



**HAL**  
open science

## Projet Interreg Alcotra RESBA Action 4.2.2 livrable 1 - Modélisation numérique de l'onde de crue et des changements morphologiques associés à la rupture d'un barrage en terre

D. Laigle, Romain Picca, Damien Kuss, André Paquier

### ► To cite this version:

D. Laigle, Romain Picca, Damien Kuss, André Paquier. Projet Interreg Alcotra RESBA Action 4.2.2 livrable 1 - Modélisation numérique de l'onde de crue et des changements morphologiques associés à la rupture d'un barrage en terre. [Rapport de recherche] INRAE UR-ETNA. 2020. hal-03130315

**HAL Id: hal-03130315**

**<https://hal.science/hal-03130315v1>**

Submitted on 3 Feb 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## WP 4.2.2 – Méthode pour la modélisation des sédiments déclenchés par la rupture d'un barrage en terre

*Modélisation numérique de l'onde de crue et des changements morphologiques associés à la rupture d'un barrage en terre*



**INRAE**

## Table des matières

1	Contexte et enjeux.....	2
2	Logiciel LogiChar « transitoire » développé par l'UR ETNA d'INRAE .....	2
3	Génération des données pour la mise en œuvre du modèle .....	4
3.1	Appel à des modèles de « brèche » pour l'évaluation de l'hydrogramme et du sédimentogramme amonts .....	4
3.2	Estimation des paramètres d'entrée du modèle de propagation par des formules empiriques (synthèse adaptée de Queffelec et al., 2019) .....	5
3.2.1	Estimation du débit de pointe .....	5
3.2.2	Relations empiriques d'estimation de la largeur de brèche.....	7
3.2.3	Relations empiriques d'estimation du temps de formation de la brèche.....	9
4	Cas d'étude : Rupture du barrage naturel de la JOSEFINA (1993, Equateur) .....	9
4.1	Présentation de l'évènement d'après Cadier et al., 1996 et objectifs de l'étude.....	9
4.2	Synthèse des données récoltées d'après Queffelec et al., 2019 .....	10
4.3	Modélisation numérique 1D avec prise en compte de l'évolution du fond du lit .....	12
4.4	Discussion des résultats.....	16
4.4.1	Propagation de l'onde de crue / Atténuation.....	16
4.4.2	Evolution du fond + ligne d'eau.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
5	Conclusion.....	19
	Références.....	20

### Contributeurs :

Dominique LAIGLE, INRAE, Unité de recherche ETNA, Grenoble

Romain PICCA, étudiant en Master Mathématiques appliquées, Université Grenoble-Alpes, sous la supervision de Dominique LAIGLE, INRAE, 2018.

### Avec la collaboration de :

Damien KUSS, ONF-RTM, Grenoble

André PAQUIER, INRAE, Unité de recherche Riverly, Lyon

## 1 Contexte et enjeux

Compte tenu du transport solide intense pouvant se développer sur les versants et dans les cours d'eau de montagne en cas de libération brutale d'eau, les changements morphologiques (érosions, dépôts de matériau) peuvent générer des dégâts au moins autant que les débits liquides eux-mêmes. A l'heure actuelle, les spécificités des crues issues de ruptures de barrages en contexte torrentiel ont été peu étudiées et la littérature scientifique sur le sujet reste mince. L'objectif de l'action WP 4.2.2 est de proposer une analyse des spécificités et une modélisation des écoulements avec transport de sédiment résultant de la rupture d'un barrage en terre en contexte de forte pente, typique du milieu montagnard.

Le présent rapport est structuré en 2 parties :

- Partie 1 : présentation d'un modèle numérique dédié aux écoulements très transitoires à forte pente avec prise en compte du transport de sédiments et des changements morphologiques associés, incluant des méthodes pour l'évaluation opérationnelle des paramètres d'entrée de ce modèle.
- Partie 2 : test des performances pratiques de ce modèle sur le cas d'étude de la rupture du barrage naturel du glissement de la Josefina (Equateur, 1993).

## 2 Logiciel LogiChar « transitoire » développé par l'UR ETNA d'INRAE

INRAE a développé, en collaboration avec ONF-RTM, un logiciel de calcul des écoulements avec transport solide adapté au contexte des torrents, c'est-à-dire : pouvant traiter des cours d'eau à forte pente et connaissant des phénomènes d'incision ou de dépôt intenses susceptibles de modifier de façon substantielle la géométrie d'écoulement en cours de crue. Ce logiciel s'appuie notamment sur des formules de calcul du transport solide spécifiquement établies pour le contexte torrentiel.

Une évolution de ce logiciel a consisté à le doter de méthodes de résolution numériques compatibles avec le traitement de l'onde de rupture de barrages, ceci afin de permettre son application à une série de cas d'intérêt pratique en contexte montagnard : ruptures de barrages artificiels ou naturels, de poches d'eau glaciaires ou de lacs pro-glaciaires. Ainsi, LogiChar « transitoire » permet à la fois le calcul hydraulique de la propagation de l'onde et le calcul du transport solide associé en incluant les modifications morphologiques (engravement, incision) dues à ce dernier. Il s'agit d'un modèle monodimensionnel pour lequel le chenal est saisi géométriquement à l'instant initial sous forme de biefs dont on renseigne la longueur, la pente et les sections en travers amont et aval. Ce chenal constitué de plusieurs biefs est ensuite discrétisé en mailles de calcul sur lesquelles vont s'appuyer les schémas de résolution numérique de la propagation hydraulique d'une part et du transport solide d'autre part.

Pour traiter la propagation hydraulique de l'onde de rupture, LogiChar utilise les équations de Saint-Venant, écrites sous forme conservative. Comme toute formulation de type Saint-Venant, le système

d'équations n'est complet qu'après adoption d'une équation de fermeture traduisant la contrainte de cisaillement au fond en fonction des variables principales. Il est adopté ici une formulation classique de type Manning-Strickler. Le coefficient de frottement K associé à cette loi fait partie des données d'entrée du modèle. Sa valeur est prise constante par bief. Il est possible de considérer jusqu'à une centaine de biefs dans LogiChar. Un hydrogramme (débit liquide en fonction du temps) est imposé comme condition à la limite amont.

La résolution de ce système d'équations est effectuée en utilisant un schéma numérique aux volumes finis implicite de type Muscl-Hancock.

Pour le transport solide, deux équations sont résolues. La première est un bilan de masse. Il s'agit de l'équation d'Exner qui permet un calcul de l'évolution du niveau du fond en chaque point du chenal et cela en fonction du débit solide transitant depuis l'amont et du débit solide transitant vers l'aval. Cette équation fait l'hypothèse d'un ajustement instantané du niveau du fond (par érosion ou engrèvement) aux conditions du transport solide. L'équation d'Exner est donnée par :

$$(1-p) \frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0$$

où  $z_s$  est l'altitude du fond,  $p$  est la porosité du matériau du fond et  $q_s$  est le débit solide par unité de largeur du lit.

La deuxième équation concerne le débit solide en un point donné. Il est calculé par l'intermédiaire de 4 formules au choix qui font intervenir le débit liquide, la pente et éventuellement la granulométrie. Ces 4 formules sont : Rickenmann (1990), Meunier (1991), Lefort (1991) et Recking (2013). Dans le cadre de la présente étude, nous avons utilisé la formule de Rickenmann (1990) pour laquelle, le débit solide par unité de largeur est donné par :

$$q_s = 12,6 \cdot \left( \frac{d_{90}}{d_{30}} \right)^{0,2} \cdot \frac{I^2}{(s-1)^{1,6}} \cdot (q - q_{cr})$$

Le débit liquide (par unité de largeur) critique de début de transport est donné par :

$$q_{cr} = 0,065 \cdot (s-1)^{1,67} \cdot \sqrt{g} \cdot d_{50}^{1,5} \cdot I^{-1,12}$$

où  $s$  est le rapport de la masse volumique du sédiment à la masse volumique de l'eau,  $q$  est le débit liquide par unité de largeur,  $I$  est la pente (m/m) du chenal,  $d_{90}$ ,  $d_{50}$  et  $d_{30}$  sont des paramètres représentatifs de la granulométrie de surface du lit. Tout comme le coefficient de Strickler, les paramètres de granulométrie sont renseignés par biefs.

