Dynamique de populations cellulaires structures : morphogenèse des follicules ovariens

Romain Yvinec

22 03 2019

.

Modélisation de la folliculogenèse ovarienne

Croissance d'un follicule



Monniaux et al., M/S. 1999

- Thèse de F. Robin, (coencadrement. F. Clément)
- Ecole d'été (CEMRACS)
 C. Bonnet, K. Chahour

Populations de follicules



2 /31

Modélisation de la folliculogenèse ovarienne

Scientific and societal issues

Understanding of a complex process of developmental biology, occuring during the whole lifespan

Numerous cell types involved, and various interactions Many different spatial and temporal scales Hormonal feedback (endocrine, paracrine, autocrine) Steric and biophysical constraint

Preserve the reproductive ability

latrogenic or physiological alterations Sensibility to environmental conditions Biodiversity preservation

Control of the reproduction function (in humans and animals)

Biotechnology of reproduction (*in vivo*, *ex vivo*, *in vitro*) Clinical, economical and environmental issues

イロト イヨト イヨト イヨト

Multiscale biology and Folliculogenesis

Encoding and decoding complex neuro-hormonal signals

Population dynamics : gametogenesis

Intra-cellular level : signaling networks



イロト イヨト イヨト イヨト

Yvinec et al., Advances in computational modeling approaches of pituitary gonadotropin signaling, Expert Opinion on Drug Discovery, 2018.

 Morphogenesis and maturation of ovarian follicles somatic and germ (egg) cells

Ovarian reserves of follicles and their regulations



OVULATION

Folliquie précentatoire

э

イロト イヨト イヨト イヨト

Monniaux, Theriogenology 2016

- Morphogenesis and maturation of ovarian follicles somatic and germ (egg) cells
- Pool of Quiescent follicles static reserve (perinatal in most mammals) Slow activation

Ovarian reserves of follicles and their regulations





イロト イヨト イヨト イヨト

э

Monniaux, Theriogenology 2016

- Morphogenesis and maturation of ovarian follicles somatic and germ (egg) cells
- Pool of Quiescent follicles static reserve (perinatal in most mammals) Slow activation
- Basal growth Dynamic reserve (starting at birth) Spanning over several ovarian cycles

Ovarian reserves of follicles and their regulations





イロト イヨト イヨト イヨト

Monniaux, Theriogenology 2016

- Morphogenesis and maturation of ovarian follicles somatic and germ (egg) cells
- Pool of Quiescent follicles static reserve (perinatal in most mammals) Slow activation
- Basal growth Dynamic reserve (starting at birth) Spanning over several ovarian cycles
- Terminal growth After puberty : ovulation within an ovarian cycle

Ovarian reserves of follicles and their regulations



Monniaux, Theriogenology 2016

< ロ > < 同 > < 三 > < 三 >

Follicle population in women



Scaramuzzi et al., Reprod.Fert. Dev. 2011

- ∢ ⊒ ⇒

Follicle population in women

- Quiescent follicles
 - $\begin{array}{ll} \mbox{peri-natal} & \approx 5 \cdot 10^6 \\ \mbox{At birth} & \approx 1 \cdot 10^6 \\ \mbox{At puberty} & 10^4 10^6 \\ \mbox{At menopause} & < 10^3 \\ \mbox{Activation rate} & "A few per days" \end{array}$



Scaramuzzi et al., Reprod.Fert. Dev. 2011

ヘロト ヘヨト ヘヨト ヘヨト

Follicle population in women

- Quiescent follicles $pprox 5 \cdot 10^6$ peri-natal $pprox 1 \cdot 10^6$ At birth $10^4 - 10^6$ At puberty At menopause $< 10^3$ Activation rate "A few per days"
- Growing follicles Maturation time 120 - 180i $10^3 - 10^4$ Basal follicles 10^{2} Terminal follicles Pre-Ovulatory follicles a few Atresia Most of them ! -> Only 400 follicles will ever reach the pre-ovulatory stage



Scaramuzzi et al., Reprod.Fert, Dev. 2011

A (1) × A (2) × A (2) ×



Courtesy of Danielle Monniaux.

