HAL open science

Générateurs musicaux et singularités

Marc Chemillier

▶ To cite this version:

Marc Chemillier. Générateurs musicaux et singularités. Journées d'Informatique Musicale, May 1999, Paris, France. hal-03112095

HAL Id: hal-03112095
https://hal.science/hal-03112095v1

Submitted on 15 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Générateurs musicaux et singularités

Marc Chemillier
GREYC - Université de Caen
marc@info.unicaen.fr

Abstract: This article begins with the statement that the conception of automatic composition systems relies on the assumption that sequences generated by the system are equivalent. This assertion does not seem to fit the reality, since the process of composition always involves the capacity to *chose* elements at every stage of the process. We present several examples taken from Xenakis, Ligeti, and harp music from Africa, to show how sequences can be distinguished from others generated by the same formal model. This leads us to the study of the *singularity* of real musical sequences compared to artificial ones generated by formal models.

Résumé : L'article part du constat que la conception de générateurs musicaux automatiques présuppose en général que les séquences potentiellement produites par le modèle sont équivalentes, ce qui cadre mal avec la réalité de la création musicale dans laquelle la notion de choix paraît intervenir à tous les niveaux. À partir de là, on envisage quelques exemples empruntés à Xenakis, à Ligeti, et à un répertoire de harpe africaine, pour décrire explicitement le modèle d'engendrement, et montrer comment les séquences se distinguent des variantes potentiellement contenues dans le modèle, ce qui revient à se demander en quoi une séquence musicale réelle est *singulière* dans un espace de variantes virtuelles déduites d'un même modèle.

1. Introduction

Les programmes de génération musicale automatique peuvent-ils produire de la musique *intéressante* ? Une étude complète de la notion de « musique intéressante » devrait prendre en compte de multiples aspects, incluant aussi bien le créateur de musique, l'auditeur, que leurs environnements respectifs. L'aspect cognitif, par exemple, c'est-à-dire le type de structures que le cerveau associe à la musique, devrait y jouer un rôle important. Les travaux sur la perception et l'intelligence des structures rythmiques élémentaires, ou des schémas harmoniques de base [Lerdahl 1983], ou la modélisation de la notion de surprise [Pachet 1999] relèvent de cette catégorie. Les différents aspects de la question peuvent être classés suivant les trois niveaux de la sémiologie de la musique [Nattiez 1975], poïétique, esthésique, neutre, selon qu'ils concernent plutôt le créateur, l'auditeur, ou l'objet musical lui-même. Dans cet article, nous allons adopter un point de vue restrictif en considérant exclusivement le niveau neutre. Tenter d'expliciter la notion de « musique intéressante » en se restreignant à ce niveau, c'est déjà faire une hypothèse, selon laquelle il existe des aspects intéressants de la musique qui relèvent de ce niveau seulement, c'est-à-dire qui sont intrinsèques à l'objet musical lui-même, indépendamment de ses conditions de production et de perception.

Notre hypothèse est la suivante : une musique intéressante est une musique qui est *singulière* d'une certaine manière, c'est-à-dire qui a des propriétés la distinguant des autres. Si l'on se place dans le cadre de la conception de programmes de génération musicale automatique, cette hypothèse soulève une difficulté. Un générateur musical, en effet, est un modèle général d'engendrement de séquences musicales (automate, grammaire, ou autre) qui produit un ensemble de variantes construites sur le même modèle, et indifférenciées au regard de ce modèle. La conception de tels programmes a été une préoccupation constante de l'informatique musicale depuis ses origines [Barbaud 1965, 1968], [Cope 1991, 1996, 1999]. Ainsi, un générateur musical ne distingue pas entre les variantes qu'il calcule. Si l'on cherche une séquence musicale intéressante, singulière, parmi celles produites par le modèle, on doit le faire indépendamment de celui-ci. On peut aller jusqu'à affirmer, dans cette perspective, qu'un générateur musical *ne prend pas en compte* l'aspect « intéressant » de la musique, au moins dans le sens de singularité que nous adoptons ici.

Il faut préciser à quel niveau se situe la singularité dont on parle. Une partition, par exemple, peut être considérée comme intéressante, et cet attribut est indépendant des interprétations multiples de cette partition. Bien sûr, l'interprétation d'un grand virtuose sera sans doute préférable à celle d'un modeste instrumentiste. Mais dans les deux cas, il s'agit de la même partition intéressante. Les propriétés dont on parle se situent ici au niveau de la classe d'équivalence de toutes les interprétations de cette même

partition. Plus généralement, la notion de musique intéressante, que l'on tente d'expliciter, est située au niveau d'une certaine classe d'équivalence d'objets musicaux. Le niveau considéré peut être prolongé par d'autres niveaux hiérarchisés : une propriété générale délimite un ensemble de variantes, parmi lesquelles une séquence intéressante est, en un certain sens, singulière par rapport aux autres ; cette séquence singulière admet différentes interprétations (qui sont des variantes les unes des autres), parmi lesquelles une interprétation intéressante est singulière par rapport aux autres, et ainsi de suite. Dans cette organisation en niveaux, on peut dire d'une façon imagée qu'un générateur musical est toujours « en retard d'un niveau ». Plus précisément, un modèle général d'engendrement définit un espace de variantes, mais *ne choisit pas* à l'intérieur de cet espace. Il n'est pas de son ressort de descendre au niveau inférieur d'un élément singulier de l'espace.

