

Systèmes stéréométriques, structures autotendantes

David-Georges Emmerich

▶ **To cite this version:**

David-Georges Emmerich. Systèmes stéréométriques, structures autotendantes. [Rapport de recherche] 0096/79, Comité de la recherche et du développement en architecture (CORDA). 1979, pp. 364. ⟨hal-03110296⟩

HAL Id: hal-03110296

https://hal.science/hal-03110296v1

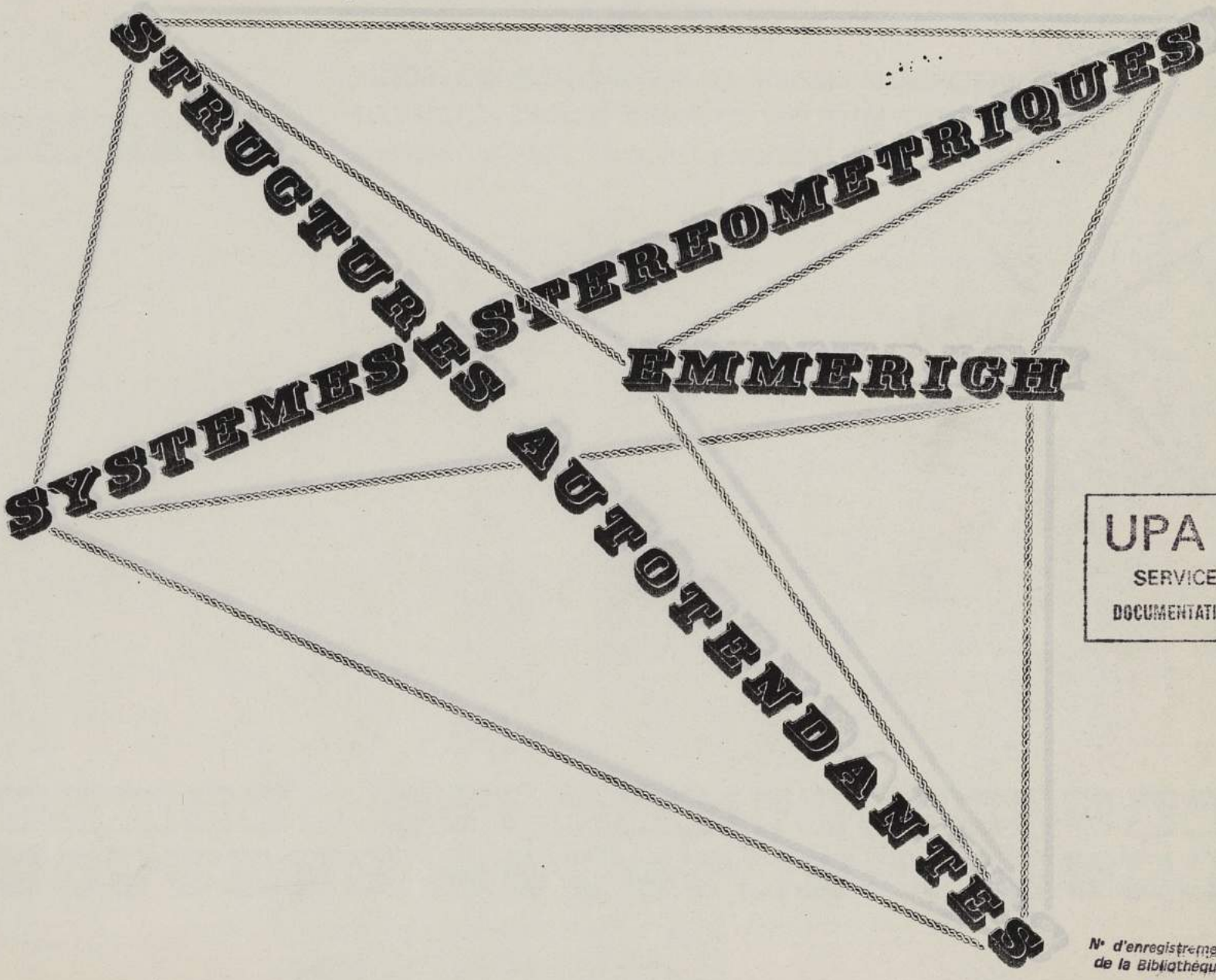
Submitted on 14 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

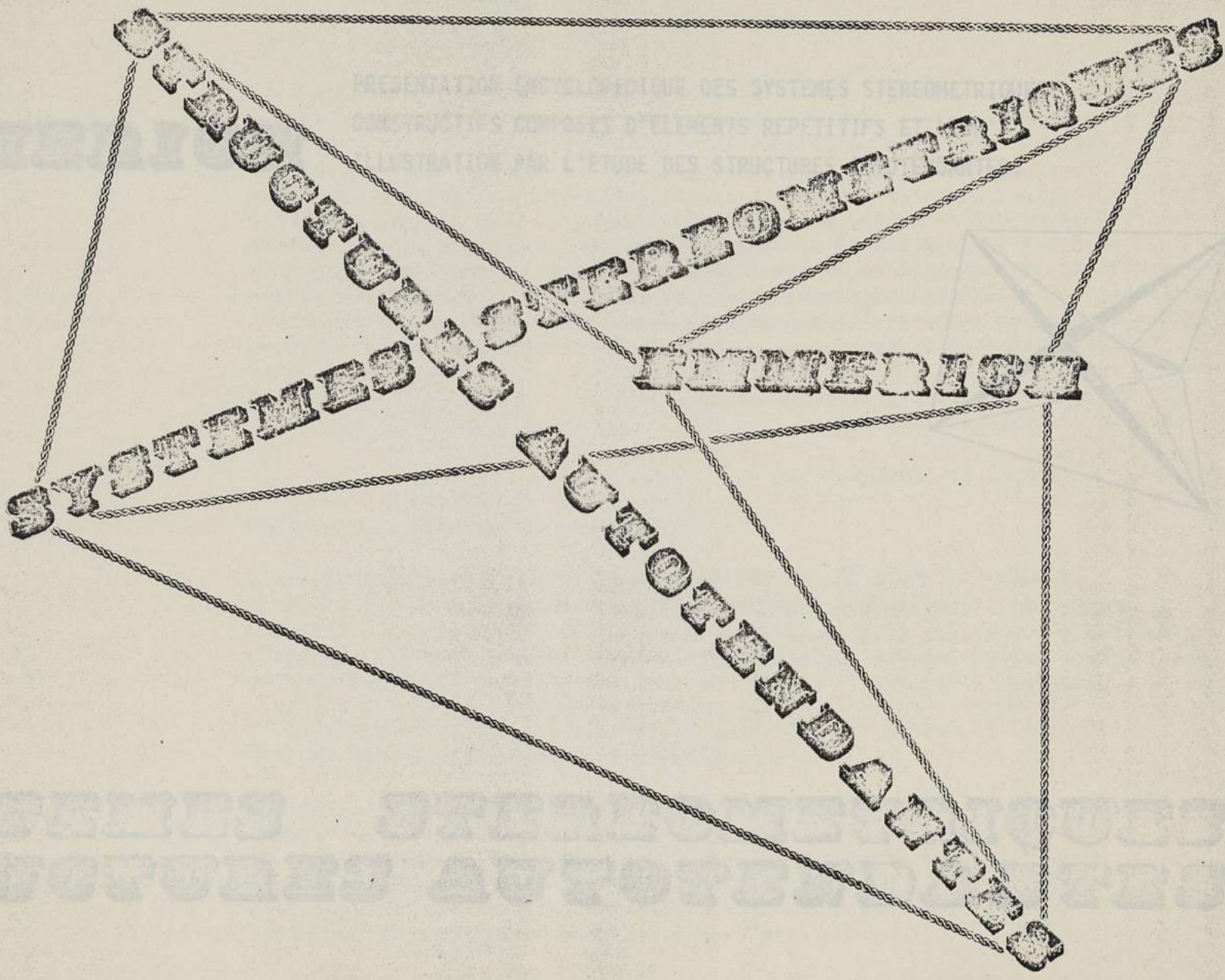


HAL Authorization



UPA 1
SERVICE
DOCUMENTATION

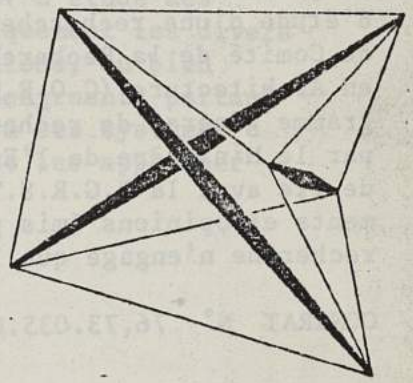
N° d'enregistrement
de la Bibliothèque
7894


ETUDES STEREOMETRIQUES
SYSTEMES D'ENONCIATIONS
EMERICH

DAVID GEORGES

EMMERICH

PRESENTATION ENCYCLOPEDIQUE DES SYSTEMES STEREOMETRIQUES CONSTRUCTIFS COMPOSES D'ELEMENTS REPETITIFS ET LEUR ILLUSTRATION PAR L'ETUDE DES STRUCTURES AUTOTENDANTES.



SYSTEMES STEREOMETRIQUES STRUCTURES AUTOTENDANTES

Le présent document constitue le rapport de fin d'étude d'une recherche remise au Secrétariat du Comité de la Recherche et du Développement en Architecture (C.O.R.D.A.) en exécution du programme général de recherche architecturale mené par le Ministère de l'Environnement et du Cadre de Vie avec la D.G.R.S.T. depuis 1972. Les jugements et opinions émis par le responsable de la recherche n'engage que leur auteur.

CONTRAT N° 76.73.035.00.202.75.01

Michèle ROUMEGOUX a collaboré à l'établissement des documents graphiques illustrant ces recherches et Didier AUBRY a participé à la réalisation des maquettes d'études.

Tous droits réservés © 1979

INTRODUCTION

RESUME

L'industrialisation est la seule possibilité de trouver le raccourci technique vers l'abondance de logements et d'autres espaces. Et, c'est seulement sur la base des relations stéréométriques qu'il est possible de concevoir des structures qui se prêtent à la fois à une industrialisation partant de composants répétitifs et à l'autoconstruction utilisant ceux-ci pour la composition d'espaces divers. L'étude des systèmes stéréométriques consiste à rechercher méthodiquement les divers découpages de l'espace en parts égales, les équipartitions, ou bien suivre le chemin inverse et chercher des assemblages congruents partant d'éléments identiques. L'étude devait extrapoler d'abord ces systèmes pour qu'ensuite on puisse les traduire en structures et les appliquer en architecture.

VERS UNE ARCHITECTURE DE COMPOSANTS

L'ère des machines a effectivement modifié le processus de création architecturale en la dichotomisant à l'extrême et même jusqu'à l'absurde. Cependant, elle n'a pas modifié la conception même des objets de cette création, qui sont restés comparables à ceux de l'artisanat. Dans ces conditions, aussi bien le processus de création fondé sur la spécialisation des tâches, que la conception des constructions fondée sur l'appauvrissement des produits artisanaux, ne sont chacun de leur côté que des imitations, voire des contradictions.

En effet, il n'est pas possible d'industrialiser donc rationnaliser une production architecturale, dont la conception est en retard sur le processus de création propre à l'ère des machines. Les faits démontrent que cette soi-disant industrialisation ne rend ni moins chère ni plus ample la production d'architecture, dont la qualité, de plus, ne subit pas la comparaison avec celle de l'artisanat.

L'industrialisation implique la production partant de matériaux artificiels homogènes et la transformation de ces matériaux en éléments autant que possible identiques.

Les nouveaux matériaux sont d'une résistance et d'une malléabilité plus grandes. De ce fait, les éléments fabriqués se rapprochent de plus en plus des formes géométriques idéalisées. Noeuds de jonction, segments de charpente, surfaces de parois minces s'identifient pratiquement aux articulations géométriques tels les points, lignes et surfaces.

Les nouvelles méthodes de transformation de matériaux utilisent de leur côté des procédés mécaniques et précis impliquant la reproduction d'éléments identiques qui doivent être assemblés, évidemment, suivant des schémas répétitifs et réguliers qui sont connus sous le nom d'équipartitions. Ce sont donc ces structures stéréométriques qui rempliront désormais le rôle des "ordres architecturaux".

Bref, s'il est vrai que la démarche industrielle découpe nécessairement la conception en opérations, on devrait aussi découper l'espace, et par suite le produit même, d'une manière nouvelle et réellement adaptée à l'ère des machines. C'est alors que l'effet bénéfique de l'industrialisation deviendrait sensible dans l'abondance et la qualité de la production architecturale.

Cet ouvrage s'attache donc à l'étude de ces découpages d'une part, et à leur application dans la construction, d'autre part.

La première partie "SYSTEMES STEREOMETRIQUES" s'occupe de la partition de l'espace, par conséquent, de la recherche de la décomposition des formes constructibles par éléments répétitifs et de leur présentation sous forme encyclopédique.

La deuxième partie "STRUCTURES AUTOTENDANTES" s'occupe, tout en se basant sur les résultats des études précédentes, de la re-composition de l'espace partant d'une certaine classe de structures qui sont éminennemt industrialisables - les autotendantes.

LES SYSTEMES STEREOMETRIQUES

Tout est langage, disent actuellement nos intellectuels, au point de considérer l'architecture comme une discipline littéraire. Ce qui est certain, c'est que toute langue a son architecture: ses mots, sa syntaxe, ses rapports syntagmatiques pour construire son discours. A ce titre, l'étude des systèmes stéréométriques est tout à fait comparable à la linguistique. Si l'expression physique se restreint à trois phonèmes, sommet-arête-face, ce sont leurs assemblages, les sept polygones en tant que syllabes et quelques douzaines de configurations en tant que mots, qui constituent le vocabulaire avec lequel on peut construire des phrases, des réseaux et des empilements:des systèmes constructifs plus complexes.

Depuis l'antiquité, il existe un certain nombre d'études sur les structures répétitives, régulières ou semi-régulières les plus simples. De nos jours, le développement de la minéralogie, de la cristallographie et de la stéréochimie a fait progresser considérablement ces connaissances. Depuis quelques années seulement l'attention des architectes était également attirée sur ce sujet produisant quelques monographies originales mais très partielles. Aucun ouvrage n'a été consacré à l'étude systématique de ces "ordres" et encore moins en langue française. La parution sur ce sujet d'un ouvrage récapitulatif, sinon exhaustif, est de la plus grande utilité.

En principe,la méthode choisie pour l'étude de ces structures stéréométriques suit une démarche topologique, commençant par des distributions planaires allant vers les structures spatiales les plus complexes.

Donnant à l'espace un sens hiérarchisé, et procédant progressivement, on considère les possibilités d'assemblages d'éléments successivement: autour d'un point, dans le plan ou sur un espace convexe, puis autour d'une arête,entre deux couches parallèles ou dans des empilements remplissant tout l'espace.

Dans les grandes lignes, l'étude comprend les châpitres suivants:

- polygones et tessellations: partitions planaires composées de polygones

- polyèdres: solides convexes composés de polygones.

- réseaux double nappe: structures compsées à base des tessellations

- empilements compacts: réseaux spatiaux composés de polyèdres.

A l'intérieur de chaque groupe, les structures sont classées suivant leur degré de régularité commençant par les parfaitement homogènes, allant vers les configurations comportant deux ou plusieurs éléments hétérogènes.

Ces combinaisons sont à considérer comme des trames abstraites, à base desquelles se réalisent des structures en les matérialisant en totalité ou en partie seulement. Une fois le réseau et sa densité choisis, on peut en découper une tranche ou un volume quelconque pour en obtenir par exemple un plancher, une coupole, une charpente ou une ossature. Cette tranche d'espace délimitée peut être alors exécutée de différentes techniques :la matière des éléments, leurs moyens d'assemblage de même que l'échelle de leur utilisation étant en principe indépendants de l'arrangement stéréométrique. De ce fait, une grande variété de structures peuvent dériver de la même configuration. Pour illustrer cette possibilité, on a choisi une classe particulière de structures tendues: les autotendantes.

LES STRUCTURES AUTOTENDANTES

Les structures autotendantes se composent de barres et de tirants assemblés de telle manière que les barres restent isolées dans un continuum de tirants. Tous ces éléments sont rigidement écartés et en même temps solidarisés par précontrainte obtenue par la mise en tension interne des tirants sans nécessité d'appuis et d'ancrage extérieurs; l'ensemble se maintient solidement tout comme une structure autoportante d'où la dénommination "autotendante".

Un réseau autotendant se construit de plusieurs equilibria élémentaires autotendants qui ont la forme de polyèdres. Parmi eux, seuls quelques uns se prêtent, cependant, à l'assemblage et jusqu'à l'aboutissement de ces études l'association systématique n'était pas réalisable. Il fallait pour cela créer des equilibria particuliers pouvant se réunir en combinaisons régulières et découvrir en même temps des méthodes de composition rendant possible leur appareillage en charpente.

La méthode de recherche des diverses combinaisons se base sur les acquisitions résultant des études des compositions stéréométriques et suit un ordonnancement hiérarchique semblable, en étudiant successivement les structures suivantes:

- Les solides autotendants élémentaires prismatiques et antiprismatiques et les polyèdres réguliers ou semi-réguliers.

- Les mâts linéaires composés comme des structures oblongues.

- Les réseaux double nappe composés en surface droite ou courbe.

- Les empilements autotendants composés en espace continu.

Les configurations autotendantes sont étudiées du point de vue morphologique et métrique de manière à ce que leur reconstitution soit possible à base des documents présentés.

La diffusion de ces recherches sous la forme d'un ouvrage servant de manuel va certainement améliorer les connaissances sur ce sujet et éveiller beaucoup d'impulsions créatives. En fait, s'il existe déjà parmi les architectes une sorte de mythe sur les structures autotendantes, on ne peut guère parler de connaissances préexistantes dans l'esprit des constructeurs. De ce fait, il s'agit d'un véritable travail d'initiation.

Quant aux avantages mêmes des structures de ce genre, on peut à peine imaginer les conséquences entraînées par leur application dans l'avenir. Il s'agit, en effet, de pouvoir construire des édifices et des ossatures, montables et démontables facilement, utilisant à volume et stabilité égaux un dixième du poids des matériaux nécessaires à la construction des bâtiments actuels.

La révolution industrielle a, certes, fourni des moyens nouveaux de production, cependant, ces moyens matériels accrus et complexes ont influencé plutôt défavorablement l'évolution de l'architecture, au point de douter s'il existe aujourd'hui une architecture véritablement industrialisée. Et, selon certains même une architecture tout court.

Accroissement et complexité, sont des critères complémentaires et antagonistes à la fois et sont fort judicieux pour éclairer la situation actuelle de la création architecturale, du point de vue conception et aussi production.

L'accroissement dimensionnel des objets construits et des outils ne signifient pas en soi l'industrialisation. Un marteau pneumatique, une grue hydraulique, une pelle mécanique restent des moyens artisanaux certes accrus, mais qui existaient depuis très longtemps. Même la mécanisation et la dichotomisation ne sont pas à confondre avec l'industrialisation.

Produits et méthodes de production sont fondamentalement différents dans l'industrie réellement développée, qui est caractérisée par la série, la fabrication automatisée des composants, des pièces détachées et aussi, mais non en dernier lieu, par la tendance vers l'allègement et la miniaturisation.

Comparativement, la soi disante industrie du bâtiment n'est qu'un artisanat hypertrophié, qui, avec ses équipements alourdis, ne peut plus produire que des objets hors d'échelle et en même temps d'une conception spatiale primaire ignorant toute complexité. La standardisation de l'environnement et l'automatisme des comportements qui en résultent, sont précisément les principaux griefs formulés contre l'architecture contemporaine.

Or, la standardisation et l'automatisation sont à rechercher non pas au niveau du plan masse, du logement ou même de la pièce habitable, mais au niveau de la production où elles sont cependant pratiquement ignorées. Evidemment, il en serait autrement si la construction était un assemblage de composants, conçus comme des éléments polyvalents, permettant la création d'espaces variés sur mesure des habitants et éventuellement, par la participation effective des habitants mêmes.

L'autoconstruction, conséquence de cette faculté combinatoire, est non seulement une possibilité inhérente à l'industrialisation légère, elle est aussi son but délibéré. En effet, l'homme a besoin non seulement de constructions, mais aussi de construire.

Ce besoin de construire est un instinct profondément enraciné dans la nature de tous les êtres vivants. Seul l'homme moderne est réduit à un milieu entièrement préconçu, sans autre raison que de se conformer à des normes et chartes établies depuis cinquante ans au nom d'une idéologie architecturale d'un esprit totalitaire, qui exprimait, certes, son époque. Mais, pendant que les régimes contemporains de cette époque de sinistre mémoire disparaissaient ou se blanchissaient, c'est leur architecture, immuable à plus d'un titre, qui continue à régir la vie quotidienne.

Aujourd'hui, de plus en plus de voix s'élèvent contre cette architecture d'une si discutable maîtrise qui est plutôt une mainmise . Celle qui revendique toujours la "mission totale" avec définition de programme, allocation d'espaces et cahiers de charges mais, en fait, démissionne de toute véritable initiative en matière de conception et de production. Celle qui impose l'objet fini, clés en main, prêt à porter et nie le droit de l'homme d'être son maître, du moins chez soi.

Par réaction, certains préconisent un retour en arrière prônant les techniques traditionnelles, une architecture vernaculaire, mais qui est désormais impossible du fait du grand nombre, des grandes concentrations ou même simplement de la disparition des métiers. Il n'en reste pas moins que l'homme, de même que la société, doivent retrouver la liberté de création dont ils disposaient avec les techniques primitives, la pisée, la brique et même la pierre de taille, qui ont permis de produire au cours des civilisations non seulement une architecture personnalisée et plus adaptable, mais en même temps un urbanisme organique et complexe et cela, précisément, grâce au processus de croissance naturelle qu'une certaine liberté de création, inhérente à ces techniques, favorisait.

Quoiqu'il en soit, l'architecture ne peut se cantonner éternellement dans une austérité ascétique poussée jusqu'au misérabilisme qui n'avait sa raison d'être que par rapport aux styles décoratifs éclectiques et corrompus du tournant du siècle. Mais ce n'est pas en l'affublant de niaiseries anecdotiques de style pot-pourri, comme le propose un avant garde rétro, qu'on arrivera à sortir de la crise et briser la prohibition nihiliste de la forme qui plafonne actuellement dans la négation de toute architecture. Evidemment, ce ne sont pas non plus les interminables radotages sur les significations philosophiques, sociologiques ou même linguistiques de cette inexistence qui doivent tenir lieu de recherche architecturale mais la recherche de remèdes qui répondent à cette crise profonde dont l'origine d'essence intellectuelle remonte d'ailleurs bien plus loin que l'époque du modernisme.

Depuis la renaissance, il se poursuivait une indéniable dégradation de notre structure mentale du point de vue de la perception, puis de la conception de l'espace, qui a aboutit progressivement à l'accréditation, en tant que forme dominante, de la forme même du système de référence trirectangulaire, choisi à l'origine pour représenter plus facilement les formes les plus diverses. Ce système par une sorte d'égocentrisme a finalement éliminé toute autre forme que la sienne. Parallèlement, les systèmes constructifs, dont la conception avant la renaissance a atteint une richesse formelle incomparable, se réduisaient par un processus de dégénérescence puis d'appauvrissement à la superposition primitive de deux sortes d'organes, appuis et portées, les uns verticaux, les autres horizontaux, consacrant dans les faits une sorte de réduction mentale.

Après cette équarrissage aux poétiques angles droits, il faut de nouveau admettre que la substance majeure de l'architecture est la forme. Peu importe par quelles voies les formes étaient transmises ou suggérées à notre imagination, c'est de la forme pure en tant que construction mentale abstraite et préexistante que sont issus les systèmes constructifs et également les décoratifs. Et, ce n'est ni le camouflage de la structure, ni l'élimination de la décoration, mais leur heureuse coïncidence qui caractérise les hautes époques de l'architecture. C'est cette coïncidence qui confère aux édifices médiévaux une harmonie inégalée par la renaissance et ses dérivés, où la structure était dédoublée par une expression empruntée et sans rapport avec les véritables jeux de forces.

L'ultime développement de cette schizophrénie est atteint par l'évanouissement simultané et de la structure et du décor. L'une croyant s'accomplir uniquement dans des records dimensionnels de volumes rectangulaires, l'autre dans la lissitude quasi absolue des surfaces planaires. L'apparition des boursouflures néo-troglodytiques, ces vessies qui nous lanternent en tant que créations plastiques, n'est qu'un épiphénomène compensatoire symptomatique de l'ultime décadence où la forme logique est désormais bannie.

Au nom d'un mot magique, la fonction, le cube est devenu l'uniforme à tout usage. Pourtant, il va de soi que si une forme peut-être omni fonctionnelle, toute théorie morphologique bâtie sur le fonctionnalisme est ipso facto dépourvue de fondement. Cependant, défiant la raison, à l'instar des élucubrations mitchuriniennes en biologie, les ratiotinations fonctionnalistes paralysent encore l'architecture par la prohibition, sous peine d'accusation de formalisme,de toute réflexion morphologique sur ce qui est constructible dans l'abstrait et, comme conséquence, dans le concret.

Pendant que sur le plan théorique l'idéologie dispensait d'avoir des idées, sur le plan matériel la réalité commençait à dépasser l'architecture. Des matériaux non seulement plus résistants mais plus malléables étaient découverts, qui permettent de réaliser des configurations plus complexes tout en s'approchant jusqu'à la quasi coïncidence de la forme exécutée et de la forme géométrique pure, de la structure et de l'épure. Désormais, les membrures des structures tendues, ou les parois des coques rigides et même des tubes comprimés ont une épaisseur presque insignifiante par rapport à leur portée. L'absence d'épaisseur, donc de matériau, tend sinon vers une architecture immatérielle mais du moins plus légère, plus mobile, plus adaptable, par conséquence stimulant une organisation spatiale spontanée, naturelle et en fin de compte plus organique.

Le rôle de l'architecte est, dit-on, d'organiser l'espace. En vérité, l'espace s'organise tout seul, de son propre chef, par ses propres lois morphogénétiques, mu par ses propres virtualités. Et, la virtuosité de l'architecte réside dans le choix. Son travail n'est pas la "création de l'espace", ce qui est doublement présomptueux dans le contexte actuel, mais la sélection judicieuse et successive des formes, parmi lesquelles les unes sont utiles, d'autres inutiles, suivant qu'elles sont plus ou moins associables, habitables, indéformables, résistantes ou constructibles. Autant de critères proprement architectoniques.

Les formes se sonstruisent, en effet, par les mouvements possibles dans l'espace, par une sorte d'autoconstruction, allant du simple au complexe: points, lignes, surfaces, volumes, réseaux, etc. Entre ces formes qui se créent progressivement par générations successives, on peut établir une sorte de généalogie, quasi darwinienne. Les générations de diverses catégories, régies par la même loi de composition, peuvent être caractérisées par des méthodes morphologiques strictes, du moins en bas de l'échelle. En y ajoutant des critères métriques tels que : rectitude des lignes, planarité des surfaces, répétitivité, régularité, homothétie des assemblages, etc., on obtient les systèmes stéréométriques dont les diverses classes : trames, polyèdres, double-nappes, empilements contiennent un nombre défini de formes individuelles.

Constituant un répertoire riche et rigoureux, ces formes, toutes décomposables en éléments standards uniques ou peu nombreux, peuvent servir comme autant de schémas constructifs, autant de modèles naturels prêts à être industrialisés. A ce stade, celui de la géométrie constructive, il convient de rajouter une troisième série de critères concernant les conditions d'équilibre, dont la stabilité. Notamment: volumes monolithiques ou décomposables, membrures rigides ou flexibles, assemblages encastrés ou mobiles, etc.

Les structures autotendantes qui illustrent ces études, à titre d'exemples, sont des systèmes stéréométriques décomposables en membrures rectilignes, dont en principe un quart est rigide et les trois quarts flexibles, et où les éléments sont assemblés par des joints mobiles. De même que dans une émulsion où les particules solides sont en suspension dans un milieu liquide, dans une structure autotendante les barres rigides flottent, en principe sans contact entre elles, dans un continuum de tirants. A base d'éléments en grande majorité déformables, on construit donc une structure indéformable. Le poids des éléments tendus étant quasi négligeable par rapport aux comprimés, la construction d'un volume autotendant consomme, en comparaison à toute autre technique, infiniment moins de matériaux. Objectif, certes, plus modeste, mais aussi plus réaliste, que de vouloir construire également des portées infiniment grandes.

Les structures autotendantes peuvent être utilisées principalement de trois manières: à petite échelle comme éléments de construction, mâts, nappes, coupoles... pour couvrir des grandes portées; à échelle moyenne comme ossature sur laquelle sont tendues des parois planes ou de surface minima pour former des habitacles; enfin à grande échelle comme

superstructure porteuse de réseaux, sorte de terrains artificiels, ou encore comme empilement de volumes ou autres aménagements pouvant constituer de véritables agglomérations spatiales et en même temps flexibles.

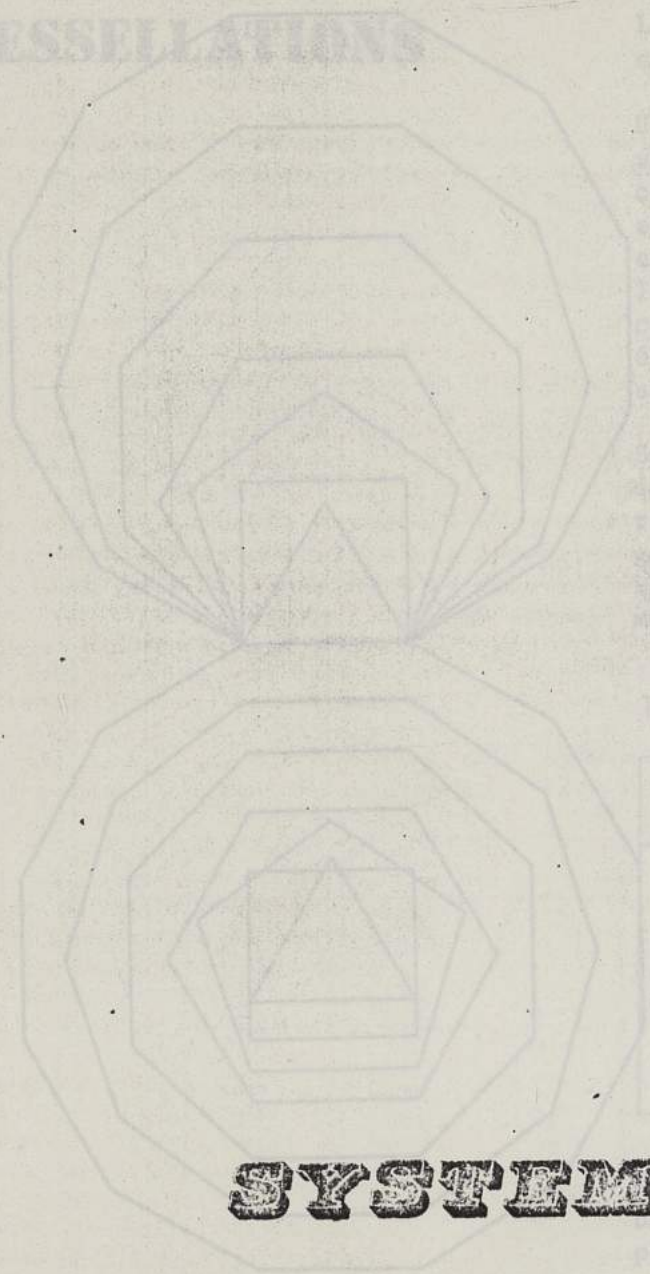
Le choix des structures autotendantes en tant qu'applications illustrant ces études, apparemment d'un intérêt uniquement théorique, se justifie par le fait que leur construction serait absolument inconcevable sans la connaissance préalable des systèmes stéréométriques. Et, inversement, sans oublier les utilisations plus directes de ces systèmes, les études stéréométriques se justifient et se récompensent en même temps par la découverte et l'approfondissement de ces structures - fascinantes et même fastueuses - dont la flamboyante richesse semble renouer avec l'architecture d'un autre âge. Applicables tout autant dans la construction civile qu'en tant qu'ouvrages d'art à grande échelle, ces structures, en toute logique, devraient prendre dans les prochains cinquante ans autant d'importance pour l'architecture que le béton dans les cinquante dernières années.

En conclusion, la richesse morphologique des systèmes stéréométriques en général, constitue en soi une vertu architecturale et esthétique, indépendamment des avantages technologiques inhérents à leur mode de production et des perspectives d'ordre économique et social qu'on peut attendre de leur mode d'utilisation.

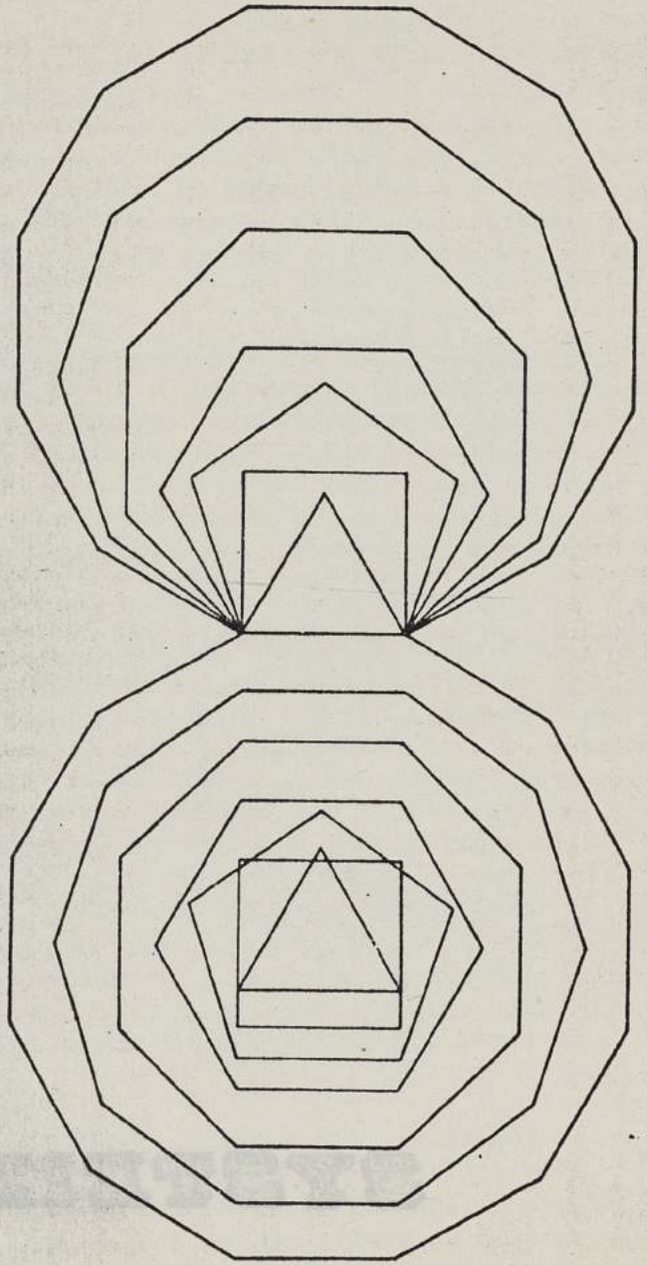
L'industrialisation aidant, il est possible de fabriquer des pièces détachées aisément manipulables et à emplois multiples avec lesquelles, architecture aidant, l'homme pourrait retrouver et développer ses facultés naturelles de constructeur. Il s'agit là, finalement, d'une architecture à second degré fondée sur la participation effective des usagers, individuels ou collectifs.

Le rôle de l'architecte ne disparaitrait pas pour autant. Concevoir ces systèmes mecano, ces jeux de construction et leur mode d'emploi, reste une tâche primordiale. C'est une mission incomplète. Certes! Mais, il semble plus proprement architectural pour l'homme de l'art de réapprendre à dresser les matériaux que de dresser les humains. Vérité première, vers une alternative architecturale qui, post mortem du modernisme, devrait guider la recherche dans l'avenir. Si avenir, il y a, malgré tout.

POLYGONES
TESSELLATIONS



SYSTEMES STEREOMETRIQUES



POLYGONES TESSELLATIONS

Les systèmes stéréométriques répétitifs sont des équipartions spatiales composées de polygones convexes réguliers.

Un polygone est une région du plan délimitée par des segments droits, ses côtés, qui s'intersectent par des points, ses sommets, formant une configuration fermée qui divise le plan en deux régions intérieure et extérieure. Quand tous ses angles intérieurs sont convexes le polygone est convexe. Quand ses côtés et ses angles sont identiques, il est équilatéral et régulier, et il peut alors être inscrit dans un cercle. De ce fait, le polygone régulier convexe peut être considéré comme une équipartition: celle du cercle. Evidemment, suivant le nombre des divisions, il en existe une infinité.

Sept polygones, ceux de 3, 4, 5, 6, 8, 10 et 12 côtés, suffisent, cependant, pour construire tous les systèmes stéréométriques. Les caractéristiques de ces polygones appelés: triangle, carré, pentagone, hexagone, octogone, décagone et dodécagone sont résumées dans le tableau N°1. L'illustration les montre comparativement: d'abord construits sur la même base, puis autour d'un centre commun.

TABLEAU 1 POLYGONES REGULIERS CONVEXES

n côtés	Nom	angle intérieur	angle central
3	Triangle	60°	120°
4	Carré	90°	90°
5	Pentagone	108°	72°
6	Hexagone	120°	60°
8	Octogone	135°	45°
10	Décagone	144°	36°
12	Dodécagone	150°	30°

Dans les configurations duales, on rencontre des polygones non réguliers banaux, tels des triangles scalènes et isocèles, des rhombes, des trapèzes, des deltoïdes et des pentagones isocèles.

ASSEMBLAGE DES POLYGONES

Plusieurs polygones réguliers convexes se rencontrant par des côtes congruents autour d'un sommet commun forment des constellations ou assemblages. Chaque système stéréométrique répétitif est caractérisé par un assemblage typique quand la configuration est simple ou par plusieurs assemblages typiques quand elle est composite.

Chaque assemblage est défini par le nombre (n), l'ordre de voisinage, et la somme des angles des polygones (Σa) qui le constituent. Le plus petit assemblage possible est le tétraédrique composé en pyramide de trois triangles équilatéraux totalisant 180°, le plus grand étant l'empilement compact formé de 24 triangles avec 1440°. Entre ces deux extrêmes s'échelonnent toutes les autres configurations stéréométriques dont on peut ébaucher, selon les limites inférieure et supérieure de n et Σa, une première classification, qui est résumée dans le tableau 2.

TABLEAU 2 CLASSIFICATION DES CONFIGURATIONS STEREOMETRIQUES PAR n ET Σa

Classe	n		Σa	
	min.	max.	min.	max.
Polyèdres convexes	3	5	180°	348°
Tessellations	3	6	360°	360°
Polyèdres composites	3	10	180°	630°
Corrugations	3	12	180°	720°
Polyèdres infinis	4	12	390°	720°
Empilements	5	24	570°	1440°

HOMOGENEITE ET HETEROGENEITE

L'ordonnancement entre les polygones à l'intérieur d'un assemblage typique est défini à l'aide du code Schläfli, par l'énumération dans l'ordre et dans le sens rotatoire autour d'un sommet, des polygones qui sont désignés par le nombre de leurs côtés respectifs. Un assemblage est homogène s'il est construit d'une seule sorte de polygones réguliers et hétérogène dans les autres cas.

ASSEMBLAGES REGULIERS ET SEMI-REGULIERS

Une configuration composée homogènement d'assemblages identiques, eux-mêmes constitués homogènement de polygones identiques, est appelée parfaitement régulière ou platonique. Une configuration composée homogènement d'assemblages identiques mais hétérogènes, donc composés de polygones divers, est semi-régulière ou archimédienne.

ASSEMBLAGES COMPOSITES

Une configuration composée de deux ou plusieurs sortes d'assemblages homogènes ou hétérogènes est composite. Par ailleurs, les configurations régulières et semi-régulières, ayant un assemblage typique, sont appelées toutes deux isocèles, et les composites de divers degrés, suivant le nombre des assemblages différents, sont non isocèles. Dans toutes les classes stéréométriques on distingue les structures suivant ces catégories.

ASSEMBLAGES PLANAIRES ET TESSELLATIONS

Les tessellations, ou pavages, sont des partitions du plan par des polygones réguliers groupés dans des assemblages planaires: la somme des angles polygonaux autour d'un sommet commun étant 360°.

Le plus petit polygone régulier, le triangle équilatéral, ayant un angle de 60°, un assemblage planaire ne peut comporter plus de six polygones, ni moins de trois, étant donné que le plus grand polygone convexe a un angle inférieur à 180°. Un assemblage planaire, suivant qu'il se compose de 3, 4, 5 ou 6 éléments polygonaux, ne peut donc être que ternaire, quaternaire, quinaire ou senaire.

D'après les solutions indiquées par Badoureau en 1881, il existe seulement dix sept possibilités d'assemblage entre polygones réguliers convexes, qui sont énumérées dans le tableau 3.

TABLEAU 3 ASSEMBLAGES DE POLYGONES REGULIERS

	classe	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	concentrique	tesselation	polymorphe	enantiomorphe
1	ternaire	3	7	42				•			
2		3	8	24				•			
3		3	8	18				•			
4		3	10	15				•			
5		3	12	12					•		
6		4	5	6				•			
7		4	6	12					•		•
8		4	8	8					•		
9		5	5	10				•			
10		6	6	6					•		
11	quaternaire	3	3	4	12				•	•	•
12		3	3	6	6				•	•	
13		3	4	4	6				•	•	•
14		4	4	4	4				•		
15	quinaire	3	3	3	3	6			•		
16		3	3	3	4	4			•		
17	sénaire	3	3	3	3	3	3		•		

Cependant, les assemblages N° 1,2, 3, 4, 6 et 9 ne produisent pas de tessellations, les sommets périphériques voisins ne laissant pas de secteurs résiduels correspondant à un polygone régulier. Ils forment tout au plus des arrangements radio-concentriques. Il subsiste donc onze solutions qui sont composées uniquement de polygones réguliers de 3, 4, 6, 8 et 12 côtés.

Ce résultat, cependant, ne tient pas compte des possibilités d'allomorphie ou d'énantiomorphie de certains assemblages, provenant des permutations dans l'ordonnancement des mêmes polygones autour du sommet.

Il existe ainsi une allomorphie entre les assemblages 3 3 6 6 et 3 6 3 6;3 4 4 6 et 3 4 6 4; 3 3 4 12 et 3 4 3 12. et une énantiomorphie entre 4 6 12 et 6 4 12; 3 4 4 6 et 3 6 4 4; 3 4 4 12 et 3 12 4 4. A la rigueur, dans la notation et par un souci de simplification, on peut faire abstraction, du fait de leur symétrie, de la différence existant entre deux assemblages énantiomorphes. Par contre, les assemblages allomorphes sont fondamentalement différents, et il convient d'en tenir compte en recherchant toutes les combinaisons possibles.

Les angles des polygones réguliers ont comme dénominateur commun 15°. En divisant l'angle de 360° en 24 parts de 15°, les angles du carré, hexagone, octogone et dodécagone valent respectivement 4, 6, 8, 9 et 10 parts de 15°. Grâce à ce chiffrage exprimant la valeur angulaire, on trouve par une méthode combinatoire toutes les possibilités d'assemblages polaires planaires en cherchant toutes les combinaisons de 3, 4, 5 et 6ème classe, même répétitives, du nombre 24 à base de la série 4, 6, 8, 9, 10. A partir des combinaisons numériques possibles, on obtient, transcrits en code Schläfli, les 18 assemblages planaires présentés dans le tableau 4.

Chaque assemblage polygonal peut être considéré comme une configuration convexe composée d'un nombre N de noeuds, d'un nombre S de segments et d'un nombre R de régions fermées. Entre les trois sortes d'articulationsil existe, si on fait abstraction de la région extérieure entourant la configuration, une relation définie par la formule d'Euler:

$$N - S + R = 1$$

TABLEAU 4 ASSEMBLAGES POLAIRES

	N°	combinaison de 24 par 4, 6, 8, 9, 10						transcription en code Schläfli						N	S	R
		n_1	n_2	n_3	n_4	n_5	n_6	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6			
Homogènes	1	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	7	12	6
	2	6	6	6	6	6		4	4	4	4			9	12	4
	3	8	8	8				6	6	6				13	15	3
Hétérogènes	4	4	4	4	6	6		3	3	3	4	4		8	12	5
	5	4	4	6	4	6		3	3	4	3	4		8	12	5
	6	4	4	4	4	8		3	3	3	3	6		9	13	5
	7	4	4	8	8			3	3	6	6			11	14	4
	8	4	8	4	8			3	6	3	6			11	14	4
	9	4	6	6	8			3	4	4	6			10	13	4
	10	4	8	6	6			3	6	4	4			10	13	4
	11	4	6	8	6			3	4	6	4			10	13	4
	12	4	4	6	10			3	3	4	12			15	18	4
	13	4	4	10	6			3	3	12	4			15	18	4
	14	4	6	4	10			3	4	3	12			15	18	4
	15	4	10	10				3	12	12				22	24	3
	16	6	9	9				4	8	8				15	17	3
	17	6	8	10				4	6	12				17	19	3
	18	6	10	8				4	12	6				17	19	3

Les dix huit assemblages possibles sont visualisés par des cercles tangents identiques, comme un groupement de points équidistants distribués autour d'un sommet central.

Les planches suivantes montrent le motif caractéristique de chaque assemblage formé de polygones réguliers et le polygone dual obtenu en reliant les centres des polygones précédents. Par le déplacement du motif, par translation ou rotation dans le plan, chaque point périphérique peut devenir à son tour point central et produire ainsi toutes

les tessellations isocèles et non isocèles. Les assemblages 1, 2, 3, seuls forment des tessellations isocèles homogènes. Les 4, 5, 6, 8, 11, 15, 16, 17 et 18 en forment des isocèles non homogènes. Les 7, 9, 10, 12, 13 et 14 ne figurent que dans les tessellations non isocèles. A remarquer que l'assemblage 6, bien que lui-même symétrique, produit une tessellation rotatoire gauche ou droite, tandis que les assemblages 9 et 10, 12 et 13, 17 et 18 ayant des structures dissymétriques, forment deux par deux des couples d'assemblages énantiomorphes qui sont présents simultanément dans les tessellations composites.

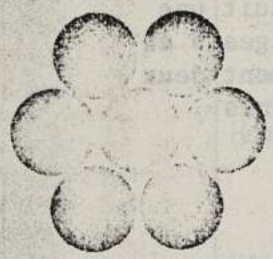
ASSEMBLAGES AUTOMORPHES

A côté de ces assemblages polaires, où les polygones se rencontrent uniquement par les sommets, il existe des assemblages semi-polaires où le centre autour duquel se groupent les polygones se trouve accolé à un point intermédiaire situé sur le côté d'un des polygones. L'assemblage semi-polaire est donc composé à moitié par une droite valant 180°, l'autre moitié étant partagée entre deux ou trois autres polygones se rencontrant par leurs sommets. Seuls les polygones réguliers à 3, 4 et 6 côtés entrent dans la composition de ces assemblages. L'angle à partager étant 180 : 15 = 12 parts, les partitions du nombre 12 à base de la série 4, 6, 8 donnent trois combinaisons possibles, qu'il convient de compléter par le symbole du polygone de 3, 4 ou 6 côtés juxtaposé sur un point intermédiaire. Ces assemblages qui figurent uniquement dans les tessellations automorphes sont décrites dans le tableau 5.

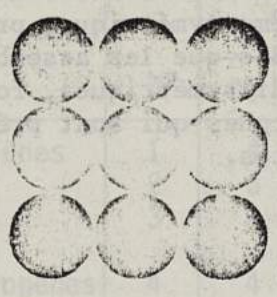
TABLEAU 5 ASSEMBLAGES AUTOMORPHES

combinaison de 12 par 4, 6, 8	transcription en code Schläfli	assemblages semi-polaires dérivés
4 4 4	3 3 3	3 3 $\underline{3}$ $\bar{3}$
6 6	4 4	$\underline{4}$ 4 $\bar{4}$
4 8	3 6	$\bar{3}$ 3 6 et 3 6 $\bar{6}$

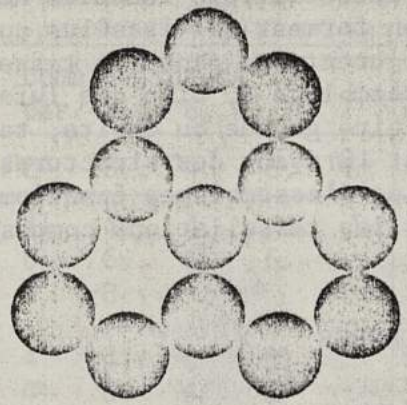
1 2 3 4 5 6



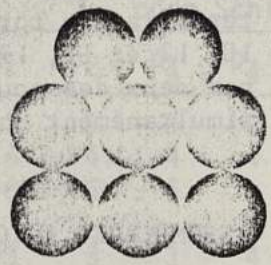
3 3 3 3 3 3



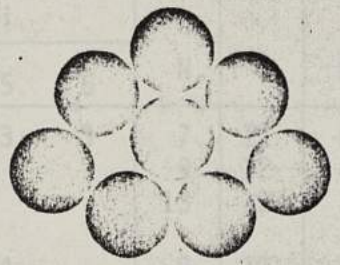
4 4 4 4



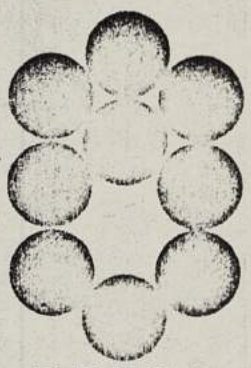
6 6 6



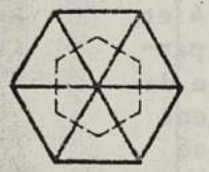
3 3 3 4 4

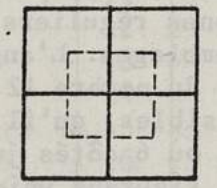


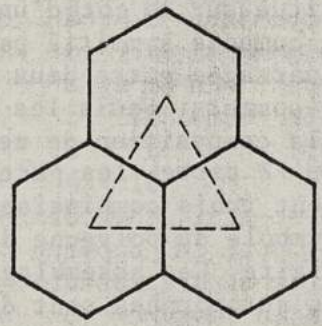
3 3 4 3 4

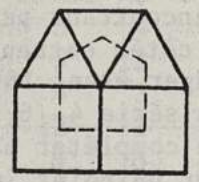


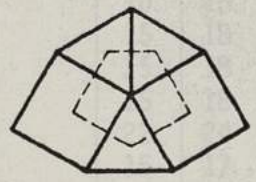
3 3 3 3 6

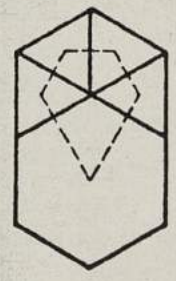


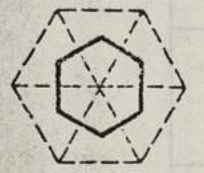


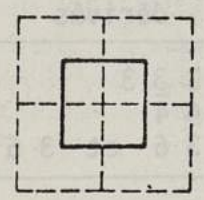


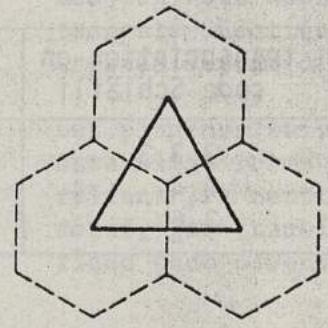


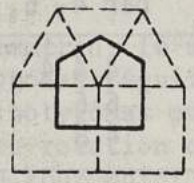


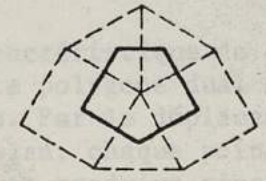




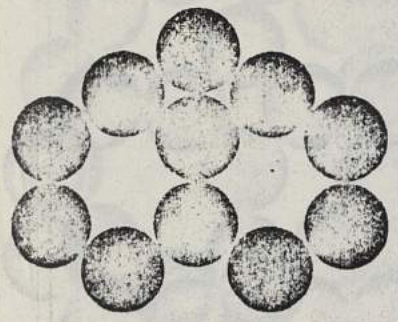
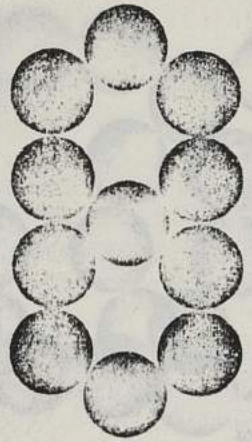
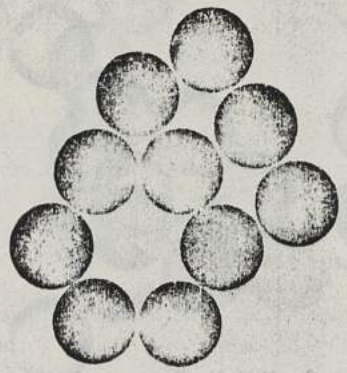
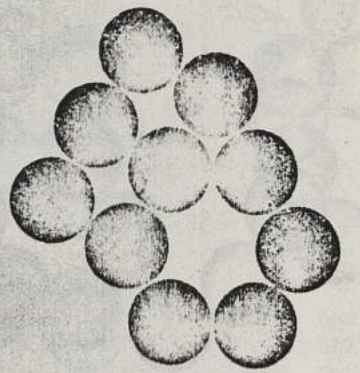
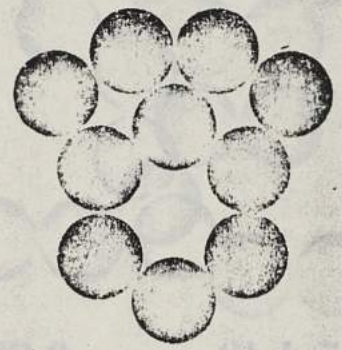
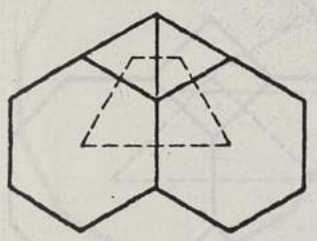
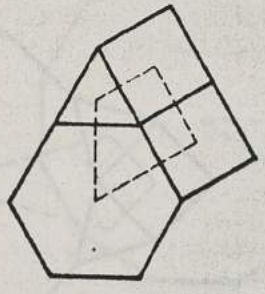
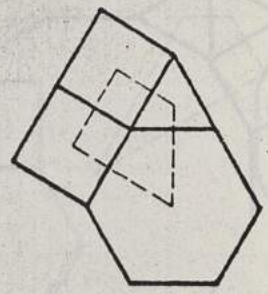
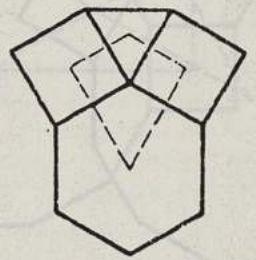
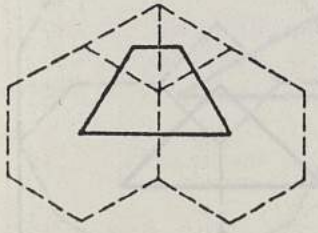
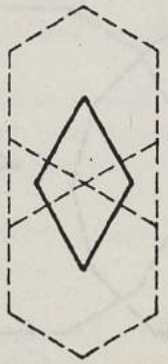
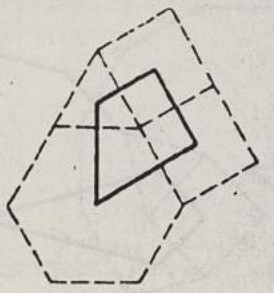
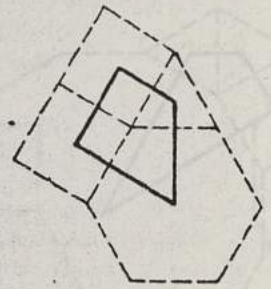
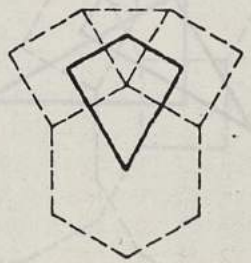




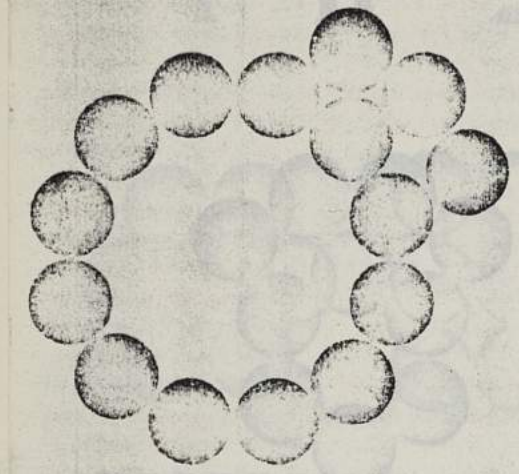




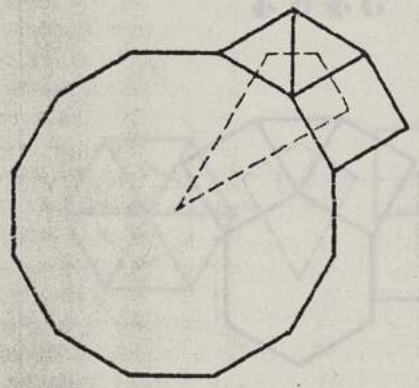


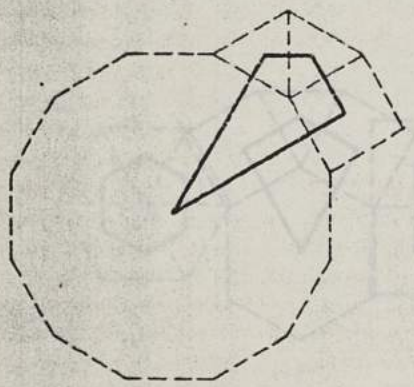
7	8	9	10	11
				
3366	3636	3446	3644	3464
				
				

12

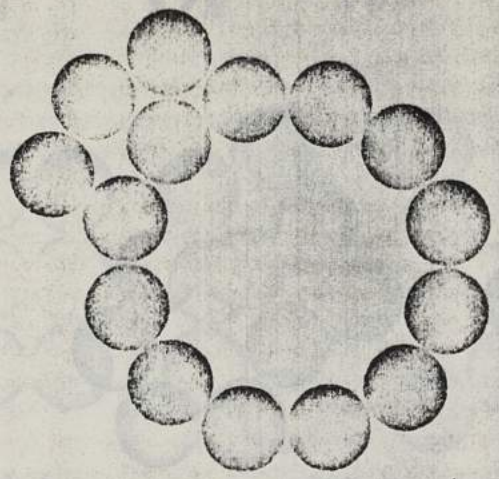


3 3 4 12

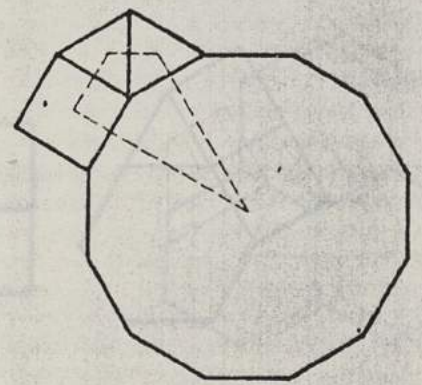


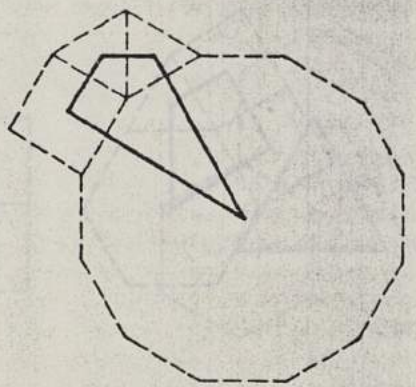


13

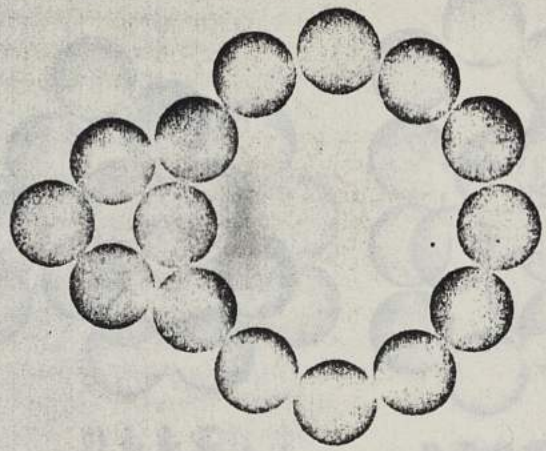


3 3 12 4

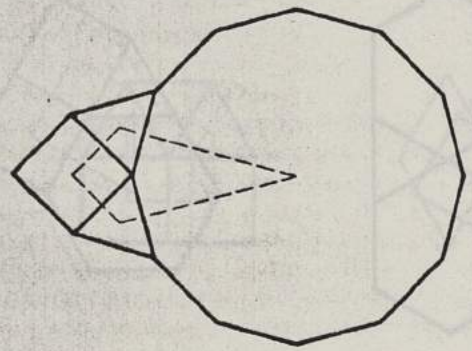


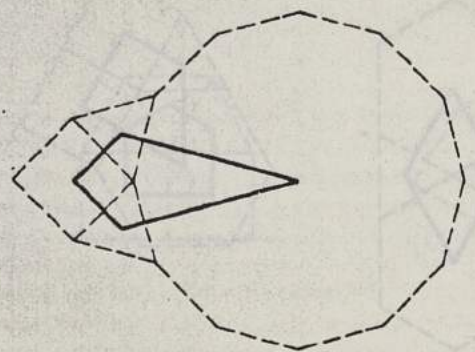


14

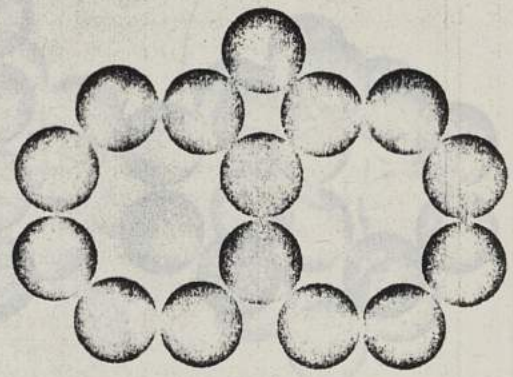


3 4 3 12

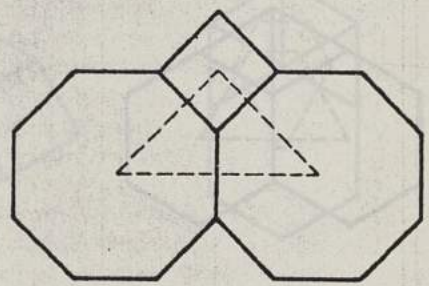


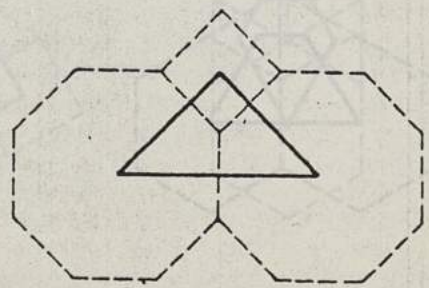


16

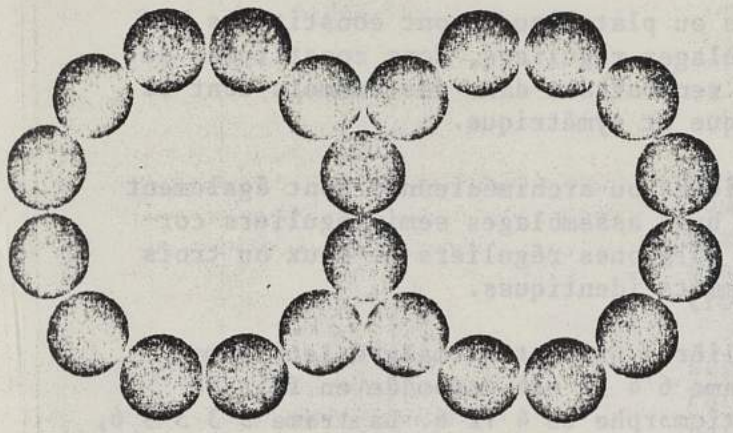


488

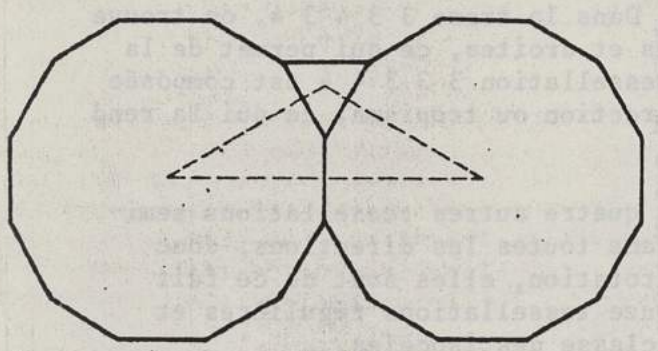


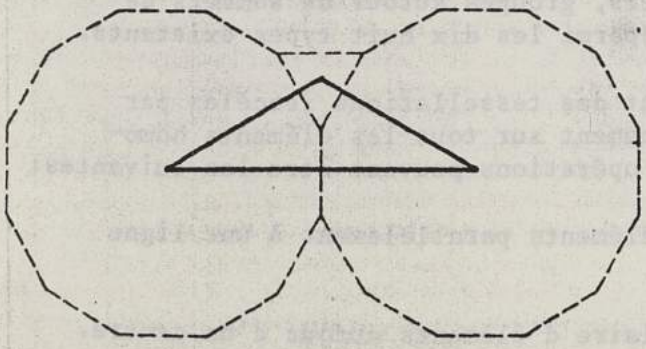


15

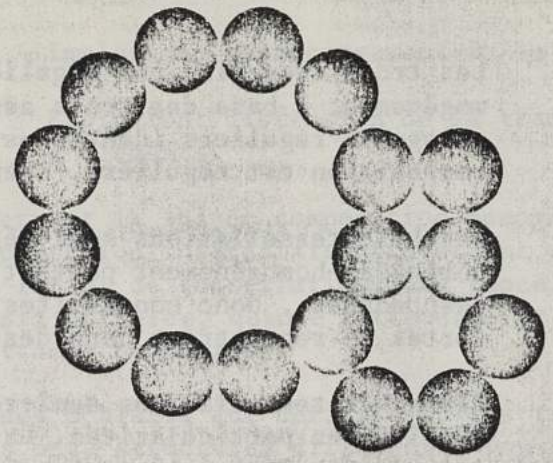


3 12 12

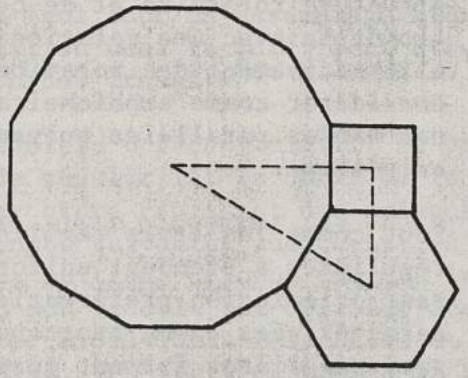


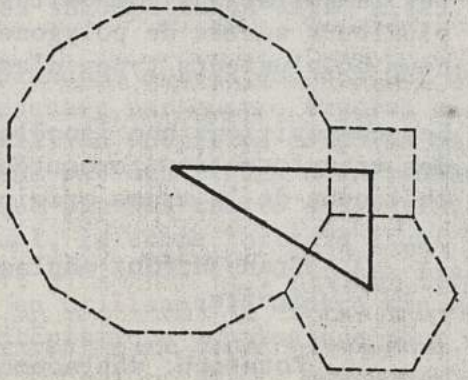


17

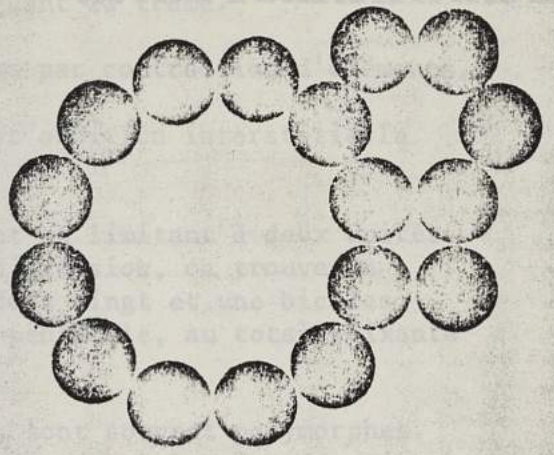


4 6 12

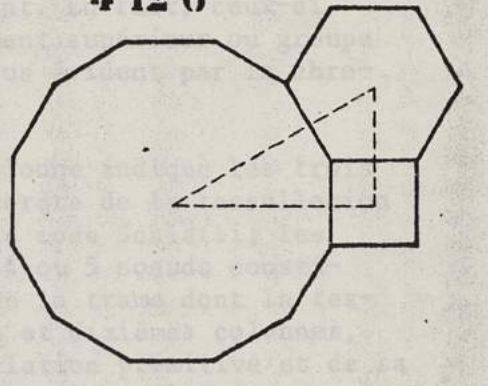


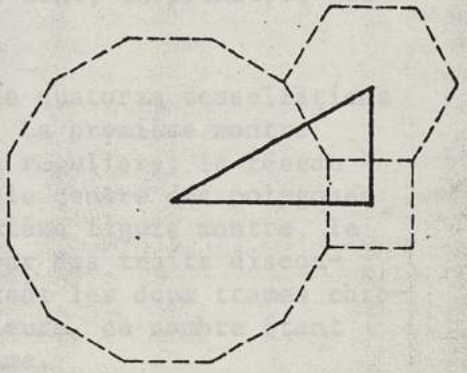


18



4 12 6





TESSELLATIONS

TESSELLATIONS REGULIERES, SEMI-REGULIERES ET COMPOSITES

Les trois tessellations régulières ou platoniques sont constituées homogènement à base des trois assemblages réguliers, donc constituées de polygones réguliers identiques se rencontrant dans des sommets dont la composition est régulière, identique et symétrique.

Les huit tessellations semi-régulières ou archimédiennes sont également composées homogènement partant des huit assemblages semi-réguliers correspondants , donc construites de polygones réguliers de deux ou trois sortes se rencontrant dans des sommets identiques.

Certaines tessellations semi-régulières présentent malgré leur homogénéité des particularités. La trame 6 4 12 est composée en fait de deux noeuds le 4 6 12 et son énantiomorphe le 4 12 6. La trame 3 3 3 3 6, bien que son noeud soit droit et symétrique, présente globalement une structure rotatoire et de ce fait il existe une tessellation soeur énantiomorphe avec une rotation inverse. Dans la trame 3 3 4 3 4, on trouve alternativement des rotations gauches et droites, ce qui permet de la considérer comme amphicheirale. La tessellation 3 3 3 4 4 est composée par bandes parallèles suivant une direction ou tropisme, ce qui la rend anisotrope.

Tout comme les trois régulières, les quatre autres tessellations semi-régulières s'étendent uniformément dans toutes les directions, donc sans orientation préférentielle, ni rotation, elles sont de ce fait caractérisées comme isotropes. Ces onze tessellations régulières et semi-régulières forment ensemble la classe des isocèles.

Les tessellations composites ou non isocèles sont composées de deux ou plusieurs sortes de polygones réguliers, groupés autour de sommets de deux ou plusieurs types d'assemblage parmi les dix huit types existants.

Ces compositions non isocèles dérivent des tessellations isocèles par des transformations exécutées homogènement sur tous les éléments homothétiques de la trame originale. Ces opérations peuvent être les suivantes:

Translation: déplacement d'éléments parallèlement à une ligne droite.

Rotation: déplacement circulaire d'éléments autour d'un centre.

Saturation: implantation d'éléments densifiant la trame.

Elision: élimination d'éléments élaguant la trame.

Implosion: rétrécissement de la trame par contraction d'éléments.

Explosion: distension de la trame par addition interstitielle d'éléments.

En observant la loi de composition homogène et en limitant à deux unités toute opération intercalaire provoquant une distension, on trouve un nombre infini de tessellations non isocèles dont vingt et une bicèles, vingt six tricèles, quinze tétracèles et une pentacèle, au total soixante trois trames composites.

Les codes Schläfli qui définissent ces trames sont souvent polymorphes. Parfois onze structures différentes peuvent répondre à la même dénomination étant composées des mêmes types d'assemblages, mais où l'ordonnancement des assemblages entre eux est différent. En fait, ceux-ci forment à leur tour un assemblage hiérarchiquement supérieur ou groupe de translation dont le motif peut être rendu plus évident par la chromatisation des trames.

