



HAL
open science

Etude de l'enseignement du concept d'idéal dans les premières années post-secondaires : élaboration de modèles praxéologiques de référence

Julie Candy

► **To cite this version:**

Julie Candy. Etude de l'enseignement du concept d'idéal dans les premières années post-secondaires : élaboration de modèles praxéologiques de référence. INDRUM 2020, Université de Carthage, Université de Montpellier, Sep 2020, Cyberspace (virtually from Bizerte), Tunisie. hal-03113958

HAL Id: hal-03113958

<https://hal.science/hal-03113958>

Submitted on 18 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude de l'enseignement du concept d'idéal dans les premières années post-secondaires : élaboration de modèles praxéologiques de référence

Julie Candy

HEP-VS, Suisse, Université de Montpellier, France, julie.candy@hepvs.ch

Cet article présente la construction et l'interprétation de modèles praxéologiques de référence pour l'enseignement du concept d'idéal dans les premières années post-secondaires (deuxième année de licence et classes préparatoires aux grandes écoles) en France, avant que ce concept ne soit enseigné de façon systématique en théorie des anneaux. La méthodologie est détaillée. Les modèles obtenus permettent une comparaison des choix opérés par les deux institutions et une première discussion de la mise en place d'une pensée structuraliste, dans l'optique de l'enseignement de l'algèbre abstraite en troisième année d'université.

Keywords: Teaching and learning of linear and abstract algebra, Teaching and learning of specific topics in university mathematics, Transition to and across university mathematics, Reference praxeological model, Structuralist praxeologies.

INTRODUCTION

Le concept d'idéal¹ est un concept d'algèbre abstraite enseigné à l'université. Généralement, il est introduit en France en deuxième année de Licence comme outil (Douady, 1992) dans le contexte de l'algèbre linéaire ou de l'arithmétique, puis étudié comme objet lors de la troisième année dans les cours d'algèbre abstraite. Les difficultés rencontrées par les étudiant-es lors de l'apprentissage de l'algèbre abstraite sont bien documentées dans la littérature (notamment Leron & Dubinsky, 1995). Ainsi, le concept d'idéal prend sa place à la transition de l'algèbre vers l'algèbre structuraliste (Hausberger, 2018, p. 82) dans laquelle le travail se fait au niveau des structures et non plus des éléments constituant ces structures. C'est donc une transition interne due à la nature épistémologique du savoir (Hausberger, 2018, p. 77). Étudier l'enseignement d'un tel concept permettra de documenter cette transition, mais aussi de mettre en lumière des éléments qui peuvent faciliter ou faire obstacle à la transition, pour l'étudiant-e, de l'algèbre vers l'algèbre structuraliste. Pour pouvoir faire une telle analyse, il convient déjà d'étudier quel est le rôle de ce concept au sein des différentes institutions que rencontrent les étudiant-es lors de leur cursus de Bachelor : comment vit le concept d'idéal ? Quelles sont ses fonctions ? Quels sont les liens entre ses différentes fonctions ? Quels éléments unificateurs sont mis en place par ces institutions pour préparer l'entrée dans la pensée structuraliste ? Dans cet article, nous répondrons à ces questions dans le cas de la deuxième année des cursus post-secondaire en France. Il s'agit d'une première étude, la transition entre la

¹ Un ensemble I d'un anneau commutatif $(A, +, \cdot)$ est un idéal si et seulement si $(I, +)$ est un sous-groupe de $(A, +)$ et $a \cdot x \in I$ pour tout $x \in I$ et $a \in A$.

deuxième et la troisième année fera l'objet d'une communication ultérieure. Dans la première partie, nous décrirons le cadre théorique utilisé pour cette étude, ce qui permettra de raffiner nos questions de recherches. Puis, dans la deuxième partie, nous présenterons et discuterons la méthodologie de construction des modèles du savoir enseigné. Enfin, nous conclurons par l'analyse des modèles et les réponses apportées à nos questions de recherche.