Notre propos dans cet article est de montrer, à partir de trois exemples musicaux, quelles formes concrètes peut prendre cette notion de singularité. Le premier exemple est emprunté à Xenakis. Les deux autres sont issus de recherches que nous avons effectuées sur les textures de Ligeti d'une part, et sur un répertoire de harpe africaine d'autre part. Dans chaque cas, on décrit explicitement le modèle d'engendrement, puis on tente de montrer comment les séquences réelles du répertoire sont singulières, et se distinguent de leurs variantes théoriques. Cette approche rejoint certaines problématiques de la sémiologie des années soixante-dix, où l'on s'attachait à isoler dans l'analyse musicale aussi bien des catégories générales que des éléments propres à une œuvre [Ruwet 1971], [Greussay 1973], et qui ont un écho aujourd'hui dans les travaux de modélisation de partition d'André Riotte [Riotte 1979, 1993].

Le cadre théorique de cet article se situe en marge de la théorie des langages formels. On empruntera quelques notions à la belle théorie développée en informatique fondamentale par le groupe Lothaire, un collectif d'auteurs, sous le nom de *combinatoire sur les mots* [Lothaire 1983], et dont les applications sont multiples dans le traitement de chaînes de caractères. La théorie des langages étudie traditionnellement des familles de séquences engendrées par un modèle formel. La combinatoire sur les mots, elle, s'intéresse plutôt aux propriétés de séquences particulières.

2. Parcours singuliers dans une chaîne de Markov (Xenakis)

2.1. Chaînes de Markov

L'un des premiers modèles formels issus de l'informatique utilisés comme générateur musical, dès la fin des années cinquante, est celui des chaînes de Markov, décrit par Xenakis dans le chapitre II de *Musiques formelles*, et appliqué par lui dans la composition d'*Analogiques A* pour 9 cordes (1958), dans son complément électroacoustique *Analogiques B*, puis dans *Syrmos* pour 19 cordes (1959).

Formellement, les chaînes de Markov sont des automates finis munis de probabilités de transitions entre états. Elles ont été introduites à l'origine pour décrire des statistiques d'enchaînement entre lettres ou entre mots dans un texte. Shannon donne un exemple saisissant obtenu en tirant au hasard des digrammes dans un texte en anglais et en les enchaînant comme des dominos : « *On ie antsoutinys are t inctore st be s deamy achin d ilonasive tucoowe at teasonare fuso tizin andy tobe seace ctisbe* » [Shannon 1949]. On voit apparaître certains mots existants comme *are*, et d'autres mots plausibles comme *deamy*. L'ensemble des séquences produites par une chaîne de Markov correspond dans la hiérarchie de Chomsky à un langage formel de type 3 (dit *rationnel* ou *régulier*), comme ceux engendrés par automate fini. Depuis un quarantaine d'années, la réflexion sur les générateurs musicaux automatiques a suscité une quantité de langages formels variés se rattachant plus ou moins directement aux principaux types de la hiérarchie chomskyenne, en particulier les types 2 et 3 [Chemillier 1999].

La chaîne de Markov utilisée dans *Analogiques A* contrôle l'enchaînement de nuages de sons que Xenakis appellent des trames. Chaque trame remplit une demi-mesure de la partition (soient deux temps dans une mesure à quatre temps). Les trames sont définies par des densités moyennes de sons répartis dans différents registres et avec différentes intensités (figure 1). Xenakis définit huit trames *A, B, C, D, E, F, G, H*. La trame *A*, par exemple, contient

(I) trois sons forte entre mi_0 et mi_1,
(II) un son double-piano entre mi_1 et $ré_2$,
(III) un son double-piano entre do_4 et si_4,
(IV) neuf sons double-forte entre si_4 et la_5.

Les densités sont des valeurs moyennes qui sont réalisées par une loi de probabilité. Les notes obtenues sont distribuées entre les instruments (trois violons, trois violoncelles, trois contrebasses), chaque groupe d'instruments combinant trois subdivisions rythmiques superposées (croches, triolets de noires, quintolets de croches).

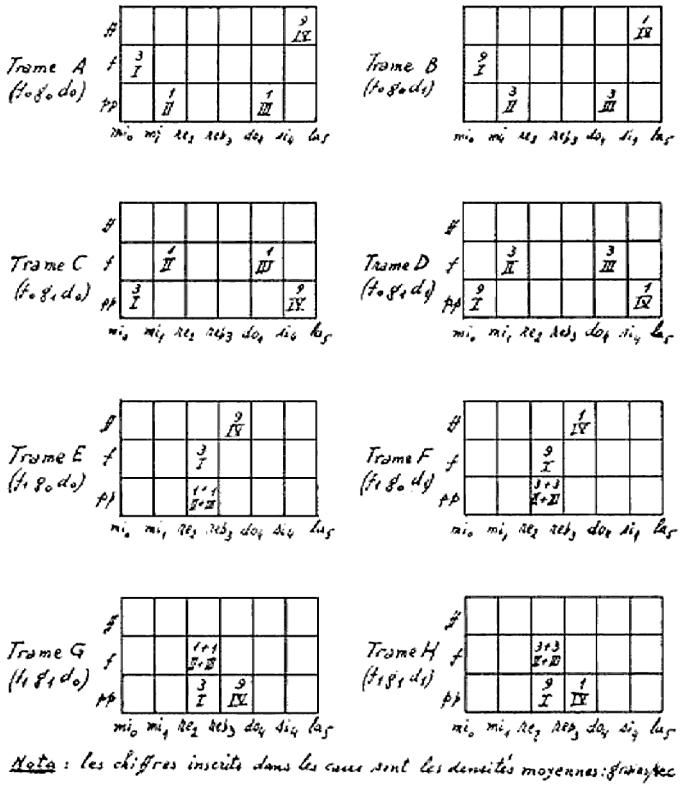

Figure 1. Les huit trames d'*Analogiques A* [Xenakis 1963, p. 121].

