le sue epatte a partire dall'anno corrente, tieni gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente, e moltiplicali undici volte, cioè endecuplicali; poi aggiungi in questo modo anche a ciò che ammonta dalla endecuplicazione anche la diciannovesima parte degli anni dalla fondazione del mondo, e riunendoli insieme sottrai a 30 a 30, e quelli che restano al di

¹⁰² Come sarà chiaro subito sotto – e il redattore del testo sembra quasi entrare in *loop* – la formulazione è qui imprecisa a meno di non supporre εἰς+accusativo puramente stativo, come ho tradotto.

sotto di 30 sono le epatte della Luna; aggiungi sempre a queste il primo del mese di Gennaio e troverai la quantità della base della Luna.

Ecco, come nell'esempio, gli anni dalla fondazione del mondo fino a quello corrente sono 6691; questi undici volte; risultano sette miriadi e 3601; aggiungi a questi anche la diciannovesima parte di 6691, che sono 352 unità e 3 minuti diciannovesimi; risultano messi insieme in totale sette miriadi e 3953 tre minuti; sottrai a 30 a 30 così: 30 <per> 2000, 6 miriadi; 30 <per> 400, 1 miriade 2000; 30 <per> 60, 1800; 30 <per> 5, 150; e restano 3 e 3 minuti. Tante sono le epatte della Luna; aggiungi a queste il primo del mese di Gennaio; risultano quattro e tre minuti. E nel 6691° anno dalla fondazione del mondo la Luna deve avere al primo del mese di Gennaio una base di 4 giorni e 3 minuti.

Per trovare in altro modo la quantità della base e le epatte della Luna a partire dal ciclo lunare corrente.

Endecuplicando il ciclo corrente della Luna aggiungi anche la parte diciannovesima del medesimo ciclo a ciò che ammonta da una endecuplicazione siffatta, e sottrai ciò che ammonta a 30 a 30, e riconosci che ciò che rimane al di sotto di 30 sono le epatte della Luna, ed aggiungi loro il primo del mese di Gennaio, e troverai la quantità della base del ciclo corrente della Luna.

Ecco, come nell'esempio, nel corrente anno 6691 dalla fondazione del mondo il ciclo corrente della luna è il terzo; mantenendolo nelle mani di' così: 11 <per> 3, 33; aggiungi a questi anche la parte diciannovesima del medesimo terzo ciclo, che sono tre minuti; risultano 33 unità e tre minuti diciannovesimi, dai quali sottrai trenta; e restano 3 unità e tre minuti. Tante sono le epatte del terzo ciclo della Luna; aggiungi loro anche il primo del mese di Gennaio; risultano quattro unità e 3 minuti. E nel terzo suo ciclo la Luna ha al primo del mese di Gennaio una base di quattro giorni e tre minuti.

Se vuoi anche trovare la quantità della Luna in qualsivoglia giorno di ciascun mese, tieni sempre sulle tue dita le epatte del ciclo lunare corrente, e aggiungi loro tutti i giorni dei mesi dall'inizio del mese di Gennaio e fino al tot incluso del mese in cui vuoi trovare la quantità della Luna; del medesimo mese prendi quanti <giorni> ha secondo il giorno che cerchi, e riunendo il numero raccolto sottrai la quantità che ammonta dal calcolo a sessanta a sessanta, e tieni nella tua mano ciò che resta al di sotto di sessanta anche aggiungendo loro come giorni quante sessantine hai sottratto – cioè un giorno per ciascuna sessantina – e quando il numero si trova al di sotto di trenta, riconosci che questo è la quantità della Luna; quando invece al di là di trenta, sottrai trenta aggiungendo anche a ciò che resta metà di un giorno per trentina, e quanto si trova <ad essere> ciò che resta con l'aggiunta della metà, riconosci che questo è la quantità della Luna.

Ecco, come nell'esempio, sia da cercare la quantità della Luna al dieci di Aprile nel corrente anno 6691. Prendiamo dunque le epatte del corrente terzo ciclo lunare, che sono 3 epatte e 3 minuti; aggiungiamo a queste i giorni dei mesi (ovvero di Gennaio, 31, di Febbraio, 28 $\frac{1}{4}$, di Marzo, 31, e di Aprile i dieci mostrati prima), e raccogliamo 103 giorni $\frac{1}{4}$; sottraiamoli a sessanta a sessanta così: 60 <per> 1, 60; e restano 43 $\frac{1}{4}$; aggiungiamo a questi anche un giorno per la sessantina; risultano 44 $\frac{1}{4}$. E poiché sono al di là di 30, sottraiamo trenta; e restano 14 $\frac{1}{4}$, ai quali aggiungiamo anche metà di un

giorno per la trentina; risultano $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ e tre minuti. E al dieci del detto mese di Aprile la Luna ha $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ giorni e tre minuti diciannovesimi.

In altro modo. Congiungiamo alle epatte del ciclo lunare corrente tutti i giorni dei mesi dall'inizio del mese di Gennaio e fino alla quantità del mese cercato aggiungendo anche, del mese stesso, quanti «giorni» ha secondo il giorno «che cerchi», e sottraiamo la quantità che ammonta dal calcolo a 30 a 30 aggiungendo anche a ciò che resta metà di un giorno per ciascuna trentina, e diciamo che ciò che si trova al di sotto di 30 con l'aggiunta delle metà delle trentine è la quantità della Luna.

Ecco, come nell'esempio, siaci da cercare anche con la presente procedura la quantità della Luna al dieci del mese di Aprile nel corrente terzo ciclo lunare. Facciamo così. Prendiamo le epatte del medesimo terzo ciclo lunare, che sono tre e tre minuti, e conteggiamo con loro i giorni dei mesi (ovvero di Gennaio, 31, di Febbraio, $28 \frac{1}{4}$, di Marzo, 31, e di Aprile i dieci mostrati prima); risultano messi insieme $103 \frac{1}{4}$ e 3 minuti; sottraiamoli a 30 a 30 così: 30 «per» 3, 90; rimangono $13 \frac{1}{4}$ e 3 minuti; aggiungiamo a questi anche metà di un giorno per ciascuna trentina (ovvero 1 giorno $\frac{1}{2}$ per tre trentine); risultano anche così $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ e tre minuti, e mostrano la quantità della Luna.

In altro modo. Congiungiamo alle epatte della Luna i giorni dei mesi dall'inizio del mese di Gennaio e fino al dieci incluso del mese di Aprile; risultano messi insieme $43 \frac{1}{4}$ e 3 minuti; sottraiamoli a $29 \frac{1}{2}$ a $29 \frac{1}{2}$ (ovvero in accordo con la quantità del corso mensile della Luna) dicendo così: 20 «per» 3, 60; e 9 «per» 3, 27; e metà di tre, $1 \frac{1}{2}$; resto $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ e tre minuti. E diciamo che al dieci del mese di Aprile la Luna, nel suo corrente terzo ciclo, ha $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ giorni e 3 minuti.

10. Altra procedura sulla quantità giornaliera della Luna, detta 'pastorale'

Occorre tenere sulle dita le epatte del ciclo lunare corrente, e se correva il mese di Gennaio, aggiungere alle epatte della Luna i giorni di Gennaio, quanti ne ha secondo il giorno che cerchi, e sottrarre ciò che ammonta a $29 \frac{1}{2}$ a $29 \frac{1}{2}$, e dire che ciò che resta al di sotto di questi è la quantità della Luna. Se invece sia trascorso Gennaio e correva Febbraio, prendere da Gennaio 1 giorno $\frac{1}{2}$ e aggiungerlo alle epatte della Luna, da Febbraio quanti giorni ha secondo il giorno «che cerchi», e se sono al di sotto di $29 \frac{1}{2}$, dire che questi sono la quantità della Luna, se invece al di là di ventinove e mezzo, sottrarre ventinove e mezzo, e prendere ciò che resta al di sotto di questi come quantità della Luna per il fatto che ventinove giorni e mezzo completano ciascun plenilunio¹⁰³: la Luna, infatti, cresce dal momento in cui è generata ovver rinnovata fino a quando diventa di 29 giorni $\frac{1}{2}$, e diventa completamente oscura, e di nuovo, in congiunzione con il Sole, si rigenera e si rinnova. Se invece sia trascorso Febbraio e correva Marzo, occorre anche lasciar passare entrambi, Gennaio e Febbraio, e non prender niente da essi – in quanto il giorno e mezzo di Gennaio al di là del corso mensile della Luna (ovvero dei $29 \frac{1}{2}$ giorni) è quel che a sua volta resta al mese di Febbraio per il fatto che questo è di ventotto giorni e che resta 1 giorno $\frac{1}{2}$ rispetto al corso mensile della Luna – aggiungere alle epatte della Luna i giorni di Marzo, quanti ne ha

¹⁰³ Qui e altrove, va inteso 'mese lunare', che non si compie al plenilunio in quanto i mesi lunari iniziano tradizionalmente al novilunio.

secondo il giorno cercato, e operare in accordo con la formulazione della procedura scritta sopra, e cioè, se siano al di sotto di $29 \frac{1}{2}$, dire che tanti giorni ha in quel momento la Luna, se invece al di là di $29 \frac{1}{2}$, sottrarre $29 \frac{1}{2}$, e dire che il resto è la quantità della Luna.

Trascorso anche questo mese di Marzo, o anche quello di Aprile e altri di seguito, tenere sulle dita le epatte del ciclo lunare corrente, e lasciar passare anche entrambi, Gennaio e Febbraio, come è stato mostrato, e non prendere niente da essi – in quanto il totale dei giorni di questi due mesi ammonta a cinquantanove trascurando un quarto e completa due pleniluni completi e niente di più – prendere invece da Marzo, in quanto ha trenta e un giorni, 1 giorno $\frac{1}{2}$, da Aprile, in quanto ha trenta giorni, metà di un giorno, e similmente di seguito (ovvero, dai mesi che hanno ciascuno 31 giorni, un giorno e mezzo, da quelli che hanno ciascuno 30 giorni, metà di un giorno, ovvero ciò che è al di là di ventinove e mezzo), dal mese corrente, quanti giorni ha secondo il giorno cercato, e sottrarre ciò che ammonta a ventinove e mezzo a ventinove e mezzo, e dire che il resto è la quantità della Luna.

Per una migliore comprensione di quanto detto, poniamo, come nell'esempio, di trovare di quanto è la Luna al dieci del mese di Aprile nel corrente anno 6691. Teniamo sulle dita le epatte del corrente terzo ciclo lunare, che sono tre e 3 minuti, e lasciando passare sia Gennaio che Febbraio per il motivo che abbiamo detto sopra prendiamo da Marzo 1 giorno $\frac{1}{2}$ e da Aprile i 10 mostrati prima, e dall'anno bisestile che ha luogo ogni quadriennio il quarto che si carica su Febbraio, e tirando fuori il numero $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ e tre minuti diciannovesimi diciamo che la Luna ha tot giorni, ovvero $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ e tre minuti diciannovesimi.

Occorre sapere anche questo, che la Luna non si eleva fino a trenta, ma fino a ventinove e mezzo. Similmente, neanche piena¹⁰⁴ non procede fino a quindici ma fino a $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$, e che la concezione di un calcolo siffatto è detta 'pastorale' per il fatto che fu scoperta e consegnata ad una formulazione concisa dai nostri santi pastori, ovvero quelli del primo grande concilio¹⁰⁵.

11. *Sull'anno intercalare*

Sappi che, dal primo anno della Luna e fino al diciannovesimo incluso, la Luna ha sette mesi intercalari in virtù della disparità di 11 giorni che l'anno solare prendeva in più. In effetti, i dodici mesi dell'anno solare sono di trecentosessantacinque giorni e un quarto, mentre i dodici mesi della Luna sono di 354 giorni. Restano dunque, in più dei dodici mesi della Luna, undici giorni più un quarto; ma del quarto che resta si sbarazzano tramite i minuti di ciascun plenilunio: resta che, dai dodici mesi del Sole ai 12 mesi della Luna ci sono solo undici giorni – per l'esattezza undici e un diciannovesimo. Queste sono dunque le cosiddette epatte della Luna, che, una volta sommate a ciascun suo ciclo, fanno ogni tre oppure anche due anni i cosiddetti mesi intercalari della Luna, e hanno luogo 13 mesi della Luna in quell'anno, e questo 13° mese si dice intercalare.

¹⁰⁴ Lett. 'in piena effusione', ma il termine è tecnico.

¹⁰⁵ Il concilio è quello di Nicea (325).

A partire dalle undici epatte più un diciannovesimo raccolte in ciascun anno, si raccolgono dunque, sulla totalità dei diciannove cicli della Luna, duecentodieci giorni, di cui si compongono i sette mesi intercalari.

Gli anni della Luna hanno dunque le «seguenti» denominazioni: quelli cavi sono quelli che hanno ciascuno 12 pleniluni (ovvero il 1°, il 2°, il 4°, il 6°, il 7°, il 9°, il 10°, il 12°, il 13°, il 15°, il 17° e il 18°), quelli intercalari sono quelli che hanno ciascuno 13 pleniluni (ovvero il 3°, il 5°, l'8°, l'11°, il 14°, il 16° e il 19°).

12. Procedura per conoscere, in ogni anno assegnato, quante sono le epatte lunari

Endecuplicando il ciclo corrente della Luna aggiungi sempre anche un suo diciannovesimo, e qualora ciò che è stato raccolto sia minore di trenta, riconosci che tante sono le epatte della Luna in quell'anno; se invece ciò che è raccolto sia oltre trenta, sottrai trenta, e ciò che resta al di sotto di questi sono le epatte della Luna: le epatte della Luna si prendono in effetti fino a trenta, mentre le epatte del Sole fino a sette.

Il primo ciclo lunare ha dunque 11 epatte e un minuto diciannovesimo.

Il secondo, 22 epatte e 2 minuti.

Il terzo, 3 epatte e tre minuti.

Il quarto, 14 epatte e 4 minuti.

Il quinto, 25 epatte e cinque minuti.

Il sesto, 6 epatte e 6 minuti.

Il settimo, 17 epatte e sette minuti.

L'ottavo, 28 epatte e otto minuti.

Il nono, 9 epatte e nove minuti.

Il decimo, venti epatte e dieci minuti.

L'undicesimo, un'epatta e 11 minuti.

Il dodicesimo, dodici epatte e 12 minuti.

Il 13°, 23 epatte e tredici minuti.

Il 14°, 4 epatte e quattordici minuti.

Il quindicesimo, 15 epatte e 15 minuti.

Il 16°, 26 epatte e sedici minuti.

Il 17°, sette epatte e diciassette minuti.