Le système d'équations régissant le transport solide est résolu selon un schéma implicite aux différences finies s'appuyant sur le même maillage de calcul que la résolution hydraulique. Les conditions aux limites utilisées sont d'une part un point fixe en altitude à l'aval du domaine de calcul et d'autre part un sédimentogramme (débit solide en fonction du temps) à l'amont du domaine. Ce dernier peut être fixé en conditions d'équilibre avec le débit liquide amont.

Les résultats de calcul sont stockés sous forme de fichiers permettant ultérieurement une visualisation des principales variables hydrauliques (vitesse, épaisseur d'écoulement) ou du transport solide (niveau du fond, débit solide, pente locale). Une visualisation aisée de ces résultats est

possible grâce à l'interface dont dispose le code de calcul et qui permet également la saisie des données d'entrée du modèle (profils en long et en travers, granulométrie, débits d'entrée, etc...). Dans cette interface, les résultats peuvent être affichés soit sous forme de profils à un instant donné, soit sous forme d'évolution temporelle en un point donné du profil en long.

### **3 Génération des données pour la mise en œuvre du modèle**

La rupture d'un barrage est un phénomène complexe qui dépend de la forme du barrage, des caractéristiques des matériaux et du mécanisme de rupture. Logichar n'intègre pas le calcul de la formation de la brèche, notamment par surverse le mécanisme le plus fréquent. La simulation débute à l'aval immédiat du barrage. Il est donc nécessaire de lui fournir un hydrogramme liquide et un sédimentogramme comme données d'entrée.

Ces différentes données peuvent être estimées :

- soit à partir de formules empiriques qui estiment directement 1/ le débit de pointe et le temps d'ouverture de la brèche (évaluation experte de l'hydrogramme en tenant compte du volume de la retenue); 2/ la largeur finale de la brèche et le temps d'ouverture (évaluation experte du sédimentogramme en tenant compte de l'épaisseur du barrage et du volume de la retenue) ;
- soit à partir d'une modélisation hydraulique de l'ouverture de la brèche dont les caractéristiques (temps de formation, largeur à la base, fruit des parois ...) sont elles-mêmes déterminées en simulant l'ouverture de la brèche par érosion grâce à un modèle dédié.

#### **3.1 Appel à des modèles de « brèche » pour l'évaluation de l'hydrogramme et du sédimentogramme amonts**

L'appel à un modèle de calcul de l'ouverture de brèche par érosion est la méthode la plus précise. Il s'agit cependant d'outils relativement complexes qui ne peuvent être mis en œuvre que par des bureaux d'étude en hydraulique ; leur emploi ne peut être généralisé à l'ensemble des services qui ont à gérer les problèmes de sécurité des barrages.

Ainsi par exemple, l'unité de recherche Riverly d'INRAE a développé plusieurs logiciels de calcul pour répondre à la demande en matière de calcul d'onde de rupture de barrage. Ont donc été développés un logiciel (RUPRO) de simulation d'érosion de remblai en terre (par surverse ou par renard), un logiciel (RUBAR 3) de résolution des équations de Saint - Venant adapté à la propagation d'une onde de rupture et un logiciel (RUBAR 20) pour la résolution des équations de Saint-Venant bidimensionnelles.

Ces propagations d'ondes étant souvent accompagnés d'un fort transport de sédiments soit en provenance des ouvrages (barrage ou retenue) soit érodés le long de la vallée, un module de calcul de ce transport et d'évolution des fonds a été rajouté à chaque logiciel pour engendrer les logiciels RubarBE (1D) et Rubar20TS (2D). Ces modèles sont plutôt dédiés aux pentes faibles, contrairement à Logichar qui a été construit dès l'origine pour traiter des écoulements en contexte montagnard. Toutefois, dans le cadre de la présente étude (cf. étude de cas de la Josefina ci-après), le logiciel RubarBE a été utilisé pour calculer l'ouverture de brèche qui est indépendante de la pente du cours d'eau situé à l'aval du barrage.

RubarBE

### 3.2 Estimation des paramètres d'entrée du modèle de propagation par des formules empiriques (synthèse adaptée de Queffelec et al., 2019)

Nous nous intéresserons dans ce paragraphe uniquement aux résultats des formules empiriques et aux premières étapes nécessaires pour la modélisation hydraulique (détermination des caractéristiques de la brèche et écoulements résultants). De très nombreuses relations empiriques ont été développées à partir des cas de rupture de barrages documentés pour lier notamment le débit de pointe au moment de la rupture avec des paramètres descriptifs de la retenue (volume, hauteur d'eau...).

Nous avons sélectionné ici les formules pertinentes pour des barrages en remblai et ne présentons ici que les formules les plus complexes, faisant intervenir plusieurs variables explicatives. Parmi les nombreux modèles, nous ne présentons ici que ceux qui ont fait l'objet d'une publication récente (postérieure à 2010) et présentent un coefficient de corrélation  $r^2$  généralement supérieur à 0,8

#### 3.2.1 Estimation du débit de pointe

Ce paragraphe regroupe les modèles les plus complexes faisant intervenir d'autres variables quantitatives ou qualitatives que la hauteur ou le volume. Il s'agit d'approches récentes, toutes développées au cours des dix dernières années. On note pour la plupart de ces modèles l'emploi de la variable qualitative d'érodabilité pouvant prendre la valeur de faible, moyenne ou forte.

Tableau 1 : Modèles empiriques de débit de pointe

Ref.	Relation	Commentaire
Azimi et al. (2015)	$Q = 0,0163 \cdot g^{0,5} V_w^{0,501} H_w^{0,997}$	
Thornton et al. (2011)	$Q = 0,863 \cdot V_w^{0,335} H_b^{1,833} W_{avg}^{-0,663}$	Equation établie sur 38 cas de rupture. $r^2=0,871$
Thornton et al. (2011)	$Q = 0,012 \cdot V_w^{0,493} H_b^{1,205} E_l^{0,226}$	Equation établie sur 38 cas de rupture. $r^2=0,991$
		Equation établie sur 41 cas de rupture. $r^2=0,917$
De Lorenzo et Macchione (2014)	$Q = 0,293 \cdot \alpha_0^{0,3658} g^{0,258} (v_e V_w)^{0,485} H_b^{0,802}$ (a) $Q = 0,2497 \cdot \alpha_0^{0,3594} g^{0,263} (v_e V_w)^{0,474} H_w^{(1,764+0,491\alpha_0)} H_b^{-(0,923+0,491\alpha_0)}$ (b)	(a) Pour rupture par surverse (b) Pour rupture par érosion interne $\alpha_0$ : exposant de la courbe $V=f(h)$ . Si inconnu une valeur de 2,5 est suggérée $v_e = 0,07 \text{ m/s}$

Ref.	Relation	Commentaire
Froelich (2016a)	$Q = 0,0175 \cdot k_M \cdot k_H \cdot \sqrt{\frac{g V_w H_w H_b^2}{E_w}}$	Equation établie sur 41 cas de rupture. $r^2=0,922$  $k_M = 1,0 ; 1,85$ resp. pour : ruptures sans surverse ; rupture avec surverse  $k_h = 1,0 ; \left(\frac{H_b}{H_s}\right)^{1/8}$ resp. pour : $H_b \leq H_s ; H_b > H_s$ . $H_s = 6,1$
Froelich (2016a)	$\frac{Q_{pmax}}{\sqrt{g H_w^3}} = \frac{8}{27} \left(\frac{E_l}{B_{avg}}\right)^{0,28} [B_{avg} - m(H_b - 0,8H_w)]$ (a) $\frac{Q_{pmax}}{\sqrt{g H_w^3}} = \frac{8}{27} \left(\frac{E_l}{B_{avg}}\right)^{0,28} [(B_{avg} - mH_b) - 0,8mH_w \left(\left(1 - \frac{H_b}{H_w}\right)^{2,5} - 1\right)]$ (b) $Q = Q_{pmax} \cdot \left(\frac{1}{1 + \alpha \cdot t_f (g/H_b)^{0,5}}\right)^\beta$	Equation établie sur 41 cas de rupture. $r^2=0,917$  (a) Pour $H_w \leq H_b$ (b) Pour $H_w > H_b$  $B_{avg} = 0,27 \cdot k_M \cdot V_w^{1/3}$  $k_M = 1,0 ; 1,3$ resp. pour : ruptures sans surverse ; rupture avec surverse  $m = 0,7 ; 1,0$ resp. pour : ruptures sans surverse ; rupture avec surverse  $t_f = 63,2 \sqrt{\frac{V_w}{g H_b^2}}$  $\alpha = 0,000045$  $\beta = 500 \cdot \left[\frac{(W_{avg} \cdot H_b^2)}{V_w}\right]^{2/3}$
Peng et Zhang (2002) Zhang et al. (2016)	$\frac{Q}{\sqrt{g V_w^{5/3}}} = 0,175 \left(\frac{H_d}{H_r}\right)^{0,199} \left(\frac{V_w^{1/3}}{H_w}\right)^{-1,275} e^{B_2}$	Relation établie sur 34 cas de rupture. $r^2=0,80$ .  $B_2 = b_3 + b_4 + b_5$  $b_3 = -0,503 ; -0,591 ; -0,649$ resp. pour barrage à noyaux ; barrages béton ; barrages en remblais homogènes  $b_4 = -0,705 ; -1,039$ resp. pour : surverse ; érosion interne  $b_5 = -0,007 ; -0,375 ; -1,362$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible  $H_r = 15$



