



HAL
open science

Cable lengths calculation, modelling and identification of parameters on a manipulator inspired by bird necks

Benjamin Fasquelle

► To cite this version:

Benjamin Fasquelle. Cable lengths calculation, modelling and identification of parameters on a manipulator inspired by bird necks. [Rapport Technique] LS2N, Université de Nantes; Ecole Centrale de Nantes (ECN). 2021. hal-03137199v1

HAL Id: hal-03137199

<https://hal.science/hal-03137199v1>

Submitted on 10 Feb 2021 (v1), last revised 25 Feb 2021 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Cable lengths calculation, modeling and identification of parameters on a manipulator inspired by bird necks

Benjamin Fasquelle
Ecole Centrale de Nantes,
Laboratoire des Sciences du Numérique de Nantes (LS2N)
UMR CNRS 6004, 1 rue de la Noë, 44321 Nantes
France
Email: Benjamin.Fasquelle@ls2n.fr

February 10, 2021

Contents

1	Introduction	2
2	Manipulateur	2
3	Application des forces sur le manipulateur	3
4	Longueur des câbles	3
4.1	Longeurs des câbles sans poulies	3
4.2	Prise en compte des poulies	3
5	Modèle dynamique	8
5.1	Modèle dynamique de base	8
5.2	Modèle dynamique avec frottements et élasticité des câbles	8
6	Identification	9
6.1	Formules des frottements	9
6.2	Formules de l'élasticité des câbles	10
6.3	Modèle complet d'identification	10
6.4	Méthode d'identification	11
6.5	Filtrage	11
6.6	Résultats	11
6.6.1	Identification des frottements secs et frottements visqueux	11
6.6.2	Identification de l'élasticité des câbles	12
7	Conclusion	12

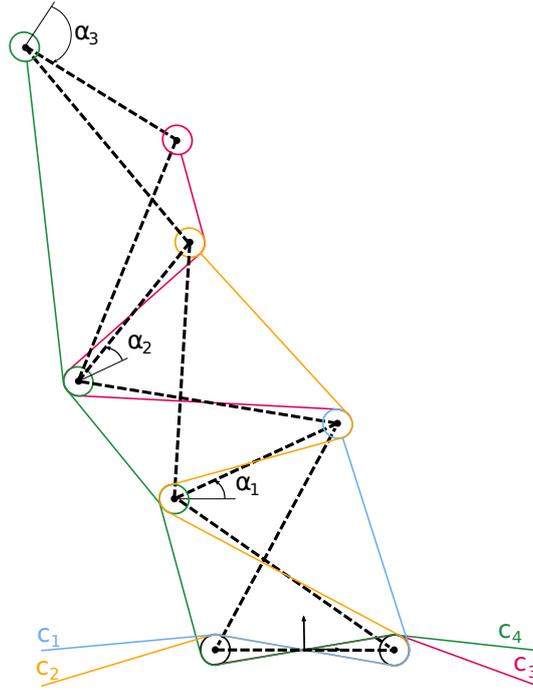


Figure 1: Câblage du manipulateur étudié.

1 Introduction

Nous allons ici détailler les modifications à apporter au calcul de la longueur des câbles lorsque l'on prend en compte les poulies.

L'application des forces sur le manipulateur est lié au câblage et la prise en compte des poulies la modifie donc.

2 Manipulateur

Nous introduisons d'abord les différentes notations qui vont nous être utiles par la suite:

- N : le nombre de module composant le manipulateur. Les modules sont numérotés de bas en haut: le module à la base du manipulateur est le module 1, celui juste au dessus le module 2, et ainsi de suite jusqu'au module le plus haut qui est le module N .
- α : le vecteur des orientations. L'orientation du module i est notée α_i .
- ϕ et ψ : les vecteurs des orientations des barres diagonales par rapport à la barre de base de chaque module. Les éléments i des ces vecteurs sont notés ϕ_i et ψ_i .
- r : le rayon des poulies. On suppose que toutes les poulies ont le même rayon.
- L : longueur des barres diagonales (identiques pour chaque module)
- b : longueur des barres de base (identiques pour chaque module)
- $l(j)$ est la longueur du câble associé au moteur j . La longueur du câble est décomposée de la manière suivante: $l(j) = l_0(j) + \sum_{i=1}^N l_i(j)$, où $l_i(j)$ est la longueur de la partie du câble j qui dépend uniquement du module i (de sa géométrie et son orientation), et $l_0(j)$ est une constante correspondant au reste du câble.

Dans ce rapport, nous nous intéressons au manipulateur représenté en Figure (1).

3 Application des forces sur le manipulateur

L'équation du mouvement du manipulateur est:

$$M\ddot{\alpha} + C(\dot{\alpha}, \alpha) + G(\alpha) = Q \quad (1)$$

où M est la matrice d'inertie, C le vecteur des forces de Coriolis et centrifuges, G le vecteur des énergies potentielles et Q le vecteur des forces généralisées.

Le travail virtuel de la force F appliquée sur un câble j est le produit de la force et du déplacement du câble:

$$\delta W = F \delta l(j) \quad (2)$$

Ainsi, le vecteur Q peut s'écrire sous la forme $Q = Z(\alpha)f$ où Z est une matrice de taille $N \times N_m$ dont les éléments sont:

$$Z(i, j) = -\frac{\partial l_i(j)}{\partial \alpha_i} \quad (3)$$

4 Longueur des câbles

4.1 Longueurs des câbles sans poulies

Si l'on considère qu'il n'y a pas de poulies, les câbles sont disposés:

- Soit le long d'une barre (strut-routed), et la longueur partielle correspondante est donc celle de la barre
- Soit sur le côté d'un module, comme les ressorts.

Il faut donc calculer les longueurs des ressorts à gauche et à droite des modules.

Soit $d(\alpha_i)$ la distance entre le milieu de la barre du bas et le milieu de la barre du haut du module i . On a:

$$d(\alpha_i) = \sqrt{L^2 - b^2 \cos^2\left(\frac{\alpha_i}{2}\right)} \quad (4)$$

Soient $l_l(\alpha_i)$ et $l_r(\alpha_i)$ les longueurs des ressorts respectivement à gauche et à droite. On a:

$$l_l(\alpha_i) = d(\alpha_i) - b \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \quad (5)$$

$$l_r(\alpha_i) = d(\alpha_i) + b \sin\left(\frac{\alpha_i}{2}\right) \quad (6)$$

Les longueurs déroulées des câbles de notre manipulateur sont donc (en partant du bas du manipulateur):

$$l_c(1) = l_r(\alpha_1) \quad (7)$$

$$l_c(2) = L + b + l_r(\alpha_2) \quad (8)$$

$$l_c(3) = 2L + 2b + l_r(\alpha_3) \quad (9)$$

$$l_c(4) = l_l(\alpha_1) + l_l(\alpha_2) + l_l(\alpha_3) \quad (10)$$

Ainsi, la matrice Z peut s'écrire sous la forme suivante:

$$Z = (Z_1 Z_2) \quad (11)$$

où Z_1 est une matrice diagonale et Z_2 un vecteur.