Il diciottesimo, 18 epatte e 18 minuti.

Il diciannovesimo ha trenta epatte: ventinove che restano dall'endecuplicazione dopo sottrazione delle trentine, un'altra, raccolta come detto a partire dai minuti, che dal diciassettesimo ciclo e fino al diciannovesimo incluso aggiungiamo anche ai giorni della base e in vista di trovare la Pasqua legale.

13. Che cosa sono le epatte solari?

Il ciclo solare ha 365 giorni $\frac{1}{4}$, che completano cinquantadue settimane giornaliere e resta un giorno più un quarto. Da «questo» giorno e un quarto che resta dopo il completamento delle cinquantadue settimane si formano le epatte solari, che sono raccolte fino a sette per il fatto di completare una settimana intera; se invece oltrepassano il numero sette, non sono dette otto o nove epatte, ma una o due una volta che sia sottratto sette, e di nuovo fino a sette più i minuti, o anche senza alcun minuto. Questa è adunque la ratio che sottostà alla raccolta delle epatte solari, che i Greci chiamano ‘giorni degli dei’.

Il primo ciclo ha dunque 1 epatta $\frac{1}{4}$; il 2°, 2 $\frac{1}{2}$; il 3°, 3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$; il 4° ha 5 epatte per l’aggiunta dei quarti; il 5°, 6 $\frac{1}{4}$; il 6°, 7 $\frac{1}{2}$: sottrai sette, e rimane metà di un’epatta; e così di seguito fino al ventottesimo ciclo del Sole. Se un numero ridonda oltre sette, sottrai sette e tieni quanto al di sotto.

14. Esposizione del ciclo solare di ventotto anni, quante epatte si trovano in ciascun anno

1° anno epatta 1 $\frac{1}{4}$	2° anno epatte 2 $\frac{1}{2}$
3° anno epatte 3 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	4° anno epatte 5
5° anno epatte 6 $\frac{1}{4}$	6° anno epatte 7 $\frac{1}{2}$
7° anno epatta 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	8° anno epatte 3
9° anno epatte 4 $\frac{1}{4}$	10° anno epatte 5 $\frac{1}{2}$
11° anno epatte 6 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	12° anno epatta 1
13° anno epatte 2 $\frac{1}{4}$	14° anno epatte 3 $\frac{1}{2}$
15° anno epatte 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	16° anno epatte 6
17° anno epatte 7 $\frac{1}{4}$	18° anno epatta 1 $\frac{1}{2}$
19° anno epatte 2 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	20° anno epatte 4
21° anno epatte 5 $\frac{1}{4}$	22° anno epatte 6 $\frac{1}{2}$
23° anno epatte 7 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	24° anno epatte 2
25° anno epatte 3 $\frac{1}{4}$	26° anno epatte 4 $\frac{1}{2}$
27° anno epatte 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$	28° anno epatte 7

Senza minuti, il 1° ciclo ha 1 epatta; il 2°, 2; il 3°, 3; il 4°, 5; il 5°, 6; il 6°, 7; il 7°, 1; l’8°, 3; il 9°, 4; il 10°, 5; l’11°, 6; il 12°, 1; il 13°, 2; il 14°, 3; il 15°, 4; il 16°, 6; il 17°, 7; il 18°, 1; il 19°, 2; il 20°, 4; il 21°, 5; il 22°, 6; il 23°, 7; il 24°, 2; il 25°, 3; il 26°, 4; il 27°, 5; il 28°, 7.

Le epatte si trovano come segue.

Tieni il ciclo del Sole sulle dita, e aggiungi anche un suo quarto; poi sottraili a sette a sette, e il resto sono le epatte del Sole.

Parafrasi commentata

La determinazione della data di Pasqua¹⁰⁶ è tradizionalmente ricondotta a quella della data e del giorno della settimana in cui cade la Pasqua ebraica o ‘legale’¹⁰⁷, definita come il primo *XIV lunae* (= 14° giorno del mese lunare sinodico di 29 ½ giorni) non anteriore all’equinozio di primavera, quest’ultimo fissato convenzionalmente al 21 marzo. Dopo un periodo iniziale fluido, caratterizzato da cicli e convenzioni in competizione, le regolarità del moto lunare furono sintetizzate in un ciclo schematico (cioè approssimato) di 19 anni solari¹⁰⁸, al termine del quale la Luna si presenta di nuovo con la stessa età negli stessi giorni dell’anno¹⁰⁹. Identica periodicità ha quindi la sequenza di date della Pasqua legale, che cade in 19 giorni differenti all’interno del ciclo. Appositi algoritmi, centrati sulla nozione di ‘epatte lunari’¹¹⁰, permettono di calcolare la data della Pasqua legale per ogni anno del ciclo lunare; gli algoritmi sono sincronizzati con le ere correnti – cioè con il computo sequenziale degli anni solari – dalla scelta di assegnare alla Luna un’età ben precisa ad una data fissa e rappresentativa (detta ‘epoca’), ad esempio il giorno della Creazione: una tale scelta, occorre insistere su questo punto, è interamente convenzionale. Basta poi contare i giorni dall’epoca, raggrupparli per cicli e, all’interno dell’ultimo ciclo, per anni di ciclo interi e mesi lunari interi più un resto: questo resto è l’età della Luna alla data assegnata.

Pasqua è definita come la domenica successiva alla Pasqua legale; la coincidenza delle due festività è esclusa. Occorre quindi determinare il giorno della settimana in cui cade la Pasqua legale. La soluzione di questo problema è di solito fornita come caso particolare del problema di stabilire il giorno della settimana in cui cade una data assegnata. Per fare questo, basta contare i giorni da una data fissa che

¹⁰⁶ Non esiste in letteratura un’esposizione recente, sintetica e priva di errori di come funzioni un Computo pasquale bizantino, né un regesto delle fonti. Molti elementi utili si trovano in GRUMEL 1958, ma distribuiti aleatoriamente in un testo sorprendentemente ostile al lettore per essere il volume di apertura di un trattato di studi bizantini. Lo stesso si dica, malgrado le critiche che l’autore muove proprio in questo senso all’esposizione di Grumel, delle pur magistrali ricerche NEUGEBAUER 1979a, 1979b e 1988, con l’aggravio di un autismo tecnico talvolta difficilmente penetrabile. Il lettore può rivolgersi all’ovviamente datato RÜHL 1897, pp. 107-169, e a MOSSHAMMER 2008, che però tende ad oscurare il filo del discorso dietro una cortina di dettagli.

¹⁰⁷ Il primo autore che propone un algoritmo di calcolo della Pasqua senza passare per la Pasqua legale e lo presenta come tale è Rhabdas, nel Computo datato 1341 edito in TANNERY 1886, pp. 134.23-138.28. Lo stesso algoritmo, senza il punto sagacemente rivendicato da Rhabdas, si legge nel Computo datato 1335 contenuto nel *Synagma* di Matteo Blastari, in RHALLES – POTLES 1859, pp. 418-419. Argiro si approprierà dell’idea nel suo Computo datato 1372, dichiarandola una propria scoperta, così come aveva fatto Rhabdas.

¹⁰⁸ Occorre insistere sul fatto che in questo schema non esiste un ‘anno lunare’, anche se esiste un ‘anno del ciclo lunare’. Il ciclo lunare è infatti composto di 19 anni *solari* di 365 giorni (per un totale di 6935 giorni) su cui è sovrapposta una sequenza *schematica* (cioè determinata da noviluni determinati una volta per tutte) di 228 mesi lunari approssimati alternativamente a 30 e 29 giorni (per un totale di 6726 giorni); questa sequenza può essere pensata come una serie di sotto-sequenze di 12 mesi lunari consecutivi, a ognuna delle quali possiamo dare il nome convenzionale di ‘anno lunare’ e il cui inizio non coincide in nessun caso con l’inizio di un anno solare. Un mese lunare ‘intercalare’ di 30 giorni è aggiunto in posizione opportuna ogni volta che l’anticipo cumulativo di 12 mesi lunari (= 354 giorni) sui 365 giorni di un anno di ciclo (le cosiddette ‘epatte’) supera i 30 giorni: questi 30 giorni sono sottratti alle epatte, il cui calcolo funziona quindi modulo 30. Un ‘anno lunare intercalare’ include il mese lunare intercalare e ha quindi 13 lunazioni invece di 12. Vi sono 7 mesi intercalari (= 210 giorni), per un totale 235 mesi lunari; l’ammontare in giorni è di 6936. I due totali 6935 (19 anni solari) e 6936 (235 mesi lunari) sono armonizzati eliminando un giorno in un punto opportuno del ciclo lunare: è il cosiddetto *saltus lunae*. Non esistono anni bisestili in questo schema: l’adattamento ad anni giuliani di 365 ¼ giorni è (miracolosamente, occorre dirlo) realizzato grazie al fatto che la durata di un mese lunare sinodico è maggiore di 29 ½ giorni di una quantità che compensa quasi esattamente i $19 \times (\frac{1}{4}) = 4 \frac{3}{4}$ giorni aggiuntivi: la sequenza di mesi lunari è, per stipulazione, estesa agli anni giuliani. Questo punto cruciale è sistematicamente frainteso nelle esposizioni correnti del meccanismo sottostante ad un Computo.

¹⁰⁹ L’età della Luna ad un istante dato è il numero di giorni trascorsi dal novilunio precedente; le fonti non sono concordi quanto al fatto che il conto sia inclusivo od esclusivo.

¹¹⁰ Gli algoritmi sono ovviamente equivalenti tra loro, ed è anzi chiaro che le equivalenze sono dettate dalla volontà di riprodurre le date di Pasqua (legale) consolidate dalla tradizione; una sequenza specifica di epatte (o delle ‘basi’ che da esse derivano) è uno dei parametri numerici non strutturali dell’algoritmo: una lista di tali sequenze si legge in GRUMEL 1958, pp. 54-55, dove purtroppo regna un’allegria confusione terminologica tra epatte e base – confusione alimentata beninteso dalle fonti ma che Grumel avrebbe dovuto normalizzare.

cade in un giorno della settimana noto, ad esempio ancora il giorno della Creazione. Il calcolo è semplificato dalla constatazione che la periodicità settimanale (7 anni) e quella bisestile (4 anni nel calendario giuliano) si combinano a produrre un ciclo ‘solare’ di 28 anni, al termine del quale si ripete la stessa sequenza di combinazioni di data e giorno della settimana: basta quindi approntare un algoritmo che risolva il problema di determinare il giorno della settimana in cui cade una data assegnata all’interno di un singolo ciclo solare¹¹¹.

Combinando il ciclo lunare e quello solare, si ottiene un Grande Ciclo (μέγα κύκλος) di 532 (= 19×28) anni, al termine del quale si ripete la stessa sequenza di date di Pasqua¹¹². Il Grande Ciclo è sintetizzato nella celebre tavola pasquale damascena, riprodotta in decine di manoscritti¹¹³.

Poiché sia il mese lunare che la settimana sono sequenze temporali periodiche, gli algoritmi che operano all’interno dei cicli provvedono ad eliminare loro multipli interi – irrilevanti ai fini del risultato – calcolando il resto della divisione per 30 (risp. per 7) del numero dei giorni in oggetto: in linguaggio matematico moderno, viene calcolato il ‘resto modulo 30’ (risp. ‘modulo 7’) del numero di giorni in oggetto.

Nessuno dei due cicli è esatto: il mese lunare sinodico è leggermente più lungo di 29 ½ giorni¹¹⁴, l’anno tropico leggermente più breve di 365 ¼ giorni; entrambi questi fatti erano ben noti agli astronomi Bizantini¹¹⁵. Rimedi al carattere approssimato del ciclo lunare di 19 anni furono concepiti sin dall’antichità; il più grossolano, ed universalmente adottato, è il cosiddetto *saltus lunae*, che consiste nel togliere un giorno all’età della Luna a partire da un anno specifico del ciclo lunare¹¹⁶. La riforma gregoriana del calendario procedette infine ad una ridefinizione dei cicli in una situazione di sfasamento divenuta ormai insostenibile, in quanto la discrepanza tra cicli schematici e periodicità reale è cumulativa sul numero di cicli trascorsi¹¹⁷.

Gli algoritmi sopra menzionati – alcuni dei quali sono all’opera nel nostro testo – sono facilmente riconvertibili in algoritmi che non operano sugli anni dei cicli ma sugli anni di un’era assegnata; le formule di conversione occupano le sezioni di apertura di un qualsiasi Computo. In età bizantina, il ciclo

¹¹¹ L’affermazione sovente ripetuta che solo dopo 28 anni tutti i giorni dell’anno cadono di nuovo negli stessi giorni della settimana è ovviamente falsa: il 21 novembre 2019 era un giovedì come lo è stato il 21 novembre 2013, e ciò implica – poiché nessuno dei due anni è bisestile – che tutte le date corrispondenti in questi due anni cadono in identici giorni della settimana. La tavola pasquale damascena, che condensa la tavola completa che menzionerò nella prossima nota, si basa esattamente sulla constatazione che esistono 7 strutture parzialmente cicliche all’interno del ciclo solare.

¹¹² Il Grande Ciclo in formato tabulare si trova nei due magnifici manoscritti Hamburg, Staats- und Universitätsbibliothek, in scrin. 50a (X s. ex., *Diktyon* 32373), ff. 2r-11r, e London, British Library, Add. 18231 (X s. ex., *Diktyon* 38944), ff. 5r-11v. Gli anni coperti sono a.m. 6385-6916 [= 877-1408]. La tavola è concepita come quella in GRUMEL 1958, pp. 266-277. I testi usa κύκλος per denotare sia il ‘ciclo’ sia l’anno all’interno del ciclo.

¹¹³ La tavola è edita in PG, XCV, pp. 239-240, e in RÜHL 1897, pp. 168-169 (l’una con la colonna delle epatte, l’altra con quella delle basi).

¹¹⁴ La durata del mese lunare è inoltre fortemente variabile: più di 13 ore di differenza tra la durata massima e quella minima nel periodo 1760-2200; si veda la splendida esposizione in MEEUS 2002, pp. 19-31.

¹¹⁵ Per Barlaam e Niceforo Gregora si veda TIHON 2011a.

¹¹⁶ La posizione del *saltus lunae* è uno degli elementi che caratterizzano una scelta specifica di epatte; le due opzioni maggioritarie lo collocano dopo il 16° anno (come nel nostro testo e più in generale nei Computi sincronizzati con l’era del mondo bizantina) oppure alla fine del ciclo (come nei Computi sincronizzati con l’era del mondo alessandrina). Si veda ancora la tavola in GRUMEL 1958, pp. 54-55.