Pour définir la chaîne de Markov contrôlant la succession des trames, Xenakis introduit une matrice de probabilités de transitions [Xenakis 1963, p. 107] :

	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
A	0,021	0,357	0,084	0,189	0,165	0,204	0,408	0,096
B	0,084	0,089	0,076	0,126	0,150	0,136	0,072	0,144
C	0,084	0,323	0,021	0,126	0,150	0,036	0,272	0,144
D	0,336	0,081	0,019	0,084	0,135	0,024	0,048	0,216
E	0,019	0,063	0,336	0,171	0,110	0,306	0,102	0,064
F	0,076	0,016	0,304	0,114	0,100	0,204	0,018	0,096
G	0,076	0,057	0,084	0,114	0,100	0,054	0,068	0,096
H	0,304	0,014	0,076	0,076	0,090	0,036	0,012	0,144

Chaque colonne indique les probabilités d'enchaîner une trame avec les huit. Ainsi la trame *A* a une probabilité 0,021 d'être suivie de *A*, et une probabilité 0,336 d'être suivie de *D*.

2.2. Parcours singulier

L'espace de variantes produit par ce générateur musical contient de nombreuses successions de trames calculées par la chaîne de Markov. Chacune peut être réalisée sous forme d'une suite de nuages de sons, et donner naissance à une nouvelle variante d'*Analogiques A*. Ainsi, *Analogiques A* apparaît comme une

réalisation particulière, purement accidentelle et interchangeable, parmi les réalisations contenues dans le modèle. Mais Xenakis ne se contente pas de ce point de vue. Il complète la description du modèle d'*Analogiques A* par la description d'un parcours singulier utilisé pour la composition de la pièce.

Le parcours effectué dans *Analogiques A* est une oscillation entre le fonctionnement normal de la chaîne de Markov décrite ci-dessus, et un fonctionnement perturbé dans lequel on « force » certaines transitions à se répéter pendant un laps de temps. La pièce est ainsi constituée d'une succession de dix phases d'une durée de quinze mesures environ chacune, qui sont de trois types possibles :

(i) les phases de type *E* correspondent au fonctionnement normal de la chaîne de Markov,

(ii) les phases de type $P_A°$ (resp. $P_B°$, $P_C°$) sont une perturbation obtenue par la répétition forcée de la trame *A* (resp. *B, C*),

(iii) les phases de type P_A' (resp. P_B', P_C') sont des phases de transition entre (i) et (ii) obtenues avec une matrice de transition dont toutes les colonnes sont identiques à celle de la trame *A* (resp. *B, C*).

La pièce *Analogiques A* est constituée de l'enchaînement des dix phases suivantes :

$$E\ P_A°\ P_A'\ E\ P_C'\ P_C°\ P_B°\ P_B'\ E\ P_A'.$$

Xenakis traite d'une manière intéressante le problème du *choix* d'un élément dans un ensemble de séquences équivalentes produites par un même générateur musical. Il ne se contente pas d'un tirage « au hasard » parmi la multitude de séquences que la chaîne de Markov peut engendrer. Il *dépasse,* en quelque sorte, le modèle markovien, en construisant une séquence singulière qui s'éloigne de ce modèle, et se distingue des multiples variantes que celui-ci produit.

3. Parcours ambigus dans une texture (Ligeti)

3.1. Textures musicales

Les « textures » musicales de Ligeti sont des polyphonies réalisées au moyen de lignes répétitives enchevêtrées, dont les motifs évoluent par petites transformations progressives. La pièce *Melodien* pour orchestre (1971) comporte une telle texture entre les mesures 14 et 30. Celle-ci est constituée de quatre parties instrumentales (piccolo, xylophone, célesta, violon B). Chaque partie déroule les répétitions d'un motif en valeurs égales (quintolets au piccolo, sextolets au xylophone, septolets au célesta, double-croches au violon), dont les occurrences sont séparées par des silences. On a représenté ci-après l'évolution de la texture dans un diagramme hauteurs-durées (figure 2). Les motifs des quatre parties sont représentés verticalement, et intercalés les uns avec les autres en fonction de l'ordre chronologique de leur apparition. On note p_i, x_i, c_i, v_i les motifs de piccolo, xylophone, célesta, violon B comptés à partir de zéro dans chaque partie. La succession initiale est $p_0\ p_1\ p_2\ c_0\ p_3\ c_1\ c_2\ p_4\ c_3\ x_0$ etc. Le motif de départ est la tierce fa_5 la_5 (codes midi 89 93), puis à partir de p_3, il devient mib_5 fa_5 la_5 (codes midi 87 89 93), etc.

Figure 2. Texture de *Melodien,* mesures 14 à 30.