Ref.	Relation	Commentaire
Peng et Zhang (2002) Zhang et al. (2016)	$\frac{Q}{\sqrt{gV_w^{5/3}}} = 0,133 \left(\frac{V_w^{1/3}}{H_w}\right)^{-1,276} e^{C_4}$	Equation simplifiée. Relation établie sur 39 cas de rupture. $r^2=0,78$ .  $C_4 = b_4 + b_5$  $b_4 = -0,788 ; -1,232$ resp. pour : surverse ; érosion interne  $b_5 = -0,089 ; -0,498 ; -1,433$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible
Wang et al. (2018)	$\frac{Q}{\sqrt{gV_w^{5/3}}} = 0,035 \left(\frac{E_l}{H_w}\right)^{0,0899} \left(\frac{V_w}{H_w^3}\right)^{-0,4554}$	Relation établie sur 40 cas de rupture. $r^2=0,963$
Wang et al. (2018)	$\frac{Q}{\sqrt{gV_w^{5/3}}} = 0,037 \left(\frac{E_w}{H_w}\right)^{-0,0028} \left(\frac{V_w}{H_w^3}\right)^{-0,4264}$	Relation établie sur 40 cas de rupture. $r^2=0,962$
Wang et al. (2018)	$\frac{Q}{\sqrt{gV_w^{5/3}}} = 0,0372 \left(\frac{E_l}{H_w}\right)^{-0,0266} \left(\frac{E_w}{H_w}\right)^{0,0256} \left(\frac{V_w}{H_w^3}\right)^{-0,4193}$	Relation établie sur 40 cas de rupture. $r^2=0,9611$
Wang et al. (2018)	$\frac{Q}{\sqrt{gV_w^{5/3}}} = 0,0367 \left(\frac{E_l}{H_w}\right)^{0,1041} \left(\frac{V_w}{H_w^3}\right)^{-0,4533}$	Relation établie sur 40 cas de rupture. $r^2=0,9635$
Wang et al. (2018)	$Q = \zeta 2\sqrt{2gq^5}(M_l + M_r)W^3 \sqrt{\frac{(W^2 + 1)^3}{2W^2 + 1}}$	Relation établie sur 40 cas de rupture. $r^2=0,9584$  $\zeta = 0,82 ; 0,78$ resp. pour : rupture par surverse ; autres modes de rupture

$E_l$  : longueur du barrage perpendiculairement à l'axe de la vallée (m) ;  $k_H$  : facteur prenant en compte la haute du remblai ;  $k_M$  : facteur prenant en compte le mode de rupture ;  $L$  : longueur du barrage (m) ;  $W_{avg}$  : largeur moyenne du barrage au-dessus de la brèche (m) ;  $H_w$  : Hauteur d'eau au-dessus du fond de la brèche (m) ;  $V_w$  : Volume d'eau stocké au moment de l'ouverture de la brèche ( $m^3$ )

### 3.2.2 Relations empiriques d'estimation de la largeur de brèche

Sur le même principe que pour le débit de pointe, de très nombreux auteurs ont tenté de relier les caractéristiques géométriques de brèche (largeur moyenne, largeur au fond ou en gueule) à des variables explicatives, avec en premier lieu la hauteur et le volume, mais aussi l'épaisseur du barrage, le mode de rupture...

Tableau 2 : Modèles de prédiction de largeur de brèche.

Référence	Relation	Commentaires
Froelich	$B_{avg} = 0,28K_M K_H V_w^{1/3} W_{avg}^{-1/6} H_b^{1/6}$	Equation établie sur 110 cas de rupture.

Référence	Relation	Commentaires
(2016b)		$r^2=0,838$ (en régression ln) $K_M = 1,0 ; 1,5$ resp. pour : ruptures par érosion interne ; rupture avec surverse $K_h = \left(\frac{H_b}{H_s}\right)^{1/2} ; 1,0$ resp. pour : $H_b < H_s ; H_b \geq H_s$ . $H_s = 6,1$
Froelich (2016b)	$B_{avg} = 0,23K_M V_w^{1/3}$	Equation simplifiée établie sur 110 cas de rupture. $r^2=0,82$ (en régression ln) $K_M = 1,0 ; 1,5$ resp. pour : ruptures par érosion interne ; rupture avec surverse
Zhang et al. (2016)	$\frac{B_t}{H_b} = 1,062 \left(\frac{H_d}{H_r}\right)^{0,092} \left(\frac{V_w^{1/3}}{H_w}\right)^{0,508} e^{B_2}$	Relation établie sur 54 cas de rupture. $r^2=0,62$ . $B_2 = b_3 + b_4 + b_5$ $b_3 = 0,061 ; 0,088 ; -0,089$ resp. pour barrage à noyaux ; barrages béton ; barrages en remblais homogènes $b_4 = 0,299 ; -0,239$ resp. pour : surverse ; érosion interne $b_5 = 0,411 ; -0,062 ; -0,289$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible $H_r = 15$
Zhang et al. (2016)	$\frac{B_{avg}}{H_b} = 0,787 \left(\frac{H_d}{H_r}\right)^{0,133} \left(\frac{V_w^{1/3}}{H_w}\right)^{0,652} e^{B_3}$	Relation établie sur 45 cas de rupture. $r^2=0,62$ . $B_3 = b_3 + b_4 + b_5$ $b_3 = -0,041 ; 0,026 ; -0,226$ resp. pour barrage à noyaux ; barrages béton ; barrages en remblais homogènes $b_4 = 0,149 ; -0,389$ resp. pour : surverse ; érosion interne $b_5 = 0,291 ; -0,14 ; -0,391$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible $H_r = 15$
Zhang et al. (2016)	$\frac{B_{avg}}{H_b} = 5,543 \left(\frac{V_w^{1/3}}{H_w}\right)^{0,739} e^{C_3}$	Equation simplifiée. Relation établie sur 53 cas de rupture. $r^2=0,67$ . $C_3 = b_4 + b_5$ $b_4 = -1,207 ; -1,747$ resp. pour : surverse ; érosion interne $b_5 = -0,613 ; -1,073 ; -1,268$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible

$B_{avg}$  : largeur moyenne de la brèche (m) ;  $B_t$  : largeur moyenne de la brèche au sommet (m) ;  $B_b$  : largeur moyenne de la brèche au fond (m) ;  $H_w$  : Hauteur d'eau au-dessus du fond de la brèche (m) ;  $H_b$  : Hauteur finale de la brèche (m) ;  $H_d$  : Hauteur du barrage (m) ;  $L_d$  : Longueur du barrage en crête mesurée perpendiculairement à l'axe de la vallée (m) ;  $V_w$  : Volume d'eau stocké au moment de

l'ouverture de la brèche (m<sup>3</sup>) ;  $V_d$  : Partie du volume du glissement barrant le cours d'eau (m<sup>3</sup>) ;  $W_d$  : Largeur du barrage à la base (m).

### 3.2.3 Relations empiriques d'estimation du temps de formation de la brèche

On trouve enfin ci-après des relations liant le temps de formation de la brèche aux caractéristiques de la retenue (hauteur, volume), du mode de rupture, ou des matériaux (érodabilité).