・ロト ・回ト ・ヨト ・ヨト

Modélisation de la croissance d'un follicule ovarien

- Pourquoi on fait ça?
- ⇒ Compréhension d'un phénomène complexe ayant un impact sur la fonction de reproduction
- ⇒ Dialogue cellule germinale / cellules somatiques en interaction finement régulé (nombreuses dérégulations connues)
- ⇒ Rôle de la morphologie (contraintes spatiales) dans le processus de l'ovogenèse
- ⇒ Manque de données cinétiques non-invasives : données essentiellement sous forme de "snapshot"



Monniaux, Theriogenology 2016

Modélisation de la croissance d'un follicule ovarien

- Pourquoi on fait ça?
- Comment on fait ça?
 - ⇒ Modélisation dynamique de populations cellulaires : différents formalismes (stochastiques/déterministes, homogène / spatiale, individu-centré...)
 - ⇒ Études théoriques / Calibration aux données / Interprétation
 - \Rightarrow Aller-retour entre théorie et expérimentation

向下 イヨト イヨト

Modélisation de la croissance d'un follicule ovarien

- Pourquoi on fait ça?
- Comment on fait ça?
- Enjeux, objectifs de la modélisation (à long terme).
 - ⇒ Proposer/discriminer des mécanismes de croissance "plausible biologiquement"
 - ⇒ Exploiter l'ensemble des données disponibles et les compléter par des "prédictions"
 - ⇒ Disposer d'un outil in-silico pour tester différentes façon de modifier la croissance d'un follicule ovarien.

白 ト イ ヨ ト イ ヨ ト

Modèle d'initiation folliculaire



Points clés de l'initiation d'un follicule

- Sortie de la phase de quiescence (réserve statique)
- Une simple couche de cellules somatiques
- Deux types cellulaires : aplaties et cuboïdes
- Transition irréversible des cellules aplaties en cuboïdes
- Le follicule est "activé" lorsque toutes ses cellules sont cuboïdes



Fig. 1. Illustrations of follicle types: (a) Type B, \times 570; (b) Type B/C, \times 570; (c) Type C, \times 570; (d) Type D, \times 410.

Coupes Histologiques de follicules ovariens humains, Gougeon et al, 1987

Comparaison de deux phénotypes – données ex vivo



- Ex vivo data in sheep fetus (Courtesy of K. McNatty) : WT (++) vs Boroola (BB)
- \Rightarrow Proportion de cellules cuboïdes vs le nombre de cellules cuboïdes.

Comparaison de deux phénotypes - données ex vivo



- Ex vivo data in sheep fetus WT vs BB
- Les follicules activé ont "rapidement" un nombre plus important de cellules somatiques.
- ⇒ Est-ce qu'il y a juxtaposition des deux processus de différentiation et de prolifération ?

Comparaison de deux phénotypes – données ex vivo



- Ex vivo data in sheep fetus WT vs BB
- La proportion de cellules cuboïdes semble plus élevé chez les BB, pour un même nombre de cellules cuboïdes.
- Est-ce que cela \Rightarrow vient d'une différence de cinétique?

- ∢ ⊒ →

Comparaison de deux phénotypes – données ex vivo



- Ex vivo data in sheep fetus WT vs BB
- Les mécanismes de régulations du processus d'initiations sont peu connues.
- ⇒ Au sein d'un follicule, est-ce que la cinétique de différentiation des cellules est progressive ou "abrupte"?