¹¹⁷ Nessun ciclo pasquale schematico può essere esatto, e *a fortiori* non lo è quello gregoriano.

lunare, il ciclo solare e l'era di riferimento sono sincronizzati: l'anno 1 dell'era *anno mundi* è anche anno 1 dei cicli lunare e solare.

Nella parafrasi che segue, ho utilizzato una trascrizione simbolica degli algoritmi esposti nel nostro testo. Il segno \rightarrow separa un passaggio dal successivo; l'input dell'algoritmo è posto al suo inizio, tra parentesi tonde. Il segno ' $x \bmod n$ ' denota il resto della divisione di x per n . Nei calcoli modulo n nel nostro testo, 0 è normalmente sostituito da n . Il segno $\llbracket x \rrbracket$ denota la parte intera di x , cioè il più grande numero intero (0 incluso) minore o uguale a x ; per esempio, $\llbracket (a \bmod 4)/4 \rrbracket$ identifica un anno bisestile in quanto $a \equiv 1, 2, 3$ oppure $4 \pmod{4}$, e $\llbracket 1/4 \rrbracket = \llbracket 2/4 \rrbracket = \llbracket 3/4 \rrbracket = 0$, $\llbracket 1 \rrbracket = 1$. Un segno come $\sum_{k=G}^{X-1} n_k$ indica la somma dei numeri n_k in una sequenza che va da G a $X-1$: in tutti i casi che qui ci interessano, si tratta della somma delle durate dei mesi da G (ennaio) ad un mese assegnato, denotato da $X-1$.

Simboli utilizzati nella trascrizione degli algoritmi e loro significato:

$1_G, 1_F, 1_M, 1_A, 28_M, \text{etc.}$ = 1° gennaio, 1° febbraio, 1° marzo, 1° aprile, 28 marzo, etc.; il segno ' $-:$ ', ad esempio in ' $-: 1_M$ ', indica il numero di giorni *contati* a partire dal 1° marzo (che è quindi incluso)

a = anno nell'era *anno mundi*

b_l, b_a = base ($\theta\epsilon\mu\acute{\epsilon}\lambda\iota\omicron\nu$) della Luna = età della Luna a 1_G di un anno l del ciclo lunare (risp. anno a)

e_l = epatte ($\acute{\epsilon}\pi\alpha\kappa\tau\acute{\alpha}$) lunari = anticipo cumulativo di 12 mesi lunari su di un anno solare in un anno l all'interno di un ciclo lunare di 19 anni = età della Luna a 31_D di un anno del ciclo precedente ad l

e_s = epatte solari = numero di giorni cumulativo per cui un anno s all'interno di un ciclo solare di 28 anni eccede un numero intero di settimane

i, l, s = anno nel ciclo indizionale, lunare, solare; i cicli sono sincronizzati con l'era *anno mundi*: per $a = 1$, per stipulazione vale anche $i = l = s = 1$

p_l, p_a = data della Pasqua legale ($\nu\omicron\mu\iota\kappa\acute{\omicron}\nu$ Πάσχα) di un anno l del ciclo lunare (risp. anno a)

r_l, r_a = data di Pasqua ($\tau\acute{\omega}\nu$ Χριστιανῶν Πάσχα) di un anno l del ciclo lunare (risp. anno a)

$u(x_X)$ = età della Luna al giorno x del mese X

$w(x)$ = giorno della settimana di un giorno x di un mese assegnato; la settimana inizia la domenica; alla sequenza 'domenica, ... sabato' corrisponde la sequenza numerica 1, ... 7

1.

L'anno e le sue suddivisioni: mesi, loro durata, durata (media) in ore del giorno e della notte in ciascuno di essi. Formato quasi-tabulare nel testo, che sintetizzo nella tabella seguente¹¹⁸:

mese	Sett	Ott	Nov	Dic	Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago
# giorni	30	31	30	31	31	28 1/4	31	30	31	30	31	31
giorno/notte	12/12	11/13	10/14	9/15	10/14	11/13	12/12	13/11	14/10	15/9	14/10	13/11

¹¹⁸ Il valore di 15 ore per la durata massima del giorno caratterizza il quinto 'clima', cioè la fascia latitudinale che passa attraverso l'Ellesponto. Sui sette 'climi' della tradizione astronomico-geografica greca e medievale si vedano HONIGMANN 1929 e NEUGEBAUER 1975, pp. 333-337 e 725-727.

Si noti il quarto di giorno assegnato a febbraio; corentemente con l'impostazione generale del manoscritto, questo è il Computo tra quelli a me noti in cui compare il maggior numero di dati frazionari.

Ulteriori suddivisioni dell'anno (χρόνος). Semplice elenco nel testo. La suddivisione coincide con quella esposta da Michele Psello¹¹⁹ ed è la seguente:

anni	giorni	ore	minuti	punti	momenti
1	365 ¼	8766	43830	175320	2103840
	1	24	120	480	5760
		1	5	20	240
			1	4	48
				1	12

2. Sull'indizione

Il ciclo indizionale inizia il 1° settembre e dura 15 anni¹²⁰.

Algoritmo: $(a) \rightarrow a \bmod 15 = i$.

Nelle sez. 2-4, la divisione esatta riceve un resto uguale al modulo: ad esempio, se $a \equiv 0 \pmod{15}$, l'anno è il 15° del ciclo indizionale, il che equivale a porre $15 \bmod 15 = 15$. Le sez. 2-4 permettono di convertire da anno dell'era *anno mundi* ad anno all'interno di un ciclo assegnato. Il ciclo indizionale non viene utilizzato per determinare la data di Pasqua; la sua inclusione mostra che un Computo pasquale era concepito come un prontuario cronologico generale. Lo stesso dicasi ovviamente della sez. 1.

3. Sul ciclo della Luna

Il ciclo lunare inizia il 1° gennaio e dura 19 anni.

Algoritmo: $(a) \rightarrow a \bmod 19 = l$.

4. Sul ciclo del Sole

Il ciclo solare inizia il 1° ottobre e dura 28 anni.

Algoritmo: $(a) \rightarrow a \bmod 28 = s$.

5. Sull'anno bisestile

¹¹⁹ Nel compendio cronologico composto nel 1091/2, libro II, sez. 22. Alla base di tutta la tradizione si trova il Laur. Plut. 87.16 (XIII s. ex.; *Diktyon* 16833), ff. 324v-346v. Edizione in REDL 1927-30, si veda in particolare p. 257.12-22. Studi d'insieme in REDL 1930a e 1930b.

¹²⁰ L'indizione è un ciclo di 15 anni introdotto nel tardo impero romano a scopi fiscali. Ci sono varie sfumature del ciclo indizionale, e la sua storia iniziale è intricata: BAGNALL – WORP 2004 per la storia intricata, GRUMEL 1958, pp. 192-206 per le sfumature; si tenga a mente che il 312/3 d.C. è l'anno 1 del ciclo indizionale prevalente. Quasi tutti i Computi bizantini datano i propri esempi per mezzo dell'anno corrente in un'era appropriata, e forniscono anche il valore dei cicli lunare, solare e indizionale. Quest'informazione è sovrabbondante, ma, quando solo i valori dei tre cicli sono forniti, permettono di determinare univocamente l'anno corrente in un intervallo di $19 \times 28 \times 15 = 7980$ anni.

Criterio per identificare un anno bisestile: se $a \equiv 0 \pmod{4}$, l'anno è bisestile, altrimenti no¹²¹.

Nelle sez. 2-5 il testo presenta esempi per l'anno corrente a.m. 6691 [= 1182/3]. Risulta $i = 1$, $l = 3$, $s = 27$ e anno non bisestile in quanto $6691 \equiv 3 \pmod{4}$.

6. Procedura su come calcolare e stabilire la Pasqua legale

Procedura standard, in altre fonti chiamata 'notarile' (νοταρικὴ)¹²², con *saltus lunae* dopo il ciclo 16.

Algoritmo:

(l) \rightarrow $11l \rightarrow$

$| l < 17, 11l \rightarrow 11l + 6 \rightarrow (11l + 6) \bmod 30 \rightarrow 50 - [(11l + 6) \bmod 30] - : 1_M = p_l.$

$| 17 \leq l \leq 19, 11l \rightarrow 11l + 7 \rightarrow (11l + 7) \bmod 30 \rightarrow 50 - [(11l + 7) \bmod 30] - : 1_M = p_l.$

L'algoritmo, che calcola il *XIV lunae* non anteriore all'equinozio di primavera, formalizza le osservazioni seguenti. L'addendo $11l$ coincide con le epatte lunari (cf. la sez. 9) e tiene quindi conto dell'anticipo accumulato a ogni anno del ciclo; la convenzione qui adottata è che a.m. 1 si presenta con l'anticipo di base di 11 giorni. Il parametro numerico 50 deriva da $44 + 6$, dove 44 è il numero intero di giorni più prossimo a un mese lunare e mezzo ($= 29 \frac{1}{2} + 14 \frac{1}{2} \frac{1}{4} = 44 \frac{1}{4}$). Il resto modulo 30, inclusivo del parametro 6, elimina mesi lunari interi¹²³ e al tempo stesso semplifica o razionalizza notevolmente algoritmi concorrenti¹²⁴. Il conto dei giorni inizia dal 1° marzo invece che dal 1° gennaio¹²⁵ in quanto gennaio + febbraio = 59 giorni = 2 mesi lunari esatti da $29 \frac{1}{2}$ giorni¹²⁶. L'idea brillante di quest'algoritmo è di scrivere 44 come $50 - 6$ e di includere 6 nel dominio della riduzione modulo 30, mentre 50 resta al di fuori della riduzione. In questo modo il conto dei giorni può iniziare dal 1° marzo; il conto ha 'a disposizione' i 50 giorni della norma, che scadono il 19 aprile, il quale è appunto il termine ultimo per la Pasqua legale. Le 6 unità da sommare alle epatte sono in fonti anteriori denominate in maniera più

¹²¹ I calendari alessandrino e bizantino sono di tipo giuliano. Il calendario alessandrino (introdotto poco dopo la conquista dell'Egitto da parte di Augusto nel 30 a.C.) conta 12 mesi di 30 giorni più 5 giorni addizionali o ἐπαγόμενα 'epagomeni' (si veda Stern 2012, pp. 263-269); il giorno in più in un anno bisestile è intercalato come sesto giorno epagomeno dell'anno precedente; l'anno inizia il 1° Thōth (= 29 agosto). Il calendario bizantino impiega i mesi romani, i cui giorni sono però contati nella maniera in cui lo sono attualmente; il giorno in più in un anno bisestile è intercalato come 29 febbraio; l'anno inizia il 1° settembre, come l'anno del ciclo indizionale. Questi due calendari furono sincronizzati durante il ciclo bisestile 26-23 a.C. Regole e tavole di conversione tra date nei calendari egiziano/alessandrino/giuliano bizantino furono incluse nelle *Tavole Facili* di Tolomeo (Tavole C6 e C7 nella lista di Tihon 2011b, pp. 66 e 72, edizione in KUBITSCHKEK 1915); si vedano anche JONES 1999, pp. 312-317, e BAGNALL – WÖRPER 2004, pp. 158-170.

¹²² Si vedano il regesto in SCHISSEL – ELLEND 1942 ed il Computo anonimo datato 1079 (trasmesso nel Par. gr. 854 [XIII s.; *Diktyon* 50441], ff. 168r-171r) edito in MENTZ 1906, pp. 76-100: qui sez. 5 p. 98.

¹²³ La convenzione assume i mesi lunari come pieni; operare con resto modulo $29 \frac{1}{2}$ introduce complicazioni inutili; si è inoltre interessati a non far coincidere la data di Pasqua con quella della Pasqua legale, e operare modulo 30 invece che modulo $29 \frac{1}{2}$ fa opportunamente slittare in avanti la data schematica del *XIV lunae*.

¹²⁴ Sono algoritmi analoghi a 'norma 44', in cui però risulta necessario introdurre una diramazione tra date di Pasqua legale che cadono in marzo oppure in aprile (si veda l'algoritmo di Giorgio in DIEKAMP 1900, sez. 4), oppure una complessa serie di diramazioni indotte dal valore delle epatte (si veda l'algoritmo di Eraclio nel commentario di Stefano alle *Tavole Facili* di Tolomeo, in USENER 1912-14, III, pp. 314-317). Qui la diramazione è indotta unicamente dal *saltus lunae*.

¹²⁵ Inclusivo del 1° gennaio: si tratta dell'operazione di 'contare', non di una sottrazione; e infatti si usano infatti le epatte e non la base. Si ricordi che un anno del ciclo lunare inizia appunto il 1° gennaio.

¹²⁶ Si ricordi che, nei calcoli *lunari*, febbraio ha sempre 28 giorni. Gli anni bisestili entrano soltanto nei calcoli relativi al ciclo solare, altrimenti risultano contati due volte (il motivo è quello spiegato nella nota 108 *supra*).

completa ‘epatte delle ere passate’ (ἐπακταὶ τῶν αἰώνων παρελθόντων)¹²⁷, cioè dei 6 millenni trascorsi: si tratta del trucco mnemonico cruciale di questa procedura di calcolo di Pasqua legale, che chiamo a ‘norma 50’ con riferimento al suo parametro numerico fondamentale.

Nel secondo ramo dell’algoritmo, l’unità in più da sommare per gli anni del ciclo da 17 a 19 (si sommano cioè 7 unità invece di 6) è il *saltus lunae*, che tiene conto del fatto che il mese lunare effettivo ha una durata leggermente maggiore di 29 ½ giorni: nel corso del ciclo diciannovenne, la Luna ‘invecchia’ di più – e gradualmente – rispetto a quanto fissato attribuendole un mese di 29 ½ giorni esatti; per compensare lo sfasamento, la convenzione adottata nel testo (e che è quella largamente maggioritaria nei Computi bizantini) sottrae un giorno all’età della Luna (ovvero aumenta le epatte di un’unità) dopo il 16° anno del ciclo. Nelle sez. 9 e 12, invece, il testo ‘distribuisce’ il *saltus lunae* sui 19 anni del ciclo. Questa discrepanza da sola dimostra che il Computo del Par. gr. 1670 fa deliberatamente confluire modelli di calcolo, e quindi fonti, differenti.