Tableau 3 : Modèles de prédiction du temps de formation de la brèche

Reference	Relation	Commentaires
Froelich (2016b)	$B_{avg} = 50 \left( \frac{V_w}{gH_b^2} \right)^{0,5} \left( \frac{W_{avg}}{H_b} \right)^{0,25}$	Equation établie sur 111 cas de rupture. $r^2=0,959$ (en régression ln)
Froelich (2016b)	$B_{avg} = 60 \left( \frac{V_w}{gH_b^2} \right)^{0,5}$	Equation établie sur 110 cas de rupture. $r^2=0,954$ (en régression ln)
Zhang et al. (2016)	$\frac{T_f}{T_r} = 0,304 \left( \frac{H_d}{H_r} \right)^{0,707} \left( \frac{V_w^{1/3}}{H_w} \right)^{1,228} e^{B_5}$	Relation établie sur 28 cas de rupture. $r^2=0,79$ . $B_5 = b_3 + b_4 + b_5$ $b_3 = -0,327 ; -0,674 ; -0,189$ resp. pour barrage à noyaux ; barrages béton ; barrages en remblais homogènes $b_4 = -0,579 ; -0,611$ resp. pour : surverse ; érosion interne $b_5 = -1,205 ; -0,564 ; 0,579$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible $T_r = 1$
Zhang et al. (2016)	$\frac{T_f}{T_r} = C_5 \left( \frac{H_d}{H_r} \right)^{0,654} \left( \frac{V_w^{1/3}}{H_w} \right)^{1,246}$	Equation simplifiée. Relation établie sur 30 cas de rupture. $r^2=0,73$ . $C_5 = 0,038 ; 0,066 ; 0,205$ resp. pour érodabilité forte ; moyenne ; faible $H_r = 15 ; T_r = 1$

$B_{avg}$  : largeur moyenne de la brèche (m) ;  $B_t$  : largeur moyenne de la brèche au sommet (m) ;  $B_b$  : largeur moyenne de la brèche au fond (m) ;  $H_w$  : Hauteur d'eau au-dessus du fond de la brèche (m) ;  $H_b$  : Hauteur finale de la brèche (m) ;  $H_d$  : Hauteur du barrage (m) ;  $L_d$  : Longueur du barrage en crête mesurée perpendiculairement à l'axe de la vallée (m) ;  $V_w$  : Volume d'eau stocké au moment de l'ouverture de la brèche (m<sup>3</sup>) ;  $V_d$  : Partie du volume du glissement barrant le cours d'eau (m<sup>3</sup>) ;  $W_d$  : Largeur du barrage à la base (m) ;

## 4 Cas d'étude : Rupture du barrage naturel de la JOSEFINA (1993, Equateur)

### 4.1 Présentation de l'évènement d'après Cadier et al., 1996 et objectifs de l'étude

Le 29/03/1993 vers 20h30 un glissement de terrain s'est produit au lieu-dit La Josefina (Equateur) barrant le cours d'eau Rio Paute à respectivement 15 et 60 km en amont de la ville de Paute et du

barrage hydroélectrique d'Amaluza. Cet évènement a occasionné la formation en 1 mois d'un lac de 200 Mm<sup>3</sup>. La rupture par surverse du barrage constitué par le glissement de terrain a débuté dans la matinée du 1<sup>er</sup> mai 1993. La retenue s'est vidangée en plus de 24 h libérant 175 millions de m<sup>3</sup> d'eau dont 75 Mm<sup>3</sup> entre 08h00 et 11h 00. Il a subsisté après rupture un lac résiduel de 40 m de profondeur d'un volume approximatif de 20 Mm<sup>3</sup>. La pointe de crue a atteint la ville de Paute en une heure et demie et le barrage d'Amaluza en 3 heures. Dans les tronçons inondés la hauteur d'eau était de l'ordre 6 à 8 m dans les parties les plus larges. Elle a atteint jusqu'à 20 à 30 m dans les secteurs encaissés. Le débit maximum entrant dans la retenue du barrage d'Amaluza était de l'ordre de 8 000 m<sup>3</sup>/s. Un volume de sédiments de l'ordre de 1,2 Mm<sup>3</sup> a pénétré dans la retenue du barrage.

#### Objectifs du travail effectué sur ce cas d'étude

Ce cas d'étude est bien documenté. Il existe également sur ce site d'étude des reconstitutions d'hydrogrammes de crue et des profils en long de dépôt de matériaux. On pourra donc tester les modèles hydrauliques capables d'appréhender l'évolution du fond de lit afin d'étudier et de comparer, les propagations d'ondes crue et les évolutions de fond de lit par érosion ou dépôt au cours de la crue.

#### **4.2 Synthèse des données récoltées d'après Queffelec et al., 2019**

##### Profil en long avant et après rupture de barrage

Les pentes du Rio Paute sont comprises entre 0,4 et 1,0 %, les pentes les plus fortes étant observées en aval immédiat du barrage sur 4 500 m et en amont du barrage d'Amaluza. Les pentes du cours d'eau sont faibles et donc assez peu représentatives du contexte montagnard. Ce cas est toutefois étudié car bien documenté, ce qui est rarement le cas. Le profil en long détaillé dans les 15 km en aval du barrage (Figure 1) illustre la taille très importante du barrage tant au niveau de son épaisseur (environ 1 km) que de sa hauteur. Les caractéristiques géométriques du barrage expliquent l'importance des dépôts observés avec des hauteurs de l'ordre de 40 m en aval immédiat de la brèche.

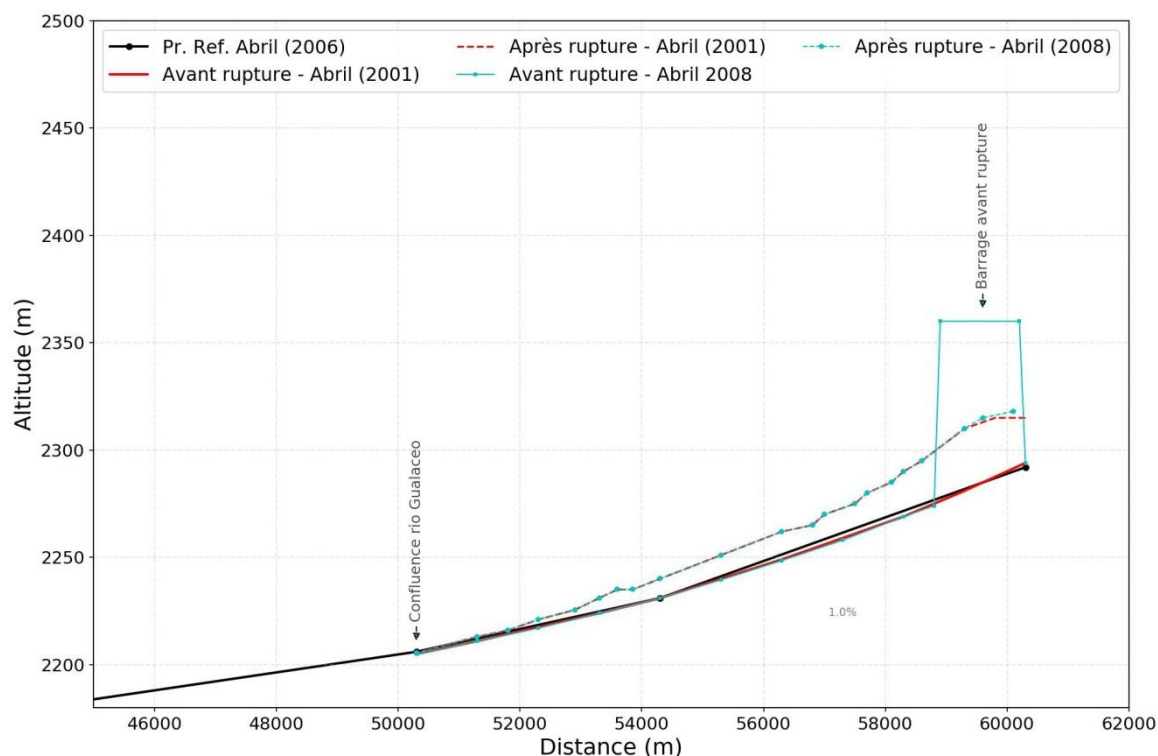


Figure 1 : Détail de la zone amont où les principales évolutions du fond de lit ont été observées

### Hydrogrammes

Les estimations de débit de pointe réalisées post-crue oscillent entre 8 000 et 14 000 m<sup>3</sup>/s (cf. tableau suivant). Plusieurs hydrogrammes reconstitués sont disponibles. Ils sont tous très proches, tant au niveau de la forme que du débit de pointe. Le temps de montée de crue décrit par l'ensemble des auteurs est de l'ordre de 3 à 4 heures. On note également un travail de modélisation numérique « inverse » effectué par Abril (2006) ayant permis de reconstituer les hydrogrammes de crue en entrée du barrage d'Amaluza (60km en aval), au niveau de la station de Chalacay, et au niveau de la rupture de barrage. Ces données sont synthétisées dans le Tableau 4.