- \hookrightarrow Deux populations cellulaires : F (flattened) and C (cuboidal)
- → Petit nombre de cellules : modèle stochastique, événements ponctuels ayant lieu à des "fréquences" qui dépendent de la population
- \hookrightarrow Condition initiale : $F = F_0$ (paramètre), C = 0; Condition finale : F = 0, $C(F = 0) \ge F_0$ (output)

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

向下 イヨト イヨト

- \hookrightarrow Deux populations cellulaires : F (flattened) and C (cuboidal)
- → Petit nombre de cellules : modèle stochastique, événements ponctuels ayant lieu à des "fréquences" qui dépendent de la population
- $\label{eq:condition} \hookrightarrow \mbox{ Condition initiale }: F = F_0 \mbox{ (paramètre)}, \ C = 0 \ ; \\ \mbox{ Condition finale }: F = 0, \ C(F = 0) \geq F_0 \mbox{ (output)}$

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

 $\hookrightarrow \mbox{ Rétro-action des cellules cuboïdes sur le taux de différentiation : est-elle significative ?}$

(1) マント (1) マント

- \hookrightarrow Deux populations cellulaires : F (flattened) and C (cuboidal)
- → Petit nombre de cellules : modèle stochastique, événements ponctuels ayant lieu à des "fréquences" qui dépendent de la population
- \hookrightarrow Condition initiale : $F = F_0$ (paramètre), C = 0; Condition finale : F = 0, $C(F = 0) \ge F_0$ (output)

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

- $\hookrightarrow \mbox{ Rétro-action des cellules cuboïdes sur le taux de différentiation : est-elle significative ?}$
 - Pré-supposé : α est (très) lent, β et γ + rapides.

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

- Modèle cinétique sans données cinétiques
 - $\Rightarrow \text{ Adimensionner les paramètres } (\alpha = 1, \ \beta \leftarrow \beta/\alpha, \\ \gamma \leftarrow \gamma/\alpha)$
 - ⇒ Reformulation : le nombre de cellules cuboïdes augmente de 1 à chaque événement -> il peut servir de "compteur" à la place du temps physique.



Robin et al. Stochastic nonlinear model for somatic cell population dynamics during ovarian follicle activation, (submitted) arXiv :1903.01316

イロト イヨト イヨト

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

- Modèle cinétique sans données cinétiques
- Etude théorique : temps d'atteinte, propriétés "simples"
 - ⇒ Statistiques du temps d'atteinte de l'état F = 0 (follicule initié) en fonction des paramètres du modèles
 - \Rightarrow Variabilité du nombre de cellules cuboïdes final
 - ⇒ Propriétés transitoire (progressif vs abrupt)



Robin et al. Stochastic nonlinear model for somatic cell population dynamics during ovarian follicle activation, (submitted) arXiv :1903.01316

向下 イヨト イヨト

Events	Reaction	Intensity function
differentiation	F ightarrow C	$\alpha F + \beta \frac{FC}{F+C}$
prolifération	$C \rightarrow C + C$	γC

- Modèle cinétique sans données cinétiques
- Etude théorique : temps d'atteinte, propriétés "simples"
- Calibration de paramètres et interprétation



Robin et al. Stochastic nonlinear model for somatic cell population dynamics during ovarian follicle activation, (submitted) arXiv :1903.01316

向下 イヨト イヨト

Adéquation aux données et identifiabilité



- ⇒ Le modèle peut capturer les deux jeux de données
- ⇒ Difficulté d'identifiabilité des paramètres (non-conclusif sur l'importance de la rétro-action)
- ⇒ Wild-type : différentiation puis prolifération Mutant : différentiation et prolifération concomittante

Modèle de croissance basale



Points clés de la croissance basale d'un follicule

- Croissance d'un follicule primaire après initiation
- Symétrie Sphérique
- Structure spatiale en couche concentrique
- Dynamique jointe Croissance ovocytaire (central) Prolifération cellule somatique



Courtesy of Danielle Monniaux.