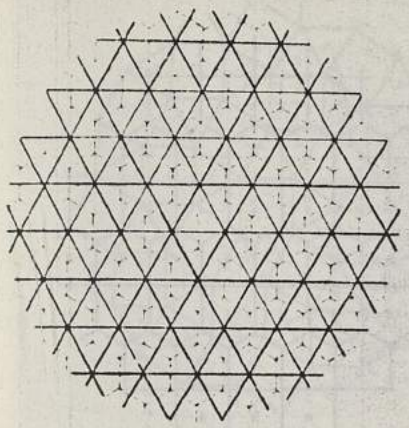
Dans le tableau 6 récapitulatif, la première colonne indique les trois classes de régularité; la deuxième le numéro d'ordre de la tessellation établi par ordre croissant des polygones dans le code Schläfli; les cinq colonnes suivantes indiquent les 1, 2, 3, 4 ou 5 noeuds constituants. La huitième colonne indique le numéro de la trame dont la tessellation non isocèle est dérivée; les neuvième et dixièmes colonnes, les nombres chromatiques respectifs de la tessellation primitive et de sa duale. Enfin, les trois dernières se rapportent à la qualité des structures - isotrope, anisotrope ou rotatoire - qui sont, en principe, des propriétés incompatibles entre elles.

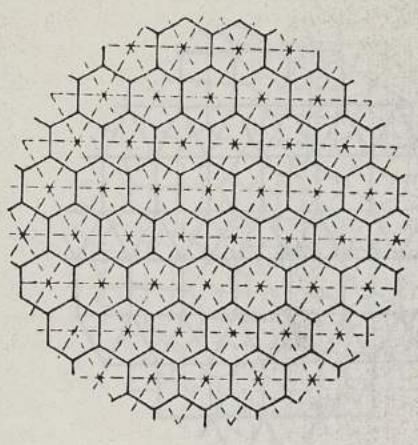
Sur les planches suivantes, chacune des soixante quatorze tessellations est représentée par quatre figures circulaires. La première montre la tessellation primitive composée de polygones réguliers; le réseau dual obtenu par des lignes diamétrales reliant le centre des polygones est indiqué par des traits discontinus. La deuxième figure montre, le réseau dual, la trame initiale étant indiquée par des traits discontinus. Les troisième et quatrième figures montrent les deux trames chromatisées en utilisant le nombre minimal de couleurs, ce nombre étant une caractéristique topologique pour chaque trame.

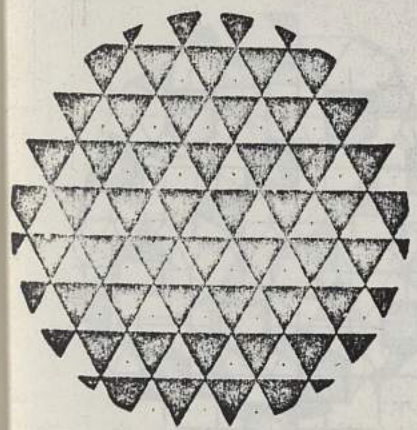
TABLEAU 6 TESSELLATIONS REGULIERES, SEMI-REGULIERES ET COMPOSITES

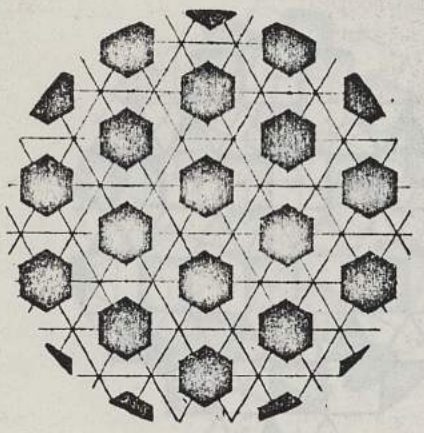
Classe	N°d'ordre	CODES SCHLAFLI DES NOEUDS n1	n2	n3	n4	n5	Dérivée de	Nombre chromatique Primai.	Duale	Isotrope	Anisotrope	Rotatoire
Semi-régulières Régulières	1r	3 3 3 3 3 3						2	3	•		
	2r	4 4 4 4						2	2			
	3r	6 6 6						3	2	•		
	1s	3 3 3 4 4						3	3		•	
	2s	3 3 4 3 4						3	3			•
	3s	3 3 3 3 6						3	3			•
	4s	3 4 6 4						2	3	•		
	5s	3 6 3 6						2	3			
	6s	4 8 8						3	2	•		
	7s	4 6 12						3	2	•		
	8s	3 12 12						4	3	•		
Composites	1c	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4				17 et 18	3	3		•	
	2c	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4				4s et 35	3	3	•		
	3c	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4				9	3	3	•		
	4c	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4				10	3	3	•		
	5c	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4				11	3	3	•		
	6c	3 3 3 3 3 3	3 3 4 12				7s	2	3	•		
	7c	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4					3	3			•
	8c	3 3 3 4 4	3 4 6 4				8s	3	3	•		
	9	3 3 4 3 4	3 4 6 4				8s	3	3	•		
	10	3 3 4 3 4	3 4 6 4				21	3	3	•		
	11	3 3 4 3 4	3 4 6 4				61	3	3	•		
	12	3 3 3 3 6	3 6 3 6					3	3			
	13	3 3 6 6	3 6 3 6					2	3		•	
	14	3 4 4 6	3 4 6 4				7s	2	3	•		
	15	3 4 4 6	3 4 6 4				19	2	3	•		
	16	3 4 4 6	3 4 6 4				20	2	3		•	
	17	3 4 4 6	3 6 3 6					2	3		•	
	18	3 4 4 6	3 6 3 6					2	3		•	
	19	3 4 6 4	4 6 12					3	3	•		
	20	3 4 6 4	4 6 12					3	3		•	
	21	3 4 3 12	3 12 12					3	3	•		
	22	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			34 et 33	3	3	•		
	23	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			8c	3	3	•		
	24	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			38	3	3		•	
	25	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			57 et 52	3	3	•		
	26	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			62	3	3		•	
	27	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			39	3	3		•	
	28	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			40	3	3		•	
	29	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			41	3	3		•	
	30	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			54 et 63	3	3			•
	31	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			42	3	3		•	
	32	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4			43	3	3		•	
	33	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 4 6 4			6c et 14	3	3		•	
	34	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4	3 4 4 6			14	3	3	•		
	35	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4	3 4 6 4			6c	3	3	•		
	36	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4	3 3 4 12			20	3	3		•	
	37	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4				3	3			•
	38	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			21	3	3		•	
	39	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			44	3	3		•	
	40	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			44	3	3		•	
	41	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			45	3	3			•
	42	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			47	3	3		•	
	43	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4			47	3	3		•	
	44	3 3 3 4 4	3 3 4 12	3 12 12				3	3		•	
	45	3 3 4 3 4	3 3 4 12	3 4 3 12				3	3			•
	46	4 4 4 4	3 4 4 6	3 4 6 4				3	3			•
	47	3 3 4 12	3 4 3 12	3 12 12				3	3		•	
	48	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4		55	3	3		•	
	49	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4		56	3	3			•
	50	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4		46	3	3			•
	51	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4			3	3		•	
	52	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4		15	3	3	•		
	53	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4		36	3	3		•	
	54	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 6 4		58	3	3		•	
	55	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4	3 4 6 4		60	3	3		•	
	56	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	4 4 4 4	3 4 6 4		60	3	3			•
	57	3 3 3 3 3 3	3 3 4 3 4	3 4 4 6	3 4 6 4		15	3	3	•		
	58	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 4 6	3 4 6 4		61	3	3		•	
	59	3 3 3 3 6	3 3 6 6	3 6 3 6	6 6 6			3	3			•
	60	3 3 3 4 4	4 4 4 4	3 3 4 12	3 4 3 12			3	3	•		
	61	3 4 6 4	3 3 4 12	3 4 3 12	4 6 12			3	3		•	
	62	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 4 6	3 4 6 4	16	3	3		•	
	63	3 3 3 3 3 3	3 3 3 4 4	3 3 4 3 4	3 4 4 6	3 4 6 4	58	3	3		•	