4.2 Prise en compte des poulies

Décomposition

Nous allons calculer les longueurs partielles des câbles passant par le module i . La longueur totale sera donc la somme de ces longueurs partielles.

Nous allons étudier quatre cas différents:

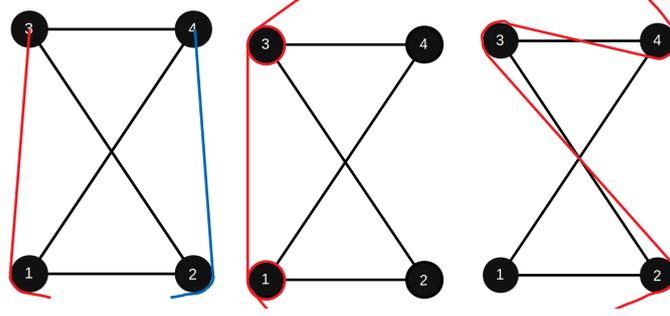


Figure 2: Les différents câblages étudiés.

- Celui où le câble passe sur la gauche du module i et est attaché au milieu de la poulie du haut.
- Celui où le câble passe sur la droite du module i et est attaché au milieu de la poulie du haut.
- Celui où le câble passe sur la gauche du module et est enroulé sur la poulie du haut pour être redirigé au dessus.
- Celui où le câble est passé en strut-routed pour actionner des modules supérieurs

Les quatre cas sont résumés en Figure (2).

Afin de délimiter les portions de câbles correspondant à chaque poulie, on prendra comme point de repère sur les poulies le point le plus bas de la poulie qui croise la verticale lorsque le manipulateur est en position droite ($\alpha = 0deg$ pour chaque module). La portion de câble correspondant à un module va donc de ce point de référence de la poulie par laquelle arrive ce câble au point d'attache si le câble s'arrête à ce module, ou au point de référence de la poulie de sortie si le câble passe également par des modules supérieurs. Il est à noter que lorsque le module est orienté d'un angle α , le point de référence sur la poulie de sortie est déplacé du même angle par rapport à la verticale.

Premier cas

La partie actionnée sur le côté est résumée sur la Figure 2 (module de gauche). Le câble rouge tire sur le côté gauche, est attaché au milieu de la poulie 3 et s'enroule autour de la poulie 1.

La longueur partielle de ce câble qui ne dépend que de ce module i peut s'écrire de la manière suivante:

$$l^{c1}(\alpha_i) = l_i^1(\alpha_i) + r\beta_1^1(\alpha_i) \quad (12)$$

où $l_i^1(\alpha_i)$ est la longueur du câble entre le centre de la poulie 3 et l'endroit où le câble entre en contact avec la poulie 1, et $\beta_1^1(\alpha_i)$ est l'angle d'enroulement du câble sur la poulie 1 à partir du point de référence. La Figure (3) montre les longueurs et les angles utiles à ce calcul.

La longueur $l_i^1(\alpha_i)$ s'obtient avec le théorème de Pythagore (à partir de l'angle droit représenté sur la Figure (3)):

$$l_i^1(\alpha_i) = \sqrt{l_l(\alpha_i)^2 - r^2} \quad (13)$$

Cet angle droit permet également de calculer l'angle A_1 :

$$A_1 = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{l_l(\alpha_i)^2 - r^2}}{r}\right) \quad (14)$$

L'angle A_2 vaut l'opposé de la moitié de l'orientation α_i du module (référence?):

$$A_2 = -\frac{\alpha_i}{2} \quad (15)$$

L'angle $\beta_1^1(\alpha_i)$ est donc:

$$\beta_1^1(\alpha_i) = \pi - \text{atan}\left(\frac{\sqrt{l_l(\alpha_i)^2 - r^2}}{r}\right) - \frac{\alpha_i}{2} \quad (16)$$

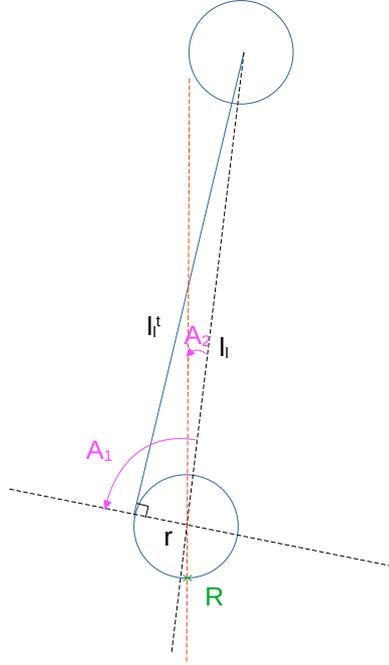


Figure 3: Actionnement d'un module sur le côté: longueurs et angles utiles au calcul. La droite rouge représente l'axe vertical. Le trait bleu correspond à la portion de câble entre le milieu de la poulie supérieure et son point de détachement de la poulie inférieure. Le point R est pris comme point de référence comme point d'arrivée du câble, et ne dépend que des modules inférieurs. L'angle d'enroulement du câble sur la poulie est donc $-A_1 + A_2 + \pi$.

L'équation (12) peut donc se réécrire:

$$l^{c1}(\alpha_i) = \sqrt{l_1(\alpha_i)^2 - r^2} + r(\pi - \text{atan}(\frac{\sqrt{l_1(\alpha_i)^2 - r^2}}{r}) - \frac{\alpha_i}{2}) \quad (17)$$

Second cas

Le second cas est le symétrique du premier (sur le côté droit au lieu du côté gauche). Avec le même raisonnement, la longueur partielle du câble est donc:

$$l^{c2}(\alpha_i) = l_r^t(\alpha_i) + r(\pi + \frac{\alpha_i}{2} - \text{atan}(\frac{\sqrt{l_r(\alpha_i)^2 - r^2}}{r})) \quad (18)$$

avec

$$l_r^t(\alpha_i) = \sqrt{l_r(\alpha_i)^2 - r^2} \quad (19)$$

Troisième cas

Le câblage étudié est celui du module du milieu de la Figure 2. Le câble s'enroule autour de la poulie 1 puis autour de la poulie 3, en liant les deux par l'extérieur.