7. Sul trovagiorni

Determinazione del giorno della settimana della Pasqua legale, se questa cade nel mese X ; di fatto, l’algoritmo si applica ad un qualsiasi giorno dell’anno a partire dal 1° marzo. Algoritmo, con n_k = durata in giorni del mese k ¹²⁸:

$$(s) \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) + p \rightarrow \\ \rightarrow [s + \llbracket s/4 \rrbracket + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) + p] \bmod 7 = w_s(p).$$

L’algoritmo formalizza le osservazioni seguenti. Un anno di 365 giorni eccede di 1 giorno un numero intero di settimane (addendo s , che copre anche 365 dei 366 giorni di un anno bisestile), un anno bisestile lo eccede di 2 (addendo ulteriore $\llbracket s/4 \rrbracket$), un mese lo eccede della propria durata meno 28 giorni (= 4 settimane). La somma $\sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28)$ indica l’eccesso su 28 giorni dei mesi da ottobre fino a quello che precede il mese assegnato X . Operare modulo 7 sulla somma finale elimina settimane intere residue. Il calcolo tiene conto del fatto che il 1° ottobre a.m. 1 è un lunedì, cioè $w = 2$ ad epoca.

Pasqua è la domenica che dà inizio alla settimana successiva a quella in cui si trova $w(p)$. Nel testo, il valore di $w(p)$ è associato al corrispondente giorno della Settimana Santa, e quindi $w(p) = 1$ corrisponde alla Domenica delle Palme.

8. Esposizione del ciclo lunare di 19 anni, che rende chiaro, in ciascun ciclo, in quale giorno dei due mesi Marzo e Aprile cade la Pasqua legale

Lunga sezione, nella cui prima parte (di cui è detto che va presa come τινὰ ὑποβάθραν ἀρχὴν καὶ κανόνα) viene applicato l’algoritmo della sez. 7 per ogni anno del ciclo. Nel testo, leggiamo una

¹²⁷ Ad esempio nel Computo anonimo datato 1092 e attestato nel Laur. Plut. 57.42 (XII s., Italia meridionale; *Diktyon* 16411), ff. 154ra-156rb, 156rb-161va, 161va-162vb. Edizione KARNTHALER 1933, in particolare p. 5.42.

¹²⁸ Procedura standard, fin dai tempi di Paolo di Alessandria, *Apotel.* 19-20, pp. 39.17-41.16 Boer.

sequenza di 19 sottosezioni dall'identica struttura discorsiva, i cui risultati sintetizzo nella tavola seguente (le date $p_l < 21$ sono in aprile).

l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
p_l	2	22	10	30	18	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	17	5	25	13

È importante notare che le date ammissibili per la Pasqua legale vanno dal 21 marzo al 18 aprile, ma non tutte le date all'interno di quest'intervallo sono ammesse: del resto, dovendo scegliere 19 date su un intervallo di 29 giorni, alcune restano necessariamente fuori¹²⁹.

La sezione continua proponendo lo stesso algoritmo della sez. 7, applicato esplicitamente a un giorno qualsiasi (si noti la menzione esplicita dell'applicabilità in gennaio e febbraio), determinando il giorno della settimana in cui cade il giorno x del mese X . Algoritmo, con $n_k =$ durata in giorni del mese k :

$$(s) \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket^* + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) \rightarrow s + \llbracket s/4 \rrbracket^* + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) + x \rightarrow \\ \rightarrow [s + \llbracket s/4 \rrbracket^* + \sum_{k=0}^{X-1} (n_k - 28) + x] \bmod 7 = w_s(x_X).$$

Esposizione dettagliata sul significato di $\llbracket s/4 \rrbracket$ e sul fatto che l'ultima unità raccolta in questo addendo va sommata solo se $X = M(\text{arzo})$ o successivi (segno $\llbracket s/4 \rrbracket^*$ nell'algoritmo), con elenco degli anni del ciclo solare in cui l'addendo sussiste. È di nuovo trattato il caso particolare $x = p$. Pasqua è la domenica che dà inizio alla settimana successiva a quella in cui si trova $w(p)$. La data di Pasqua si trova quindi sommando a quella della Pasqua legale tanti giorni quanti corrono dal giorno della settimana in cui cade quest'ultima alla domenica successiva. In forma algoritmica, non presentata in questo modo nel testo:

$$(p) \rightarrow p + [8 - w(p)] \rightarrow \{p + [8 - w(p)]\} \bmod 31 = r,$$

dove la riduzione modulo 31 tiene conto di date p che cadono tra il 25 e il 31 marzo inclusi. Il testo presenta un esempio per Pasqua, 17 aprile a.m. 6691 [= 1183], $i = 1$, $l = 3$, $s = 27 \rightarrow p = 10_A \rightarrow w(p) = 1 \rightarrow r = 17_A$.

Calcolo della data della domenica di 'carnevale' (ἀπόκριες), cioè la terza domenica di preparazione alla quaresima nel rito bizantino, qui denotata dalla lettera t . Algoritmo¹³⁰:

$$(r) \rightarrow r + 3 + \llbracket (a \bmod 4)/4 \rrbracket \rightarrow (r + 3 + \llbracket (a \bmod 4)/4 \rrbracket) \bmod 31 = t.$$

¹²⁹ Un'analisi matematica che non è il caso di sviluppare in questa sede mostra che il termine 'reale' per la Pasqua legale è il 19 aprile, non il 18 come letteratura primaria e secondaria concordemente ritengono. Tuttavia, il 19 aprile cade in una data non raggiunta dal meccanismo delle epatte, per cui i termini pasquali (per i quali si vede *infra* in questa stessa sezione) sono gli stessi.

¹³⁰ Procedura standard: le date di tutte le feste mobili del calendario cristiano di qualsiasi rito sono legate alla data di Pasqua da relazioni analoghe a questa: si tratta semplicemente di sottrarre o sommare un numero fissato di giorni. Solo rarissimi Computi fra quelli a me noti, e nessuno di quelli pubblicati, vanno al di là del calcolo della domenica di 'carnevale' nel determinare le feste mobili.

Se $r \geq 29_M$, $t \in F$; se $r \leq 28_M - \lfloor (a \bmod 4)/4 \rfloor$, $t \in G$.

L'algoritmo formalizza le osservazioni seguenti. La domenica di 'carnevale' cade 8 settimane = 56 giorni prima di Pasqua. Poiché febbraio + marzo hanno 59 giorni in anni non bisestili, la domenica di carnevale cade numericamente $59 - 56 = 3$ giorni dopo Pasqua ma 2 mesi calendariali prima, con qualche aggiustamento per gli anni bisestili, in cui occorre aggiungere 4 e non 3 (addendo $\lfloor (a \bmod 4)/4 \rfloor$) e su cui il redattore insiste ai limiti del maniacale, e tenendo conto del fatto che una data di Pasqua dal 29 marzo incluso in poi (28 in anni bisestili) fa cadere la domenica di 'carnevale' in febbraio e non in gennaio.

Il testo presenta un esempio per Pasqua, 17 aprile a.m. 6691 [= 1183], $r = 17_A \rightarrow t = 20_F$.

Termini pasquali, elencati senza giustificazione: $25_G \leq t \leq 28_F$, $21_M \leq p \leq 18_A$, $22_M \leq r \leq 25_A$ ¹³¹. Dall'intervallo di variazione di p si deducono facilmente gli altri due. Quello di p può essere determinato teoricamente oppure per semplice ispezione delle date possibili di p elencate all'inizio di questa sezione.

Vi sono quattro slittamenti (μεταβάσεις) all'interno del ciclo pasquale (cioè la distanza in giorni da una Pasqua alla successiva); essi hanno luogo dopo 350, 357, 385, o, più raramente, 378 giorni, cioè 50, 51, 55, o 54 settimane. Nessuna giustificazione è offerta di quest'affermazione, che si fonda sul fatto che la Pasqua legale anticipa ogni anno di 11 giorni (si veda la sez. 9); di conseguenza, la data di Pasqua anticipa di 1 settimana (se nel primo dei due anni la Pasqua legale cade da giovedì a sabato) o di 2 settimane (negli altri casi), oppure ritarda di 2 o 3, nel caso in cui la Pasqua legale slitti in avanti da marzo ad aprile.

9. Procedura per trovare la base della Luna e le sue epatte a partire dall'anno corrente, in accordo con la tradizione e l'insegnamento dei santi e ispirati da Dio padri e maestri della chiesa

In ogni anno del ciclo lunare la Luna anticipa di 11 giorni in quanto l'anno solare di 365 giorni eccede di 11 giorni 12 mesi lunari (= 354 giorni). Le 'epatte della Luna' (τῆς σελήνης ἐπακταί) sono l'anticipo cumulativo su ogni anno del ciclo: per trovarle basta quindi moltiplicare 11 per il numero d'ordine dell'anno in questione all'interno del ciclo; la convenzione adottata è che a.m. 1 si presenta con l'anticipo di base di 11 giorni¹³². La base (θεμέλιον) della Luna ad ogni anno del ciclo è uguale ad 'epatte + 1' e fornisce direttamente l'età della Luna al 1° gennaio dell'anno in questione¹³³. In questa sezione del nostro testo, che fa eccezione tra i Computi noti, il *saltus lunae* è distribuito su tutti gli anni del ciclo. I due algoritmi coincidono in quanto $a = 1$ implica $l = 1$.

Primo algoritmo:

¹³¹ Nell'ultimo caso, e di conseguenza anche nel primo, l'intervallo di variazione è di 5 settimane esatte; nel caso della Pasqua legale, l'intervallo di variazione è di un mese lunare di 30 giorni (cf. la nota 129 *supra*).

¹³² La sequenza di epatte nel ciclo alessandrino inizia con l'anticipo 'nullo' $e_1 = 30 \equiv 0 \pmod{30}$.

¹³³ Un algoritmo alternativo utilizzato di frequente definisce la base come 'epatte + 3'; le due unità in più vengono ovviamente riassorbite nell'algoritmo. Si veda ancora la tavola in GRUMEL 1958, pp. 54-55.

$$(a) \rightarrow 11a \rightarrow 11a + \frac{a}{19} \rightarrow (11a + \frac{a}{19}) \bmod 30 = e_a \rightarrow e_a + 1_G = b_a.$$

Il testo presenta un esempio per l'anno corrente a.m. 6691 [= 1182/3], $e_a = 3 \frac{3}{19} \rightarrow b_a = 4 \frac{3}{19}$.

Algoritmo alternativo:

$$(l) \rightarrow 11l + \frac{l}{19} \rightarrow (11l + \frac{l}{19}) \bmod 30 = e_l \rightarrow e_l + 1_G = b_l.$$

Il testo presenta un esempio per l'anno corrente a.m. 6691 [= 1182/3], $l = 3 \rightarrow e_l = 3 \frac{3}{19} \rightarrow b_l = 4 \frac{3}{19}$.

Riassumo nella tabella che segue i valori delle epatte e delle basi risultanti (esse non sono elencate nel testo; ricordiamo che $30 \bmod 30 = 30$):

l	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e_l	$11 \frac{1}{19}$	$22 \frac{2}{19}$	$3 \frac{3}{19}$	$14 \frac{4}{19}$	$25 \frac{5}{19}$	$6 \frac{6}{19}$	$17 \frac{7}{19}$	$28 \frac{8}{19}$	$9 \frac{9}{19}$	$20 \frac{10}{19}$
b_l	$12 \frac{1}{19}$	$23 \frac{2}{19}$	$4 \frac{3}{19}$	$15 \frac{4}{19}$	$26 \frac{5}{19}$	$7 \frac{6}{19}$	$18 \frac{7}{19}$	$29 \frac{8}{19}$	$10 \frac{9}{19}$	$21 \frac{10}{19}$
m	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
e_l	$1 \frac{11}{19}$	$12 \frac{12}{19}$	$23 \frac{13}{19}$	$4 \frac{14}{19}$	$15 \frac{15}{19}$	$26 \frac{16}{19}$	$7 \frac{17}{19}$	$18 \frac{18}{19}$	30	
b_l	$2 \frac{11}{19}$	$13 \frac{12}{19}$	$24 \frac{13}{19}$	$5 \frac{14}{19}$	$16 \frac{15}{19}$	$27 \frac{16}{19}$	$8 \frac{17}{19}$	$19 \frac{18}{19}$	1	

Il Computo passa a determinare l'età della Luna ad una data assegnata, e lo fa presentando tre algoritmi. Per trovare l'età della Luna al giorno x del mese X basta sommare alle epatte (cioè all'anticipo lunare annuale) i giorni contati da inizio gennaio fino al giorno assegnato (numero ripartito in somma sulla durata dei mesi fino a $X - 1$ e in x giorni del mese X) e sottrarre mesi lunari interi. Questa sottrazione può essere fatta in più modi e a più livelli di accuratezza. Il primo algoritmo si caratterizza per una riduzione modulo 60; operare modulo 60 equivale in effetti ad operare modulo 59 (due mesi lunari di $29 \frac{1}{2}$ giorni ciascuno), ma occorre sommare 1 giorno per ogni blocco di 60 (addendo $\lfloor (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x)/60 \rfloor$)¹³⁴; allo stesso modo, nell'ultimo passaggio, la riduzione modulo 30 equivale a operare modulo $29 \frac{1}{2}$, ma occorre sommare $\frac{1}{2}$ di un giorno per ogni quantità ridotta. Questa procedura – molto laboriosa sia nella sua enunciazione discorsiva sia nella sua trascrizione algoritmica – è equivalente a quelle elencate nel séguito della sezione (esse eliminano la ridondante riduzione modulo 60)¹³⁵ e a quella della sez. 10. Algoritmo, con $n_k =$ durata in giorni del mese k :

$$\begin{aligned} (e_l) &\rightarrow e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k \rightarrow e_m + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x \rightarrow (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 60 \rightarrow \\ &\rightarrow (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 60 + \lfloor (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x)/60 \rfloor \rightarrow \\ &\rightarrow [(e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 60 + \lfloor (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x)/60 \rfloor] \bmod 30 + \end{aligned}$$

¹³⁴ Operazioni modulo 60 sono attestate, in relazione all'algoritmo adottato dai cosiddetti πενταπλοῦντες και ἑξαπλοῦντες, nei Computi anonimi datati 1079 (MENTZ 1906, sez. 5) e 1092; quest'ultimo denomina l'algoritmo χαρτουλαρικός; KARNTHALER 1933, p. 5.28.

¹³⁵ La riduzione modulo 60 nel primo algoritmo è ridondante perché è seguita da una riduzione modulo 30: è inutile eliminare coppie di mesi lunari se alla fine se ne eliminano di singoli.

$$+ \frac{1}{2} \left[\left[(e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 60 + \left[\left[(e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) 60 \right] \right] / 30 \right] \right] = u_l(x_X).$$

Il testo presenta un esempio per il 10 aprile a.m. 6691 [= 1183] (Pasqua legale), $e_l = 3 \frac{3}{11} \rightarrow u_l(10_A)$
 $= 14 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{19}$.