1_R



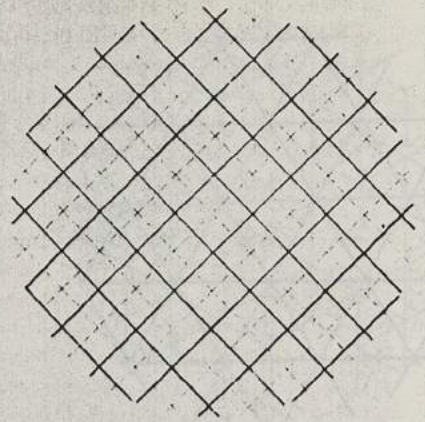


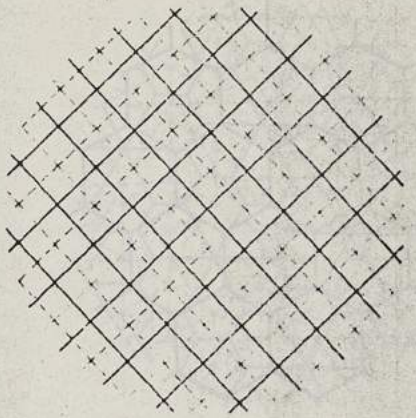


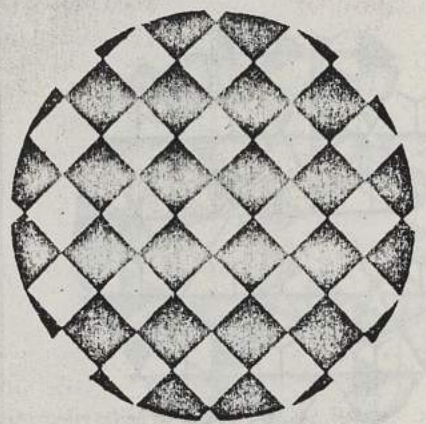


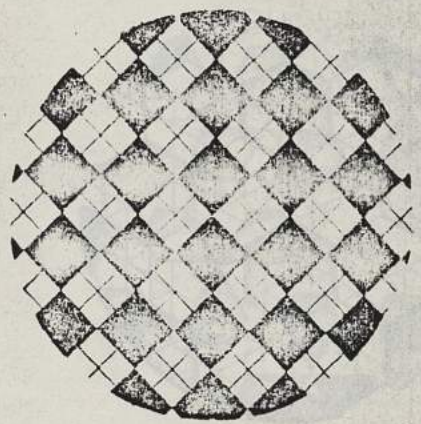
3 3 3 3 3 3

2_R

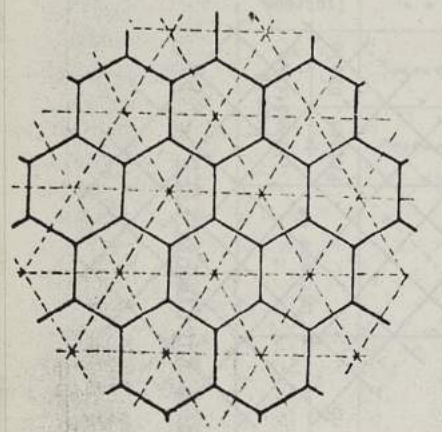


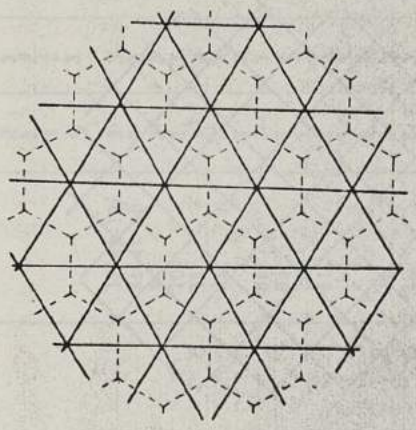


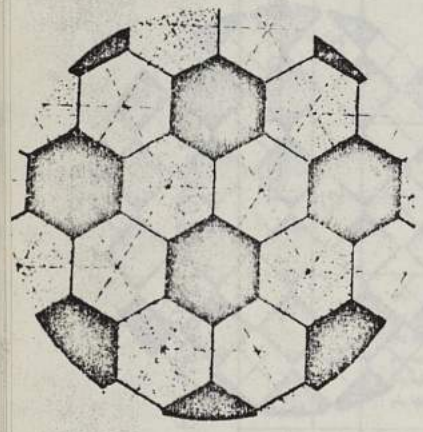


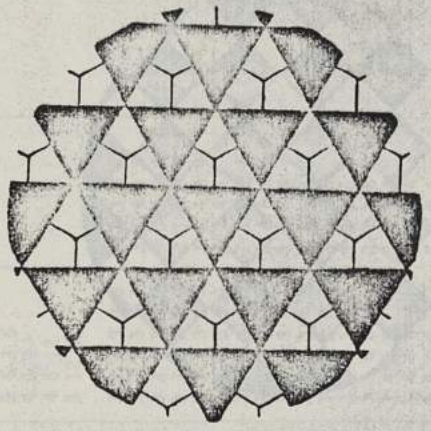


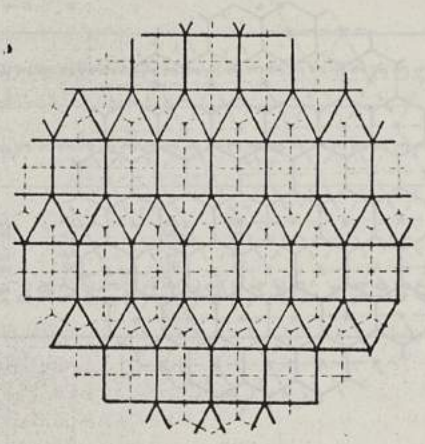
4 4 4 4

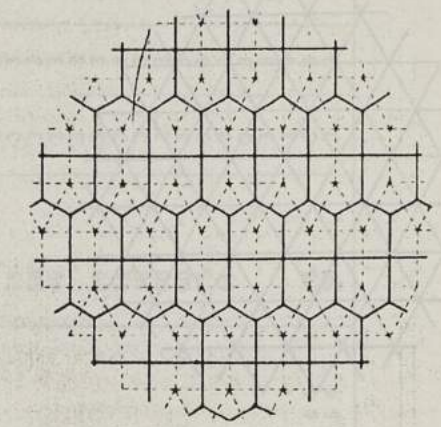


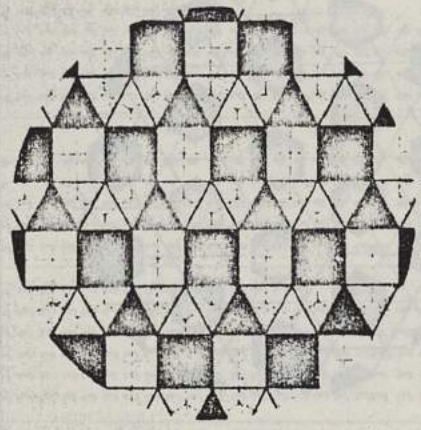


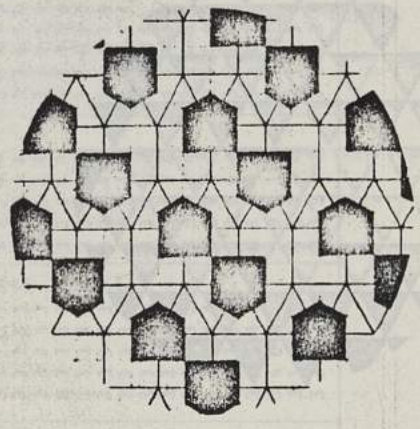




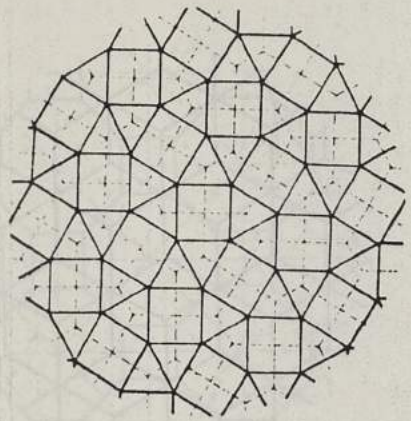


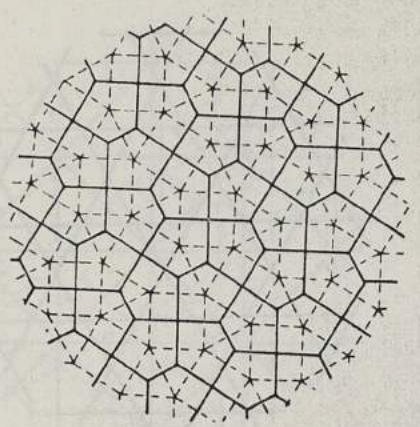


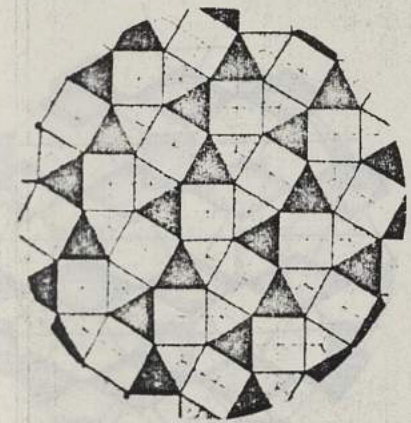


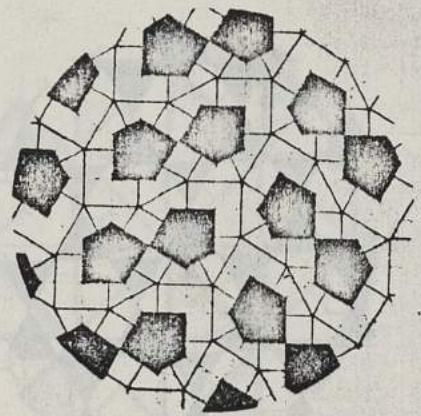


2s



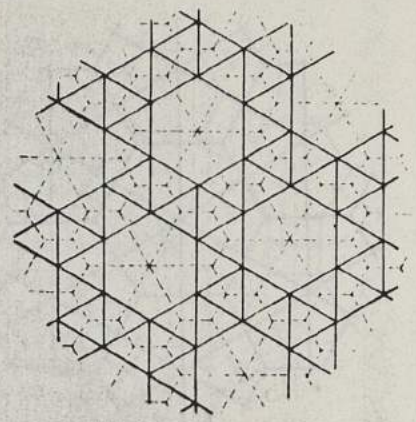


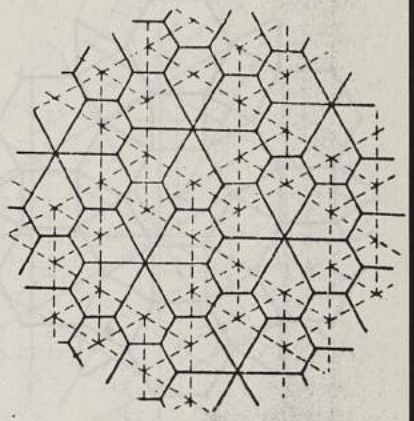


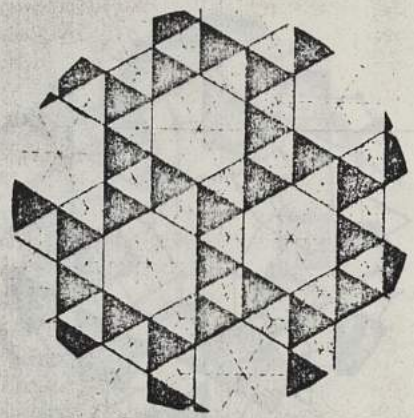


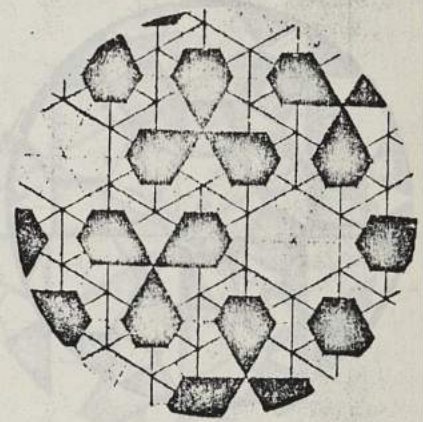
55454

3s



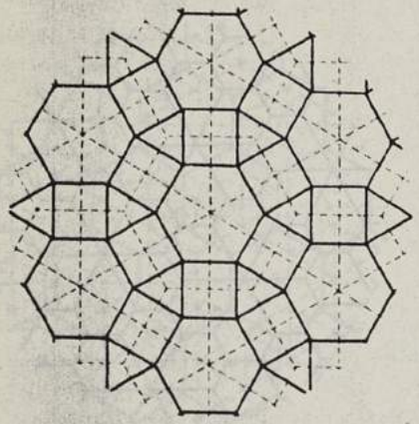


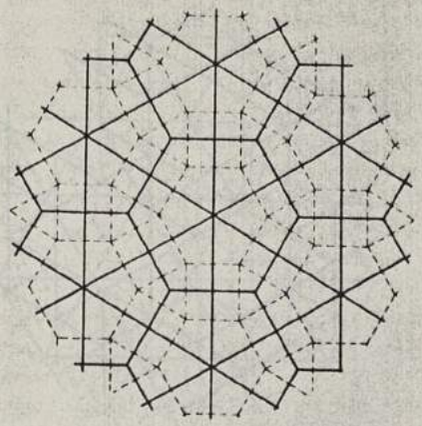


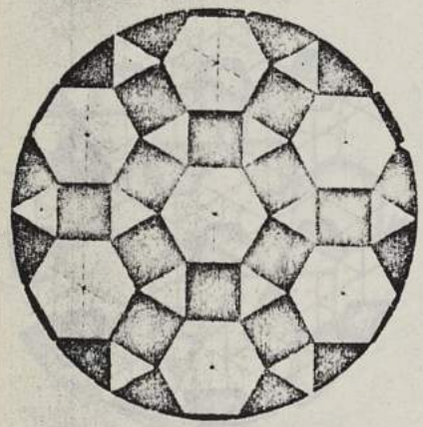


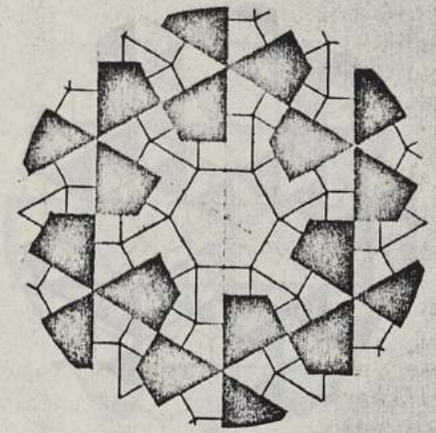
55556

3

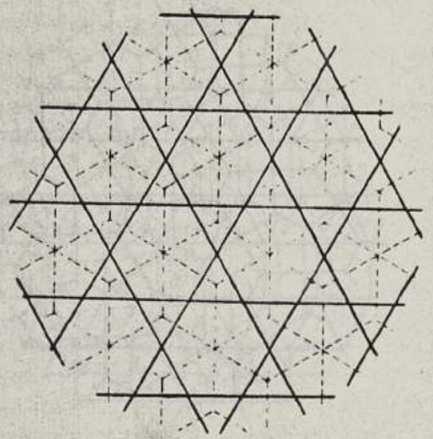


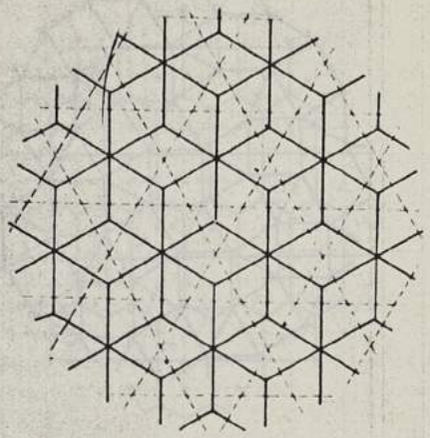


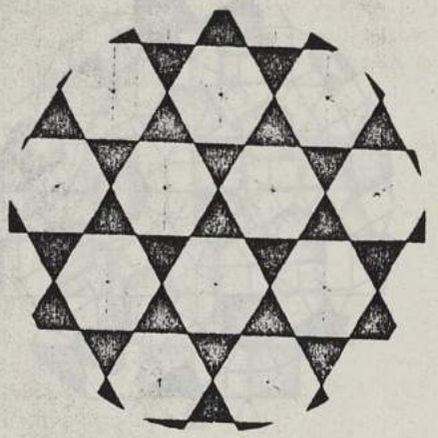


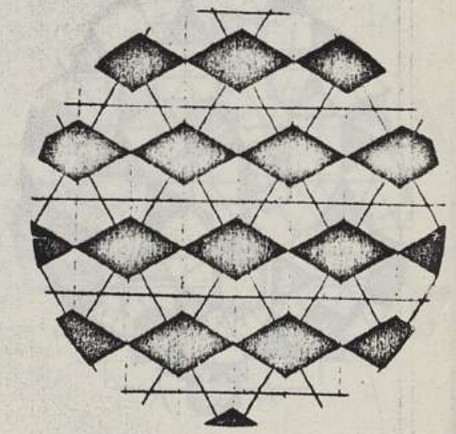


3464



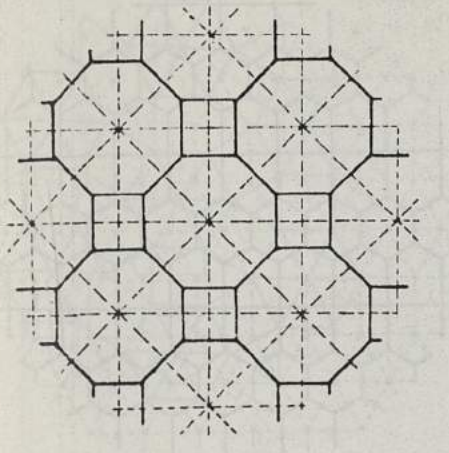


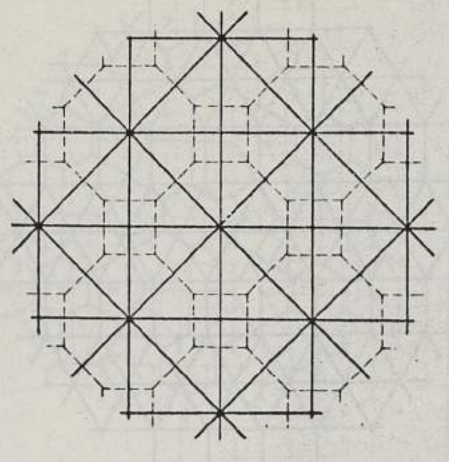


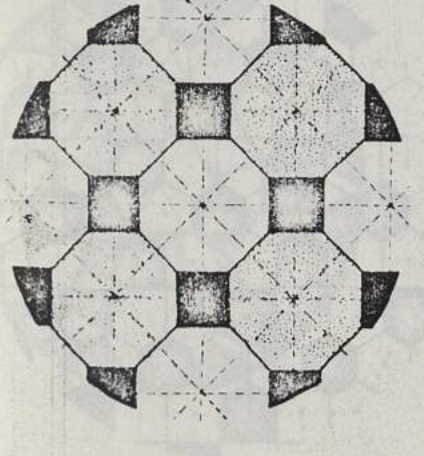


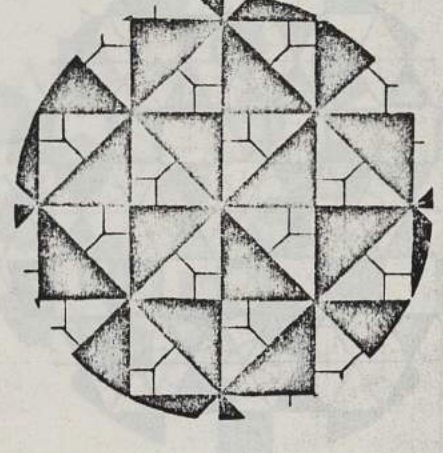
3656

6s



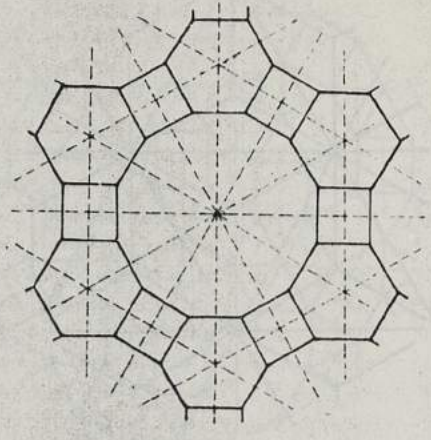


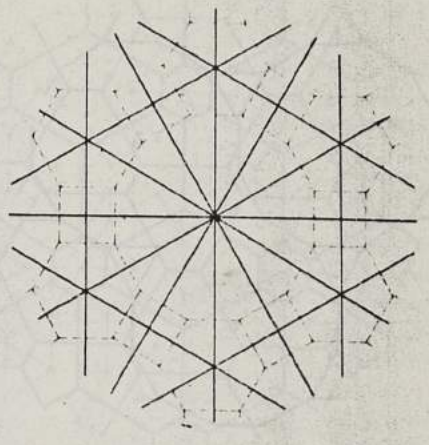


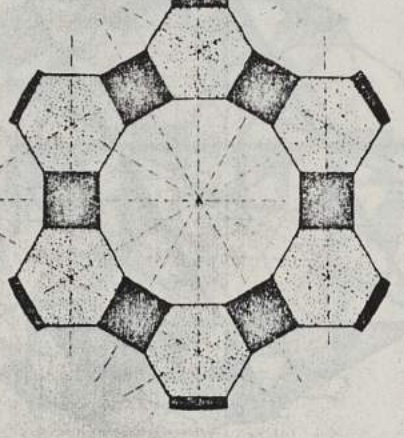


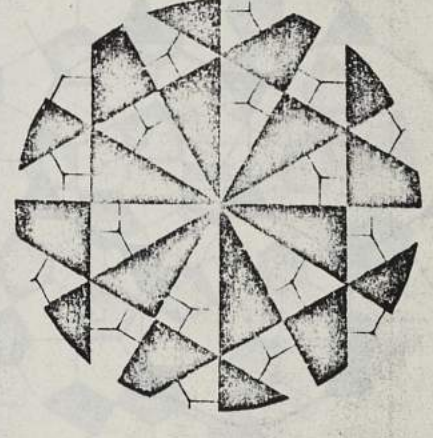
4 8 8

7s



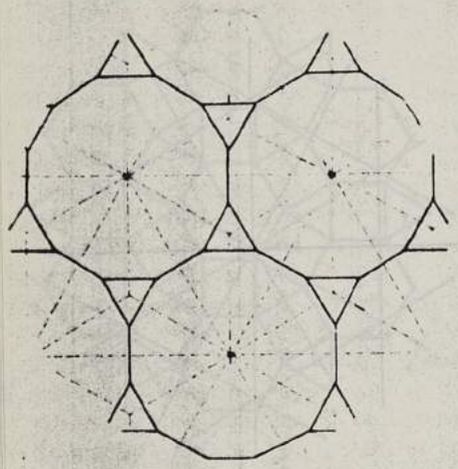


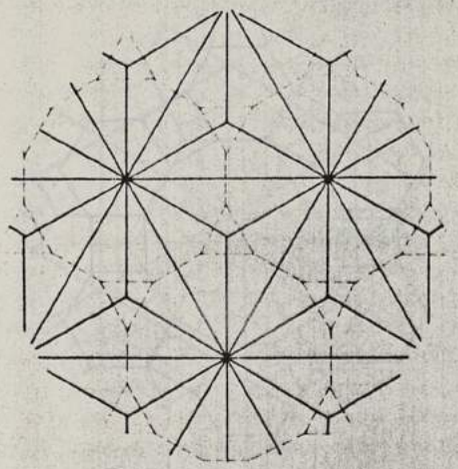


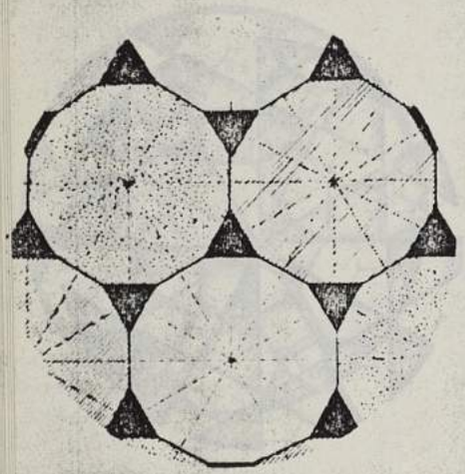


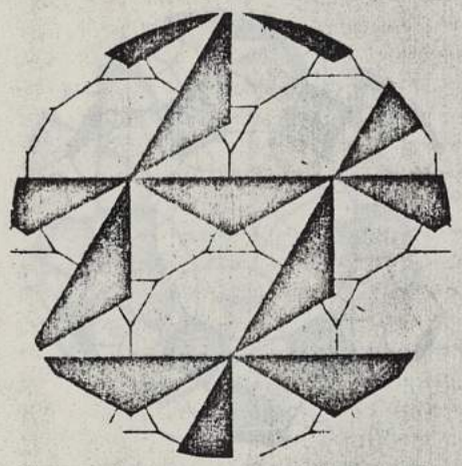
4 6 12

8
8s



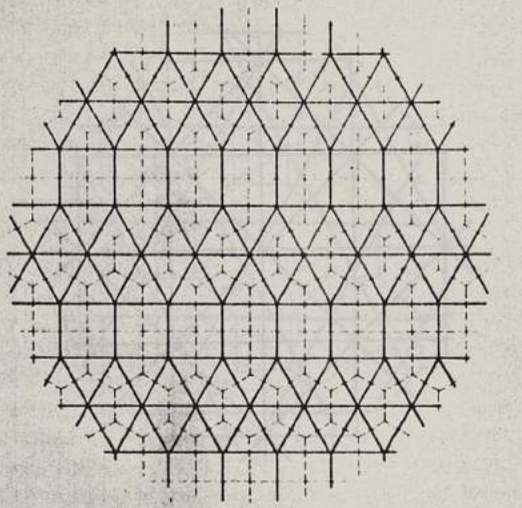


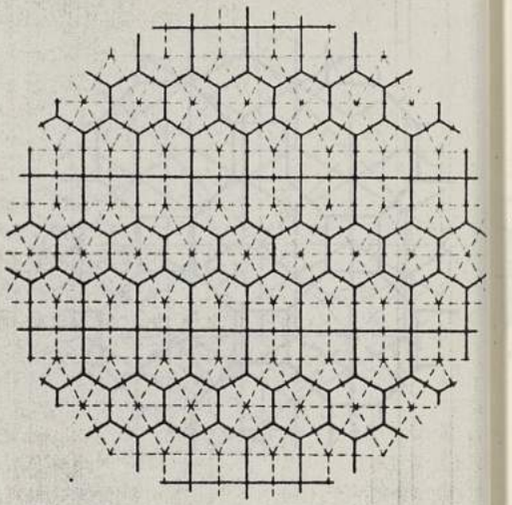


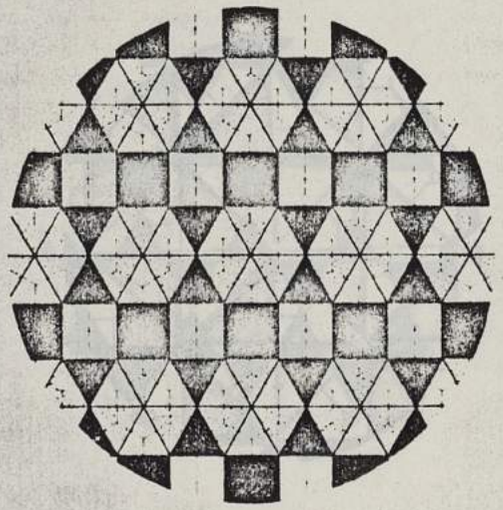


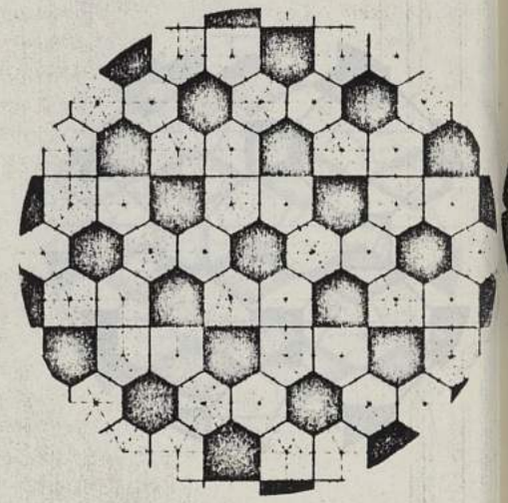
3 12 12

1c

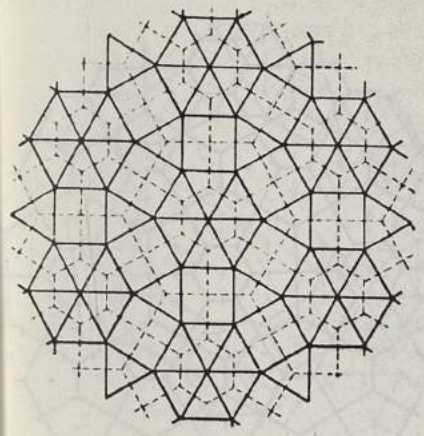


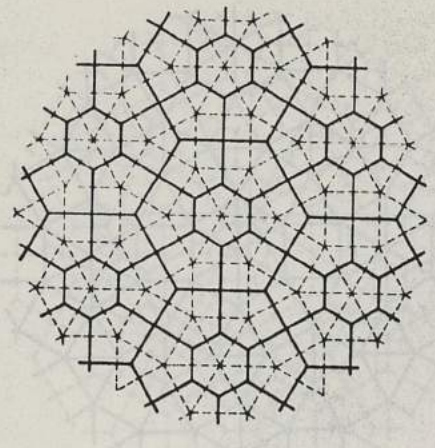


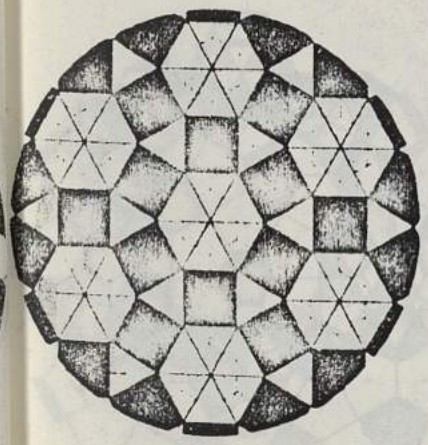


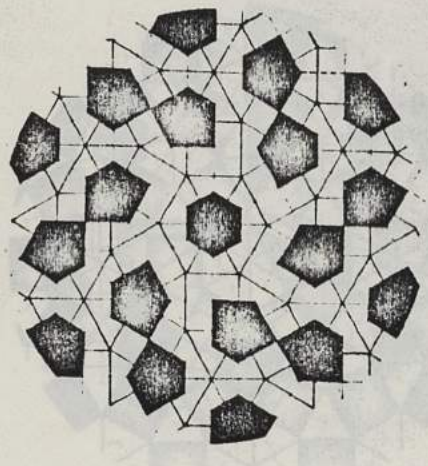


3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4

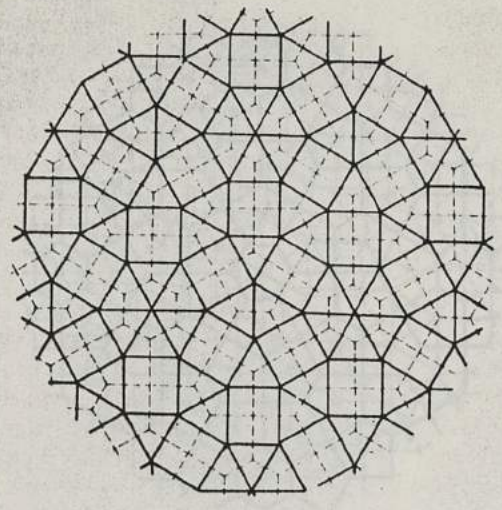


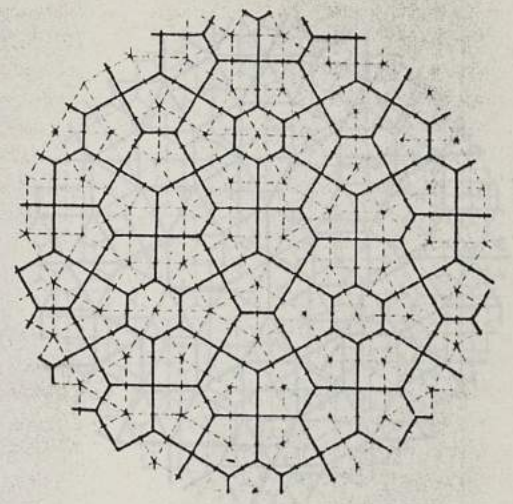


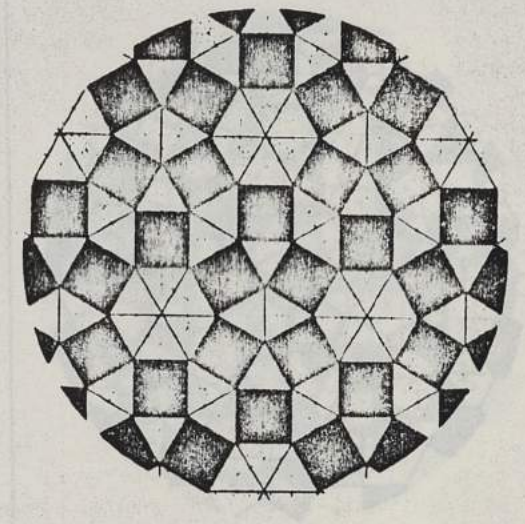


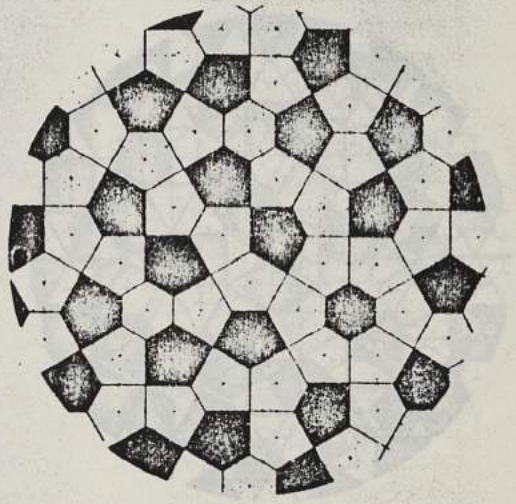


3333333
33434



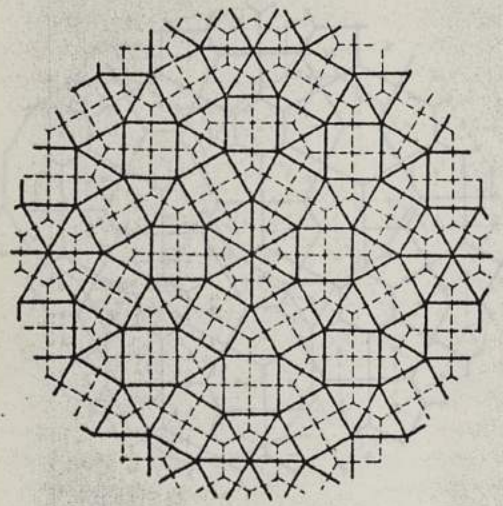


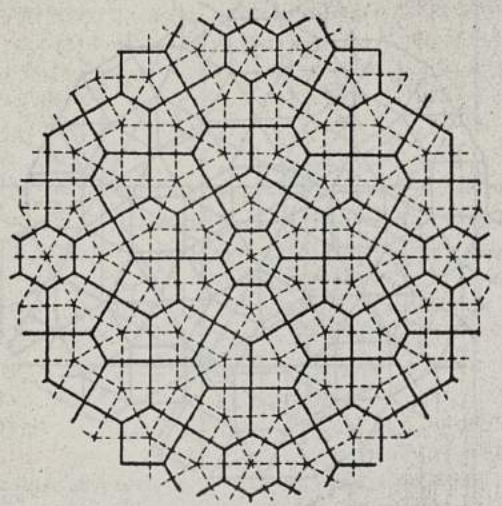


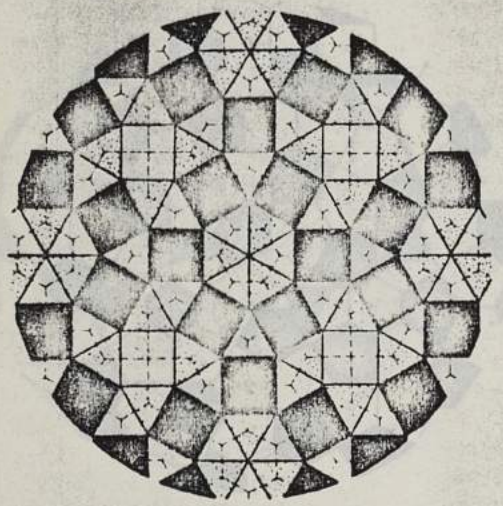


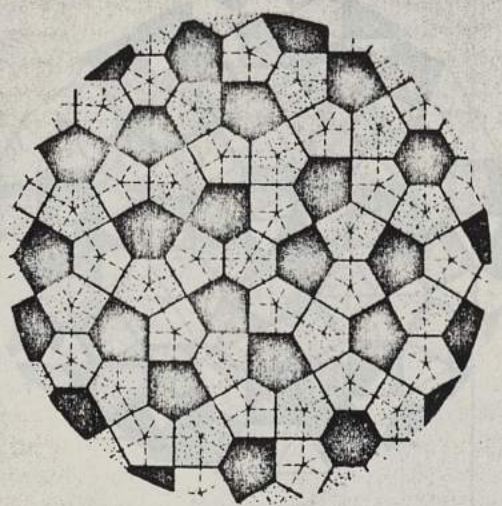
3333333
33434

4c



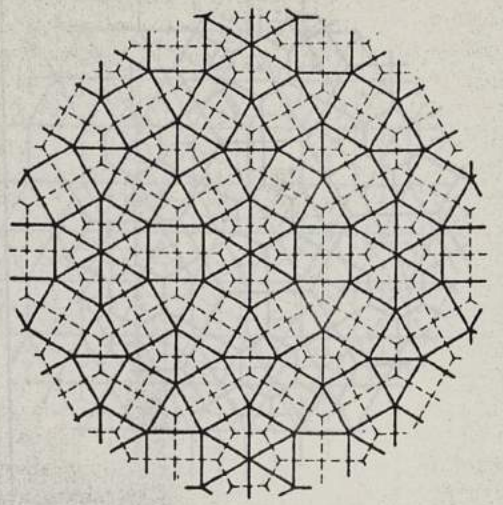


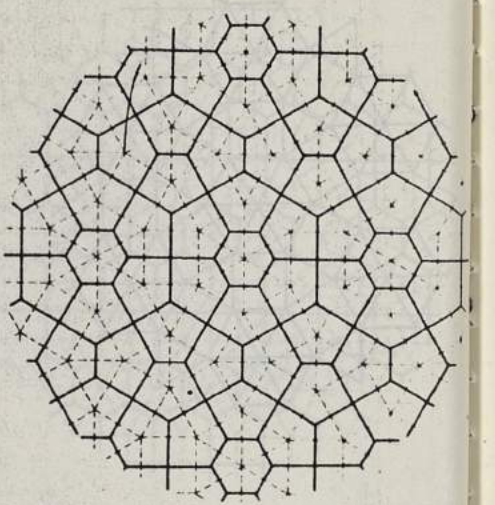


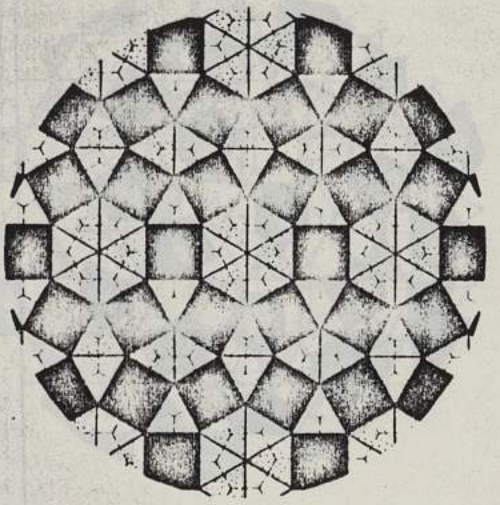


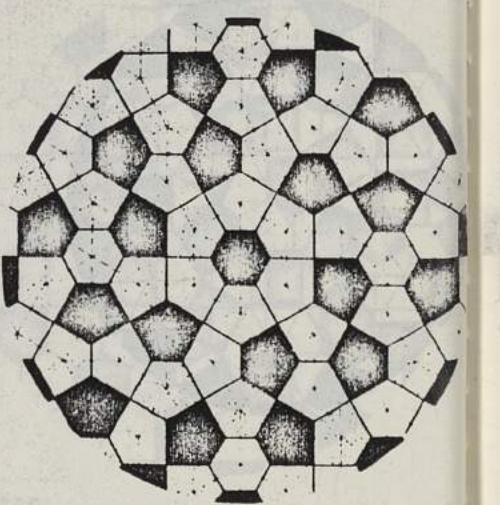
3 3 3 3 3 3
3 3 4 3 4

5c



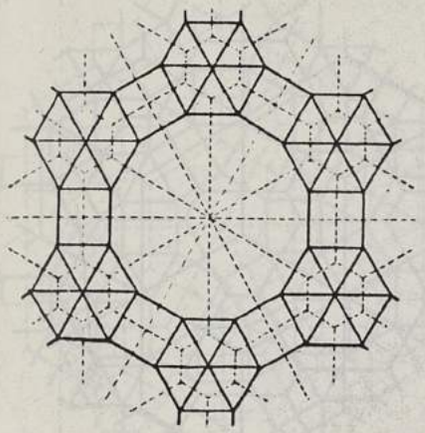


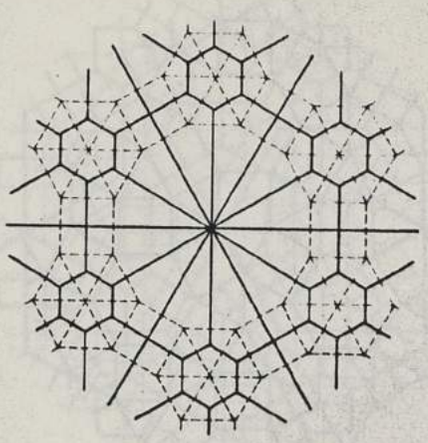


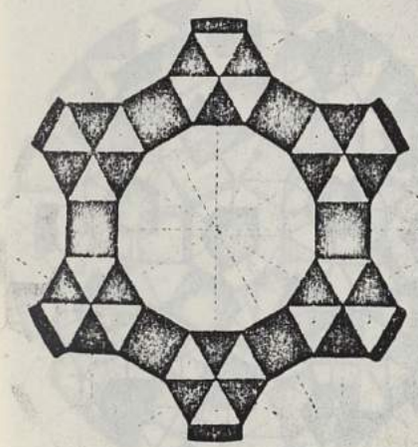


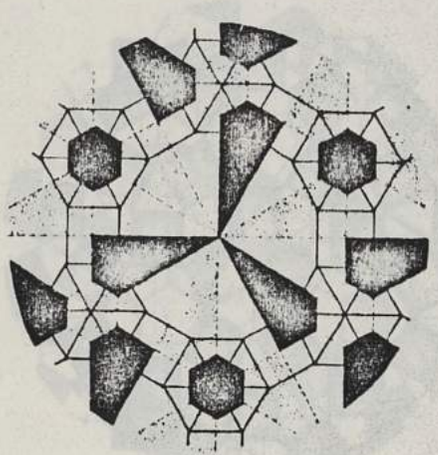
3 3 3 3 3 3
3 3 4 3 4

6c



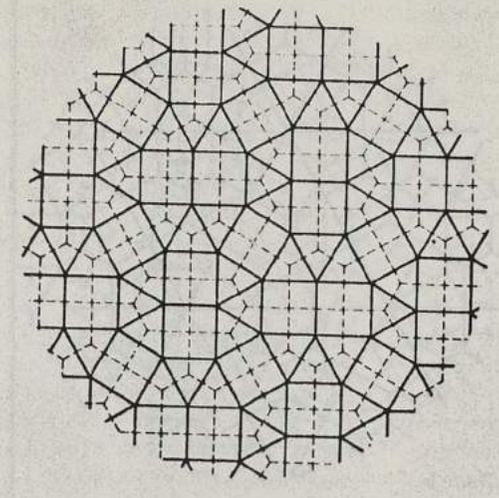


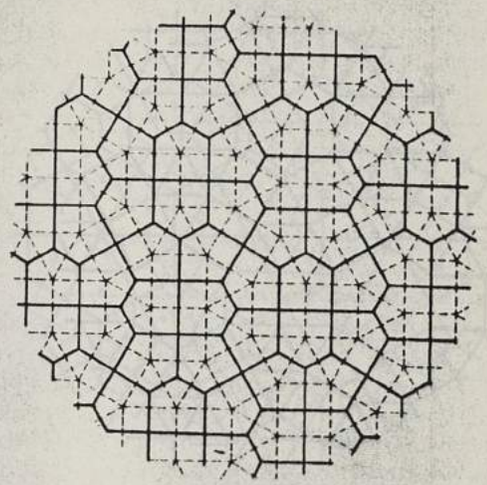


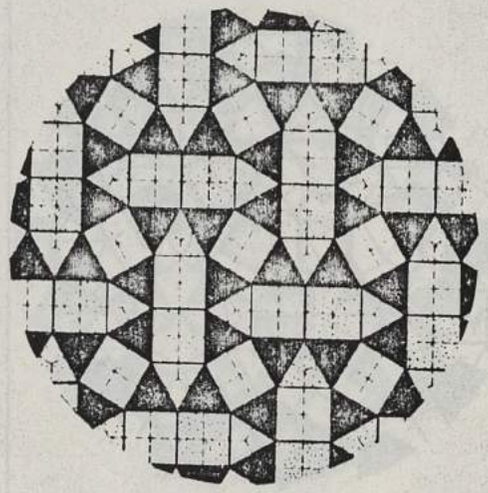


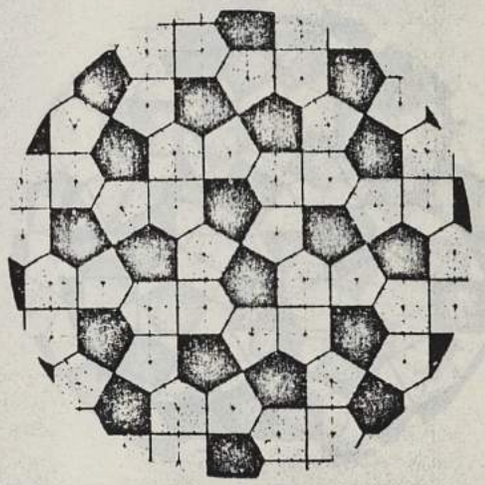
3333333
33412

7c



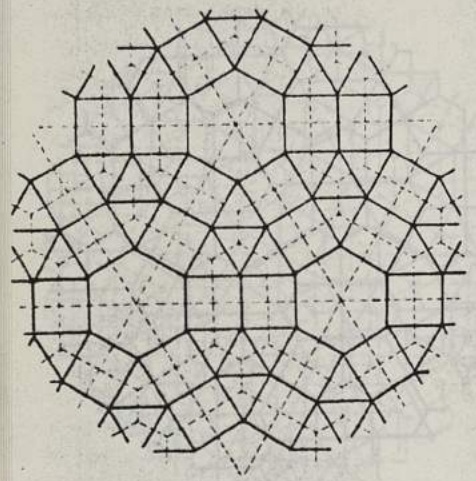


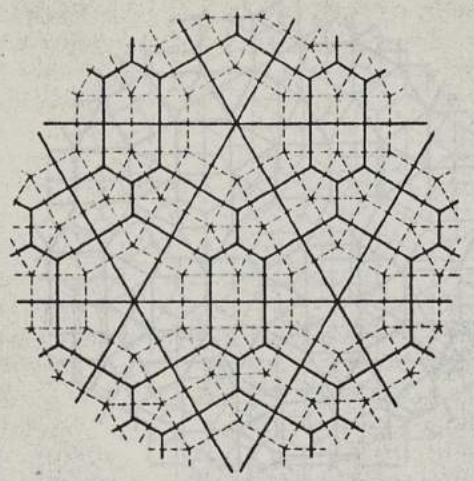


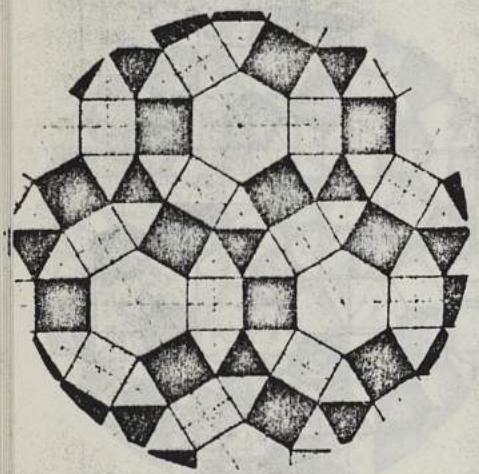


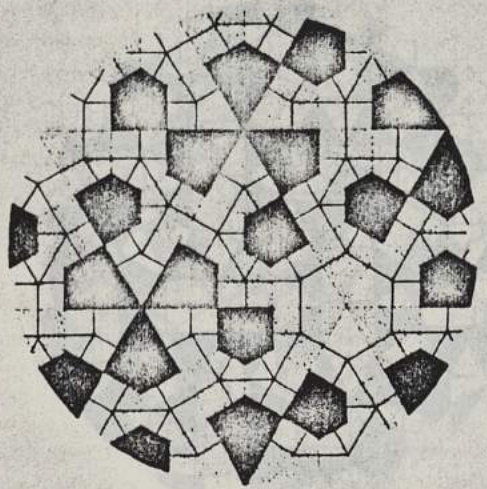
33344
33434

8c



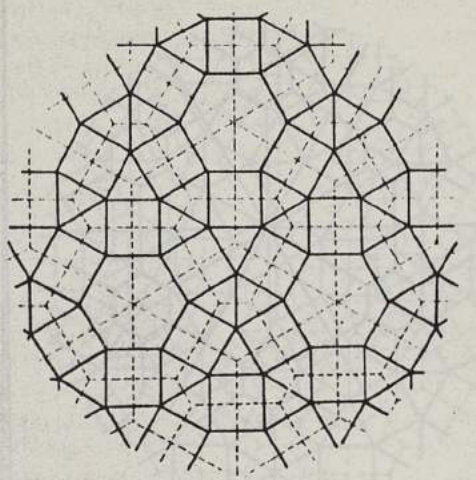


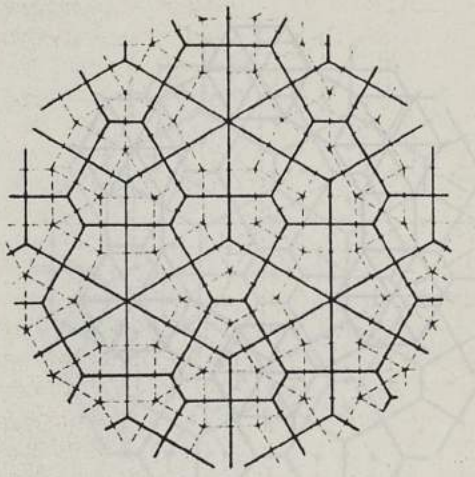


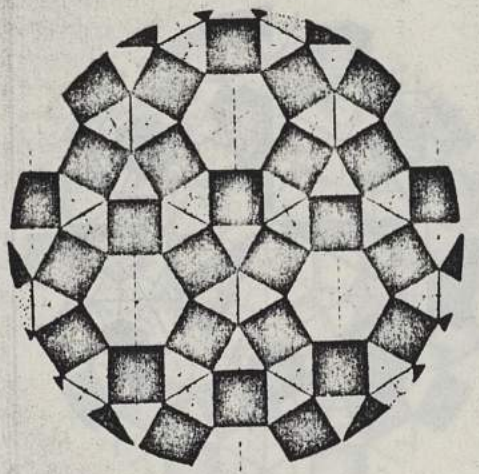


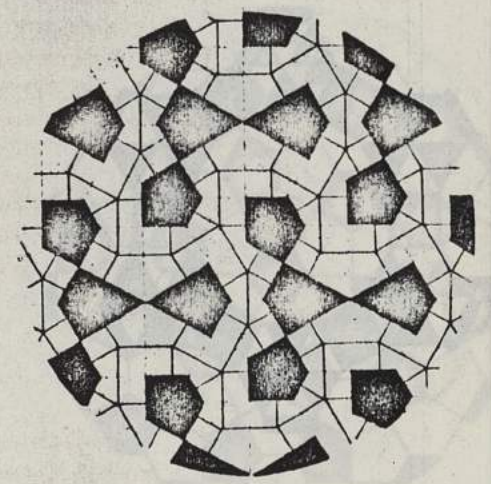
33344
3464

9

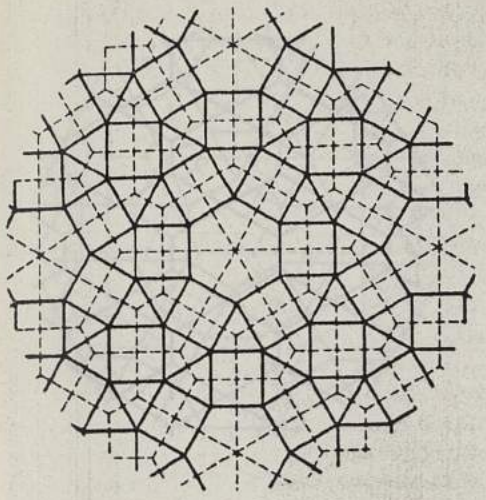


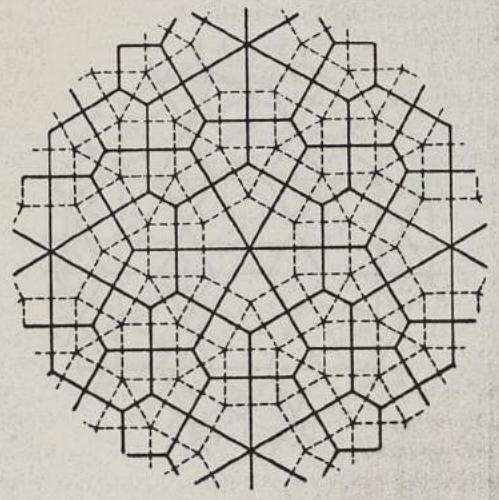


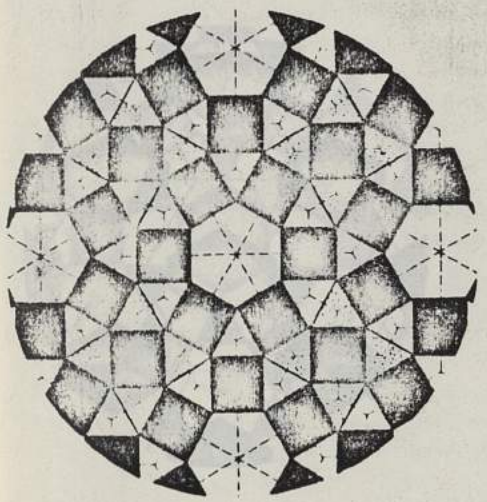


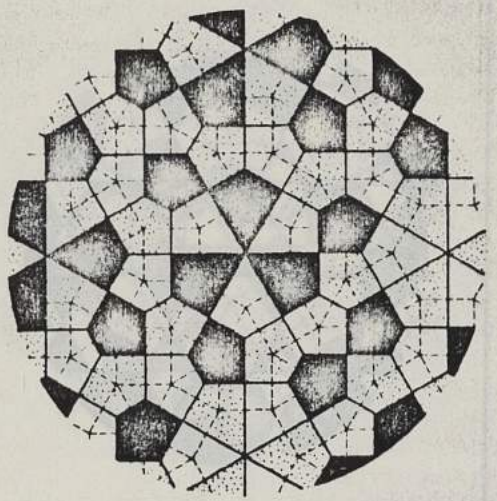


33434
3464

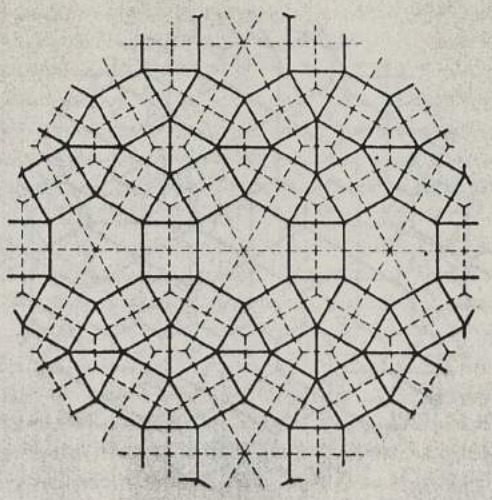


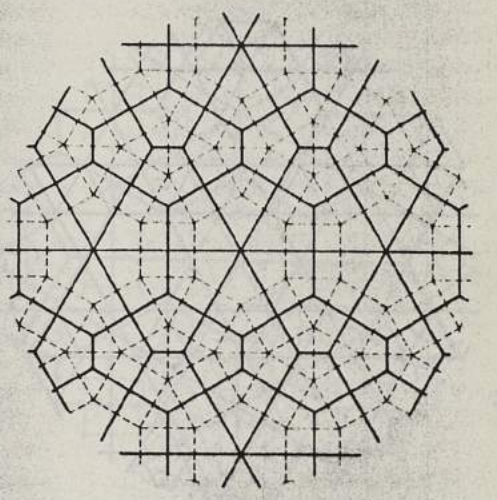


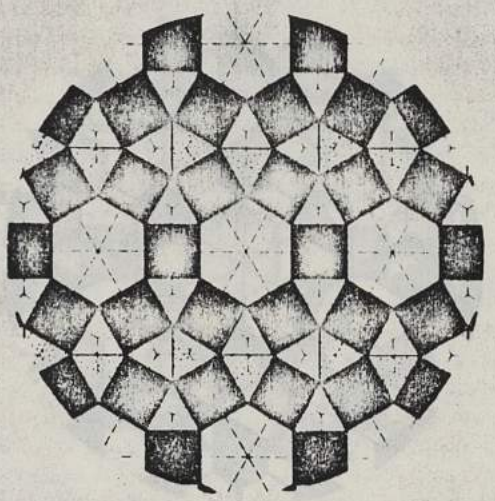


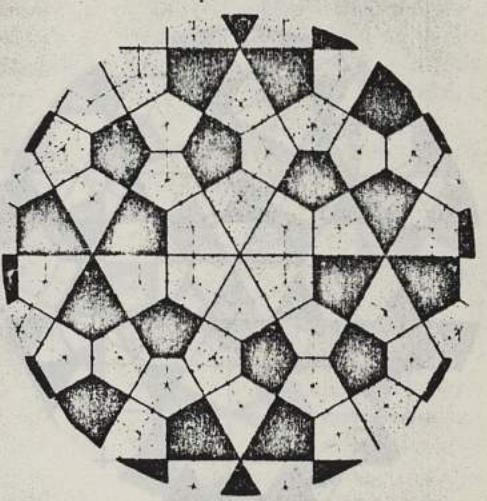


3 3 4 3 4
3 4 0 4



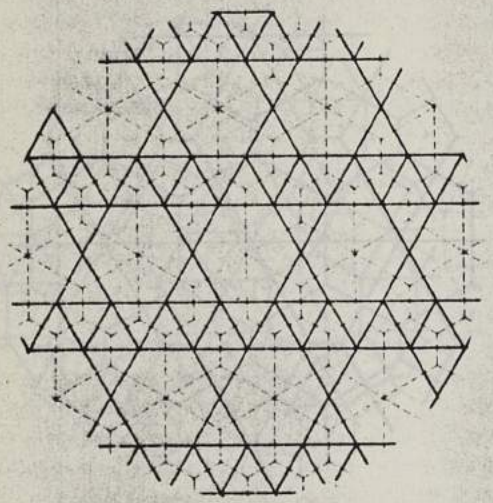


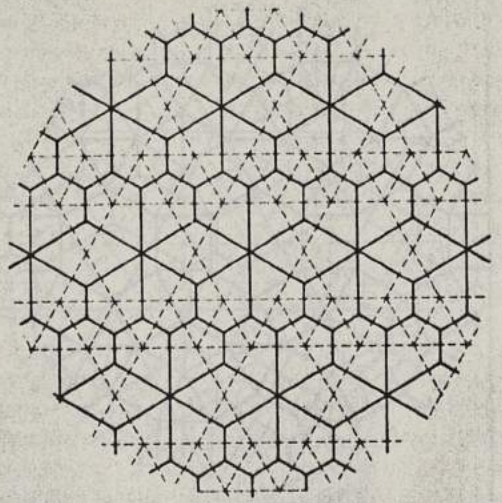


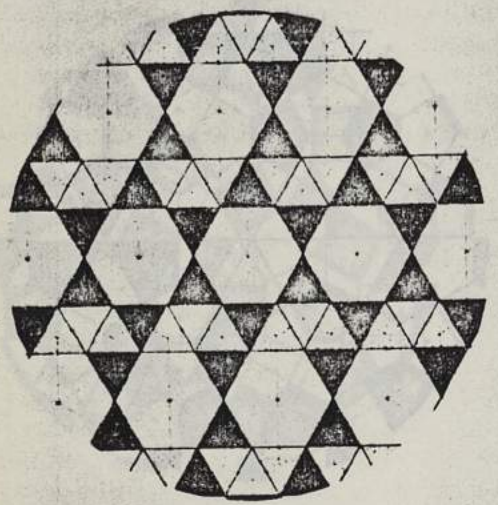


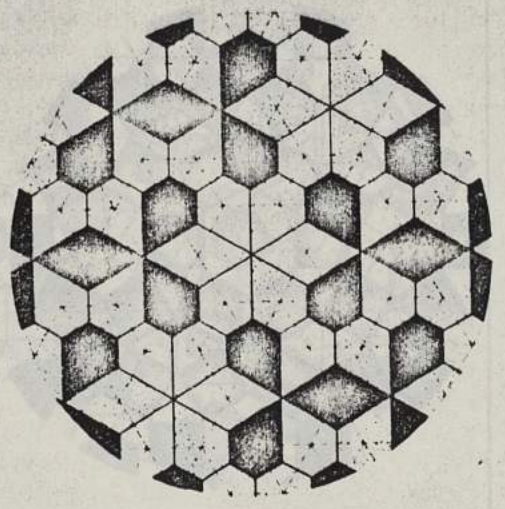
3 3 4 3 4
3 4 0 4

12



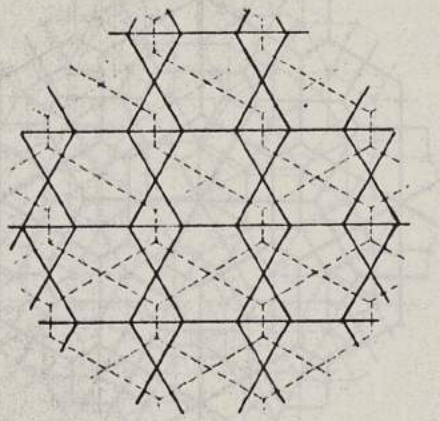


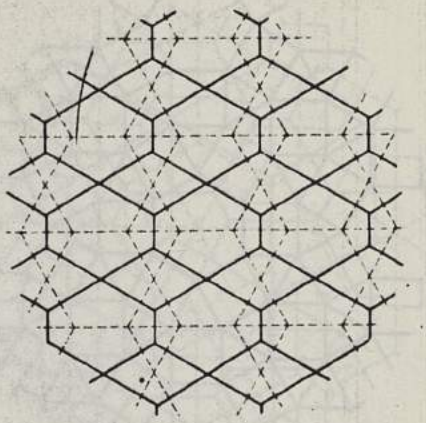


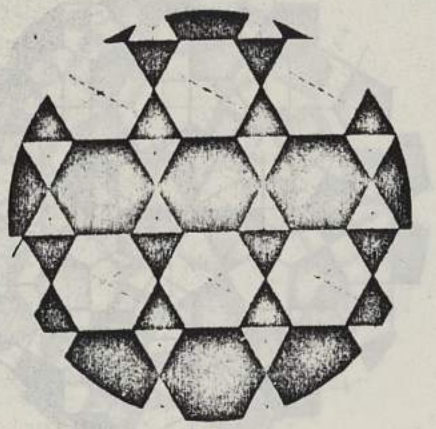


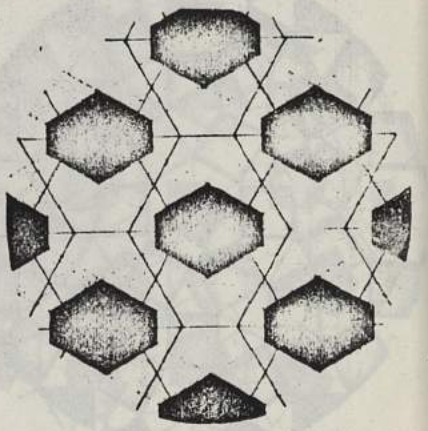
5 5 5 5 6
5 6 5 6

13



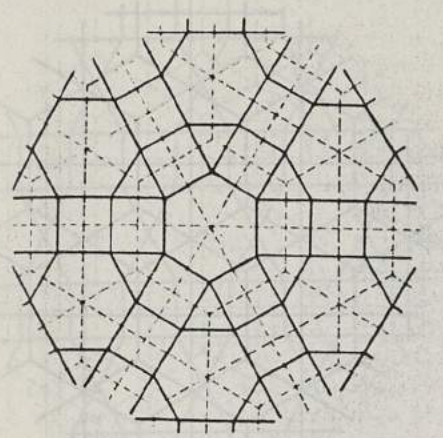


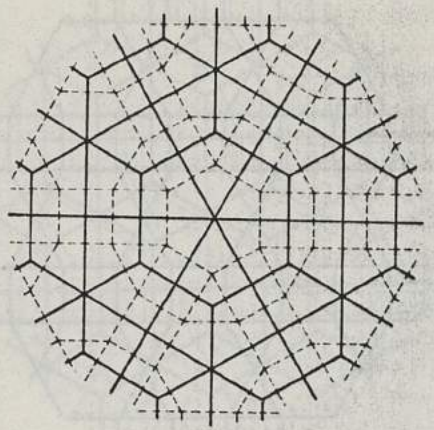


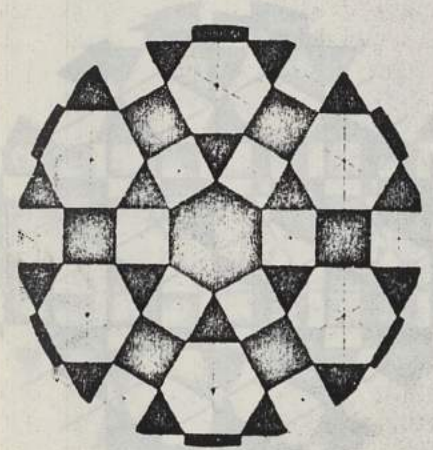


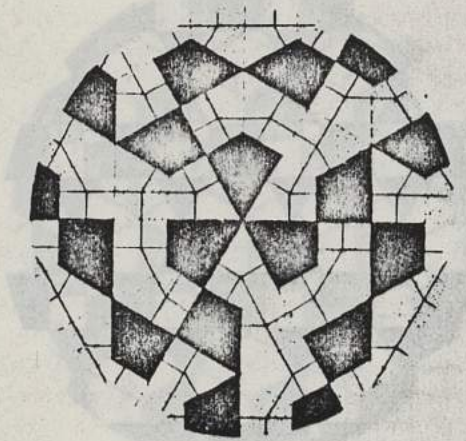
5 5 6 6
5 6 6 5

14



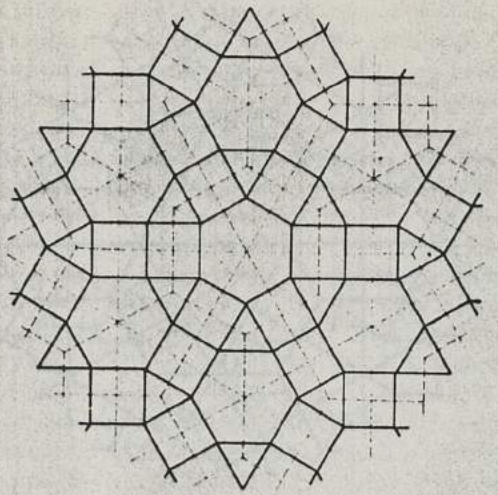


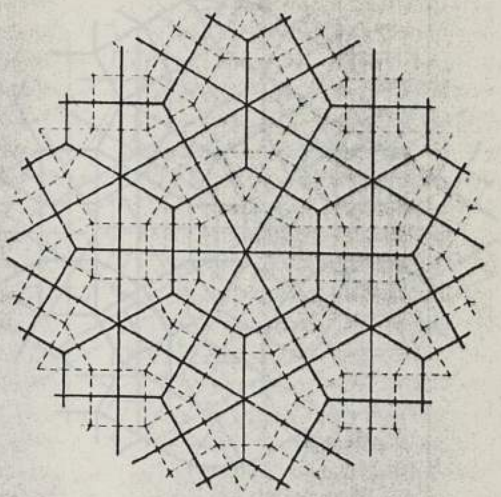


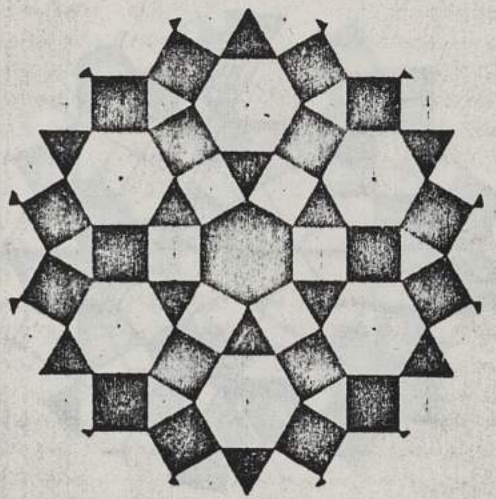


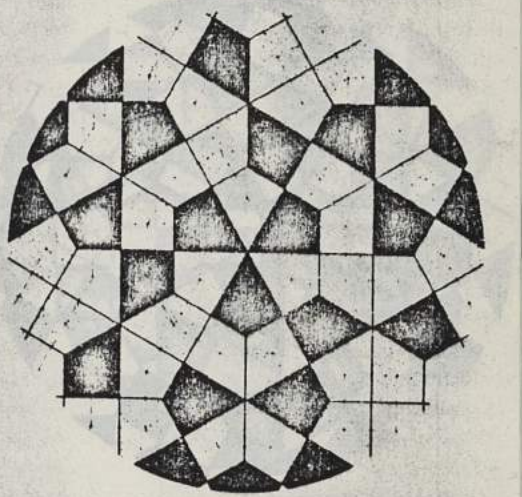
3446
3464

15



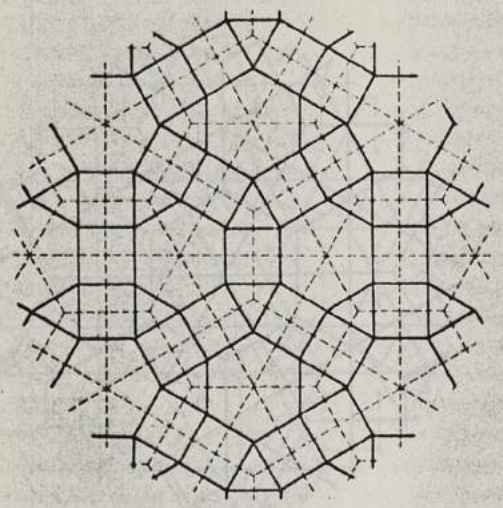


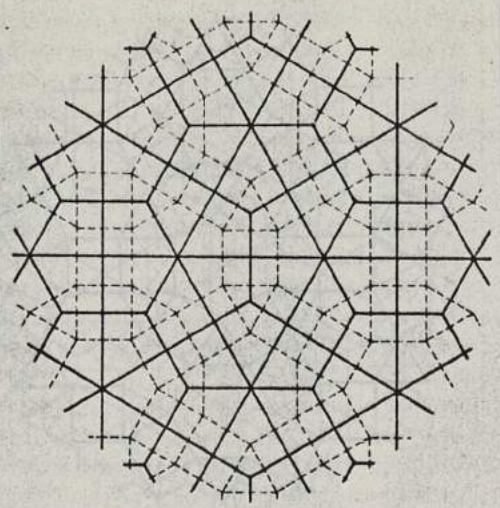


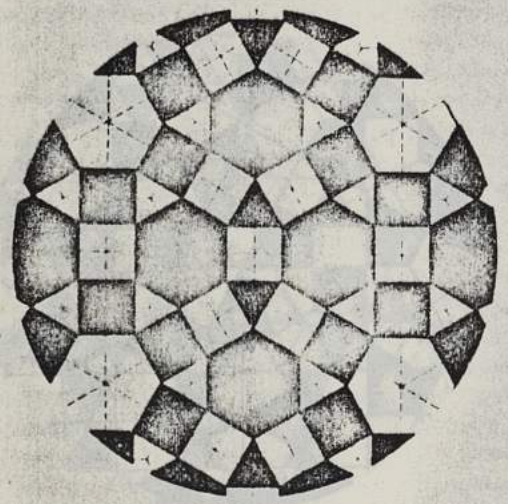


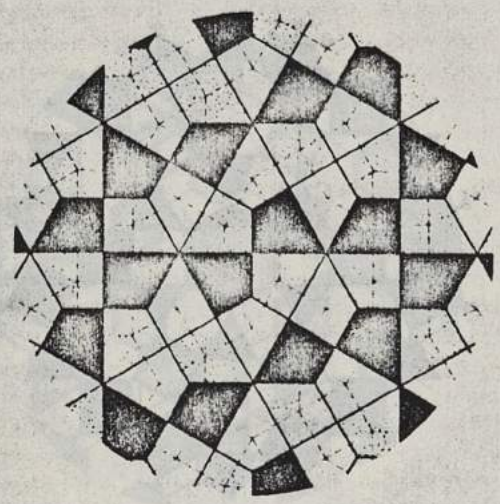
3446
3464

16



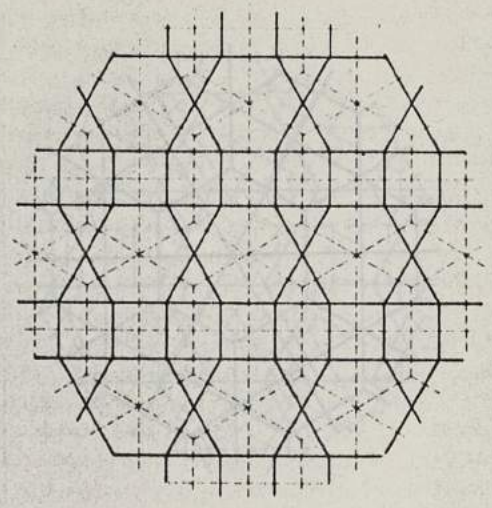


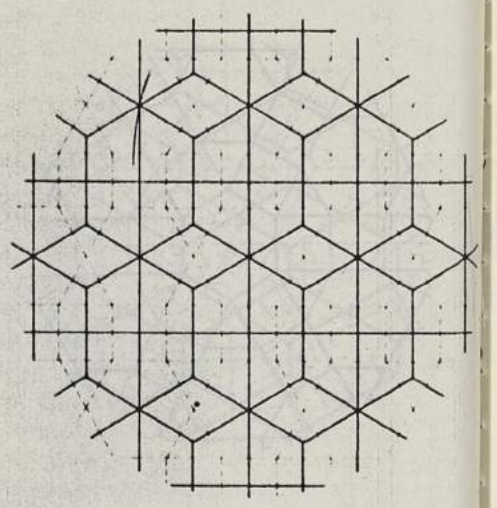


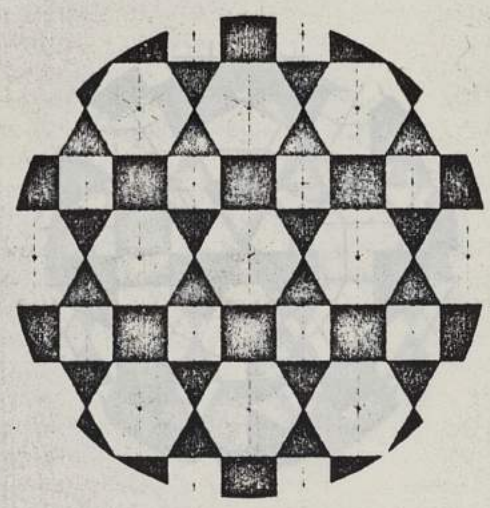


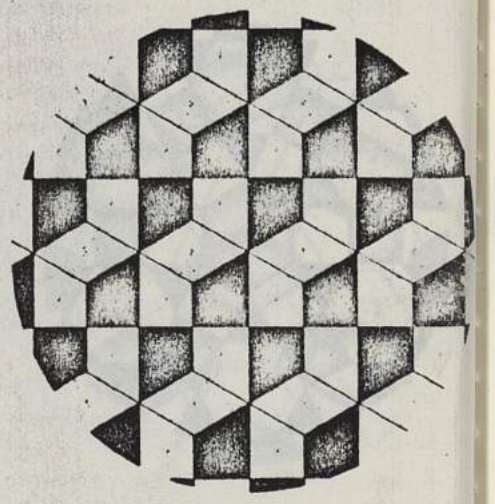
3 4 4 6
3 4 6 4

17



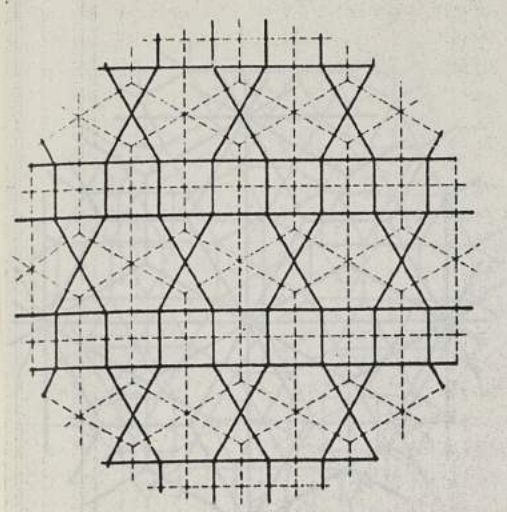


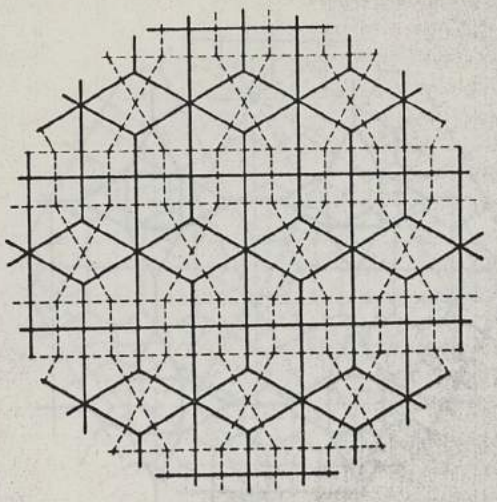


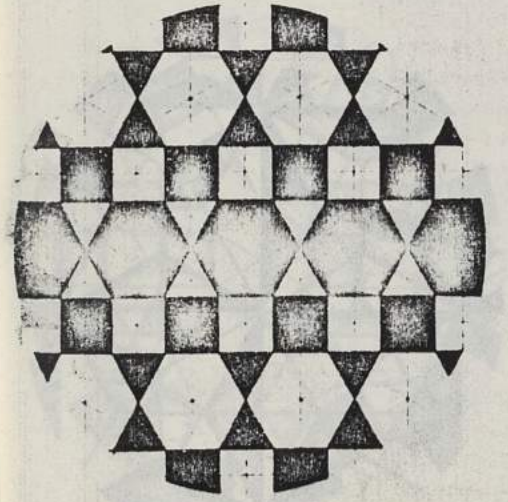


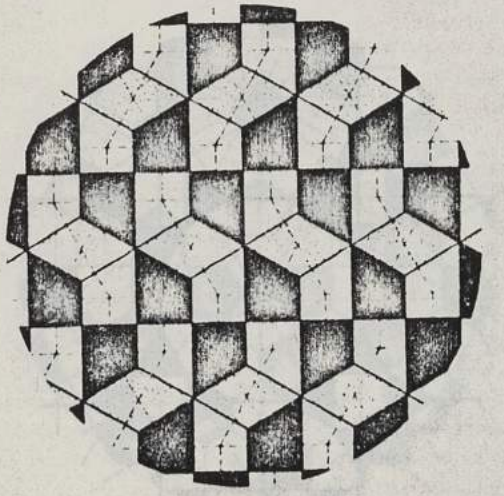
3 4 4 6
3 6 3 6

18



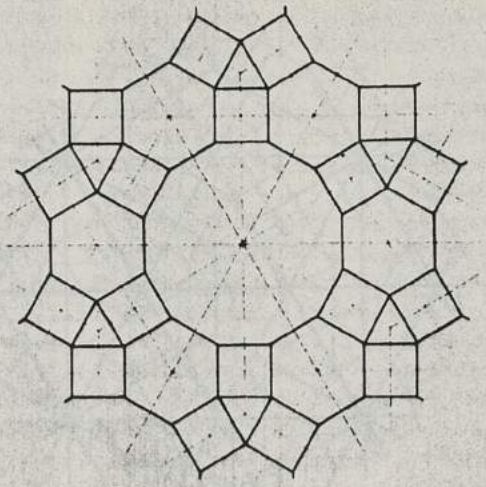


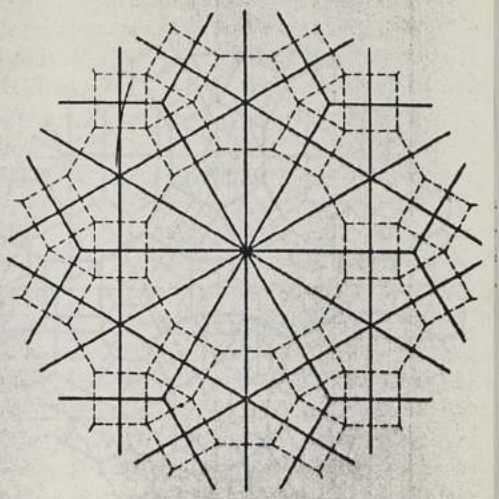


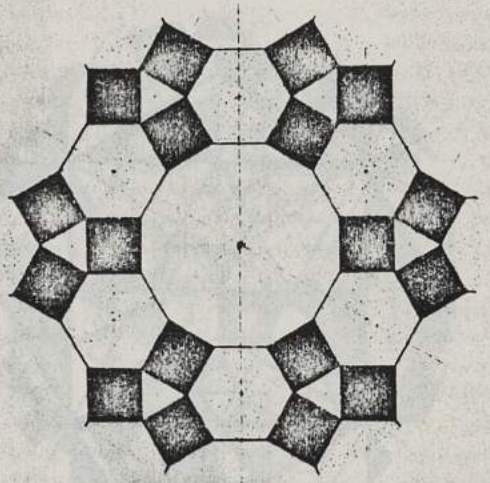


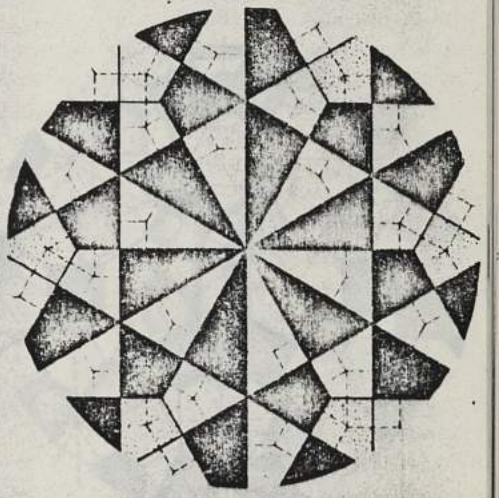
3 4 4 6
3 6 3 6

19



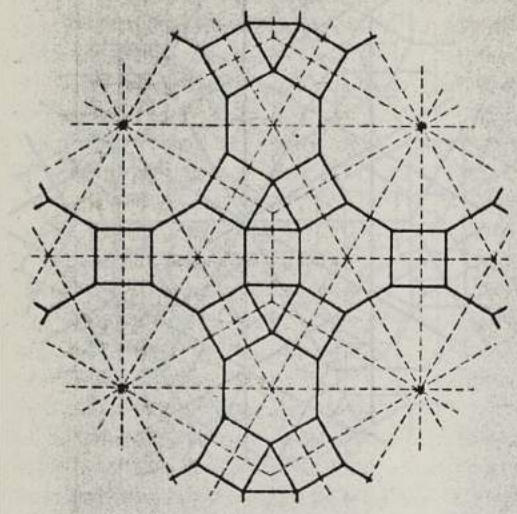


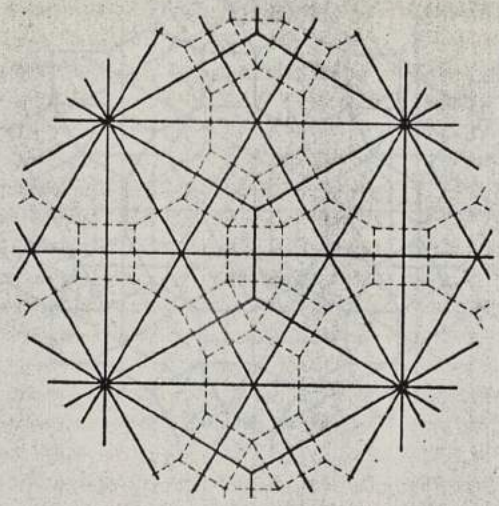


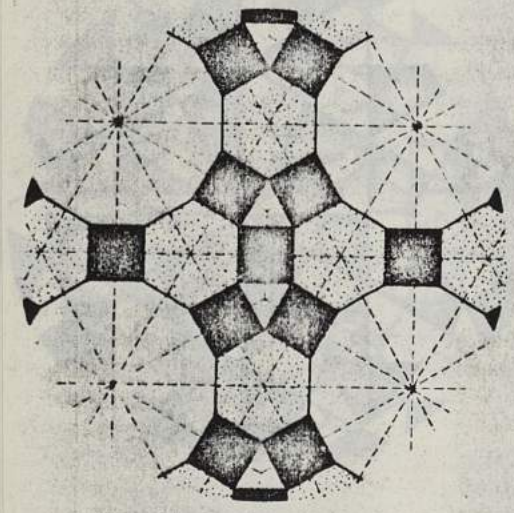


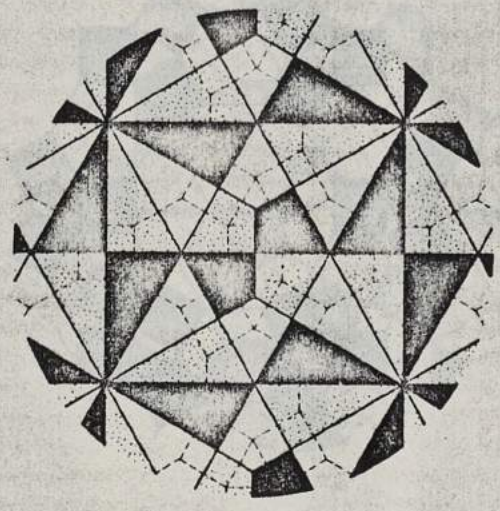
3 4 6 4
4 6 12

20



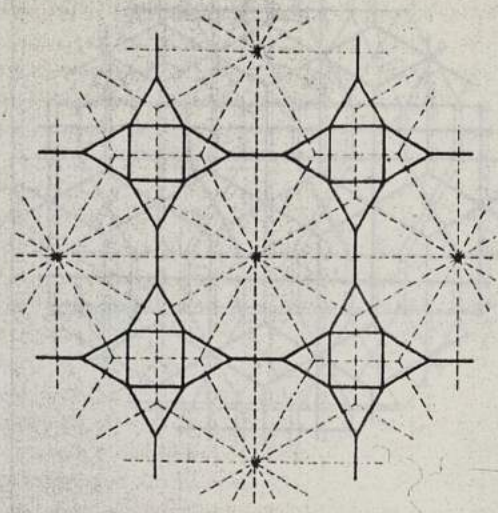


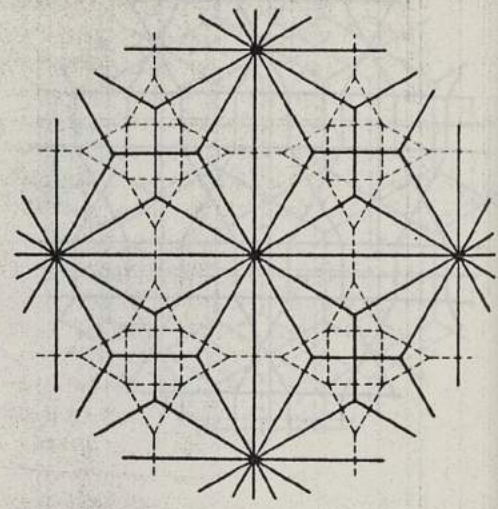


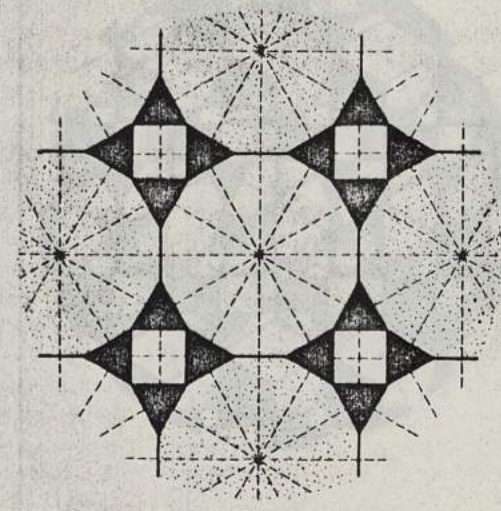


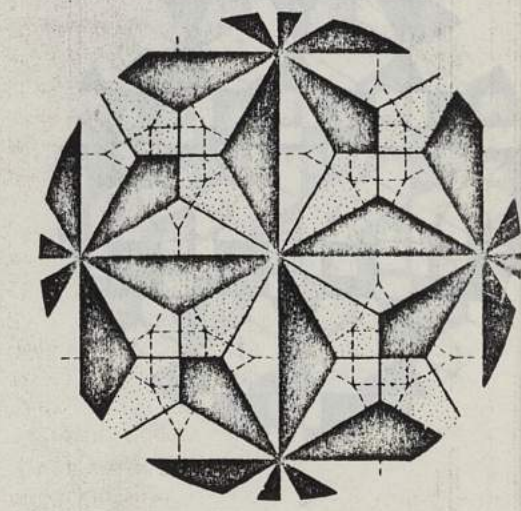
3 6 6 4
4 6 12

21



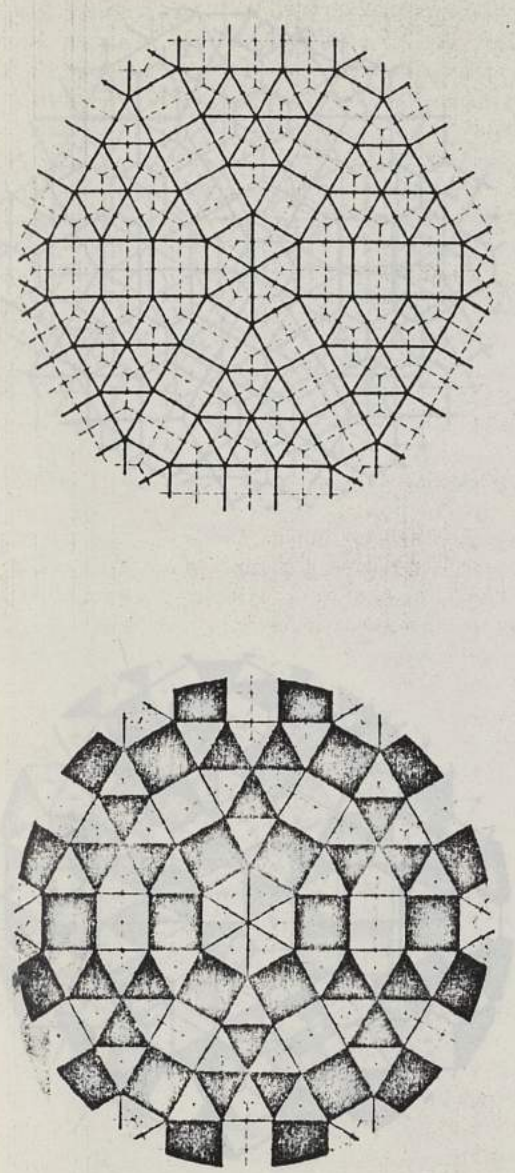






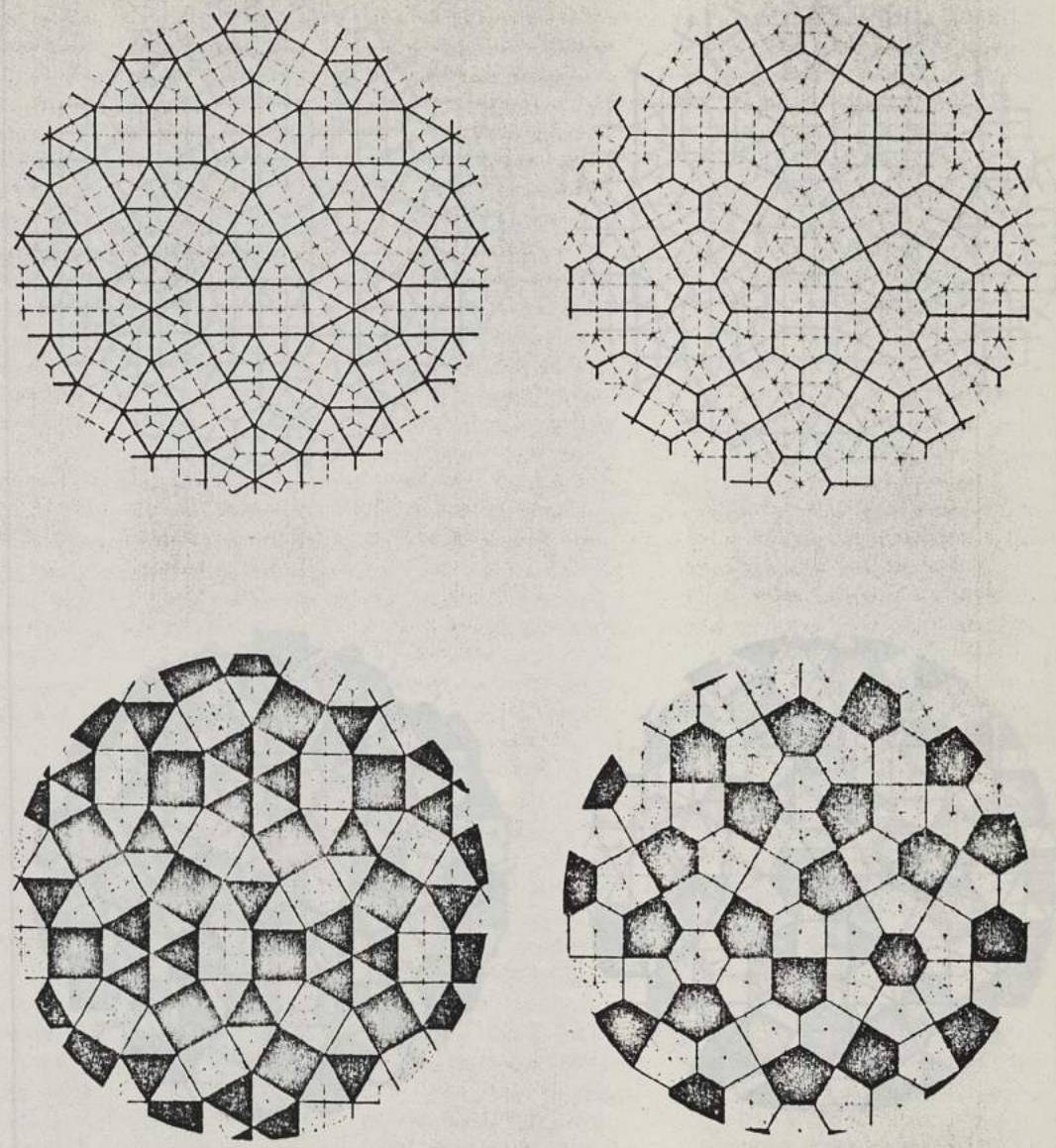
3 4 3 12
3 12 12

92



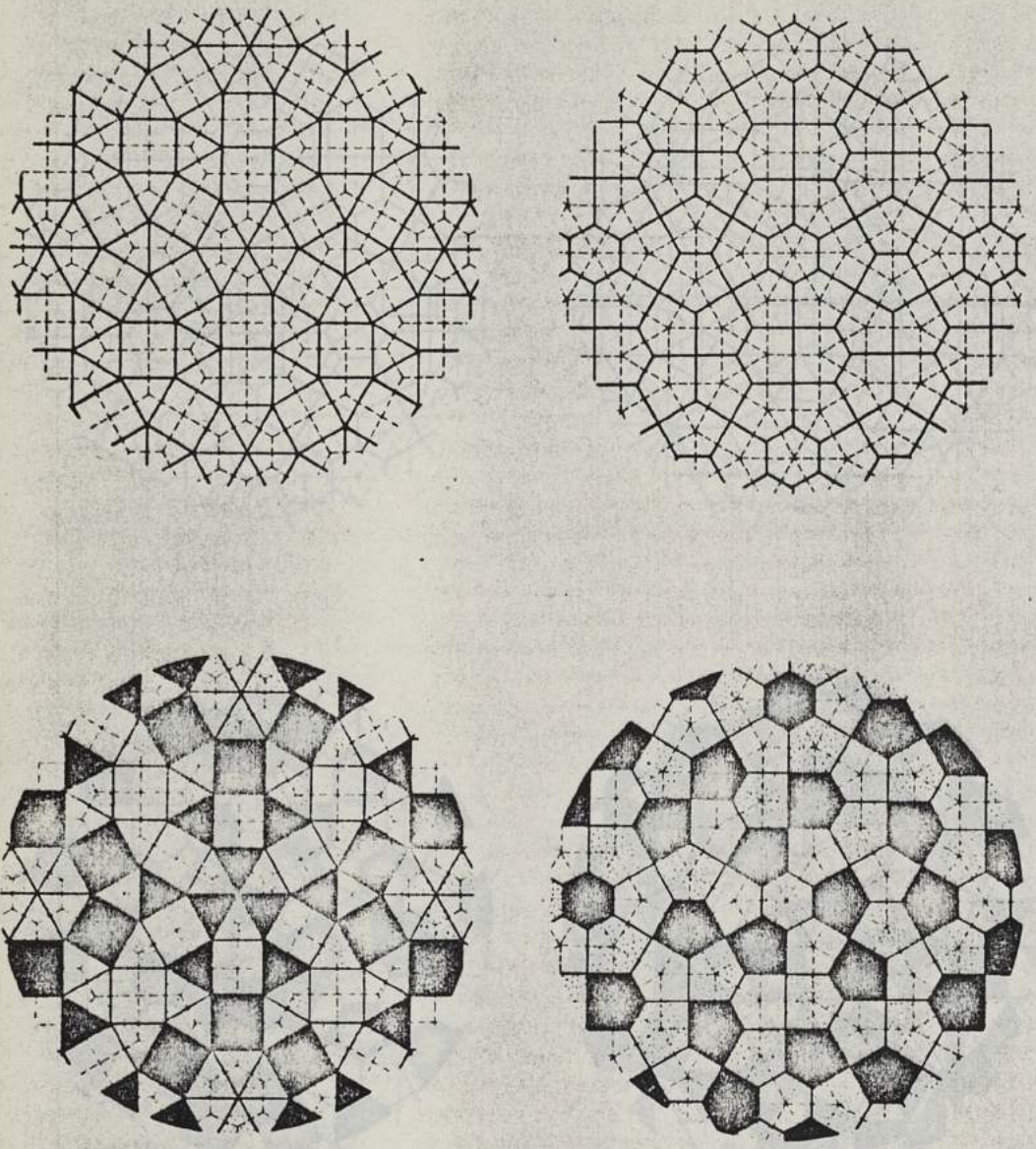
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

93



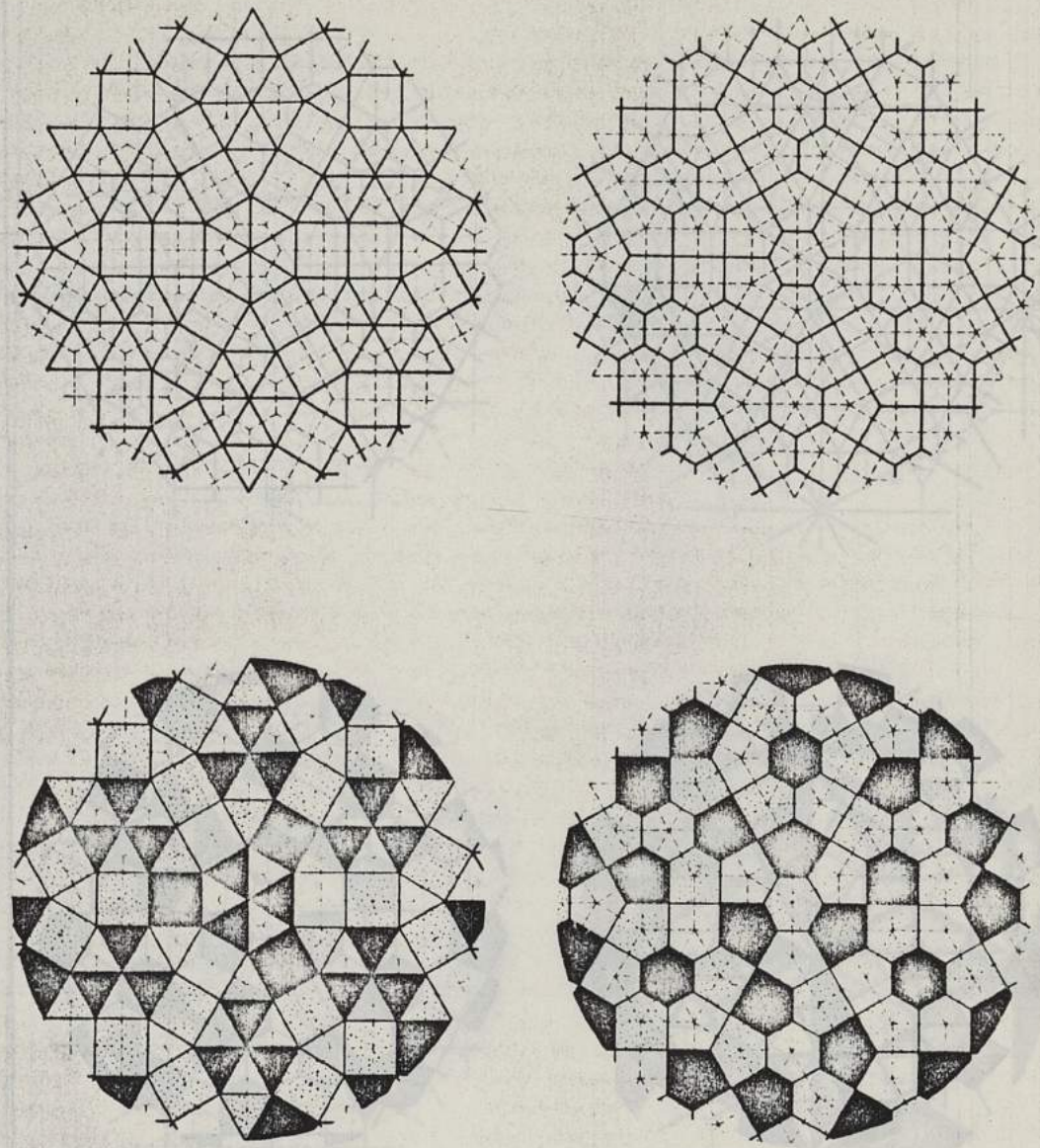
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

24



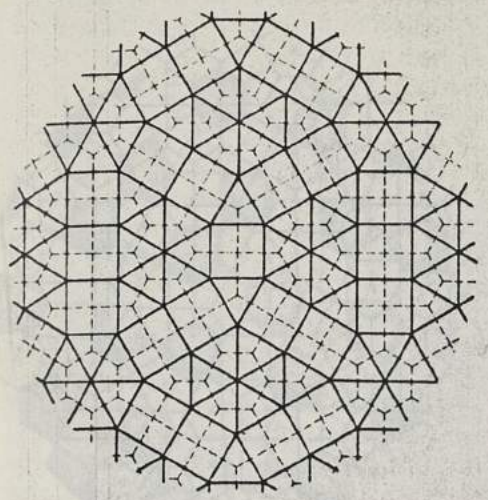
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

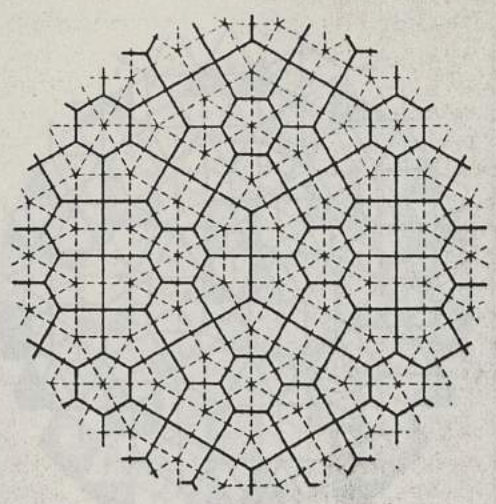
25

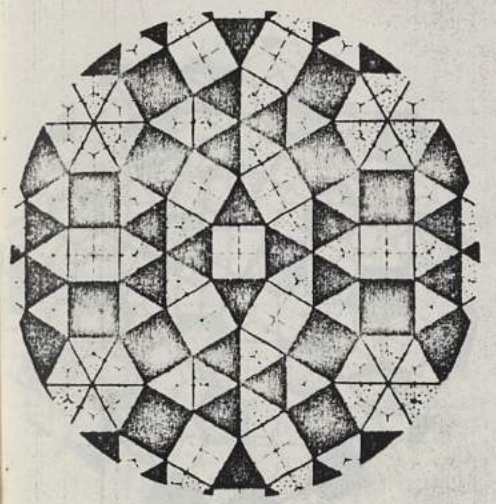


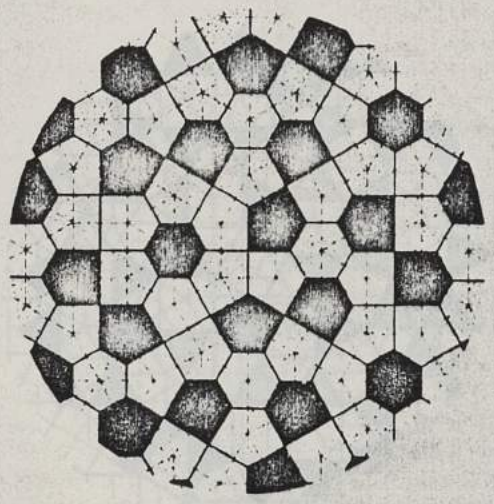
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

26



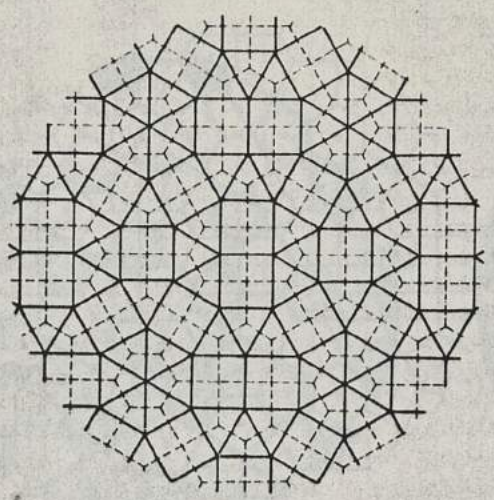


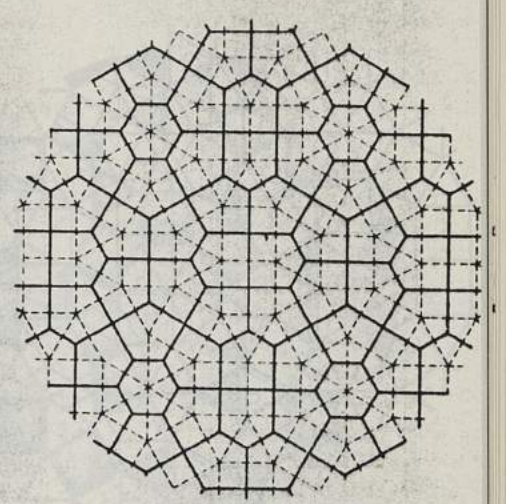


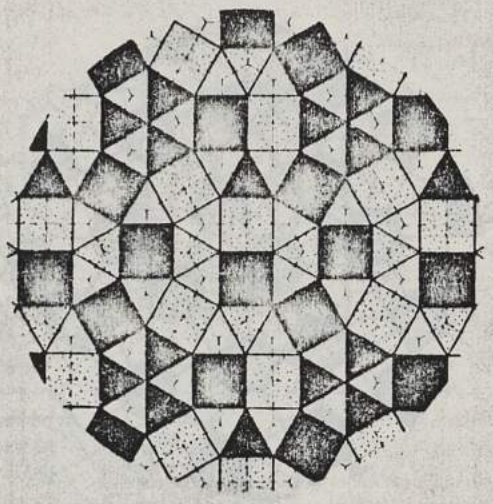


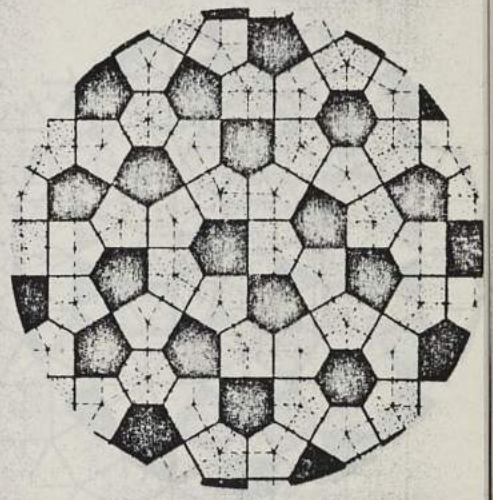
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

27



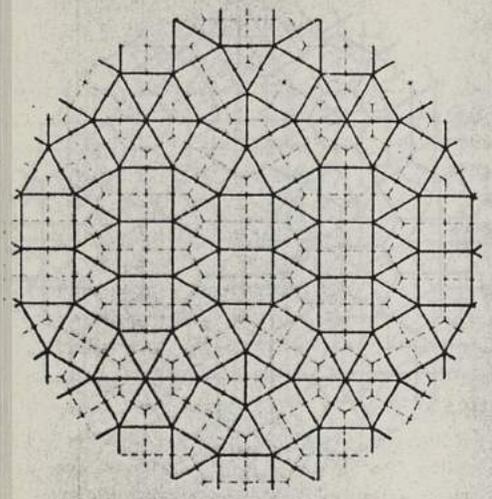


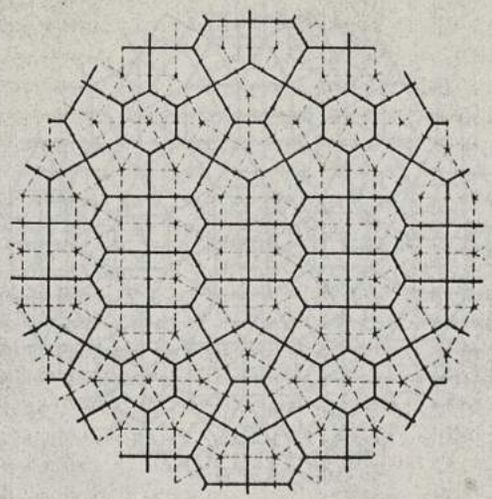


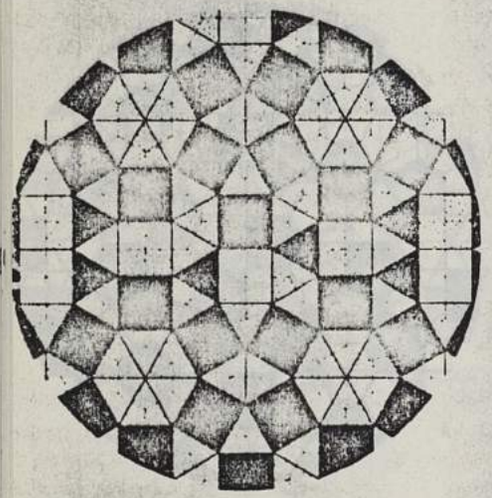


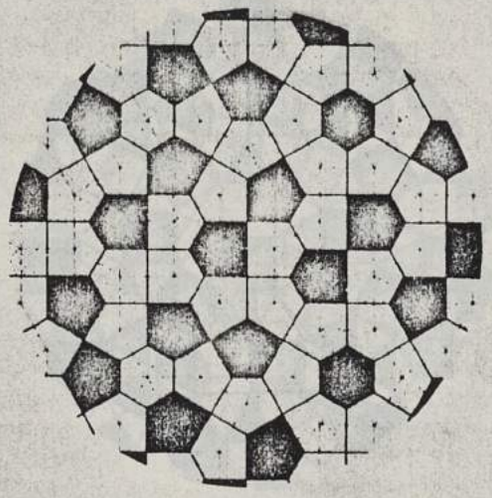
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

28



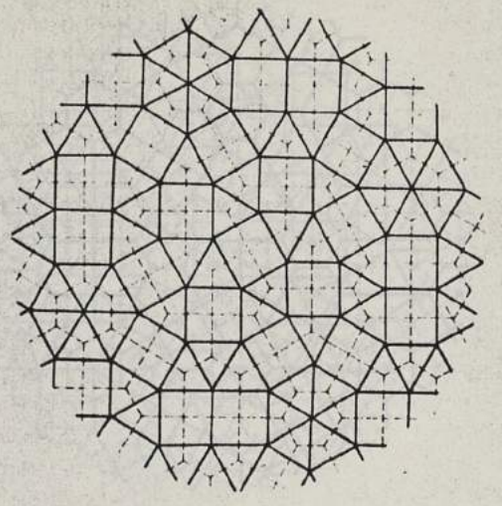


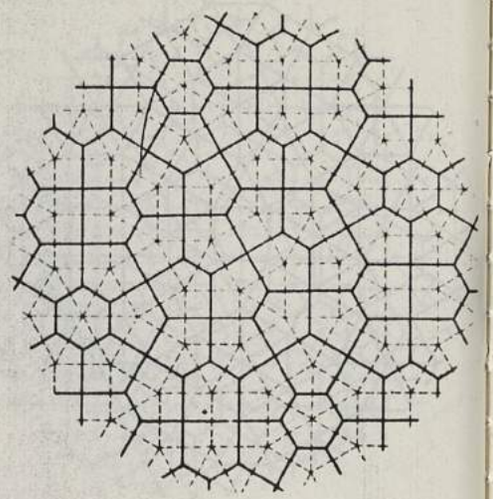


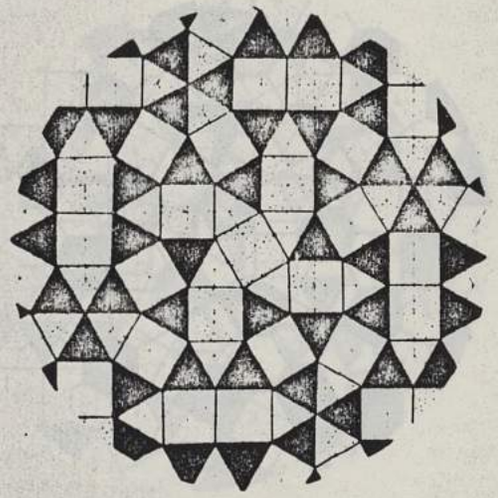


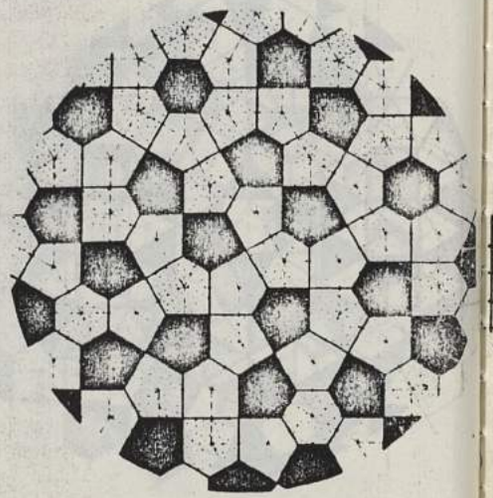
5 5 5 5 5 5
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4

29



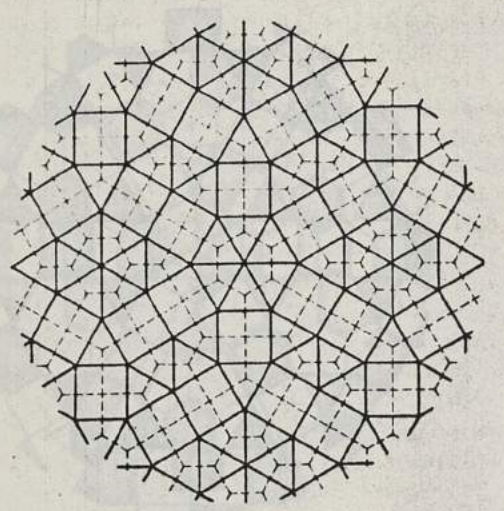


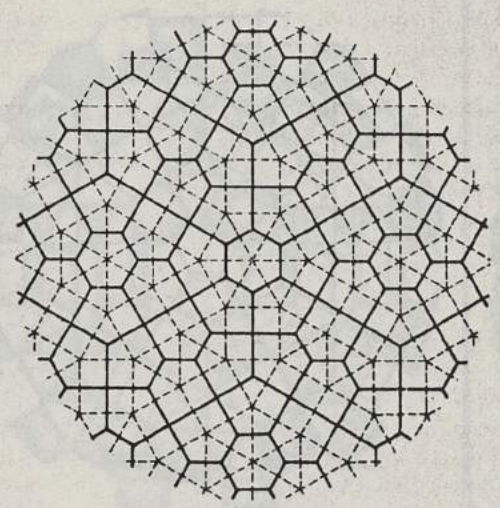


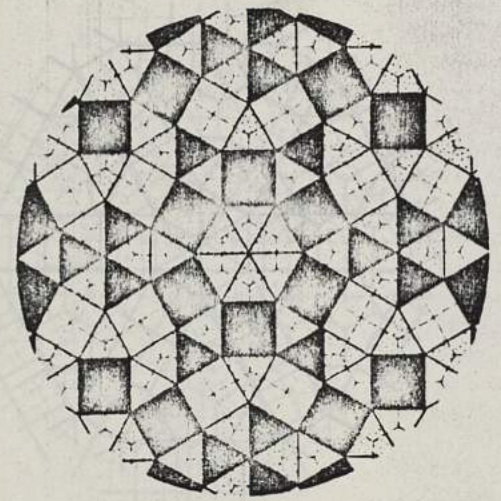


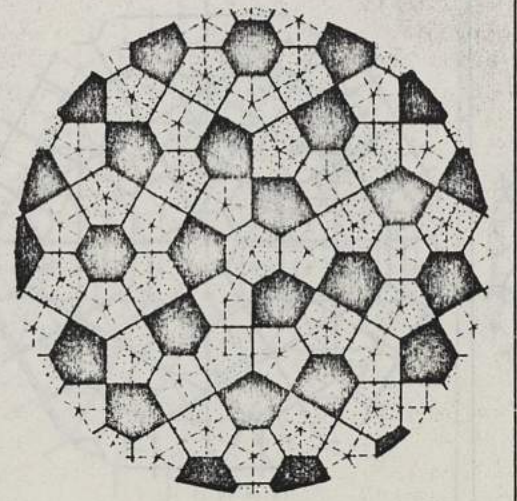
5 5 5 5 5 5
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4

50



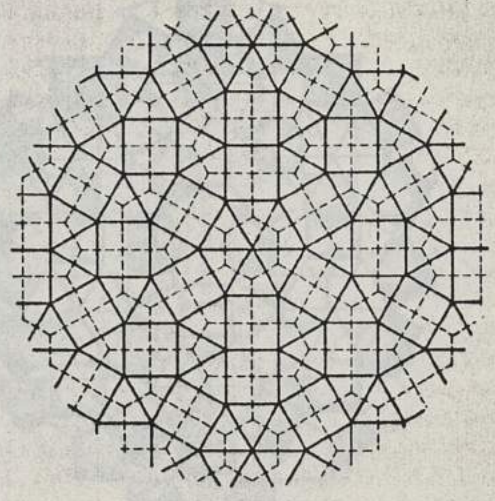


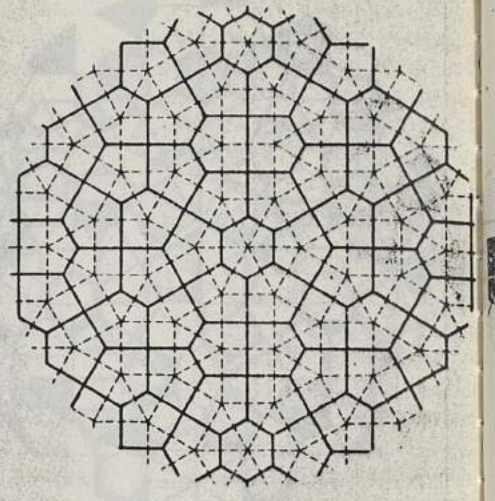


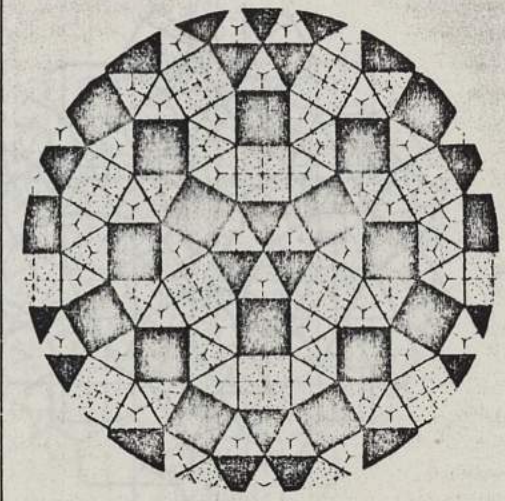


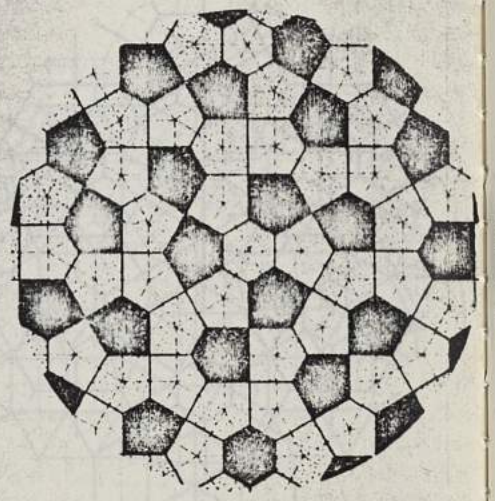
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

51



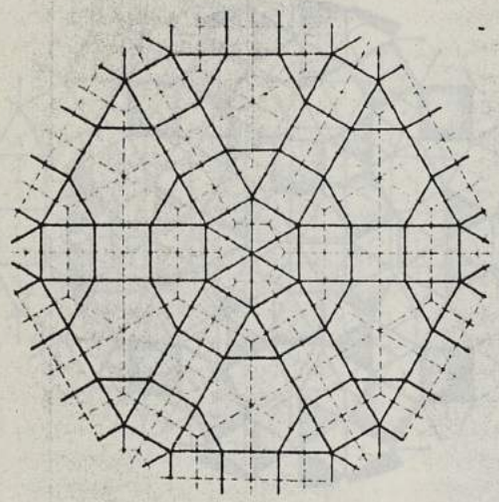


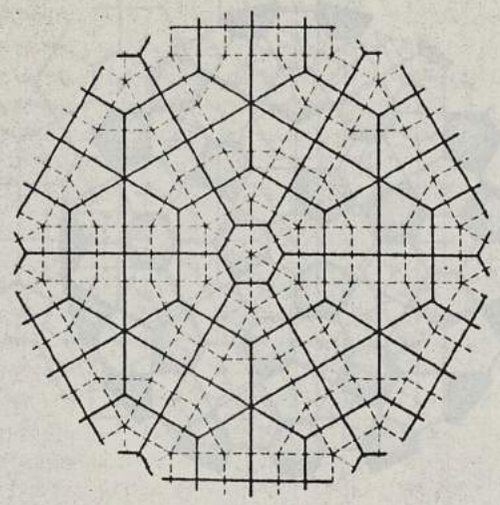


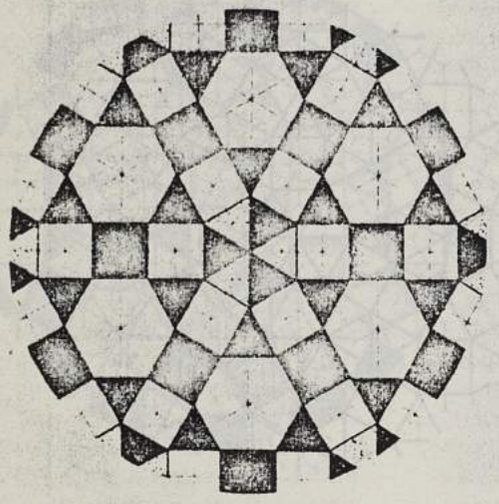


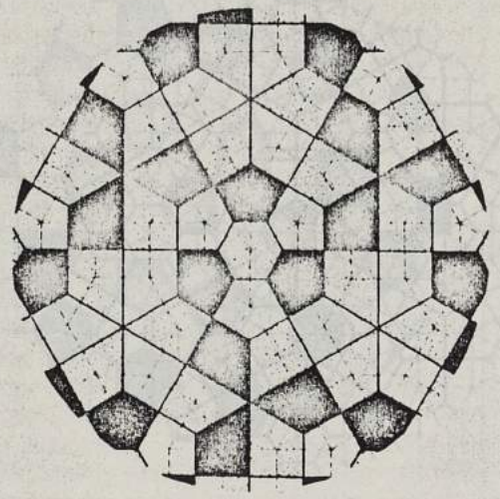
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

54



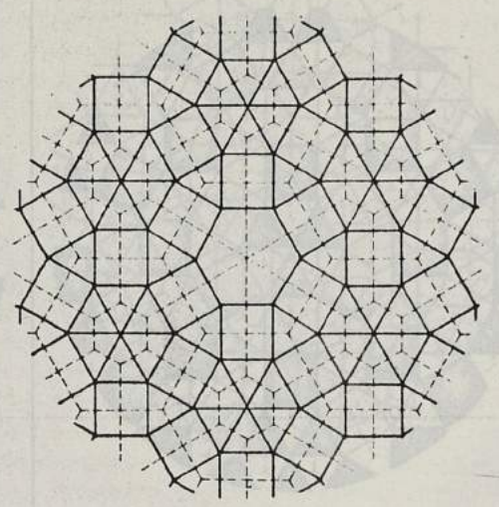


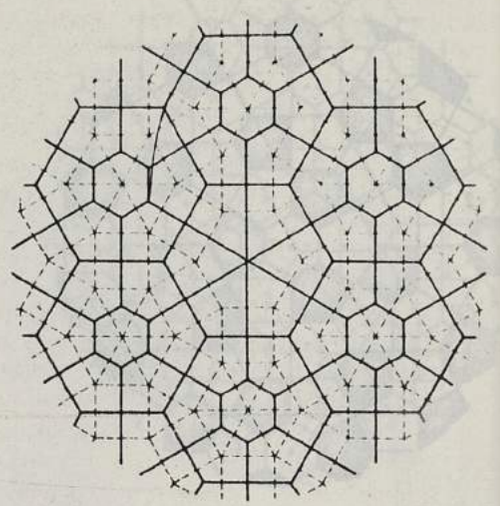


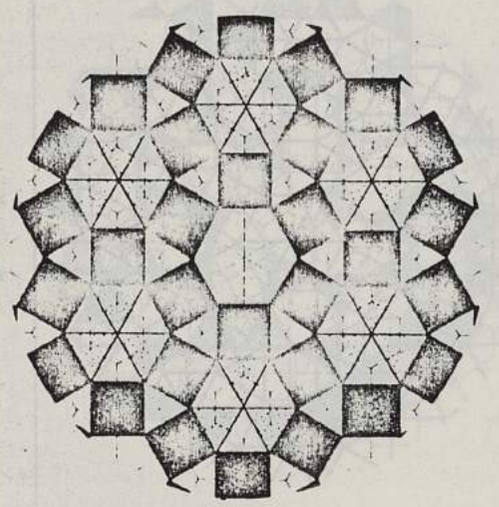


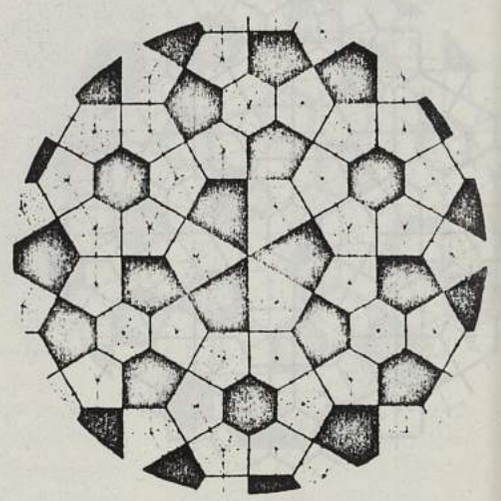
3 3 3 3 3 3
3 3 4 3 4
3 4 4 6

55



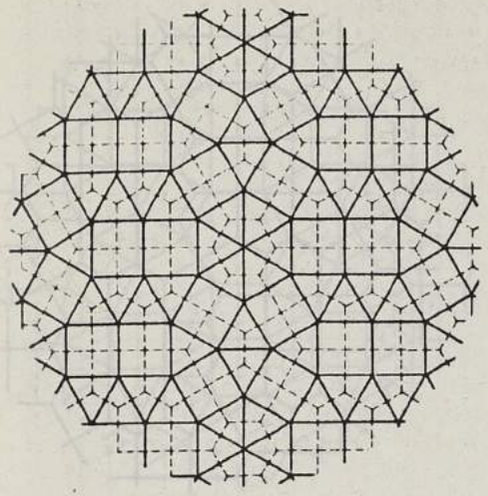


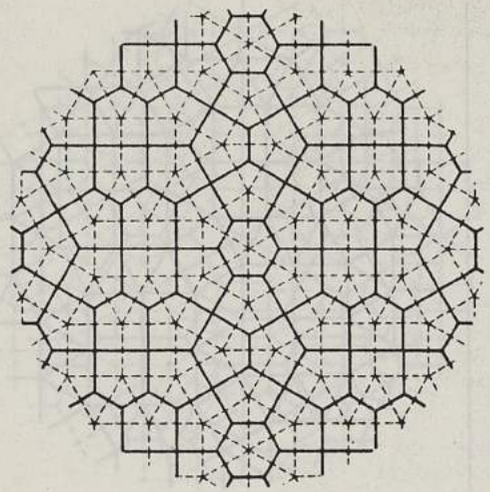


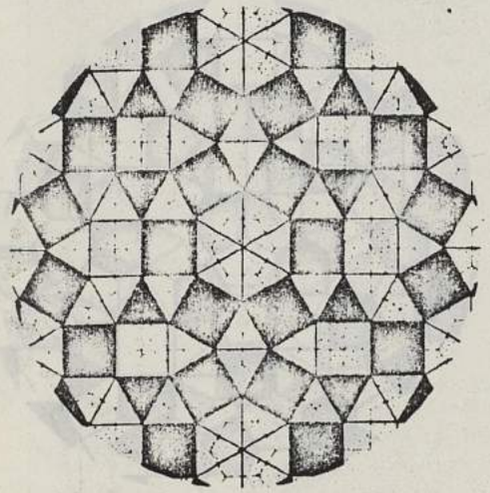


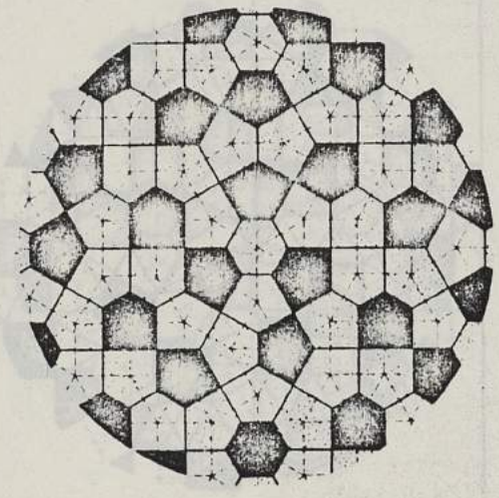
3 3 3 3 3 3
3 3 4 3 4
3 4 6 4

32



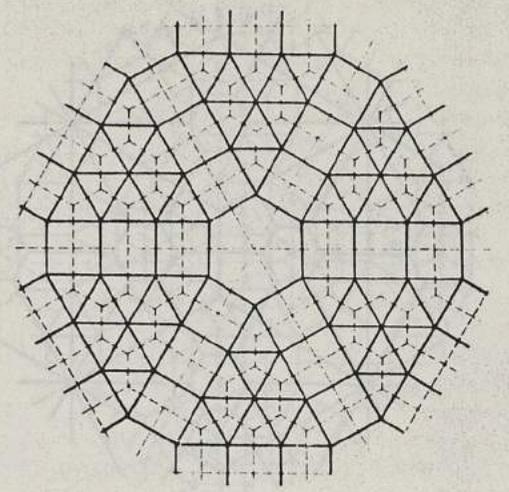


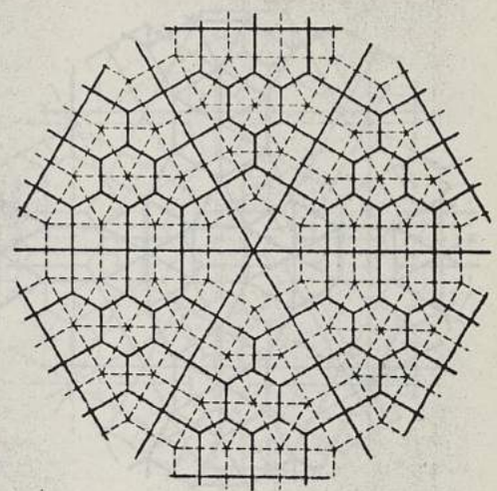


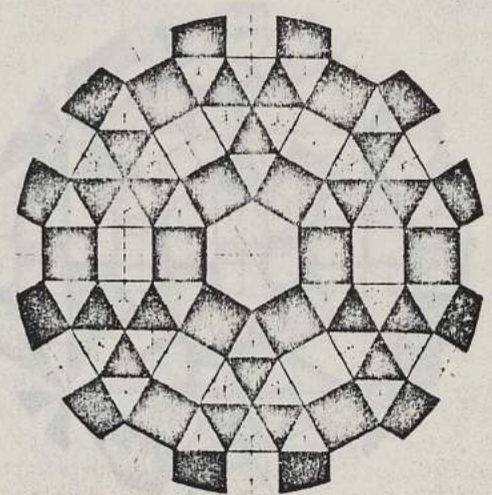


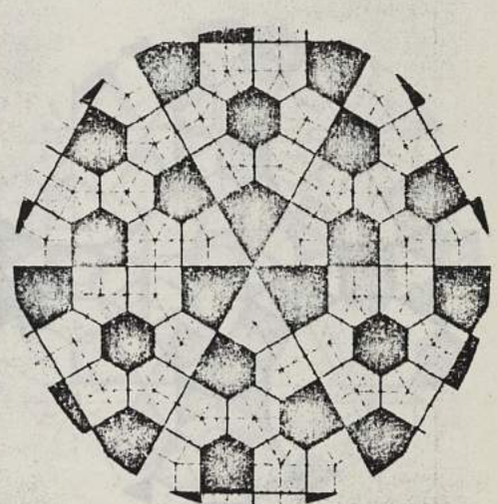
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4