CADRES THÉORIQUES, REVUE DE LITTÉRATURE ET QUESTIONS DE RECHERCHE

Comme nous l'avons mentionné, le concept d'idéal est un concept de l'algèbre abstraite enseigné dans plusieurs institutions différentes et à différents niveaux. Ainsi, l'étude de l'enseignement de ce concept nécessite de se placer dans un cadre théorique qui permette d'analyser la manière dont le concept est enseigné tout en tenant compte des caractéristiques institutionnelles. Ainsi notre choix s'est porté sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1998). Nous compléterons notre étude grâce à des notions d'écologie des savoirs (Artaud, 1997) et la notion de praxéologie structuraliste (Hausberger, 2018).

Transposition didactique et praxéologies

Les savoirs tels qu'ils sont enseignés, même dans l'enseignement supérieur, ne sont pas exactement les savoirs savants tels qu'ils se développent dans la communauté scientifique. Ainsi Chevallard (1991) explique que le savoir savant est transformé en savoir à enseigner dans un processus appelé *transposition didactique externe*. Puis le savoir à enseigner subit lui-même un processus de *transposition interne* par lequel il est transformé en savoir enseigné. Dans cet article, nous présenterons l'analyse du produit de la transposition interne du concept d'idéal.

Le concept de praxéologie (ou d'organisation mathématique), qui est un concept central de notre étude, peut être défini comme suit (Chevallard, 1998) : l'activité mathématique peut se décrire en termes de quadruplets $(T, \tau, \theta, \Theta)$ où T est le *type de tâches*, τ est la *technique* qui permet de réaliser T , θ est la *technologie*, c'est-à-dire le discours qui décrit et justifie la technique, et enfin Θ désigne la *théorie*. Par exemple, un type de tâches T : « Montrer qu'un sous-ensemble d'un anneau est un idéal » peut être réalisé via la technique τ : « Montrer que cet ensemble vérifie les propriétés de la définition formelle » dont la technologie est θ : « Définition d'un idéal » et la théorie Θ sera résumée dans cet article par "théorie des anneaux".

Modèle praxéologique de référence

Afin de pouvoir analyser la place de ce concept dans les institutions en jeu, nous avons choisi de construire un *modèle praxéologique de référence*. Comme l'expliquent Chaachoua, Ferraton et Desmoulins (2017, p. 302) :

L'identification de ces [organisations mathématiques] passe donc par la caractérisation des types de tâches institutionnels et peut être vue comme une « reconstruction » du chercheur. Notons que ce dernier, pour des raisons liées à sa problématique, peut bien entendu procéder à un autre découpage que celui de l'institution voire le compléter ; il construit alors un modèle praxéologique de référence (MPR) regroupant les praxéologies à enseigner, enseignées mais également enseignables. Le modèle rend ainsi possible l'analyse de ce qui a cours dans différentes instances d'un système d'enseignement.

Pour organiser ce découpage nous utiliserons le regroupement en organisations mathématiques proposé par Chevallard (1998) : les *organisations mathématiques ponctuelles* sont générées au sein de l'institution par un unique type de tâches *T*. Ces organisations mathématiques ponctuelles prennent place dans des *organisations mathématiques locales* résultant de l'intégration de diverses organisations mathématiques ponctuelles sous un discours technologique commun. Enfin, de manière analogue, les *organisations mathématiques régionales* résultent de l'intégration de diverses organisations mathématiques locales sous un discours théorique commun.

Ecologie des savoirs

L'écologie des savoirs rend le chercheur *attentif aux dépendances des objets qu'il étudie* (Artaud, 1997, p. 101) : elle amène à considérer les concepts mathématiques comme n'étant pas détachés de leur environnement mais bien faisant partie d'un *écosystème* sur lequel ils agissent et qui agit sur eux. Dans cet article nous étudions le concept d'idéal dans l'*écosystème didactique scolaire*, lieu d'enseignement du concept. Suivant Artaud (1997, p. 113), nous appellerons *habitats* les différents lieux de vie du concept et *niches* la fonction que le concept occupe au sein de chacun de ces habitats. Enfin, nous reprenons également le concept de *besoins trophiques* que nous utiliserons dans la suite de l'étude : en ce qui concerne les objets mathématiques, il s'agit des objets dont un objet mathématique donné a besoin pour vivre dans l'écosystème considéré.