Algoritmo alternativo, con n_k = durata in giorni del mese k :

$$(e_l) \rightarrow e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x \rightarrow (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 30 + \frac{1}{2} \left[\left[(e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) / 30 \right] \right] = u_l(x_X).$$

Il testo presenta un esempio per il 10 aprile a.m. 6691 [= 1183] (Pasqua legale), $e_l = 3 \frac{3}{11} \rightarrow u_l(10_A)$
 $= 14 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{19}$.

Algoritmo alternativo, con n_k = durata in giorni del mese k ¹³⁶:

$$(e_l) \rightarrow e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x \rightarrow (e_l + \sum_{k=G}^{X-1} n_k + x) \bmod 29 \frac{1}{2} = u_l(x_X).$$

Il testo presenta un esempio per il 10 aprile a.m. 6691 [= 1183] (Pasqua legale), $e_l = 3 \frac{3}{11} \rightarrow u_l(10_A)$
 $= 14 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{19}$.

Questa sezione e la successiva sono testi normativi aggiuntivi a quanto precede; la presenza di una cesura testuale forte in forma di cornice ornamentale lo conferma.

10. Altra procedura sulla quantità giornaliera della Luna, detta pastorale

Procedura pastorale¹³⁷ per l'età della Luna nel giorno x del mese X . Algoritmo (per il contributo di febbraio si veda sotto):

$$(e_l) \rightarrow e_l + \sum_{k=G}^{X-1} (n_k - 29 \frac{1}{2}) + x \rightarrow [e_l + \sum_{k=G}^{X-1} (n_k - 29 \frac{1}{2}) + x] \bmod 29 \frac{1}{2} = u_l(x_X), \text{ con } n_k = \text{durata in giorni del mese } k.$$

Alle epatte lunari vanno sommati l'eccesso su un mese lunare di $29 \frac{1}{2}$ giorni per ogni mese trascorso a partire da gennaio, e il numero di giorni in oggetto. Viene poi sottratto un numero intero di mesi lunari. Se il mese in oggetto è almeno quello di marzo, il contributo di febbraio si cancella con quello di gennaio in quanto ammontano insieme a 59 giorni, cioè due mesi lunari esatti: di conseguenza, la somma inizia da marzo.

Il testo presenta un esempio per il 10 aprile a.m. 6691 [= 1183] (Pasqua legale), $e_l = 3 \frac{3}{11} \rightarrow u_l(10_A)$
 $= 14 \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{3}{19}$.

¹³⁶ Cf. Psello, in REDL 1927-30, libro I, sez. 15.

¹³⁷ Il Computo anonimo datato 1079 (MENTZ 1906, sez. 3) e Psello (REDL 1927-30, libro I, sez. 8) assegnano questa denominazione a una procedura che semplifica ed approssima quella qui esposta assumendo che le differenze all'interno della sommatoria siano tutte uguali a 1.

Il mese lunare è di $29 \frac{1}{2}$ giorni; di conseguenza, la Luna piena cade dopo $14 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$ giorni. Origine dell'epiteto 'pastorale'.

11. Sull'anno intercalare

In un ciclo lunare di 19 anni ci sono 7 'anni lunari' intercalari (cioè che contengono 13 lunazioni invece di 12; il mese addizionale è di 30 giorni) in quanto l'anno solare di $365 \frac{1}{4}$ giorni eccede di $11 \frac{1}{4}$ giorni 12 mesi lunari (= 354 giorni). Se trascuriamo le parti frazionarie, questi 11 (per l'esattezza, $11 \frac{1}{19}$)¹³⁸ giorni – detti 'epatte della Luna' (τῆς σελήνης ἐπακταί) – completano un intero mese lunare addizionale ogni 2 o 3 anni solari. In un intero ciclo di 19 anni, i giorni addizionali ammontano a $19 \times (11 \frac{1}{19}) = 210$ giorni, che completano esattamente 7 mesi lunari aggiuntivi. Anni cavi (κοίλοι) nel ciclo di 19 anni sono gli anni 1, 2, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 13, 15, 17, 18; anni intercalari (ἐμβόλιμοι) sono gli anni 3, 5, 8, 11, 14, 16, 19¹³⁹.

12. Procedura per conoscere, in ogni anno assegnato, quante sono le epatte lunari

Calcolo delle epatte lunari. L'algoritmo coincide con quello della sez. 9:

$$(l) \rightarrow 11l + \frac{1}{19} \rightarrow (11l + \frac{1}{19}) \bmod 30 = e_l$$

Elenco delle epatte lunari. Formato quasi-tabulare nel testo. Ricordiamo la stipulazione $30 \bmod 30 = 30$.

<i>l</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>e_l</i>	$11 \frac{1}{19}$	$22 \frac{2}{19}$	$3 \frac{3}{19}$	$14 \frac{4}{19}$	$25 \frac{5}{19}$	$6 \frac{6}{19}$	$17 \frac{7}{19}$	$28 \frac{8}{19}$	$9 \frac{9}{19}$	$20 \frac{10}{19}$
<i>l</i>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
<i>e_l</i>	$1 \frac{11}{19}$	$12 \frac{12}{19}$	$23 \frac{13}{19}$	$4 \frac{14}{19}$	$15 \frac{15}{19}$	$26 \frac{16}{19}$	$7 \frac{17}{19}$	$18 \frac{18}{19}$	30	

Il giorno addizionale sulla parte intera delle epatte al ciclo 19 risulta dall'accumulo dei diciannovesimi; questo accumulo 'motiva' anche il giorno addizionale nei cicli da 17 a 19 (*saltus lunae*) nell'algoritmo per il calcolo della base della Pasqua legale (cf. sez. 6). Presento per comodità in un'unica tabella i dati principali relativi al ciclo lunare: epatte; collocazione degli anni intercalari; data della Pasqua legale.

<i>l</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
<i>e_l</i>	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	8	19	30
<i>int.</i>			*		*			*			*			*		*			*
<i>p</i>	2	22	10	30	18	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	17	5	25	13

¹³⁸ L'incongruenza di dichiarare $\frac{1}{4}$ trascurabile (per motivi d'altronde per niente chiari) e poi tener conto di $\frac{1}{19}$ è patente. Il problema è quello spiegato nella nota 108 *supra*. Psello (REDL 1927-30, libro II, sez. 27) lo ha perfettamente chiaro, e usa la soluzione, assunta come nota, per stimare con precisione la lunghezza del mese lunare sinodico. Va da sé che la frazione $\frac{1}{19}$ è inserita per far quadrare il ritardo cumulativo delle epatte con un numero intero di mesi lunari 'pieni'.

¹³⁹ Psello calcola gli 'anni lunari' da Pasqua legale a Pasqua legale, con la convenzione che il primo 'anno lunare' intercalare termina con la Pasqua legale del primo anno del ciclo lunare; si veda REDL 1927-30, libro II, sez. 25.

13. Che cosa sono le epatte solari?

Le epatte solari sono calcolate a partire dall'eccesso in giorni di un anno solare sulle 52 settimane. Le epatte funzionano modulo 7; sono chiamate dai Greci 'giorni degli dei' (ἡμέραι τῶν θεῶν). Algoritmo implicito nel testo, dove le parti frazionarie 'passano attraverso' il modulo:

$$(s) \rightarrow (1 \frac{1}{4})s \bmod 7 = e_s.$$

Ricordiamo la stipulazione $7 \bmod 7 = 7$. Segue un esempio paradigmatico di calcolo delle epatte solari dei primi sei cicli.

14. Esposizione del ciclo solare di ventotto anni, quante epatte si trovano in ciascun anno

Lista delle epatte solari trattate nella sezione precedente. Formato quasi-tabulare nel testo.

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
e_s	$1 \frac{1}{4}$	$2 \frac{1}{2}$	$3 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	5	$6 \frac{1}{4}$	$7 \frac{1}{2}$	$1 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	3	$4 \frac{1}{4}$	$5 \frac{1}{2}$	$6 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	1	$2 \frac{1}{4}$	$3 \frac{1}{2}$
s	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
e_s	$4 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	6	$7 \frac{1}{4}$	$1 \frac{1}{2}$	$2 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	4	$5 \frac{1}{4}$	$6 \frac{1}{2}$	$7 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	2	$3 \frac{1}{4}$	$4 \frac{1}{2}$	$5 \frac{1}{2} \frac{1}{4}$	7

La stessa lista ma senza le parti frazionarie; semplice elenco nel testo.

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
e_s	1	2	3	5	6	7	1	3	4	5	6	1	2	3
s	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
e_s	4	6	7	1	2	4	5	6	7	2	3	4	5	7

Algoritmo, che tiene conto del contributo degli anni bisestili:

$$(s) \rightarrow s + \lfloor \frac{s}{4} \rfloor \rightarrow (s + \lfloor \frac{s}{4} \rfloor) \bmod 7 = e_s.$$

A.6. Il Computo e i frammenti di calcolo frazionario nel Par. suppl. gr. 387, ff. 149v, 157r-158r e 209r-210v

Quest'appendice contiene il Computo e due frammenti di calcolo frazionario rintracciabili nel Par. suppl. gr. 387. Li presento al lettore anche per rendere chiaro il registro linguistico cui normalmente accedono testi di questo genere¹⁴⁰. Ho pertanto normalizzato soltanto la punteggiatura e la conseguente baritonesi.

¹⁴⁰ La correzione di alcune lezioni è segnalata in apparato.

Κράτησον τὴν ποστὴν τοῦ μηνὸς τῷ δηλωνότι ἔτυχε τὸ νομικὸν Φάσκα, καὶ ἔκβαλε αὐτὴν ἀπὸ τῆς ὀλότητος τῶν ἡμερῶν τοῦ μηνός· εἰς δὲ τὰς ἐναπολειφθῆσας ἡμέρας ἐπίβαλον ἀπὸ τοῦ ἐρχομένου ἐνιαυτοῦ ἐκ τῆς ἀρχῆς τοῦ Μαρτίου μηνὸς ἡμέρας ὅσας χρήξεις εἰς ἀναπλήρωσιν ἡμερῶν ν· εἰ δ' οὐ σώσει ὁ Μάρτιος, ἔπαρον καὶ ἀπὸ τοῦ Ἀπριλλίου ἡμέρας ὅσας χρήξης εἰς ποσότητα τοῦ ν ἀριθμοῦ. οἷον ἔστω καθ' ὑπόδειξιν ἐν τῷ ,ζωιδ^ω ἔτυχε τὸ νομικὸν Φάσκα εἰς τὴν πρώτην τοῦ Ἀπριλλίου μηνός. ζητῶ γοῦν εὔρεϊν ἀπὸ ταύτης τῆς μεθόδου τὸ Φάσκα τοῦ ἐπιόντος ἐνιαυτοῦ, καὶ ποιῶ οὕτως. ἐκβάλλα τὴν μίαν ἀπὸ τὰς ὅλας τοῦ Ἀπριλλίου· λοιπὸν κθ· ταύταις ἐπιβάλλα καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ Μαρτίου ἡμέρας κα· καὶ γίνονται ὁμοῦ ἡμέρες ν, ὡς δηλονότι κατὰ τὸν ἐπιόντα χρόνον εἰς τὴν κα Μαρτίου μέλλει γενέσθαι τὸ νομικὸν Φάσκα.

Traduzione

Tieni la data del mese, chiaramente quella in cui capita la Pasqua legale, e decurtala dalla totalità dei giorni del mese; carica sui giorni rimasti quanti giorni ti abbisognano, «presi» dall'anno in corso a partire dall'inizio del mese di Marzo, per completare 50 giorni; e se Marzo non basterà, leva anche da Aprile quanti giorni t'abbisognano per la quantità del numero 50. Ecco, per illustrazione, sia che nel 6814 la Pasqua legale è capitata al primo del mese di Aprile. Cerco adunque di trovare, a partire da questa procedura, la Pasqua dell'anno prossimo, e faccio così. Decurto un «giorno» dal totale di quelli di Aprile; resto 29; metto 'ngopp' a questi anche 21 giorni dall'inizio di Marzo; e risultano messi insieme 50 juorne, di modo che, chiaramente, l'anno prossimo la Pasqua legale va ad essere al 21 di Marzo.

Commento

Questo brevissimo Computo mostra come calcolare la data della Pasqua legale in un anno assegnato a partire da quella dell'anno precedente. A questo scopo, occorre calcolare il numero di giorni che mancano da quest'ultima data alla fine del mese in cui essa cade e contarne poi, a partire dal 1° marzo, quanti ne siano necessari per arrivare a 50¹⁴¹. La data raggiunta, che sia in marzo o in aprile, è quella della Pasqua legale dell'anno successivo. Algoritmo:

$(p_l) \rightarrow$

$$| p_l \in M, 31 - p_l \rightarrow 50 - (31 - p_l) -: 1_M = p_{l+1}.$$

$$| p_l \in A, 30 - p_l \rightarrow 50 - (30 - p_l) -: 1_M = p_{l+1}.$$

Pertanto, $p_{l+1} = p_l + 19 -: 1_M$ oppure $p_{l+1} = p_l + 20 -: 1_M$ a seconda che p_l cada in marzo oppure in aprile. Dal momento che $p_l + 20 \equiv p_l - 11 \pmod{31}$ e $p_l + 19 \equiv p_l - 11 \pmod{30}$, la procedura formalizza l'osservazione che, come conseguenza della crescita annuale delle epatte di 11 unità, la data della Pasqua legale slitta all'indietro di 11 giorni da un anno del ciclo lunare al successivo, tenendo debito conto del

¹⁴¹ Per il parametro 50, si veda la sez. 6 del Computo edito nell'APPENDICE A.5.

fatto che una data che ‘esce’ dall’estremo inferiore dell’intervallo di variazione $21_M \leq p \leq 18_A$ vi ‘rientra’ dall’estremo superiore diminuità numericamente di 12 unità e non di 11¹⁴².

Seguono i due frammenti di calcolo frazionario.