33



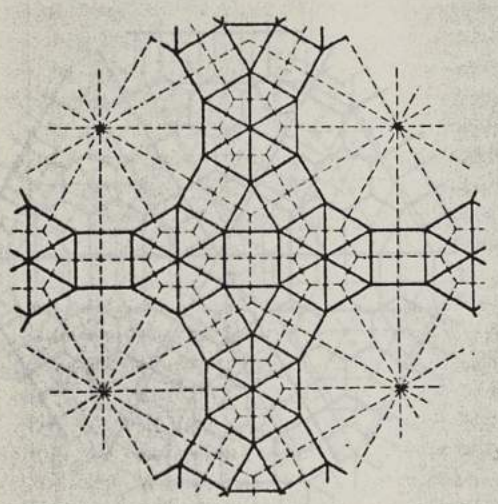


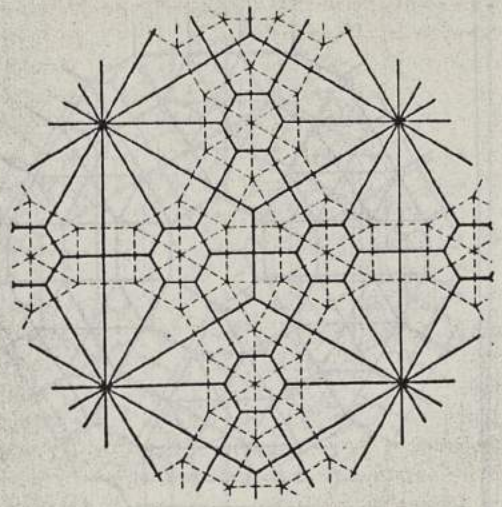


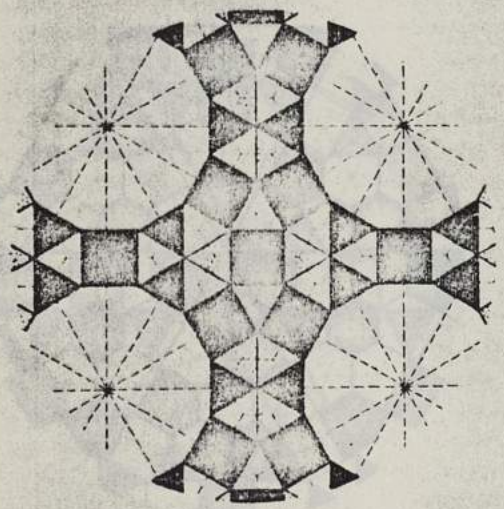


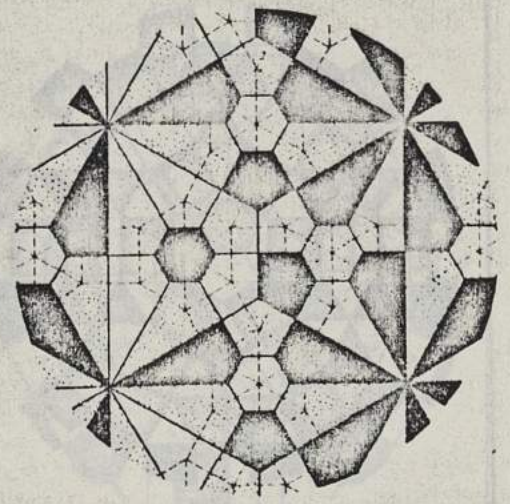
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 4 6 4

36



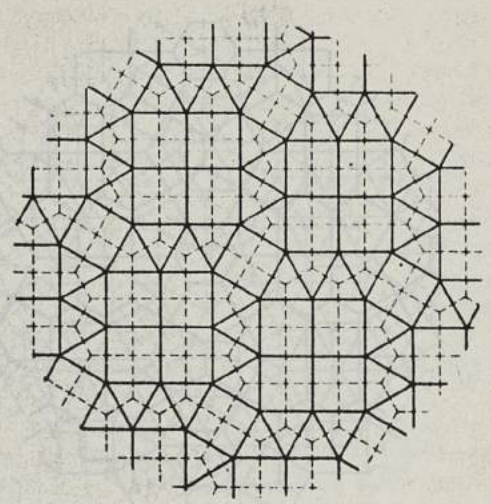


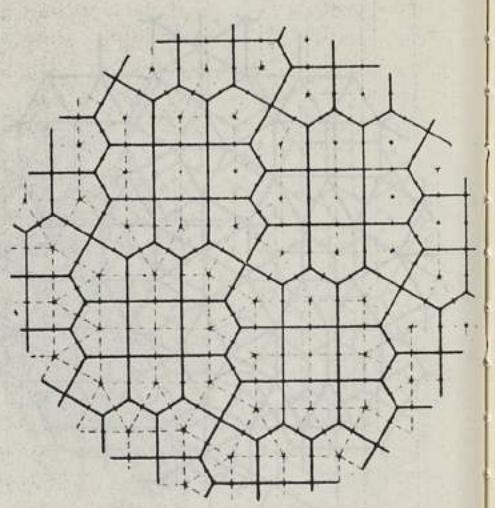


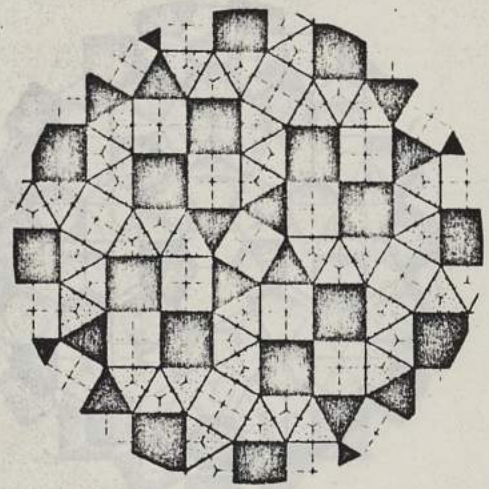


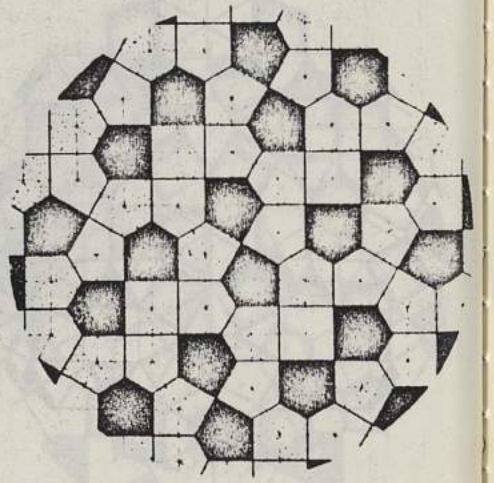
3 3 3 3 3 3
3 3 4 3 4
3 3 4 12

37



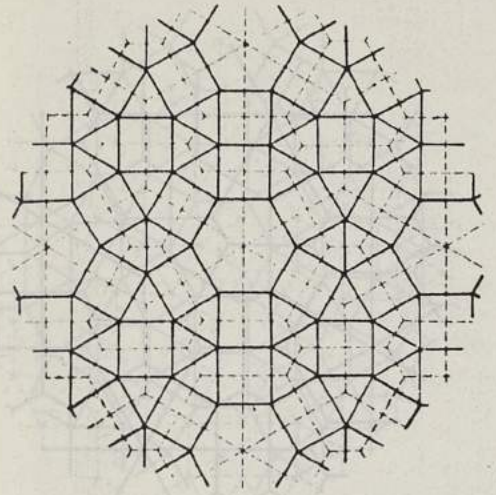


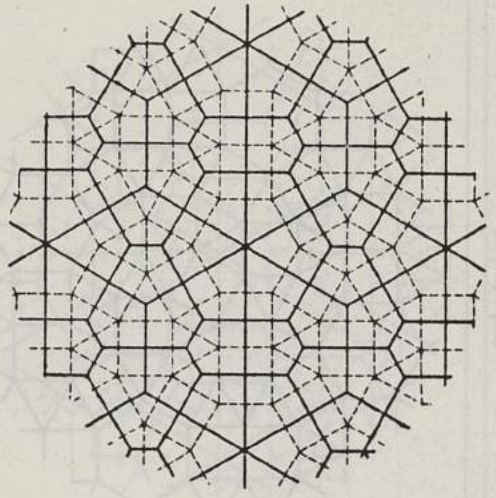


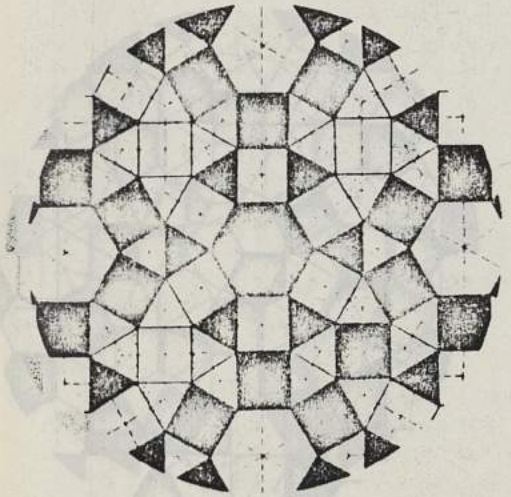


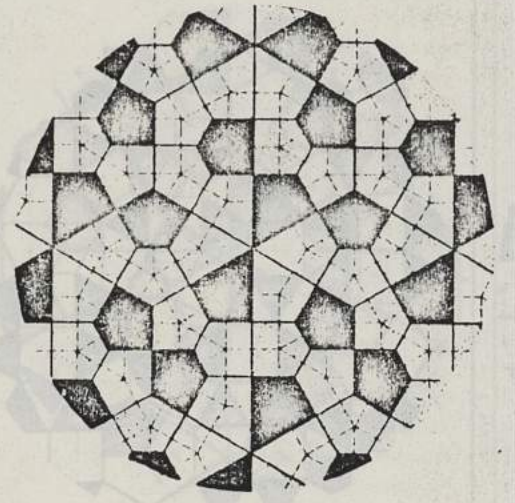
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
4 4 4 4

38



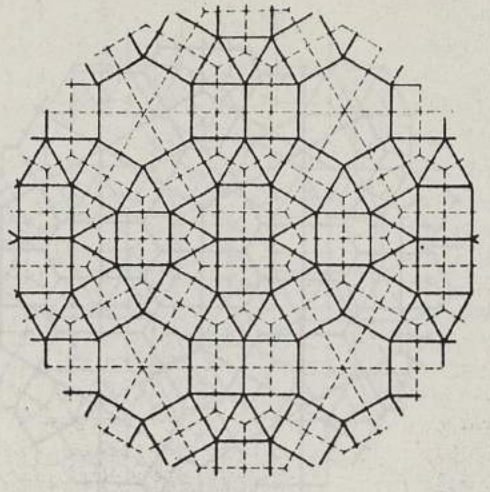


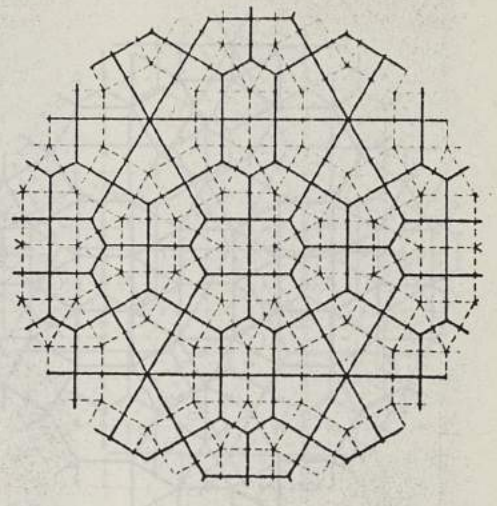


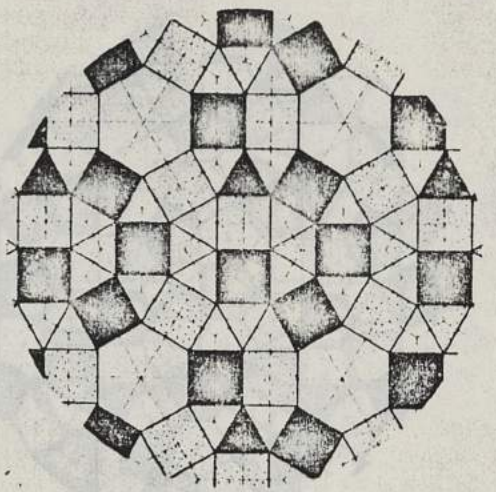


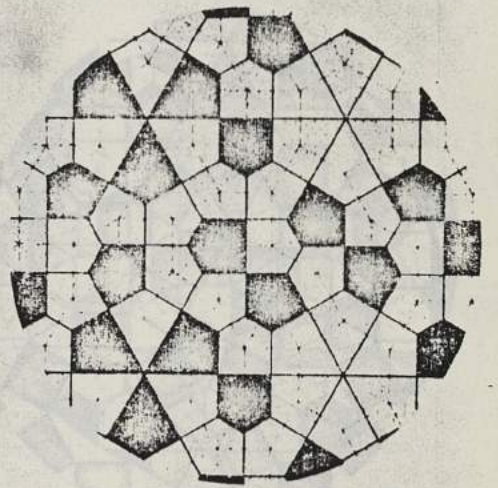
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

39



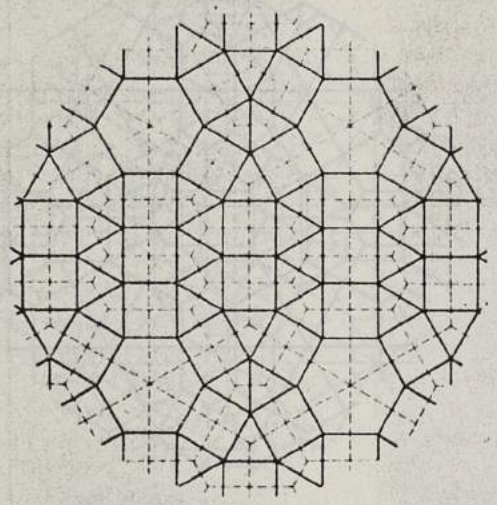


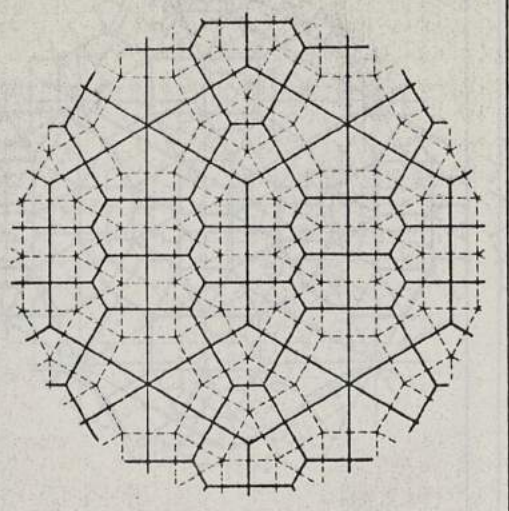


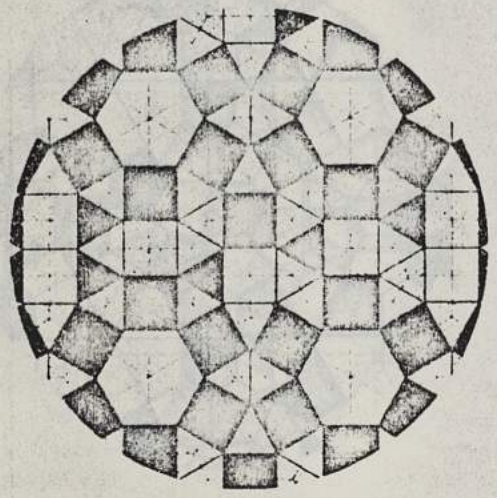


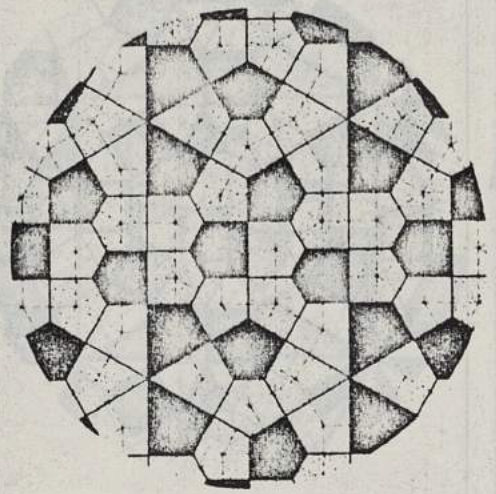
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

40



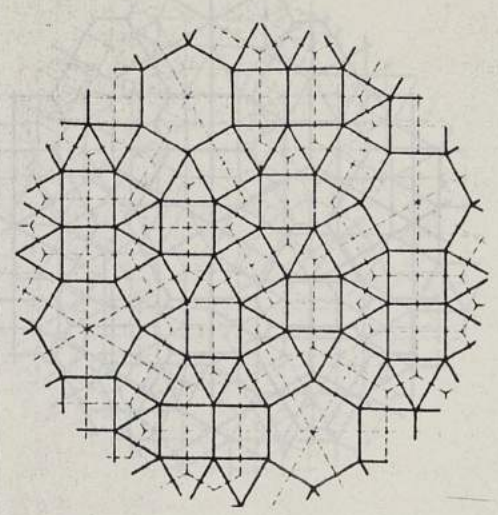


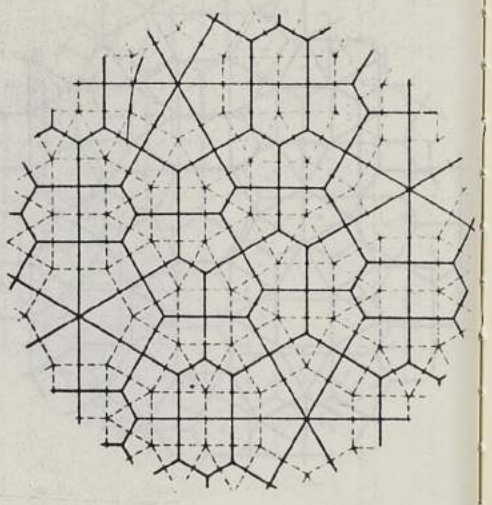


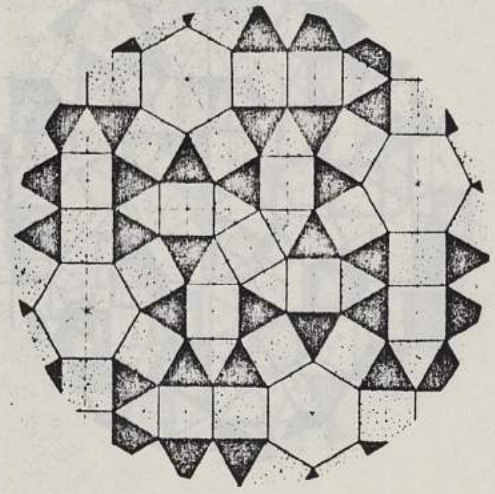


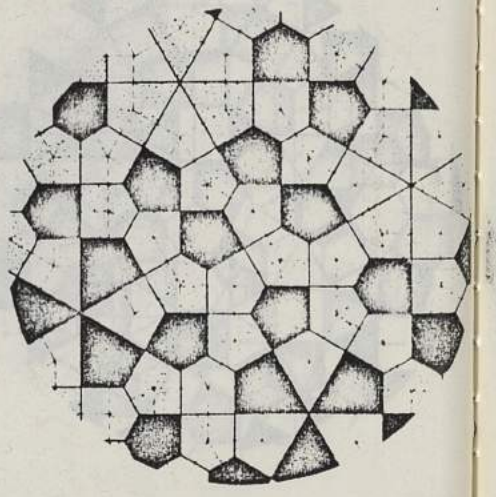
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4
5 4 6 4

41



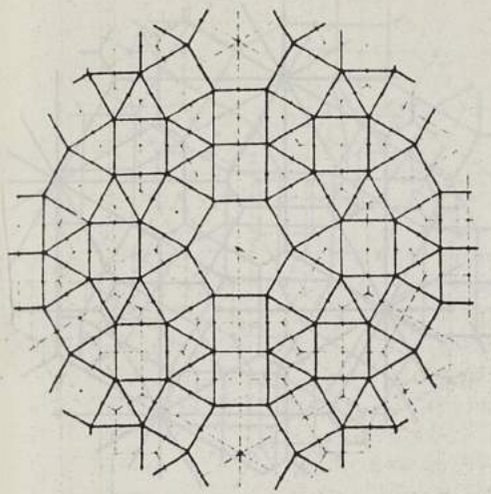


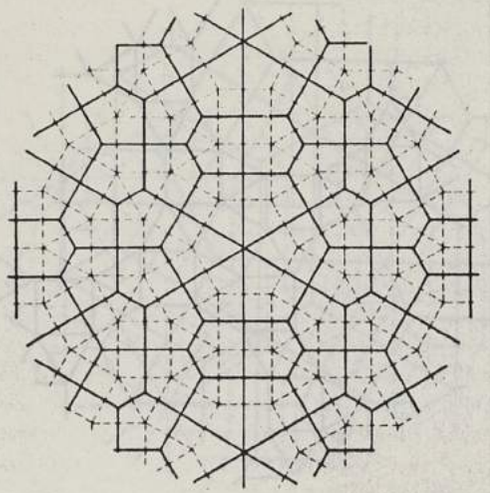


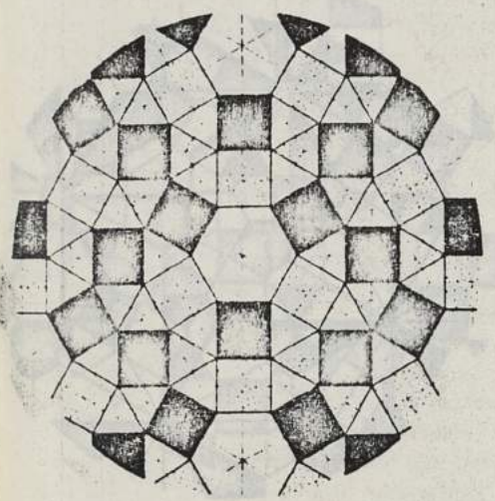


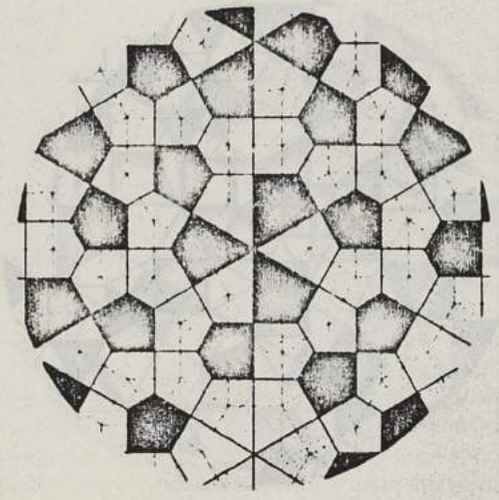
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4
5 4 6 4

42



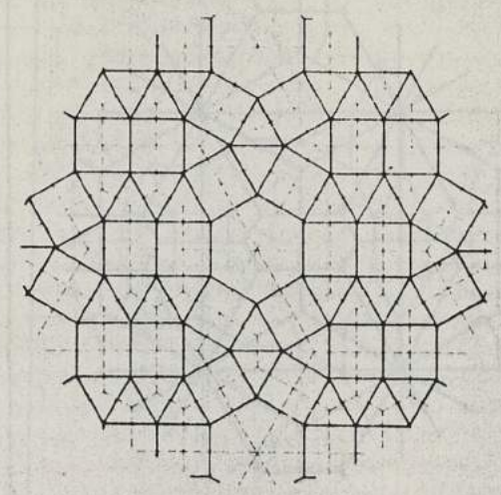


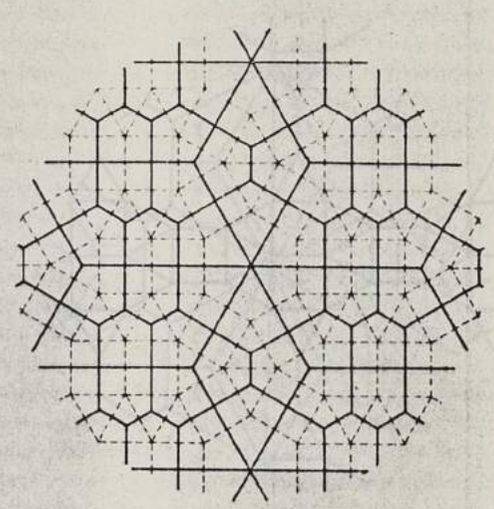


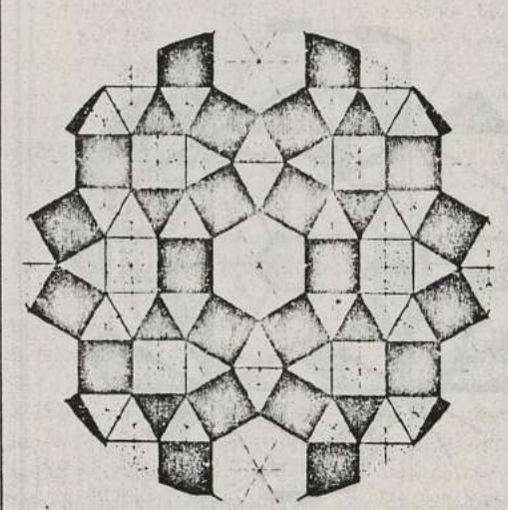


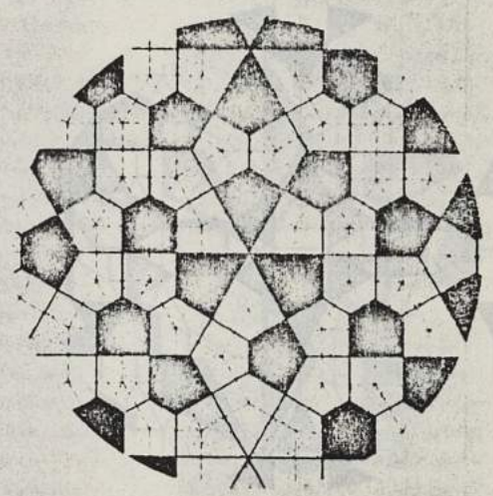
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

43



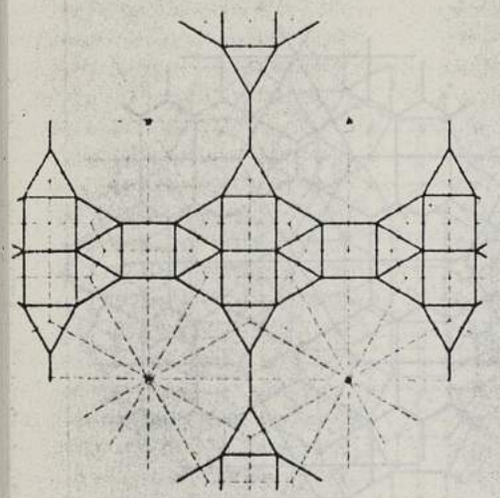


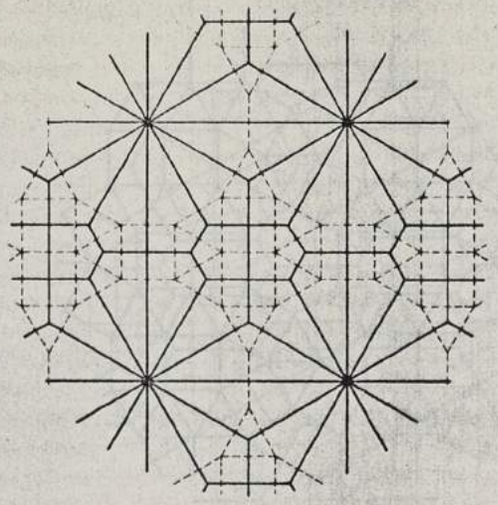


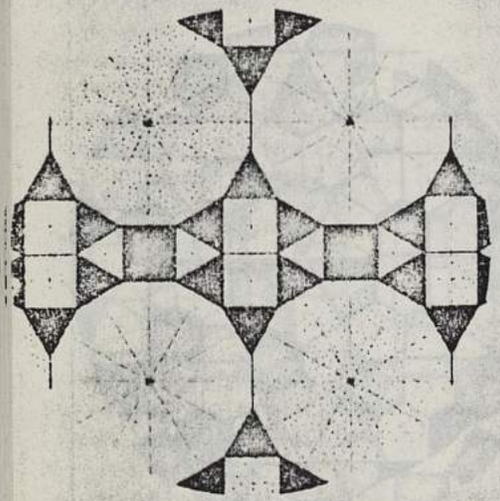


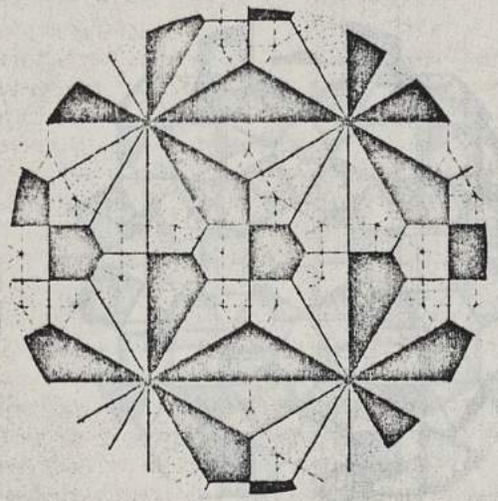
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

44



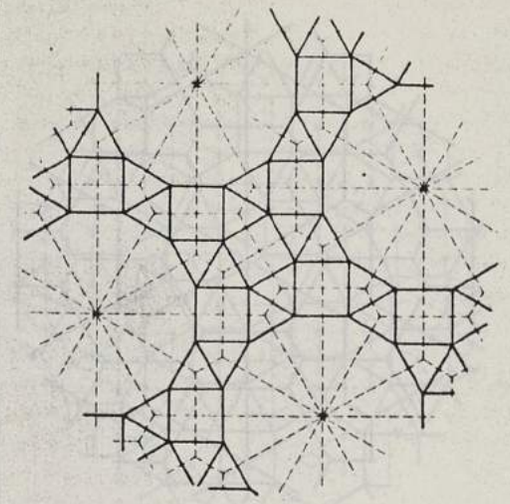


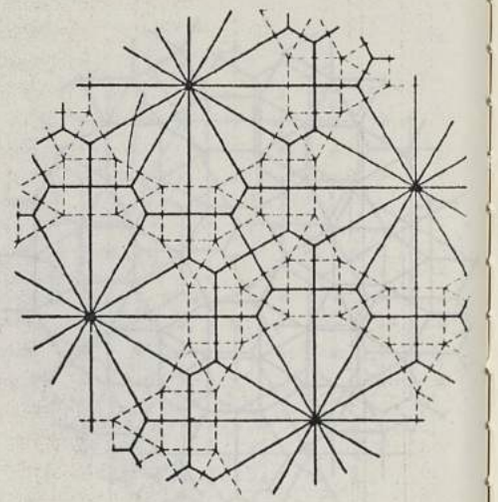


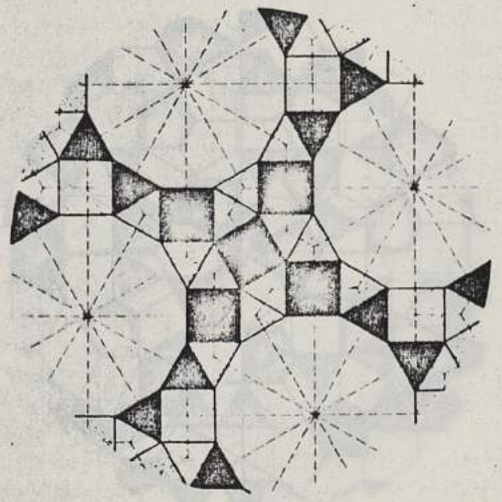


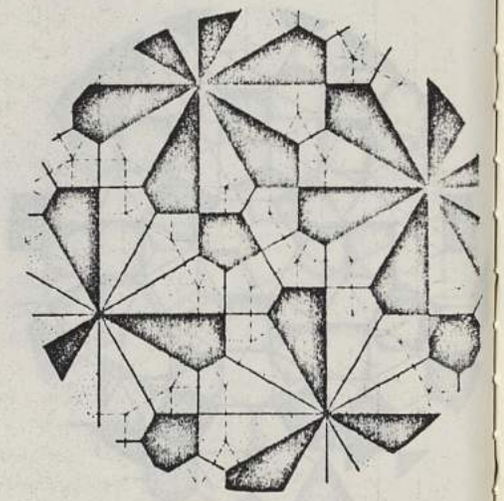
3 3 3 4 4
3 3 4 12
3 3 12 4
3 12 12

45



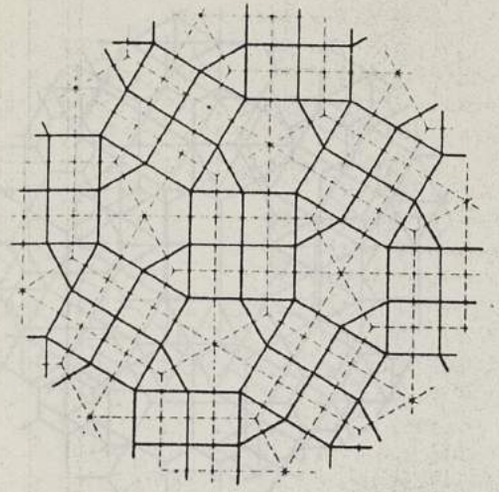


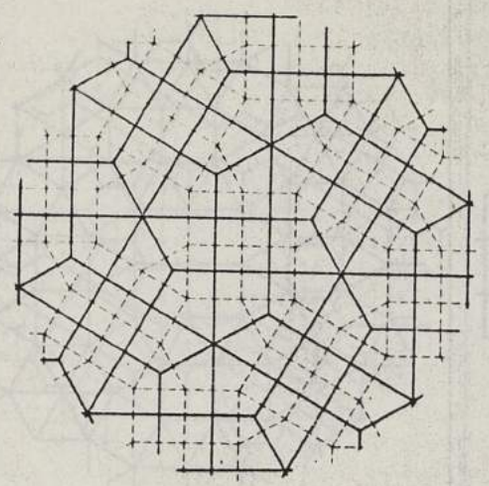


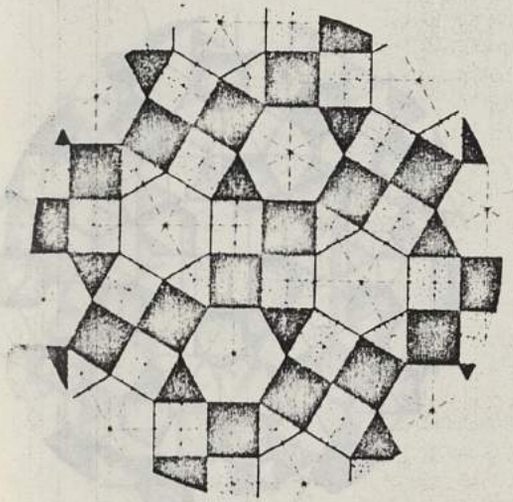


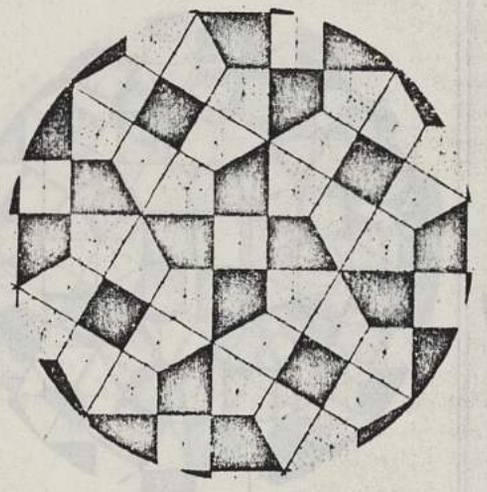
3 3 4 3 4
3 3 4 12
3 3 12 4
3 4 3 12

46



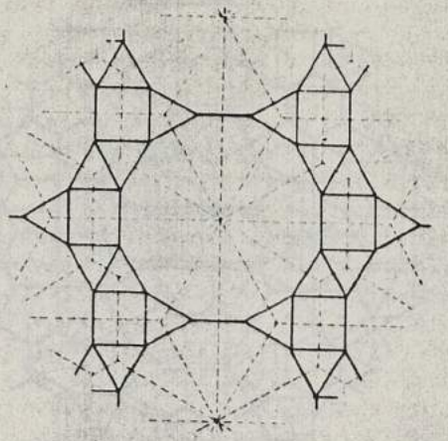


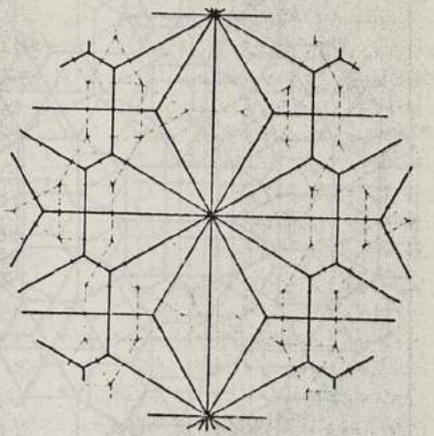


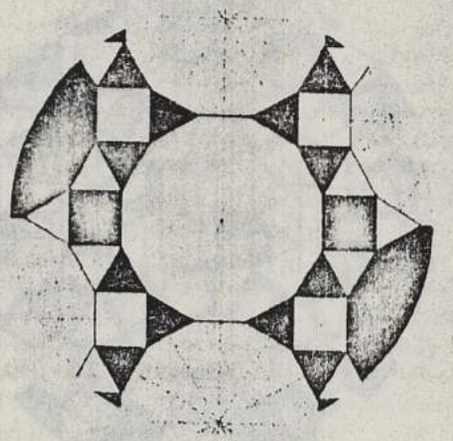


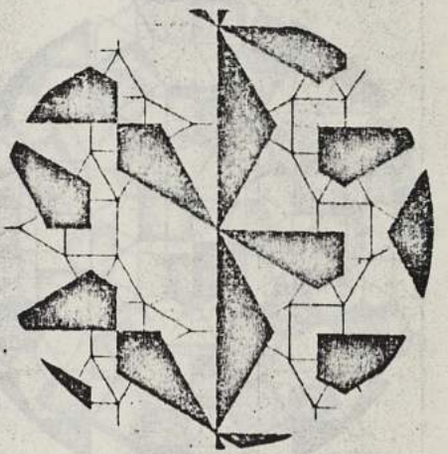
3 4 4 6
3 4 6 4
4 4 4 4

47



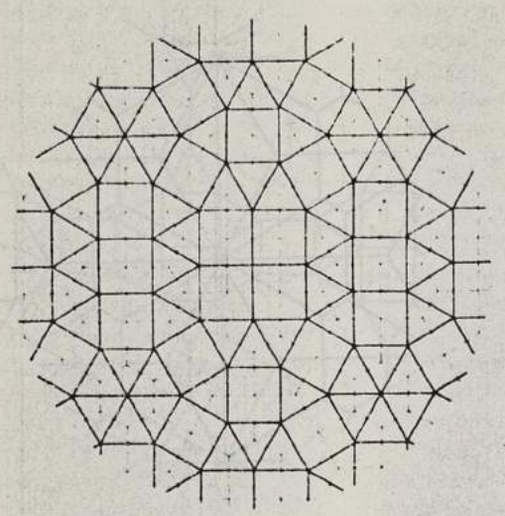


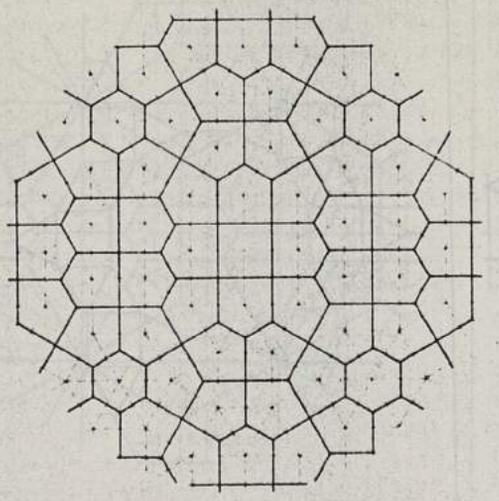


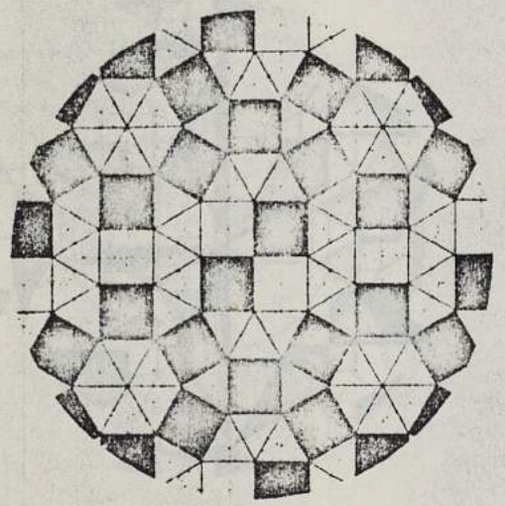


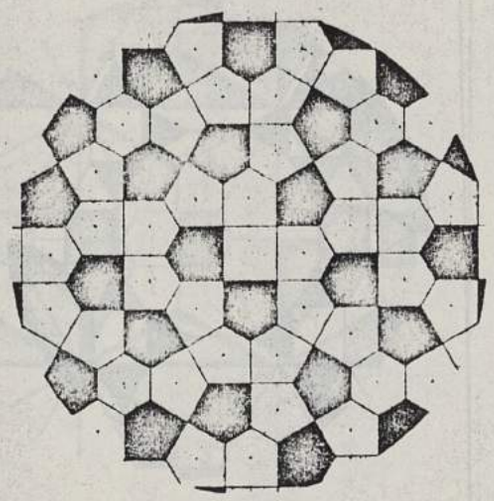
3 3 4 12
3 3 12 4
3 4 3 12
3 12 12

48



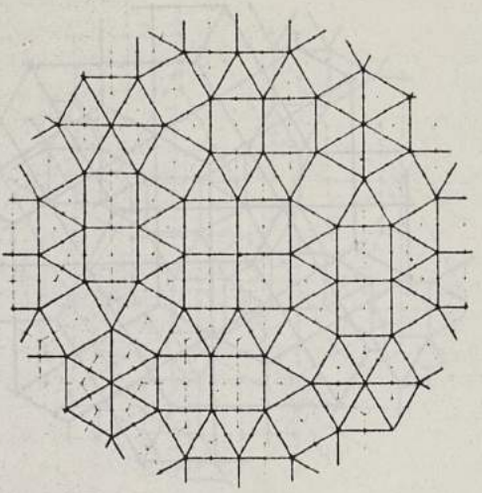


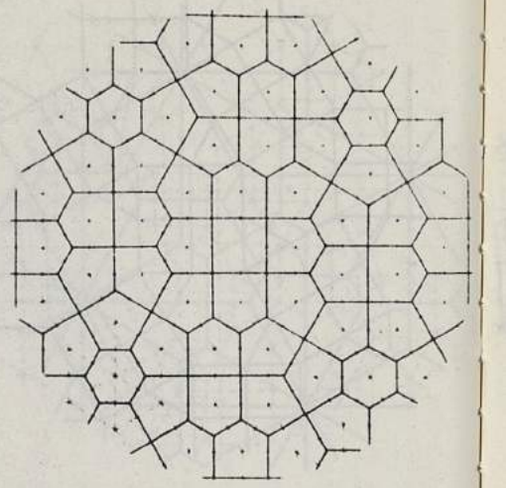


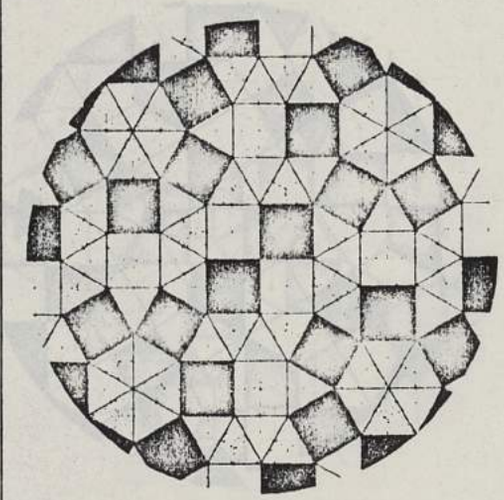


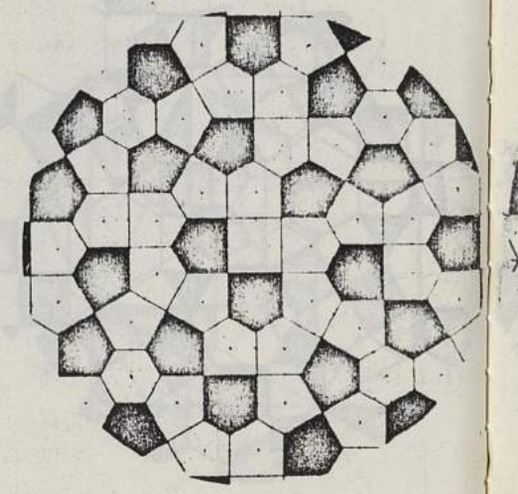
5 5 5 5 5 5
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4
4 4 4 4 4

49



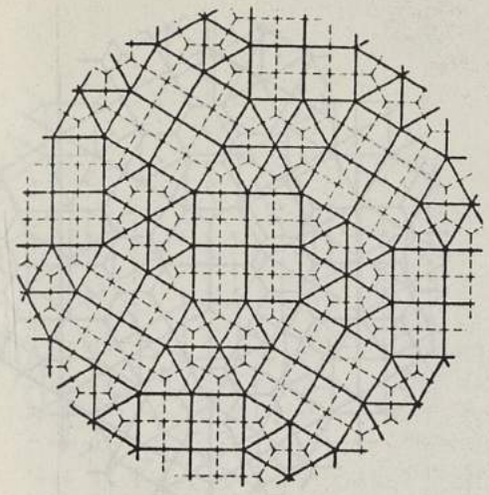


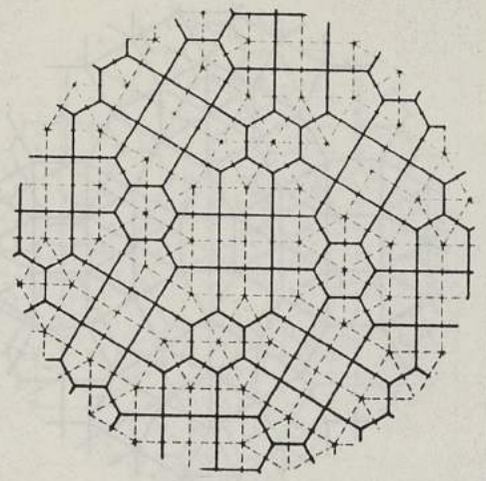


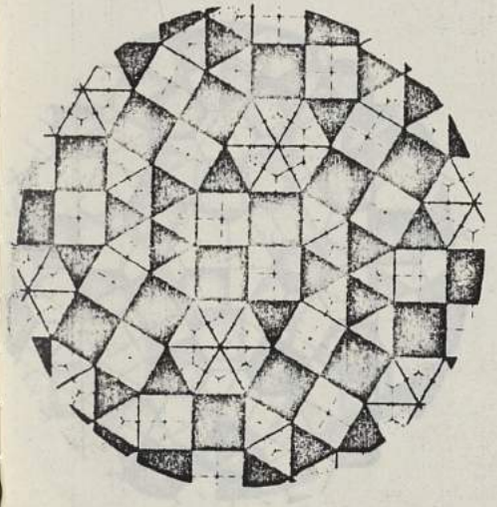


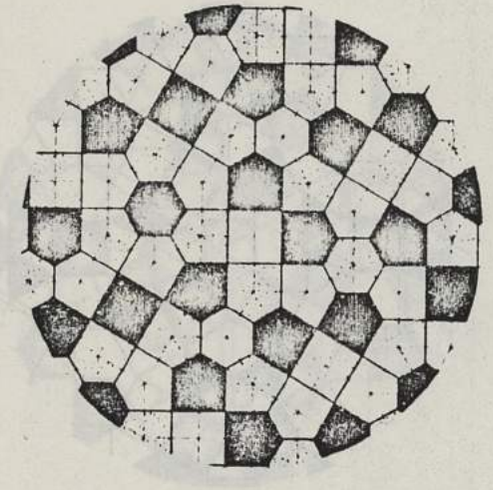
5 5 5 5 5 5
5 5 5 4 4
5 5 4 5 4
4 4 4 4 4

30



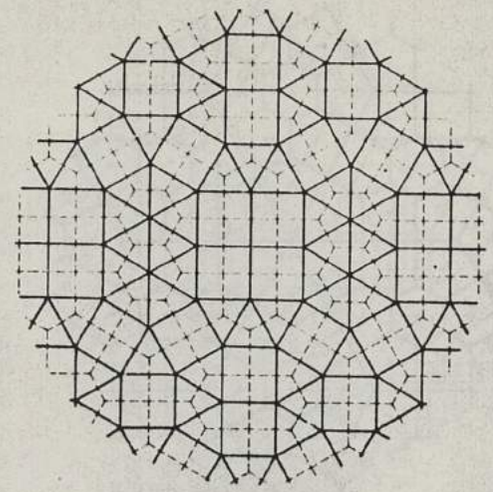


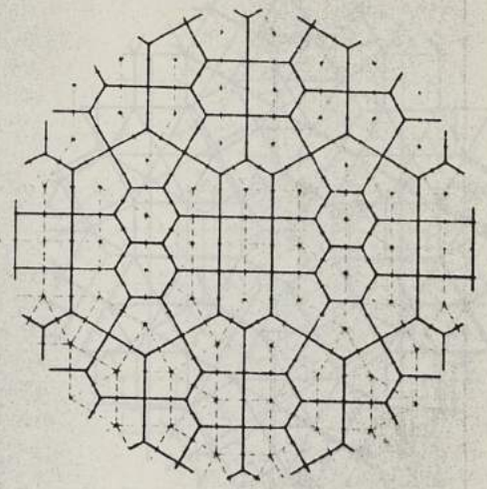


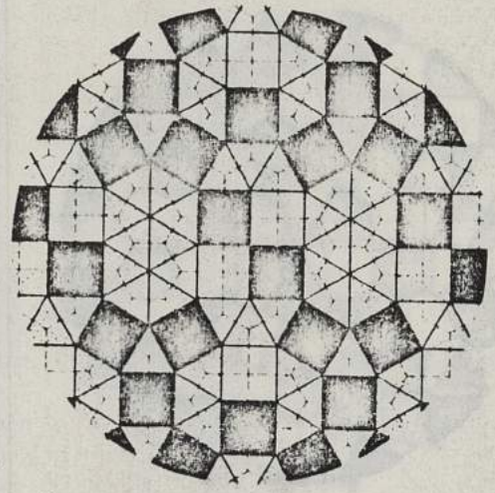


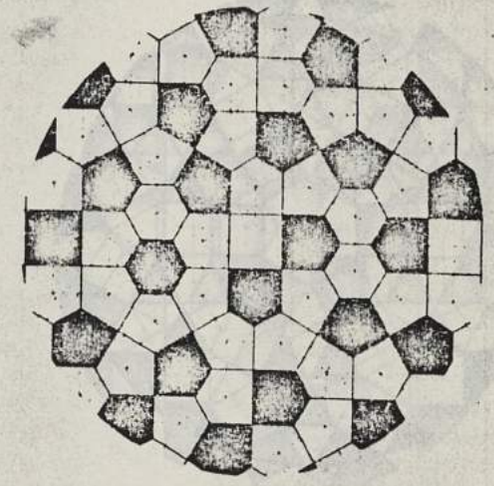
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
4 4 4 4

31



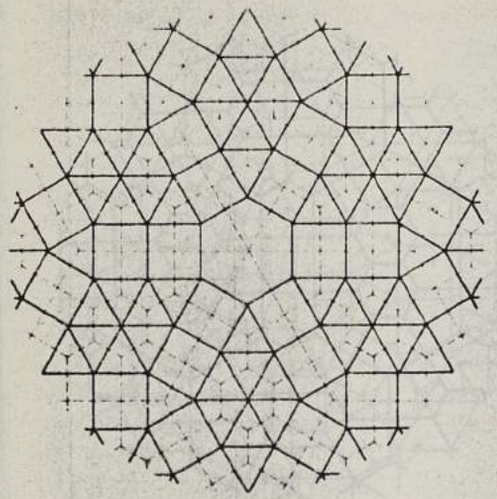


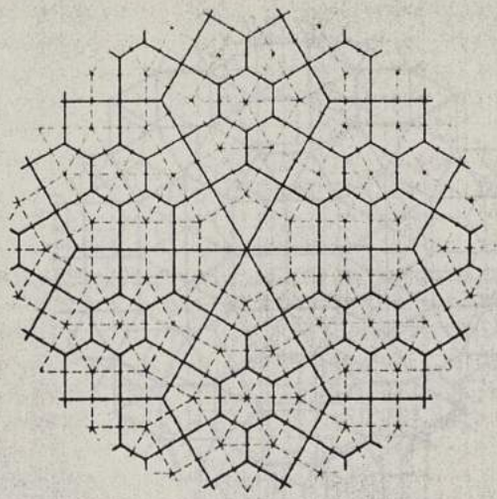


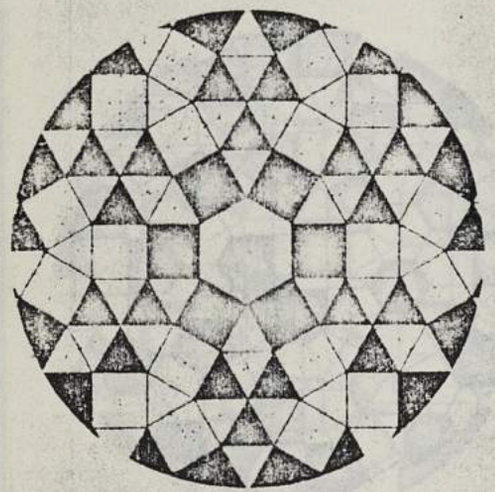


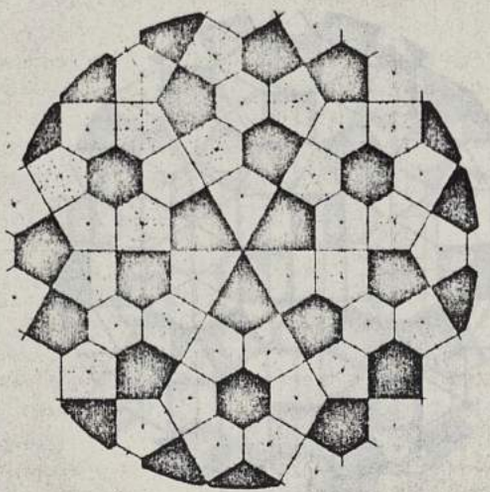
3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
4 4 4 4

32



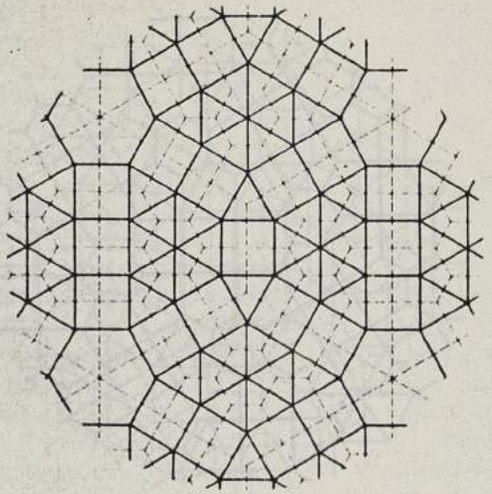


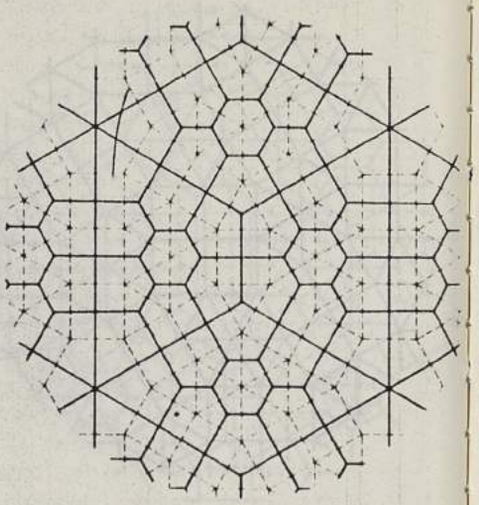


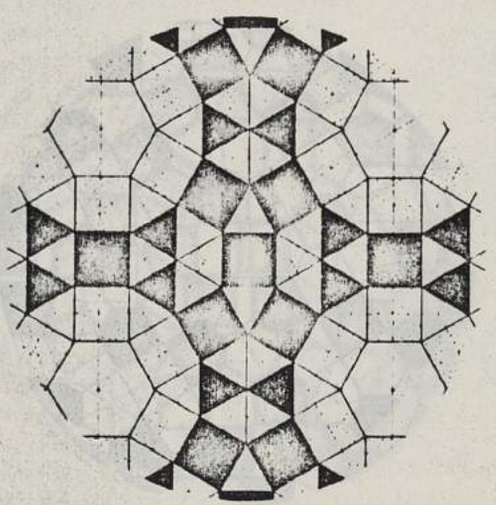


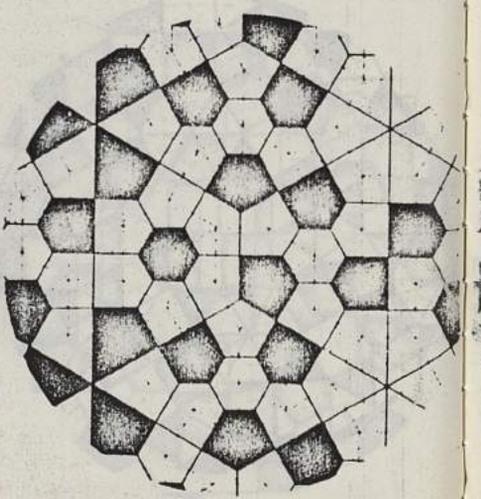
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

33



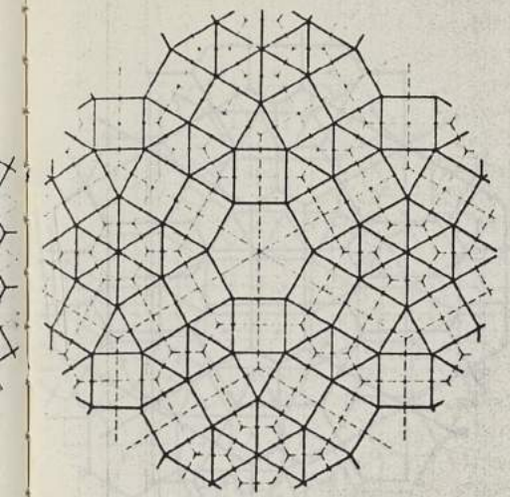


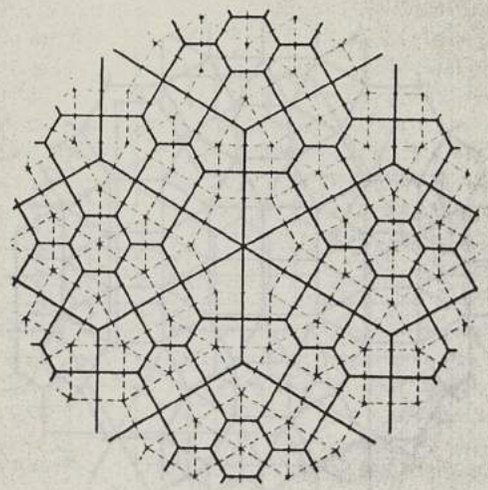


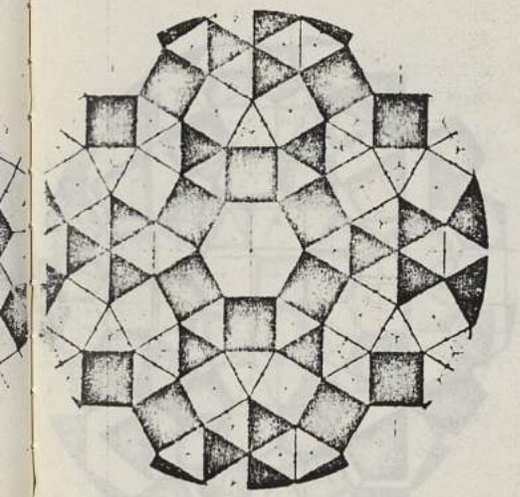


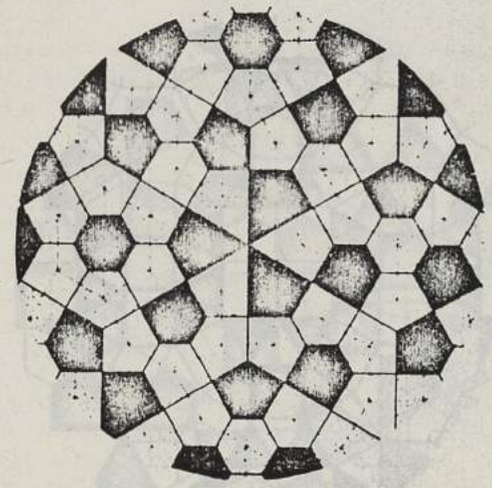
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4

34



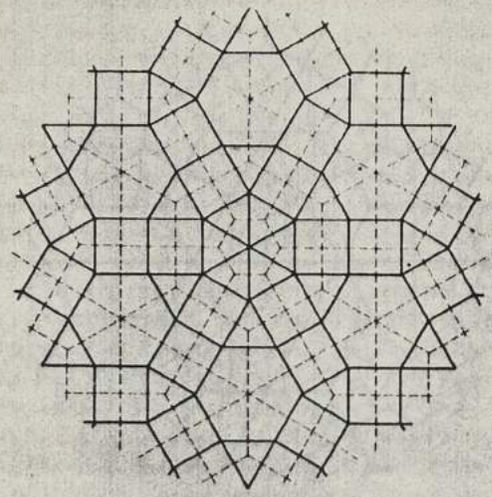


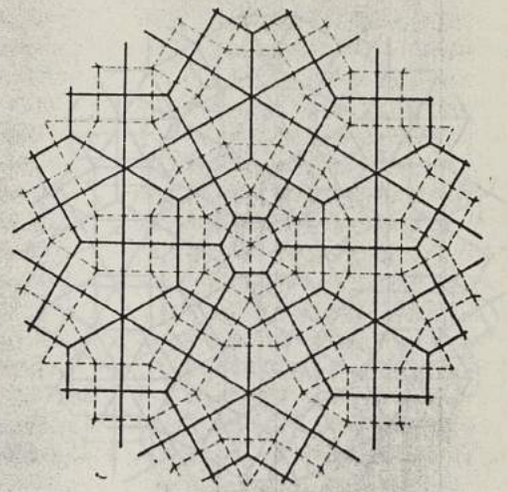


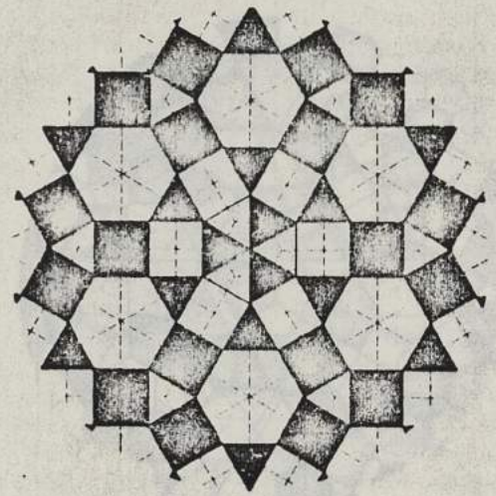


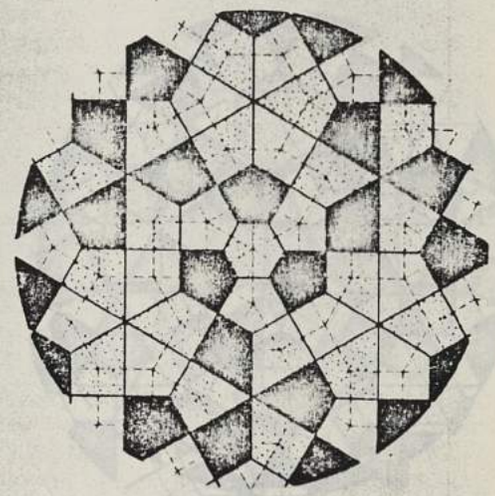
3.3.3.3.3.3
3.3.3.4.4
3.3.4.3.4
3.4.6.4

35



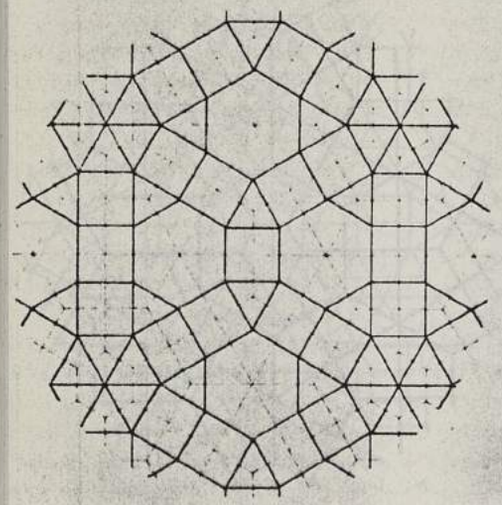


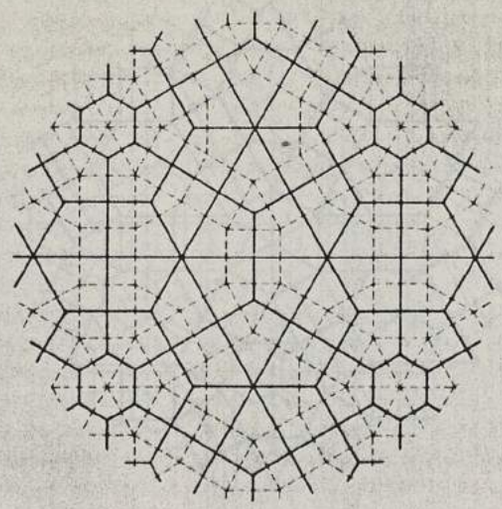


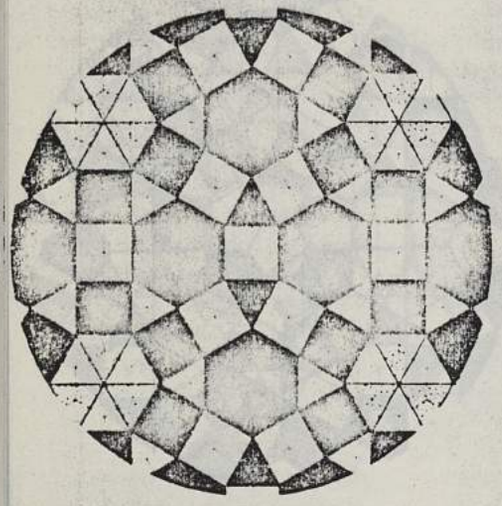


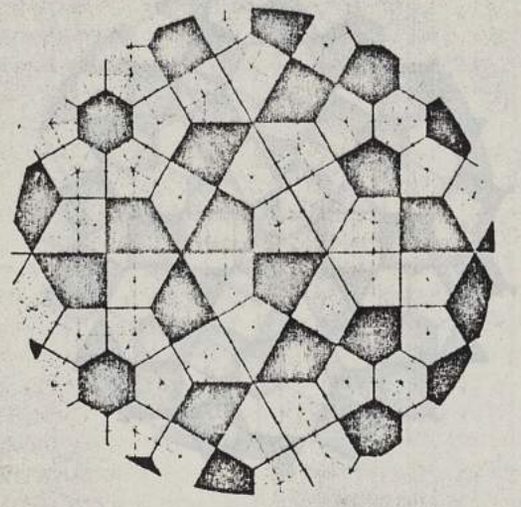
3.3.3.3.3.3
3.3.4.3.4
3.4.4.6
3.4.6.4

56





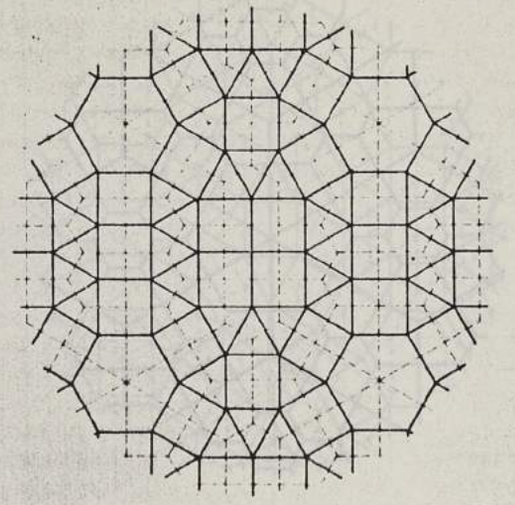


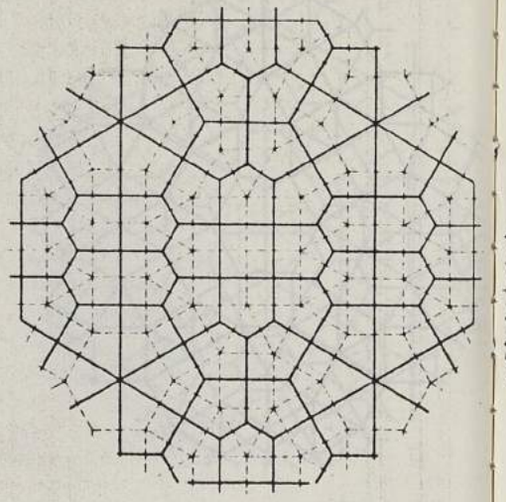


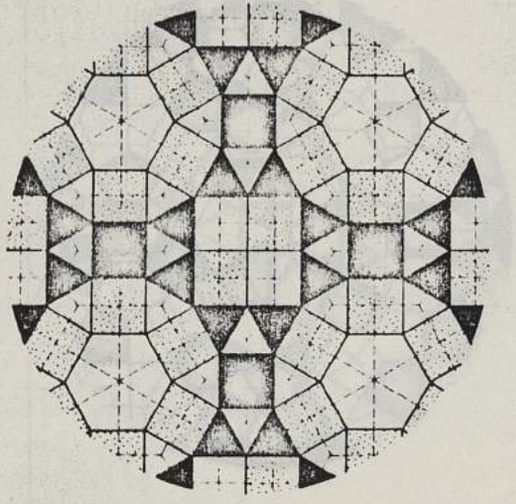
3 3 3 3 3 3

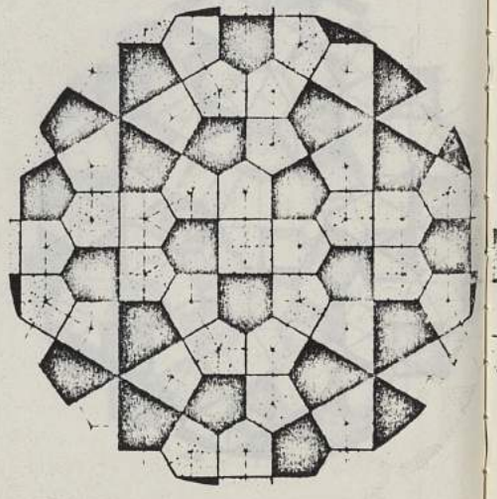
3 3 4 3 4
3 4 4 6
3 4 6 4

57



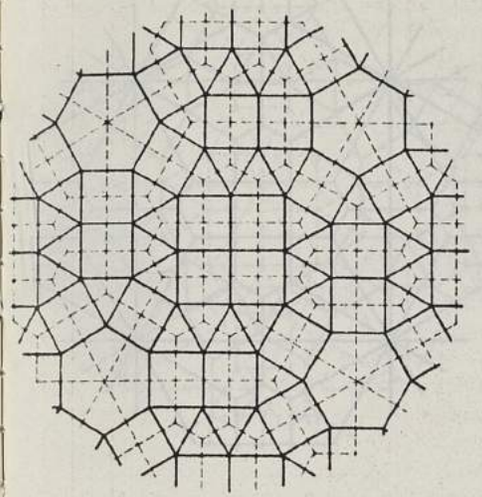


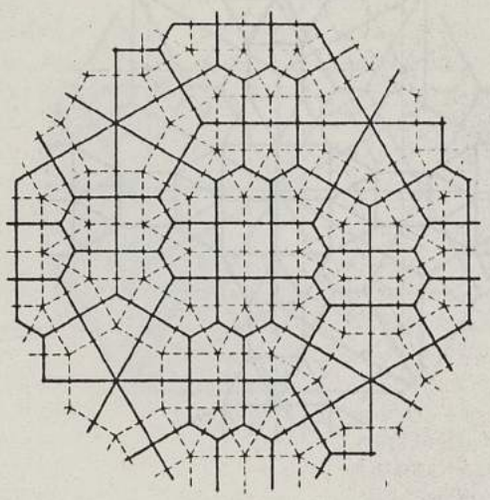


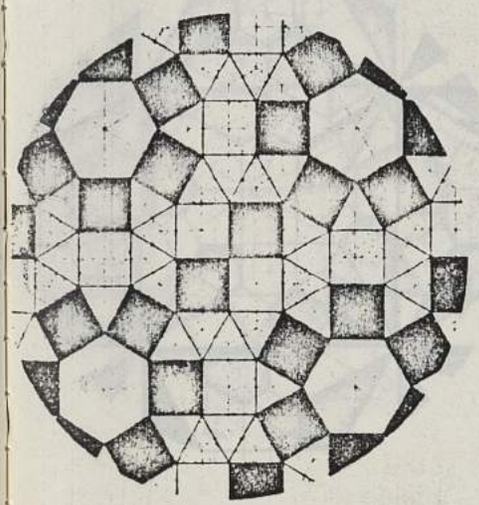


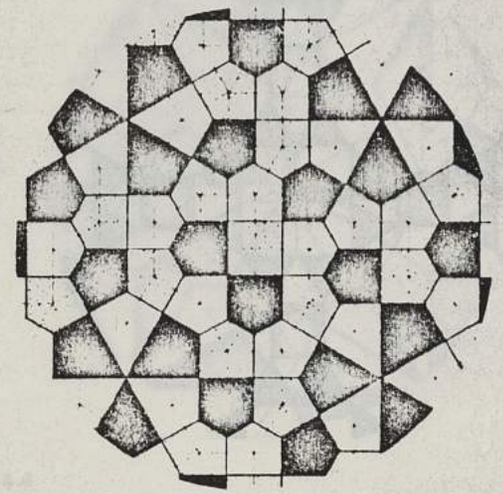
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
4 4 4 4
3 4 6 4