Les praxeologies en algèbre abstraite

Pour modéliser l'entrée dans la pensée structuraliste, Hausberger (2018) introduit la notion de *praxéologie structuraliste* et de *niveau structuraliste* d'une praxéologie. Le point de départ est la reconnaissance du rôle fondamental joué par la *dialectique entre le particulier et le général*, que Hausberger appelle également *dialectique entre objets et structures*. Par exemple, plutôt que de démontrer que l'anneau des décimaux est principal, des apprenant-es de niveau avancé s'attacheront à démontrer le résultat plus général suivant : tout sous-anneau de \mathbf{Q} est principal (Hausberger, 2018, p. 84). En d'autres termes, la méthode structuraliste vise à raisonner en termes de classes d'objets (les sous-anneaux), de propriété (la principalité) conservée ou non par des opérations sur les structures (ici, le passage à un sous-anneau), de façon à mettre en évidence les « ressorts » des preuves.

De plus, différentes généralisations d'un résultat sont possibles, avec différents niveaux de généralité. Lorsque le résultat engage des objets (i.e. il ne s'agit pas d'un résultat purement théorique), des preuves élémentaires sont souvent possibles, où les structures jouent essentiellement le rôle de vocabulaire. La praxéologie qui en résulte est dite de niveau structuraliste 1. Le niveau 2 est atteint lorsque sont utilisés des résultats généraux sur les structures, qui conduisent à des praxéologies dites structuralistes de niveau 2. Hausberger définit également un niveau 3, qui intervient rarement dans les premières années d'apprentissage, de sorte que nous ne le détaillerons pas ici. Donnons un exemple : le type de tâche "Montrer qu'un anneau donné est principal" peut être résolu "à la main" pour \mathbf{Z} ou $\mathbf{K}[X]$ (niveau 1). Lorsque l'on utilise le théorème "Tout anneau euclidien est principal", il s'agit du niveau 2. La technologie de la praxéologie de niveau 1 peut également contenir des éléments du type "On procède comme pour \mathbf{Z} , la clef est l'existence d'une division euclidienne", en général apportés par l'enseignant. Ceci suggère une théorie *implicite*, celle des anneaux euclidiens, et constitue, en quelque sorte, un niveau intermédiaire dans l'entrée dans la pensée structuraliste.

Formulation des questions de recherche

Ce cadre théorique nous permet donc de formuler les questions de recherche suivantes relativement aux deux institutions à l'étude : quelles sont les organisations mathématiques dans lesquelles prend place le concept d'idéal ? Comment sont-elles structurées en organisations locales et régionales ? Quels liens met en évidence le point de vue de l'écologie des savoirs ? Que dire des niveaux structuralistes de ces praxéologies ? Les réponses apportées dans l'article à ces questions nous permettront de conclure avec une analyse comparative des institutions intervenant dans l'étude.

MÉTHODOLOGIE

Description des institutions

Notre étude requiert l'identification des institutions en jeu. Les CPGE revêtent les caractéristiques d'une institution scolaire « classique » : il y a un programme officiel² et à la fin des deux ans de classe préparatoire, les étudiant-es passent, pour la majeure partie d'entre eux, des concours d'entrée aux écoles d'ingénieurs. Enfin, les étudiant-es de CPGE ont été admis-es à l'entrée sur dossier en fonction de leurs résultats scolaires et les plus faibles d'entre eux et elles ne sont pas autorisé-es à suivre la deuxième année « Mathématique-Physique ». Une dernière particularité est à prendre en compte dans cette institution : elle est séparée en deux classes, MP et MP*. Les étudiant-es qui ont obtenu les meilleurs résultats en première année intègrent la MP* qui a donc pour vocation de préparer aux concours des écoles d'excellence, comme par

exemple l'Ecole Normale Supérieure (ENS). Les programmes officiels étant les mêmes, nous avons choisi de ne pas séparer MP et MP* en deux institutions distinctes.

Parallèlement aux CPGE, se pose la question de l'Université. L'absence de programme officiel national, la rédaction des syllabus dans des commissions internes aux départements de mathématiques et la grande liberté laissée à l'enseignant nous amène à nous questionner sur la possibilité de considérer l'Université comme une institution générique. L'examen du syllabus de plusieurs universités françaises nous a permis de mettre en évidence une homogénéité et stabilité des programmes également relevée dans la littérature (Bosch, Hausberger, Hochmuth & Winsløw, 2019). Nous avons fait le choix de considérer la deuxième année de Licence (L2) comme une institution et, dans la poursuite de nos travaux, la troisième année (L3) comme une seconde institution car c'est en L3 que les étudiant-es se spécialisent en mathématiques. De plus, c'est également en L3 que des étudiant-es venant des CPGE intègrent l'Université. Ainsi, le choix d'étudier en parallèle le modèle praxéologique institutionnel de L2 et de CPGE et de les comparer prend sens puisque cette analyse permettra d'obtenir des résultats sur les transitions L2-CPGE/L3 et donc en particulier sur l'entrée dans la pensée structuraliste. Dans cet article, nous nous centrerons sur les résultats des analyses de CPGE et de L2.