Tableau 4 : synthèse des données hydrauliques.

Paramètre	Source	Valeur
Q <sub>p</sub> (m <sup>3</sup> /s)	Cadier et al. (1996)	Entre 9 000 et 14 000 m <sup>3</sup> /s
	Plaza-Nieto et Zevallos (1994)	9 000 m <sup>3</sup> /s
	Aguilera et Romo (1993)	8 100 m <sup>3</sup> /s
	Abril (2006)	8 300 m <sup>3</sup> /s
T <sub>f</sub> (h)	Cadier et al. (1996)	4 h entre le début de la rupture et le débit de pointe 24 h entre le début de la rupture et la vidange du barrage
	Plaza-Nieto et Zevallos (1994) - Hydrogramme	Temps de montée de 3h30

	Abril (2006)	Temps de montée de 3h30
$Q_x/Q_{max}$	Abril (2006)	Simulation inverse à partir des débits déversés au niveau du barrage d'Amaluza. $Q_{max} = 10\,500\text{ m}^3/\text{s}$ Q calculé à Chalacay env. $9\,800\text{ m}^3/\text{s}$ , soit $Q_x/Q_{max} = 93\%$ Q calculé à Amaluza env. $9\,300\text{ m}^3/\text{s}$ soit $Q_x/Q_{max} = 86\%$

### Granulométrie

Selon Zevallos et al. (1996), les observations réalisées à la surface du barrage avant rupture révèlent que les dépôts étaient principalement constitués de blocs de 0,4 à 1,0 m d'épaisseur en mélange avec une matrice beaucoup plus fine de granulométrie comprise entre 0,1 et 30 mm. La matrice constituait en certains endroits jusqu'à 70% du volume total de sédiments. Cadier et al. (1996) rapportent par ailleurs l'existence de plusieurs modélisations physiques réalisées antérieurement à la rupture pour apprécier les caractéristiques de la rupture. Les caractéristiques moyennes adoptées pour les modélisations sont : Etendue granulométrique de 0,1 mm à 2,0 m,  $D_{50} = 100\text{ mm}$  et  $D_{90}/D_{30} = 30$ . Zevallos (1993) a utilisé deux granulométries avec  $D_{50}$  de 25 et 10 cm. Rivero et Martin (1993) ont quant à eux retenu un  $D_{50}$  de 15 cm.

**Mais les différentes courbes granulométriques mettent surtout en évidence une variabilité spatiale très grande des dépôts.**

### Caractéristiques du barrage et de la brèche

La Tableau 5 synthétise les caractéristique du barrage et celles de la brèche telles que décrites par Cadier et al. (1996).

*Tableau 5 : synthèse des caractéristiques du barrage et de la brèche après rupture*

Caractéristiques	Brèche après rupture
Largeur à la base	61 m
Profondeur moyenne	70 m
Longueur	Env. 625 m d'après Abril (2006)
Aire de la section en travers	$9\,000\text{ m}^2$
Volume déblai / érodé	$5,63\text{ Mm}^3$ (calcul LxS)

### Volume de sédiments transporté

Le volume de sédiments érodé au niveau du barrage naturel est estimé à  $5,6\text{ Mm}^3$  (cf. § précédent). A noter également d'après Cadier et al. (1996) qu'un volume de sédiments estimé à  $1,2\text{ Mm}^3$  a pénétré dans le barrage d'Amaluza.

## **4.3 Modélisation numérique 1D avec prise en compte de l'évolution du fond du lit**

Nous procédons ici à la simulation numérique de la propagation de l'onde de rupture en prenant en compte les évolutions de fond de lit au cours de crue avec le modèle Logichar.

### Jeux d'expérience (scénarios)

On réalise les simulations avec prise en compte de 3 scénarios synthétisés dans le Tableau 6 et la Figure 2.

Dans le premier scénario, les hydrogrammes et sédimentogrammes d'injection sont ceux calculés grâce modèle de brèche progressive intégré à RubarBE. Les caractéristiques de la brèche (granulométrie et géométrie) ont été calées de manière à retrouver un débit de pointe cohérent avec celui reconstitué post-crue. Dans cette simulation RubarBE, la largeur finale de brèche est de 40 mètres environ pour un hydrogramme de pointe de l'ordre de 8600 m<sup>3</sup>/s correspondant à la valeur de pointe de l'hydrogramme observé après lissage (Abril et Knight, 2004).

Dans le second scénario le sédimentogramme est modifié pour retrouver un volume injecté correspondant au calcul géométrique du volume érodé dans la brèche, soit 5,6 Mm<sup>3</sup>.

Enfin, le troisième scénario intègre le barrage dans la zone de calcul de manière à simuler les ajustements de fond suite à la brèche en prenant cette fois ci en compte un sédimentogramme d'injection nul en entrée et sans donc utiliser de modèle spécifique à la formation de la brèche.

Tableau 6 : synthèse des 3 scénarios simulés

Caractéristiques	CAS 1	CAS 2	CAS 3
Emprise spatiale / Topographie	Les modélisations débutent à l'aval immédiat du barrage		Le barrage est intégré à la topographie
Hydrogramme d'injection	Calculé avec module de brèche progressive intégré à RubarBE $Q_p = 8\ 600\ \text{m}^3/\text{s}$ ; $t_m = 7\ \text{h}$ ; $d = 24\ \text{h}$		Hydrogramme reconstitué d'après ABRIL (2006) $Q_p = 8\ 300\ \text{m}^3/\text{s}$ ; $t_m = 3,3\ \text{h}$ ; $d = 19\ \text{h}$
Sédimentogramme d'injection	Calculé avec RubarBE $V_s = 1,46\ 10^6\ \text{m}^3$	Calé pour obtenir le volume géométrique de la brèche soit $V_s = 5,6\ 10^6\ \text{m}^3$	Ecoulement d'eau claire arrivant sur la crête du barrage $V_s = 0\ \text{m}^3$
Granulométrie		Rickenmann (1990) $d_{50} = 0,1\ \text{m}$ $d_{90}/d_{30} = 5$	

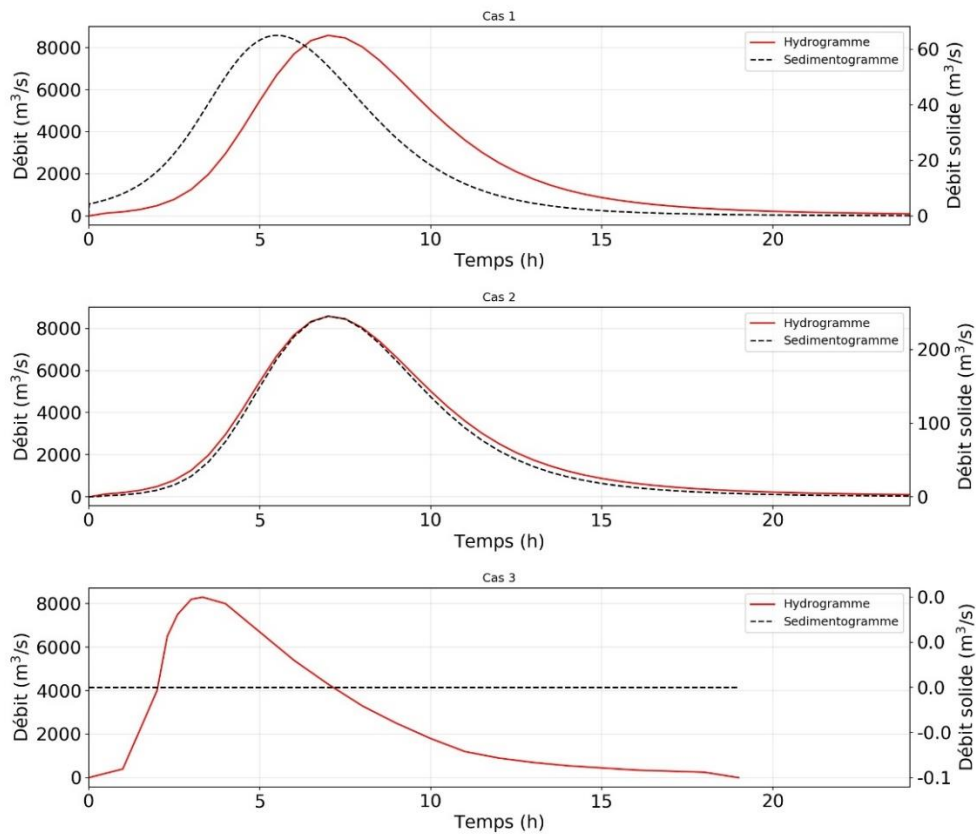


Figure 2 : Hydrogrammes et sédimentogrammes définis pour chacun des 3 scénarios étudiés

Topographie, coefficients de Manning et granulométries retenus.