38



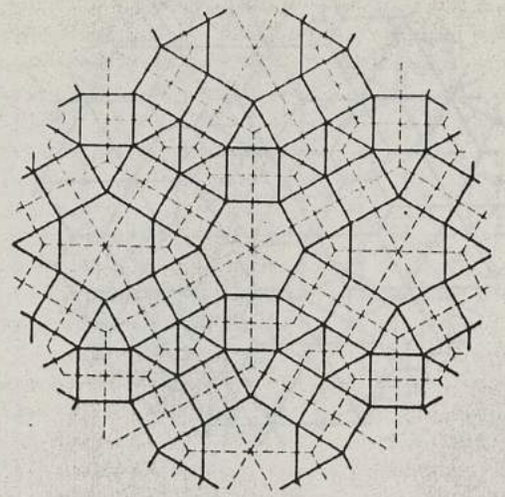


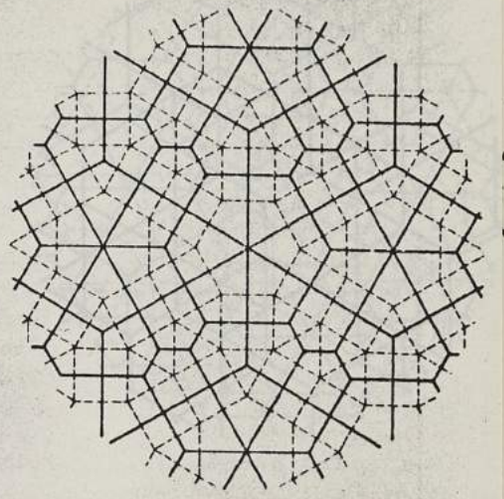


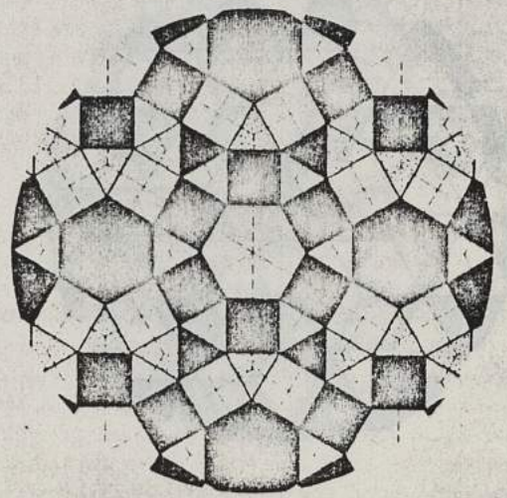


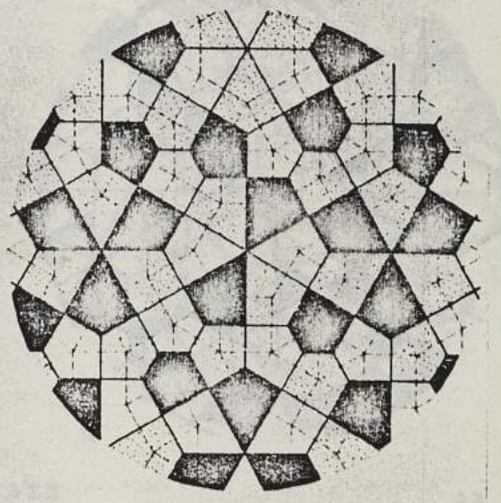
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
4 4 4 4
3 4 6 4

39



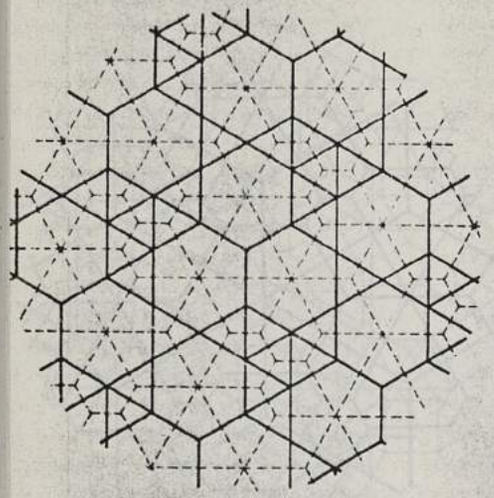


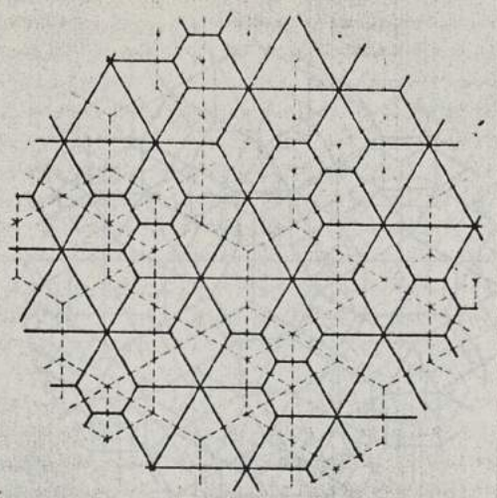


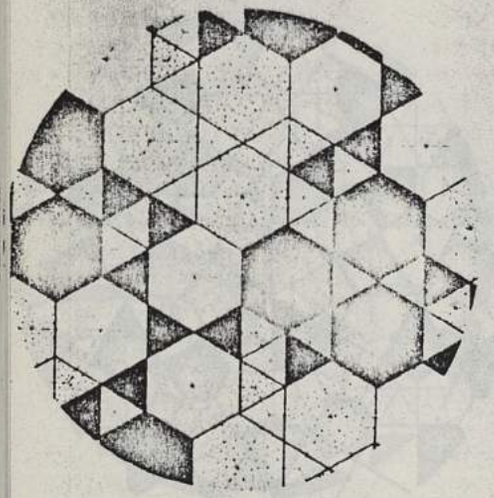


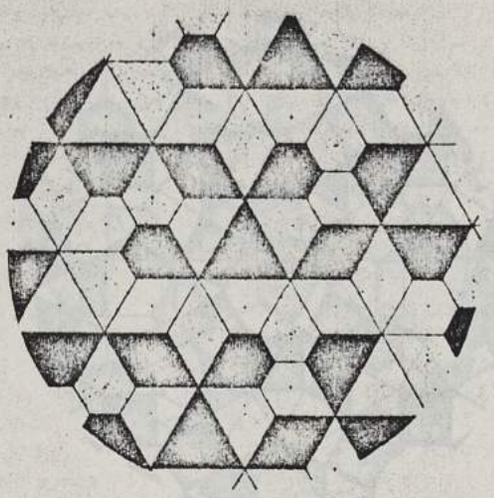
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 4 6
3 4 6 4

60



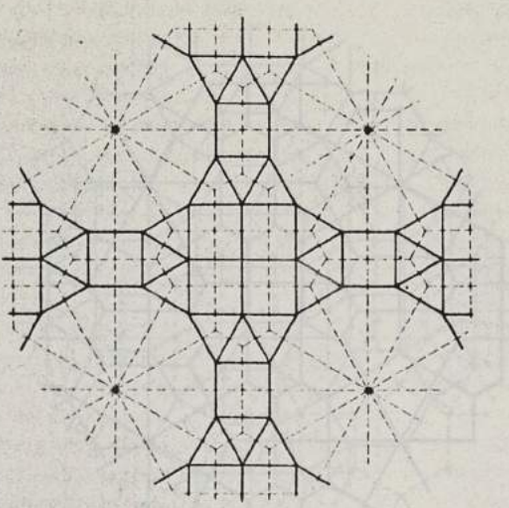


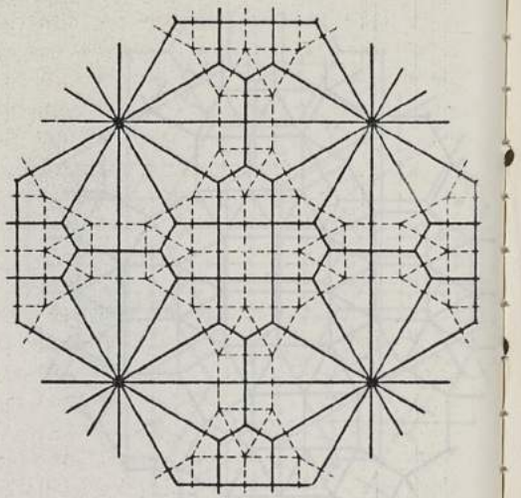


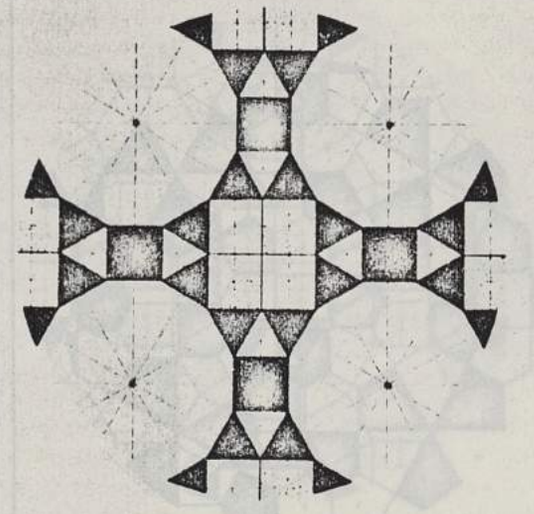


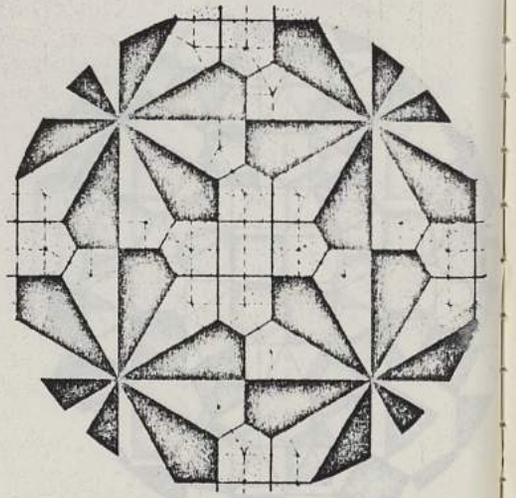
3 3 3 3 6
3 3 6 6
3 6 3 6
6 6 6

61



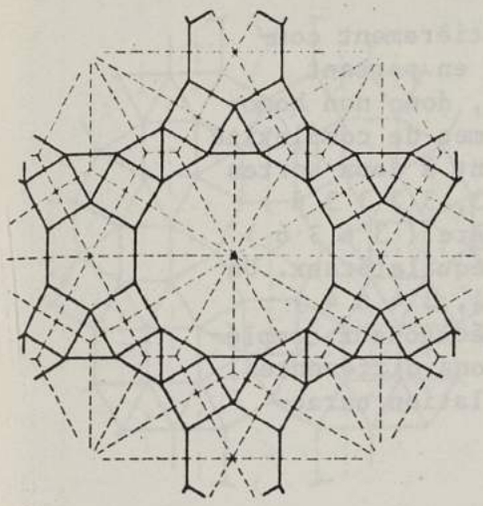


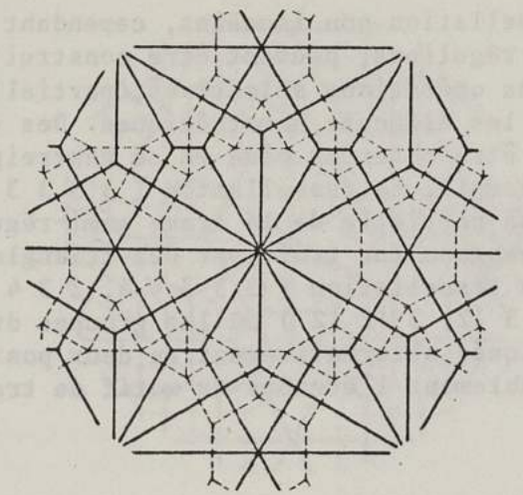


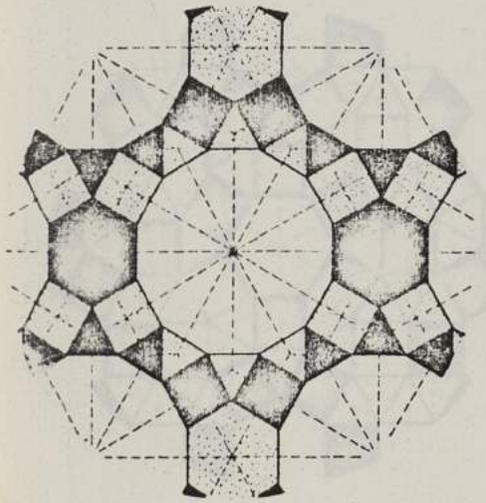


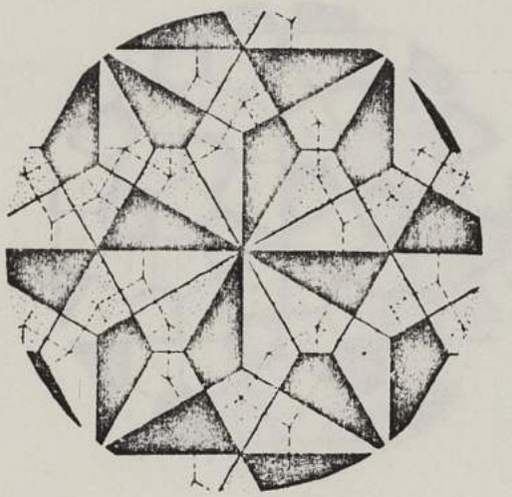
3 3 3 4 4
4 4 4 4
3 3 4 12
3 4 3 12

62



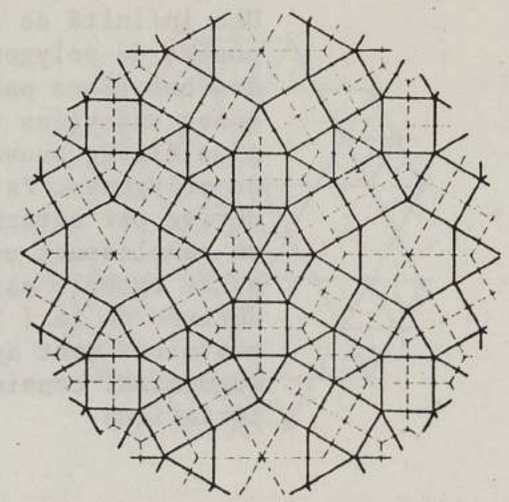


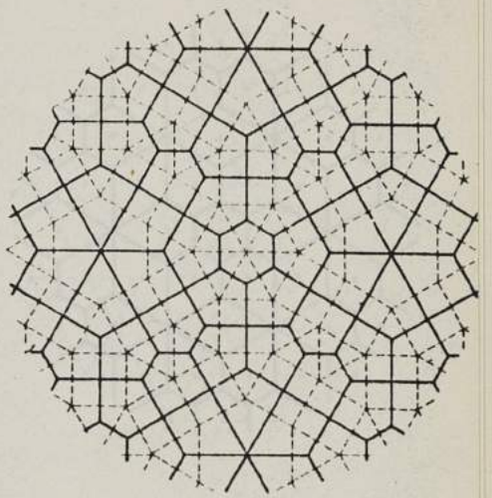


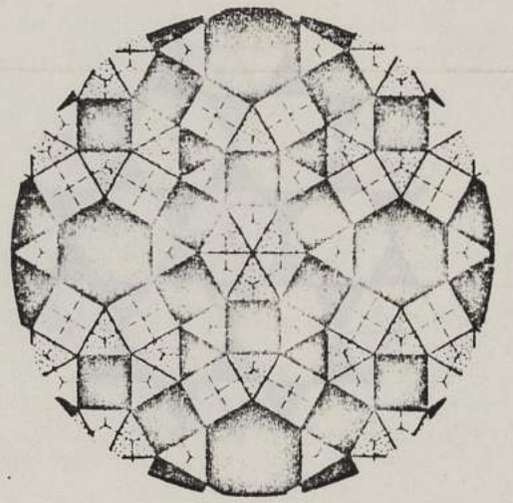


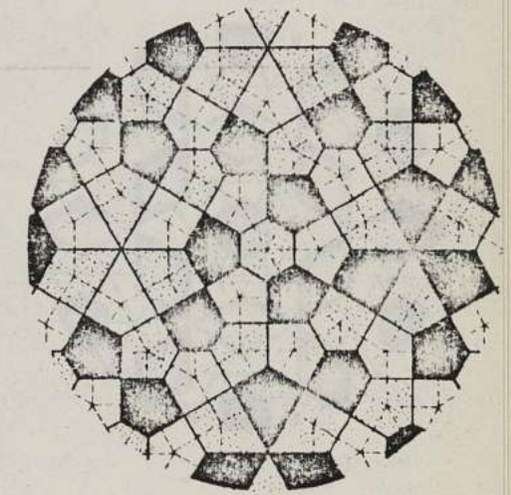
3 4 6 4
3 3 4 12
3 4 3 12
3 3 12 4
4 6 12

63





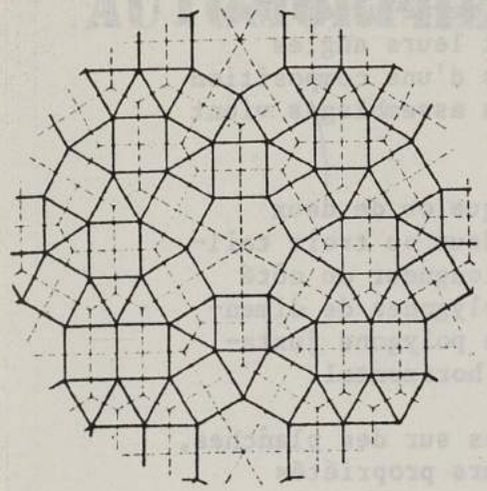


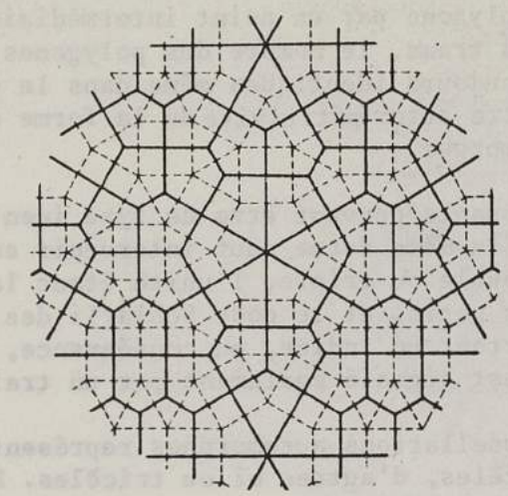


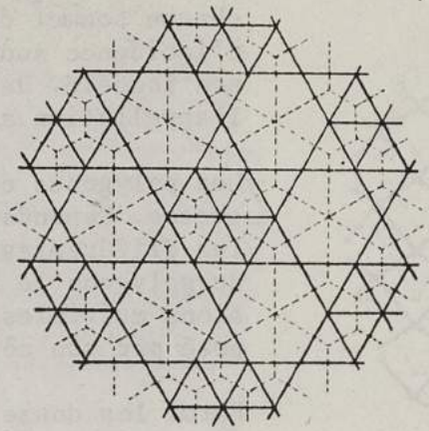
3 3 3 3 3 3
3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 4 6
3 4 6 4

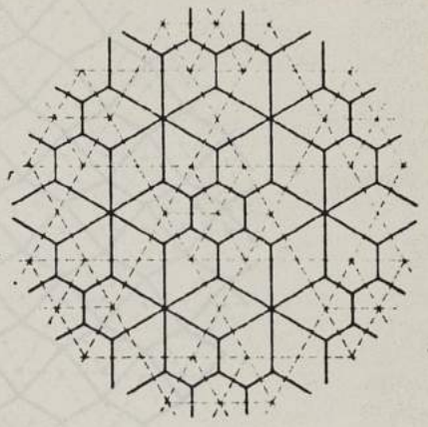
TESSELLATIONS NON HOMOGENES

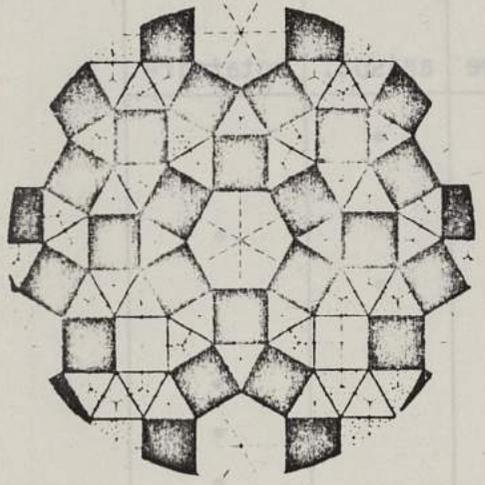
Une infinité de tessellation non isocèles, cependant entièrement composées de polygones réguliers, peuvent être construites en partant des homogènes par des opérations sélectives, partielles, donc non homogènes exécutées sur les éléments homothétiques. Des trames de complexité plus élevée peuvent être obtenues même en se restreignant à deux sortes de polygones. Par exemple, la tessellation (3 3 3 3 3 3, 3 3 3 3 6) dérive par saturation partielle de la trame semi-régulière (3 6 3 6) en remplissant un hexagone sur trois par des triangles équilatéraux. Un autre exemple est la tessellation (3 3 3 4 4, 3 3 4 3 4, 3 4 6 4) dérivée de la (3 4 3 12, 3 12 12) où les groupes duodécagonaux complémentaires sont appliqués alternativement en deux positions différentes, augmentant considérablement l'étendue du motif de translation caractéristique.

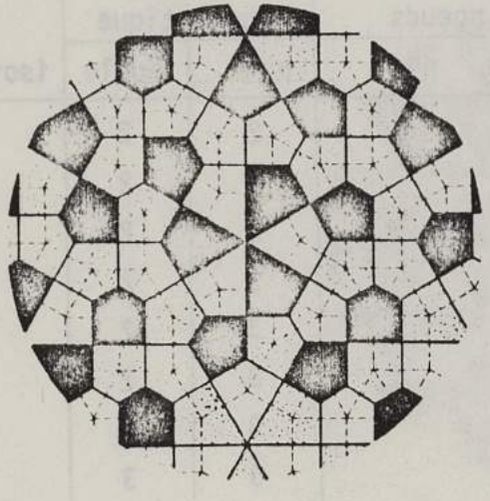




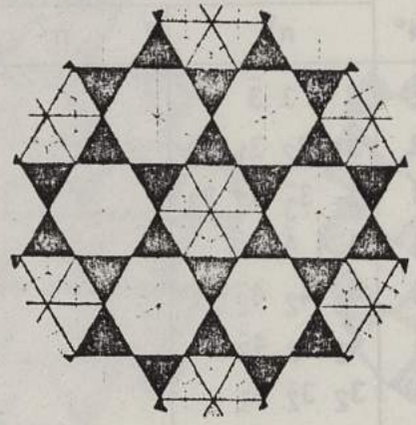


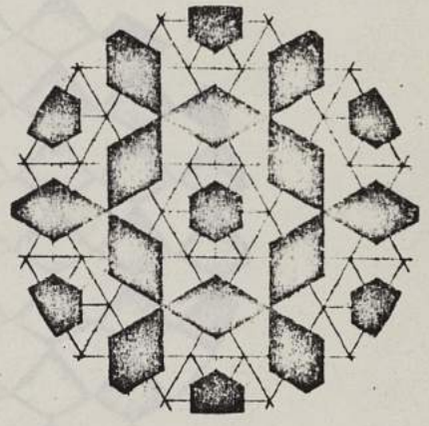






3 3 3 4 4
3 3 4 3 4
3 4 6 4





3 3 3 3 3 3
3 3 3 3 6

TESSELLATIONS AUTOMORPHES

Les tessellations automorphes sont composées d'assemblages semi-polaires où les polygones, triangles, carrés et hexagones uniquement, sont juxtaposés à un autre polygone par un point intermédiaire de celui-ci. Dans chaque sommet de la trame, le nombre des polygones et leurs angles d'incidence sont toujours identiques même dans le cas d'une composition non isocèle. De cette autorépétitivité de la forme des assemblages vient l'appellation automorphe.

Les polygones composants peuvent être de type identique ou de deux sortes. Cependant, la même forme peut intervenir en deux ou trois tailles différentes: double ou triple, l'unité étant la longueur du côté du polygone le plus petit, et le code Schläfli des polygones de dimensions multiples portent un indice, en conséquence, le polygone juxtaposé par son côté est signalé également par un trait horizontal.

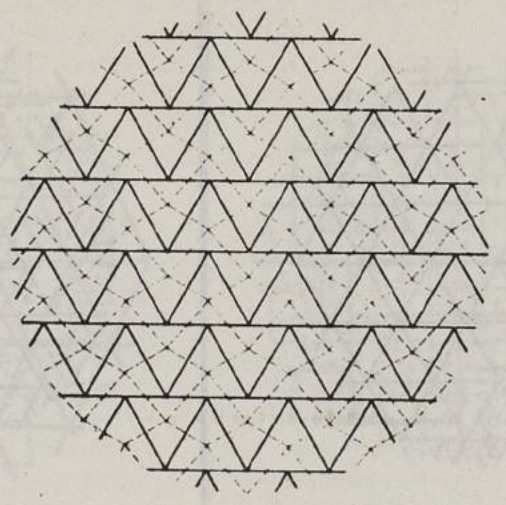
Parmi les douze tessellations automorphes représentées sur des planches, certaines sont isocèles, d'autres bi ou tricèles. Leurs propriétés sont résumées dans le tableau 7.

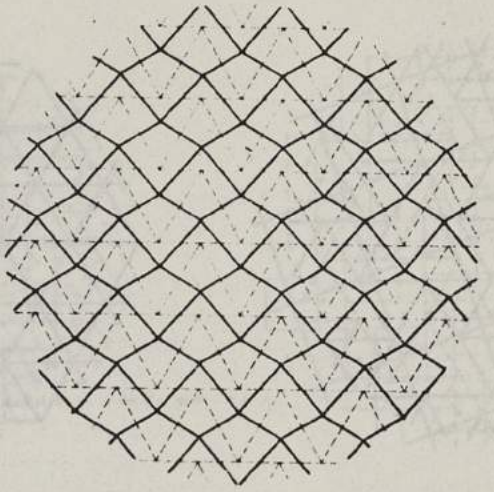
TABLEAU 7 TESSELLATIONS AUTOMORPHES

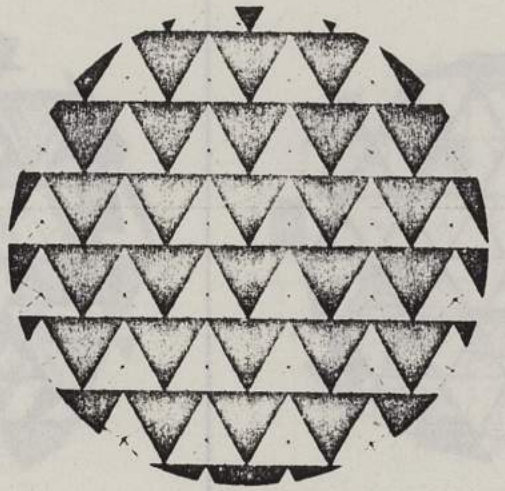
N°	code Schläfli des noeuds			nombre chromatique		isotrope	anisot.	rotatoire
	n^1	n^2	n^3	prim.	duale			
1	$3\ 3\ 3\ \bar{3}$			2	2		•	
2	$3_1\ 3_2\ 3_1\ 3_{\bar{2}}$			2	2	•		
3	$3_1\ 3_{\bar{3}}\ 3_2\ 3_3$			2	2			•
4	$4\ 4\ \bar{4}$			3	2		•	
5	$4_1\ 4_2\ 4_{\bar{2}}$			3	2			•
6	$4_1\ 4_3\ 4_{\bar{3}}$			3	2			•
7	$3_2\ 3_{\bar{2}}\ 6_1$			3	2			•
8	$3_1\ 6_2\ 6_{\bar{2}}$			3	3			•
9	$4_1\ 4_2\ 4_{\bar{2}}$	$4_2\ 4_2\ 4_{\bar{2}}$		4	3			•
10	$4_1\ 4_1\ 4_{\bar{3}}$	$4_1\ 4_2\ 4_{\bar{3}}$		3	3			•
11	$3_2\ 3_{\bar{2}}\ 6_1$	$3_2\ 3_{\bar{2}}\ 3_2$	$3_2\ 6_2\ 6_{\bar{2}}$	4	3			•

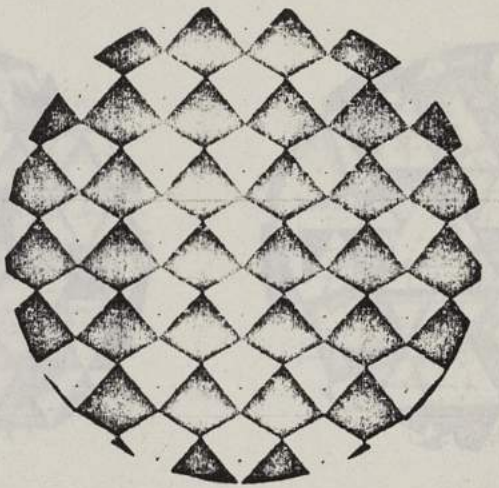
TESSELATIONS AUTOMORPHES

1



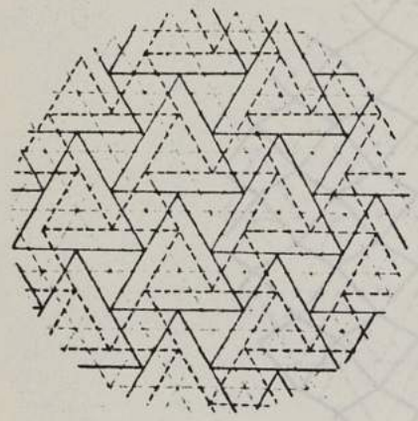


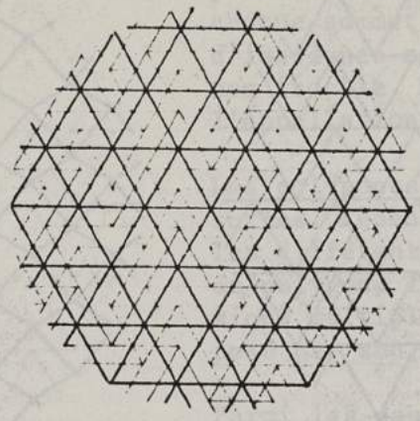




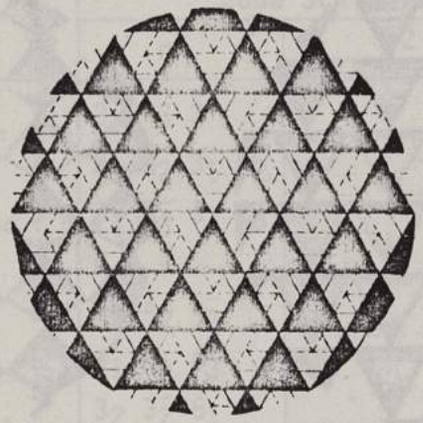
3535

2



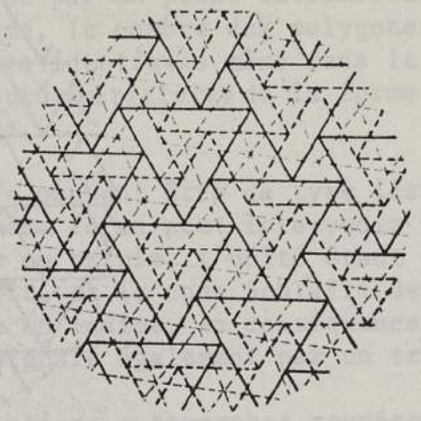


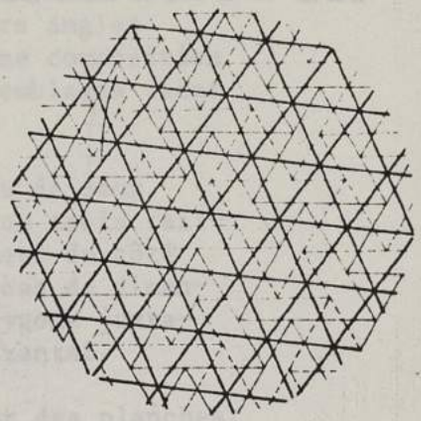


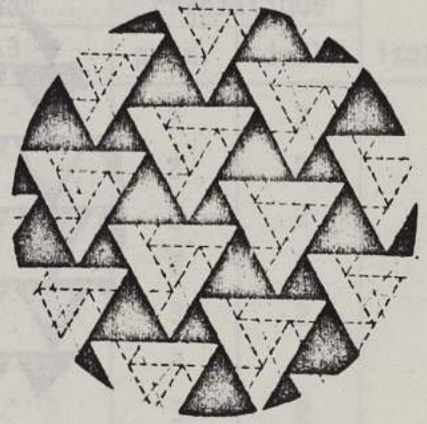


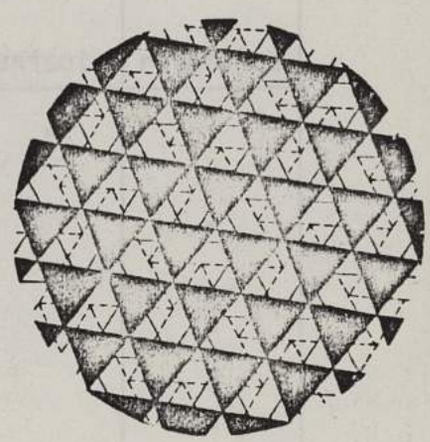
$\bar{3}_1\ \bar{3}_2\ \bar{3}_1\ \bar{3}_2$

3



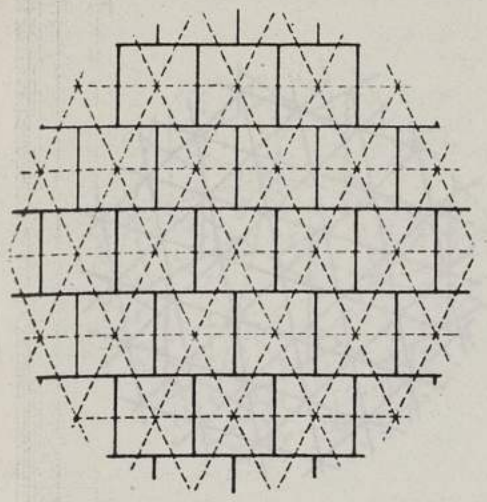


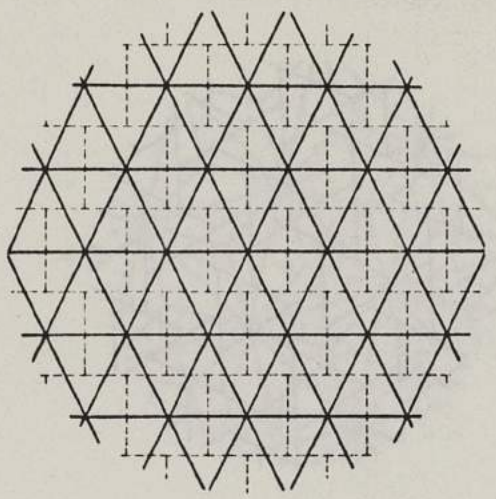


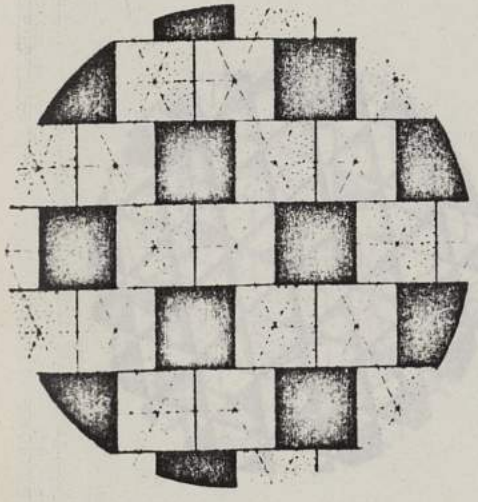


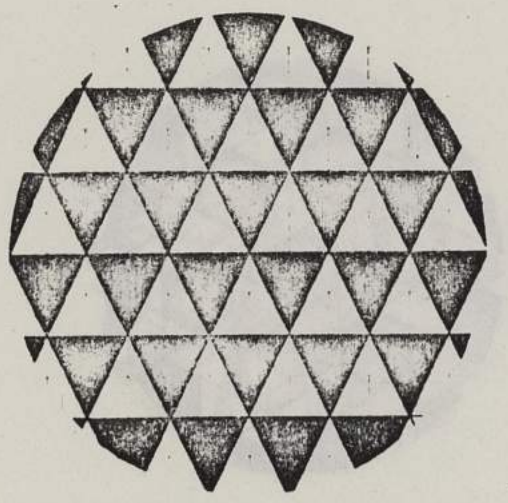
$\bar{3}_1\ \bar{3}_2\ \bar{3}_2\ \bar{3}_2$

4



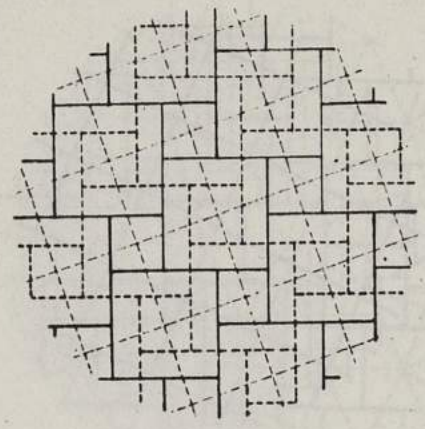


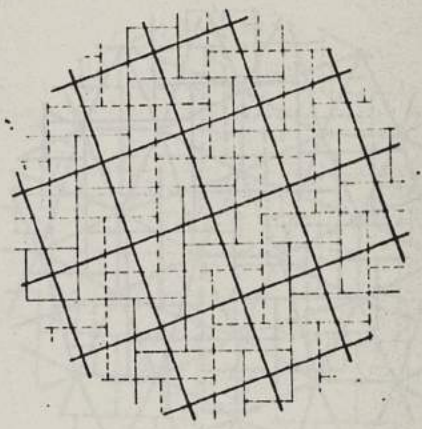


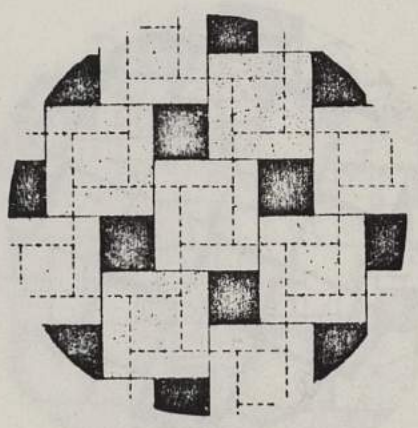


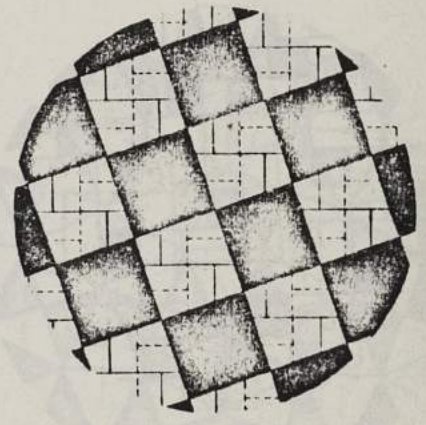
$4\,4\,\bar{4}$

5



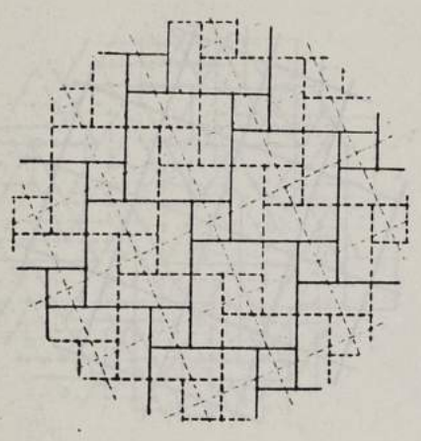


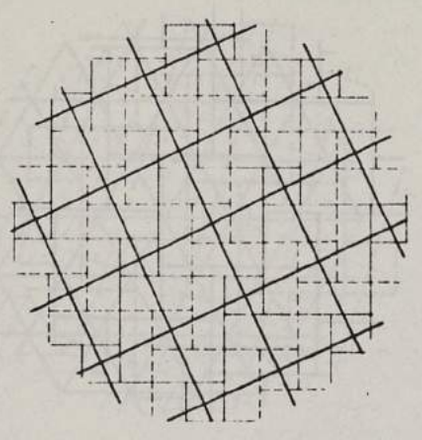


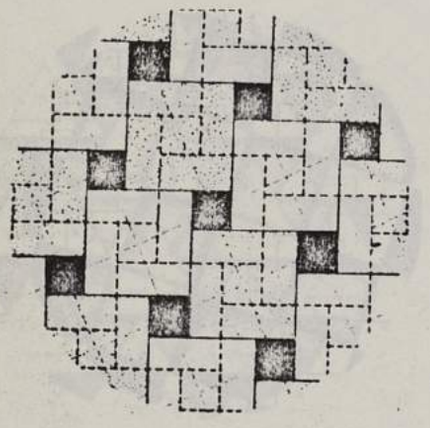


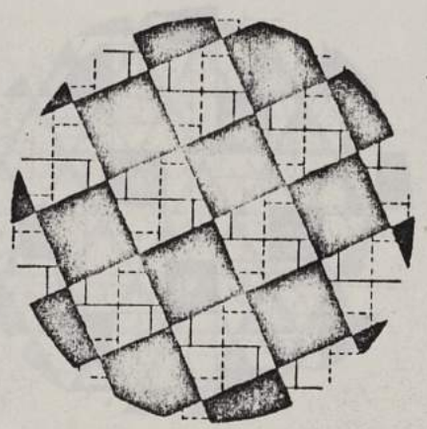
$4_1\,4_2\,4_3$

6



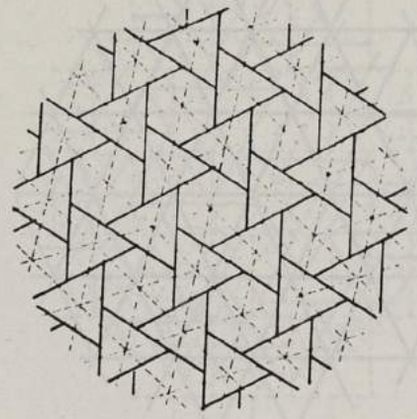


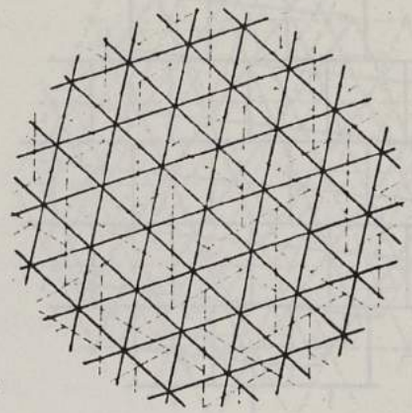


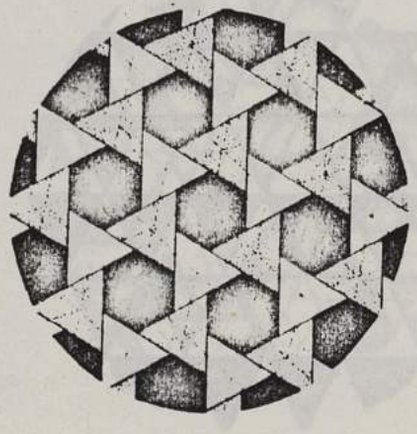


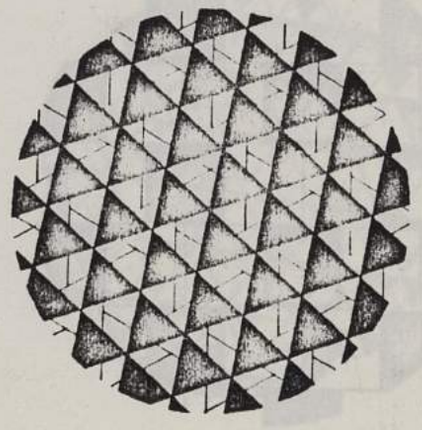
$4_1\ 4_3\ 4_3$

7



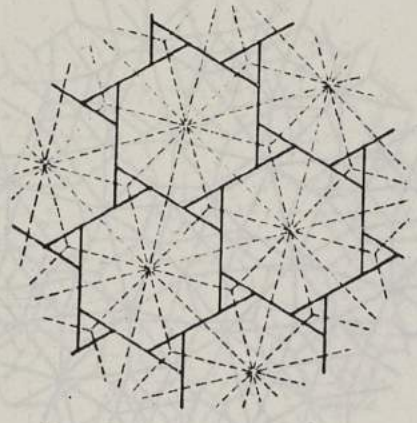


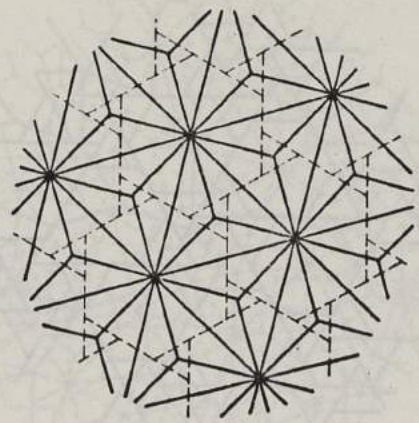


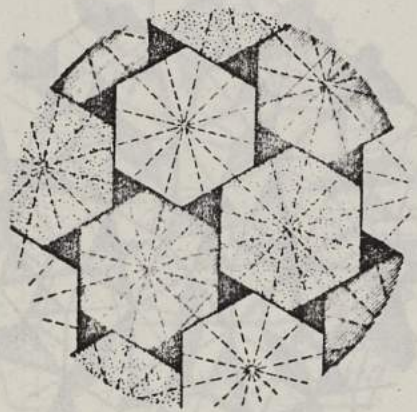


$3_2\ 3_2\ 6_1$

8



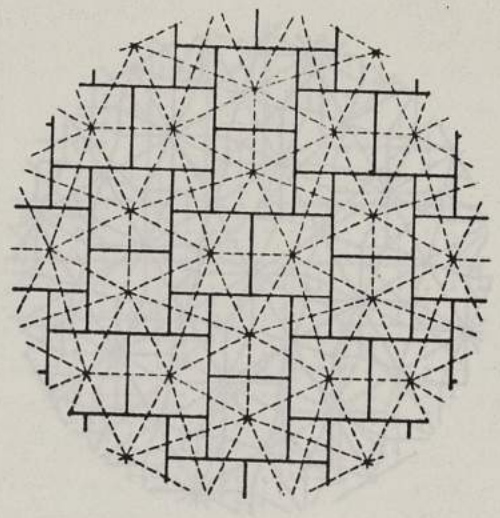


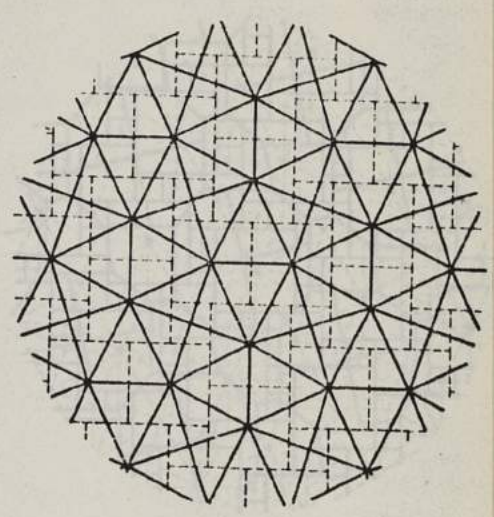


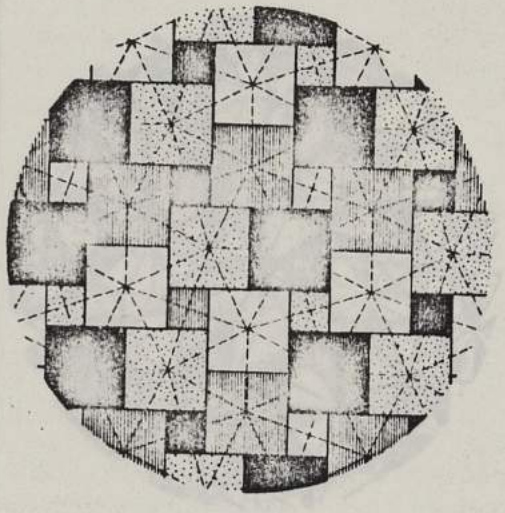


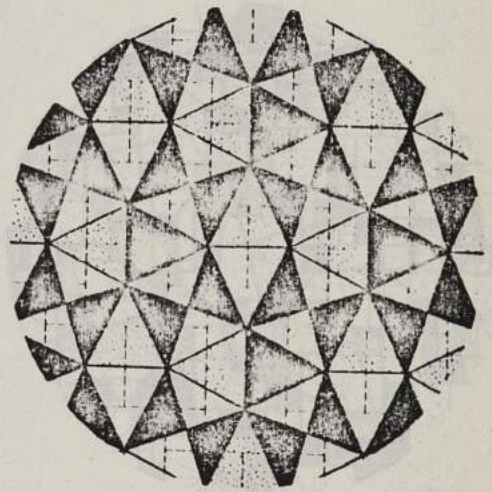
$3_1\ 6_2\ 6_2$

9

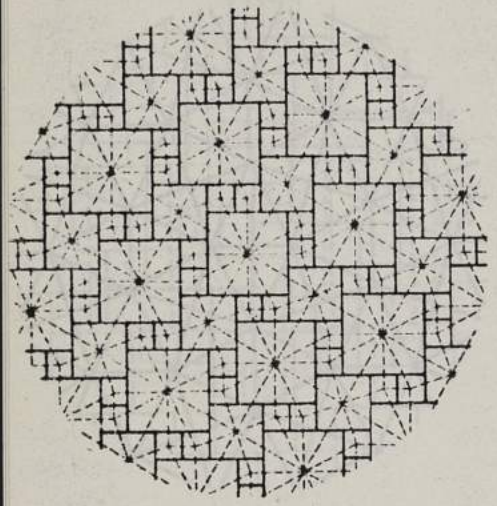


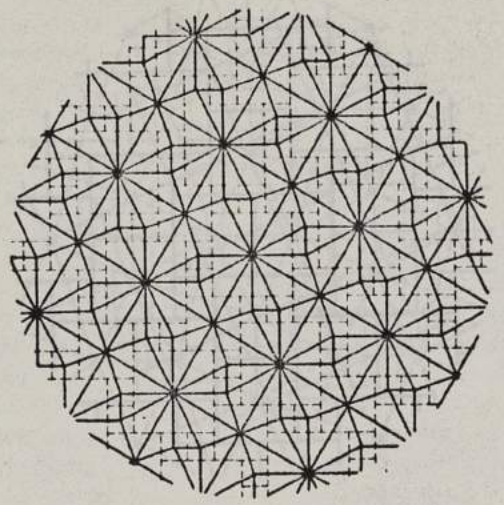


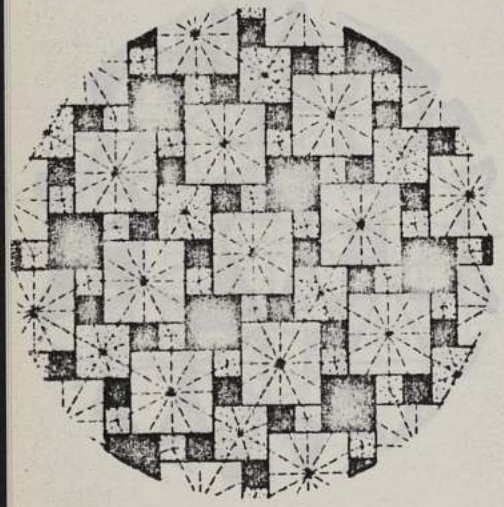


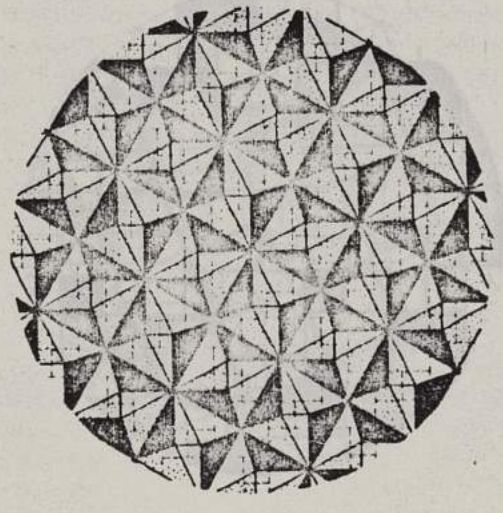


$4_1 4_2 4_2$
$4_2 4_2 4_2$

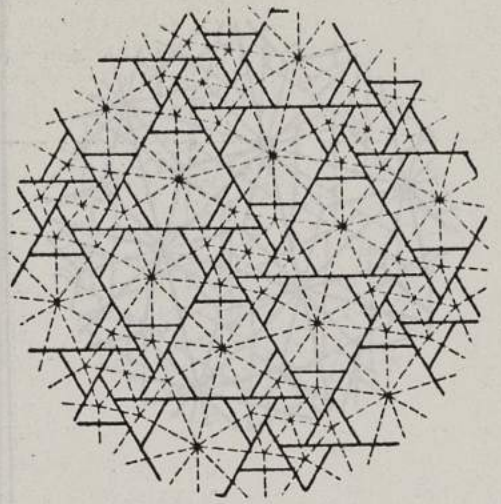


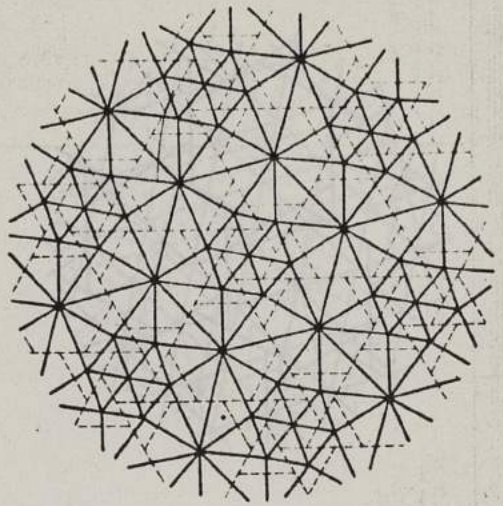


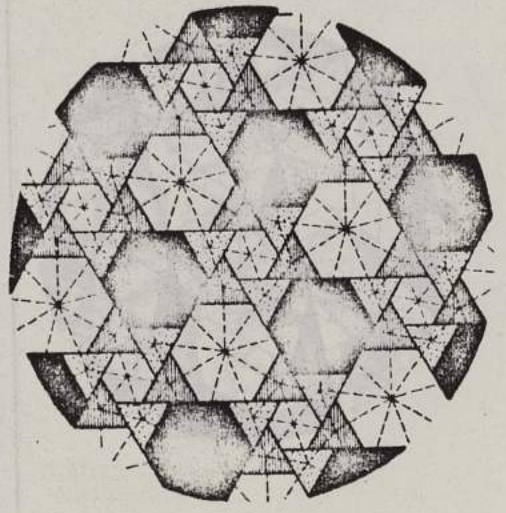


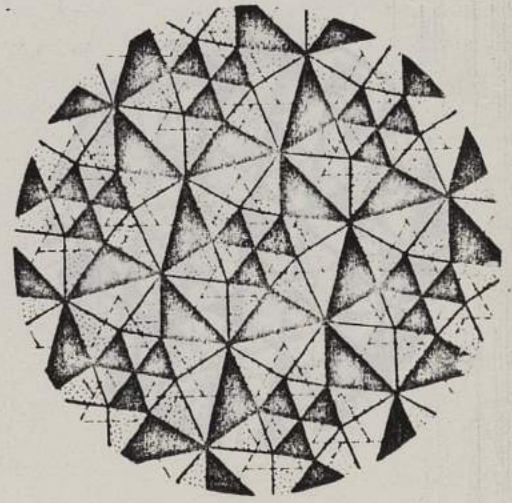


$\vec{a}_1 \vec{a}_1 \vec{a}_5$
$\vec{a}_1 \vec{a}_2 \vec{a}_5$

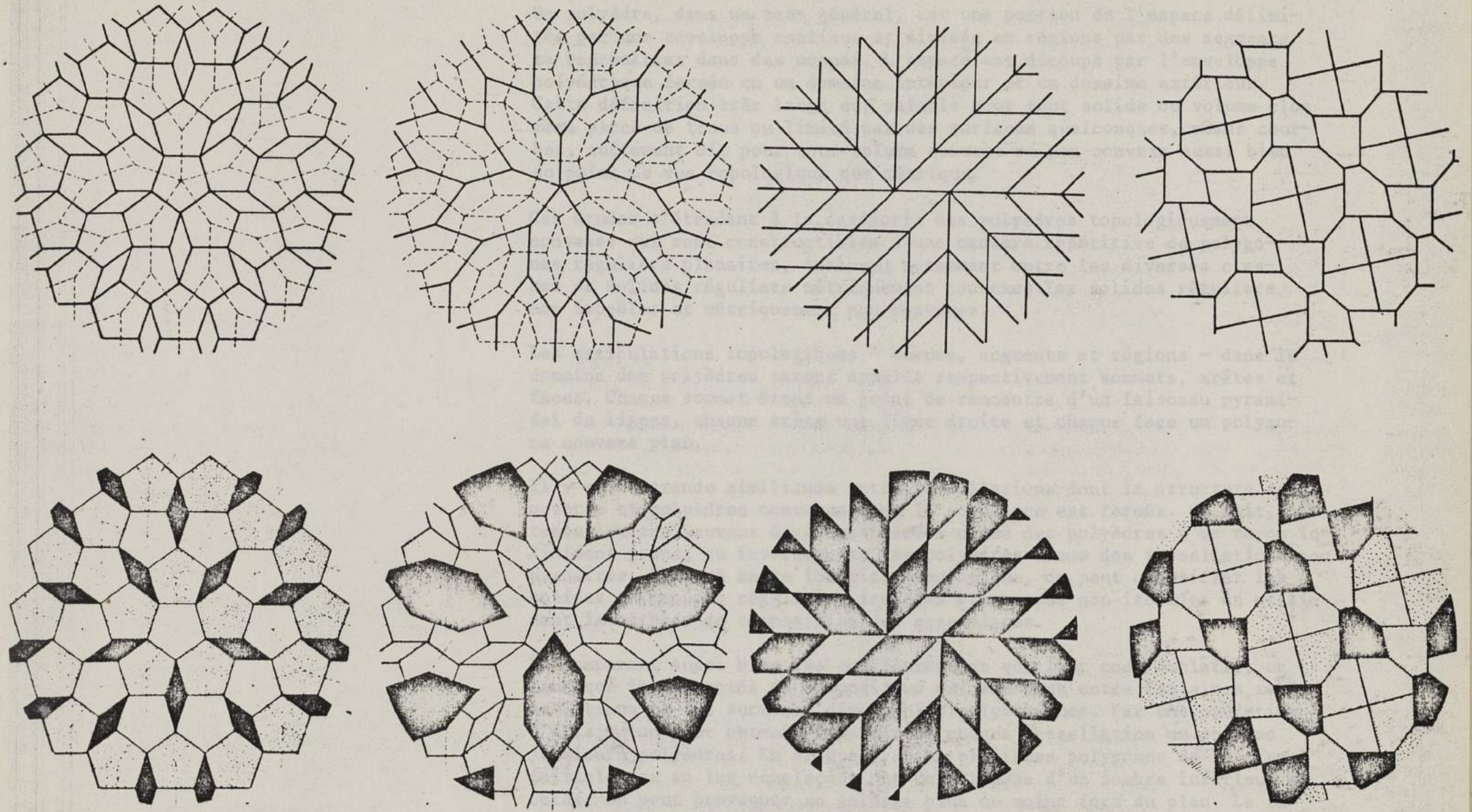




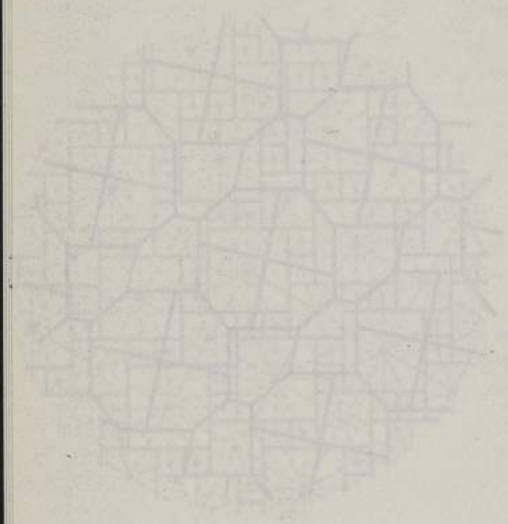


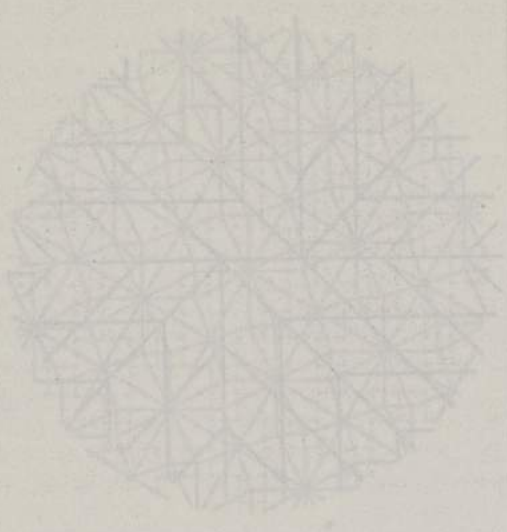


$\vec{b}_2 \vec{b}_2 \vec{b}_1$
$\vec{b}_2 \vec{b}_2 \vec{b}_2$
$\vec{b}_2 \vec{b}_2 \vec{b}_2$

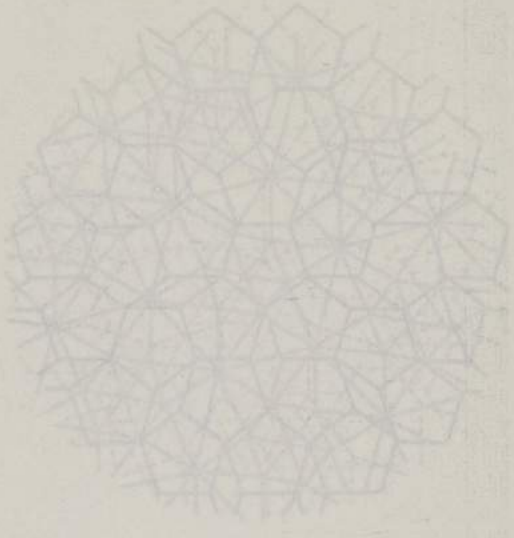


Une tessellation radioconcentrique à base pentagonale, une trame bicentrique à losanges et une partition à base de pentagones irréguliers.





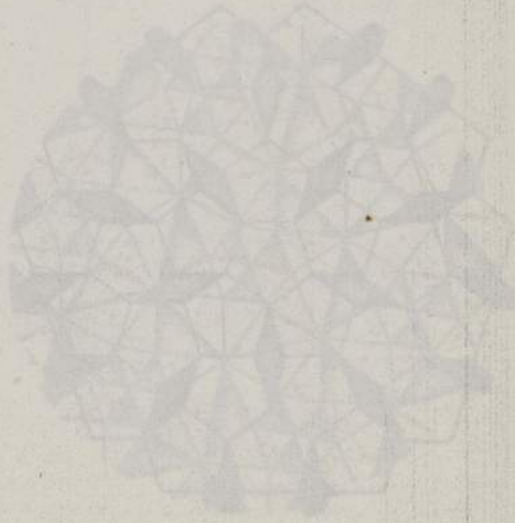












POLYEDRES

ASSEMBLAGES POLYEDRIQUES

Un polyèdre, dans un sens général, est une portion de l'espace délimitée par une enveloppe continue et divisée en régions par des segments se rencontrant dans des noeuds. L'espace est découpé par l'enveloppe polyédrique fermée en un domaine intérieur et un domaine extérieur. Cette définition très large est valable pour tout solide ou volume clos même percé de trous ou limité par des surfaces quelconques, mêmes courbes, autrement dit pour tout volume convexe ou non convexe aussi bien du point de vue topologique que métrique.

Ces études s'étendent à la catégorie des polyèdres topologiquement convexes qui sont constructibles d'une manière répétitive de polygones réguliers planaires, incluant notamment outre les diverses classes de solides réguliers métriquement convexes, les solides réguliers non isocèles et métriquement non convexes.

Les articulations topologiques - noeuds, segments et régions - dans le domaine des polyèdres seront appelés respectivement sommets, arêtes et faces. Chaque sommet étant un point de rencontre d'un faisceau pyramidal de lignes, chaque arête une ligne droite et chaque face un polygone convexe plan.

Il y a une grande similitude entre tessellations dont la structure est ouverte et polyèdres convexes dont la structure est fermée. En fait, les tessellations peuvent être considérées comme des polyèdres d'un rayon infiniment grand, ou inversement, les polyèdres comme des tessellations non planaires. Grâce à cette identité topologique, on peut classifier les solides en groupes réguliers, isocèles et groupes non isocèles en utilisant la méthode de composition des assemblages.

En comparant aussi bien les configurations que leur code Schläfli, on remarque les parentés de composition qui existent entre certaines tessellations et les surfaces développées polyédriques. Par une opération d'élision on peut obtenir à partir de chaque tessellation un ou même plusieurs polyèdres. En élaguant un ou plusieurs polygones de la trame initiale, ou en les remplaçant par un polygone d'un nombre inférieur de côtés, on peut provoquer un galbage plus ou moins fort du plan. Le tableau 9 montre les correspondances entre les assemblages de tessellations isocèles et leurs dérivés polyédriques, les uns comme les autres désignés par le code Schläfli.

Les dix huit assemblages polyédriques dérivés comprennent les cinq solides platoniques composés avec des assemblages identiques et homogènes et les treize solides semi-réguliers dits archimédiens, dont les sommets, tous identiques, sont cependant des assemblages hétérogènes.

TABLEAU 8 CORRESPONDANCE

Tessellations isocèles	Polyèdres isocèles dérivés		
	1	2	3
3 3 3 3 3 3	3 3 3 3 3	3 3 3 3	3 3 3
4 4 4 4	4 4 4 4	3 4 4 4	
6 6 6	5 6 6	4 6 6	5 5 5
3 3 3 4 4	3 3 3 3 4		
3 3 4 3 4	3 4 3 4		
3 3 3 3 6	3 3 3 3 5		
3 4 6 4	3 4 5 4		
3 6 3 6	3 6 6	3 5 3 5	
4 8 8	3 8 8	4 6 8	
4 6 12	4 6 10		
3 12 12	3 10 10		

POLYEDRES ISOCELES

Les polyèdres convexes réguliers sont composés homogènement d'une seule sorte de polygones réguliers, ses arêtes, angles polygonaux et angles diédraux étant tous identiques.

Il existe cinq corps parfaitement réguliers ou platoniques. Connaissant les angles des polygones réguliers et le fait que dans un assemblage convexe la somme des angles des faces polygonales doit rester inférieure à 360°, il est facile de démontrer que seuls les multiples entiers de triangles, carrés et pentagones peuvent former leurs sommets. L'assemblage de trois hexagones, de même que celui de six triangles équilatéraux produisent 360°, donc des sommets planaires. Il en résulte qu'un assemblage convexe constitué de polygones réguliers ne peut être que ternaire,

quaternaire ou quinaire et que parmi les polygones réguliers seuls ceux qui ont des angles inférieurs à 120° peuvent entrer dans la composition d'un solide platonique. Il ne reste par conséquent que trois polygones possibles : triangle équilatéral, carré et pentagone dont les angles sont respectivement de 60, 90 et 108°. Partant de ces trois polygones ont obtient, voir tableau 8, cinq assemblages homogènes possibles et les cinq polyèdres platoniques correspondants.

TABLEAU 9 ASSEMBLAGES HOMOGENES

	Assemblages homogènes					Nom
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	
Triangles	3	3	3			tétraèdre
	3	3	3	3		octaèdre
	3	3	3	3	3	icosaèdre
Carrés	4	4	4			cube
Pentagones	5	5	5			dodecaèdre

Les polyèdres convexes semi-réguliers sont composés de deux ou trois sortes de polygones réguliers, entre lesquels les angles dièdres sont également de deux ou trois sortes. Le tableau 10 indique la dénomination des 18 polyèdres isocèles, leur code Schläfli défini par le nombre des sommets, arêtes et faces (s, a, f) figurant dans l'assemblage caractéristique, le nombre total des mêmes articulations (S, A, F,) composant le polyèdre et son nombre chromatique. A remarquer que, tout comme les tessellations, aucun polyèdre convexe ne nécessite plus de quatre couleurs. Les solides considérés seront donc bichromes, trichromes ou quadrichromes.

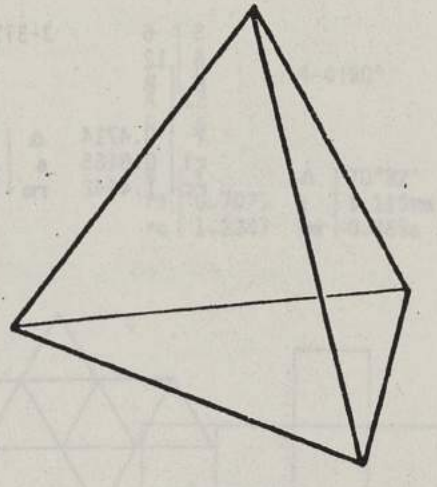
Sur chaque planche, les données métriques sont réunies dans un tableau individuel comportant : le nombre des sommets (S), des arêtes (A) et faces (F), le volume (V) du polyèdre, le rayon de la sphère inscrite (ri), le rayon de la sphère circonscrite (rc) exprimés par rapport au rayon de la sphère moyenne passant par le point médian des arêtes (rm), celui-ci étant l'unité, les angles dièdres entre les faces polygonales adjacentes indiqués par le nombre de leurs côtés, l'angle central tendu par l'arête (Δ), l'arête (a) exprimée par rapport au rayon de la sphère moyenne (rm) et inversement ce rayon moyen exprimé par rapport à l'arête.

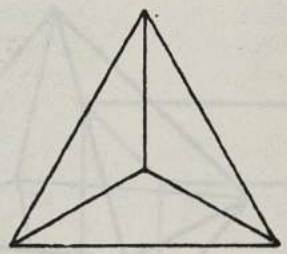
TABLEAU 10 POLYEDRES ISOCELES

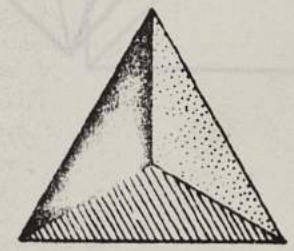
		Code	s	a	f	S	A	F	F_3	F_4	F_5	F_6	F_8	F_{10}	Nchr
Réguliers	Tétraèdre	3 3 3	4	6	3	4	6	4	4						4
	Octaèdre	3 3 3 3	5	8	4	6	12	8	8						2
	Icosaèdre	3 3 3 3 3	6	10	5	12	30	20	20						3
	Cube	4 4 4	7	9	3	8	12	6		6					3
	Dodécaèdre	5 5 5	10	12	3	20	30	12			12				4
Semi- réguliers	Cube adouci	3 3 3 3 4	7	11	5	24	60	38	32	6					3
	Cuboctaèdre	3 4 3 4	7	10	4	12	24	14	8	6					2
	Petit rhombicubocta	3 4 4 4	8	11	4	24	48	26	8	18					2
	Dodécaèdre adouci	3 3 3 3 5	8	12	5	60	150	92	80		12				3
	Petit rhombicosidodeca	3 4 5 4	9	12	4	60	120	62	20	30	12				2
	Icosi-dodécaèdre	3 5 3 5	9	12	4	30	60	32	20		12				2
	Tétraèdre tronqué	3 6 6	10	12	3	12	18	8	4			4			4
	Tétrakaidecaèdre	4 6 6	11	13	3	24	36	14		6		8			3
	Icosaèdre tronqué	5 6 6	12	14	3	60	90	32			12	20			4
	Grand rhombicubocta	4 6 8	13	15	3	48	72	26		12		8	6		3
	Cube tronqué	3 8 8	14	16	3	24	36	14	8				6		4
	Gr. rhombicosidodeca	4 6 10	15	17	3	120	180	62		30		20		12	3
	Dodécaèdre tronqué	3 10 10	18	20	3	60	90	32	20					12	4

Sur les planches suivantes, les polyèdres réguliers et semi-réguliers sont représentés individuellement par une vue perspective et par plusieurs vues orthogonales par rapport aux axes de symétrie. A côté des figures descriptives se trouve également des homéogrammes ou diagrammes Schlegel, qui sont des représentations déformées ne conservant pas les longueurs, mais qui ont l'avantage de montrer toutes les articulations en plan et sans aucun recouvrement. Un des deux homéogrammes est chromatisé de telle sorte que les faces soient différenciées avec un nombre minimal de couleurs. Une figure développée complète les données graphiques.