Données et questions

• On a ici des données de comptage des cellules somatiques, données morphologiques (diamètres) et *un ordre de grandeur des temps de transit*

	t = 0	t = 20	t = 35
‡Data points	34	10	18
Total cell number	113.89 ± 57.76	$885.75 \pm \scriptscriptstyle 380.89$	$2241.75 \pm {\scriptstyle 786.26}$
Oocyte diameter (μm)	49.31 ± 8.15	$75.94 \pm \scriptscriptstyle 10.89$	$88.08 \pm \textbf{7.43}$
Follicle diameter (μm)	$71.68 \pm \texttt{13.36}$	$141.59\ \pm \ {}^{17.11}$	$195.36 \pm {\scriptstyle 23.95}$

• • = • • = •

Données et questions

• On a ici des données de comptage des cellules somatiques, données morphologiques (diamètres) et *un ordre de grandeur des temps de transit*

	t = 0	t = 20	t = 35
‡Data points	34	10	18
Total cell number	113.89 ± 57.76	$885.75 \pm \scriptscriptstyle 380.89$	$2241.75 \pm {\scriptstyle 786.26}$
Oocyte diameter (μm)	49.31 ± 8.15	$75.94 \pm \scriptscriptstyle 10.89$	$88.08 \pm \textbf{7.43}$
Follicle diameter (μm)	$71.68 \pm \texttt{13.36}$	$141.59\ \pm\ {}^{17.11}$	$195.36 \pm {\scriptstyle 23.95}$

⇒ Peut-on expliquer la prolifération en couches concentriques par un modèle de division et migration "simple"? Ou est-ce que les contraintes physiques jouent un rôle important?

向下 イヨト イヨト

Données et questions

• On a ici des données de comptage des cellules somatiques, données morphologiques (diamètres) et *un ordre de grandeur des temps de transit*

	t = 0	t = 20	t = 35
‡Data points	34	10	18
Total cell number	113.89 ± 57.76	$885.75 \pm \scriptscriptstyle 380.89$	$2241.75 \pm {\scriptstyle 786.26}$
Oocyte diameter (μm)	49.31 ± 8.15	$75.94 \pm \textbf{10.89}$	$88.08 \pm \textbf{7.43}$
Follicle diameter (μm)	$71.68 \pm \texttt{13.36}$	$141.59 \pm {\scriptstyle 17.11}$	$195.36 \pm {\scriptstyle 23.95}$

- ⇒ Peut-on alors caractériser le taux de croissance du follicule et la répartition spatiale des cellules somatiques ?
- ⇒ Quel est l'impact de la position spatiale d'une cellule somatique sur sa cinétique?

向下 イヨト イヨト

Modèle Géométrique : répartition en couche

- Cellules somatiques sphériques (d_G)
- Ovocyte sphérique (d₀)
- J Couches
- Follicule sphérique (d_f) $\hookrightarrow d_f = d_0 + 2Jd_G$

Les cellules somatiques sont supposées incompressibles et occupent successivement le volume de chaque couche concentrique.



- Taux de division **âge** et **position** dépendant (cycle cellulaire régulé par l'ovocyte)
- A la division, déplacement concentrique
- Les Cellules sont indépendantes entre elles



- Taux de division **âge** et **position** dépendant (cycle cellulaire régulé par l'ovocyte)
- A la division, déplacement concentrique
- Les Cellules sont indépendantes entre elles



- Taux de division **âge** et **position** dépendant (cycle cellulaire régulé par l'ovocyte)
- A la division, déplacement concentrique
- Les Cellules sont indépendantes entre elles



- Le modèle géométrique permet d'obtenir une répartition spatiale "compacte"
- Le modèle dynamique permet de faire évoluer dans le temps cette répartition spatiale
- Le modèle est linéaire : on s'attend (et on prouve) à une croissance exponentielle, avec un profil spatiale (asymptotiquement) stable





Résultats théoriques et adéquation aux données ex vivo

⇒ Croissance exponentielle dominée par la première couche cellulaire



P

Clément et al. Analysis and Calibration of a Linear Model for Structured Cell Populations with Unidirectional Motion : Application to the Morphogenesis of Ovarian Follicles, SIAM App. math. 2019

Romain Yvinec Modélisation de la folliculogenèse ovarienne

Résultats théoriques et adéquation aux données ex vivo

⇒ Identification des paramètres et Quantification du temps de doublement (\approx 16 j) : Temps de cycle \nearrow avec la distance à l'ovocyte