Quel est le processus d'engendrement de cette texture ? Existe-t-il un logique dans l'écriture de cette polyphonie ? La première phase de l'évolution fait apparaître une transformation procédant par ajout successif de notes, depuis les deux notes de la tierce initiale fa_5 la_5 jusqu'au motif de dix notes qui se trouve approximativement au milieu du fragment. Dans la deuxième partie de l'extrait, l'évolution paraît plus confuse. La texture donne visuellement l'impression de s'« effilocher ». Nous avons proposé une

analyse de cette deuxième partie [Assayag 1993], [Chemillier 1995], dont nous allons rappeler brièvement les résultats.

Après l'apparition du motif de dix notes au milieu de l'extrait (motif de célesta c_{15}), l'évolution de la texture est gouvernée par deux processus parallèles :

(i) un processus souterrain, au cours duquel ce motif de dix notes est transformé progressivement par un *opérateur d'affaissement*,

(ii) un processus se surface, qui dérive du processus souterrain par l'action d'un *opérateur d'effacement* supprimant temporairement certaines note du motif.

La figure 3 ci-après montre la reconstitution du processus souterrain. Les quatre intervalles utilisés par l'opérateur d'affaissement sont : ton descendant, demi-ton descendant, unisson, demi-ton ascendant. Il procède globalement vers le grave malgré quelques rebroussements en sens contraire (demi-ton ascendant). Des principes d'écriture analogues ont été mis en évidence dans d'autres œuvres de Ligeti, en particulier dans la pièce *Continuum* pour clavecin [Clendinning 1993]. En collaboration avec Gérard Assayag, nous avons reconstitué ce processus en PatchWork, sa définition se prêtant bien à une implémentation dans un environnement de programmation fonctionnelle.

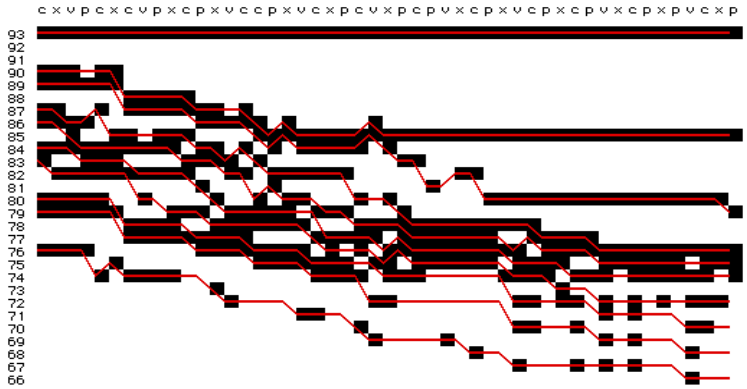

Figure 3. Reconstitution du processus souterrain depuis le motif c_{15} jusqu'au motif p_{26} (évolution par ton descendant, demi-ton descendant, prolongement, demi-ton ascendant).

3.2. Analyse automatique

Les opérateurs d'affaissement et d'effacement définissent un générateur musical. Le calcul de variantes consiste à modifier l'action de ces deux opérateurs. Mais le fait d'intercaler un opérateur d'effacement entre le processus souterrain et la texture de surface provoque une *perte d'information*. La relation entre le modèle et la texture peut ainsi devenir ambiguë, une même partition de surface pouvant être le résultat de plusieurs processus souterrains distincts. On voit que le calcul de variantes, en faisant varier l'action des opérateurs d'affaissement et d'effacement, risque d'introduire de l'ambiguïté entre le modèle et la texture et de distendre considérablement les liens entre les deux, au point que c'est le rôle même du modèle qui se trouve mis en question comme garant de la cohérence de l'ensemble.

Combien existe-t-il de processus sous-jacents distincts donnant la même évolution de surface ? Cette question revient à s'interroger sur l'unicité de l'analyse que nous avons proposée figure 3, et s'il n'y a pas unicité, à énumérer les analyses possibles.

3.3. Sous-mots

Le calcul du processus sous-jacent associé à la texture repose sur la notion de *sous-mot*, c'est-à-dire de séquence obtenue à partir d'une autre en supprimant certaines lettres [Lothaire 1983]. Cette notion est à la base de la commande *diff* du système UNIX, qui détecte les différences entre deux versions d'un même fichier. Le mot *ab* est sous-mot de *aabb* de quatre manières possibles : $a(a)b(b)$, $a(a)(b)b$, $(a)ab(b)$, et $(a)a(b)b$. Si l'on n'a qu'une seule lettre a, le nombre de manières d'obtenir un mot de longueur p comme sous-mot d'un mot de longueur n n'est autre que le célèbre « coefficient du binôme » :

$$C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$$

Cette formule récursive permet de calculer les valeurs du coefficient quelque soient *n* et *p*. C'est la construction bien connue du triangle de Pascal. Dans le cas de plusieurs lettres *a*, *b*, *c*, ... la formule se généralise et permet de calculer le nombre de manières d'obtenir un mot quelconque comme sous-mot d'un autre.

3.4. Calcul du processus sous-jacent

Dans le cas de *Melodien*, les mots considérés sont les motifs de la texture, c'est-à-dire des séquences ordonnées de notes (ou codes midi) sans répétition. Les sous-mots considérés ici ne le sont pas au sens strict, mais « modulo un affaissement ». Par exemple, le motif *m* = 73 76 peut dériver du motif sous-jacent *h* = 72 74 76 de deux manières différentes :

h = 72 74 76
m = 73 (74) 76

avec un demi-ton ascendant de 72 à 73, et

h = 72 74 76
m = (72) 73 76

avec un demi-ton descendant de 74 à 73.