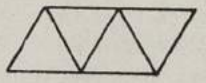
TETRAEDRE 333



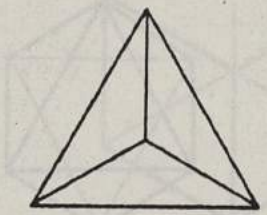


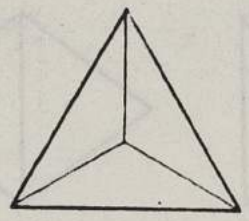


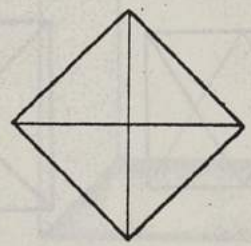
S	4	3-3	70°32'
A	6		
F	4		



V	0.1179	Δ	109°28'
ri	0.5774	a	1.633rm
rc	1.7321	rm	0.613a



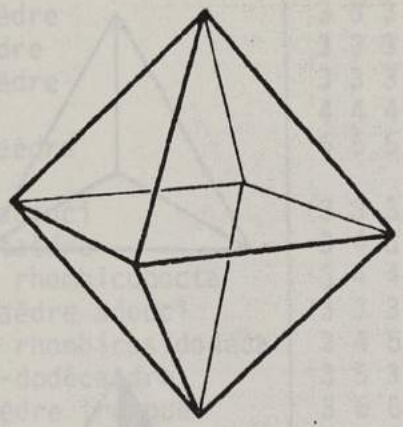




POLYEDRES ISOCELES

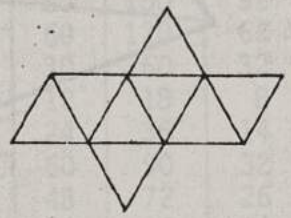
UPA 1
SERVICE
DOCUMENTATION

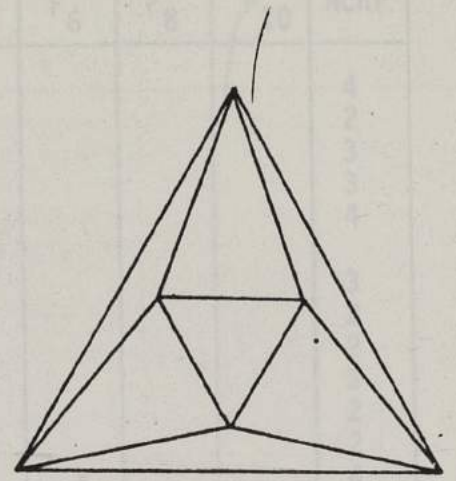
OCTAEDRE 3333

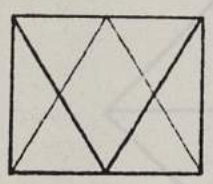


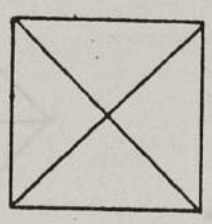
S	6	3-3	109°28'
A	12		
F	8		

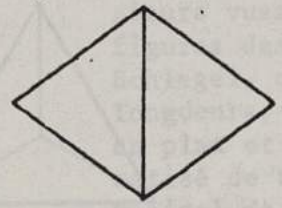
V	0.4714	Δ	90°
ri	0.8165	a	2rm
rc	1.4142	rm	0.5a

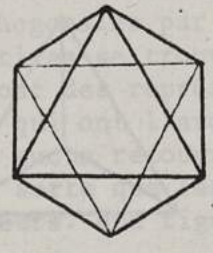


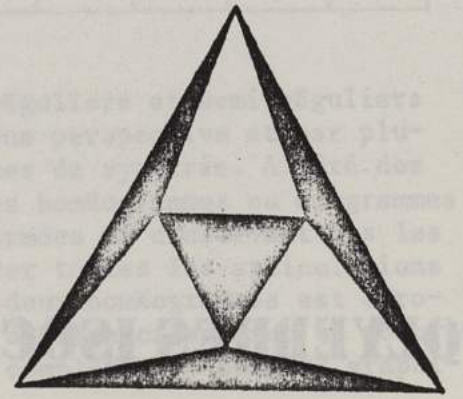






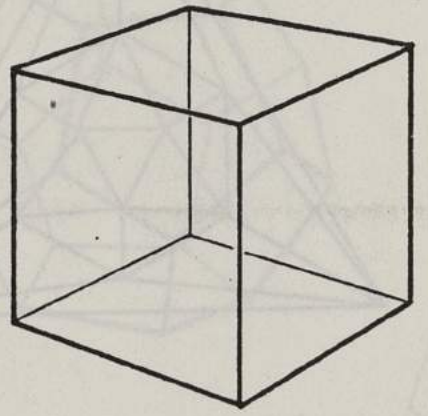




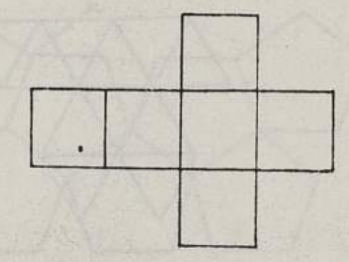


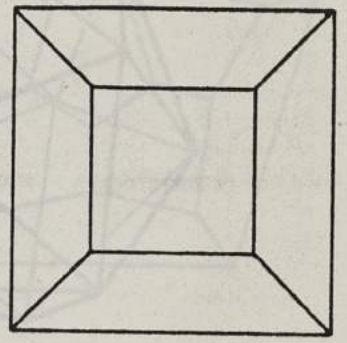
UPA 1 SERVICE DOCUMENTATION

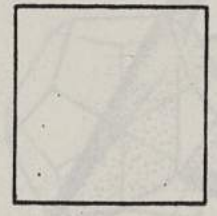
CUBE 444

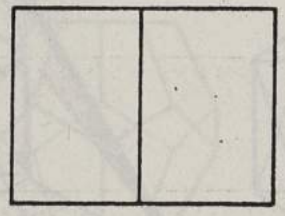


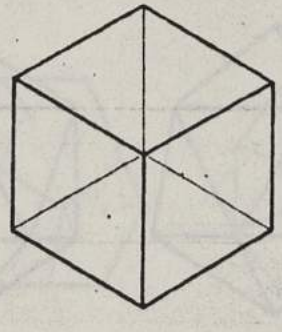
S	8		4-4|90°
A	12		
F	6		
V	1	Δ	70°32'
ri	0.7071	a	1.115rm
rc	1.2247	rm	0.865a

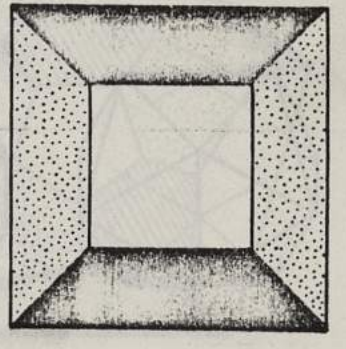




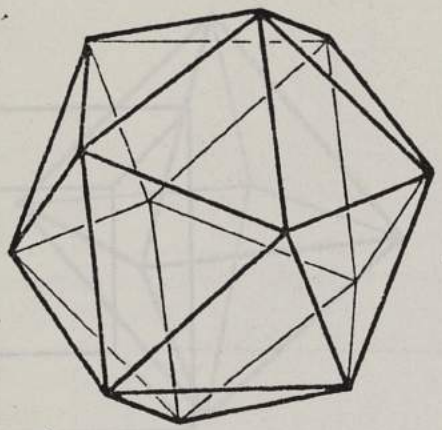






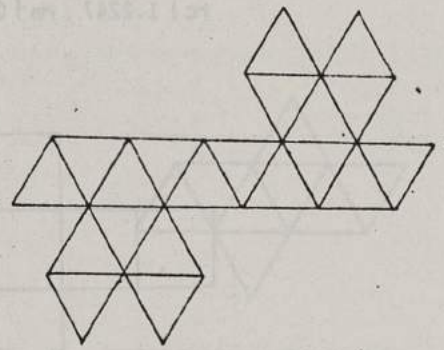


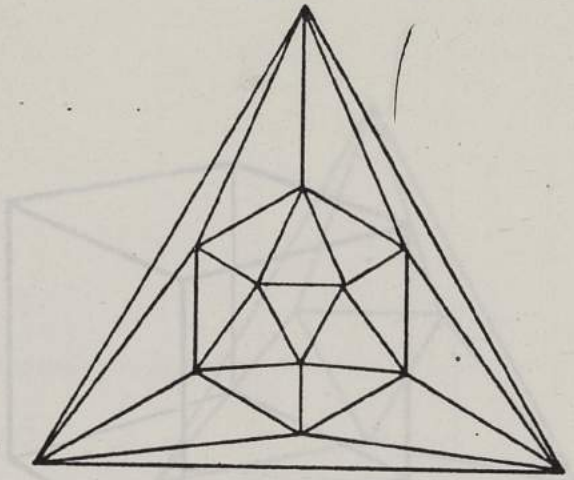
ICOSAEDRE 33333

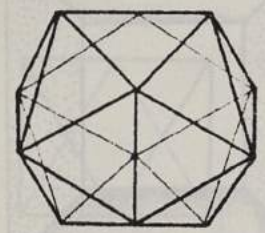


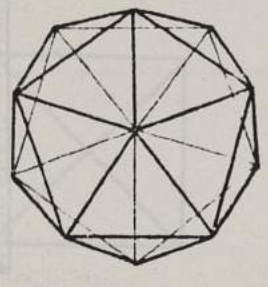
S	12	3-3	138°11'
A	30		
F	20		

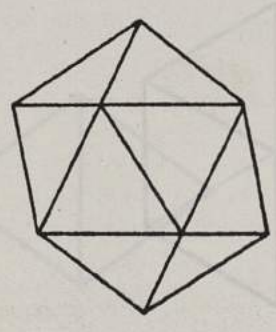
V	2.1817	Δ	63°26'
ri	0.9342	a	1.051rm
rc	1.1756	rm	0.95a

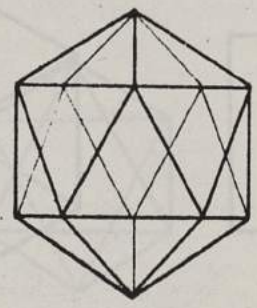


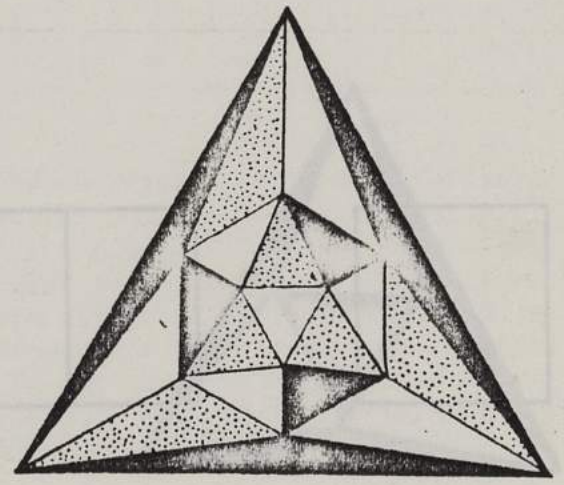




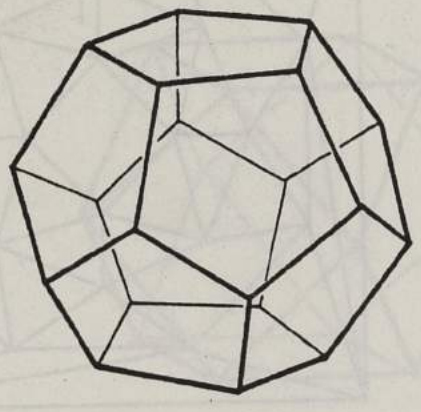






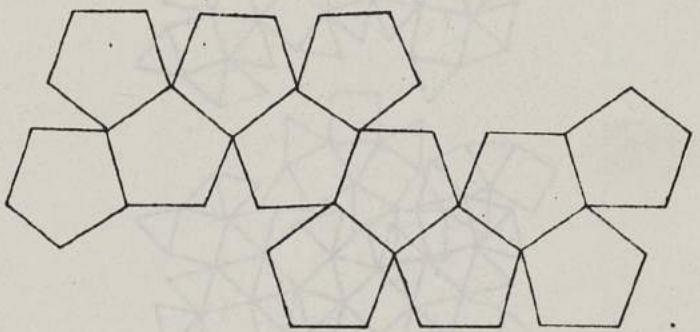


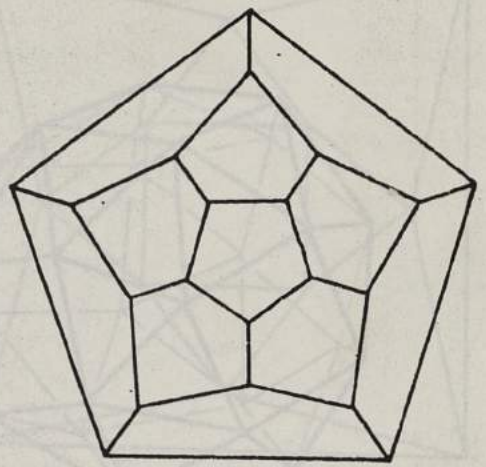
DODECAEDRE 5 5 5

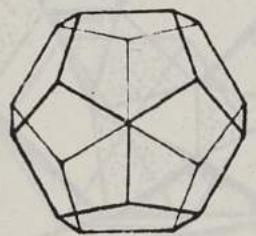


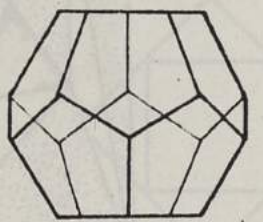
S	20	5-5	116°34'
A	30		
F	12		

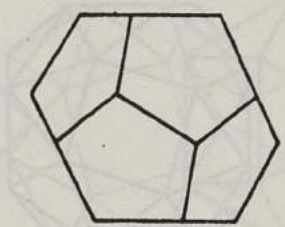
V	7.6631	Δ	41°49'
ri	0.8507	a	0.714rm
rc	1.0705	rm	1.4a

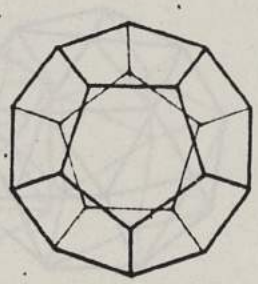


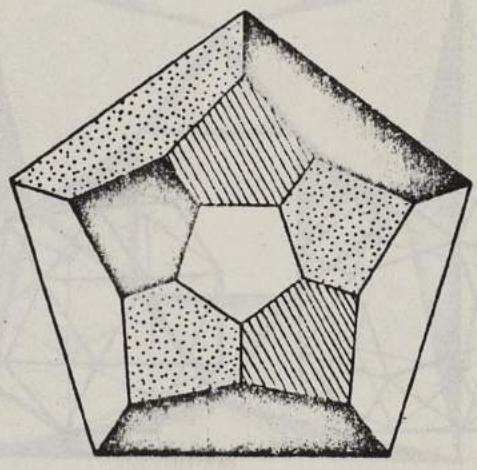








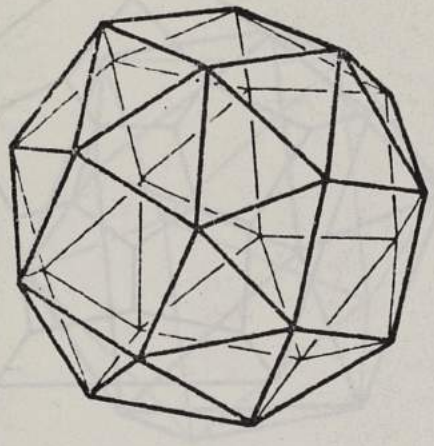


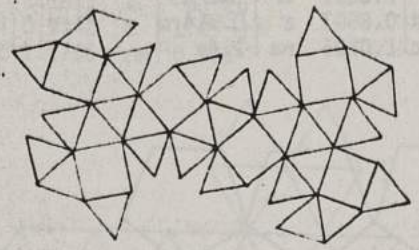


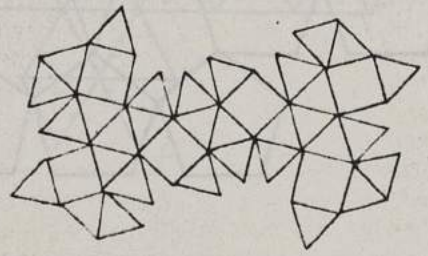
CUBE ADOUCI 33334

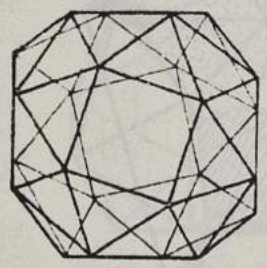
S	24	3	32	3-3	153°14
A	60	4	6	3-4	142°59'
F	38				

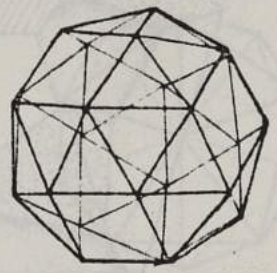
V	7.68	Δ	43°41'
ri	0.9282	a	0.744rm
rc	1.0773	rm	1.345a

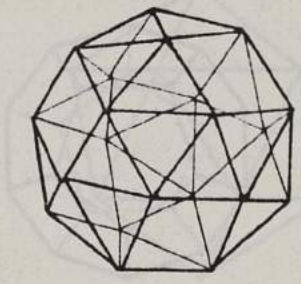




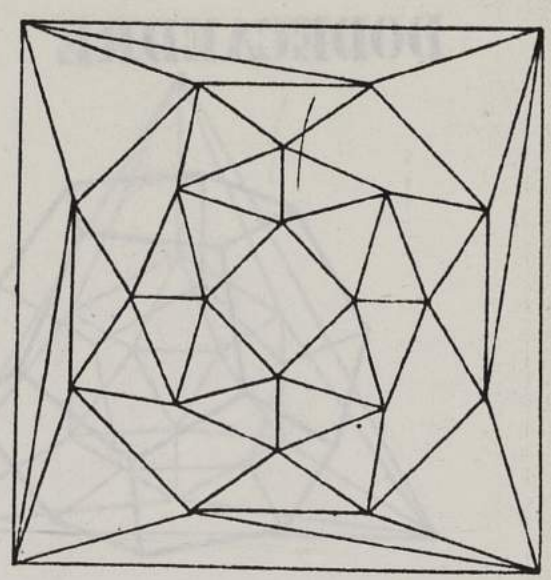


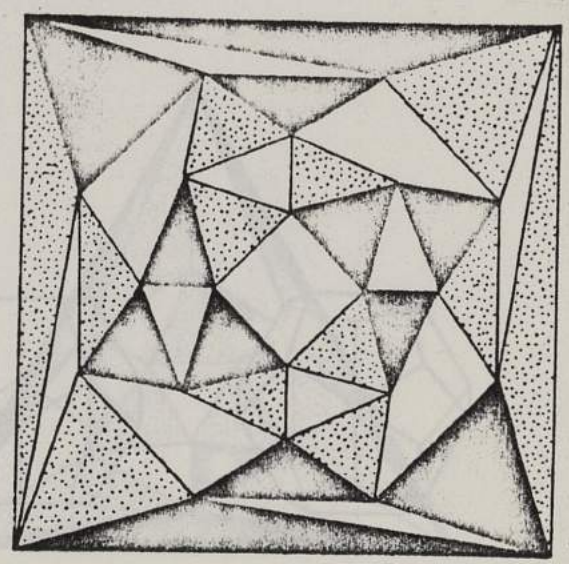




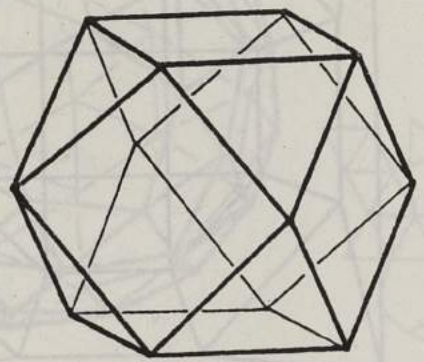






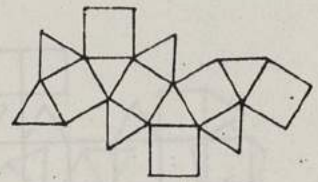


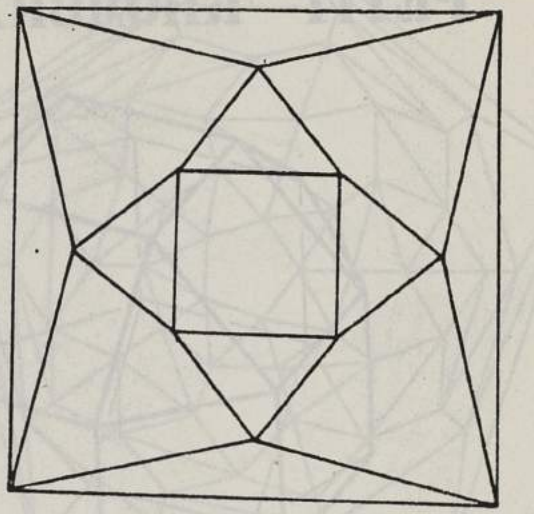
CUBOCTAEDRE 3434

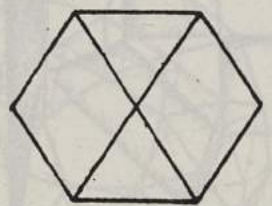


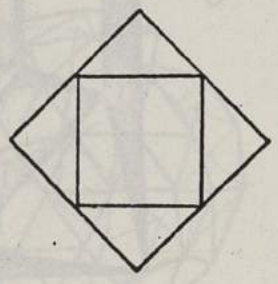
S	12	3|8	3-4	125° 16'
A	24	4|6		
F	14			

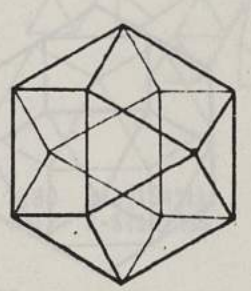
V	2.37	Δ	60°
ri	0.8660	a	rm
rc	1.1547	rm	a

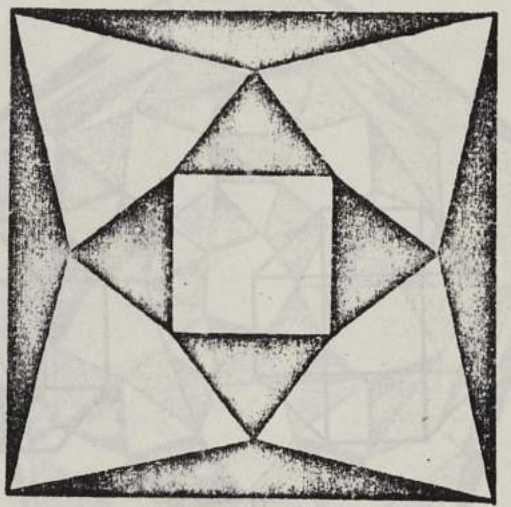




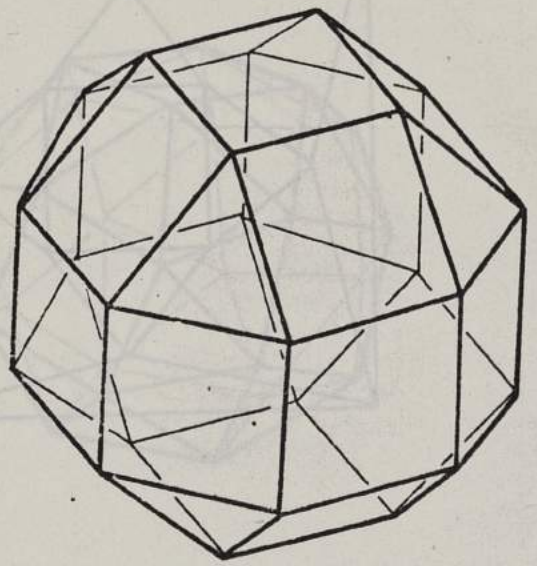






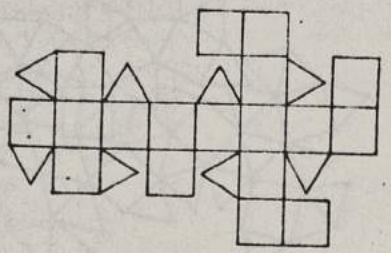


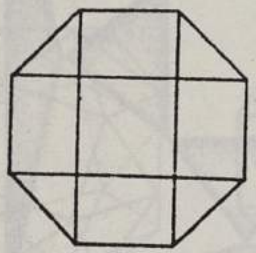
PETIT RHOMBICUBOCTA 3444

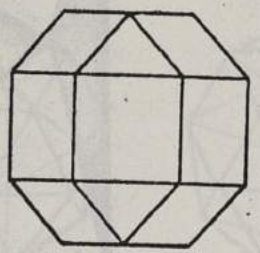


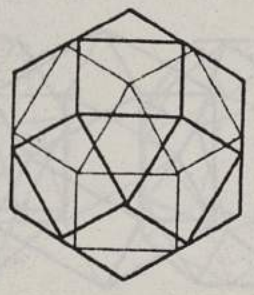
S	24	3	8	3-4	144°44'
A	48	4	18	4-4	135°
F	26				

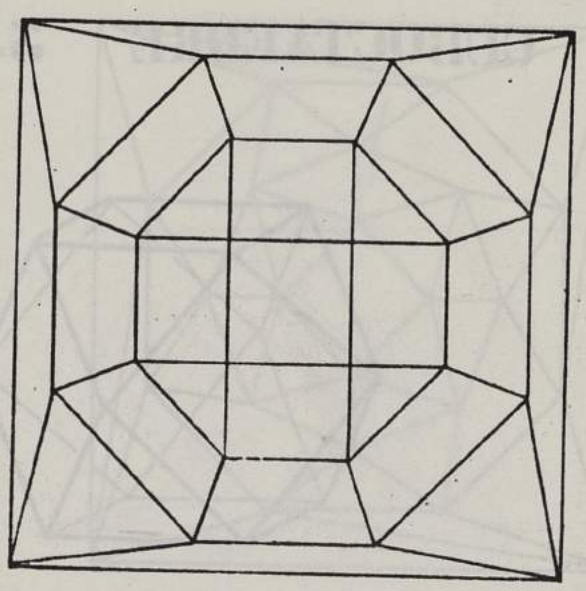
V	8.74	Δ	41°53'
ri	0.9340	a	0.9282rm
rc	1.0707	rm	1.0773a

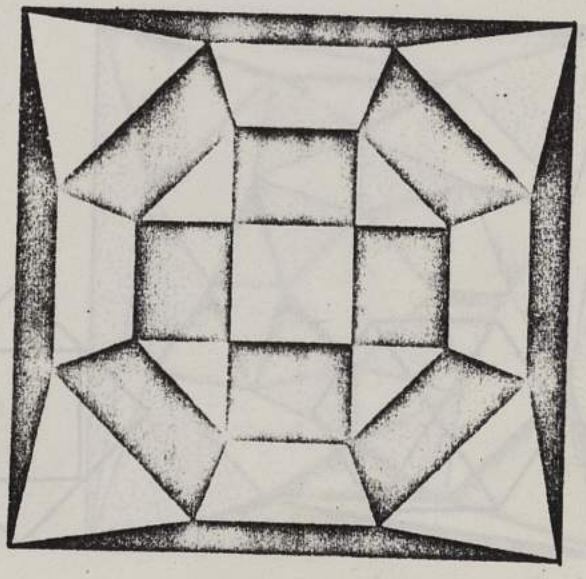




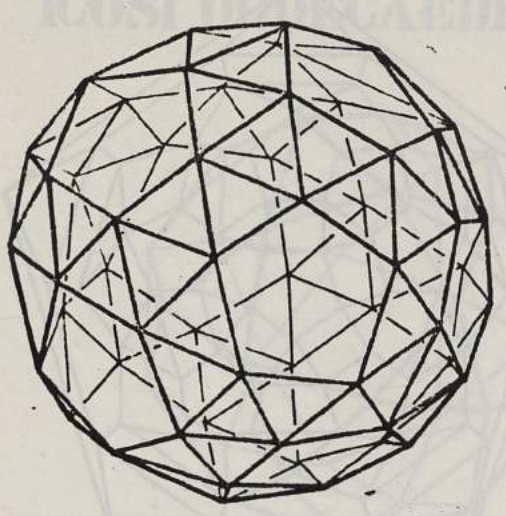


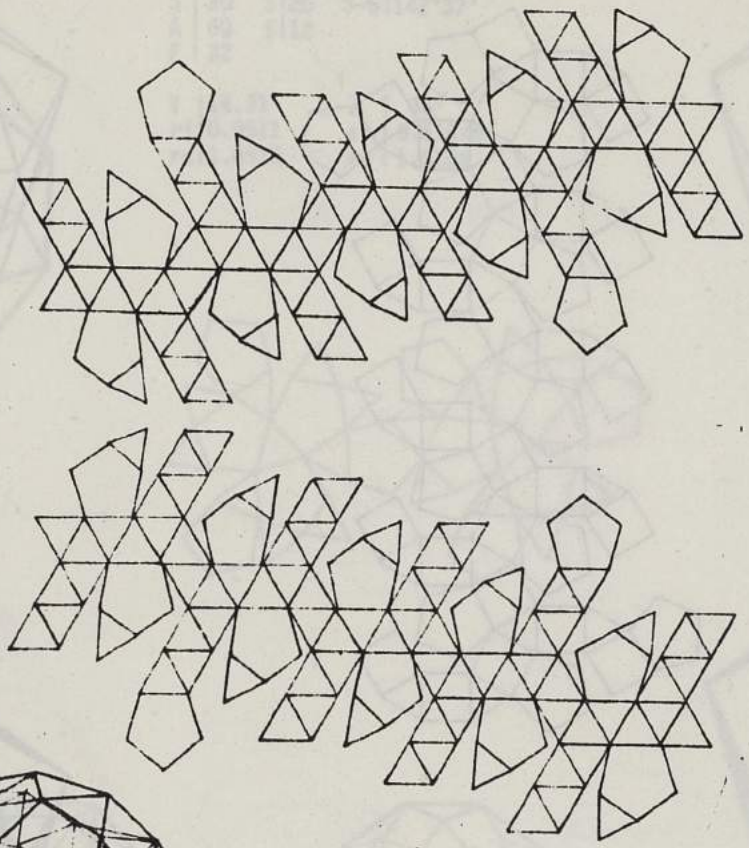


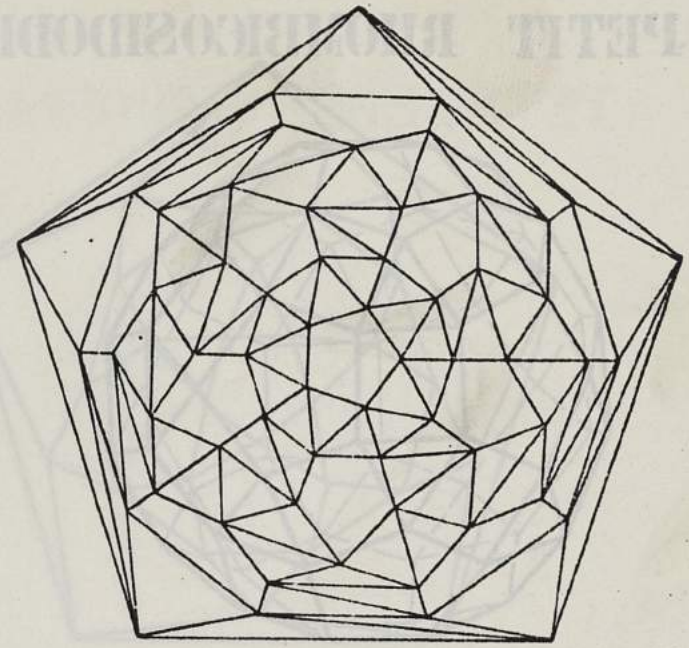


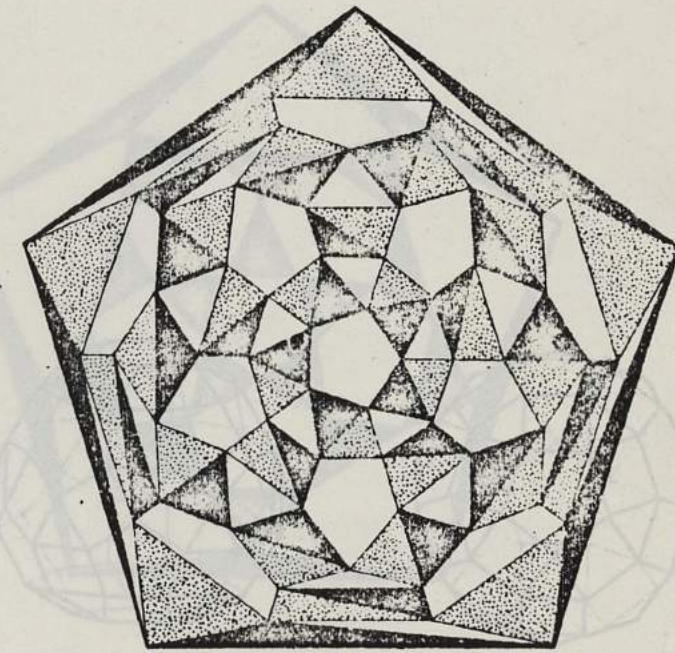


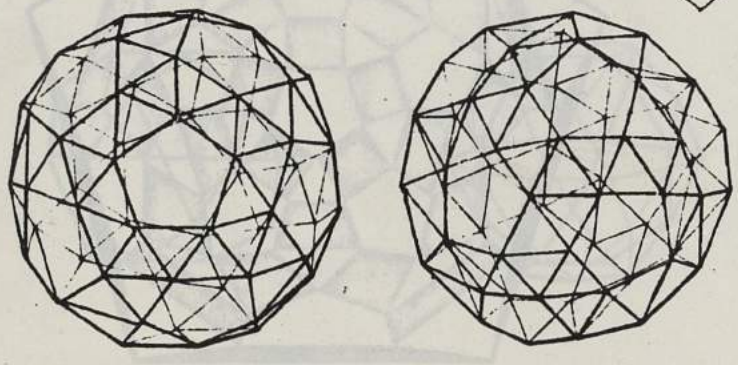
DODECAEDRE ADOUCI 33535







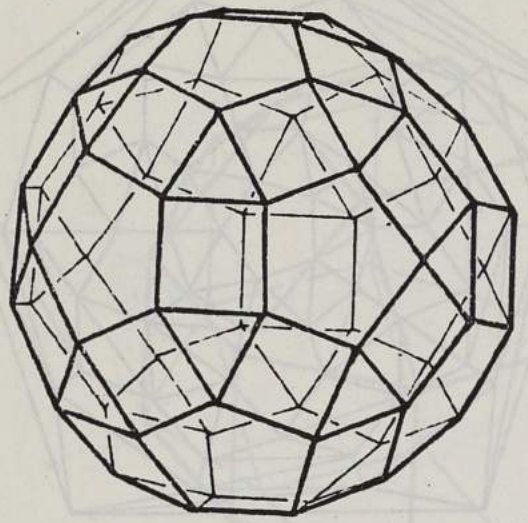


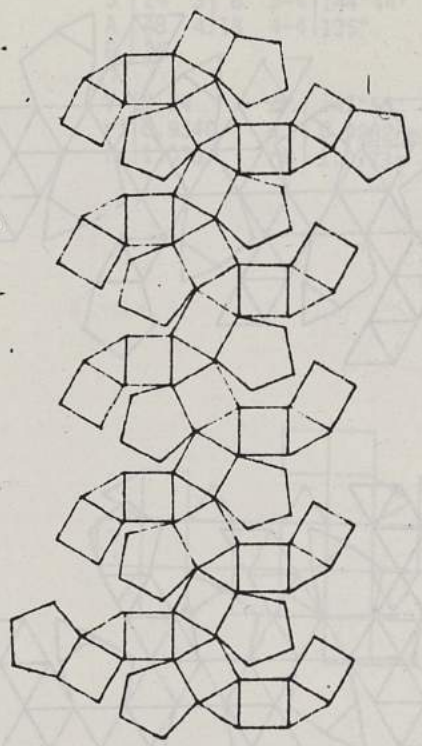


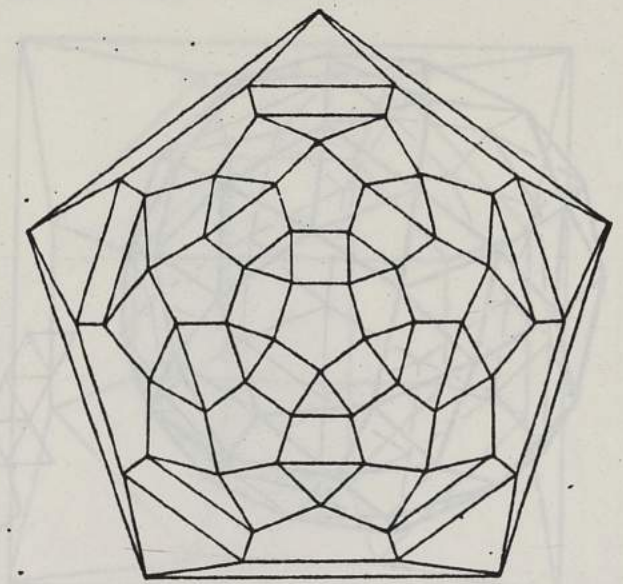
S	60	3	80	3-3	164°11'
A	150	5	12	3-5	152°56'
F	92				

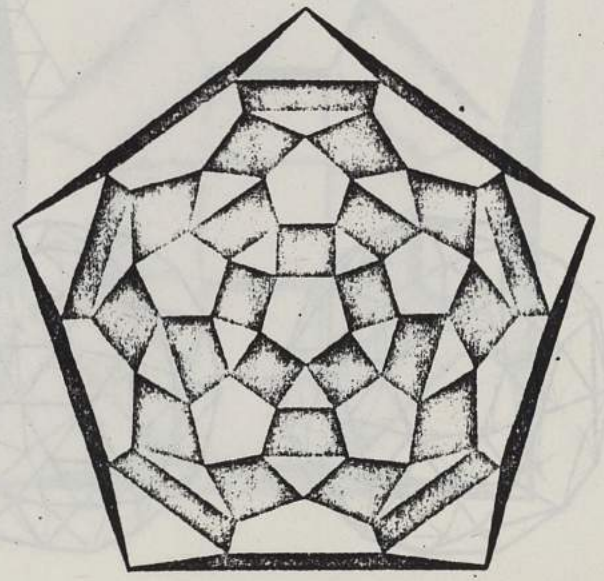
V	37.72	Δ	26°49'
ri	0.9727	a	0.464rm
rc	1.0280	rm	2.155a

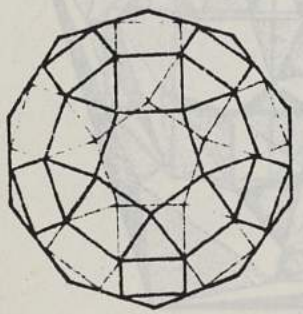
PETIT RHOMBICOSIDODECA 3454

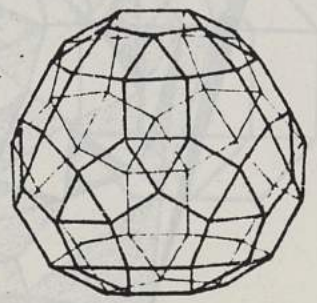








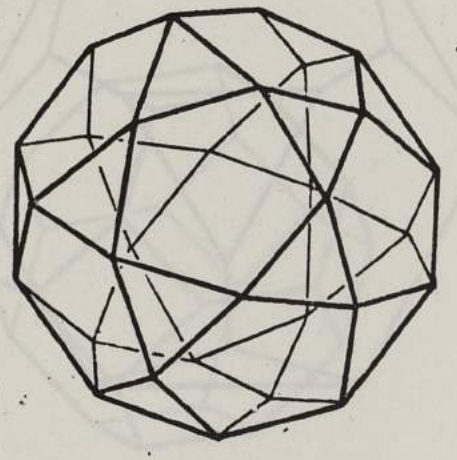




S	60	3	20	3-4	159°6'
A	120	4	30	4-5	148°17'
F	62	5	12		

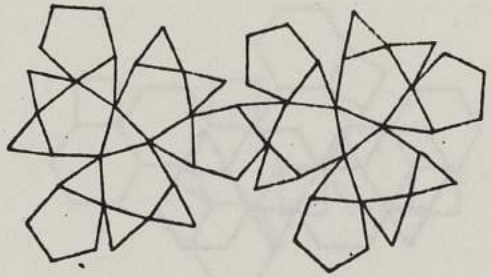
V	42.01	Δ	25°52'
ri	0.9747	a	0.448rm
rc	1.0260	rm	2.23a

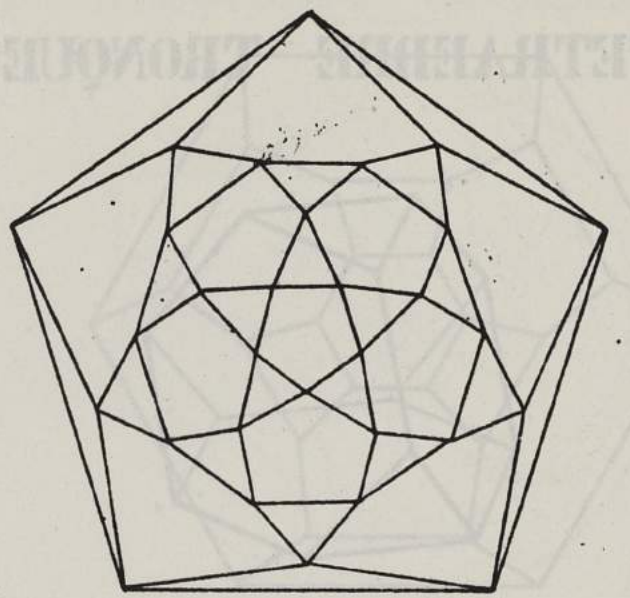
ICOSI DODECAEDRE 3535

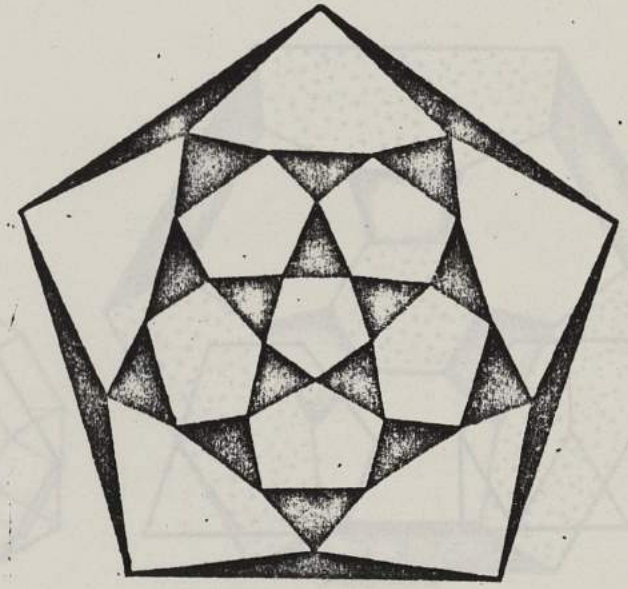


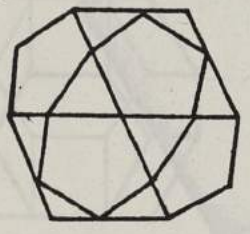
S	30	3 | 20	3-5	142°37'
A	60	5 | 12		
F	32			

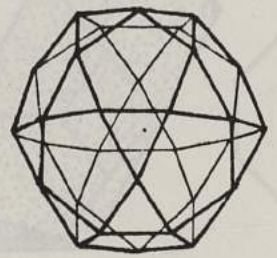
V	14.31	Δ	36°
ri	0.9511	a	0.618rm
rc	1.0515	rm	1.618a

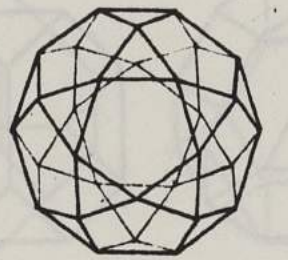




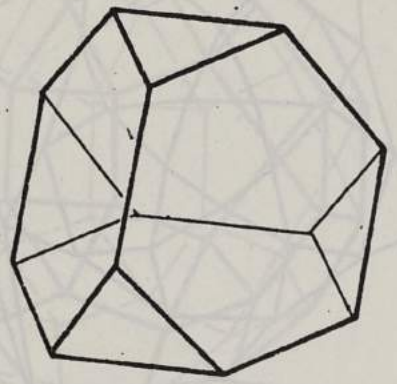






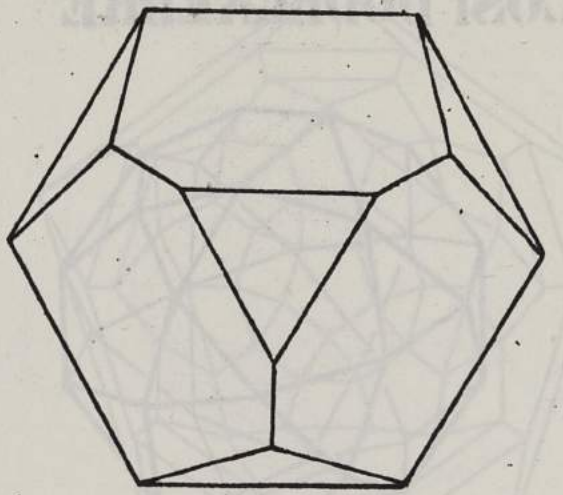


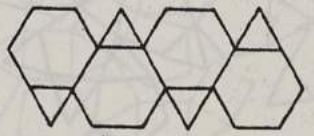
TETRAEDRE TRONQUE 366

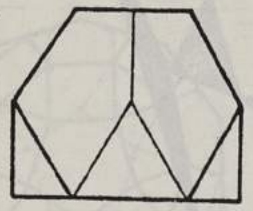


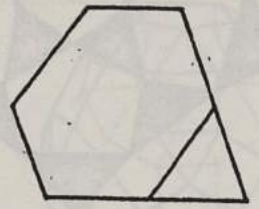
S	12	3	4	3-6	109°28'
A	18	6	4	6-6	70°32'
F	8				

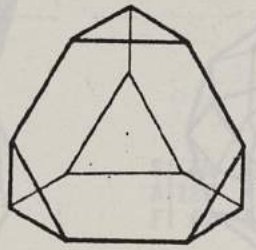
V	0.394	Δ	50°28'
ri	0.9045	a	0.853rm
rc	1.1055	rm	1.172a

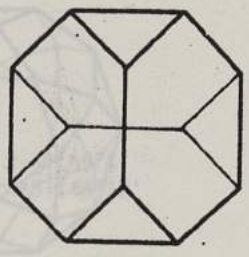


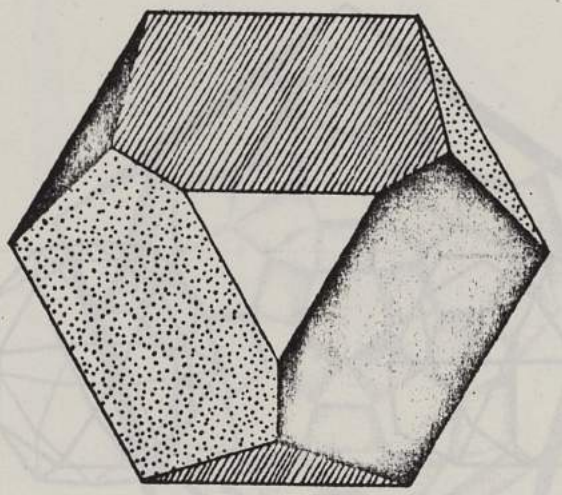




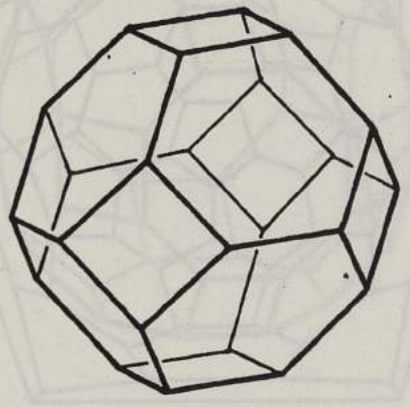






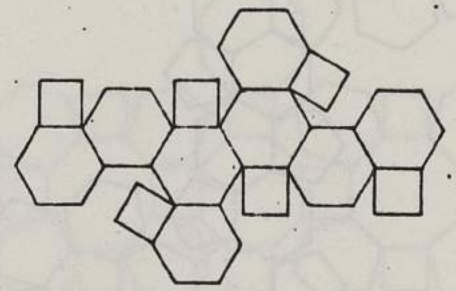


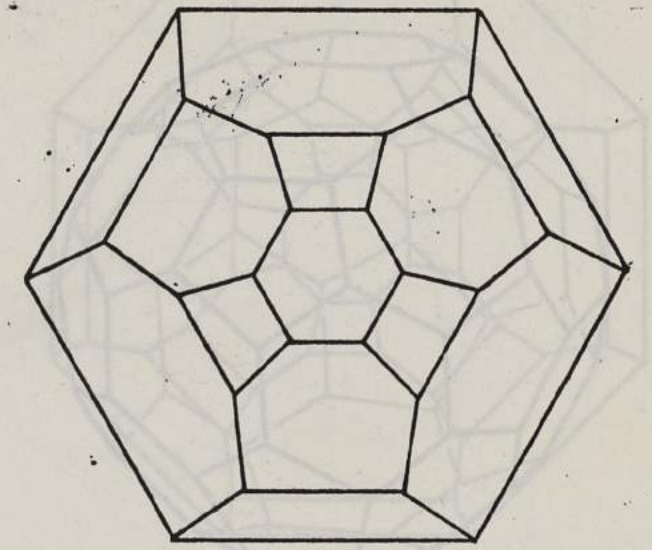
TETRAKAIDECAEDRE 466

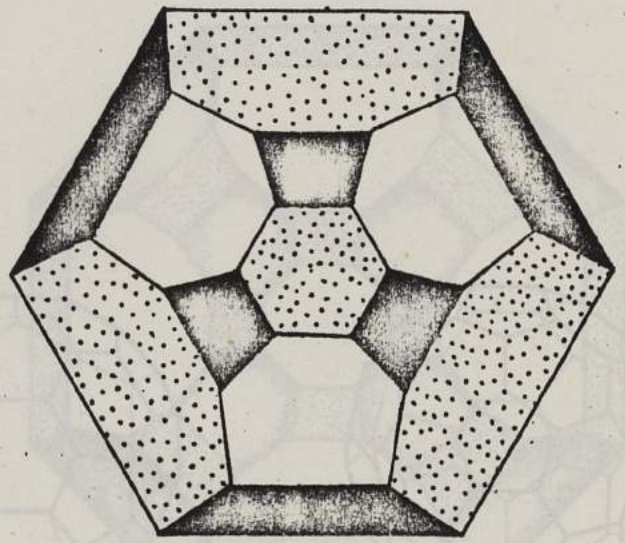


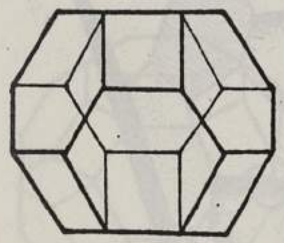
S	24	4	6	4-6	125°16'
A	36	6	8		109°28'
F	14				

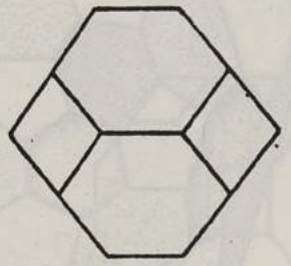
V	11.314	Δ	36°52'
ri	0.9487	a	0.632rm
rc	1.0541	rm	1.582a

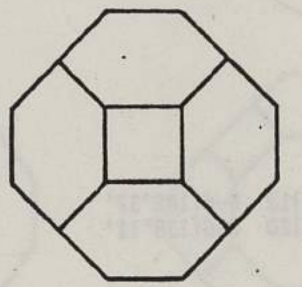


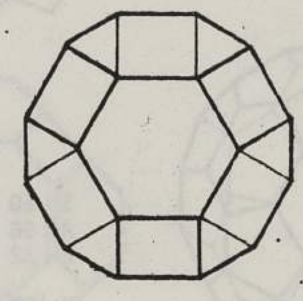




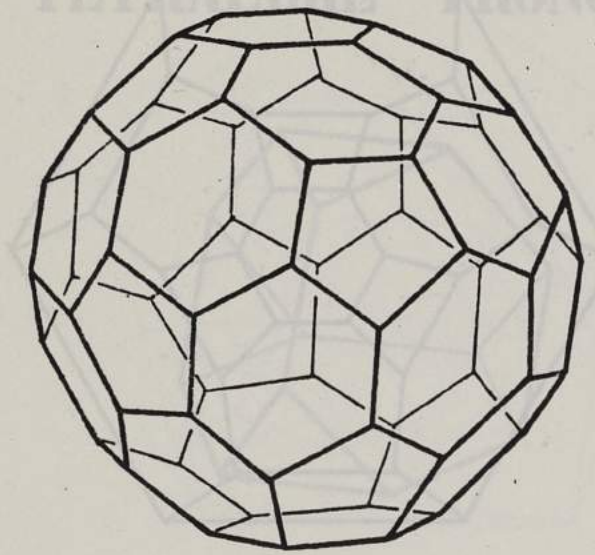


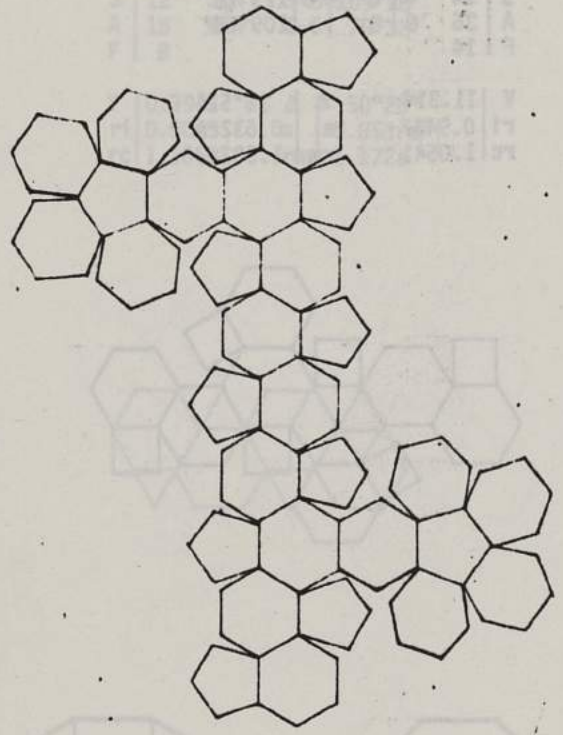


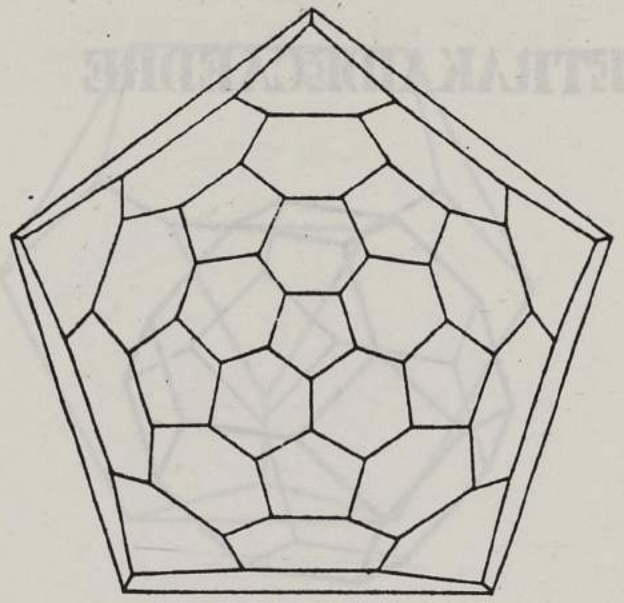


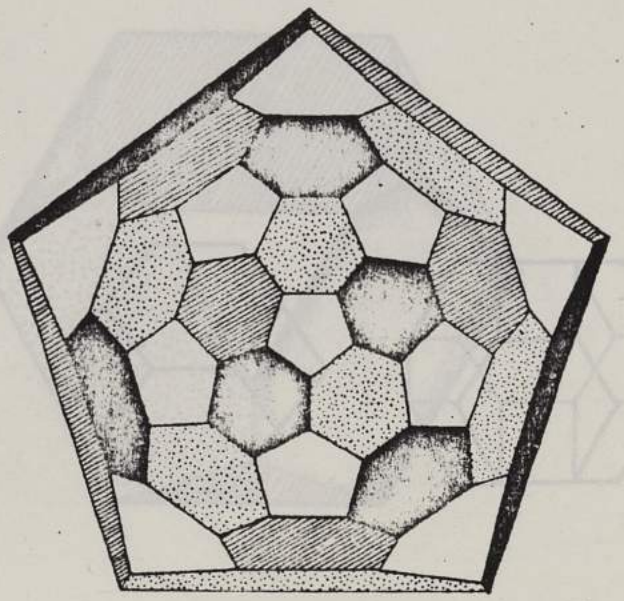


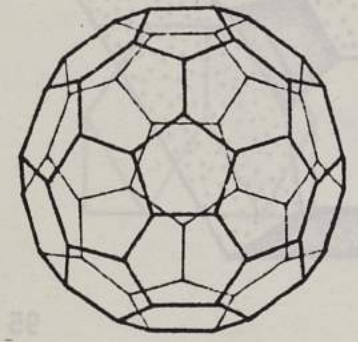
ICOSAEDRE TRONQUE 566

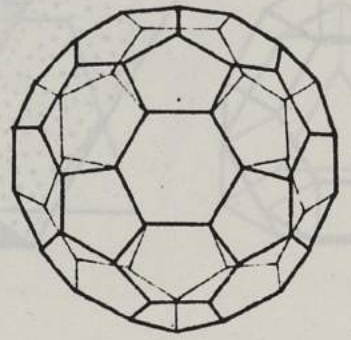








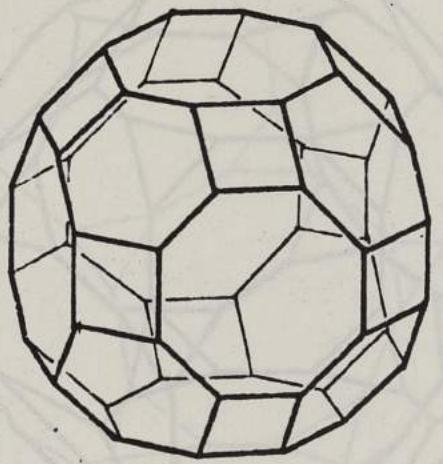




S	60	5	12	5-6	142°37'
A	90	6	20	6-6	138°11'
F	32				

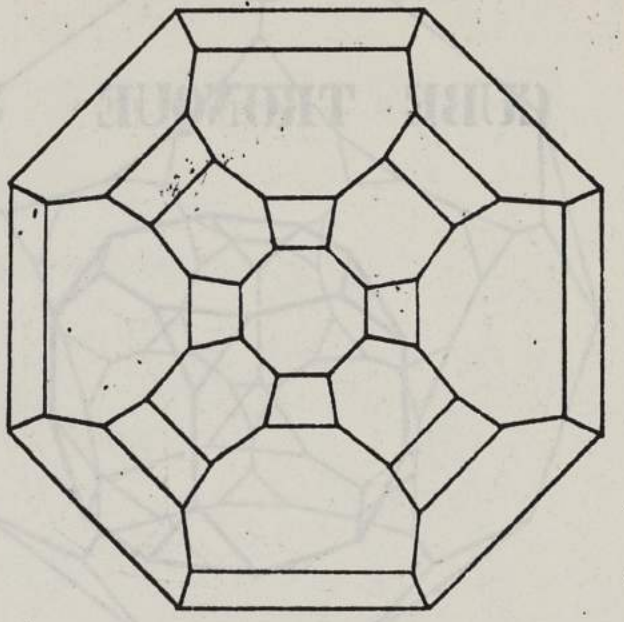
V	57.56	Δ	23°17'
ri	0.9794	a	0.404rm
rc	1.0210	rm	2.475a

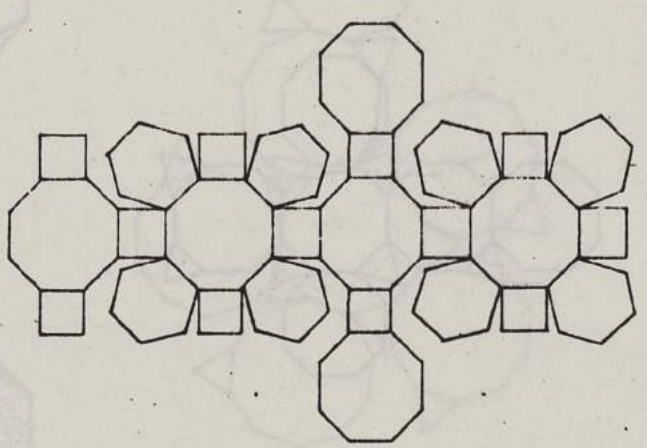
GRAND RHOMBICUBOCTA 468

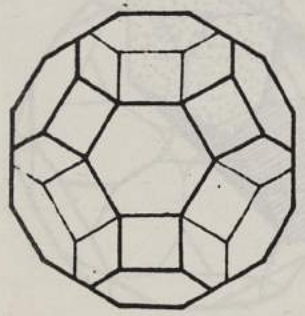


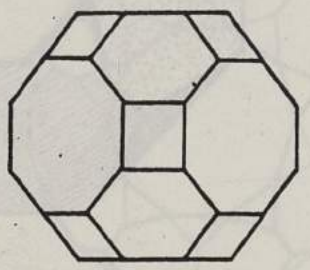
S	48	4	12	4-6	144°44'
A	72	6	8	4-8	135°
F	26	8	6	6-8	125°16'

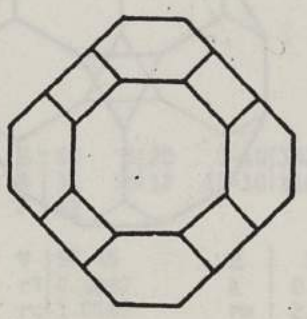
V	45.63	Δ	24°55'
ri	0.9765	a	0.432rm
rc	1.0241	rm	2.314a

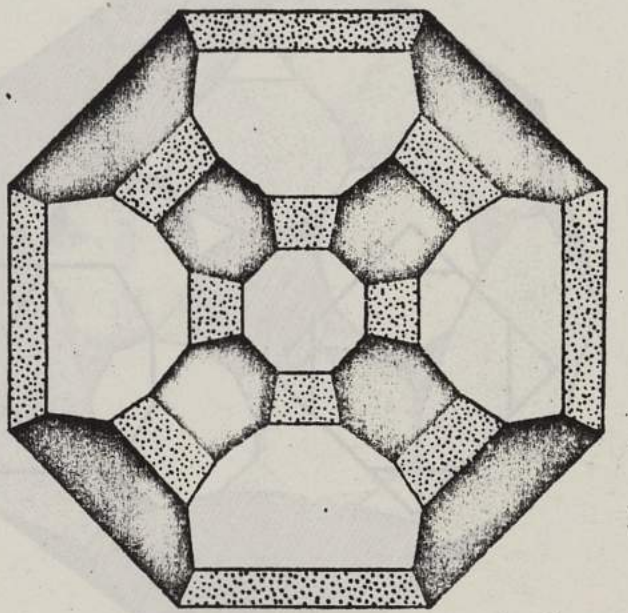




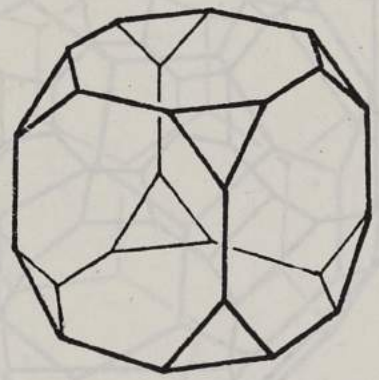






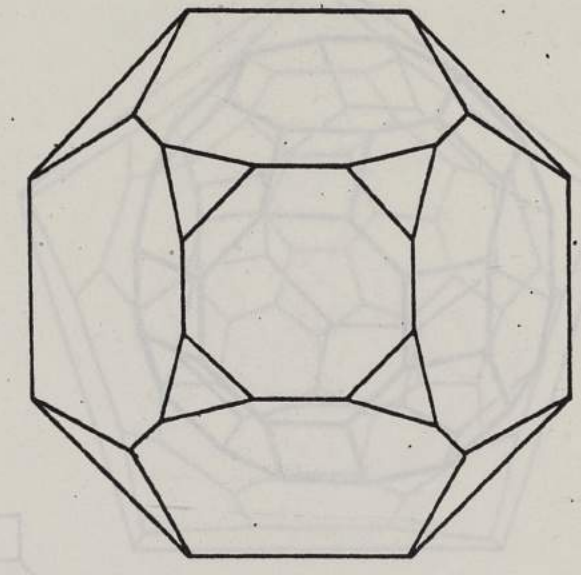


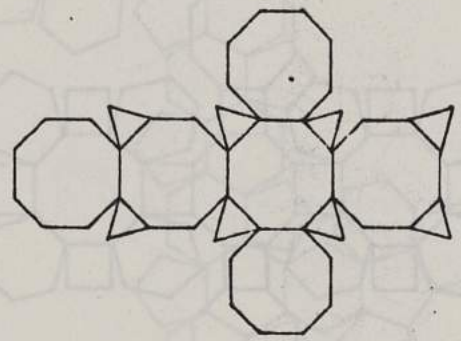
CUBE TRONQUE 388

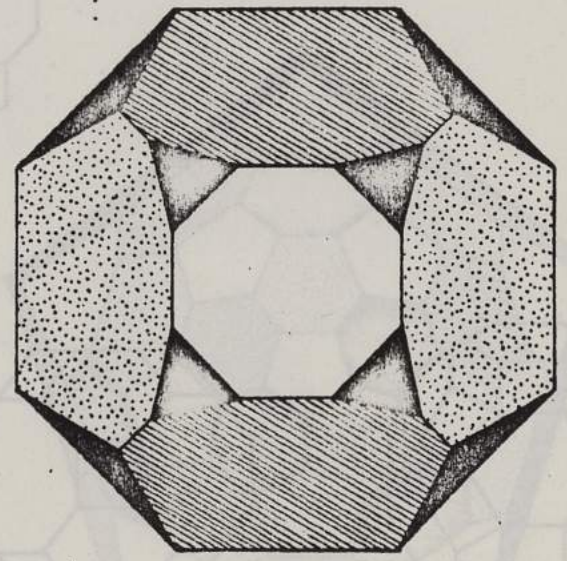


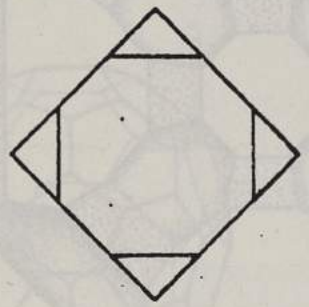
S	24	3	8	3-8	125°16'
A	36	8	6	8-8	90°
F	14				

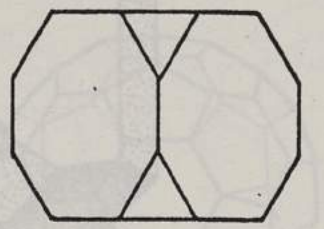
V	17.76	Δ	32°39'
ri	0.9597	a	0.562rm
rc	1.0420	rm	1.78a

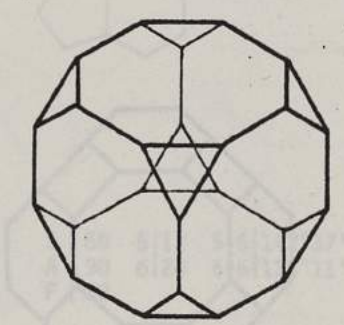




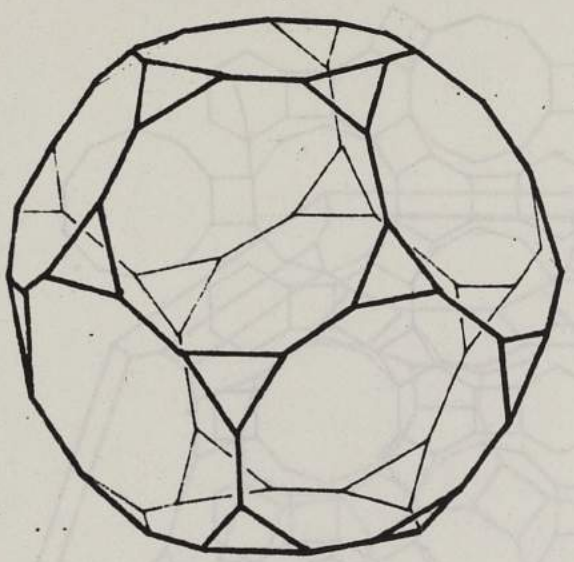


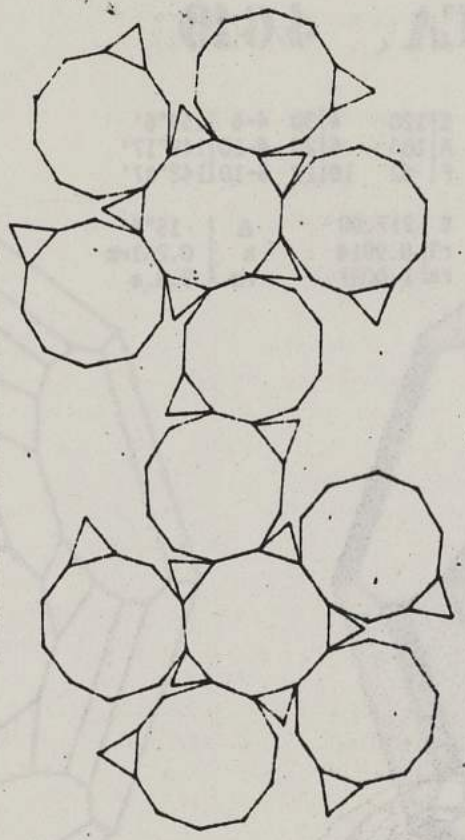


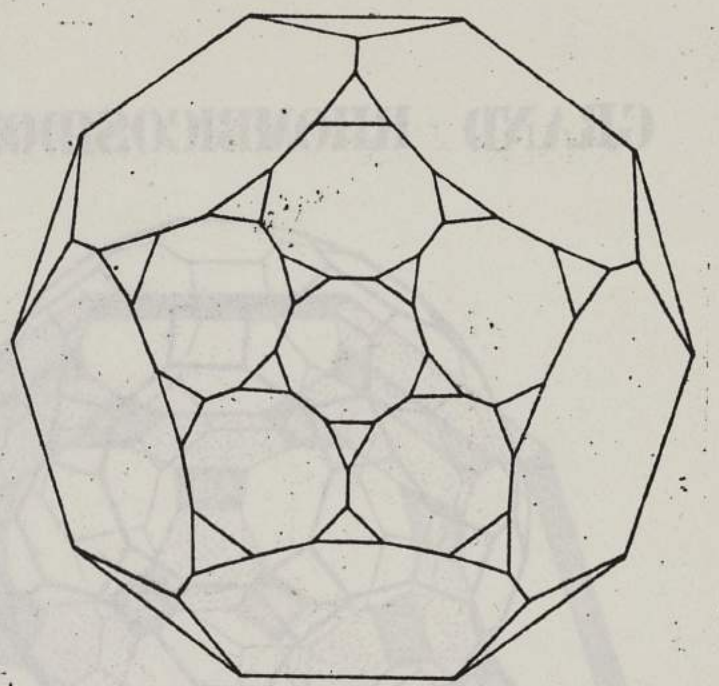


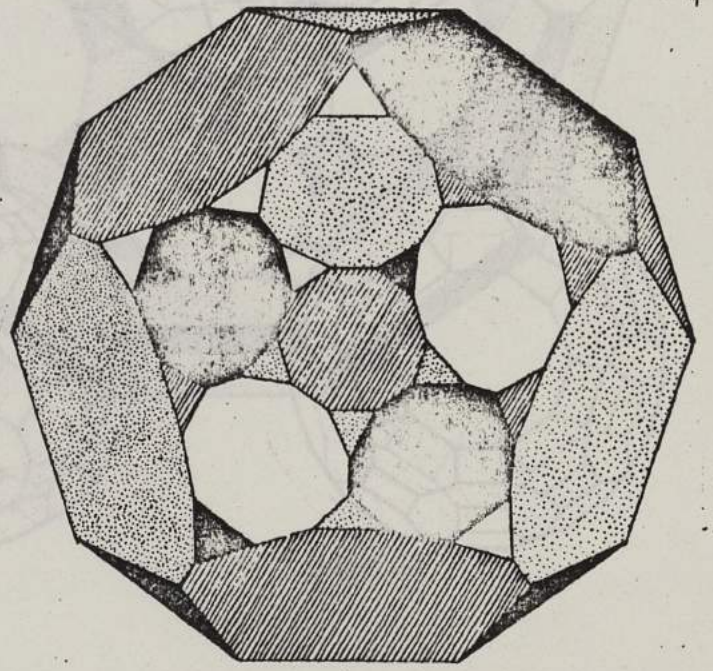


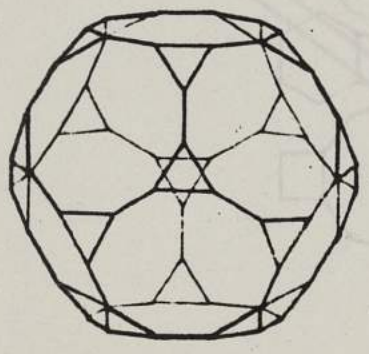
DODECAEDRE TRONQUE 3 10 10

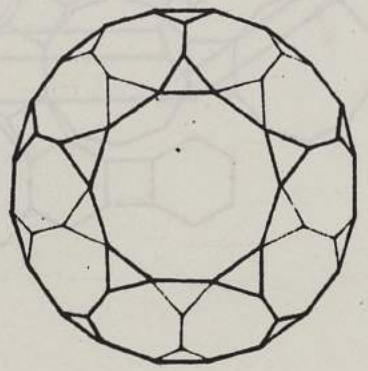








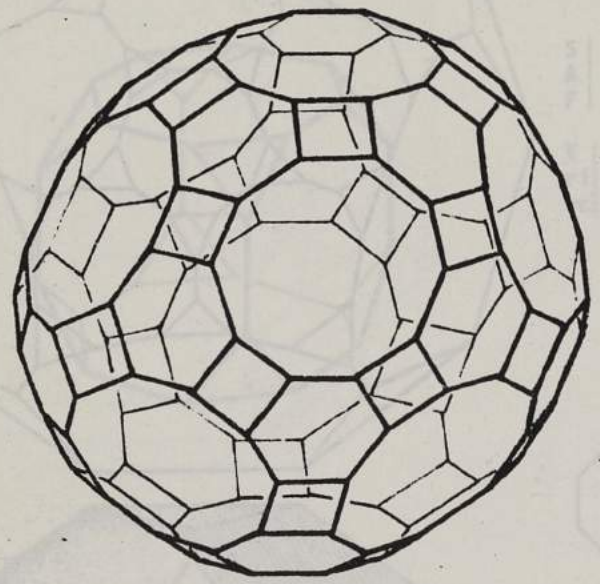




S	60	3	20	3-10	142°37'
A	90	10	12	10-10	116°34'
F	32				

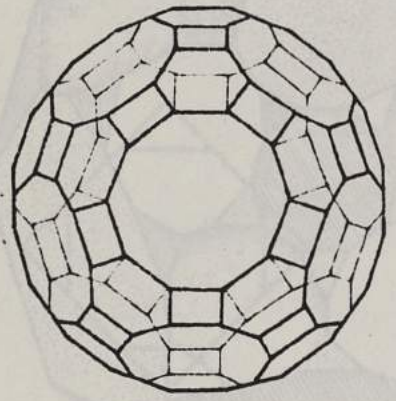
V	97.45	Δ	19°24'
ri	0.9857	a	0.337rm
rc	1.0145	rm	2.97a