Clément et al. Analysis and Calibration of a Linear Model for Structured Cell Populations with Unidirectional Motion : Application to the Morphogenesis of Ovarian Follicles, SIAM App. math, 2019 Initiation Basal Antrum Ovogenèse

Résultats théoriques et adéquation aux données ex vivo

⇒ Prédiction d'une répartition spatiale "asymptotiquement" stable (non observée dans les données)



Clément et al. Analysis and Calibration of a Linear Model for Structured Cell Populations with Unidirectional Motion : Application to the Morphogenesis of Ovarian Follicles, SIAM App. math. 2019

Romain Yvinec

Modélisation de la folliculogenèse ovarienne

Etude comparative (en cours)

- wild-type VS mutations (Lundy et al. 1999)
- Ex vivo VS In vitro (Cadoret et al. 2017)



gold : McNatty's data (coupes histologiques), cyan (FSH treated) and pink : V. Cadoret's in vitro and ex vivo data

イロト イヨト イヨト イヨト

Etude comparative (en cours)

- wild-type VS mutations (Lundy et al. 1999)
- Ex vivo VS In vitro (Cadoret et al. 2017)
- ⇒ Hypothèse : plusieurs jeux de données peuvent coïncider au niveau morphologique mais se différencier par la cinétique



gold : McNatty's data (coupes histologiques), cyan (FSH treated) and pink : V. Cadoret's in vitro and ex vivo data

Etude comparative (en cours)

- wild-type VS mutations (Lundy et al. 1999)
- Ex vivo VS In vitro (Cadoret et al. 2017)
- ⇒ Raffinement du modèle : dynamique de croissance de l'ovocyte, de l'antrum, contraintes physique et spatiales...



gold : McNatty's data (coupes histologiques), cyan (FSH treated) and pink : V. Cadoret's in vitro and ex vivo data

Modèle de croissance antrale



э

Modèle de croissance antrale (en cours)

- Perte de symétrie sphérique
- Dynamique jointe croissance de l'antrum Prolifération des cellules du Cumulus/Mural Gradient de "morphogènes"
- Explication morphodynamique de la formation de l'antrum ?
- Différentiation vs prolifération : quel(s) mécanisme(s) de contrôle?
- Rôle de l'Antrum?



Tertiary (antral) follicle

イロト イヨト イヨト イヨト

Rôle de l'antrum?

Species	Oocyte radius (µm)	Follicle radius when antrum first appears (µm)	Reference	Estimated voidage
Rat	32	100	Parkes (1931)	0.09
Mouse	35	100	Parkes (1931)	0.09
Horse	36	110	Driancourt (1979)	0.14
Pig	3.8	200	Parkes (1931)	0.46
Human	40	200	McNatty (1978) and Peters & McNatty (1980)	0.46
Baboon	42	155	Parkes (1931)	0.33
Rabbit	42	125	Parkes (1931)	0.20
Sheep	47	150	Turnbull et al. (1977)	0.30
Buffalo	53	300	Kumar et al. (1997)	0.65
Ferret	54	115	Parkes (1931)	0.13
Range	32-54	100-300		0.09-0.65

Redding et al, *Mathematical modelling of oxygen transport-limited follicle growth*, Reproduction, 2007

- Antrum formation is driven by oxygen (and nutriment) accessibility of the oocyte
- Antrum size is driven by the need to increase the number of Granulosa cells (without increasing the thickness of the Granulosa layer) to supply estrogen production in agreement with body mass

Table I The diameter of the mature follicle and characteristic weight in different mammalian species.