La topographie et les coefficients de Manning retenus sont ceux décrits dans l'article d'Abril (2006). Il s'agit d'une représentation très simplifiée de la topographie réelle avec 9 profils en travers trapézoïdaux couvrant un linéaire de 60 km (Tableau 7).

Tableau 7 : Topographie retenue pour les modélisations hydrauliques. Source : Abril, 2006

Lieu	Abscisse depuis l'aval (m)	Cote de fond de lit (m)	Largeur au fond (m)	Fruit des berges(-)	Coeff. de Manning ( $m^{-1/3}.s$ )
Amaluzá	0	1 935	40	1.25	0.09
Mazar	9 000	2 020	40	1.25	0.09
Chalacay	18 800	2 070	40	1.25	0.09
Chicti	39 300	2 160	150	4	0.06
Conf. Gualaceo	50 300	2 206	150	4	0.08
Balcon de Pilatos	54 300	2 231	60	2	0.08
Josefina aval barrage	58 800	2 276	60	2	0.08
Josefina haut de talus aval	58 900	2 360	60	1	0.08
Josefina crête amont	60 200	2 360	60	1	0.08



En pratique, le modèle topographique de la vallée considérée a été bâti sur les sections trapézoïdales indiquées par Abril, 2006. Le tronçon de rivière considéré a une longueur de 60 300 m, discrétisé en 6 000 mailles de calcul dont l'altitude initiale et la largeur sont interpolées linéairement sur la base des 5 sections initiales.

L'épaisseur des couches érodables du lit et les granulométries adoptées sont :

- Abscisses de 60 300 à 54 300 m : 3 mètres d'épaisseur de d50=400 mm avec d90/d30 = 5
- Abscisses de 54 300 m à l'aval : couche de 10 m d'épaisseur avec d50=100 mm avec d90/d30 = 5

### Aperçu des résultats de simulation Logichar

On présente ici pour illustration un résultat intermédiaire (Figure 3) et un résultat de l'état final (Figure 4) pour la simulation du cas 1.

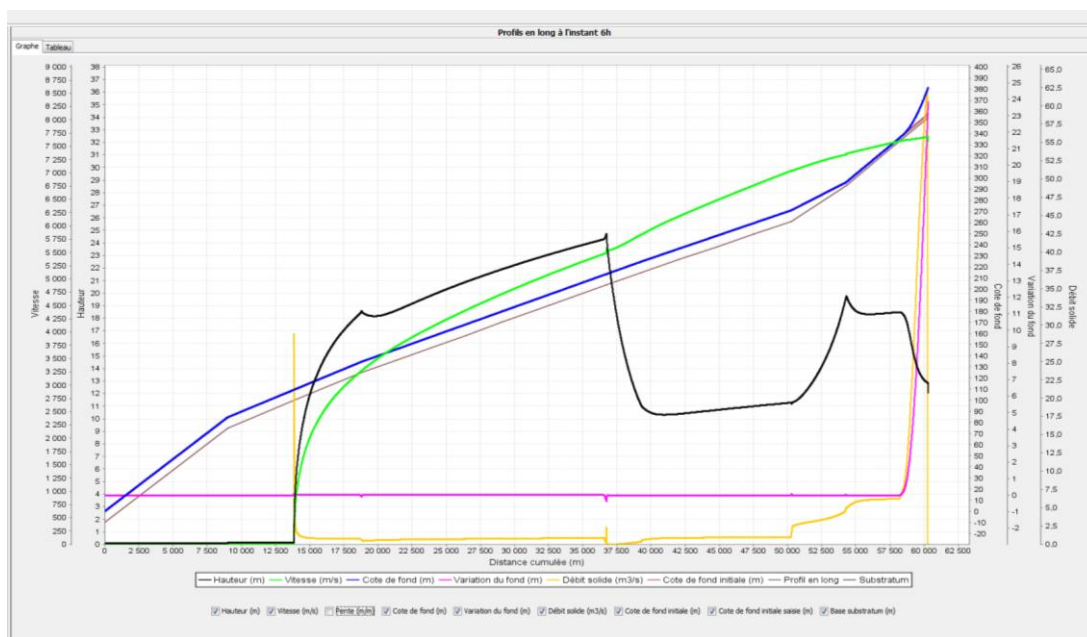


Figure 3 : Profils à 6,0 h de hauteur (noir), vitesse (vert), débit solide (jaune) et évolution du fond par rapport à la situation initiale (mauve) pour le cas 1

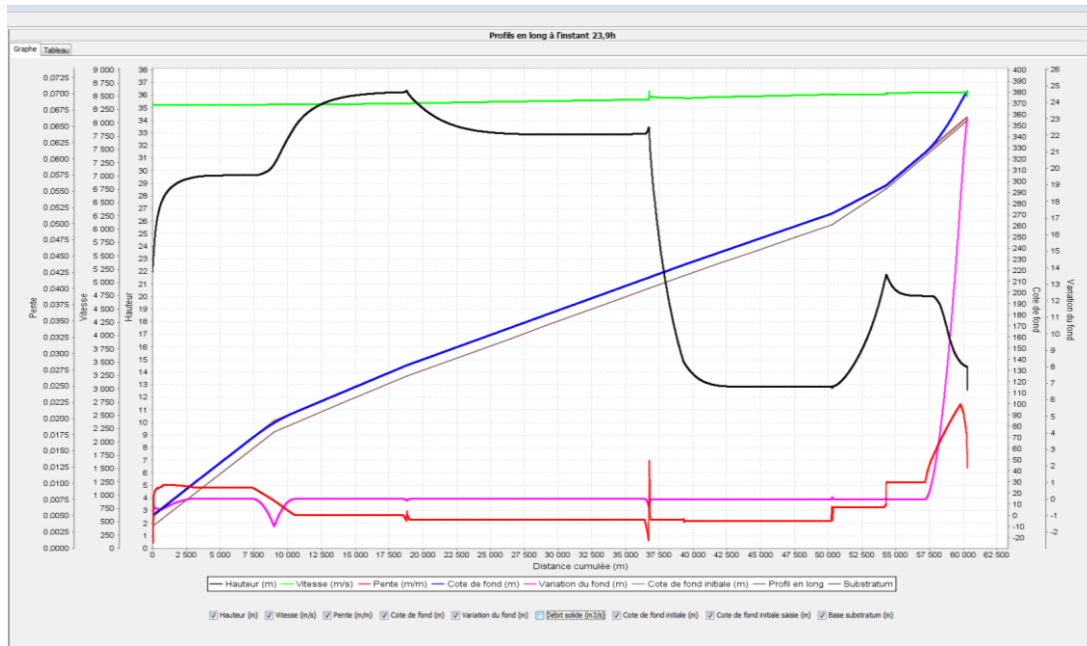


Figure 4 : Profils de hauteur (noir) et débit (vert) maximum et final de l'évolution du fond par érosion / dépôt (mauve) pour le cas 1

#### 4.4 Résultats et discussion

On s'intéresse successivement pour chacun des scénarios : (a) à la propagation de l'onde de crue ; (b) à l'évolution du fond de lit.

##### 4.4.1 Propagation de l'onde de crue / Atténuation

On ne présente ci-après que les résultats des scénarios 1 et 3 (Figures 5 et 6), le scénario 2 étant identique au niveau de l'hydrogramme d'injection à celui du cas 1.

On observe ainsi pour les scénarios 1 et 3 des atténuations très faibles. Celles-ci peuvent s'expliquer par le très important volume d'eau libéré. Par ailleurs, des tests de sensibilité ont montré qu'une atténuation significative pouvait être obtenue uniquement par une augmentation importante de la rugosité de surface et donc du coefficient de Manning. Une application du modèle RubarBE a également mené à une atténuation très faible du débit de pointe. En pratique, les observations de terrain ont montré une atténuation du débit de pointe de l'ordre de 86% à Almaluza. La surestimation par le modèle reste donc raisonnable.