Choix et constitution du corpus

L'étude de la transposition didactique du concept d'idéal en Licence implique de récolter des données sur la manière dont le concept est enseigné. Plutôt que d'aller récolter des données en classe, nous avons choisi une étude de corpus formé de photocopies de cours et de feuilles de travaux dirigés (avec leurs corrigés) d'enseignants en algèbre. Ce choix est essentiellement un choix pragmatique permettant un recueil à plus grande échelle. De plus, la transmission du corpus peut sembler moins invasive qu'une présence dans la classe. Pour compléter ce corpus écrit, nous avons choisi de mener des interviews de ces enseignants dont les résultats ne seront pas utilisés dans cet article.

Pour l'étude en deuxième année du post-secondaire en France, notre corpus est constitué des documents de cours et interviews de deux professeurs de CPGE, l'un professeur de MP et l'autre professeur de MP*, et de deux professeurs de L2.

Les analyses praxéologiques et les modèles praxéologiques de référence

L'analyse praxéologique d'un savoir universitaire complexe comme celui d'idéal soulève plusieurs questions méthodologiques.

La première question concerne la méthodologie pour discriminer ce qui est une tâche de ce qui est un type de tâches au sein de l'institution. Pour ce faire, si le nombre d'occurrences des tâches analogues est supérieur à deux, nous avons considéré que l'on

peut rattacher ces tâches à un type de tâche. Pour les tâches isolées dans les analyses praxéologiques, notre analyse épistémologique ainsi que la culture du sujet que nous avons développé à travers l'analyse de manuels classiques comme celui d'Escofier (Escofier, 2016 analysé dans Candy, 2020) nous permettent d'identifier la présence ou non d'un type de tâches sous-jacent au sein de l'institution. La présence de ces cas limites est à relier au statut du concept d'idéal en deuxième année du post-bac : le concept est un concept outil dont la dimension objet est peu travaillée, le nombre de tâches dans chaque corpus qui le mobilise est inférieur à 15.

Une fois que les types de tâches sont identifiés comme tels se pose une seconde question méthodologique qui concerne le degré de généralité ou la forme de la généralisation à adopter dans la formulation du type de tâches. Par exemple, l'on rencontre lors de l'analyse du corpus des tâches où l'on doit montrer que $\mathbf{K}[X]$ ou \mathbf{Z} sont principaux. La question se pose alors de l'appartenance de ces tâches à un type de tâche T1 « montrer qu'un anneau est principal » ou T2 « montrer qu'un anneau euclidien donné est principal ». Si la technologie contient toujours (à chaque instantiation de la tâche) la division euclidienne (dont on n'attend pas, à ce niveau, de définition formelle unificatrice) alors on va opter pour T2. Ceci est lié également au niveau structuraliste de la praxéologie, que la description soignée des techniques, technologies et théories, en cohérence avec l'intitulé du type de tâche, va permettre d'identifier, voire de clarifier lorsqu'il s'agit d'un niveau intermédiaire (entre le niveau 1 et 2). Cette identification peut donc être discutée mais appartient à la construction d'un modèle praxéologique de référence du chercheur et donc doit aider à amener des réponses aux questions de recherche.

RÉSULTATS

Dans le cadre de cet article nous ne détaillerons pas, par manque de place, toutes les praxéologies du modèle praxéologique de référence.