ψηφιφορία περι συνθέσεως μορίων, ἐκβολῆς¹⁴³, διαιρέσεως τε καὶ πολλα|[157v]πλασιασμοῦ.
 Ἀρξώμεθα οὖν πρῶτον τὴν τῶν μορίων σύνθεσιν. γίνωσκε τούτο ἀεὶ, ὅτι ἕν ἕκαστον μόριον ἐν ἑαυτῷ ἀπὸ τοῦ παρωνύμου τούτο¹⁴⁴ ἐξέρχεται ἀριθμοῦ· παραλλείλους¹⁴⁵ δέ, εἰ μὲν περιττὰ ἅμα καὶ ἄρτια εἰσὶ τὰ μόρια καὶ πολλα, ἄλλως οὐ δύνασαι τὴν τούτων γέννησιν ἀρτίους¹⁴⁶ εὔρειν, εἰ μὴ ἕν ἐπὶ θάττερον πολλαπλασιάζεις καὶ τὸ γινόμενον ὡσαύτως ἐπὶ τὸ ἕτερον μέχρη συμπληρώσεως τῶν ἐρωτηθέντων σοι μορίων, καὶ τοῦτο ἐπ’ ἄπειρον. γίνωσκε δὲ τούτο ἀεὶ, ὅτι πολλαπλασιαζόμενα μὲν¹⁴⁷ τὰ μόρια ποιῶσι παρὸ συντιθέμενα· συντιθέμενα γὰρ μεγιστότερον ἀριθμὸν ποιῶσιν· καὶ συντιθέμενα γὰρ ἀλλήλοις τὸν ὑπόλογον ἔχουσι λόγον κατὰ τοὺς ἀριθμητικούς· ἔστι γὰρ ὑπόλογος λόγος τὸ ὑπεῖν¹⁴⁸ τὰ β τῶν δ ὑφ’ ὄλου¹⁴⁹, καὶ ἔστιν ἕτερος λόγος τὸ ὑπεῖν ὅτι τὰ β πρὸς τὰ δ· διπλάσια λαμβάνεις οὖν ταῦτα ἐν μὲν τὴν¹⁵⁰ συνθέσει κατὰ τὴν τοῦ ὑψημίου λόγου τάξιν, ὡς τὸ εἰπεῖν ὅτι τὸ ω ἐκ τῶν β συνίσταται καὶ τὸ γ^{ov} ἐκ τῶν γ καὶ τὸ δ^{ov} αὐθις ἐκ τῶν δ· ὁμοίως καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς. ἔστιν οὖν σύνθεσις μονάδων ὡς τὸ εἰπεῖν α καὶ α, β, καὶ β β, δ, καὶ γ καὶ γ, ζ, καὶ εἰς μὲν τὴν τῶν μονάδων σύνθεσιν ἄλλως¹⁵¹ γίνεται ἀριθμὸς, μείζων τούτων· εἰς δὲ τὴν τῶν μορίων σύνθεσιν τὸ ἐναντίων¹⁵² γίνεται τούτων, τὸ ω , ὡς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς τὸ διπλάσιον. λέγομεν οὖν ὅτι β^{ov} καὶ β^{ov} (ἤγουν ω καὶ ω) γίνεται α· ὡσαύτως γ^{ov} καὶ γ^{ov} , ω · δ^{ov} καὶ δ^{ov} , ω · εἰς δὲ τὰς μονάδας οὐκ ἔστι τοῦτο, ἀλλὰ λέγε· β καὶ β, δ· γ καὶ γ, ζ· δ καὶ δ, η· καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς ὁμοίως. |[158r] ὁ δὲ τῶν μορίων πολλαπλασιασμός γίνεται κατὰ τὸν πολλαπλασιασμὸν τῶν μονάδων ἀπαραλλάκτως· β γὰρ τὰ β, δ· καὶ ω τοῦ ω , δ^{ov} · λέγε γ γ, θ, καὶ γ^{ov} τοῦ γ^{ov} θ^{ov}, καὶ ἐν τοῖς λοιποῖς δὲ τῶν ἀριθμῶν τὴν αὐτὴν εὐρήσεις σημασίαν. ἀλλ’ ἐπὶ τὸ προκεῖμενον ἐπανέλθωμεν, πῶς δεῖ τὴν τῶν μορίων ποιεῖν σύνθεσιν. ὀφείλει οὖν τὰ μόρια ἄρτια εὔρισκες¹⁵³ ἕν τε τῇ συνθέσει καὶ ἐν τῷ πολλαπλασιασμῷ, ἴνα ῥαδίως ἢ τούτων γένεται σύνθεσις· καὶ εἰ μὲν δυνάμεθα πολλαὰ μόρια ἀπὸ ὀλίγον¹⁵⁴ ἐκβάλλειν ἀριθμοῦ, οὐδεὶς ὁ λόγος, ἴν’ ἐπὶ τὸν μέγιστον πορευόμεθα· εἰ δ’ οὐ δυνάμεθα, δῆλον ὅτι ἐκ τοῦ ἀρίστου¹⁵⁵ ἀριθμοῦ ταῦτα κουφίζομαι. ὑποδείγματος δὲ χάριν ἔστω ὅτι θέλωμεν συνθῆσαι ταῦτα τὰ ε μόρια, ἤγουν ω γ^{ov} δ^{ov} ζ^{ov} καὶ ι^{ov} .

¹⁴² Questo perché, quando ‘esce’ dall’estremo inferiore dell’intervallo di variazione, la Pasqua legale slitta in avanti al giorno corrispondente del mese lunare successivo, cioè a 30 giorni dopo; a questo giorno non corrisponde numericamente la stessa data nel mese calendario successivo (cioè aprile) ma la data numericamente precedente, in quanto marzo ha 31 giorni.

¹⁴³ Questa denominazione alternativa della sottrazione (ἀφαίρεσις) è ben attestata in trattati coevi o di poco precedenti: si veda ACERBI – MANOLOVA – PÉREZ MARTÍN 2018, pp. 27 e 34 n. 126.

¹⁴⁴ lege τούτω

¹⁴⁵ lege παρ’ ἀλλήλους

¹⁴⁶ lege ἀρτίως

¹⁴⁷ lege μὴ

¹⁴⁸ hic et posthac lege εἰπεῖν

¹⁴⁹ fort. lege ὑψη{μι}όλου

¹⁵⁰ lege τῇ

¹⁵¹ lege ἄλλως

¹⁵² lege ἐναντίον

¹⁵³ lege εὔρισκειν

¹⁵⁴ lege ὀλίγου

¹⁵⁵ lege μεγίστου

καὶ ῥαδίως καὶ ἀρτίως κουφίζω ταῦτα ἀπὸ τῶν β · ἄ μὲν γὰρ τοῦ β , ζ · γ° , τὰ δ · δ° , τὰ γ · ζ° , τὰ β · καὶ β° , ἡ μονάς, ἅπερ συντιθέμενα γίνονται $\iota\zeta$. τὰ οὖν $\iota\zeta$ πρὸς τὰ β τὸν ἐπίτριτον ἔχουσι λόγον· ἔχει μὲν τὰ β ἐν ἑαυτῷ ἅπαξ, ἔχει δὲ καὶ δ πλεον, ἃ εἰσὶ γ° . συντιθέμενα οὖν τὰ τοιαῦτα μέρη ποιοῦσι μονάδα μίαν καὶ μονάδος τὸ τρίτον.

Traduzione

Calcolo sulla somma, decurtazione, divisione e moltiplicazione delle parti

Iniziamo dunque in primo luogo la composizione delle parti. Sappi sempre questo, che in sé e per sé ogni e ciascuna parte deriva dal numero che gli è paronimo; nelle relazioni reciproche, invece, se le parti sono sia dispari che pari e in gran numero, non puoi trovare esattamente la loro genesi¹⁵⁶ altrimenti che moltiplicandone una per un'altra, e allo stesso modo il risultato per un'altra fino ad esaurimento delle parti oggetto del quesito, e questo indefinitamente. E sappi sempre questo, che le parti, quando sono moltiplicate, non fanno come quando sono sommate: in effetti, quando sono sommate, fanno un numero più maggiore: e infatti sommate tra loro hanno, secondo gli esperti di aritmetica, il rapporto conseguente¹⁵⁷: un rapporto conseguente è infatti dire '2 di 4', $\frac{2}{3}$ ¹⁵⁸, e tutt'altro rapporto è dire che 2 rispetto a 4: questi li prendi dunque come doppi in una somma in accordo con l'ordine del rapporto di $\frac{2}{3}$, come a dire che $\frac{1}{2}$ si costituisce a partire dal 2, $\frac{1}{3}$ dal 3 e di nuovo $\frac{1}{4}$ dal 4; similmente anche per i restanti. Una somma di unità è dunque, per dire, 1 e 1, 2, e 2 «e» 2, 4, e 3 e 3, 6, e in una somma di unità il risultato è un altro numero, maggiore di queste; nella somma di parti avviene invece il contrario di queste, $\frac{1}{2}$, come nei numeri il doppio. Diciamo dunque che $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{2}$ (ovvero $\frac{1}{2}$ ed $\frac{1}{2}$)¹⁵⁹ dà come risultato 1; allo stesso modo, $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$ ed $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$; nel caso delle unità non è questo, ma di': 2 e 2, 4; 3 e 3, 6; 4 e 4, 8; e similmente per i restanti. La moltiplicazione delle parti si svolge invece esattamente come la moltiplicazione delle unità: infatti, 2 «per» 2, 4; e $\frac{1}{2}$ di $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$; di' 3 «per» 3, 9; e $\frac{1}{3}$ di $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, e troverai la stessa congruenza di notazione nei restanti numeri. Ma veniamo al nostro argomento, come si deve fare la somma delle parti. Affinché la loro somma venga fuori facilmente, occorre dunque che le parti si trovino a esser pari sia nella somma che nella moltiplicazione; e se possiamo decurtare molte parti da un numero piccolo, non c'è alcun motivo perché procediamo verso il maggiore; se non possiamo, è chiaro che le sottraiamo dal numero maggiore. A mo' di esempio, sia che vogliamo sommare queste 5 parti, ovvero $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{12}$. E le sottraggo facilmente ed esattamente da 12: in effetti, $\frac{1}{2}$ di 12, 6; $\frac{1}{3}$, 4; $\frac{1}{4}$, 3; $\frac{1}{6}$, 2; e $\frac{1}{12}$, l'unità, che sommate danno come risultato 16. Dunque, 16 rispetto a 12 ha un rapporto epitrito: «16» ha in se stesso una volta 12, ed ha anche 4 in più, che sono $\frac{1}{3}$ «di 12». Siffatte parti, una volta sommate, fanno dunque un'unità e un terzo di unità.

¹⁵⁶ Cioè la loro somma.

¹⁵⁷ Il 'conseguente' di un rapporto è il denominatore della frazione associata. Con l'espressione incongrua – ed a mia conoscenza non attestata altrove – 'rapporto conseguente' il testo intende riferirsi ai rapporti in cui l'antecedente è minore del conseguente, cioè alle nostre frazioni proprie.

¹⁵⁸ Così misteriosamente il testo (lett. rapporto 'subemiolio'), qui e subito dopo, invece di 'metà' (ἡμισυς).

¹⁵⁹ Nel testo greco sono impiegati due segni differenti per il rapporto $\frac{1}{2}$: fuori dalla parentesi un 2 con apici frazionari, al suo interno il segno speciale per $\frac{1}{2}$.

Commento

Il testo è piuttosto confuso e verboso. Fornisce scarse istruzioni su come sommare frazioni unitarie, ma il *leitmotiv* è la classica comparazione, sotto operazioni come la somma o il prodotto, tra i comportamenti dei numeri interi e delle frazioni unitarie (ognuna delle quali, beninteso, deriva [ἐξέρχεται, συνίσταται] dall'intero corrispondente o 'paronimo' [παρώνυμος]). L'esempio riduce le frazioni $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{6} \frac{1}{12}$ allo stesso denominatore 12, somma i numeratori 6, 4, 3, 2, 1 e identifica il rapporto associato alla frazione risultante $\frac{16}{12}$ come rapporto epitrito (nel nostro linguaggio, la riduce ai minimi termini $\frac{4}{3}$).

ἀρχὴ σὺν θεῶ τῶν παραπέμπτων

Ἴσθι, ὅποταν ἐρωτηθῆς εἰς τὰ παρὰ πέμπτα, εἰς ὅσα ἐρωτηθῆς τετράπλαζε, καὶ ὑφείλον ἐπὶ τῶν ε, καὶ ὅσας πεντάδας εὐρήσεις, λογίζου ἀκαίρεον¹⁶⁰. καὶ τὰ κάτωθεν τῶν ε, λέγε καὶ αὐτὰ εἰς τὰ εε^α, ἦτοι σώσει. οἷον ὡς ἐν παραδείγματι τῶν μιᾶς εἰς τὰ παραπέμπτα. καὶ ἰδοὺ μίαν ἐρωτήθης, τετράπλασον αὐτήν· καὶ γίνονται δ· ὑφείλον αὐτὰ ἐπὶ τῶν ε οὕτως· ε ω, γ γ^{ον}· ε ι^{ον}, ς· καὶ ε λ^{ον}, ς^{ον}, ἦγουν ω ι^{ον} καὶ λ^{ον}. τῶν β, α ω¹⁶¹ ι^{ον}. καὶ ψηφίζεται οὕτως· δ β, η· ε α, ε· ε ς, β ς· ε ι^{ον}, ς. τῶν γ, β γ^{ον} καὶ ιε^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· γ δ, ιβ· ε β, ι· ε γ^{ον}, α ω· καὶ ε ιε^{ον}, γ^{ον}. τῶν δ, γ ε^{ον}. καὶ εἰπέ οὕτως· δ δ, ις· ὑφείλον ἐπὶ τῶν ε· ε γ, ιε· καὶ ε ε^{ον}, α. ἔχεις ἰδοὺ τὴν παρούσαν μέθοδον τῶν παραπέμπτων. οὕτως ποιῶν μέλλεις ἀσφάλτως εὐρίσκειν καὶ τὰ ἕτερα· οἷον εἰς ὅσα ἐρωτηθῆς εἰς τὰ πάρεκτα πεντάπλαζε, καὶ ὑφείλον ἐπὶ τῶν ς· εἰς τὰ παρ' εὔδομα, ἐξάπλαζε, καὶ ὑφείλον ἐπὶ τῶν ζ· εἰς τὰ παρ' ὄγδοα, ἐπτάπλαζε, καὶ ὑφείλον ἐπὶ τῶν η· ὁμοίως καὶ εἰς τὰ παρὰ ἔθθα, καὶ εἰς τὰ παρὰ ι^α, καὶ παρὲνδεκα, καὶ εἰς τὰ ἐξῆς. οὕτως γὰρ ποιῶν ἀεὶ ἀφελῶν ἀφ' ἐνὸς ἐκάστου μίαν καὶ τὰ ἑναπολυφθέντα πολυπλασιάζων μετὰ τῶν λοιπῶν ὑφείλε ἐπὶ |[209v] τὸ κεφάλαιον, καὶ οὕτως ποιῶν οὐδέποτε σφαλεῖς τὸ ζητούμενον.