La portion de câble qui lie les poulies 1 et 3 est de longueur $l_l(\alpha_i)$ (voire Figure (4)). On a donc:

$$l^{c3}(\alpha_i) = l_l(\alpha_i) + r(\beta_1^3(\alpha_i) + \beta_3^3(\alpha_i)) \quad (20)$$

où $\beta_k^3(\alpha_i)$ est l'angle d'enroulement du câble autour de la poulie k qui ne dépend que de l'orientation du module i .

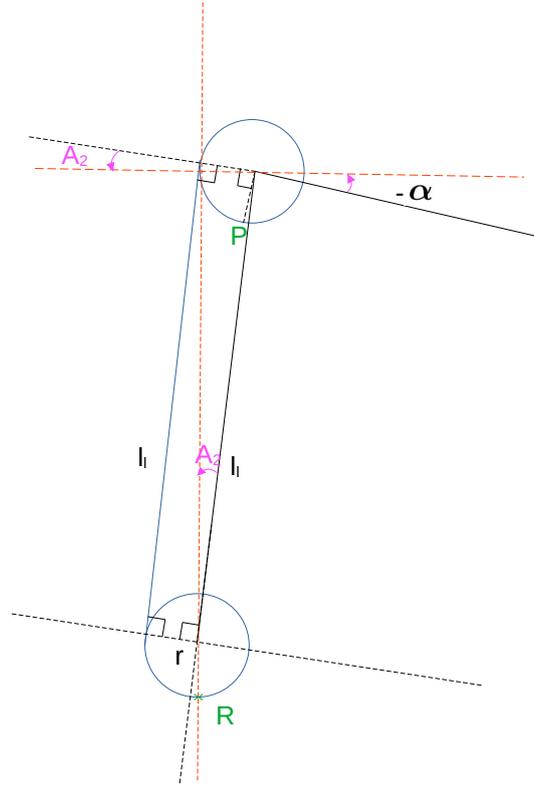


Figure 4: Actionnement d'un module (troisième cas): longueurs et angles utiles au calcul. La droite rouge représente l'axe vertical. Le trait bleu correspond à la portion de câble entre le point de détachement sur la poulie inférieure et le point de d'attache sur la poulie supérieure. Il est de même longueur que le trait noir, liant les centres des deux poulies, car ces deux segments et les angles droits formés avec les rayons tangents des poulies forment un rectangle. Le point R est pris comme point de référence comme point d'arrivée du câble, et ne dépend que des modules inférieurs. L'angle d'enroulement du câble sur la poulie inférieure est donc $(-\frac{\pi}{2} + A_2 + \pi)$. L'angle d'enroulement sur la poulie supérieure est $(\frac{\pi}{2} - \alpha + \pi - A_2)$.

D'après la Figure (4), on a:

$$\beta_1^3(i) = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2} \quad (21)$$

D'après la même figure, l'angle d'enroulement sur la poulie supérieure est:

$$\beta_3^3(i) = \frac{3\pi}{2} - \frac{\alpha_i}{2} \quad (22)$$

On en déduit que:

$$l^{c3} = l_1(\alpha_i) + r(2\pi - \alpha_i) \quad (23)$$

Quatrième cas

La partie en strut-routed est résumée sur la Figure 5. Le câble passe par la droite de la poulie 2, s'enroule par la gauche sur la poulie 3 puis s'enroule par le bas de la poulie 4.

Tout d'abord, on peut démontrer géométriquement que les portions de câbles qui lient les poulies ont une longueur constante (calculable avec le théorème de Pythagore). La longueur liant les poulies inférieure droite et supérieure gauche est ainsi $2\sqrt{(\frac{L}{2})^2 - r^2}$, et celle liant les poulies supérieurs est $2\sqrt{(\frac{b}{2})^2 - r^2}$.

On peut donc écrire:

$$l^{c4}(\alpha_i) = 2\sqrt{(\frac{L}{2})^2 - r^2} + 2\sqrt{(\frac{b}{2})^2 - r^2} + r(\beta_2^2(\alpha_i) + \beta_3^2(\alpha_i) + \beta_4^2(\alpha_i)) \quad (24)$$

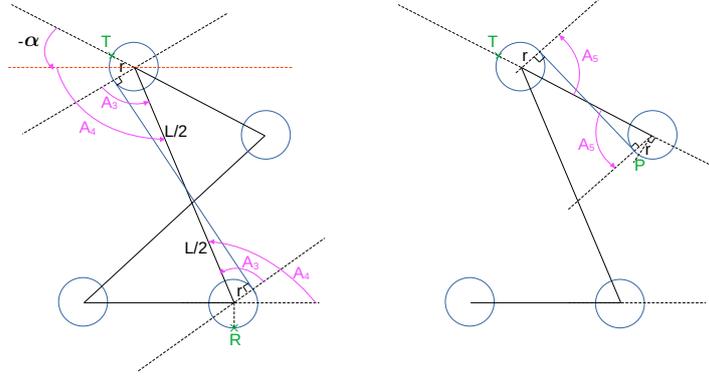


Figure 5: Actionnement d'un module (quatrième cas): longueurs et angles utiles au calcul. Les notations sont réparties sur deux dessins pour éviter la surcharge et faciliter la compréhension. La droite rouge représente l'axe horizontal. Le trait bleu correspond à la portion de câble entre le point de détachement sur une poulie et le point de d'attache sur la poulie suivante (que ce soit à gauche ou à droite). Que ce soit pour la longueur de câble le long de la barre diagonale ou celle le long de la barre horizontale, la même méthode que dans les cas précédents permet de calculer leur longueur qui est constante. Le point R est pris comme point de référence comme point d'arrivée du câble. Le point T est un point par lequel passe le câble et qui permet de faire la jonction entre les deux dessins. Le point S est pris comme référence pour le point de sortie du câble. L'angle d'enroulement du câble sur la poulie inférieure est $(\frac{\pi}{2} + A_4 - A_3)$. L'angle d'enroulement du câble sur la poulie supérieure gauche jusqu'au point T est $(-\alpha + A_4 - A_3)$ (figure gauche). L'angle d'enroulement sur cette même poulie à partir du point T est $(-A_5 + \pi)$ (figure à droite). Enfin, L'angle d'enroulement du câble sur la poulie supérieure droite est $(-A_5 + \frac{\pi}{2})$.

où $\beta_k^2(\alpha_i)$ est l'angle d'enroulement du câble autour de la poulie k qui ne dépend que de l'orientation du module i .