On note *a* et *b* deux codes midi, et on dit que *a* « dérive » de *b* si *a*-*b* appartient à {-2, -1, 0, 1} (resp. ton descendant, demi-ton descendant, unisson, demi-ton ascendant). On note *S*(*m*, *h*) l'ensemble de toutes les manières possibles de dériver le motif *m* du motif *h*, qui se calcule par une formule récursive ayant un lien de parenté avec celle du triangle de Pascal ci-dessus :

$$S(am, bh) = a.S(m,h) + b.S(am,h) \text{ si } a \text{ dérive de } b,$$

$$S(am, bh) = b.S(am,h) \text{ sinon,}$$

dans laquelle *a.X* est l'ensemble des motifs obtenus en plaçant *a* devant les motifs de *X* dont la première note est strictement supérieure à *a*.

Le calcul des analyses possibles montre que la texture de *Melodien* est ambiguë. On trouve en effet

(i) trois enchaînements possibles de p_{18} à c_{22},
(ii) deux enchaînements possibles de x_{19} à c_{26}.

Ces possibilités peuvent se combiner entre elles, et donner naissance à six parcours distincts dans le processus souterrain. Le modèle est légèrement « brouillé » car il n'y a pas de relation biunivoque entre la partition de surface et le processus sous-jacent. Mais ces ambiguïtés sont en nombre restreint et localisées en seulement deux points de la texture. Si l'opérateur d'effacement avait supprimé plus de notes pendant l'évolution du processus (réduisant le motif de dix notes à huit, à sept, à six, etc.), les ambiguïtés auraient pu être beaucoup plus nombreuses. Le dosage de l'opérateur d'effacement peut être considéré comme une manière de rechercher la « plénitude harmonique », dans un sens proche de celui de l'écriture classique à quatre voix où les accords doivent si possible être complets. La complétude des accords rend l'harmonie non-ambiguë, de la même manière qu'ici, l'utilisation contrôlée de l'opérateur d'effacement permet à la cohérence du processus de ne pas se dissoudre. La texture de *Melodien* se distingue ainsi d'autres variantes produites par le même générateur musical avec une activation plus importante de l'opérateur d'effacement.

4. Singularités remarquables dans un répertoire de harpe africaine

4.1. Formules de harpe en canon

La musique de la petite harpe à cinq cordes des Nzakara de République centrafricaine est constituée de courtes formules instrumentales qui sont jouées en ostinato avec quelques variations, et qui sont utilisées pour l'accompagnement du chant. Certaines formules d'apparence très simple sont obtenues en pinçant à intervalles réguliers des couples de cordes jouées simultanément par les deux mains. La figure 4 montre un exemple d'une telle formule. Derrière sa simplicité apparente se cache une combinatoire assez étonnante, car le mouvement des cordes aiguës est reproduit à un décalage près sur les cordes graves, ce qui fait de cette séquence une sorte de canon [Chemillier 1995, 1996, 1997].

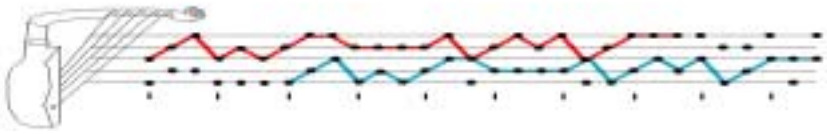

Figure 4. Une formule de harpe nzakara et sa structure de canon.

Il est possible de pousser plus avant l'analyse de cette formule. Si on note par des lettres *a, b, c, d, e* les cinq couples de cordes qui apparaissent dans l'exemple ci-dessus, la séquence s'écrit :

$$u = acdababdebcbceacdcdabdedebceae$$

On remarque qu'à partir de la septième lettre, les lettres réapparaissent, mais décalées d'un rang dans l'ordre de l'alphabet (*b* revient à la place de *a*, *d* revient à la place de *c*, etc.). Le mot initial *acdaba* est ainsi reproduit plusieurs fois avec une rotation des lettres : *bdebcb*, puis *ceacdc*, etc. Plus précisément, désignons par α_1 la rotation sur les lettres $a \varnothing b \varnothing c \varnothing d \varnothing e \varnothing a$, et par α_2, α_3, α_4 ses puissances successives. Cette rotation s'étend par concaténation à un morphisme sur les mots. La propriété peut alors s'écrire $u = v\alpha_1(v)\alpha_2(v)\alpha_3(v)\alpha_4(v)$, avec $v = acdaba$.

On voit apparaître un nouveau type de générateur musical, produisant des séquences à partir d'un noyau initial (le mot *v*), prolongé par des rotations successives de l'alphabet qui ramènent au point de départ. Dans cette construction, le degré de liberté est donné par la possibilité de choisir le noyau *v*, le reste de la séquence étant alors déduit par un calcul systématique.

4.2. Énumération par les mots de Lyndon

Combien existe-t-il de variantes possibles construites sur ce modèle ? En quoi les formules attestées dans le répertoire (telles que celle de la figure 4) sont-elles singulières par rapport aux variantes théoriquement possibles ? Le problème pour énumérer les séquences de ce type est qu'elles sont circulaires. Plus précisément, deux séquences sont équivalentes si elles sont obtenues à partir d'une séquence donnée en supprimant un segment initial et en le plaçant à la fin. Lorsqu'on procède à une énumération de telles séquences, il faut pouvoir détecter si deux d'entre elles sont équivalentes.