τὰ παρὰ πέμπτα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{1}{30}$	$1 \frac{1}{2} \frac{1}{10}$	$2 \frac{1}{3} \frac{1}{15}$	$3 \frac{1}{5}$	4	$4 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{1}{30}$	$5 \frac{1}{2} \frac{1}{10}$	$6 \frac{1}{3} \frac{1}{15}$	$7 \frac{1}{5}$	8

τὰ παρ' ἕκτα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{2}{3} \frac{1}{6}$	$1 \frac{2}{3}$	$2 \frac{1}{2}$	$3 \frac{1}{3}$	$4 \frac{1}{6}$	5	$5 \frac{2}{3} \frac{1}{6}$	$6 \frac{2}{3}$	$7 \frac{1}{2}$	$8 \frac{1}{3}$

τὰ παρ' εὔδομα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{2}{3} \frac{1}{7} \frac{1}{21}$	$1 \frac{2}{3} \frac{1}{21}$	$2 \frac{1}{2} \frac{1}{14}$	$3 \frac{1}{3} \frac{1}{14} \frac{1}{42}$	$4 \frac{1}{4} \frac{1}{28}$	$5 \frac{1}{7}$	6	$6 \frac{2}{3} \frac{1}{7} \frac{1}{21}$	$7 \frac{2}{3} \frac{1}{21}$	$8 \frac{1}{2} \frac{1}{14}$

τὰ παρ' ὄγδοα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{24}$	$1 \frac{2}{3} \frac{1}{12}$	$2 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$	$3 \frac{1}{2}$	$4 \frac{1}{3} \frac{1}{24}$	$5 \frac{1}{4}$	$6 \frac{1}{8}$	7	$7 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{24}$	$8 \frac{2}{3} \frac{1}{12}$

τὰ παρὰ ἑννατα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

¹⁶⁰ lege ἀκέραιον

¹⁶¹ lege ς

$\frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$	$1 \frac{2}{3} \frac{1}{9}$	$2 \frac{2}{3}$	$3 \frac{1}{2} \frac{1}{18}$	$4 \frac{1}{3} \frac{1}{9}$	$5 \frac{1}{3}$	$6 \frac{1}{5} \frac{1}{45}$	$7 \frac{1}{9}$	8	$8 \frac{2}{3} \frac{1}{6} \frac{1}{18}$
--	-----------------------------	-----------------	------------------------------	-----------------------------	-----------------	------------------------------	-----------------	---	--

τὰ παραδέκατα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{30}$	$1 \frac{2}{3} \frac{1}{10} \frac{1}{30}$	$2 \frac{2}{3} \frac{1}{30}$	$3 \frac{1}{2} \frac{1}{10}$	$4 \frac{1}{2}$	$5 \frac{1}{3} \frac{1}{15}$	$6 \frac{1}{4} \frac{1}{5}^{162}$	$7 \frac{1}{5}$	$8 \frac{1}{10}$	9

Traduzione

Inizio, a Dio piacendo, dei quintinmeno¹⁶³

Ecco qui, quando ti si richieda «tot» per i quintinmeno, quadruplica per il tot che ti si richiede, e sottrai a 5 a 5, e quante pentadi troverai, contale da sole, e ciò che è al di sotto di 5, chiamali anch'essi 5ⁱ, oppure basterà¹⁶⁴. Ecco, sull'esempio di un'«unità» per i quintinmeno. Ed ecco, ti è richiesta un'«unità», quadruplicala; e risultano 4; sottraili a 5 a 5 così: 5 «per» $\frac{2}{3}$, $3 \frac{1}{3}$; 5 «per» $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$; e 5 «per» $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{6}$, ovvero $\frac{2}{3} \frac{1}{10}$ e $\frac{1}{30}$. Di 2, $1 \frac{1}{2} \frac{1}{10}$. E si calcola così: 4 «per» 2, 8; 5 «per» 1, 5; 5 «per» $\frac{1}{2}$, $2 \frac{1}{2}$; 5 «per» $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$. Di 3, $2 \frac{1}{3}$ e $\frac{1}{15}$. E di' così: 3 «per» 4, 12; 5 «per» 2, 10; 5 «per» $\frac{1}{3}$, $1 \frac{2}{3}$; e 5 «per» $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{3}$. Di 4, $3 \frac{1}{3}$. E di' così: 4 «per» 4, 16; sottrai a 5 a 5: 5 «per» 3, 15; e 5 «per» $\frac{1}{5}$, 1. Ecco, hai la presente procedura dei quintinmeno. Facendo così troverai senza fallo anche gli altri; ecco, quintuplica il tot che ti si richiede per i sestinmeno, e sottrai a 6 a 6; per i settimnmeno, sestuplica, e sottrai a 7 a 7; per gli ottavinmeno, settuplica, e sottrai a 8 a 8; similmente anche per noninmeno, e per i deciminmeno, e undicesinmeno, e per quelli di seguito. Così facendo, infatti, sottraendo sempre un'«unità» da ogni e ciascuno e moltiplicando ciò che resta con i restanti sottrai a denominatore a denominatore, e facendo così non sbaglierai mai quello che cerchi.

Commento

Il testo mostra come calcolare frazioni che sono l'inverso di epimoriche¹⁶⁵ di numeri interi sull'esempio di $\frac{4}{5}$; è seguito da una lista dei risultati, in cui le frazioni vanno da $\frac{4}{5}$ a $\frac{9}{10}$ e i numeri interi da 5 a 10. La procedura prevede di moltiplicare il numero intero assegnato per il numeratore della frazione in questione, sottrarre dal risultato il massimo multiplo del denominatore, quindi fare lo stesso con suoi «multipli» per frazioni unitarie, inclusa beninteso $\frac{2}{3}$. L'algoritmo termina quando non resta più niente da sottrarre. In questo caso, la troppo stringata procedura presuppone il risultato finale in quanto non sono fornite istruzioni per selezionare le frazioni unitarie per cui moltiplicare il denominatore della frazione assegnata. Un esempio tratto dal testo: trovare i $\frac{4}{5}$ di 3. Il risultato è $2 \frac{1}{3} \frac{1}{15}$. Primo passo: $3 \times 4 = 12$. Occorre quindi arrivare a 12 prendendo opportuni «multipli» di 5: $5 \times 2 = 10$; $5 \times \frac{1}{3} = 1 \frac{2}{3}$; $5 \times \frac{1}{15} = \frac{1}{3}$. In effetti $10 + 1 \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 12$. Di fatto, una volta che siano sottratti multipli interi del denominatore, resta una frazione propria, in questo caso $\frac{2}{5}$ in quanto $3 \times \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{5} = 2 + \frac{2}{5}$, e basta rivolgersi a una tabella di decomposizione di frazioni in frazioni unitarie per ottenere il risultato finale.

¹⁶² lege $6 \frac{1}{5} \frac{1}{10}$

¹⁶³ I «quintinmeno» (un mio neologismo, ovviamente) sono la classe di equivalenza della nostra frazione $\frac{4}{5}$; i «sestinmeno» sono la classe di equivalenza della nostra frazione $\frac{5}{6}$, etc.

¹⁶⁴ Quello che si deve fare è chiaro, la formulazione molto meno: ho un poco forzato la traduzione.

¹⁶⁵ In una frazione epimorica ridotta ai minimi termini il numeratore supera il denominatore di un'unità.

Vediamo infine le due liste di frazioni ed il testo al f. 210r-v.

τὰ πεμπτοδέκατα

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{1}{5} \frac{1}{10}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{10}$	$\frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{30}$	$1 \frac{1}{5}$	$1 \frac{1}{2}$	$1^{166} \frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{30}$	$2 \frac{1}{5}^{167}$	$2 \frac{1}{3} \frac{1}{15}$	$2 \frac{2}{3} \frac{1}{30}$	3

τὰ εὐδομοεννατα πεντακαιδέκατα

1	2	3	4	5
$\frac{1}{4} \frac{1}{15} \frac{1}{70} \frac{1}{52}^{168}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{10} \frac{1}{30} \frac{1}{126}$	$\frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{30} \frac{1}{90} \frac{1}{1260}$	$1 \frac{1}{4} \frac{1}{32} \frac{1}{1260} \frac{1}{2120}^{170} \frac{1}{10080}$	$1 \frac{1}{2} \frac{1}{10} \frac{1}{315}$
6	7	8	9	10
$1 \frac{2}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{140}$	$2 \frac{1}{6} \frac{1}{70}^{171}$	$2 \frac{1}{2} \frac{1}{16} \frac{1}{630} \frac{1}{1260} \frac{1}{2040}^{172}$	$2 \frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{1}{70} \frac{1}{210}$	$3 \frac{1}{15} \frac{1}{158} \frac{1}{60900}^{173}$

ἔστι δὲ ἡ μέθοδος τῶν τούτων οὕτως. ὅσον τὰ πεμπτοδέκατα πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ἀποτελοῦσιν ἀριθμὸν ν, ὡς τὸ ε ι, ν, καὶ ἐξέρχονται τὰ πέμπτα καὶ δέκατα ἀπὸ τῶν ν. καὶ ὅταν θέλεις ἐνώσαι ε^{ον} καὶ ι^{ον}, ποιεὶ οὕτως. λέγε πρῶτον ε ι, ν· εἶτα εἶπέ· πέντε καὶ δέκα, δεκαπέντε· ταῦτα τὰ ιε εἶδε τί μέρος εἰσὶ τῶν πενήκοντα· καὶ εἰσὶ τὰ μὲν ι, ε^{ον}, τὰ δὲ ε, ι^{ον}. εἰ δὲ θέλεις ἐνώσαι β ε^α καὶ β ι^α, ἴσθι ὅτι ἐὰν τὸ α ε^{ον} ἀνάγκη ἀπὸ τὸ ἀκέραιον ι, τὸ δὲ ι^{ον}, ε, ἀνάγκη τὰ β θέλουσιν ἔχειν κ, καὶ τὰ ἕτερα β, ι· καὶ γίνονται |[210ν] ὁμοῦ λ· ταῦτα εἶδε τί μέρος εἰσὶ τῶν ν· καὶ εἰ τί, σώσει αὐτὸ, καὶ λέγε εἶναι τῶν β εἰς τὰ πεμπτοδέκατα.

ὁμοίως καὶ εἰς τὰ εὐδομοέννατα καὶ εἰς τὰ τρισκαιδεκατοπεντακαιδέκατα. οὕτως οὖν ποιῶν μέλλεις εὐρίσκειν ἀσφάλτως τὰ ζητούμενα· θεωρεῖ γὰρ πόθεν ἐξέρχονται, καὶ τότε ποιεὶ ὡσπερ ἐδιδάχθης εἰς τὰ πεμπτοκαιδέκατα, καὶ μέλλεις εὐρίσκειν.

Traduzione

La procedura per questi è come segue. I quintodecimi moltiplicati tra loro completano il numero 50 in quanto 5 <per> 10, 50, e i quinti e i decimi derivano da 50. E quando vuoi riunire $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{10}$, fa' così. Di' in primo luogo 5 <per> 10, 50; poi di': cinque e dieci, quindici; questi 15, riconosci quale parte sono di cinquanta: e sono 10, $\frac{1}{5}$, e 5, $\frac{1}{10}$. Se invece vuoi riunire $2 \frac{1}{5}$ e $2 \frac{1}{10}$, sappi che qualora $1 \frac{1}{5}$ da solo sia necessariamente 10, ed $\frac{1}{10}$, 5, necessariamente 2 hanno da essere 20, e gli altri 2, 10; e messi insieme risultano 30; questi, riconosci quale parte sono di cinquanta; e se una qualche <parte>, basta quella, e di' che <quella parte> sono 2 per i quintodecimi.

Similmente anche per settimononi e per i tredicesimoquindicesimi. Facendo dunque così troverai senza fallo quello che cerchi: considera infatti da dove derivano, e allora fai come ti è stato insegnato per i quintodecimi, e troverai.

¹⁶⁶ lege $1 \frac{1}{2} \frac{1}{5} \frac{1}{10}$

¹⁶⁷ lege $\frac{1}{10}$

¹⁶⁸ $\frac{1}{70} \frac{1}{52}$] lege $\frac{1}{252}$

¹⁶⁹ lege $\frac{1}{14}$

¹⁷⁰ lege $\frac{1}{2520}$

¹⁷¹ corruptum uel erratum : valet e.g. $2 \frac{1}{6} \frac{1}{18} \frac{1}{70} \frac{1}{126}$

¹⁷² lege $\frac{1}{5040}$

¹⁷³ corruptum uel erratum : valet e.g. $3 \frac{1}{5} \frac{1}{180} \frac{1}{1260}$

Commento

La prima lista presenta (con due errori di copia) la frazione $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$ dei numeri da 1 a 10; il testo che segue la seconda lista mostra come fare a sommare $\frac{1}{5}$ ed $\frac{1}{10}$ per riduzione al denominatore comune: $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} \rightarrow \frac{10}{50} + \frac{5}{50} = \frac{15}{50}$, con riprova finale. Per trovare $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ di 2, l'algoritmo esposto è $\frac{2}{5} + \frac{2}{10} \rightarrow \frac{2 \times 10}{50} + \frac{2 \times 5}{50} \rightarrow \frac{20}{50} + \frac{10}{50} = \frac{30}{50}$, che poi andrà decomposto in frazioni unitarie. Il paragrafo finale generalizza ad altre frazioni. La seconda lista presenta, con un certo numero di errori di trascrizione o di calcolo, la frazione $\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{15}$ dei numeri da 1 a 10.