Les angles représentés sur la Figure (5) sont $A_3 = \text{atan}(\frac{L}{2r})$, $A_4 = \psi_i$, $A_5 = \text{atan}(\frac{b}{2r})$.

On a donc:

$$\beta_2^2(i) = \frac{\pi}{2} + \psi_i - \text{atan}(\frac{L}{2r}) \quad (25)$$

$$\beta_3^2(i) = -\alpha_i + \psi_i - \text{atan}(\frac{L}{2r}) - \text{atan}(\frac{b}{2r}) + \pi \quad (26)$$

$$\beta_4^2(i) = -\text{atan}(\frac{b}{2r}) + \frac{\pi}{2} \quad (27)$$

On en déduit donc que:

$$l^{c4}(\alpha_i) = 2\sqrt{(\frac{L}{2})^2 - r^2} + 2\sqrt{(\frac{b}{2})^2 - r^2} + r\left(\frac{\pi}{2} + \psi_i - \text{atan}(\frac{L}{2r}) - \alpha_i + \psi_i - \text{atan}(\frac{L}{2r}) - \text{atan}(\frac{b}{2r}) + \pi - \text{atan}(\frac{b}{2r}) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (28)$$

Il se trouve que ce résultat est symétrique en α . Ceci implique que le cas du strut-routed symétrique a la même longueur relative de câble.

Synthèse

Les longueurs déroulées des câbles de notre manipulateur sont donc (en partant du bas du manipulateur):

$$l_c(1) = l^{c2}(\alpha_1) \quad (29)$$

$$l_c(2) = l^{c4}(\alpha_1) + l^{c2}(\alpha_2) \quad (30)$$

$$l_c(3) = l^{c4}(\alpha_1) + l^{c4}(\alpha_2) + l^{c2}(\alpha_3) \quad (31)$$

$$l_c(4) = l^{c3}(\alpha_1) + l^{c3}(\alpha_2) + l^{c1}(\alpha_3) \quad (32)$$

Ainsi, la matrice Z peut s'écrire sous la forme suivante:

$$Z = (Z_1 Z_2) \quad (33)$$

où Z_1 est une matrice triangulaire et Z_2 un vecteur.

5 Modèle dynamique

Nous présentons maintenant le modèle dynamique de notre système. Dans un premier temps, nous présenterons un modèle dynamique de base, en supposant que les câbles sont rigides. Ensuite, nous présenterons le modèle dynamique incluant l'élasticité des câbles ainsi que les frottements moteurs.

5.1 Modèle dynamique de base

En supposant que les câbles sont rigides et en négligeant les frottements, un premier modèle dynamique peut s'écrire de la manière suivante [3]:

$$\mathbf{M}(\alpha)\ddot{\alpha} + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f} \quad (34)$$

où \mathbf{g} est le vecteur des énergies potentielles, $\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3, f_4]^T$ est le vecteur des forces appliquées par les moteurs et transmises par les câbles, \mathbf{M} est la matrice d'inertie tenant compte de l'inertie du manipulateur \mathbf{M}_m [1] et de l'inertie des moteurs:

$$\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{M}_m(\alpha) + I_a \left(\frac{R}{r_d}\right)^2 \mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{Z}(\alpha)^T \quad (35)$$

où I_a est l'inertie des moteurs. \mathbf{c} est le vecteur des effets de Coriolis, défini par \mathbf{c}_m et les effets des moteurs:

$$\mathbf{c} = \mathbf{c}_m(\alpha) + I_a \left(\frac{R}{r_d}\right)^2 \dot{\mathbf{Z}}(\alpha, \dot{\alpha})\mathbf{Z}(\alpha)^T \quad (36)$$

La loi de contrôle testé dans [3] était basée sur ce modèle dynamique, mais des grandes oscillations dans les forces appliquées étaient observables et les valeurs de α calculées pour le contrôle étaient différentes des valeurs observables. Afin d'avoir un meilleur contrôle, un modèle dynamique amélioré est proposé ci-dessous, incluant les frottements moteurs et l'élasticité des câbles.

Aucune tentative ne sera faite pour identifier les paramètres du modèle dynamique ci-dessus. En effet, toutes les données sont disponibles à partir du modèle CAO de notre prototype et des fiches techniques des moteurs du fabricant. Afin d'avoir des forces disponibles élevées \mathbf{f} , un rapport de réduction important est utilisé dans les motoréducteurs ($R=50$). De plus, comme les systèmes de tenségrité sont intrinsèquement légers, la contribution de l'inertie du manipulateur est négligeable par rapport à celle des motoréducteurs. En revanche, on note que cette dernière est prise en compte via la matrice \mathbf{Z} , qui dépend du cheminement des câbles et de α . La matrice d'inertie \mathbf{M} est donc variable et il est important d'en tenir compte dans nos modèles et dans la commande.

5.2 Modèle dynamique avec frottements et élasticité des câbles

Tous les câbles sont désormais considérés comme élastiques. En supposant que $\theta_i = 0$, $i = 1, \dots, 4$ lorsque le manipulateur est en $\alpha_i = 0$, $i = 1, \dots, 3$ au repos (c'est-à-dire avec des forces nulles appliquées et, donc, avec des allongements de câble nuls), le vecteur des allongements élastiques de câble $\mathbf{x}_c = [x_{c1}, x_{c2}, x_{c3}, x_{c4}]^T$ est défini comme:

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{l}_c - \mathbf{l}_{c0} - \frac{r_d}{R} \boldsymbol{\theta} \quad (37)$$

En d'autres termes, l'allongement de chaque câble est défini comme la différence entre sa longueur théorique telle que calculée dans la section 4.2 et la longueur de câble enroulée autour du treuil associé.