Pour énumérer des séquences à permutation circulaire près, il faut utiliser les *mots de Lyndon*, définis comme les éléments minimaux pour l'ordre alphabétique parmi les représentants d'un même mot circulaire [Lothaire 1983, p. 66]. Par exemple, *abaab, baaba, aabab, ababa, babaa* sont les cinq représentants d'un même mot circulaire, parmi lesquels le mot de Lyndon associé est *aabab*. Une deuxième condition est nécessaire pour caractériser complètement les mots de Lyndon. Ceux-ci doivent être *primitifs*, c'est-à-dire ne pas se factoriser en plusieurs occurrences d'un mot plus court. Par définition, en se limitant à des mots de Lyndon, on est sûr de ne jamais manipuler deux représentants d'un même mot circulaire.

L'intérêt des mots de Lyndon réside dans la propriété remarquable suivante : un mot de Lyndon qui n'est pas réduit à une seule lettre est nécessairement de la forme *lm* où *l* et *m* sont deux mots de Lyndon tels que $l < m$ pour l'ordre alphabétique. Par exemple, *aabab* se factorise en $l = aab$, $m = ab$. Cette propriété donne un algorithme récursif permettant de calculer efficacement les mots de Lyndon.

4.3. Mots dérivés

Pour énumérer les formules de harpe construites par le procédé nzakara ci-dessus, on doit calculer les mots de Lyndon de longueur trente (la longueur de *u*). C'est un calcul assez lourd, d'autant que le degré de liberté de la construction n'est que de six lettres (la longueur de *v*). On peut améliorer le calcul en introduisant la notion de *mot dérivé*. Le mot dérivé de *u* est le mot dont les lettres sont les rotations de l'alphabet qui permettent de passer d'une lettre à celle qui la suit immédiatement dans *u*. Ainsi, *ac* donne la

rotation α_2, *cd* donne α_1, *da* donne α_2, *ab* donne α_1, *ba* donne α_4, *ab* donne α_1. À partir de la lettre *b*, *bd* donne de nouveau α_2 et on retrouve la même succession. Par définition, cette succession est le mot dérivé $d = \alpha_2\alpha_1\alpha_2\alpha_1\alpha_4\alpha_1$.

La propriété intéressante du mot dérivé est que si deux mots représentent un même mot circulaire, il en est de même de leurs mots dérivés, et réciproquement. On peut ainsi se ramener au calcul des mots de Lyndon représentant les mots dérivés de longueur six (donc beaucoup plus courts !), puis reconstruire les variantes du mot *u* de longueur trente en fixant arbitrairement *a* comme première lettre, et en déduisant les autres à partir des rotations contenues dans le mot dérivé. Le calcul a été programmé en Lisp dans l'environnement PatchWork [Chemillier 1995]. Cette construction est utilisée, sous une forme un peu différente, dans la théorie des *pitch class sets* [Forte 1974]. Pour énumérer toutes les classes d'accords équivalents modulo une transposition ou un renversement, Forte introduit l'ordre alphabétique sur les séquences d'intervalles entre notes consécutives, ce qui revient à calculer les mots de Lyndon associés aux mots dérivés.

4.4. Résultats de l'énumération

On obtient :

(i) 12 variantes possibles quand le mot *v* a quatre lettres,
(ii) 134 variantes possibles quand le mot *v* en a six (ce qui est le cas ci-dessus).

Comment se répartissent les formules attestées dans le répertoire à l'intérieur de l'espace de variantes calculées par le programme ? Dans le cas où *v* a six lettres, le répertoire comporte deux formules, mais celles-ci sont construites en sens inverse l'une de l'autre, et correspondent à deux paramétrages distincts de la construction. La première correspond à la séquence $u = v\alpha_1(v)\alpha_2(v)\alpha_3(v)\alpha_4(v)$ ci-dessus. L'autre correspond à un prolongement en sens inverse $v\alpha_4(v)\alpha_3(v)\alpha_2(v)\alpha_1(v)$. De la même façon, dans le cas où *v* a quatre lettres, le répertoire comporte également deux formules, mais elles sont elles aussi en sens inverse l'une de l'autre. Ces quatre formules du répertoire présentent donc quatre configurations distinctes des « paramètres » du modèle, qui sont :

(i) la longueur du mot « noyau » *v*, c'est-à-dire 4 ou 6,
(ii) le sens du prolongement, c'est-à-dire l'ordre direct des rotations α_1, α_2, α_3, α_4, ou l'ordre inverse.

Le fait remarquable est que le répertoire ne comporte jamais qu'une seule formule pour chaque paramétrage du modèle. Les harpistes nzakara paraissent rejeter la notion même de *variante*, en évitant la coexistence dans le répertoire de deux variantes correspondant aux mêmes paramètres. Le mot « variantes » est pris ici dans un sens structurel et pas dans le sens d'ornements. Chaque formule de harpe est en effet une classe d'équivalence de toutes sortes de variations ornementales pratiquées par les harpistes quand ils jouent ces formules. Mais la singularité dont il est question ici opère au niveau des formules considérées comme des classes d'équivalences, pas au niveau de leurs multiples réalisations ornementales. La recherche de la singularité pourrait avoir des racines cognitives profondes dans le cadre la société nzakara [Dampierre 1984].