Les modèles suivants présentent deux types d'organisations mathématiques régionales : des organisations mathématiques régionales *structuralistes* (représentées en vert sur les modèles) dans lesquelles sont développées les propriétés concernant les structures et des organisations mathématiques régionales *mixtes* (représentées en orange sur les modèles) dans lesquelles les propriétés des structures sont contextualisées à un domaine d'objet afin de produire de nouveaux résultats sur ce domaine. Par exemple, le concept d'idéal principal, vivant au sein de l'organisation mathématique régionale structuraliste *structures algébriques usuelles (anneaux)* est ensuite contextualisé dans le domaine d'objets $\mathbf{K}[X]$ pour nourrir les besoins trophiques de l'organisation mathématique locale *PGCD ou PPCM dans $\mathbf{K}[X]$* en permettant la définition du concept de PGCD ou de PPCM de polynômes. La superposition d'une organisation mathématique mixte à une organisation mathématique structuraliste signifie que les propriétés du domaine d'objets sont déduites à partir des propriétés

générales sur les structures. La circonscription de la notion de théorie dans le cadre de l'algèbre structuraliste est décrite plus en détail dans Candy (2020).

Les modèles praxéologiques de CPGE et de L2

Tout d'abord, nous pouvons commenter la structure globale des modèles ci-dessous. En L2, il y a une seule organisation mathématique ponctuelle *appartenance d'un ensemble à la classe d'objet idéal (via la définition)*. En dehors de cette organisation mathématique, le concept prend place au niveau de la théorie de deux organisations mathématiques locales distinctes : *polynôme minimal d'un endomorphisme*, qui s'inscrit dans la théorie mixte de *réduction des endomorphismes* et *PGCD et PPCM dans $K[X]$* , qui s'inscrit dans la théorie mixte *anneau de polynôme sur un corps*. En CPGE vit en plus l'organisation mathématique locale *PGCD et PPCM dans Z* . L'organisation mathématique locale *polynôme minimal d'un élément algébrique* ne vit qu'en MP* au sein de l'organisation mathématique régionale *A-algèbre*. On ne trouve pas mention des nombres algébriques dans le programme officiel de CPGE. Le fait que cette organisation mathématique locale y vive s'explique par la finalité de la formation : les étudiant-es doivent être préparé-es aux concours d'entrée aux grandes écoles. Or dans ces concours on trouve des sujets sur les nombres algébriques. Cette organisation mathématique locale est donc particulière car elle n'est pas une contrainte de l'institution CPGE elle-même ; elle existe sous l'influence d'autres institutions, en l'occurrence les grandes écoles, qui motivent ces concours.

Notons, dans le modèle de CPGE, la présence de l'organisation mathématique ponctuelle *Propriétés formelles des opérations sur les idéaux*. On y trouve des tâches comme « Montrer que $\sqrt{I \cdot J} = \sqrt{I \cap J}$ » ou « Montrer que $I \cdot J \subset I \cap J$ ». Cette organisation mathématique consiste en un travail sur des idéaux généraux. Elle se distingue car c'est une organisation mathématique ponctuelle qui n'appartient à aucune chaîne trophique dans l'institution en jeu, et vit donc détachée des autres. On peut expliquer cela par le fait que les raisons d'être de cette organisation mathématique prennent place, par exemple, en géométrie algébrique. Par contre, nous faisons l'hypothèse que sa présence est révélatrice d'un phénomène didactique : cette organisation mathématique est détachée de ses raisons d'être par l'institution pour entraîner les étudiant-es, sur des exemples classiques, à utiliser des définitions formelles, à mobiliser des techniques algébriques, logiques et ensemblistes.

En CPGE, on note la présence d'une organisation mathématique intitulée *principalité dans les anneaux euclidiens* qui n'existe pas en L2. En effet, on trouve dans les analyses praxéologiques des types de tâches dont la technologie repose sur des propriétés de principalité d'anneaux euclidiens tels que $Z[i]$. Les éléments technologiques mobilisés en CPGE reposent sur la construction d'une division euclidienne dans ces anneaux (ce qui nécessite de raisonner par analogie avec le cas de Z pour envisager une extension dans un cas plus général). L'organisation mathématique régionale *anneaux euclidiens*

est représentée en pointillés pour signifier que le professeur de MP* ne va pas jusqu'à l'introduction formelle de la théorie des anneaux euclidiens mais unifie les praxéologies développées dans *principalité des anneaux euclidiens* à l'aide d'un discours méta portant sur le rôle de la division euclidienne dans ces praxéologies.