En différenciant Eq. (37) par rapport au temps, on obtient :

$$\mathbf{Z}(\alpha)^T \dot{\alpha} = \frac{r_d}{R} \dot{\theta} + \dot{\mathbf{x}}_c \quad (38)$$

Soit $\mathbf{t}_c = [t_{c1}, t_{c2}, t_{c3}, t_{c4}]^T$ le vecteur des tensions de câble et soit $\mathbf{f}_{friction}$ le vecteur des forces de frottement. La plupart des frottements se produisent dans les motoréducteurs. La modélisation du frottement dans les poulies peut être intéressante pour améliorer la précision de mesure des capteurs de force des câbles [5]. Dans cet article, aucun capteur de force à câble n'est utilisé. Nous nous concentrons donc sur les frottements provenant des motoréducteurs. Le modèle dynamique écrit pour le système composé des motoréducteurs et des câbles fournit l'équation de mouvement de θ :

$$I_a \ddot{\theta} + \frac{r_d}{R} \mathbf{t}_c + \frac{r_d}{R} \mathbf{f}_{friction} = \frac{r_d}{R} \mathbf{f} \quad (39)$$

Le modèle dynamique écrit pour le manipulateur et les câbles donne l'équation de mouvement de α :

$$\mathbf{M}_m(\alpha) \ddot{\alpha} + \mathbf{c}_m(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha) \mathbf{t}_c \quad (40)$$

En différenciant l'équation (38) par rapport au temps et en substituant $\ddot{\theta}$ à l'équation (39), la tension dans les câbles peut être exprimée comme suit :

$$\mathbf{t}_c = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} - I_a \left(\frac{R}{r_d}\right)^2 (\mathbf{Z}(\alpha)^T \ddot{\alpha} + \dot{\mathbf{Z}}(\alpha, \dot{\alpha})^T \dot{\alpha} - \dot{\mathbf{x}}_c) \quad (41)$$

La substitution de l'expression ci-dessus en Eq. (40) donne le modèle dynamique du système complet avec les frottements et l'élasticité du câble :

$$\mathbf{M}(\alpha) \ddot{\alpha} + \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) + \mathbf{g}(\alpha) = \mathbf{Z}(\alpha) \left(\mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} + I_a \left(\frac{R}{r_d}\right)^2 \dot{\mathbf{x}}_c \right) \quad (42)$$

Il faut maintenant identifier les frottements et l'élasticité des câbles.

6 Identification

6.1 Formules des frottements

Comme nous l'avons écrit précédemment, on suppose que le frottement se produit principalement dans les motoréducteurs. Un frottement sec modélisé peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) = \text{diag}(\text{sign}(\dot{\theta})) \mathbf{f}_s \quad (43)$$

où $\mathbf{f}_s = [f_s(1), f_s(2), f_s(3), f_s(4)]^T$ est un vecteur constant qui doit être identifié, $\text{diag}(\mathbf{v})$ est une matrice diagonale (4×4) construite avec les composantes de \mathbf{v} et sign est la fonction de signe. Un modèle assurant la continuité peut être dérivé comme suit :

$$\mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) = \text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right) \mathbf{f}_s \quad (44)$$

où c_m est un paramètre de réglage qui permet d'ajuster la pente de l'arc-tangente autour de 0. Ce paramètre est fixé arbitrairement à $c_m = 0,5$. Le facteur $\frac{2}{\pi}$ assure que $\mathbf{f}_{friction}$ tend vers \mathbf{f}_s et $-\mathbf{f}_s$ lorsque $\dot{\theta}$ a des valeurs positives et négatives, respectivement.

Un frottement visqueux peut se modéliser de la manière suivante:

$$\mathbf{f}_{visc}(\mathbf{f}_v, \dot{\theta}) = \text{diag}(\dot{\theta}) \mathbf{f}_v \quad (45)$$

où $\mathbf{f}_v = [f_v(1), f_v(2), f_v(3), f_v(4)]^T$ est un vecteur constant qui doit être identifié.

Ainsi, les frottements des moteurs sont:

$$\mathbf{f}_{friction}(\mathbf{f}_s, \mathbf{f}_v, \dot{\theta}) = \mathbf{f}_{dry}(\mathbf{f}_s, \dot{\theta}) + \mathbf{f}_{visc}(\mathbf{f}_v, \dot{\theta}) \quad (46)$$

En substituant $\mathbf{f}_{friction}$ à Eq. (42), on obtient :

$$\mathbf{Z}(\alpha) \left(\text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right) \mathbf{f}_s + \text{diag}(\dot{\theta}) \mathbf{f}_v \right) = \mathbf{Z}(\alpha) (\mathbf{f} + I_a \left(\frac{R}{r_d}\right)^2 \dot{\mathbf{x}}_c) - \mathbf{M}(\alpha) \ddot{\alpha} - \mathbf{c}(\alpha, \dot{\alpha}) - \mathbf{g}(\alpha) \quad (47)$$

On obtient ainsi un système de trois équations qui sont linéaires en \mathbf{f}_s et \mathbf{f}_v . Une fois que α, θ , leurs dérivés et \mathbf{f} sont connus, on peut donc identifier \mathbf{f}_s et \mathbf{f}_v .

6.2 Formules de l'élasticité des câbles

Lors des expériences d'identification, α est obtenu à partir du traitement de l'image et θ est mesuré par les codeurs du moteur. L'allongement des câbles \mathbf{x}_c peut être calculé avec Eq. (37), à savoir

$$\mathbf{x}_c = \mathbf{l}_c(\alpha) - \mathbf{l}_{c0} - \frac{r_d}{R} \theta \quad (48)$$

Ce calcul suppose qu'il n'y a pas d'allongement du câble dans la configuration initiale du manipulateur droit. En pratique, les câbles doivent être légèrement tendus pour éviter le relâchement, mais l'allongement consécutif est faible et peut être négligé. La dérivée $\dot{\mathbf{x}}_c$ de \mathbf{x}_c est calculée numériquement.

Nous allons étudier trois modèles de raideur de câble. Le premier est un modèle de câble général qui permet d'identifier un ensemble de paramètres pour chaque câble:

$$\mathbf{t}_{ci} = k(i)x_{ci} + c_a(i)\dot{x}_{ci} \quad (49)$$

ou, sous forme de vecteur :

$$\mathbf{t}_c = \text{diag}(\mathbf{x}_c)\mathbf{k} + \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c)\mathbf{c}_a \quad (50)$$

où $\mathbf{k} = [k(1), k(2), k(3), k(4)]^T$ est le vecteur constant des rigidités des câbles et $\mathbf{c}_a = [c_a(1), c_a(2), c_a(3), c_a(4)]^T$ est le vecteur constant des coefficients d'amortissement. En utilisant l'équation (39) et le modèle de friction, la tension dans le câble peut être écrite :

$$\mathbf{t}_c = \mathbf{f} - \text{diag}\left(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})\right)\mathbf{f}_s - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \quad (51)$$

Combinaison des éqs. (50) et (51), on obtient l'équation vectorielle suivante :

$$\text{diag}(\mathbf{x}_c)\mathbf{k} + \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c)\mathbf{c}_a = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \quad (52)$$

Cette équation vectorielle fournit quatre équations qui sont linéaires dans les coefficients de friction, de rigidité et d'amortissement de chaque câble.