4.5. Cas de deux lettres : singularité combinatoire

Le répertoire comporte une cinquième formule qui est plus remarquable encore. Elle correspond au cas où *v* a seulement deux lettres, et dans ce cas, on se trouve en face d'une véritable singularité combinatoire. Le calcul montre qu'il n'existe qu'une seule manière de construire une séquence *u* avec un mot *v* à deux lettres, si on veut éviter (i) que *u* contienne une lettre répétée, et (ii) que *u* soit la répétition d'un mot plus court. Cette solution unique est *u = abdebceacd*, obtenue en prolongeant *v = ab* par les rotations $v\alpha_3(v)\alpha_1(v)\alpha_4(v)\alpha_2(v)$ (le choix des rotations est ici lié à la structure de canon et au décalage entre les deux voix). Il est facile de vérifier l'unicité de cette solution, en faisant l'inventaire des combinaisons possibles. On fixe *a* comme première lettre de *v*, et on étudie les cinq possibilités *a, b, c, d, e* pour la deuxième :

(1) *v = aa, u = aaddbbeecc*
Cette combinaison est rejetée, car elle comporte des notes répétées.

(2) *v = ab, u = abdebceacd*

Il s'agit de la formule attestée dans le répertoire.

(3) $v = ac$, $u = acdabdebce$
Cette combinaison pourrait convenir, mais elle représente le même mot circulaire que la combinaison (2) décalé de trois lettres.

(4) $v = ad$, $u = addbbeecca$
Cette combinaison est rejetée, car elle comporte des notes répétées.

(5) $v = ae$, $u = aedcbaedcb$
Cette combinaison est rejetée, car elle est la répétition d'un mot plus court *aedcb*.

L'inventaire exhaustif montre qu'il n'existe pas d'autre solution que la solution (2). Le fait remarquable est que cette formule est effectivement attestée dans le répertoire. Sur le plan cognitif, l'apparition de cette singularité combinatoire est une énigme, car il faut rappeler qu'on se trouve dans un contexte de tradition purement orale.

5. Conclusion

Les trois exemples étudiés illustraient la démarche adoptée ici. Il s'agissait de prolonger la description de modèles généraux d'engendrement, par la mise en évidence de singularités caractérisant les séquences musicales du répertoire issues de ces modèles. Le but était de conforter l'hypothèse selon laquelle une séquence musicale « intéressante » est d'une certaine manière singulière, c'est-à-dire correspond à un élément saillant dans un espace de variantes construites sur un même modèle (un élément saillant pouvant être un point remarquable, un état d'équilibre, un cas limite, etc.). Différentes manières d'exprimer cette singularité ont été explorées.

Dans l'exemple de Xenakis, le générateur musical est une chaîne de Markov contrôlant la succession de nuages de sons. La pièce *Analogiques A* est une singularité dans l'ensemble des séquences produites par cette chaîne de Markov, car elle correspond à un parcours atypique de la chaîne, c'est-à-dire un parcours dans lequel le fonctionnement normal du processus markovien est perturbé par le forçage de certaines transitions.

Dans l'exemple de Ligeti, le générateur musical a deux composantes, d'une part un processus souterrain contrôlant l'évolution d'un motif de dix notes selon certains intervalles déterminés, et d'autre part un effacement partiel des motifs en surface. La construction d'un espace de variantes à partir de ce modèle pose un problème particulier, car l'opérateur d'effacement introduit du flou, de l'ambiguïté, dans la relation entre le processus souterrain et la trace visible en surface. Pour certaines variantes, la relation entre les deux est biunivoque. Pour d'autres au contraire, elle se relâche et devient indéterminée. La singularité de la texture de la pièce *Melodien* vient du fait qu'elle est à cheval entre les deux, c'est-à-dire que le processus n'est pas complètement déterminé, mais qu'il est pour ainsi dire « au plus près » d'un processus évoluant sans ambiguïté. La texture réalise un équilibre entre la recherche d'une évolution non-ambiguë et l'utilisation d'intervalles introduisant des ambiguïtés.

Dans l'exemple de harpe africaine, le générateur musical consiste à construire des séquences à partir d'un mot-noyau (une suite de couples de notes) prolongé par rotation des éléments. Cette construction est paramétrée de différentes manières, les paramètres étant la longueur du mot-noyau (deux, quatre, ou six éléments), et le sens du prolongement (l'ordre dans lequel sont effectuées les rotations). Dans cet exemple, la singularité des séquences du répertoire tient au fait qu'on ne trouve jamais deux formules correspondant aux mêmes valeurs des paramètres du générateur. Le paramétrage divise en quelque sorte l'espace de variantes en « cases », à l'intérieur desquelles chaque formule du répertoire est singulière. Les variantes autorisées par un même paramétrage du modèle semblent systématiquement évitées au profit de séquences illustrant toutes les manières de paramétrer celui-ci. Dans le cas d'un mot-noyau de longueur deux, la singularité de la formule du répertoire est remarquable, car il n'existe aucune autre variante théorique correspondant aux mêmes valeurs des paramètres.