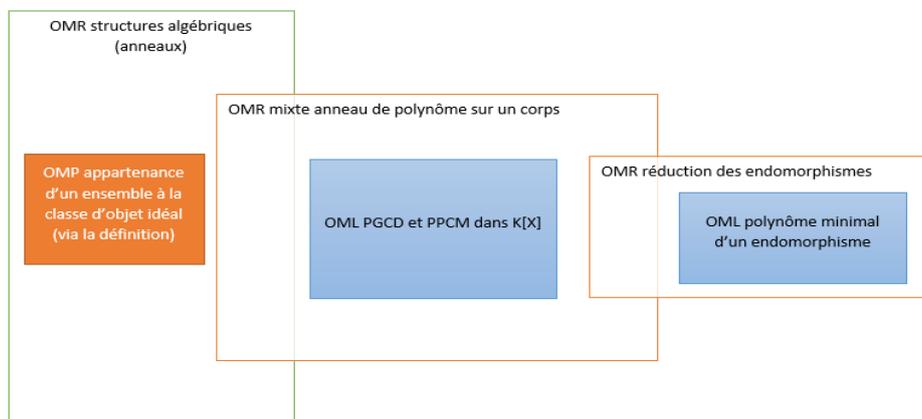


Figure 3 : modèle praxéologique de référence de l'institution L2

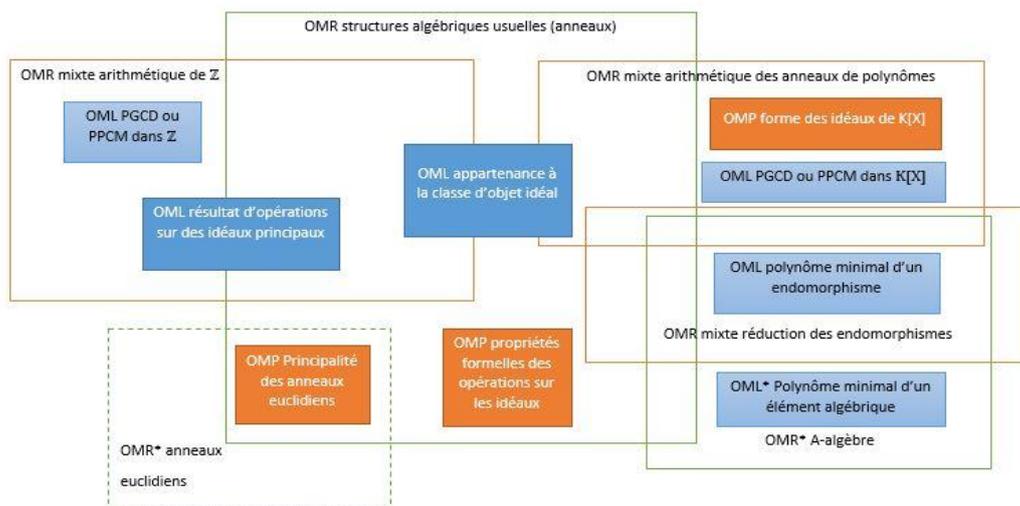


Figure 4 : modèle praxéologique de référence de l'institution CPGE.

On remarque enfin qu'en L2, le concept d'idéal est engagé majoritairement dans des organisations mathématiques très ciblées et réduites ; il existe un unique type de tâches qui fait vivre la définition du concept d'idéal : « montrer qu'un ensemble I d'un anneau A est un idéal ». On peut faire l'hypothèse (à confirmer lors des entretiens) que les enseignants-chercheurs de L2 ont considéré que la notion d'idéal vit, dans le cadre du programme de L2, en dehors de son écosystème naturel (la théorie abstraite des anneaux, dans laquelle la notion d'idéal est la "bonne" notion pour fabriquer des anneaux quotients). En d'autres termes, un parti-pris épistémologique et écologique les conduirait à limiter le travail possible autour de cette formalisation, notamment lorsque l'objectif final du module est centré sur la réduction des endomorphismes. In fine, ces choix différents de transposition didactique seraient également à relier à des contraintes

institutionnelles différentes : la division du curriculum en CPGE est moins contraignante que celle en modules à l'Université. De plus, il faudrait comparer les temps d'enseignement alloués à ces concepts. Enfin, dans l'institution CPGE, un même enseignant prend en charge la totalité du programme de l'année (cours et travaux dirigés) ce qui permet un point de vue plus holistique et pourrait favoriser le développement d'organisations mathématiques plus étendues.