Le second et le troisième modèle élastique sont basés sur le module de Young [khosravi2015dynamique]:

$$\mathbf{t}_c = \text{diag}(\mathbf{x}_c) \frac{ES}{\mathbf{l}} + \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c) \frac{cS}{\mathbf{l}} \quad (53)$$

où S est la section du câble. E est le module d'Young et c est un coefficient d'amortissement, tous deux à identifier. \mathbf{l} est la longueur du câble: pour le second modèle, nous prendrons $\mathbf{l} = \mathbf{l}_0$ la longueur totale du câble, tandis que dans le troisième modèle, nous prendrons $\mathbf{l} = \mathbf{l}_c$ la longueur déroulée du câble.

Par la même méthode que pour le premier modèle, on obtient:

$$\text{diag}(\mathbf{x}_c) \frac{ES}{\mathbf{l}} + \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c) \frac{cS}{\mathbf{l}} = \mathbf{f} - \mathbf{f}_{friction} - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \quad (54)$$

Cette équation vectorielle fournit également quatre équations qui sont linéaires dans les coefficients de friction, de rigidité et d'amortissement de chaque câble.

6.3 Modèle complet d'identification

Les équations (47) et (52), qui décrivent la contribution du frottement dans le modèle dynamique et le modèle de rigidité des câbles, respectivement, sont maintenant rassemblées pour obtenir un système d'équations linéaires en les paramètres à identifier :

$$\mathbf{D}\mathbf{v} = \mathbf{y} \quad (55)$$

où \mathbf{v} est le vecteur des $n_p = 12$ paramètres à identifier $\mathbf{v} = (\mathbf{k} \quad \mathbf{c}_a \quad \mathbf{f}_s)^T$. Or, la contribution de la friction en Eqs. (47) et (52) ne sont pas du même ordre car les coefficients de \mathbf{Z} sont de l'ordre de 10^{-2} . Pour éviter toute divergence, Eq. (52) est multiplié par un poids $W = 100$.

Le vecteur \mathbf{y} est donné par:

$$\mathbf{y} = \left(\begin{array}{c} \mathbf{f} - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \\ W(\mathbf{Z}(\mathbf{f} + I_a(\frac{R}{r_d})^2 \dot{\mathbf{x}}_c) - \mathbf{M}\ddot{\alpha} - \mathbf{g} - \mathbf{c}) \end{array} \right) \quad (56)$$

et \mathbf{D} s'écrit:

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \text{diag}(\mathbf{x}_c) & \text{diag}(\dot{\mathbf{x}}_c) & \text{diag}(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})) \\ \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{0}_{3 \times 4} & \mathbf{WZ} \text{diag}(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})) \end{pmatrix} \quad (57)$$

Les paramètres de frottement sont également identifiés de manière indépendante à des fins de comparaison avec l'identification globale. Dans ce cas, il n'y a que des paramètres $n_p = 8$ à identifier, $\mathbf{v} = [\mathbf{f}_y \quad \mathbf{f}_v]^T$ et :

$$\mathbf{y} = \mathbf{f} - \frac{R}{r_d} I_a \ddot{\theta} \quad (58)$$

$$\mathbf{D} = [\text{diag}(\frac{2}{\pi} \text{atan}(c_m \dot{\theta})) \quad \text{diag}(\dot{\theta})]. \quad (59)$$

6.4 Méthode d'identification

Les forces motrices \mathbf{f} et les positions θ ainsi que les angles d'orientation α sont échantillonnés le long d'une trajectoire spécifique pour obtenir r valeurs échantillonnées. Ensuite, \mathbf{v} peut être estimé comme la solution des moindres carrés $\hat{\mathbf{v}}$ du système linéaire :

$$\mathbf{W}\mathbf{v} + \boldsymbol{\rho} = \mathbf{Y} \quad (60)$$

où \mathbf{W} est une matrice d'observation ($r \times n_p$) définie par un échantillonnage du régresseur \mathbf{D} défini dans (57) ou (59), \mathbf{Y} est un échantillonnage de \mathbf{y} défini dans (56) ou (58), $\boldsymbol{\rho}$ est le vecteur des résidus ou le vecteur des erreurs. Le nombre r d'échantillons doit être supérieur au nombre de paramètres à identifier : $r > n_p$ [4].

Le paramètre vecteur \mathbf{v} minimisant la norme 2 de $\boldsymbol{\rho}$ est donné par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{W}^+ \mathbf{Y} \quad (61)$$

La qualité de la solution dépend du conditionnement de \mathbf{W} , qui dépend du choix de la trajectoire effectuée lors du processus d'identification. Si les bruits de mesure sont indépendants en W et Y , la qualité de l'identification peut être évaluée avec la matrice de covariance \mathbf{C}_X :

$$\mathbf{C}_X = \sigma_p^2 (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \quad (62)$$

où $\sigma_p^2 = \frac{\|\mathbf{Y} - \mathbf{W}\mathbf{v}\|^2}{r - N_p}$. L'écart-type du paramètre i est $\sigma_i = \sqrt{\mathbf{C}_X(i, i)}$ et l'intervalle de confiance est donné par $2\sigma_i$. L'écart-type relatif $100 \frac{\sigma_i}{v_i}$ évalue la qualité de l'identification du paramètre i

6.5 Filtrage

Les données utilisées pour l'identification sont les mesures de la position angulaire du moteur θ , les forces d'actionnement d'entrée \mathbf{f} (en supposant que la réponse électrique des moteurs soit parfaite) et la configuration du manipulateur α évaluée à partir du traitement de l'image. Les allongements des câbles sont déduits de (37), après une initialisation en position droite. Les dérivées des grandeurs mesurées sont calculées par différenciation numérique centrée après filtrage.