BIBLIOGRAFIA

- ACERBI 2017 = F. ACERBI, *I problemi aritmetici attribuiti a Demetrio Cidone e Isacco Argiro*, «Estudios bizantinos», 5 (2017), pp. 131-206.
- ACERBI 2019a = F. ACERBI, *Byzantine Rechenbücher: An Overview, with an Edition of Anonymi L and J*, «JÖB», 69 (2019), pp. 1-57.
- ACERBI 2019b = F. ACERBI, *How to Spell the Greek Alphabet Letters?*, «Estudios bizantinos», 7 (2019), pp. 119-130.
- ACERBI 2019c = F. ACERBI, *Arithmetic and Logistic, Geometry and Metrology, Harmonic Theory, Optics and Mechanics*, in S. LAZARIS (ed. by), *A Companion to Byzantine Science*, Leiden 2019, pp. 105-159.
- ACERBI 2020 = F. ACERBI, *Interazioni fra testo, tavole e diagrammi nei manoscritti matematici e astronomici greci*, in *La conoscenza scientifica nell'Alto Medioevo*. Atti della LXVII Settimana di Studio, Spoleto, 25 aprile – 1 maggio 2019, Spoleto 2020, pp. 585-621.
- ACERBI – GIOFFREDA 2019 = F. ACERBI – A. GIOFFREDA, *Manoscritti scientifici della prima età paleologa in scrittura arcaizzante*, «Scripta», 12 (2019), pp. 9-52.
- ACERBI – MANOLOVA – PÉREZ MARTÍN 2018 = F. ACERBI – D. MANOLOVA – I. PÉREZ MARTÍN, *The Source of Nicholas Rhabdas' Letter to Khatzykes: An Anonymous Arithmetical Treatise in Vat. Barb. gr. 4*, «JÖB», 68 (2018), pp. 1-37.
- ACERBI – VITRAC 2014 = *Héron d'Alexandrie, Metrica*, ed. F. ACERBI – B. VITRAC, Pisa – Roma 2014.
- ALLARD 1977 = A. ALLARD, *Le premier traité byzantin de calcul indien: classement des manuscrits et édition critique du texte*, «RHT», 7 (1977), pp. 57-107.
- ALLARD 1981 = A. ALLARD, *Maxime Planude, Le grand calcul selon les Indiens*, Louvain-la-Neuve 1981.
- BAGNALL – WORP = R. S. BAGNALL, K. A. WORP, *Chronological Systems of Byzantine Egypt*, Leiden – Boston 2004.
- BAILLET 1892 = J. BAILLET, *Le papyrus mathématique d'Akhmîn*, «Mémoires publiés par les membres de la Mission Archéologique Française au Caire», 9,1 (1892), pp. 1-89.

- BIANCONI 2006 = D. BIANCONI, *Le pietre e il ponte ovvero identificazioni di mani e storia della cultura*, «Bizantinistica» 8 (2006), pp. 135-181.
- BLOMQUIST 1969 = J. BLOMQUIST, *Greek Particles in Hellenistic Prose*, Lund 1969.
- BOER 1958 = E. BOER, *Pauli Alexandrini elementa apotelesmatica*, Lipsiae 1958.
- CANART 1977 = P. CANART, *Un style d'écriture livresque dans les manuscrits chypriotes du XIV^e siècle: la chypriote "bouclée"*, in J. GLÉNISSON – J. BOMPAIRE – J. IRIGOIN (éd. par), *La paléographie grecque et byzantine. Actes du Colloque Paris, 21-25 octobre 1974*, Paris 1977,
- CANART 2008 = P. CANART, *Études de paléographie et de codicologie*, I-II, Città del Vaticano 2008.
- CARELOS 1996 = P. CARELOS, *Βαρλαάμ τοῦ Καλαβροῦ, Λογιστικῆ. Barlaam von Seminara, Logistiké*, Athens – Paris – Bruxelles 1996.
- CONCASTY 1967 = M.-L. CONCASTY, *Un manuscrit scolaire (?) de mathématiques*, «Scriptorium» 21 (1967), pp. 284-288.
- DIEKAMP 1900 = F. DIEKAMP, *Der Mönch und Presbyter Georgios, ein unbekannter Schriftsteller des 7. Jahrhunderts*, «BZ», 9 (1900), pp. 14-51.
- FOWLER 1999 = D. H. FOWLER, *The Mathematics of Plato's Academy*, Oxford 1999.
- GIACOMELLI 2014 = C. GIACOMELLI, *Un altro codice della biblioteca di Niceforo Gregora: il Laur. Plut. 86, 3 fonte degli estratti nel Pal. gr. 129*, «QS», 80 (2014), pp. 217-237.
- GIACOMELLI 2020 = C. GIACOMELLI, *Il trattato Ps.-Aristotelico Περί θαυμασίων ἀκουσμάτων: storia del testo*, Berlin 2020.
- GRUMEL 1958 = V. GRUMEL, *Traité d'études byzantines. I. La Chronologie*, Paris 1958.
- HENDY 1969 = M. F. HENDY, *Coinage and Money in the Byzantine Empire 1091-1261*, Washington (D.C.) 1969.
- HONIGMANN 1929 = E. HONIGMANN, *Die sieben Klimata und die Πόλεις Ἐπίσημοι*, Heidelberg 1929.
- HOO = *Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia*, I-V, ed. J. L. HEIBERG – L. NIX – W. SCHMIDT – H. SCHÖNE, Lipsiae 1899-1914.
- HULTSCH 1864 = F. HULTSCH, *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae*, Berlin 1864.
- HUNGER – VOGEL 1963 = H. HUNGER – K. VOGEL, *Ein byzantinisches Rechenbuch des 15. Jahrhunderts*, Wien 1963.
- JONES 1999 = A. JONES, *Astronomical Papyri from Oxyrhynchus*, I-II, Philadelphia 1999.
- KARNTHALER 1933 = F. P. KARNTHALER, *Die chronologischen Abhandlungen des Laurent. Gr. Plut. 57, Cod. 42. 154-162^v*, «Byzantinisch-neugriechische Jahrbücher», 10 (1933), pp. 1-64.
- KNORR 1982 = W. R. KNORR, *Techniques of Fractions in Ancient Egypt and Greece*, «HM», 9 (1982), pp. 133-171.
- KUBITSCHKEK 1915 = W. KUBITSCHKEK, *Die Kalendarbücher von Florenz, Rom und Leiden*, Wien 1915.
- LEFORT ET AL. 1991 = J. LEFORT – R.-C. BONDOUX – J.-C. CHEYNET – J.-P. GRELOIS – V. KRAVARI – J.-M. MARTIN, *Géométries du fisc byzantin*, Paris 1991.

- LEMERLE 1971 = P. LEMERLE, *Le premier humanisme byzantin*, Paris 1971.
- LEMPIRE 2007 = J. LEMPIRE, *Le calcul de la date de Pâques dans les traités de S. Maxime le Confesseur et de Georges, moine et prêtre*, «Byzantion», 77 (2007), pp. 267-304.
- LETRONNE 1816 = J.-A. LETRONNE, *Recherches critiques, historiques et géographiques sur les fragments d'Héron d'Alexandrie, ou du système métrique égyptien ... depuis le règne des pharaons jusqu'à l'invasion des Arabes. Ouvrage posthume couronné en 1816 par l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, revu et mis en rapport avec les principales découvertes faites depuis par A. J. H. Vincent*, Paris 1851.
- LÉVY – VITRAC 2018 = T. LÉVY – B. VITRAC, *Hero of Alexandria and Mordekhai Komtino: The Encounter between Mathematics in Hebrew and the Greek Metrological Corpus in Fifteenth-Century Constantinople*, «Aleph», 18 (2018), pp. 181-262.
- LINGENTHAL 1857 = C. E. Z. von LINGENTHAL, *Jus Graeco-Romanum, Pars III, Novellae constitutiones*, Lipsiae 1857.
- MANIACI 2004 = M. MANIACI, *Il codice greco 'non unitario'. Tipologie e terminologia*, «S&T», 2 (2004), pp. 75-107.
- MARTIN 1854 = Th.-H. MARTIN, *Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie*, Paris 1854.
- MEEUS 2002 = J. MEEUS, *More Mathematical Astronomy Morsels*, Richmond (VA) 2002.
- MENTZ 1906 = A. MENTZ, *Beiträge zur Osterfestberechnung bei den Byzantinern*, Diss. Königsberg 1906.
- DE MONTFAUCON 1708 = B. DE MONTFAUCON, *Palaeographia Graeca*, Parisiis 1708.
- DE MONTFAUCON – LOPIN – POUGET 1688 = B. DE MONTFAUCON – J. LOPIN – A. POUGET, *Analecta Graeca*, Lutetiae Parisiorum 1688.
- MORAUX ET AL. 1976 = P. MORAUX – D. HARLFINGER – D. REINSCH – J. WIESNER, *Aristoteles Graecus. Die griechischen Manuskripte des Aristoteles. Erster Band, Alexandrien–London*, Berlin – New York 1976.
- MORRISON 1979 = C. MORRISON, *La logarikhè: Réforme monétaire et réforme fiscale sous Alexis I^{er} Comnène*, «T&M», 7 (1979), pp. 419-464.
- MOSSHAMMER 2008 = A. A. MOSSHAMMER, *The Easter Computus and the Origins of the Christian Era*, Oxford 2008.
- NEUGEBAUER 1975 = O. NEUGEBAUER, *A History of Ancient Mathematical Astronomy*, New York – Heidelberg – Berlin 1975.
- NEUGEBAUER 1979a = O. NEUGEBAUER, *Ethiopic Astronomy and Computus*, Wien 1979.
- NEUGEBAUER 1979b = O. NEUGEBAUER, *Ethiopic Easter Computus*, «OC», 63 (1979), pp. 87-102.
- NEUGEBAUER 1988 = O. NEUGEBAUER, *Abu Shaker's Chronography*, Wien 1988.
- PEDEN 2003 = A. M. PEDEN, *Abbo of Fleury and Ramsey: Commentary on the Calculus of Victorius of Aquitaine*, Oxford 2003.

- PÉREZ MARTÍN 2009 = I. PÉREZ MARTÍN, *Al calor del texto antiguo: la lectura de textos matemáticos en Bizancio*, in I. MONTEIRA ARIAS – A. BELÉN MUÑOZ MARTÍNEZ – F. VILLASEÑOR SEBASTIÁN (ed. por), *Relegados al margen: marginalidad y espacios marginales en la cultura medieval*, Madrid 2009, pp. 55-68.
- REDL 1927-30 = G. REDL, *La chronologie appliquée de Michel Psellos*, «Byzantion», 4 (1927-28), pp. 197-236, 5 (1929-30), pp. 229-286.
- REDL 1930a = G. REDL, *Studien zur technischen Chronologie des Michael Psellos*, «Byzantinisch-neugriechische Jahrbücher», 7 (1930), pp. 305-351.
- REDL 1930b = G. REDL, *Untersuchungen zur technischen Chronologie des Michael Psellos*, «BZ», 29 (1930), pp. 168-187.
- RHALLES – POTLES 1859 = G. RHALLES – M. POTLES, *Σύνταγμα τῶν θείων καὶ ἱερῶν κανόνων κατὰ στοιχείου*, VI, Αθήναι 1859.
- ROBBINS 1923 = F. E. ROBBINS, *A Greco-Egyptian Mathematical Papyrus*, «CPh», 18 (1923), pp. 328-333.
- ROBBINS 1929 = F. E. ROBBINS, *P. Mich. 620: A Series of Arithmetical Problems*, «CPh», 24 (1929), pp. 321-329.
- RÜHL 1897 = F. RÜHL, *Chronologie des Mittelalters und der Neuzeit*, Berlin 1897.
- SAFFREY – SEGONDS – LUNA 2001 = D. SAFFREY – A.-PH. SEGONDS – C. LUNA, *Marinus, Proclus ou sur le bonheur*, Paris 2001.
- SCHILBACH 1970 = E. SCHILBACH, *Byzantinische Metrologie*, München 1970.
- SCHISSEL 1934 = O. SCHISSEL, *Note sur un Catalogus Codicum Chronologorum Graecorum*, «Byzantion», 9 (1934), pp. 269-295.
- SCHISSEL – ELLEND 1942 = O. SCHISSEL – M. ELLEND, *Berechnung des Sonnen, Mond und Schaltjahrszirkels in der griechisch-christlichen Chronologie*, «BZ», 42 (1942), pp. 150-157.
- STERN 2012 = S. STERN, *Calendars in Antiquity. Empire, States, and Societies*, Oxford 2012.
- SVORONOS 1959 = N. SVORONOS, *Recherches sur le cadastre byzantin et la fiscalité aux XI^e et XII^e siècles: le cadastre de Thèbes*, «BCH», 83 (1959), pp. 1-145.
- TANNERY 1886 = P. TANNERY, *Notice sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas*, «Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque Nationale», 32 (1886), pp. 121-252, rist. ID., *Mémoires scientifiques*, IV, Toulouse-Paris 1920, pp. 61-198.
- TANNERY 1893-95 = P. TANNERY, *Diophanti Alexandrini opera omnia cum Graeciis commentariis* – I – II, Lipsiae 1893-95.
- TANNERY 1894a = P. TANNERY, *Le calcul des parties proportionnelles chez les Byzantins* «REG», 7 (1894), pp. 204-208, rist. ID., *Mémoires scientifiques*, IV, Toulouse-Paris 1920, pp. 283-287.
- TANNERY 1894b = P. TANNERY, *Sur les épigrammes arithmétiques de l'Anthologie palatine*, «REG», 7 (1894), pp. 59-62, rist. ID., *Mémoires scientifiques*, II, Toulouse-Paris 1912, pp. 442-446.

- TANNERY 1903-04 = P. TANNERY, *Heronis Alexandrini opera quæ supersunt omnia (vol. III)*, «JS», n.s., (marzo 1903), pp. 147-157, (aprile 1904), pp. 203-211, rist. ID., *Mémoires scientifiques*, III, Toulouse-Paris 1915, pp. 131-157.
- TIHON 2004 = A. TIHON, *Le calcul de la date de Pâques de Stéphane-Héraclius*, in B. JANSSENS – B. ROOSEN – P. VAN DEUN (eds.), *Philomathestatos. Studies in Greek and Byzantine Texts Presented to Jacques Noret for his Sixty-Fifth Birthday*, Leuven 2004, pp. 625-646.
- TIHON 2011a = A. TIHON, *Barlaam de Seminara. Traité Sur la date de Pâques*, «Byzantion», 81 (2011), pp. 362-411.
- TIHON 2011b = A. TIHON, *Πτολεμαίου Πρόχειροι Κανόνες, Les Tables Faciles de Ptolémée, volume 1a, Tables A1–A2*, Louvain-La-Neuve 2011.
- TROPFKE 1980 = J. TROPFKE, *Geschichte der Elementarmathematik*, 4. Auflage, Berlin – New York 1980.
- TURYN 1964 = A. TURYN, *Codices graeci Vaticani saeculis XIII et XIV scripti annorumque notis instructi*, Città del Vaticano 1964.
- USENER 1912-14 = H. USENER, *Kleine Schriften*, I-IV, Leipzig – Berlin 1912-14.
- VITRAC 1992 = B. VITRAC, *Logistique et fractions dans le monde hellénistique*, in P. BENOIT – K. CHEMLA – J. RITTER (éd. par), *Histoire de fractions, fractions d'histoire*, Basel 1992, pp. 149-172.
- VOGEL 1930 = K. VOGEL, *Die Algebräischen Probleme des P. Mich. 620*, «CPh», 25 (1930), pp. 373-375.
- VOGEL 1968 = K. VOGEL, *Ein byzantinisches Rechenbuch des frühen 14. Jahrhunderts*, Wien 1968.