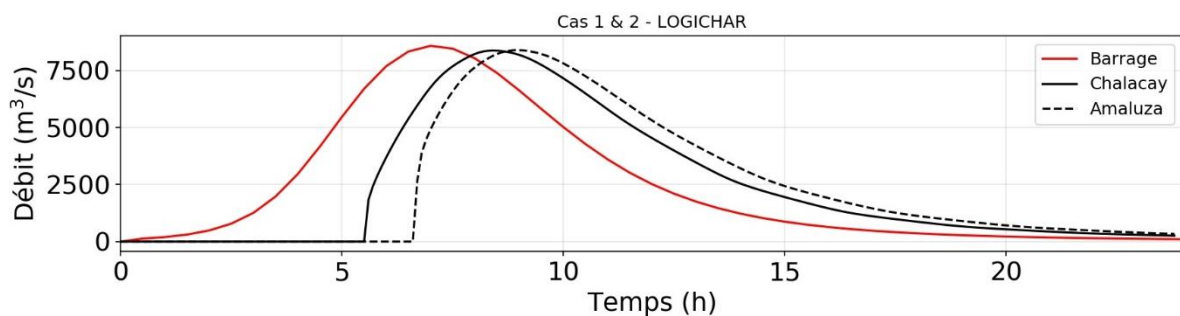


Figure 5 : Scénario 1 : Hydrogrammes calculés à Chalacay et Almaluza.

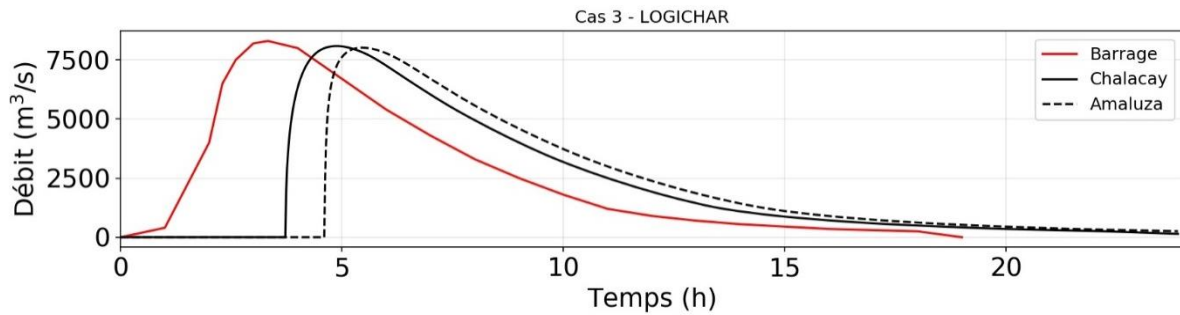


Figure 6 : Scénario 3 : Hydrogrammes calculés à Chalacay et Amaluza.

#### 4.4.2 Evolution du fond

Les figures 7, 8 et 9 montrent une intensité généralement limitée du transport solide qui est principalement présent au niveau du front d'écoulement de la vague de rupture et à l'aval immédiat du barrage où se concentrent les évolutions du fond. Quel que soit le scénario pris en compte, les évolutions de fond modélisées sont notables sur les 3 à 4 premiers kilomètres à l'aval de la rupture (jusqu'à  $X = 55$  à  $56$  000 m). La comparaison avec le profil en long des dépôts observés montre par ailleurs que le modèle sous-estime la propagation des sédiments qui atteignait en réalité l'abscisse  $X = 52$  000 m avec des dépôts de plusieurs mètres. On gardera cependant en mémoire, comme rapporté par Cadier et al. (1996), que la crue a provoqué des déstabilisations de versants, avec des apports « secondaires » de matériaux qui ne sont pas pris en compte dans les modélisations.

En aval de l'abscisse  $X = 55$  000 m, les évolutions de fond deviennent négligeables devant la hauteur d'eau. Bien que le barrage soit très épais, sur l'ensemble du domaine de modélisation d'une longueur de 60 km, une modélisation prenant en compte l'évolution du fond de lit, n'est donc ici justifiée que pour les premiers kilomètres à l'aval de la rupture.

Contrairement au scénario 2 qui surestime largement l'épaisseur de dépôt, les scénarios 1 et 3 permettent d'approcher la valeur de dépôt à l'aval immédiat du barrage ce qui est un point intéressant en pratique car dans ce cas d'étude, les simulations ont permis de bien approcher la profondeur de la brèche qui est nettement moins importante que la hauteur initiale du barrage. Cette approche permet donc de ne pas surestimer la violence de la rupture et ainsi mener à une évaluation pertinente de l'hydrogramme amont et tout particulièrement du débit de pointe.