Follicle (mm)	Weight (kg)	Species	Ref.
0.42	0.03	Mouse	Griffin et al. (2006)
0.55	0.2-0.25	Albino rat	Sangha and Guraya (1989)
0.64	0.2	Hamster	Griffin et al. (2006)
2.8	2.7	Rabbit	Osteen and Mills (1980)
4	3	Cat	Izumi et al. (2012)
6	9-10	Beagle (dog)	Reynaud et al. (2009)
6	23	Sheep	Aurich(2011)
7.5	35	Serrana goat	Simões et al. (2006)
8	150	Gilt	Chiou et al. (2004)
7-12	48-84	Alpaca	Bravo et al. (1991)
7-12	130-200	Llama	Bravo et al. (1991)
16	250-800	Water buffalo	Taneja et al. (1996)
20	700	Cow	Evans (2003)
20	2700	Elephant	Lueders et al. (2011)
23	60	Human	Evans (2003)
20-25	800	Summatran rhino ceros	Hermes et al. (2007)
27-38	300-550	Camel dromedarius	Manjunatha et al. (2012)
30-34	1800	White rhinoceros	Hermes et al. (2007)
50	1000	Black rhinoceros	Hermes et al. (2007)
55	450	Horse	Aurich (2011)
120	1900	Indian rhinoceros	Hermes et al. (2007)

Bächler et al, Species-specific differences in follicular antral sizes result from diffusion-based limitations on the thickness of the granulosa cell Javer, MHR, 2014

Modèle de croissance antrale $(1^{ere} \text{ approche})$

- Perte de symétrie sphérique
- Dynamique jointe croissance de l'antrum Prolifération des cellules du Cumulus/Mural Gradient de "morphogènes"
- ⇒ Equations aux dérivées partielles de type "Advection-Diffusion-Reaction".

$$\begin{array}{rcl} \frac{\partial \phi_A}{\partial t} + D\Delta \phi_A &=& 0\,, x \in \Omega_A(t)\,,\\ \frac{\partial u_M}{\partial t} + div\left(\overrightarrow{v_M}u_M\right) &=& R_M(u_M)\,, x \in \Omega_M(t)\,,\\ \frac{\partial u_C}{\partial t} + div\left(\overrightarrow{v_C}u_C\right) &=& R_C(u_C)\,, x \in \Omega_C(t)\,, \end{array}$$

Romain Yvinec

+ Boundary conditions and constitutive laws





Tertiary (antral) follicle

work in progress...

25/31

Modèle de croissance antrale (2^e approche)

- Perte de symétrie sphérique
- Dynamique jointe croissance de l'antrum Prolifération des cellules du Cumulus/Mural Gradient de "morphogènes"
- \Rightarrow Modèle individu-centré.
 - Interaction mécanique (forces physiques)
 - Interaction biologique (signalisation, potentiel osmotique)
 - Chaste software

work in progress...



Modélisation "des primordiaux à l'ovulation"

- ⇒ Interactions non-linéaires entre populations folliculaires (endocrine et paracrine)
 - Formalisme par compartiments / continu
 - Séparation d'échelle de temps (initiation lente)







- ⇒ Interactions non-linéaires entre populations folliculaires (endocrine et paracrine)
- ⇒ Répartition "stables" en maturité





Etude théorique et adéquation qualitative aux données







Romain Yvinec

Modélisation de la folliculogenèse ovarienne

- \Rightarrow Comparaison inter-espèces
 - Mammifères (Exhaustion lente des follicules)
 - Poisson (auto-renouvellement des cellules germinales)





(A) (E) (A) (E) (A)

- ⇒ Etudes des altérations génétiques et environnementales
- ⇒ Couplage de modèles physio et eco-toxicologique. Focus sur des étapes connues pour être la cible de perturbateurs :
 - formation des lignées germinales
 - l'initiation folliculaire (rôle de l'AMH)
 - le recrutement (vitello/antrum) (rôle FSH/stéroïdes)



通 ト イ ヨ ト イ ヨ ト

- ⇒ Résultats préliminaires du consortium :
 - Dispositif de culture *in-vitro* (V. Cadoret), rôle FSH/AMH
 - Rôle du Bisphenol S *in-vivo* et *in vitro*
 - Imagerie 3D d'ovaire chez le Medaka (V. Thermes) + lignées transgéniques



- Modèles éco-toxicologique chez le Zebrafish (R. Beaudouin) + perturbations endocriniennes dans un modèle de secrétion stéroïdienne (F. Bois)
- Modèles de croissance d'un follicule et de sélection folliculaire (F. Clément + R.Y.), amplification réponse FSH (C.I Phase 2018)
- Modèles de dynamique de population folliculaire en interaction (CEMRACS 2018)