Il est essentiel de filtrer les données mesurées pour éviter les biais résultant de mesures discrètes et bruyantes [2]. Un filtre passe-bas de Butterworth est utilisé pour filtrer les mesures en sens avant et arrière avec la fonction Matlab *filtfilt*. Les dérivés de θ sont obtenus avec un algorithme de différence centrale pour éviter le déphasage. La fréquence de coupure du filtre de Butterworth est calculée avec la méthode expliquée dans [6].

La fréquence vidéo utilisée pour mesurer l'orientation des modules est de 30Hz , tandis que la fréquence de la loi de commande est de 500Hz . Pour synchroniser les données, les mesures du codeur moteur sont rééchantillonnées avec la procédure Matlab "decimate" à $31,25\text{Hz}$, la valeur la plus proche de 30Hz . Les données de la vidéo sont également rééchantillonnées à $31,25\text{Hz}$ avec une interpolation linéaire.

6.6 Résultats

6.6.1 Identification des frottements secs et frottements visqueux

Dans un premier temps, on identifie seulement les frottements, et de deux manières différentes:

	Frottements secs	Frottements visqueux		Frottements secs seuls
$f_s(1)(N)$	12.91	4.68×10^{-2}	$f_s(1)(N)$	14.13
relative σ_i	5.62%	56.85%	relative σ_i	2.52%
$f_s(2)(N)$	16.72	4.63×10^{-2}	$f_s(2)(N)$	17.70
relative σ_i	4.55%	72.11%	relative σ_i	2.02%
$f_s(3)(N)$	18.11	4.64×10^{-2}	$f_s(3)(N)$	18.97
relative σ_i	4.25%	83.42%	relative σ_i	1.88%
$f_s(4)(N)$	16.09	0.72×10^{-2}	$f_s(4)(N)$	16.29
relative σ_i	1.85%	105.96%	relative σ_i	1.25%

Table 1: Identified friction parameters. The viscous parameters are badly identified

- D'une part, on identifie les frottements secs et les frottements visqueux.
- D'autre part, on identifie seulement des frottements secs, en négligeant les frottements visqueux.

Les paramètres identifiés sont dans le Tableau 1. Les frottements secs sont bien identifiés dans les deux cas, mais les frottements visqueux ne le sont pas.

La Figure (6) montre les tracés des couples $\mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f}$ à partir des forces et leur reconstruction avec l'équation (47), avec et sans modèle de friction, et avec et sans les frottements visqueux. L'objectif est de mettre en évidence la contribution du terme de friction et de montrer que ce terme doit être pris en compte. On y voit cependant que les frottements visqueux, en plus d'être mal identifiés, ne permettent pas une meilleure estimation des couples. De ce fait, nous ne considérerons que des frottements secs dans la suite de ce rapport.

6.6.2 Identification de l'élasticité des câbles

Ici, les frottements secs ainsi que l'élasticité des câbles sont identifiés, avec les trois modèles élastiques proposés.

Les paramètres identifiés sont dans le Tableau 2. Les frottements secs sont bien identifiés et semblables quelque soit le modèle élastique. Les paramètres de raideur sont bien identifiés dans les trois modèles, mais les paramètres d'amortissement sont mal identifiés dans les trois cas. Cela est dû aux faibles valeurs de la vitesse d'allongement.

Il y a deux manières de calculer la tension dans les câbles: par les forces appliquées et les frottements d'une part, et par le modèle élastique et l'allongement d'autre part. La Figure (7) montre la tension dans les câbles calculée par les forces appliquées et les frottements identifiés (en prenant ceux identifiés dans la section précédente, tous les valeurs identifiées ici étant fortement similaires), et la tension calculée par les modèles élastiques identifiés. On y voit que les trois modèles élastiques ont des résultats différents mais qu'aucun ne permet de reproduire fidèlement la tension calculée par les forces. L'erreur moyenne de reconstruction est de $6.88N$ pour le Modèle 1, $9.84N$ pour le Modèle 2 et $9.64N$ pour le Modèle 3.

La Figure (8) montre l'erreur de reconstruction de chacun des modèles en fonction de la tension calculée par les forces appliquées. On y voit que pour chaque modèle et chaque câble, l'erreur augmente lorsque la tension augmente. Des modèles de câbles non-linéaires devraient donc être plus adaptés.

7 Conclusion

References

- [1] Fasquelle Benjamin et al. "Dynamic modeling and control of a tensegrity manipulator mimicking a bird neck". In: *Advances in Mechanism and Machine Science, IFToMM WC 2019*. Ed. by Tadeusz Uhl. Vol. 73. Cham: Springer, 2019, pp. 2087–2097. DOI: 10.1007/978-3-030-20131-9_207.
- [2] C. Canudas de Wit, B. Siciliano, and G. Bastin. *Theory of Robot Control*. Springer, 1996.
- [3] Benjamin Fasquelle et al. "A bio-inspired 3-DOF light-weight manipulator with tensegrity X-joints". In: *ICRA'2020*. 2020.
- [4] Wisama Khalil and Etienne Dombre. *Modeling, identification and control of robots*. Butterworth-Heinemann, 2004.