La conception de générateurs musicaux comporte une sorte de limitation intrinsèque provenant du caractère « amorphe » de l'espace de variantes engendré. Par définition, les séquences produites par un générateur sont indifférenciées, c'est-à-dire équivalentes au regard de celui-ci. Parmi ces séquences, certaines sont plus intéressantes que d'autres, se distinguant des autres par certaines propriétés qui sont

étrangères au générateur. Ainsi, la mise en évidence d'éléments intéressants ou saillants à l'intérieur de l'espace de variantes produit par un générateur échappe, d'une certaine manière, aux principes que celui-ci met en oeuvre. D'où l'intérêt qu'il y a à prolonger l'étude d'un mécanisme de génération musicale par la mise en évidence des singularités qui peuvent se nicher à l'intérieur des productions de ce mécanisme.

6. Bibliographie

Assayag G., CAO : vers la partition potentielle, *Les cahiers de l'Ircam, Recherche et Musique*, n°3, 1993, 13-41.
Barbaud P., *Introduction à la composition musicale automatique*, Dunod, 1965.
Barbaud P., *La musique, discipline scientifique*, Dunod, 196 8.
Barbaud P., *Vademecum de l'ingénieur en musique*, Springer, 1993.
Baroni M., Callegari L. (eds.), *Musical grammars and computer analysis*, Leo S. Olschki, 1984.
Chemillier M., Monoïde libre et musique, *RAIRO Informatique théorique*, vol. 21, n° 3 et 4, 1987, 341-371, 379-417.
Chemillier M., Structure et méthode algébriques en informatique musicale, Thèse université de Paris 7, 1989.
Chemillier M., Analysis and Computer Reconstruction of a Musical Fragment of György Ligeti's Melodien, *Muzica*, vol. 6, n° 2, Bucharest, 1995, 34-48.
Chemillier M., La musique de la harpe, É. de Dampierre (éd.), *Une esthétique perdue*, Presses de l'École normale supérieure, 1995, 99-208.
Chemillier M., de Dampierre É., *Musiques des anciennes cours Bandia*, disque CD et notice CNRS/Musée de l'Homme, CNR 274 1009, Le Chant du Monde, 1996.
Chemillier M., Mathématiques et musiques de tradition orale, H. Genevois, Y. Orlarey (éds.), *Musique & Mathématiques*, Aléas-Grame, 1997, 133-143.
Chemillier M., Grammaires, automates et musique, F. Pachet (éd.), *Informatique musicale*, Hermès (à paraître, 1999).
Chomsky N., Three models for the description of language, *IRE Transactions on information theory*, IT-2, 1956.
Chomsky N., *Structures syntaxiques*, 1957, coll. Points, Seuil, 1969.
Clendinning J. P., The Pattern-Meccanico Compositions of György Ligeti, *Perspectives of New Music*, vol. 31, n°1, 1993, 192-234.
Cope D., *Computers and Musical Style*, A-R Editions, 1991.
Cope D., *Experiments in Musical Intelligence*, A-R Editions, 1996.
Cope D., *The Algorithmic Composer*, A-R Editions, 1999.
Cross I., Howell P., West R. (eds.), *Representing Musical Structure*, Academic Press, 1991.
de Dampierre É., *Penser au singulier*, Société d'ethnologie, 1984.
Forte A., *The Structure of atonal Music*, Yale Univ. Press, 1974.
Greussay P., Modèles de descriptions symboliques en analyse musicale, Thèse université de Paris 8, 1973.
Lerdahl F., Jackendoff R., *A Generative Theory of Tonal Music*, MIT Press, 1983.
Lothaire M., *Combinatorics on Words*, Addison Wesley, 1983.
Lothaire M., *Algebraic Combinatorics on Words* (à paraître, 1999).
Lothaire M., *Applied Combinatorics on Words* (en préparation).
Markov A.A., Essai d'une recherche statistique sur le texte du roman "eugène oneguine", *Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de Saint-Petersbourg*, vol. 7, 1913.
Nattiez J.-J., *Fondements d'une sémiologie de la musique*, 10/18, Christian Bourgois, 1975.
Pachet F., Surprising Harmonies, *Int. J. Computing Anticipatory Systems* (à paraître, 1999).
Perrin D., Les débuts de la théorie des automates, Séminaire Philosophie et Mathématiques, ENS, janvier 1993.
Riotte A., Formalisation des structures musicales, polycopié de Paris 8, 1979.
Riotte A., Mesnage M., Modélisation informatique de partitions, analyse et composition assistées, *Les cahiers de l'Ircam, Recherche et Musique*, n°3, 1993, 43-59.
Roads C., Grammars as Representations for Music, *Computer Music Journal*, vol. 3, n°1, 1979, 48-55, repris dans Roads C., Strawn J. (eds.), *Foundations of Computer Music*, MIT Press, 1985.
Ruwet N., *Langage, musique, poésie*, Seuil, 1971.
Schwanauer S., Levitt D. (eds.), *Machine Models of Music*, MIT Press, 1993.
Shannon C.E., A mathematical theory of communication, Shannon C., Weaver W. (eds.), *The mathematical Theory of Communication*, Univ. Illinois Press, 1949.

Snell J.L., Musical Grammars and Computer Analysis: A Review, *Perspectives of New Music*, vol. 23, n°2, 1985, 220-234.
Xenakis I., *Musiques formelles*, chap. II Musique stochastique markovienne, 1963, Stock, 1981, 61-131.