Remerciements

- Frédérique Clément, Frédérique Robin (INRIA Saclay)
- Céline Bonnet (CMAP, X), Kerloum
 Chahour (LJAD Université Côte d?Azur)
- * PRC : Équipe BIOS, BINGO (D. Monniaux, V. Cadoret, R. Dalbies-Tran)
- * LPGP (J. Bobe, V. Thermes)
- * INERIS (R. Beaudouin, F. Bois)
- * Département phase (Crédit incitatif)







Remerciements

- Frédérique Clément, Frédérique Robin (INRIA Saclay)
- Céline Bonnet (CMAP, X), Kerloum
 Chahour (LJAD Université Côte d?Azur)
- * PRC : Équipe BIOS, BINGO (D. Monniaux, V. Cadoret, R. Dalbies-Tran)
- * LPGP (J. Bobe, V. Thermes)
- * INERIS (R. Beaudouin, F. Bois)
- * Département phase (Crédit incitatif)







Modélisation de la folliculogénèse et signalisation

Projet : Signalisation et communication cellulaire (crédit incitatif phase 2018)

- \Rightarrow Mécanisme d'auto-amplification de la signalisation FSH
- ⇒ Couplage d'un modèle de sélection folliculaire (phase terminale) avec un modèle de signalisation cellulaire "bi-stable".



GRANULOSA CELL

Romain Yvinec

PDE system : continuous structuring variable

Variable of interest : $\rho(t, x)$ represents the follicle population density with size $x(x \in (0, 1))$ at time $t \in (0, T)$.

$$\begin{split} \lambda_0(\rho(t,.)) &= \frac{c_0}{1 + K_0 \int_0^1 a(y)\rho(t,y)dy} \\ \mu_0(\rho(t,.)) &= \mu_0 \\ \lambda(\rho(t,.),x) &= \frac{f(x)}{1 + K_1(x) \int_0^1 \omega_1(y)\rho(t,y)dy}, \quad x \in (0,1) \\ \mu(\rho(t,.),x) &= g(x) \left(1 + K_2(x) \int_0^1 \omega_2(y)\rho(t,y)dy\right), \quad x \in (0,1) \end{split}$$

伺下 イヨト イヨト

PDE system : nonlinear transport equation

Let
$$T > 0$$
, for all $t \in (0, T)$, for all $x \in (0, 1)$,

$$\frac{d\rho_0(t)}{dt} = -(\lambda_0(\rho(t, .)) + \mu_0)\rho_0(t)$$

$$\varepsilon \partial_t \rho(t, x) = -\partial_x (\lambda(\rho(t, .), x)\rho(t, x)) - \mu(\rho(t, .), x)\rho(t, x),$$

$$\lim_{x \to 0} \lambda(\rho(t, .), x)\rho(t, x) = \lambda_0(\rho(t, .))\rho_0(t)$$
For the initial condition :

$$ho_0(t=0) =
ho_0^{\prime n \prime}$$
 $orall x \in (0,1), \
ho(t=0,x) =
ho^{ini}(x)$

æ

. .

PDE system : nonlinear transport equation

Let
$$T > 0$$
, for all $t \in (0, T)$, for all $x \in (0, 1)$,
 $\frac{d\rho_0(t)}{dt} = -(\lambda_0(\rho(t, .)) + \mu_0)\rho_0(t)$
 $\varepsilon \partial_t \rho(t, x) = -\partial_x (\lambda(\rho(t, .), x)\rho(t, x)) - \mu(\rho(t, .), x)\rho(t, x),$
 $\lim_{x \to 0} \lambda(\rho(t, .), x)\rho(t, x) = \lambda_0(\rho(t, .))\rho_0(t)$

<u>Question</u> : Can we understand the limit behavior of (ρ_0, ρ) when $\varepsilon \to 0$

・ 回 ト ・ ヨ ト ・ ヨ ト …

크