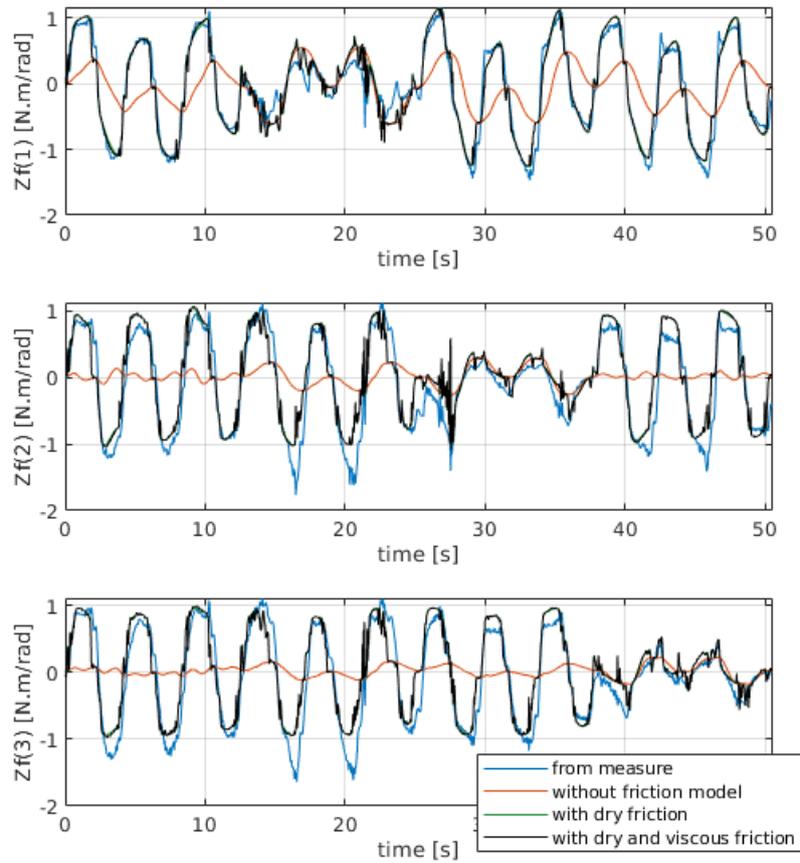


Figure 6: Plots of $\mathbf{Z}(\alpha)\mathbf{f}$ with the dynamic model, including friction or not, and from measurement data. Torques evaluated with friction model are clearly closer to the measured ones. The viscous friction does not modify a lot the curve in comparison with the sole dry friction.

- [5] W. Kraus, M. Kessler, and A. Pott. “Pulley friction compensation for winch-integrated cable force measurement and verification on a cable-driven parallel robot”. In: *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. 2015, pp. 1627–1632. DOI: 10.1109/ICRA.2015.7139406.
- [6] Minh Tu Pham, Maxime Gautier, and Philippe Poignet. “Identification of joint stiffness with bandpass filtering”. In: *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)*. Vol. 3. IEEE. 2001, pp. 2867–2872.

	Model 1	Model 2	Model 3
$f_s(1)(N)$	14.42	14.38	14.32
relative σ	1.68%	1.73%	1.72%
$f_s(2)(N)$	17.65	17.49	17.48
relative σ	1.38%	1.44%	1.42%
$f_s(3)(N)$	18.77	18.41	18.48
relative σ	1.32%	1.38%	1.35%
$f_s(4)(N)$	16.18	16.32	16.29
relative σ	0.88%	0.90%	0.89%
$k(1) (N.m^{-1})$	10454	-	-
relative σ	1.37%	-	-
$k(2) (N.m^{-1})$	9256	-	-
relative σ	1.60%	-	-
$k(3) (N.m^{-1})$	8319	-	-
relative σ	1.85%	-	-
$k(4) (N.m^{-1})$	5336	-	-
relative σ	1.28%	-	-
E (GPa)	-	4.04	1.23
relative σ	-	0.83%	0.81%
$c_a(1) (N.s.m^{-1})$	805	-	-
relative σ	30.5%	-	-
$c_a(2) (N.s.m^{-1})$	333	-	-
relative σ	68.7%	-	-
$c_a(3) (N.s.m^{-1})$	-218	-	-
relative σ	94.3%	-	-
$c_a(4) (N.s.m^{-1})$	370	-	-
relative σ	64.3%	-	-
$c (MPa.s^{-1})$	-	139.8	57.4
relative σ	-	45.5%	32.88%

Table 2: Identified parameters for three mechanisms.

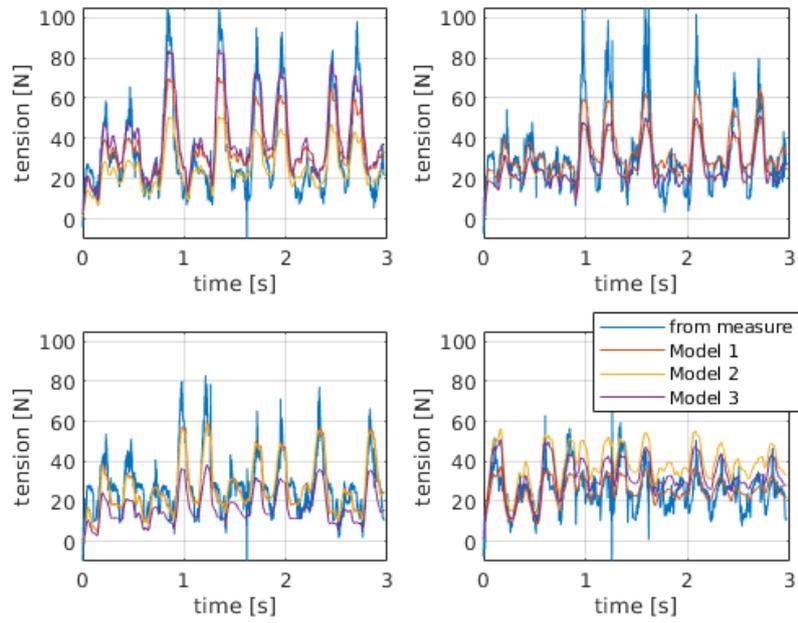


Figure 7: Tension dans les câbles, calculée par les forces et par les modèles élastiques.

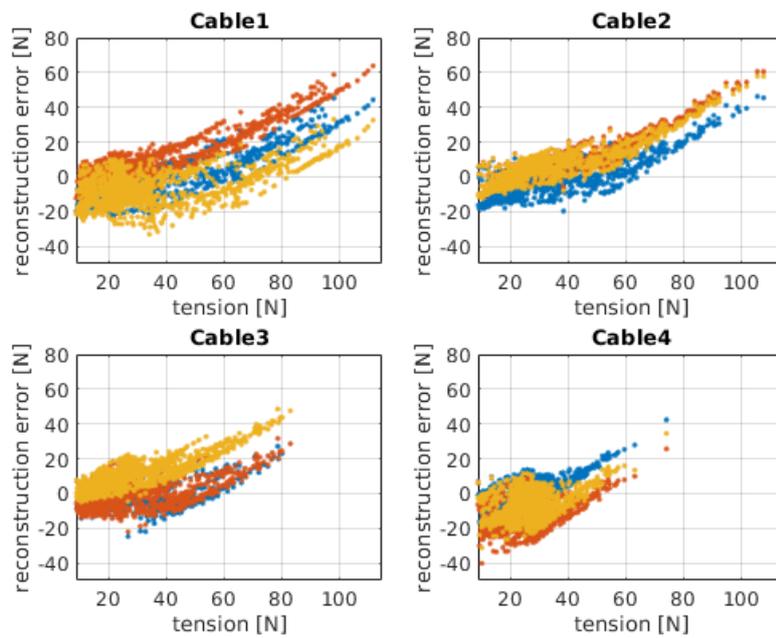


Figure 8: Tension dans les câbles, calculée par les forces et par les modèles élastiques.