CONCLUSION

Malgré un nombre peu élevé de tâches qui concernent le concept d'idéal dans le corpus, nous constatons que le concept d'idéal est un outil d'introduction de nouvel objet au sein des habitats réduction des endomorphismes, nombres algébrique, arithmétique de \mathbf{Z} et arithmétique de $\mathbf{K}[X]$ et c'est la raison d'être principale de sa présence au sein de ces institutions.

La présence de l'organisation mathématique ponctuelle isolée *propriétés formelles des opérations sur les idéaux* va pousser à introduire des objets (comme le radical par exemple), probablement pour des raisons d'entraînement de techniques algébriques, ensemblistes ou formelles, et qui ne pourront prendre du sens pour l'étudiant-e que bien plus tard dans sa formation (à la différence de l'enseignant-e qui a probablement choisi ces exemples pour leur portée mathématique, donc en un certain sens des raisons "esthétiques").

Si l'on compare la L2 et la CPGE, on s'aperçoit qu'en L2 il n'y a qu'une organisation mathématique ponctuelle où le concept d'idéal est mobilisé dans le bloc de la praxis. De plus, le niveau structuraliste des types de tâches est différent entre les deux institutions. Par exemple, dans l'organisation mathématique locale *principalité dans les anneaux euclidiens* la description des techniques associées aux praxéologies de cette organisation mathématique permet de montrer que le travail se fait au niveau des objets sans utilisation de théorème plus généraux (par exemple la principalité des anneaux euclidiens). De ce fait, les praxéologies travaillées dans les deux institutions sont structuralistes de niveau 1. Cependant, en CPGE nous avons noté un travail sur différents anneaux euclidiens qui repose sur la technologie structuraliste implicite (souvent relevée dans les notes des professeurs) de principalité des anneaux euclidiens. Ainsi, en CPGE nous nous situons à un niveau intermédiaire entre le niveau 1 et le niveau 2 dans lequel le théorème structuraliste apparaît sous-jacent dans les remarques du professeur.

La comparaison du modèle praxéologique de référence de L3 aux MER de L2/CPGE nous permettra de documenter le phénomène de transition auxquels les étudiant-es sont soumis-es au passage à l'algèbre structuraliste : les organisations mathématiques locales présentes dans les modèles praxéologiques de L2 et de CPGE sont-elles encore présentes ? Y a-t-il une évolution de ces organisations mathématiques locales vers des organisations mathématiques locales structuralistes de niveau 2, c'est-à-dire que les

technologies contiendront des théorèmes qui portent sur la structure ? Ou au contraire aura-t-on une construction de nouvelles organisations mathématiques locales structuralistes sans qu'elles soient reliées à celles construites dans les institutions L2 et CPGE ?

RÉFÉRENCES

- Artaud, M. (1997). Introduction à l'approche écologique du didactique l'écologie des organisations mathématiques et didactiques. *IXème école d'été de didactiques des mathématiques*, pp. 100–140.
- Bosch, M., Hausberger, T., Hochmuth, R., & Winsløw, C. (2019). External Didactic Transposition in Undergraduate Mathematics. In *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (p. 9). Utrecht, Netherlands: Utrecht University.
- Candy, J. (2020). *Etude de la transposition didactique du concept d'idéal : écologie des savoirs et problématique de l'entrée dans la pensée structuraliste en France et en Suisse romande* [thèse de doctorat]. Montpellier : Université de Montpellier.
- Chaachoua, H., Ferraton, G., & Desmoulins, C. (2017). Utilisation d'un modèle praxéologique de référence dans un EIAH. Dans G. Cirade et al. (Éds), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société*, pp. 301-324. <https://citad4.sciencesconf.org>
- Chevallard, Y. (1991). La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné. *Recherche en didactiques des mathématiques*. La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Université d'été : analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, pp. 91–120. La Rochelle.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, 6, 132-158.
- Escofier, J.-P. (2016). *Toute l'algèbre de la Licence – 4^e é. : Cours et exercices corrigés*. Dunod.
- Hausberger, T. (2018). Structuralist Praxeologies as a Research Program on the Teaching and Learning of Abstract Algebra. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 74–93.
- Leron, U., & Dubinsky, E. (1995). An Abstract Algebra story. *American Mathematical Monthly*, 102(3), 227–242.