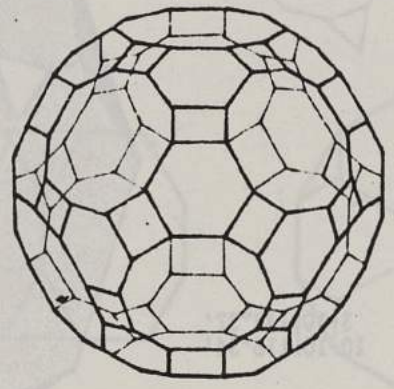
GRAND RHOMBICOSIDODECA 4610

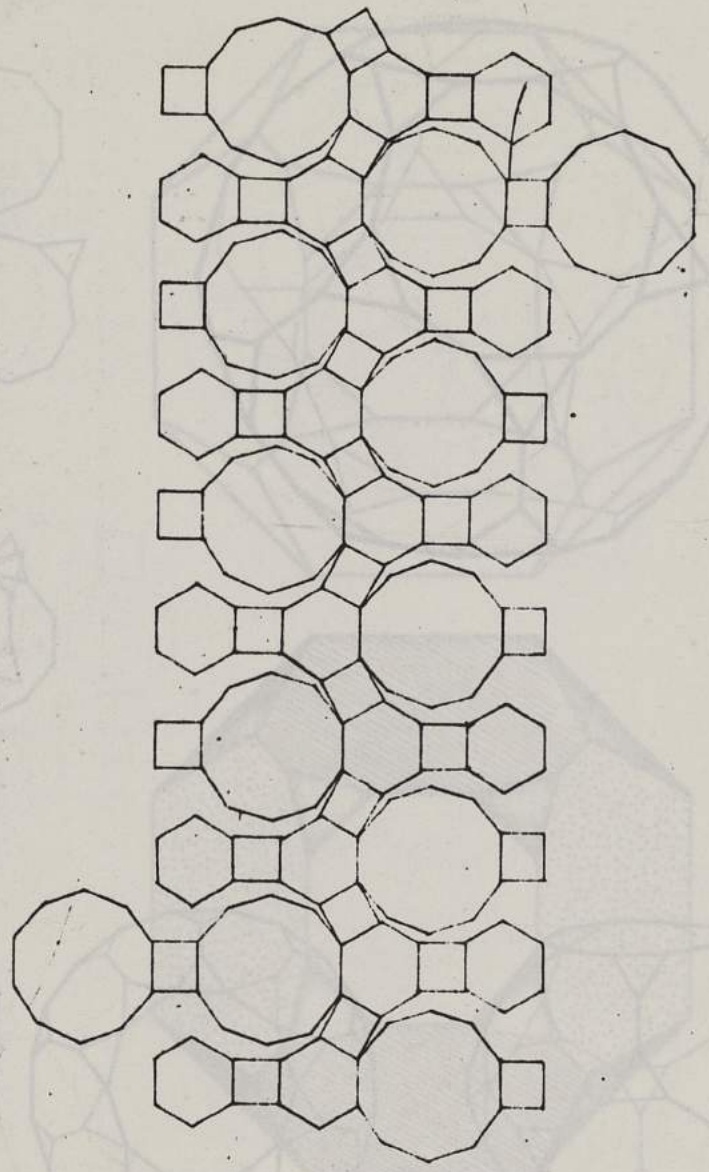


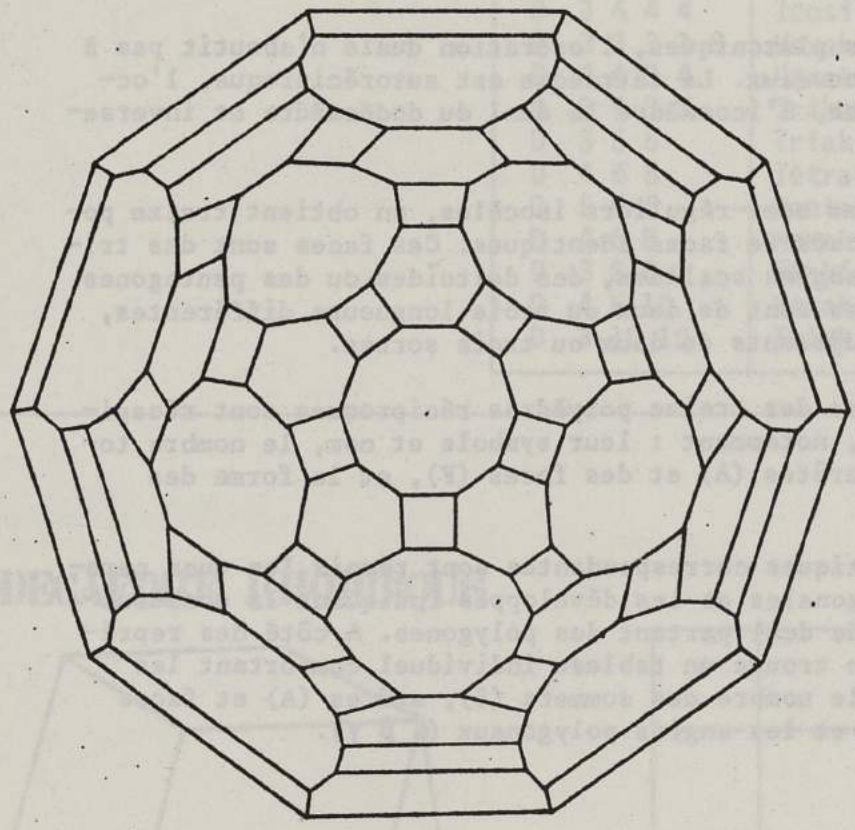
S	120	4	30	4-6	159°6'
A	180	6	20	4-10	148°17'
F	62	10	12	6-10	142°37'

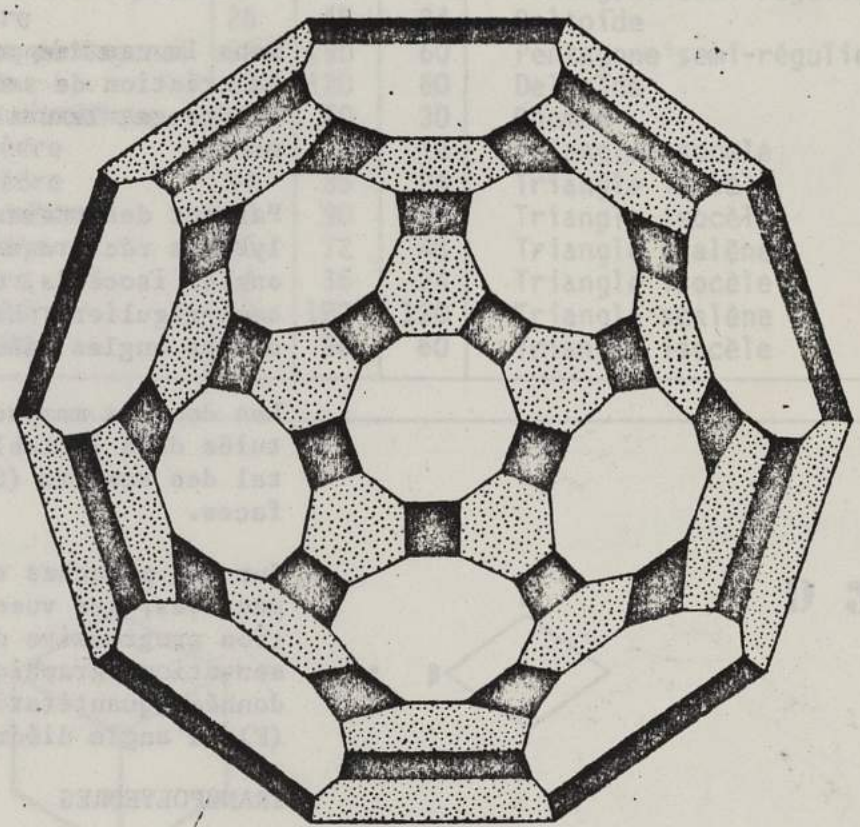
V	217.90	Δ	15°6'
ri	0.9914	a	0.263rm
rc	1.0087	rm	3.8.a











POLYEDRES RECIPROQUES

Tout comme dans le cas des tessellations, les lignes diamétrales passant par les points médians des arêtes polyédriques produisent une configuration duale, appelée aussi réciproque du fait que la même opération d'isomorphie polaire exécutée sur la figure obtenue reproduit de nouveau le polyèdre original. Les sommets du polyèdre dual se situent en face des centres polygonaux primitifs et ses faces sont opposées aux sommets initiaux.

Dans le cas des polyèdres platoniques, l'opération duale n'aboutit pas à la création de solides nouveaux. Le tétraèdre est autoréciproque, l'octaèdre est le dual du cube, l'icosaèdre le dual du dodécaèdre et inversement.

Partant des treize solides semi-réguliers isocèles, on obtient treize polyèdres réciproques composés de faces identiques. Ces faces sont des triangles isocèles, des triangles scalènes, des deltoïdes ou des pentagones semi-réguliers. Les arêtes sont de deux ou trois longueurs différentes, et les angles diédraux adjacents de deux ou trois sortes.

Les données morphologiques des treize polyèdres réciproques sont récapitulés dans le tableau 11, notamment : leur symbole et nom, le nombre total des sommets (S) des arêtes (A) et des faces (F), et la forme des faces.

Sur les planches signalétiques correspondantes sont réunis les vues perspectives, les vues orthogonales et les développés indiquant la construction progressive du solide dual partant des polygones. A côté des représentations graphiques, se trouve un tableau individuel comportant les données quantitatives : le nombre des sommets (S), arêtes (A) et faces (F), l'angle diédral (Δ) et les angles polygonaux (α β γ).

TRANSPOLYEDRES

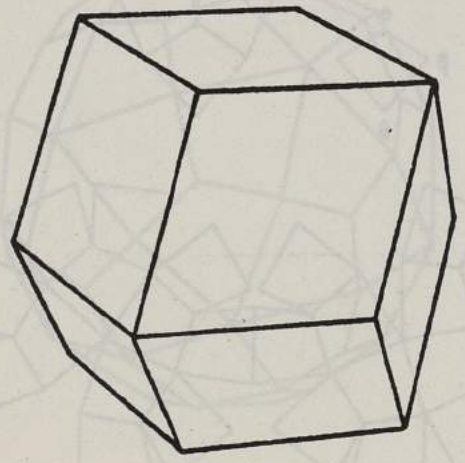
Ces solides de transition entre polyèdres et leur forme réciproque ont été développés tout récemment par Haresh Halvani. Un transpolyèdre est le résultat d'une transformation par distension d'un polyèdre isocèle ou de son dual. L'enveloppe du transpolyèdre cumule les faces polygonales régulières du solide original (F), les faces polygonales duales du solide réciproque (S) et autant de faces carrées ou rectangulaires qu'il existait d'arêtes (A) dans le solide oroginal. Ainsi le nombre total des faces d'un transpolyèdre sera (S + A + F).

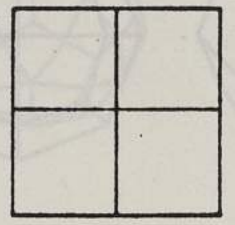
TABLEAU 11 . POLYEDRES RECIPROQUES

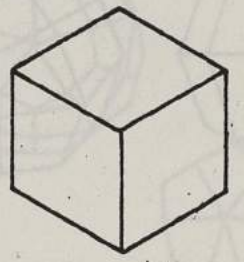
Symbole	Nom du polygone dual	S	A	F	Forme des faces
D 3 4 3 4	Dodécaèdre rhombique	14	24	12	Rhombe
D 3 3 3 3 4	Icositetraèdre pentagonal	38	60	24	Pentagone semi-régulier
D 3 4 4 4	Icositétraèdre	26	48	24	Deltoïde
D 3 3 3 3 5	Hexakontaèdre pentagonal	92	150	60	Pentagone semi-régulier
D 3 4 3 4	Hexakontaèdre	62	120	60	Deltoïde
D 3 5 3 5	Trikontaèdre rhombique	32	60	30	Rhombe
D 3 6 6	Triakistetraèdre	8	18	12	Triangle isocèle
D 4 6 6	Tétrakishexaèdre	14	36	24	Triangle isocèle
D 5 6 6	Pentakisdodécaèdre	32	90	60	Triangle isocèle
D 4 6 8	Hexakisoctaèdre	26	72	48	Triangle scalène
D 3 8 8	Tiakisoctaèdre	14	36	24	Triangle isocèle
D 4 6 10	Hexakisicosaèdre	62	180	120	Triangle scalène
D 3 10 10	Triakisicosaèdre	32	90	60	Triangle isocèle

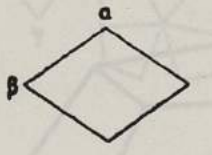
DODECAEDRE RHOMBIQUE .

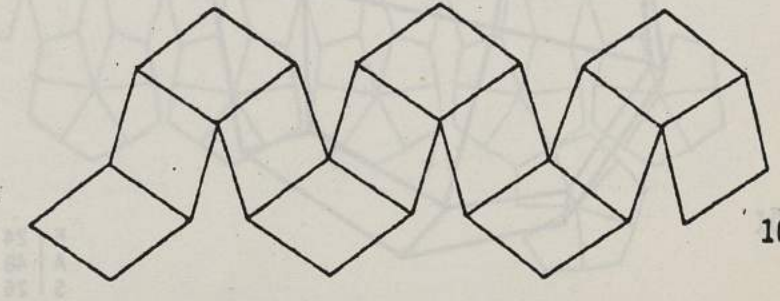
D 3434







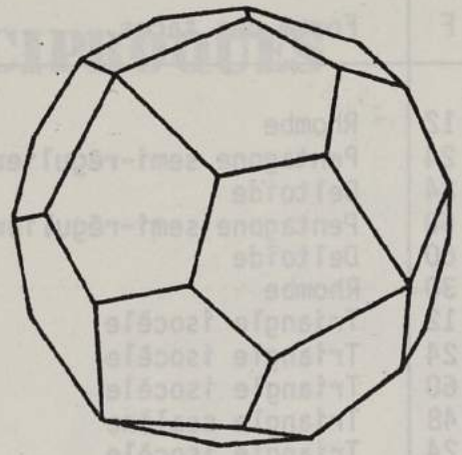


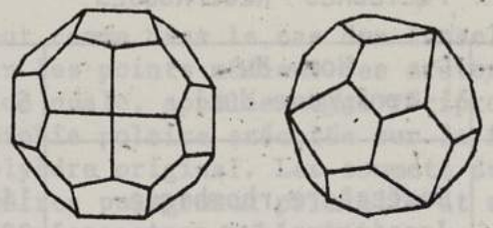


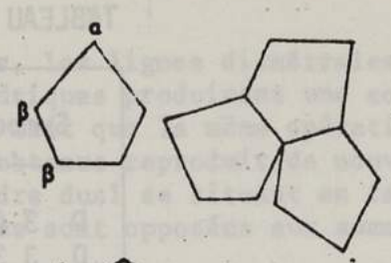
F	12	Δ	120°
A	24	α	109°28'
S	14	β	70°32'

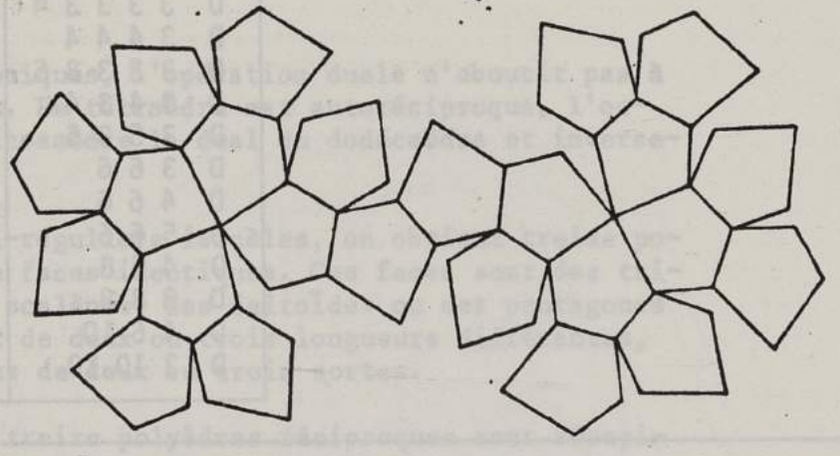
ICOSITETRAEDRE PENTAGONAL

D 33334





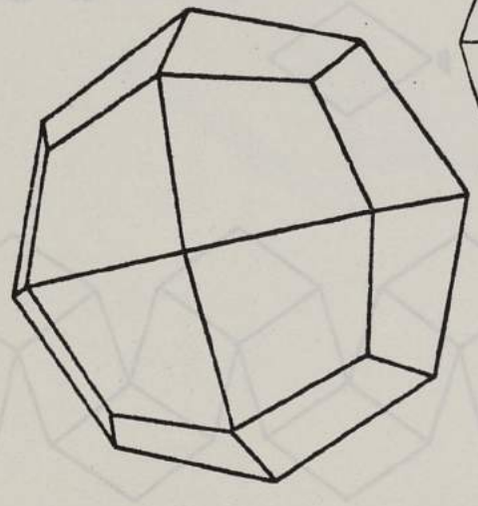


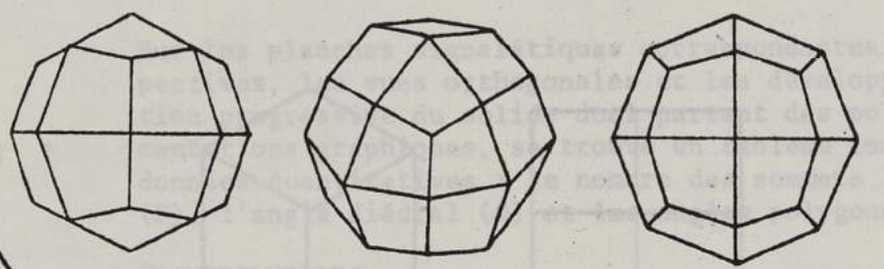


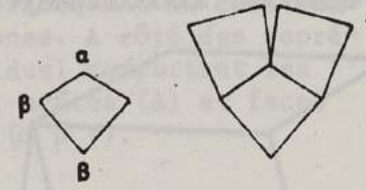
F	24	Δ	136°19'
A	60	α	80°46'
S	38	β	114°49'

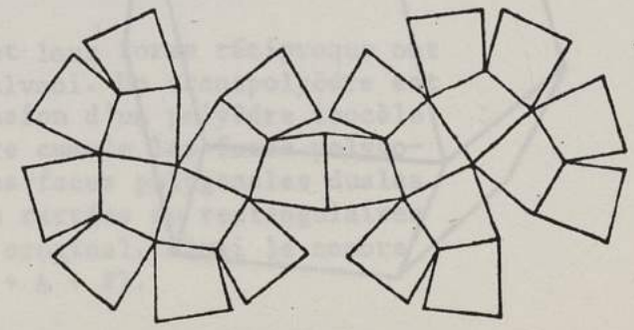
ICOSITETRAEDRE

D 3444





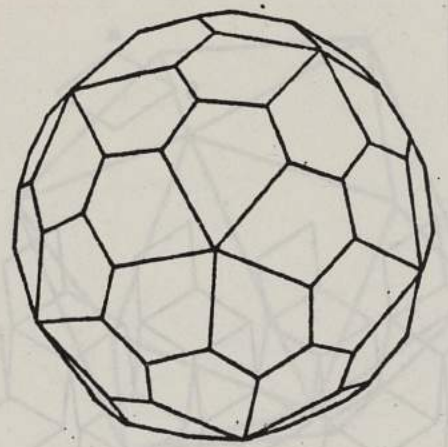


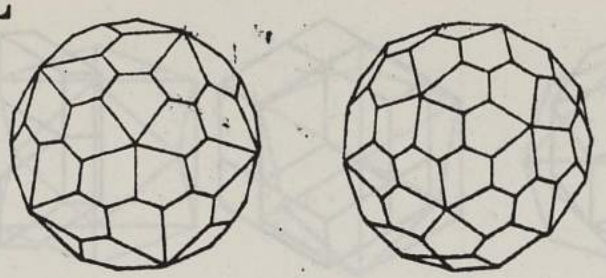


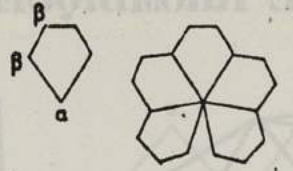
F	24	Δ	138°7'
A	48	α	115°16'
S	26	β	81°35'

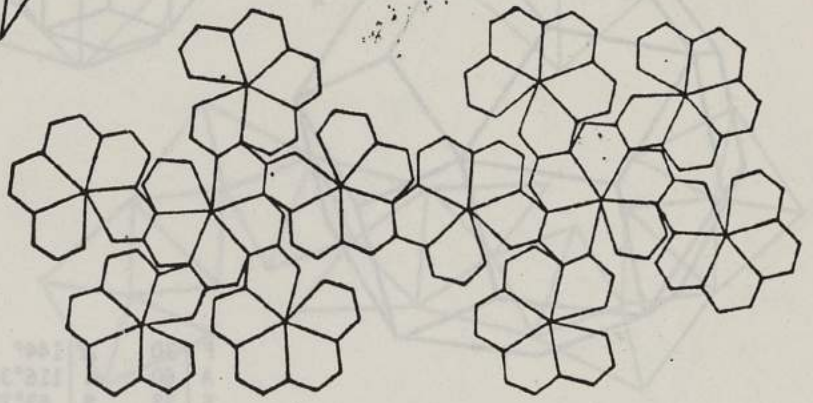
HEXAKONTAEDRE PENTAGONAL

D 33335





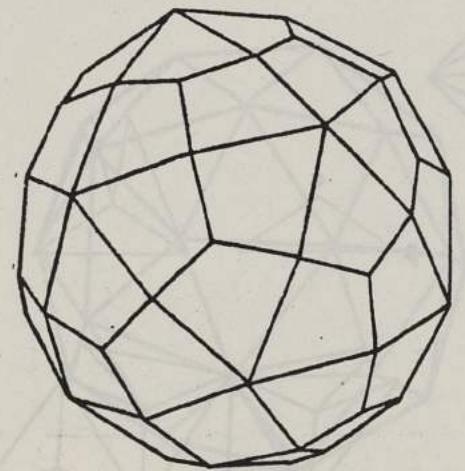


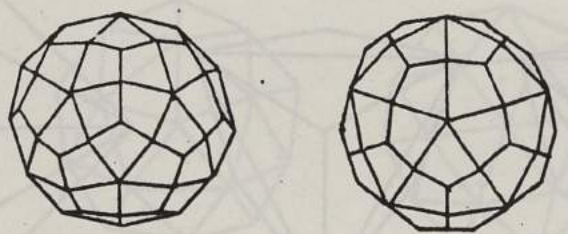


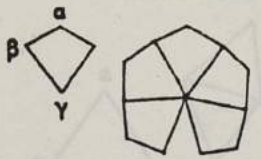
F	60	Δ	153°11'
A	150	α	67°28'
S	92	β	118°8'

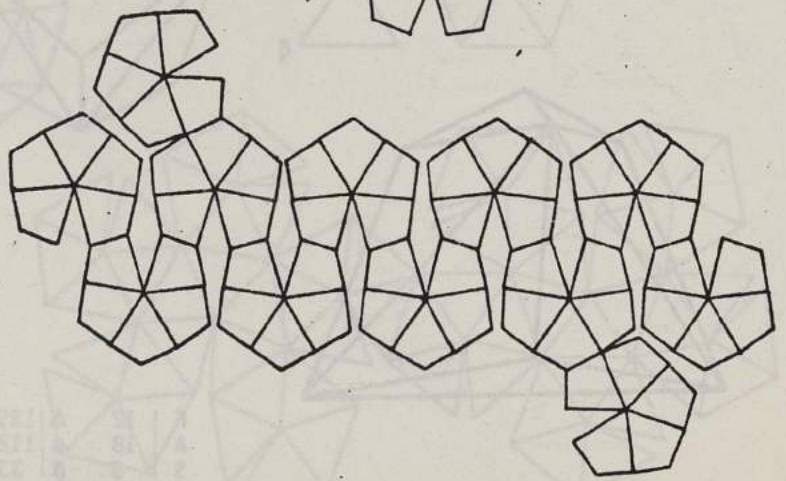
HEXAKONTAEDRE

D 3454





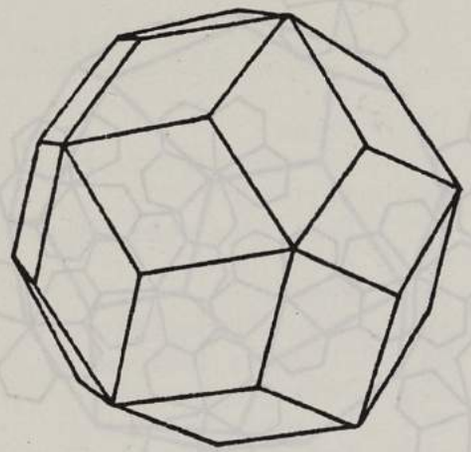


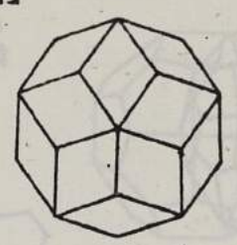


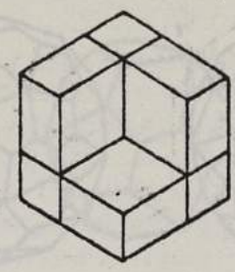
F	60	Δ	154°8'
A	120	α	118°16'
S	62	β	86°59'
		γ	67°46

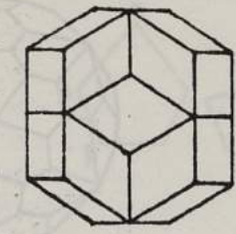
TRIAKONTAEDRE RHOMBIQUE

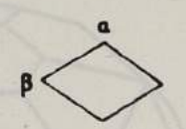
D 3535

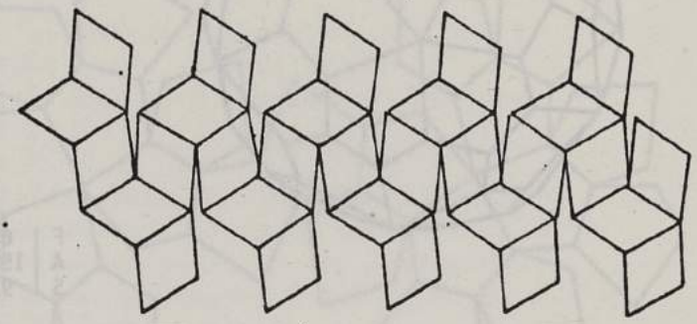








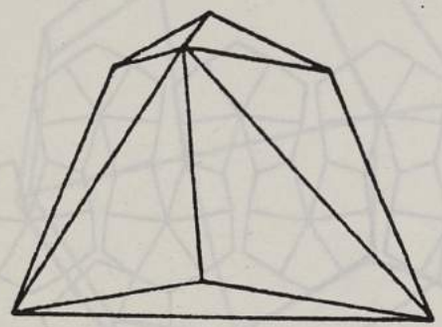


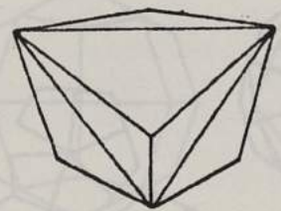


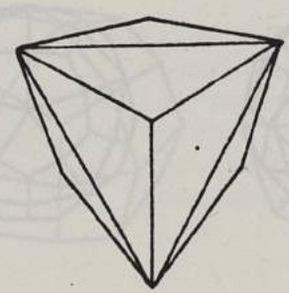
F	30	Δ	144°
A	60	α	116°34'
S	32	β	63°26'

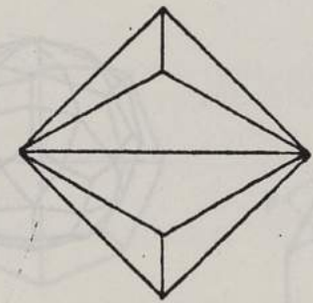
TRIAKISTETRAEDRE

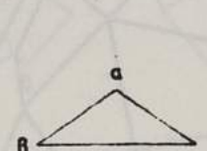
D 366



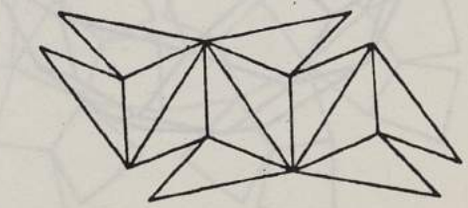








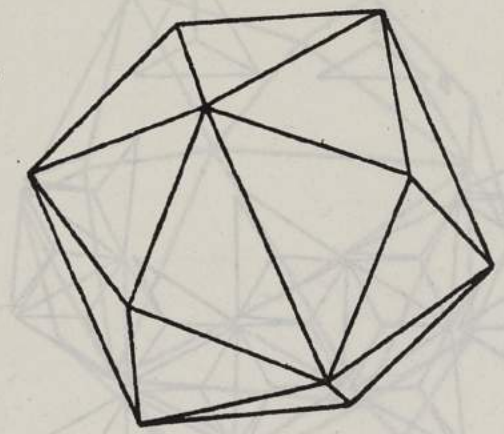


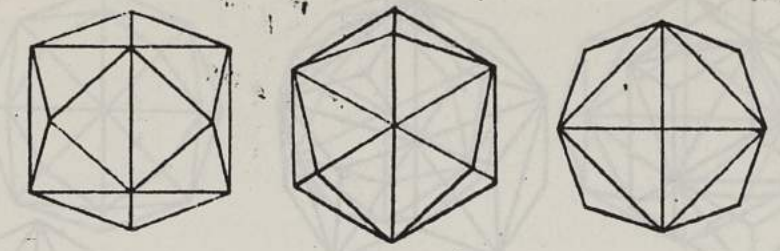


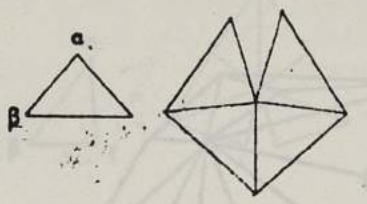
F	12	Δ	129°32'
A	18	α	112°53'
S	8	β	33°35'

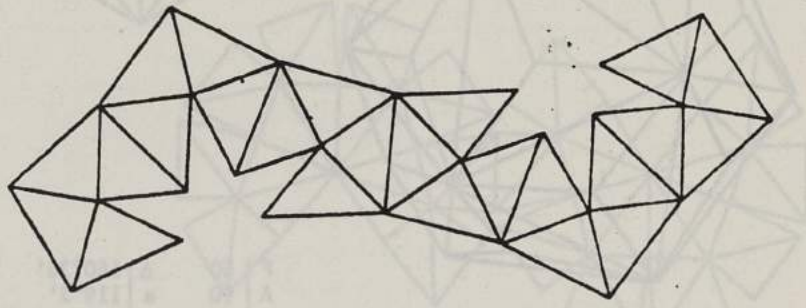
TETRAKISHEXAEDRE

D 466





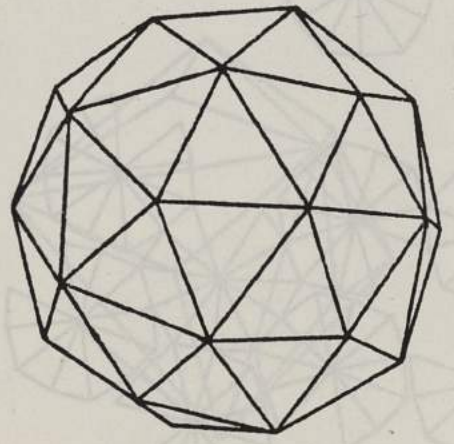


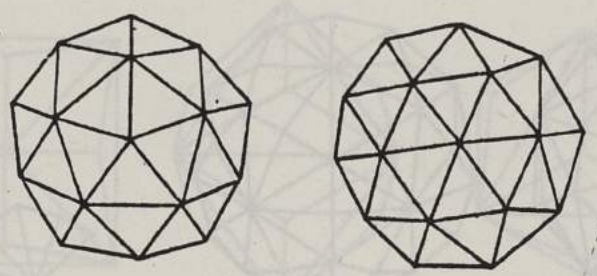


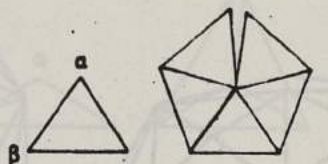
F	24	Δ	143°8'
A	14	α	83°37'
S	36	β	48°12'

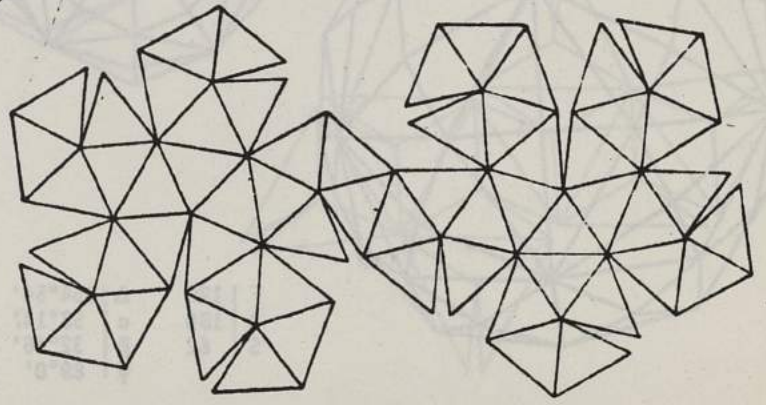
PENTAKISDODECAEDRE

D 566





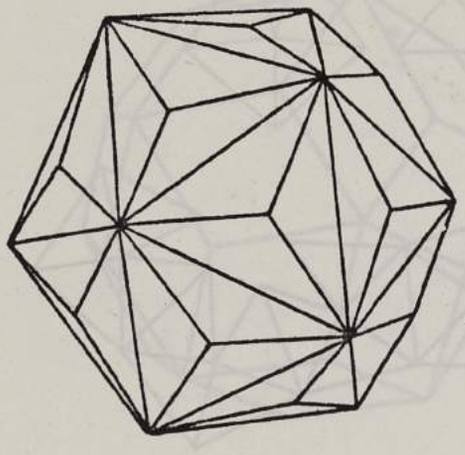


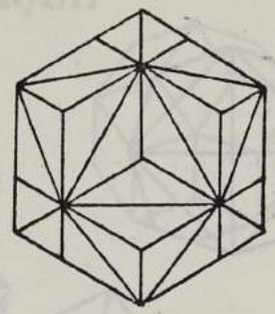


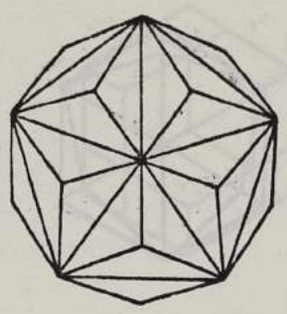
F	60	Δ	156°43'
A	90	α	68°37'
S	32	β	55°42'

TRIAKISICOSAEDRE

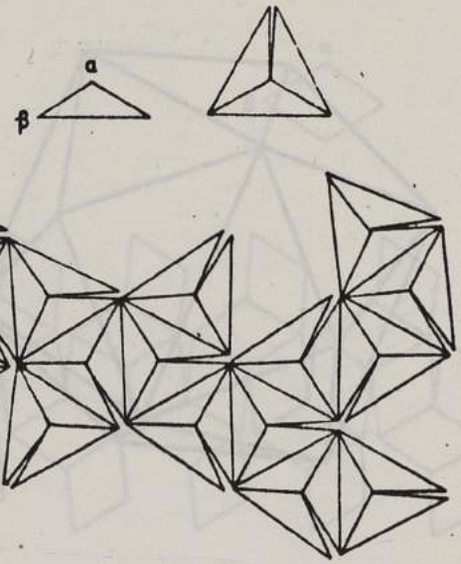
D 3 1010





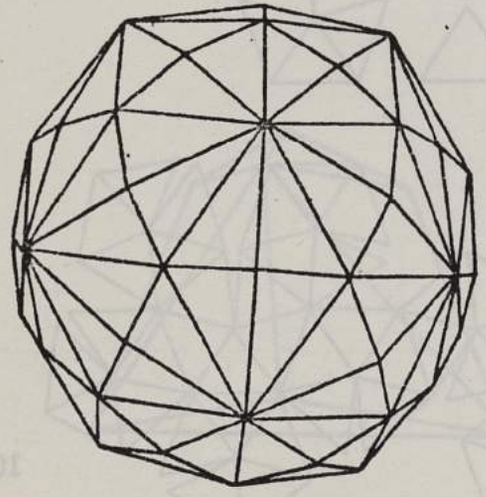


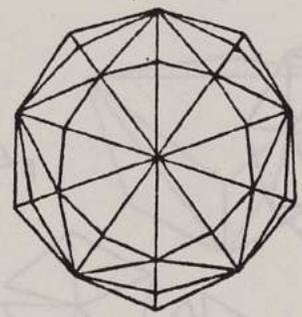
F	60	Δ	160°36'
A	90	α	119°3'
S	32	β	30°29'

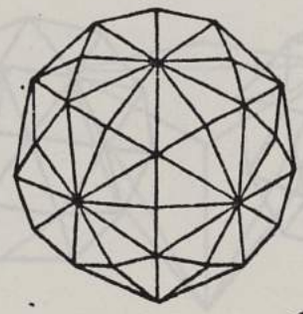


HEXAKISICOSAEDRE

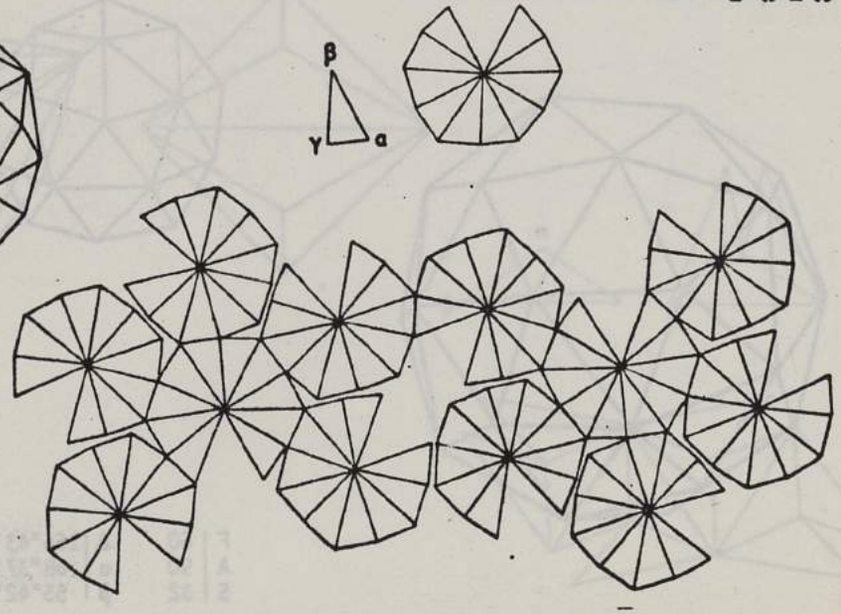
D 4 6 10





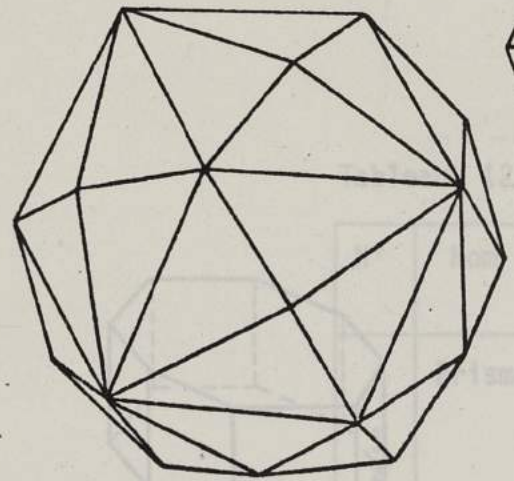


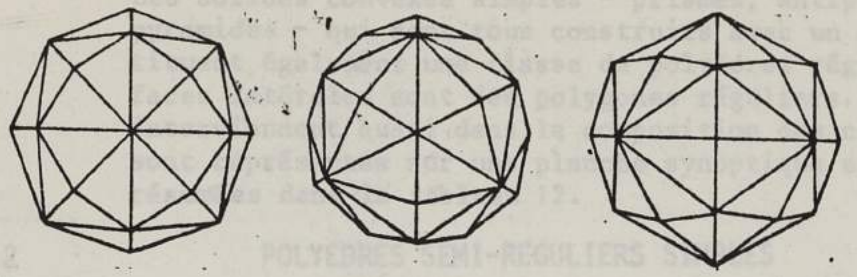
F	120	Δ	164°54'
A	180	α	58°14'
S	62	β	32°46'
		γ	89°0'

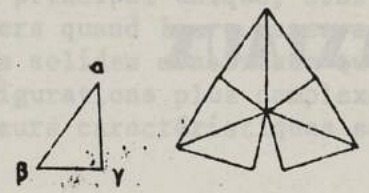


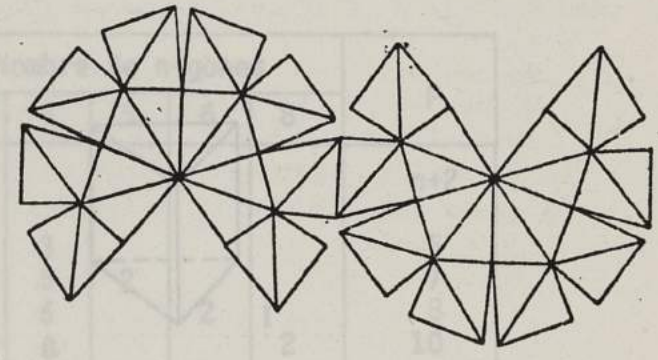
HEXAKISOCTAEDRE

D 468





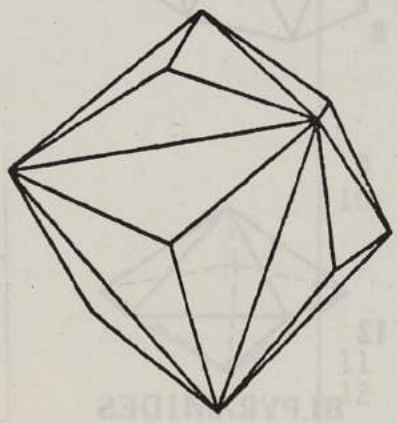


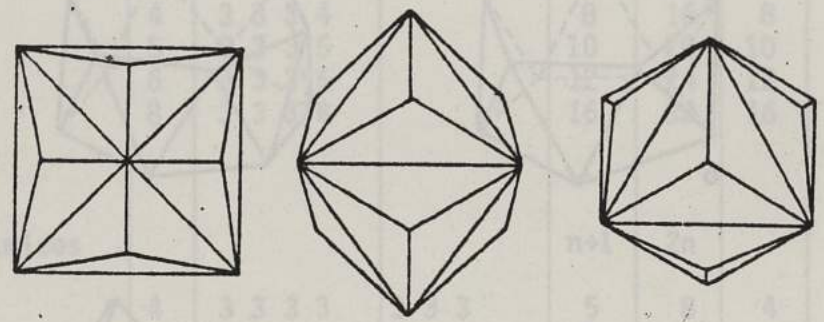


F	48	Δ	155°5'
A	72	α	55°2'
S	26	β	37°47'
		γ	87°12'

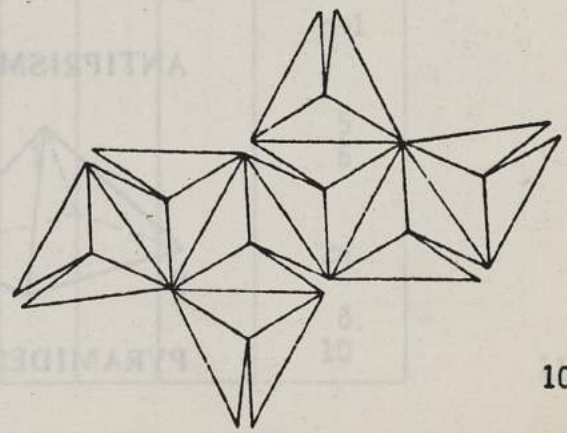
TRIAKISOCTAEDRE

D 388



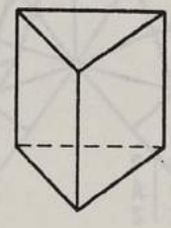




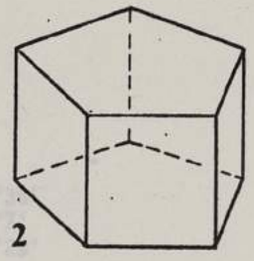


F	24	Δ	147°21'
A	36	α	117°12'
S	14	β	31°24'

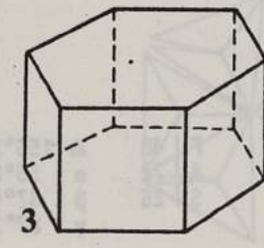
POLYEDRES MONOAXIAUX



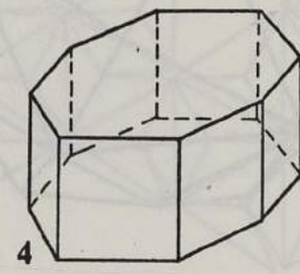
1



2

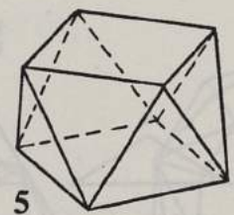


3

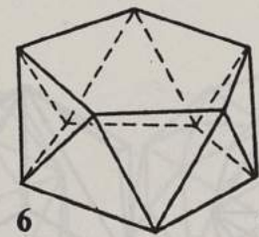


4

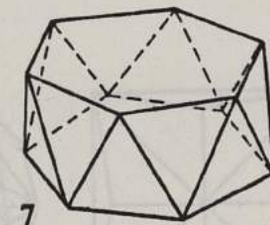
PRISMES



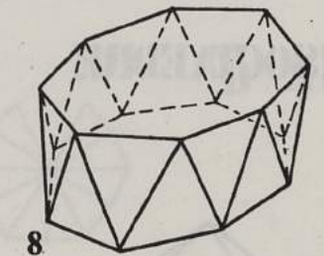
5



6

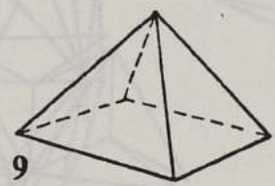


7



8

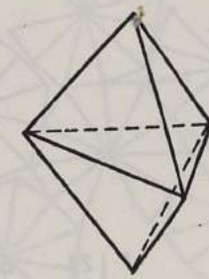
ANTIPRISMES



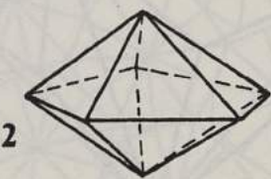
9



10



11



12

PYRAMIDES

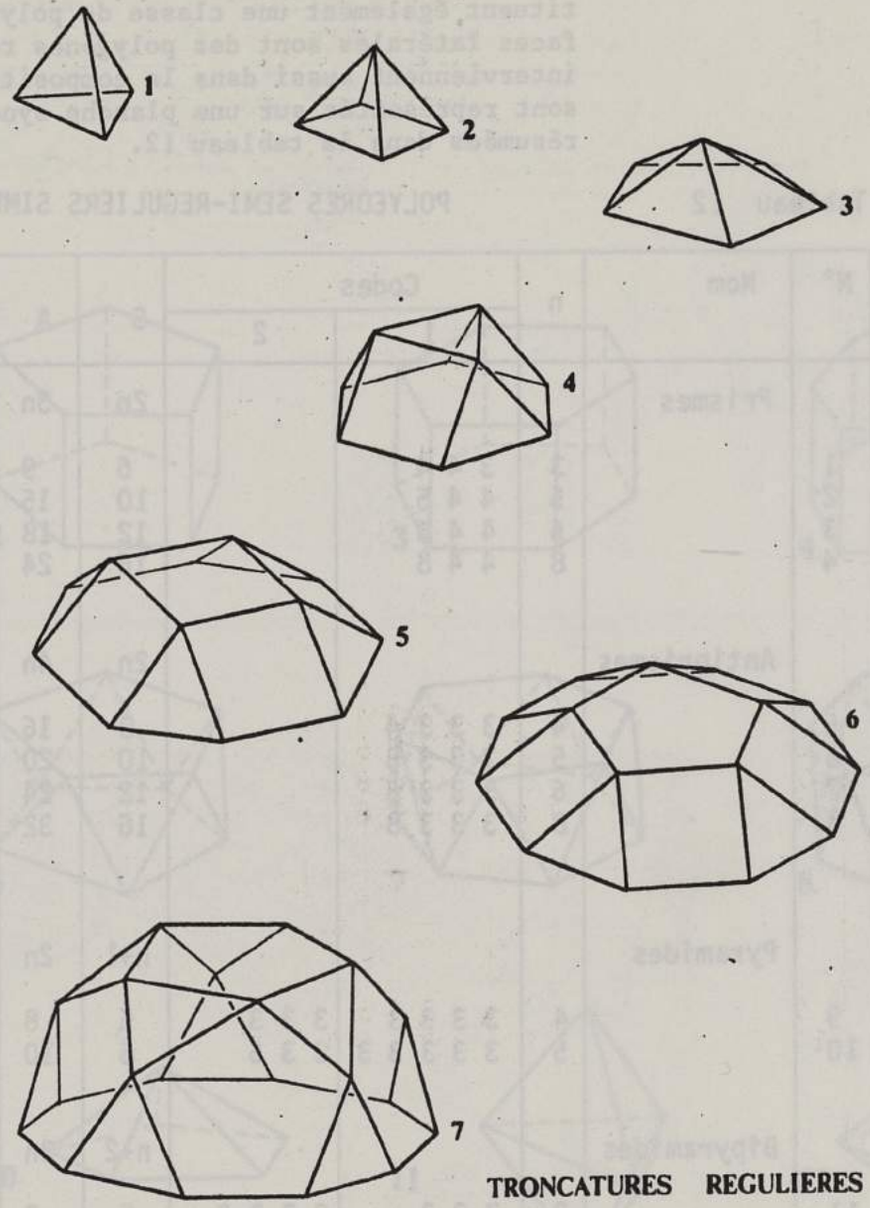
BIPYRAMIDES

Les solides convexes simples - prismes, antiprismes, pyramides et bipyramides - qui sont tous construits avec un axe principal unique, constituent également une classe de polyèdres réguliers quand leurs bases et faces latérales sont des polygones réguliers. Ces solides monoaxiaux qui interviennent aussi dans la composition des configurations plus complexes, sont représentés sur une planche synoptique et leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 12.

Tableau 12 POLYEDRES SEMI-REGULIERS SIMPLES

N°	Nom	n	Codes		S	A	Nombre de n-gones					F
			1	2			3	4	5	6	8	
	Prismes				2n	3n						n+2
1		3	3 4 4		6	9	2	3				5
2		5	4 4 5		10	15		5	2			7
3		6	4 4 6		12	18		6		2		8
4		8	4 4 8		16	24		8			2	10
	Antiprismes				2n	4n						2n+1
5		4	3 3 3 4		8	16	8	2				10
6		5	3 3 3 5		10	20	10		2			12
7		6	3 3 3 6		12	24	12			2		14
8		8	3 3 3 8		16	32	16				2	16
	Pyramides				n+1	2n						n+1
9		4	3 3 3 3	3 3 3	5	8	4	1				5
10		5	3 3 3 3 3	3 3 5	6	10	5		1			6
	Bipyramides				n+2	3n						2n
11		3	3 3 3	3 3 3 3	5	9	6					6
12		5	3 3 3 3	3 3 3 3 3	7	15	10					10

POLYEDRES COMPOSITES



TRONCATURES REGULIERES

TRONCATURES ET POLYEDRES HYBRIDES

Les polyèdres réguliers et semi-réguliers peuvent être disséqués par clivage, qui est une troncation planaire passant seulement à travers les sommets et arêtes. On obtient ainsi un certain nombre de polyèdres incomplets pyramides, calottes, demi-solides et les frustra ou troncs. Ces derniers sont des parties contenant une portion plus grande que la moitié d'un polyèdre, et où l'angle diédral formé avec la base est supérieur à 90°. Les bases des troncatures, c'est-à-dire les nouvelles faces obtenues par clivage, sont également des polygones réguliers de 3, 4, 5, 6, 8 et 10 côtés.

En faisant abstraction des frustra, mais en incluant le tétraèdre, qui n'ayant pas de plan de clivage autre que sa face est sa propre troncature, il existe sept troncatures régulières, où l'angle diédral formé avec la base est inférieur à 90°. Elles sont représentées sur les figures et leurs caractéristiques morphologiques et métriques sont récapitulées dans le tableau 13.

TABLEAU 13 TRONCATURES REGULIERES

	Nom	polygone de base	S	A	F						ΣF	α	
					3	4	5	6	8	10			
1	pyramide triangulaire (tétraèdre)	3	4	6	4						4	3-3	70°32'
2	pyramide carrée (demi octa)	4	5	8	4	1					5	3-4	54°44'
3	pyramide pentagonale(calotte icosa)	5	6	10	5		1				6	3-5	37°23'
4	demi cuboctaèdre	6	9	16	3	3		1			7	3-6	70°32'
												4-6	54°44'
5	calotte rhombicuboctaédrique	8	12	20	4	5			1		10	3-8	54°44'
												4-8	45°
6	calotte rhombicosidodeca	10	15	25	5	5	1			1	12	3-10	37°23'
												4-10	31°43'
7	demi icosidodécaèdre	10	20	35	10		6			1	17	3-10	79°11'
												5-10	63°26'

POLYEDRES COMPOSITES

L'accolage par leurs bases des troncatures identiques donne des bipyramides ou des bi-calottes en forme de lentille. L'association des troncatures ou des frustra avec les prismes ou les antiprismes de base correspondante, produit un grand nombre de polyèdres hybrides convexes et un nombre pratiquement illimité de configurations hybrides non convexes, de forme générale oblongue, arborescente, toroïde ou spongieuse. Les polyèdres composites réguliers sont obtenus par une hybridation régulière.

Les solides réguliers topologiquement convexes sont composés par l'assemblage systématique de polyèdres réguliers ou semi-réguliers et de troncatures. En appliquant, homogènement les troncatures par leur base sur toutes les faces homothétiques du polyèdre de forme correspondante à celle des bases, on obtient un nombre déterminé de solides métriquement non convexes ayant des angles diédraux alternativement saillants et rentrants, ces derniers égaux ou supérieurs à 180°.

L'enveloppe des polyèdres composites, dans la plupart des cas indéveloppables, comporte donc , outre les assemblages convexes, des assemblages non convexes où la somme des angles polygonaux varie entre 360° et 630°,étant composés de 4 à 10 polygones réguliers. Leur liste est énumérée par catégories, suivant le nombre des polygones formant les assemblages, dans le tableau 14.

Les sommets d'un polyèdre composite se situent sur deux ou plusieurs sphères concentriques, suivant qu'on utilise une, deux ou trois sortes de troncatures comme complément et que les sommets de ces troncatures s'étagent sur un ou deux niveaux.

TABLEAU 14 ASSEMBLAGES NON-CONVEXES

P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}
3446	33344	333333	3^7	3^8	3^85	3^{10}
3464	33434	333344	3^65			3^94
3465	33444	333434				
3546	33445	334334				
3368	33454	333335				
3448	34345	333435				
3484	34435	334335				
33610	33355	333355				
34410	33535	335335				
34104	33436					
331010	33536					
	33348					
	33438					
	334310					

Les opérations peuvent être exécutées intégralement, couvrant la totalité des faces par compléments transplantés: cas des polyèdres composites saturés; ou seulement partiellement, sur les faces polygonales de même type, les autres faces étant conservées: cas des solides non saturés. Les troncatures étant de deux catégories, les pyramides et les calottes, les polyèdres composites peuvent être classés en trois classes suivant qu'ils sont produits par pyramidation, par corrugation à l'aide des calottes ou par les deux opérations à la fois.

Cent quatre polyèdres composites sont constructibles par hybridation régulière, chacune des trois classes contenant trente quatre solides présentés par des figures schématiques et des photographies des modèles correspondants.

POLYEDRES PYRAMIDES

Les polyèdres pyramidés sont obtenus en complétant les solides platoniques ou archimédiens par un ou plusieurs types de pyramides régulières, de base triangulaire, carrée ou pentagonales appliquées sur les faces polyédriques correspondantes. Quand les polyèdres de support originalement composés de faces de 3, 4, ou 5 côtés seulement, sont saturés par une pyramidation intégrale, on obtient des solides entièrement et équilatéralement triangulés, dont le plus grand est composé de 300 faces. En reliant les sommets saillants vers l'extérieur, ces polyèdres entièrement pyramidés sont facilement transformables en autant de réseaux double nappe courbes. Les caractéristiques de ces solides sont résumées dans le tableau 15.

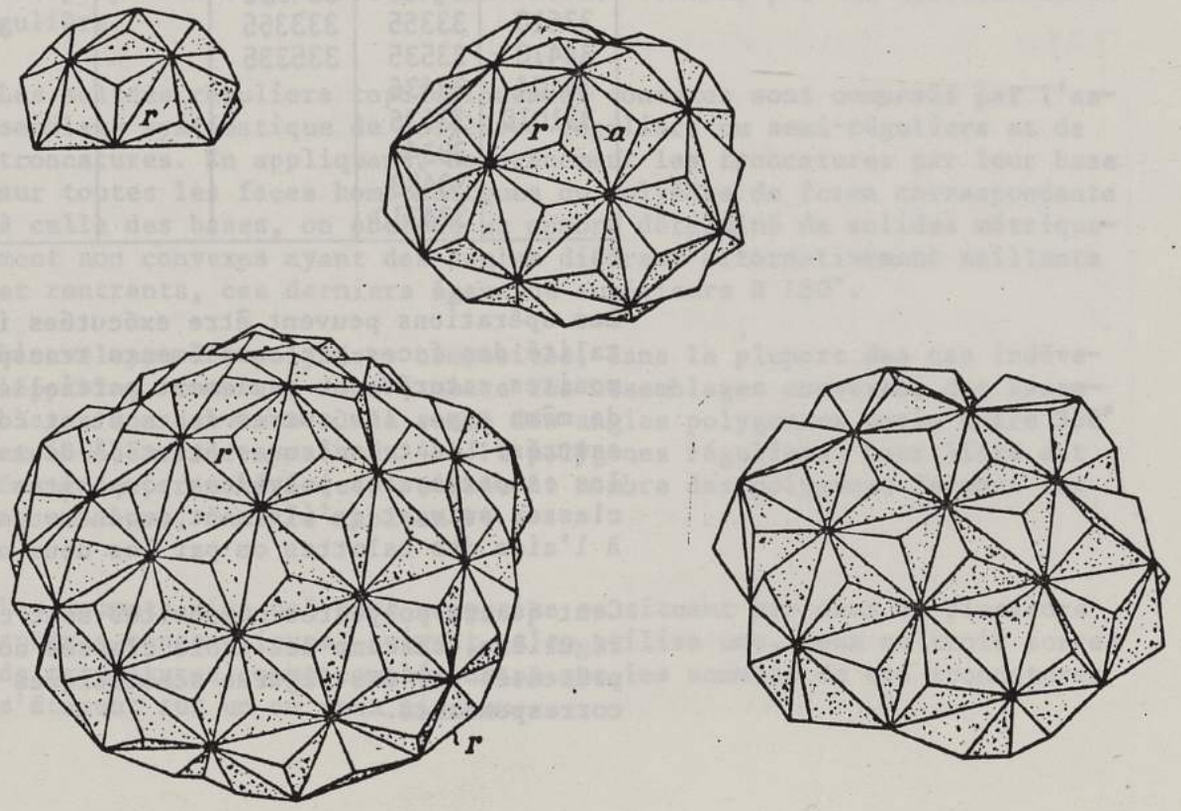
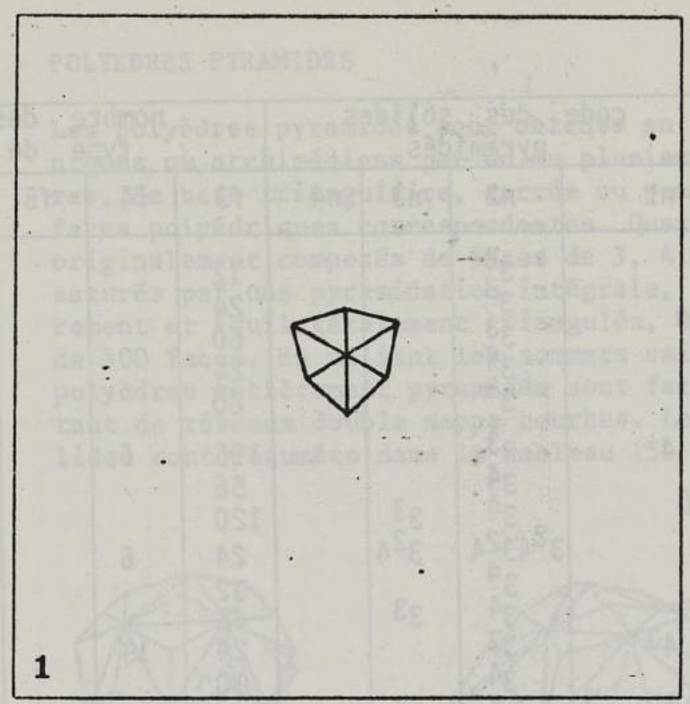
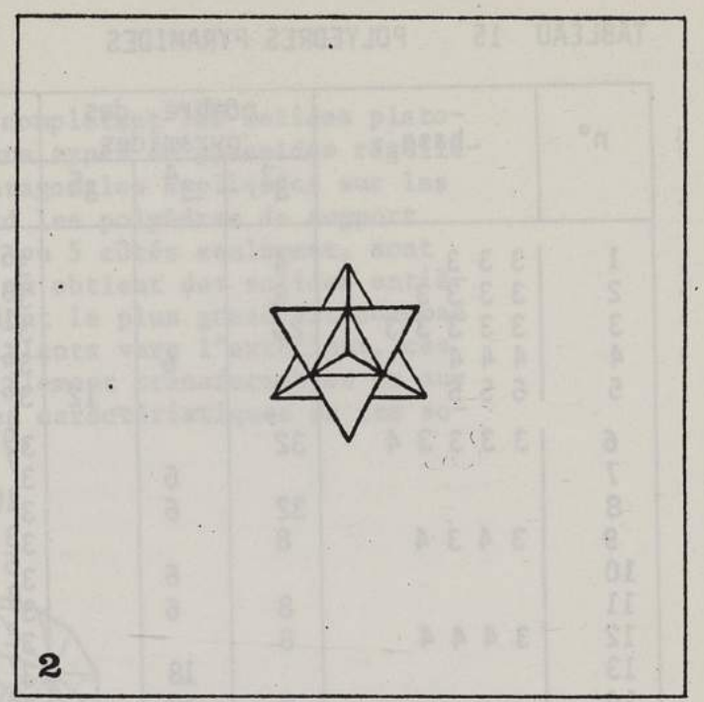


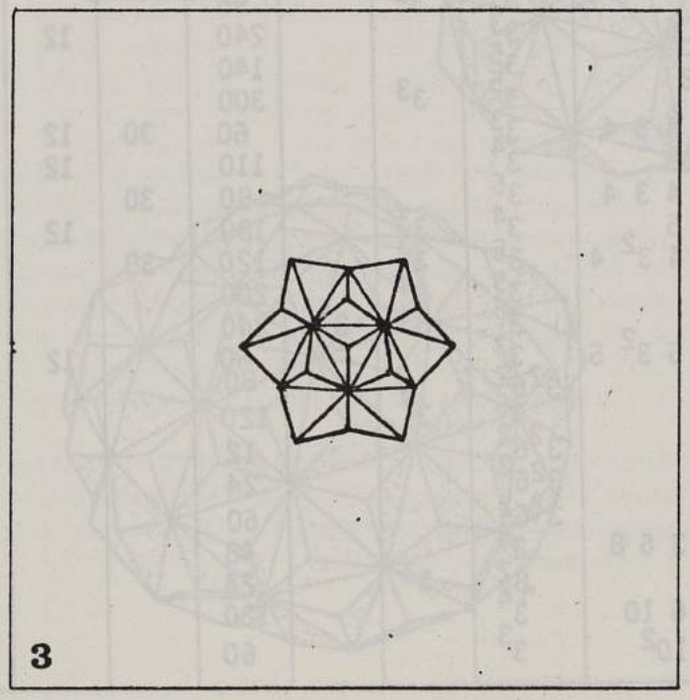
TABLEAU 15 POLYEDRES PYRAMIDES

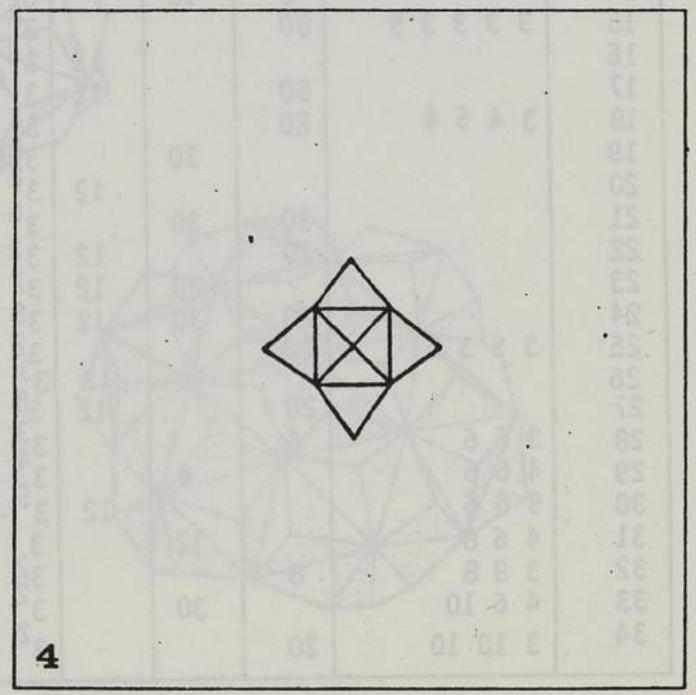
n°	base	nombre des pyramides			code des solides pyramidés				nombre des faces par type de polygones						total		
		3^3	3^4	3^5	n1	n2	n3	n4	f3	f4	f5	f6	f8	f10	F	A	S
1	3 3 3	4			3^6	3^3			12						12	18	8
2	3 3 3 3	8			3^8	3^3			24						24	36	14
3	3 3 3 3 3	20			3^{10}	3^3			60						60	90	32
4	4 4 4		6		3^6	3^4			24						24	36	14
5	5 5 5			12	3^6	3^5			60						60	90	32
6	3 3 3 3 4	32			3^9 4	3^3			96	6					102	156	56
7			6		3^7	3^4			56						56	84	30
8		32	6		3^{10}	3^4	3^3		120						120	180	62
9	3 4 3 4	8			3^3	$3^2 4 3^2 4$	$3^2 4$		24	6					30	48	20
10			6		3^6	3^4			32						32	48	14
11		8	6		3^8	3^4	3^3		48						48	72	26
12	3 4 4 4	8			3^2 4^3	3^3			24	18					42	72	32
13			18		3^7	3^4			80						80	120	42
14		8	18		3^8	3^4	3^3		96						96	144	50
15	3 3 3 3 5	80			3^8 5	3^3			240		12				252	390	140
16				12	3^6	3^5			140						140	210	72
17		80		12	3^{10}	3^5	3^3		300						300	450	152
18	3 4 5 4	20			3^2 4 5 4	3^3			60	30	12				102	180	80
19			30		3^5 5	3^4			110		12				122	210	90
20				12	3^2 4 3 4	3^5			80	30					110	180	72
21		20	30		3^6 5	3^4	3^3		180		12				192	300	110
22		20		12	3^2 4 3^2 4	3^5	3^3		120	30					150	240	92
23			30	12	3^7	3^5	3^4		200						200	300	102
24		20	30	12	3^8	3^5	3^4	3^3	240						240	360	122
25	3 5 3 5	20			3^2 5 3^2 5	3^3			60		12				72	120	50
26				12	3^3	$3^2 6^2$			80						80	120	42
27		20		12	3^8	3^5	3^3		120						120	180	62
28	3 6 6	4			3^3	$3^2 6^2$			12			4			16	30	16
29	4 6 6		6		3^4	$3^2 6^2$			24			8			32	60	30
30	5 6 6			12	3^5	$3^2 6^2$			60			20			80	150	152
31	4 6 8		12		3 3 6 8	3^4			48			8	6		62	120	60
32	3 8 8	8			3^2	8^2	3^3		24				6		30	60	32
33	4 6 10		30		3^2 6 10	3^4			120			20		12	152	300	150
34	3 10 10	20			3^2 10^2	3^3			60					12	72	150	80