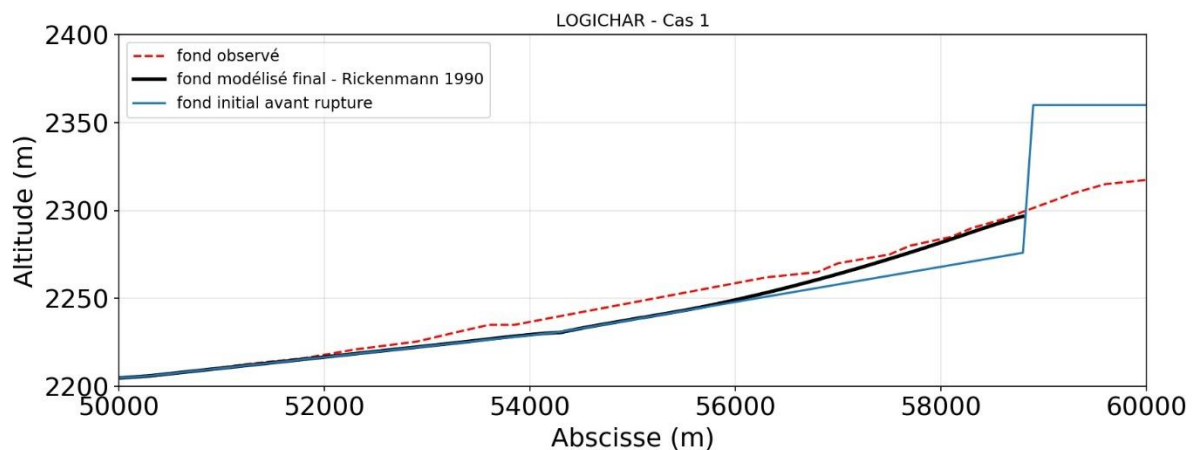


Figure 7 : Evolution du fond, Cas 1

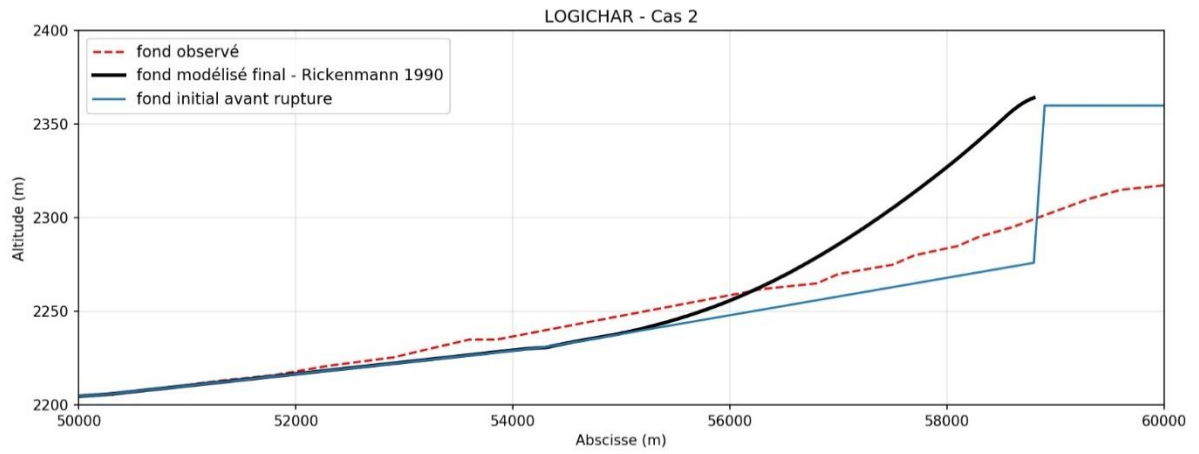


Figure 8 : Evolution du fond, Cas 2

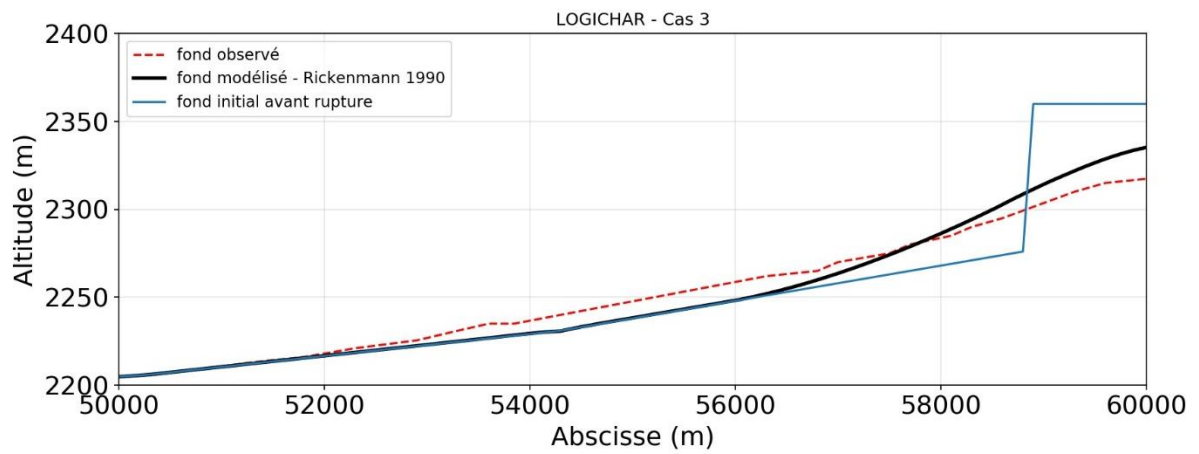


Figure 9 : Evolution du fond, Cas 3

## 5 Conclusion

Nous avons présenté les caractéristiques du modèle Logichar d'INRAE permettant le calcul de la propagation de l'onde de rupture d'un barrage en terre avec prise en compte du transport de sédiment et des changements morphologiques associés (érosion/dépôt) en contexte de forte pente. Nous avons ensuite présenté plusieurs méthodes numériques ou empiriques permettant de générer les données d'entrée de ce modèle et notamment l'évaluation de l'hydrogramme et du sédimentogramme amonts, résultant de la rupture du barrage. Nous avons ensuite testé les performances de ce modèle par comparaison à un cas bien documenté de rupture : la Josefina, Equateur, 1993. Les résultats ont montré que la propagation hydraulique pouvait être simulée avec un bon degré de confiance. Ce point a été validé aussi bien par comparaison aux observations de terrain que par comparaison à d'autres modèles existants. Pour ce qui concerne le transport solide, la conclusion est moins nette. Les évolutions du fond ont pu être simulées de façon assez pertinente sous certaines hypothèses de conditions limites amont seulement. Ceci met en évidence l'importance d'une bonne évaluation de ces conditions et notamment du sédimentogramme amont, ce qui revient à bien évaluer les conditions de formation de la brèche, qui est donc un point crucial. Pour autant, la répartition des sédiments après écoulement reste entachée d'une assez grande incertitude qui montre la nécessité de travaux de recherche complémentaires. Moyennant la considération de ces incertitudes, les outils développés présentent un intérêt opérationnel certain en comparaison aux approches le plus souvent pratiquées qui ignorent le plus souvent l'influence du transport solide et ses conséquences sur le risque.

## Références

### BILIOGRAPHIE GENERALE

AZIMI, R., VATANKHAH, A. R., et KOUCHAKZADEH, S. Predicting peak discharge from breached embankment dams. In : E-Proc., 36th IAHR World Congress. 2015.

FROEHLICH, David C., 1995. Peak Outflow from Breached Embankment Dam. Journal of Water Resources Planning and Management [en ligne]. janvier 1995. Vol. 121, n° 1, pp. 90-97. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1995\)121:1\(90\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9496(1995)121:1(90))

FROEHLICH, David C., 2016. Predicting Peak Discharge from Gradually Breached Embankment Dam. Journal of Hydrologic Engineering [en ligne]. novembre 2016. Vol. 21, n° 11, pp. 04016041. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001424](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001424)

PENG, M. et ZHANG, L. M., 2011. Breaching parameters of landslide dams. Landslides [en ligne]. 4 mai 2011. Vol. 9, n° 1, pp. 13-31. <http://dx.doi.org/10.1007/s10346-011-0271-y>

QUEFFELEAN, Y., KUSS, D., Fouquet, M., PAQUIER, A. et LAIGLE, D., 2019. Modélisation des ruptures de barrages issus de glissements de terrain. Rapport technique Ministère de la Transition Ecologique et Solidaire, action MTES – B5. 152 p.

THORNTON, Christopher I., PIERCE, Michael W. et ABT, Steven R., 2011. Enhanced Predictions for Peak Outflow from Breached Embankment Dams. Journal of Hydrologic Engineering [en ligne]. janvier 2011. Vol. 16, n° 1, pp. 81-88. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0000288](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000288)

WANG, Bo, CHEN, Yunliang, WU, Chao, PENG, Yong, SONG, Jiajun, LIU, Wenjun et LIU, Xin, 2018. Empirical and semi-analytical models for predicting peak outflows caused by embankment dam failures. Journal of Hydrology [en ligne]. juillet 2018. Vol. 562, pp. 692-702. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2018.05.049>

ZHANG L., PENG M. CHANG D., XU Y., Statistical Analysis of Failures of Landslide Dams, 2016a. In : Dam Failure Mechanisms and Risk Assessment [en ligne]. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd. pp. 25-52. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118558522.ch3>

ZHANG L., PENG M. CHANG D., XU Y. Dam Breach Modeling, 2016b. In : Dam Failure Mechanisms and Risk Assessment [en ligne]. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd. pp. 161-221. <http://dx.doi.org/10.1002/9781118558522.ch8>

### REFERENCES RELATIVES AU CAS D'ETUDE DE LA JOSEFINA

ABRIL, B. J. (2006). Estudios hidrodinamicos del rio Paute durante el desastre de la Josefina para el proyecto Paute Mazar. COMITÉ BRASILEIRO DE BARRAGENS V SIMPÓSIO BRASILEIRO SOBRE PEQUENAS E MÉDIAS CENTRAIS HIDRELÉTRICAS FLORIANÓPOLIS – SC, 03 A 06 DE ABRIL DE 2006. 20 pages.

CADIER, E., ZEVALLOS, O., BASABE, P. (1996). Le glissement de terrain et les inondations catastrophiques de la Josefina en Equateur. In : Les risques naturels et leur gestion en Equateur :

diversité des exemples, complémentarité des approches. Bulletin de l'Institut Français d'Etudes Andines, 25 (3), 421-441. ISSN 0303-7495.

ZEVALLS MORENO, O., FERNANDEZ, Maria A., PLAZA-NIETO, G., SOJOS, S. K. (1996). Sin plazo para la esperanza: reporte sobre el desastre de La Josefina, Ecuador, 1993. [Quito], Ecuador, Escuela Politécnica Nacional.

#### REFERENCES DES LOGICIELS

RubarBE :

CAMENEN, B., BERAUD, C., LE COZ, J., PAQUIER, A. - 2017. 1D morphodynamic modelling using a simplified grain size description. Journal of Hydraulic Research, p. 1-13

EL KADI, K., PAQUIER, A. - 2009. One-dimensional numerical modeling of sediment transport and bed deformation in open channels. Water Resources Research, vol. 45, n° W05404, 20 p.

PAQUIER, A., KHODASHENAS, S.R. - 2002. River bed deformation calculated from boundary shear stress. Journal of Hydraulic Research, vol. 40, n° 5, p. 603-609

Logichar :

Logichar « transitoire » : L'onde de rupture d'un barrage : transport solide et potentielles laves torrentielles, in : Projet transfrontalier Italie-France Alcotra RISBA ; Verba Volant, Torino, 2015 : 171 – 187. ISBN : 9788894069501.

LEFORT, P. (1991). Transport solide dans le lit des cours d'eau. Dynamique fluviale. SOGREAH – ENSHMG – INPG.

LEVEQUE, R. J. (2002). Finite volume methods for hyperbolic problems. Cambridge University Press.

MEUNIER, M. (1991). Eléments d'hydraulique torrentielle. Série Etudes du Cemagref, N°1 Montagne.

RECKING, A. (2013). Simple method for calculating reach-averaged bed-load transport. Journal of hydraulic engineering, 139(1), 70-75.

RICKENMANN, D. (1990). Bed load transport capacity of slurry flows at steep slopes. Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH, Zurich. 249 p.