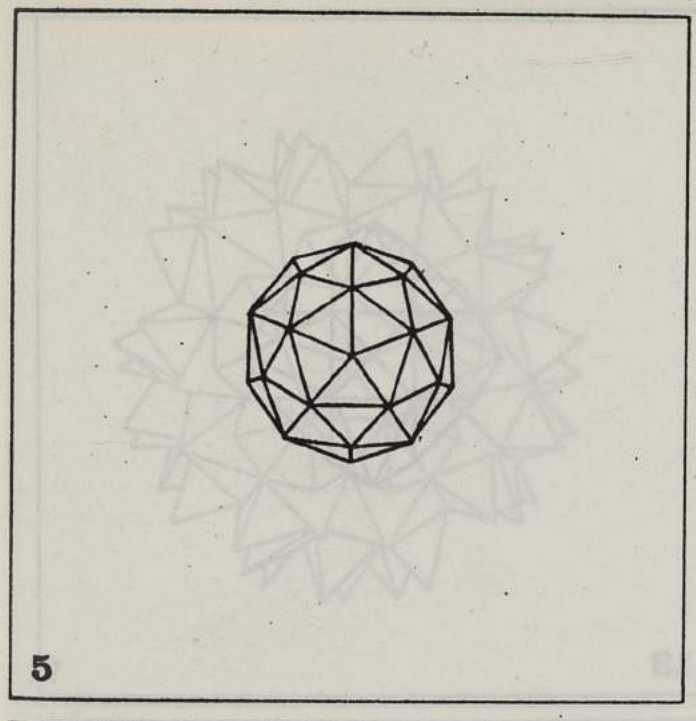
POLYEDRES PYRAMIDES


1

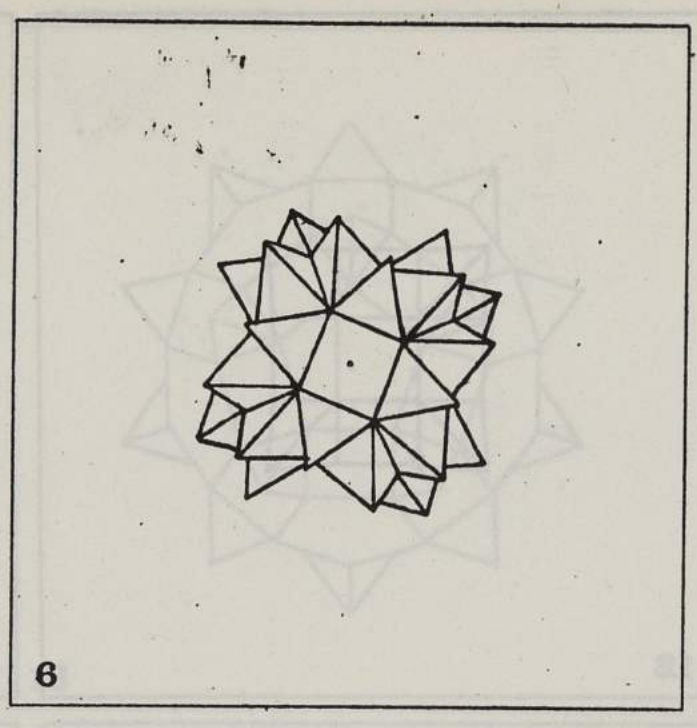

2


3

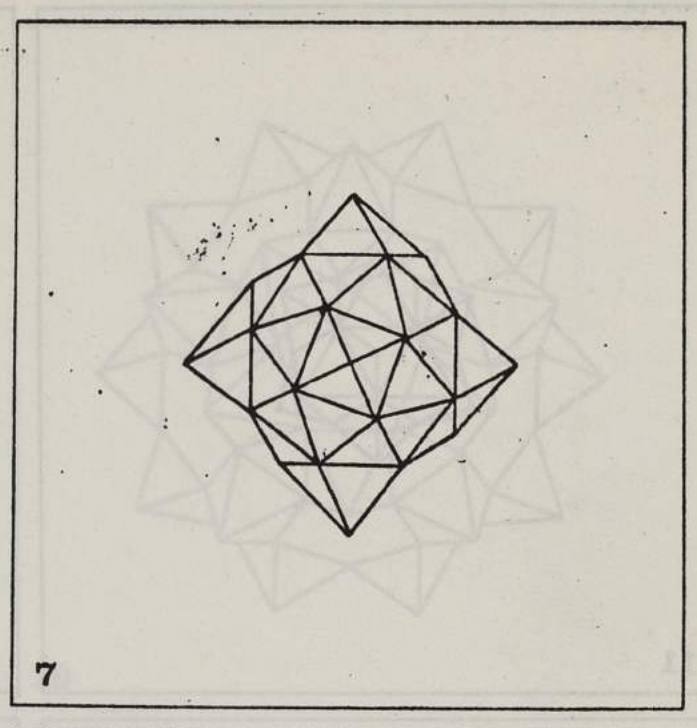

4



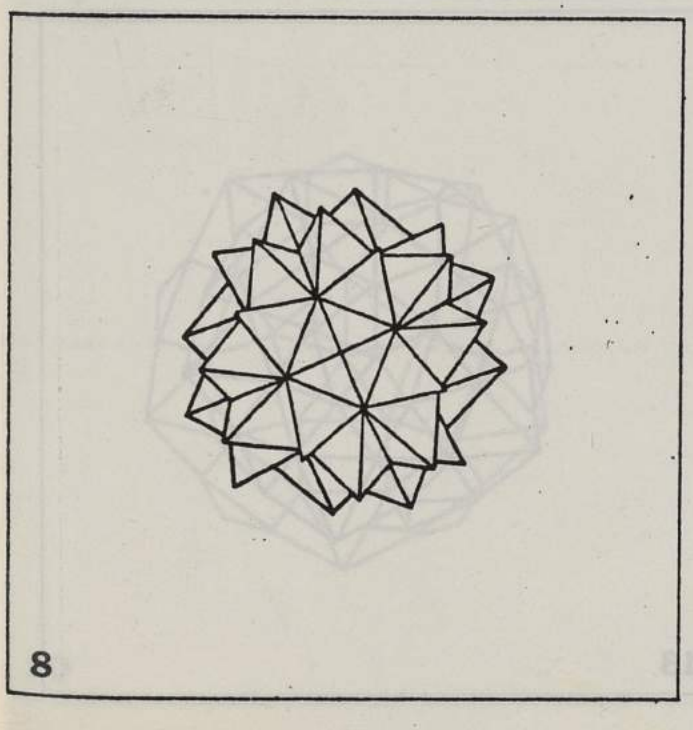
5



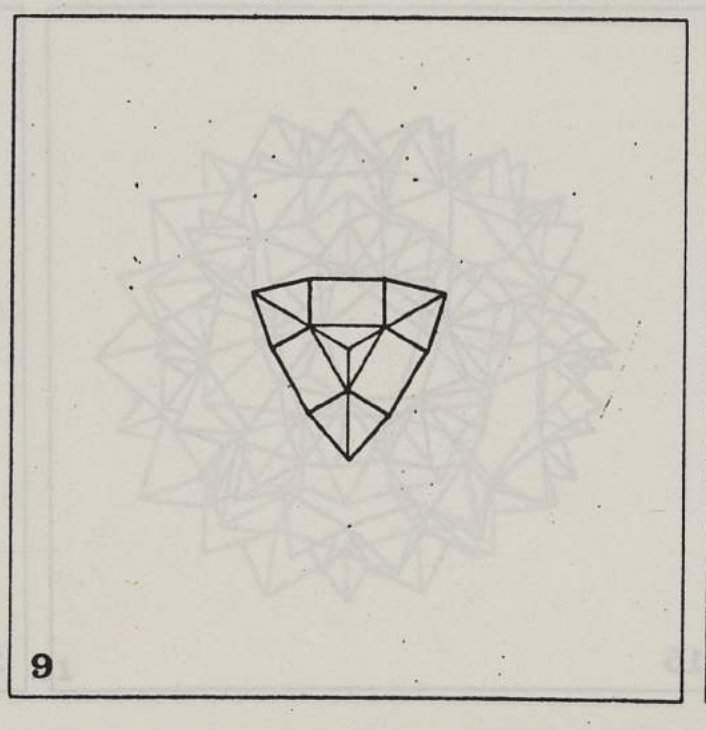
6



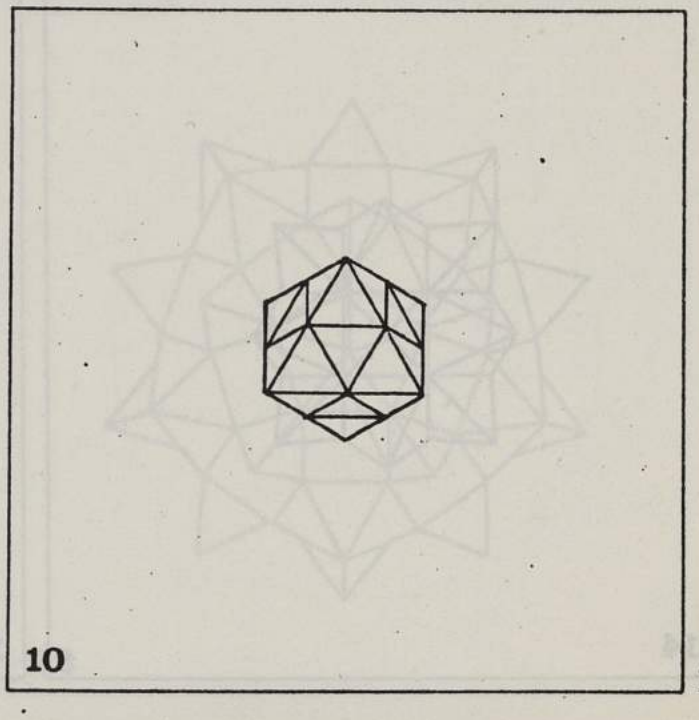
7



8

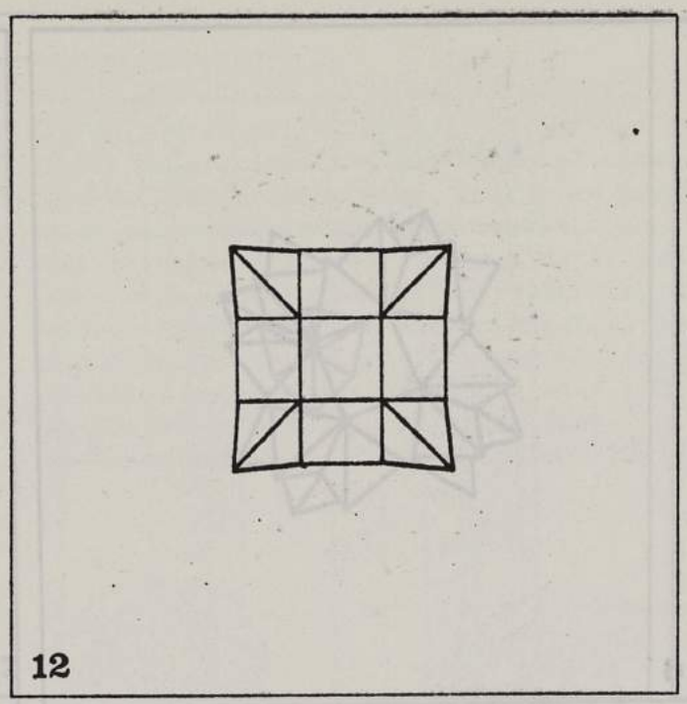


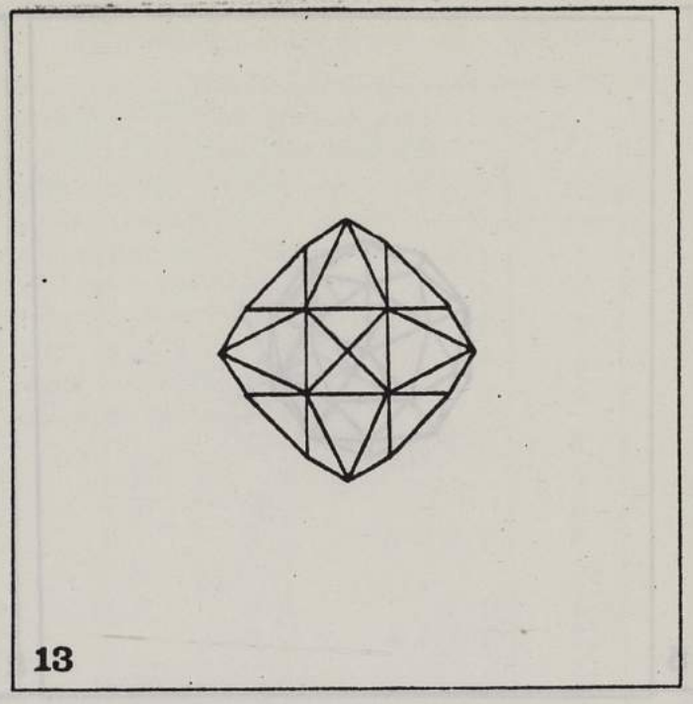
9

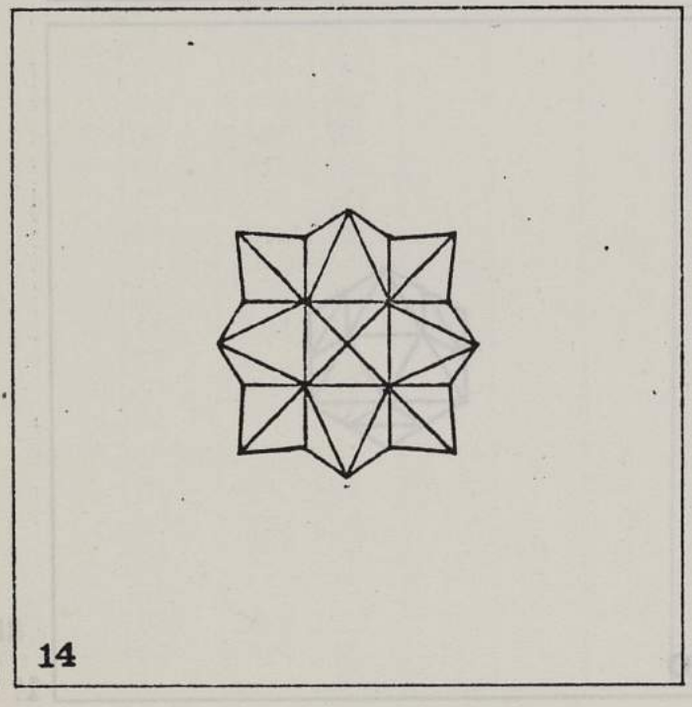


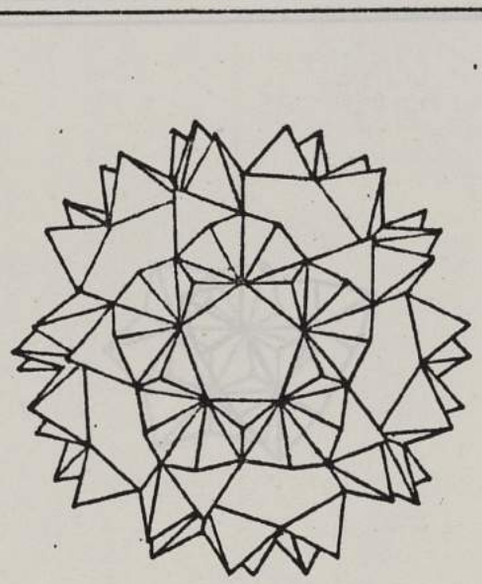
10

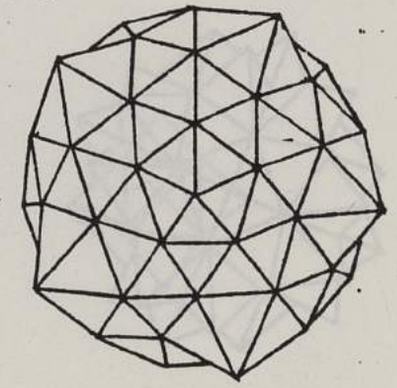

11

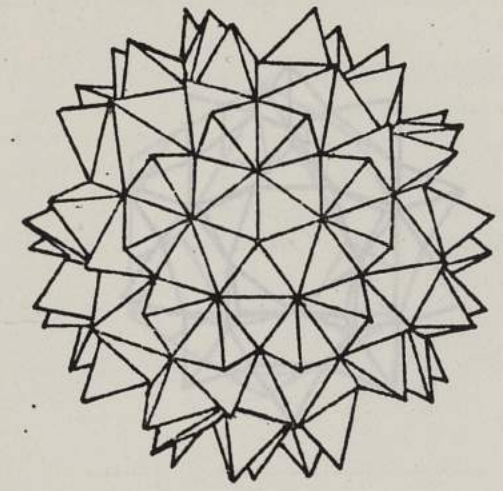

12


13

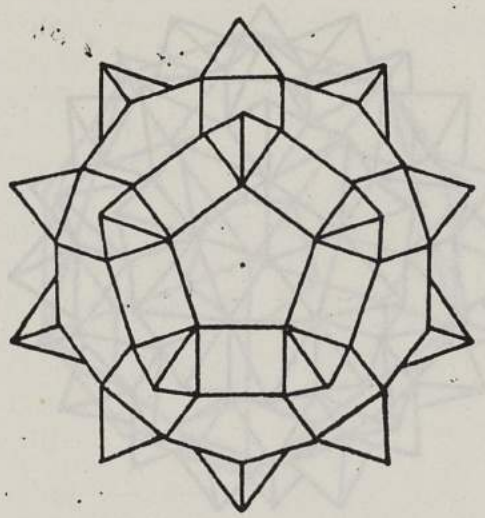

14


15

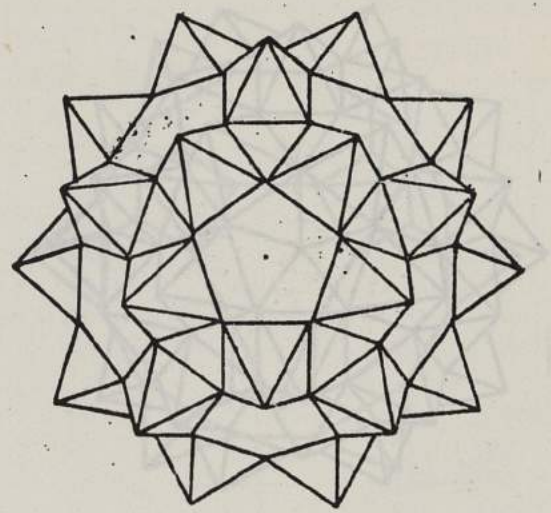

16



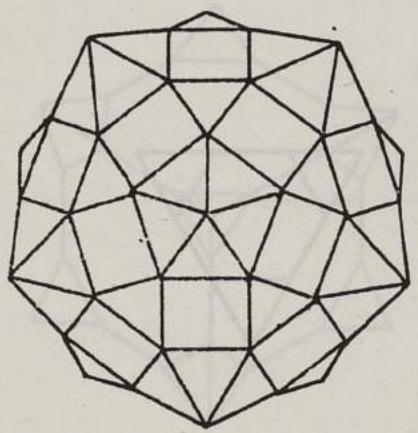
17



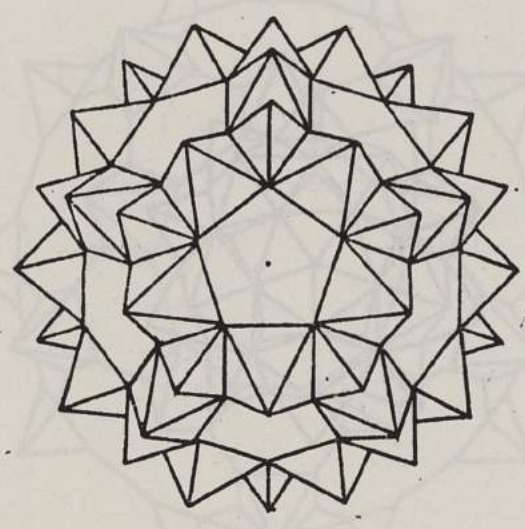
18



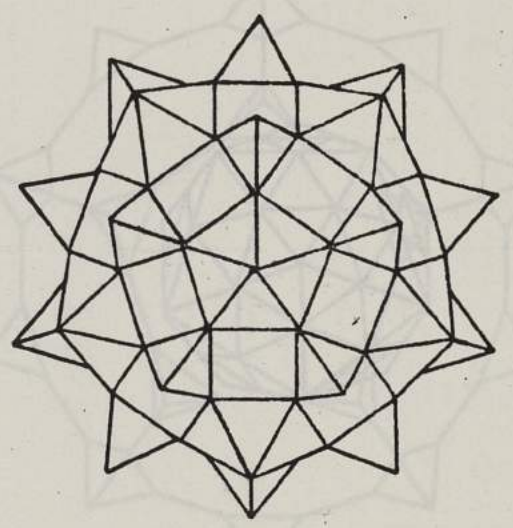
19



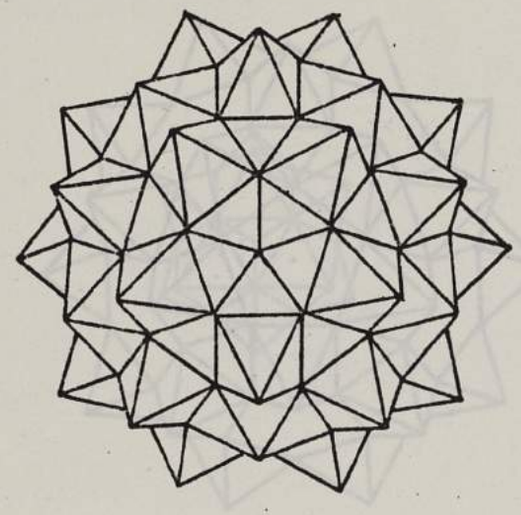
20



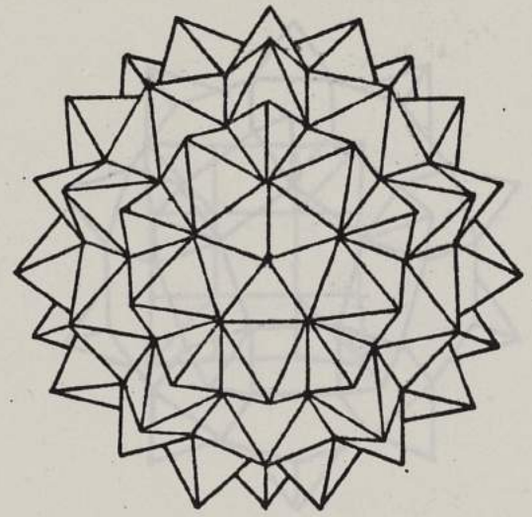
21



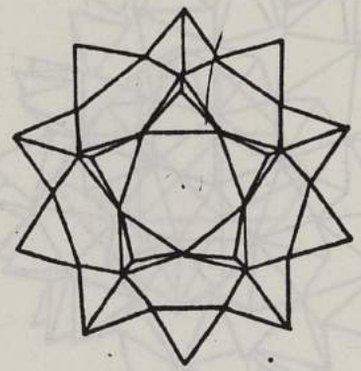
22



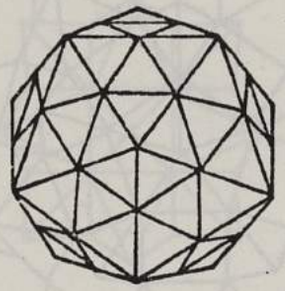
23



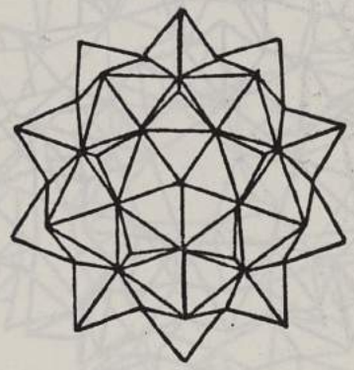
24



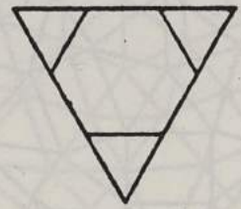
25



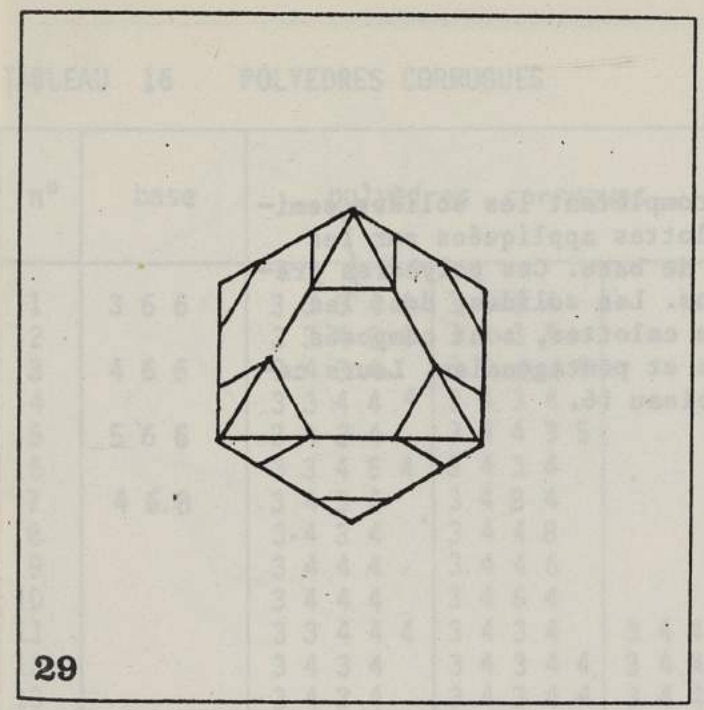
26



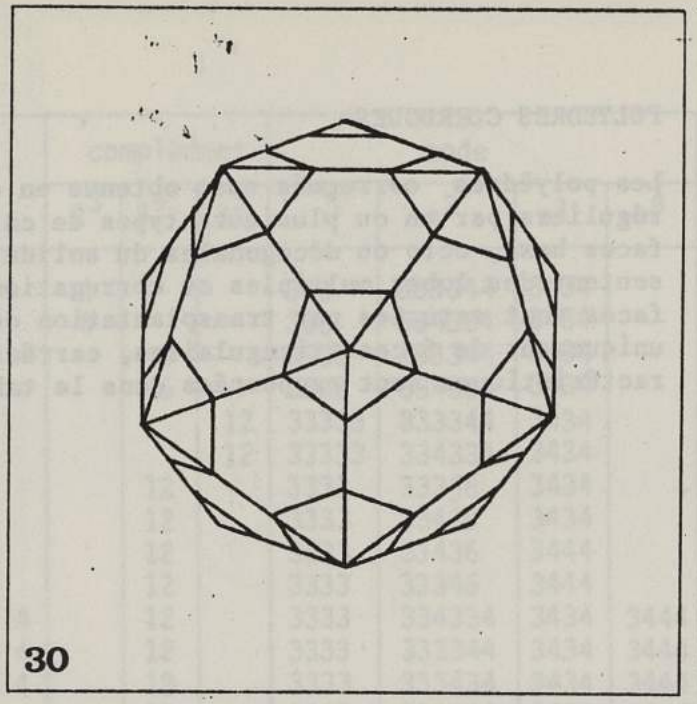
27



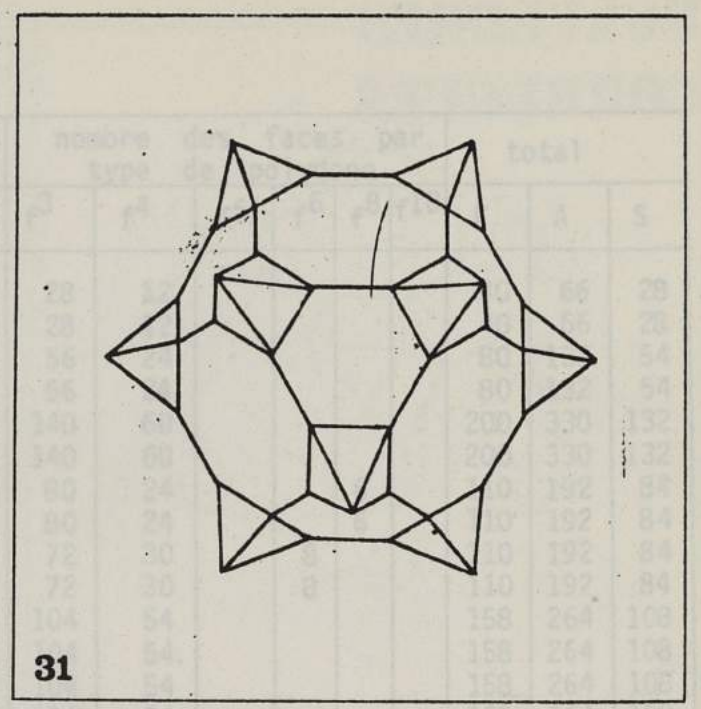
28



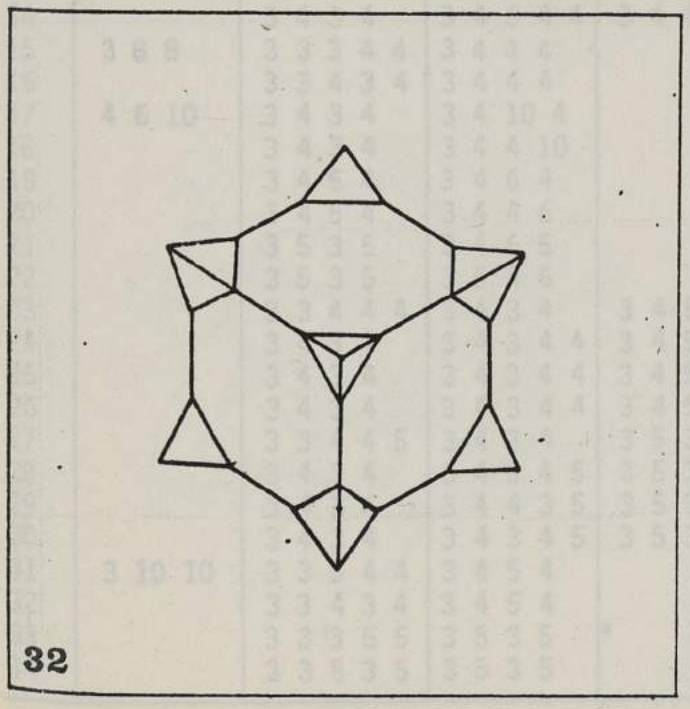
29



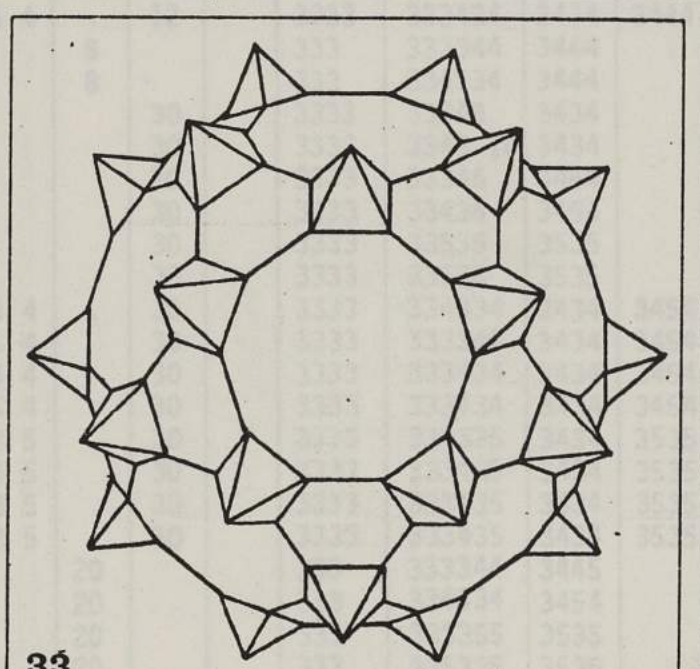
30



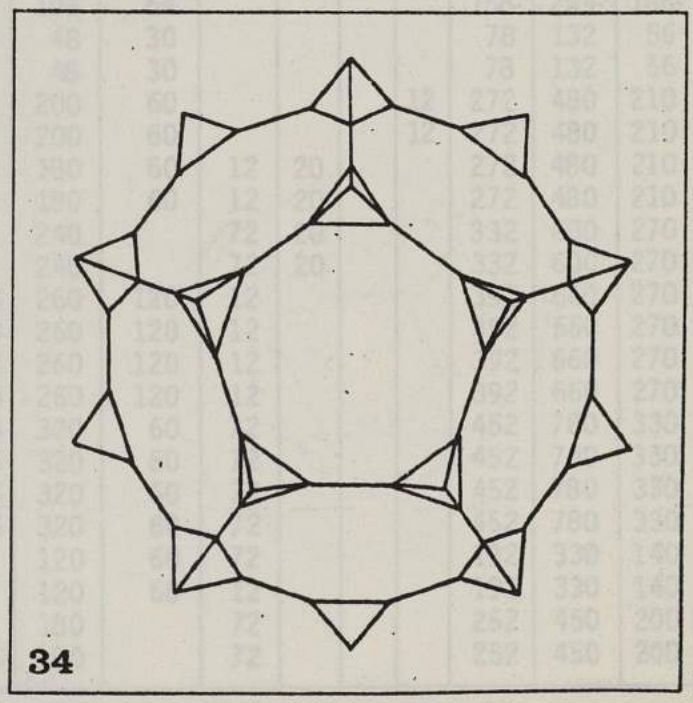
31



32



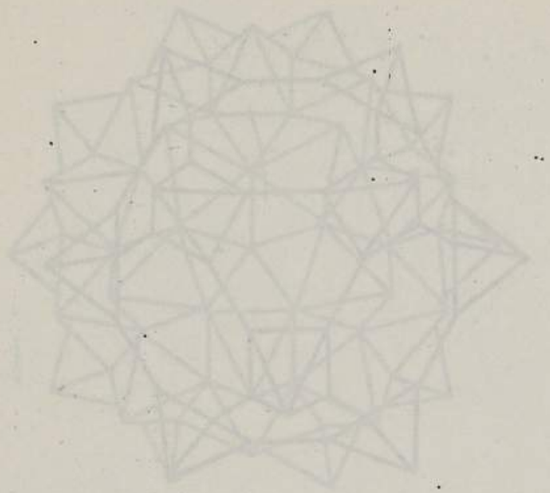
33

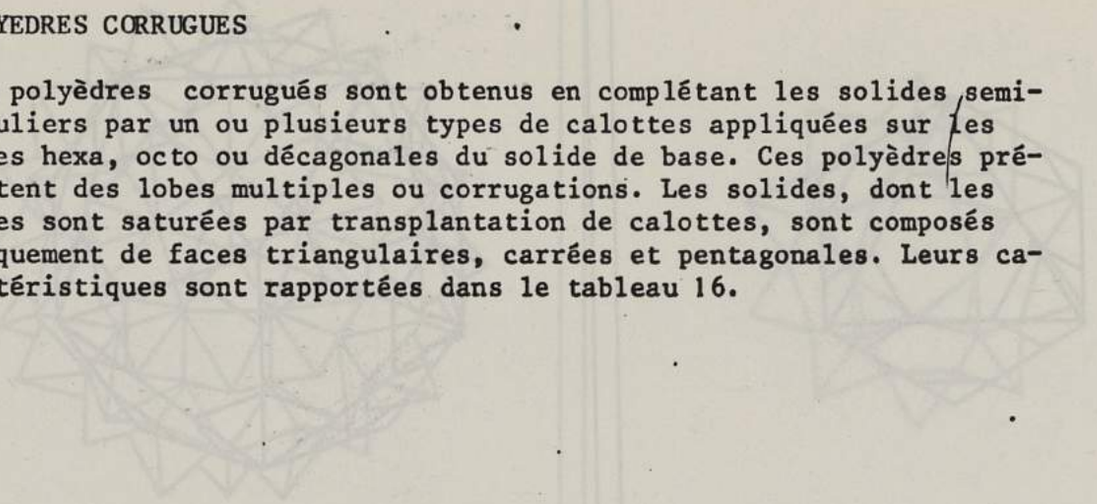


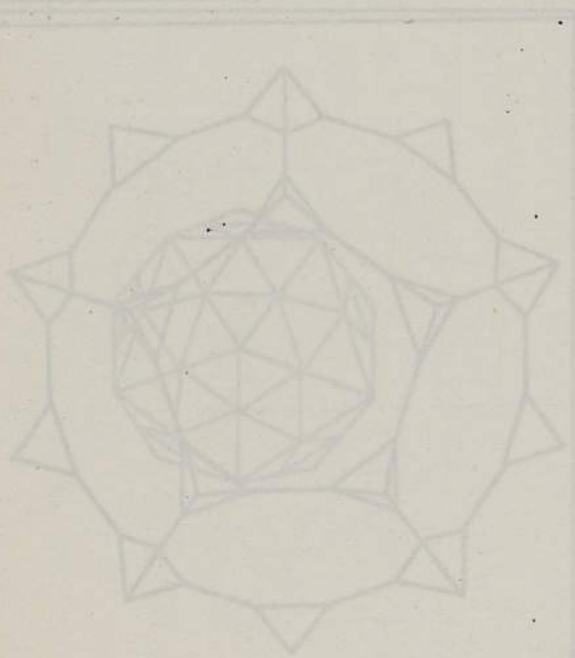
34

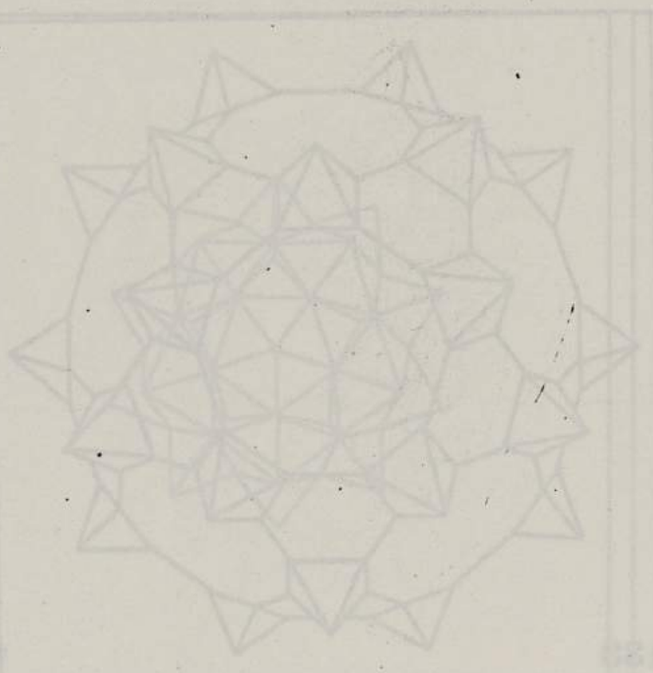
POLYEDRES CORRUGUES

Les polyèdres corrugués sont obtenus en complétant les solides semi-réguliers par un ou plusieurs types de calottes appliquées sur les faces hexa, octo ou décagonales du solide de base. Ces polyèdres présentent des lobes multiples ou corrugations. Les solides, dont les faces sont saturées par transplantation de calottes, sont composés uniquement de faces triangulaires, carrées et pentagonales. Leurs caractéristiques sont rapportées dans le tableau 16.









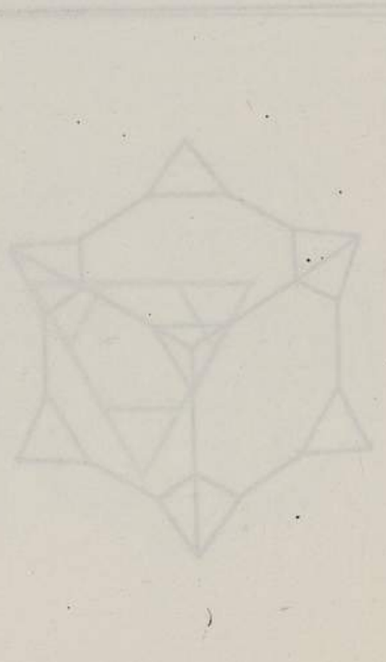
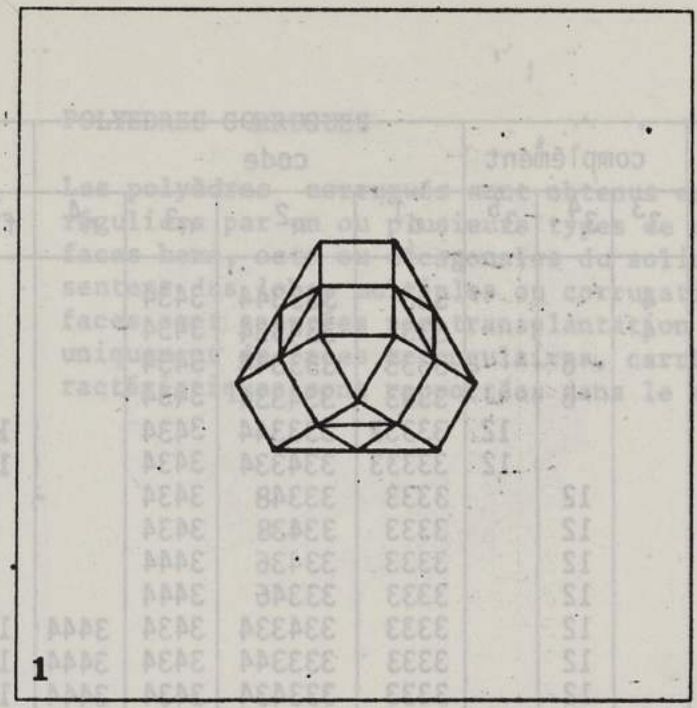
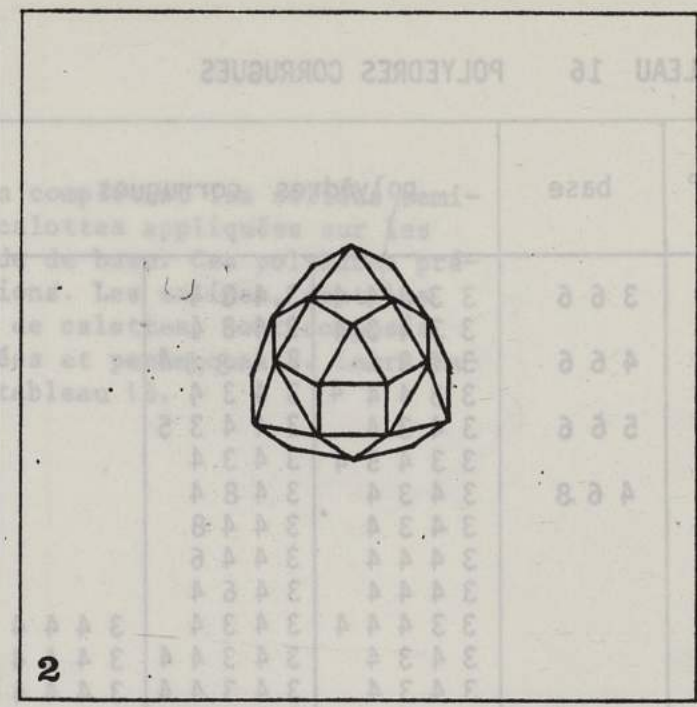


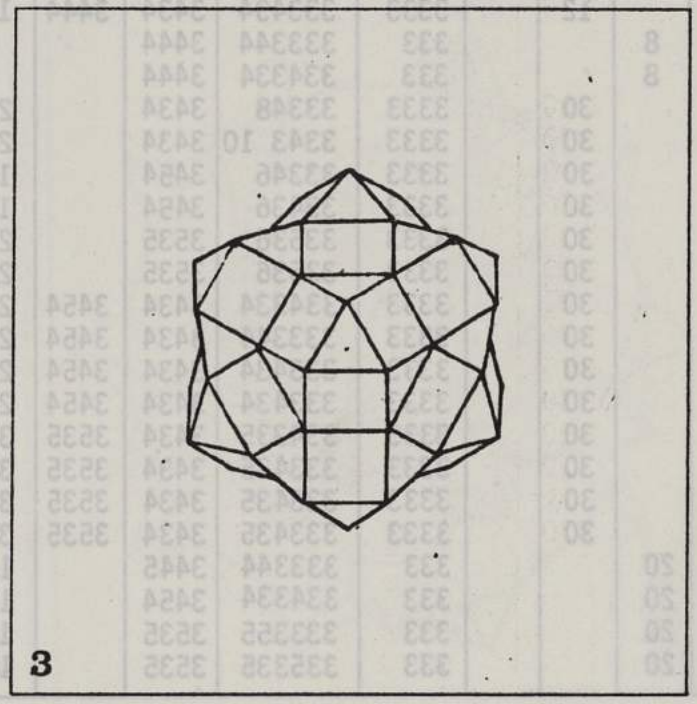
TABLEAU 16 POLYEDRES CORRUGUES

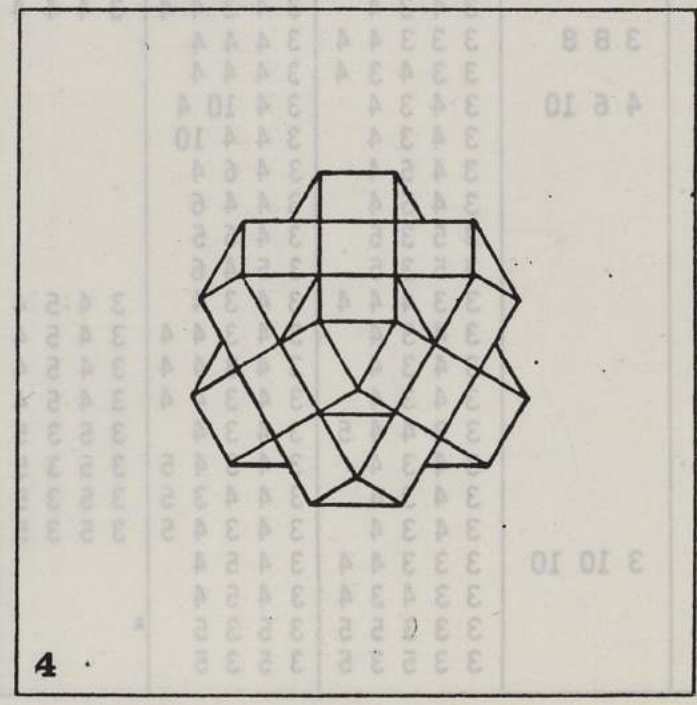
n°	base	polyèdres corrugues	complément			code				nombre des faces par type de polygone						total		
			3^3	3^4	3^5	n^1	n^2	n^3	n^4	f^3	f^4	f^5	f^6	f^8	f^{10}	F	A	S
1	3 6 6	3 3 3 4 4 / 3 4 3 4	4			333	333344	3434		28	12					40	66	28
2		3 3 4 3 4 / 3 4 3 4	4			333	334334	3434		28	12					40	66	28
3	4 6 6	3 4 3 4 / 3 4 3 4 4		6		3333	333344	3434		56	24					80	132	54
4		3 3 4 4 4 / 3 4 3 4		6		3333	334334	3434		56	24					80	132	54
5	5 6 6	3 4 3 4 / 3 4 4 3 5			12	33333	333344	3434		140	60					200	330	132
6		3 3 4 5 4 / 3 4 3 4			12	33333	334334	3434		140	60					200	330	132
7	4 6 8	3 4 3 4 / 3 4 8 4		12		3333	33348	3434		80	24			6		110	192	84
8		3 4 3 4 / 3 4 4 8		12		3333	33438	3434		80	24			6		110	192	84
9		3 4 4 4 / 3 4 4 6		12		3333	33436	3444		72	30		8			110	192	84
10		3 4 4 4 / 3 4 6 4		12		3333	33346	3444		72	30		8			110	192	84
11		3 3 4 4 4 / 3 4 3 4 / 3 4 4 4		12		3333	334334	3434	3444	104	54					158	264	108
12		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 4 4		12		3333	333344	3434	3444	104	54					158	264	108
13		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 4 4		12		3333	333434	3434	3444	104	54					158	264	108
14		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 4 4		12		3333	333434	3434	3444	104	54					158	264	108
15	3 8 8	3 3 3 4 4 / 3 4 4 4	8			333	333344	3444		48	30					78	132	56
16		3 3 4 3 4 / 3 4 4 4	8			333	334334	3444		48	30					78	132	56
17	4 6 10	3 4 3 4 / 3 4 10 4		30		3333	33348	3434		200	60				12	272	480	210
18		3 4 3 4 / 3 4 4 10		30		3333	3343 10	3434		200	60				12	272	480	210
19		3 4 5 4 / 3 4 6 4		30		3333	33346	3454		180	60	12	20			272	480	210
20		3 4 5 4 / 3 4 4 6		30		3333	33436	3454		180	60	12	20			272	480	210
21		3 5 3 5 / 3 4 6 5		30		3333	33536	3535		240		72	20			332	600	270
22		3 5 3 5 / 3 5 4 6		30		3333	33536	3535		240		72	20			332	600	270
23		3 3 4 4 4 / 3 4 3 4 / 3 4 5 4		30		3333	334334	3434	3454	260	120	12				392	660	270
24		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 5 4		30		3333	333344	3434	3454	260	120	12				392	660	270
25		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 5 4		30		3333	333434	3434	3454	260	120	12				392	660	270
26		3 4 3 4 / 3 4 3 4 4 / 3 4 5 4		30		3333	333434	3434	3454	260	120	12				392	660	270
27		3 3 4 4 5 / 3 4 3 4 / 3 5 3 5		30		3333	334335	3434	3535	320	60	72				452	780	330
28		3 4 3 4 / 3 4 3 4 5 / 3 5 3 5		30		3333	333435	3434	3535	320	60	72				452	780	330
29		3 4 3 4 / 3 4 4 3 5 / 3 5 3 5		30		3333	333435	3434	3535	320	60	72				452	780	330
30		3 4 3 4 / 3 4 3 4 5 / 3 5 3 5		30		3333	333435	3434	3535	320	60	72				452	780	330
31	3 10 10	3 3 3 4 4 / 3 4 5 4	20			333	333344	3445		120	60	72				192	330	140
32		3 3 4 3 4 / 3 4 5 4	20			333	334334	3454		120	60	12				192	330	140
33		3 3 3 5 5 / 3 5 3 5	20			333	333355	3535		180		72				252	450	200
34		3 3 5 3 5 / 3 5 3 5	20			333	335335	3535		180		72				252	450	200

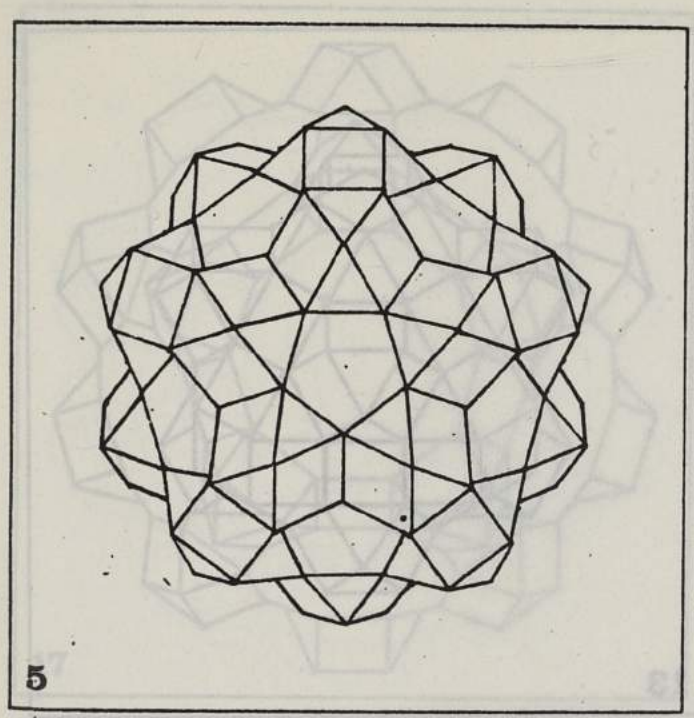
POLYEDRES CORRUGUES


1

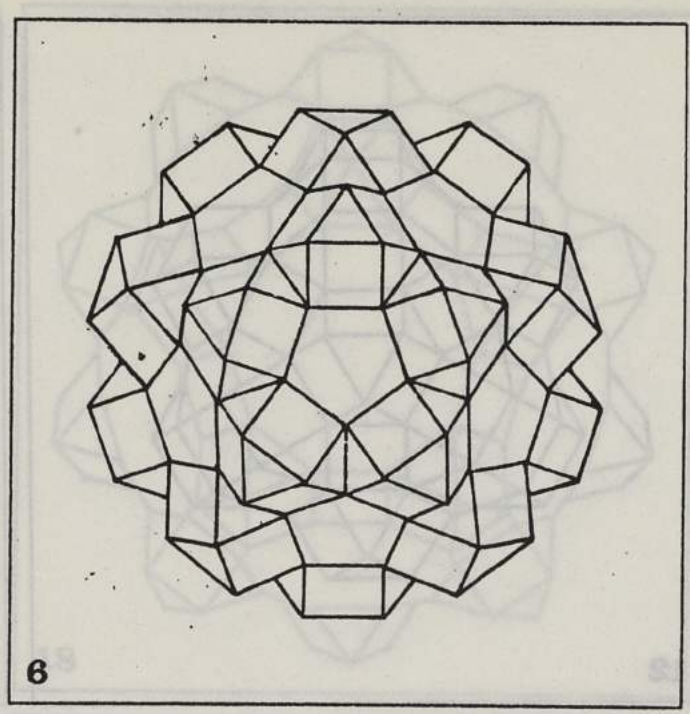

2


3

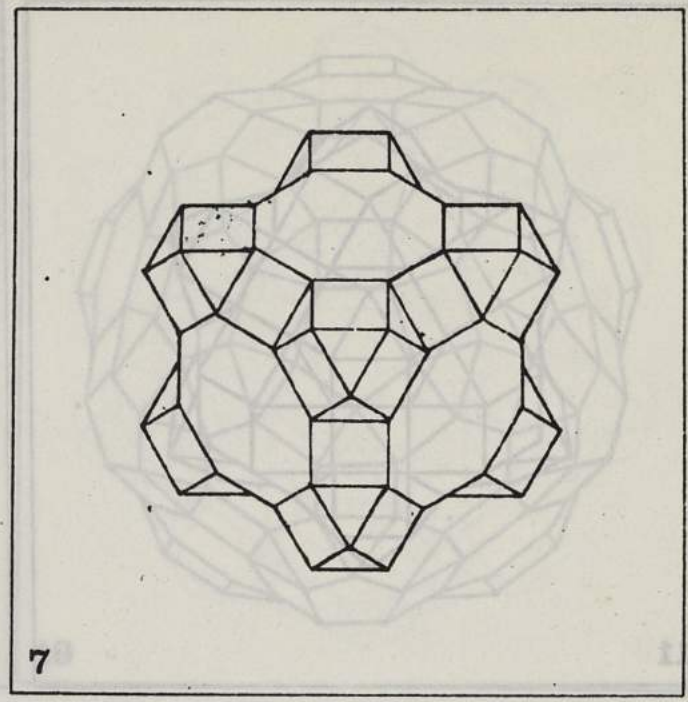

4



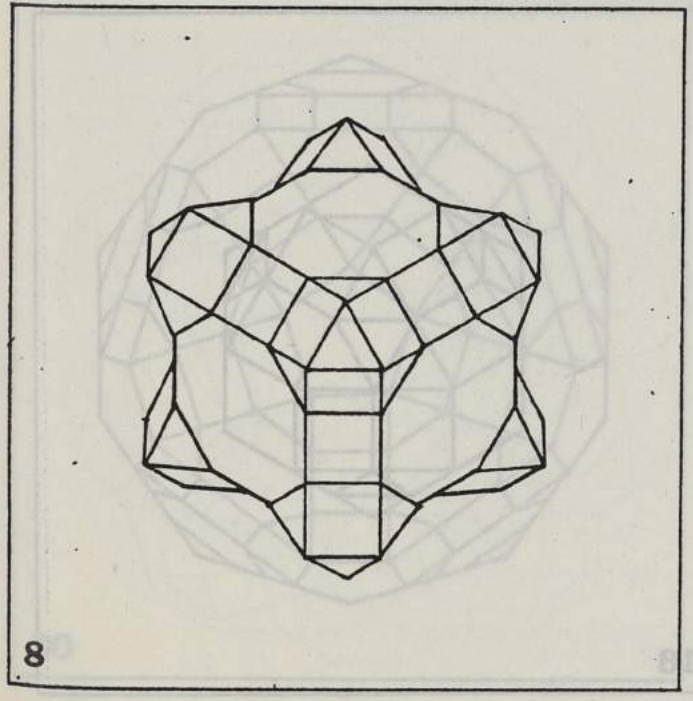
5



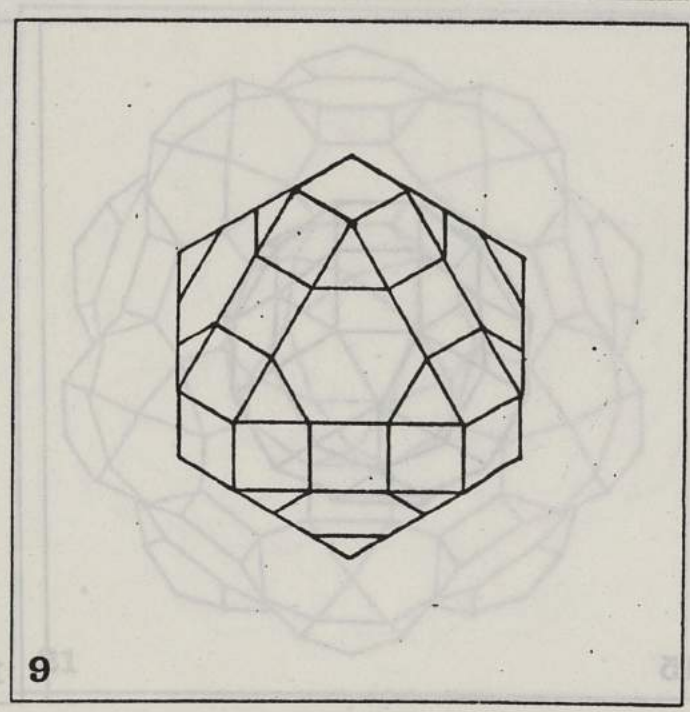
6



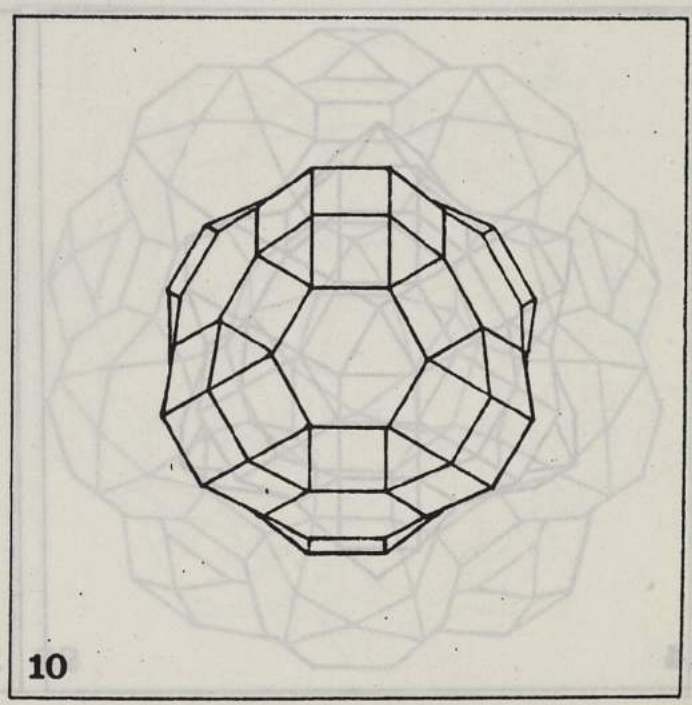
7



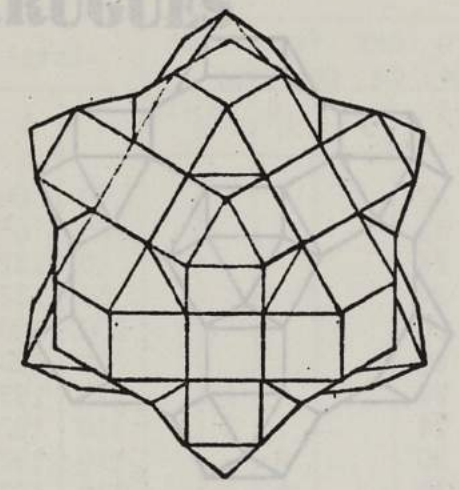
8



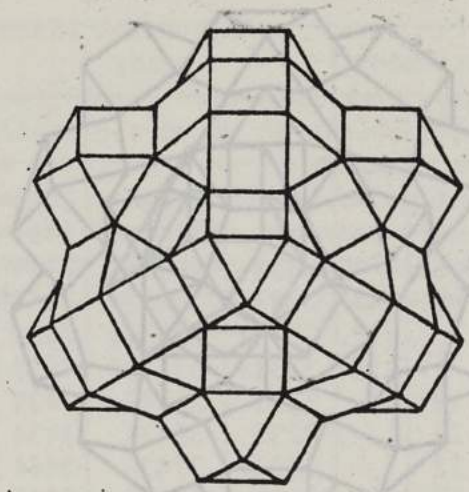
9



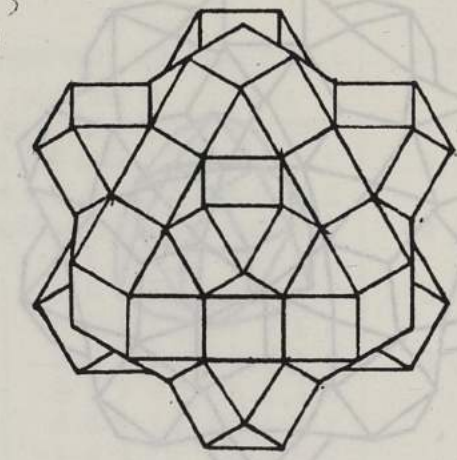
10



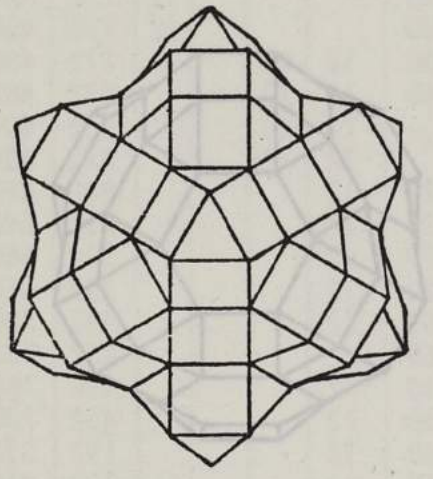
11



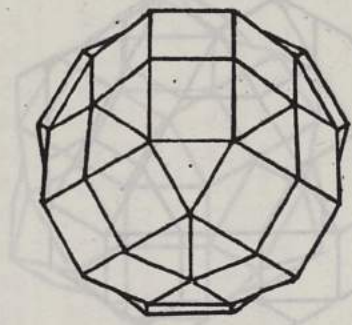
12



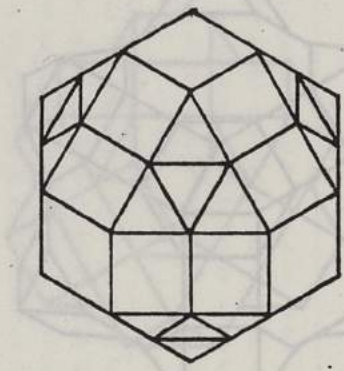
13



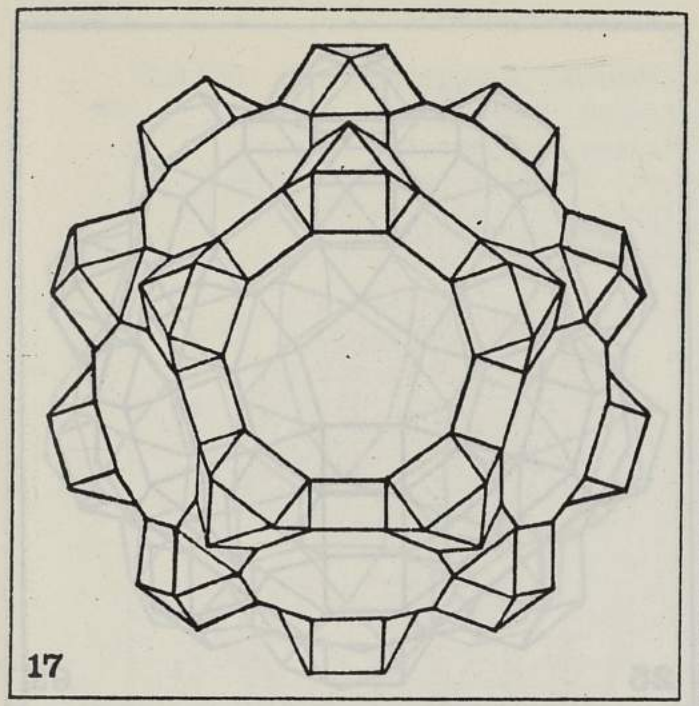
14



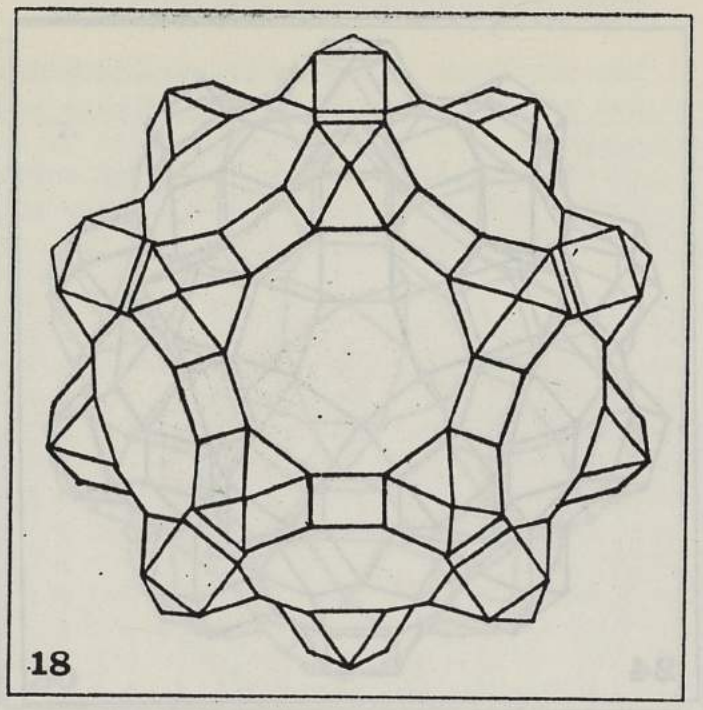
15



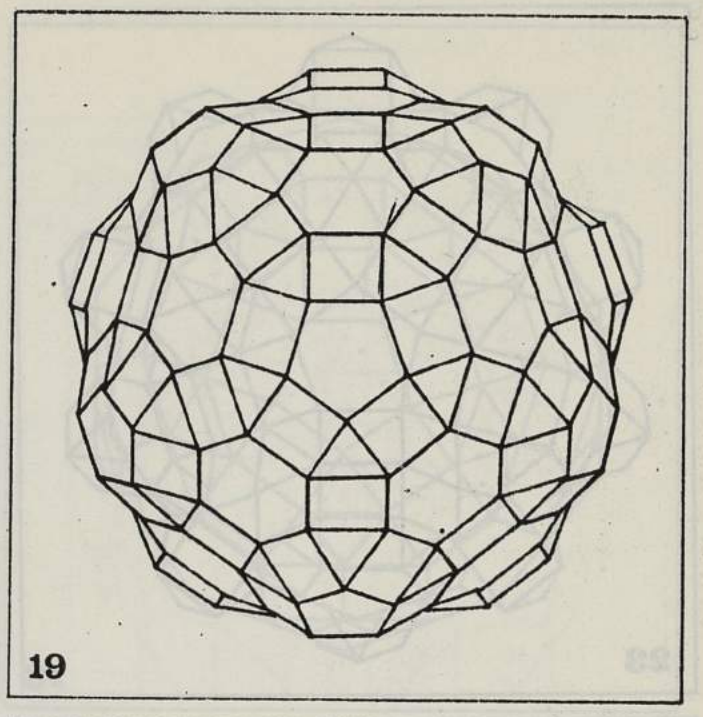
16



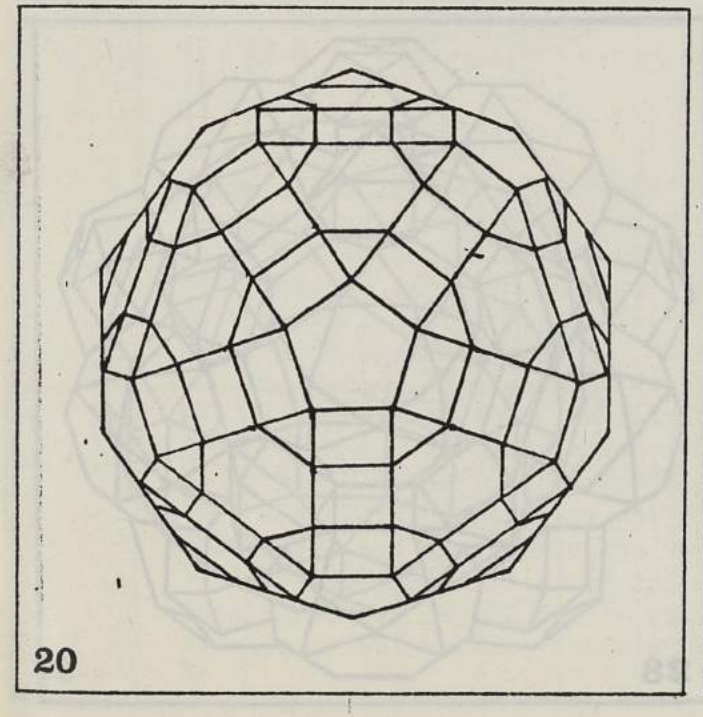
17



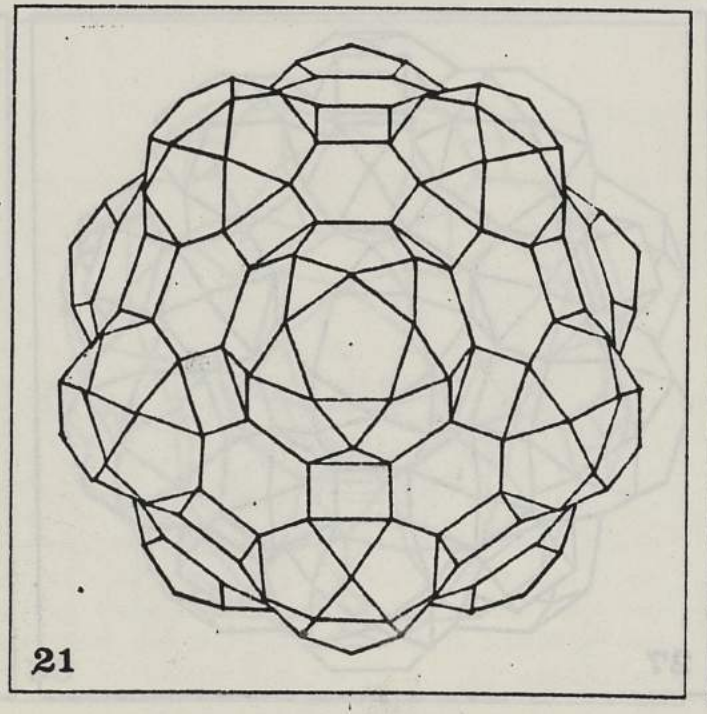
18



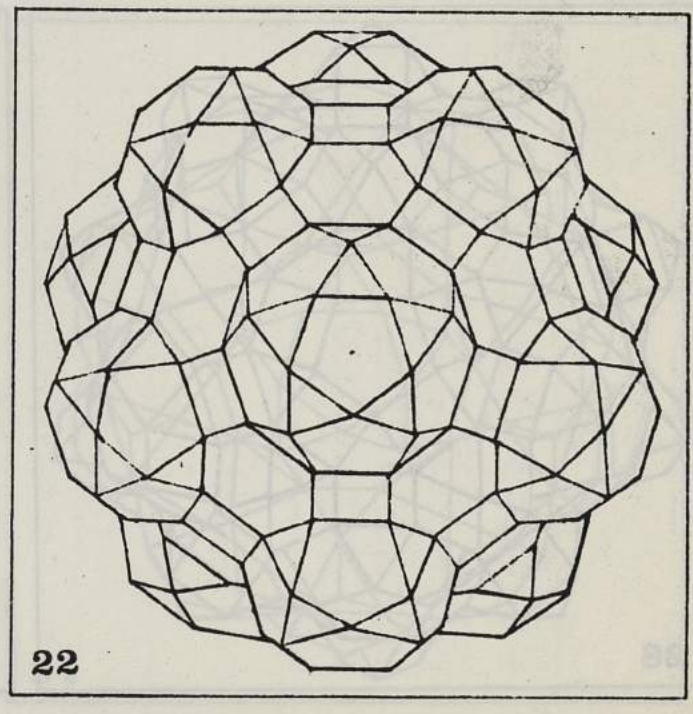
19



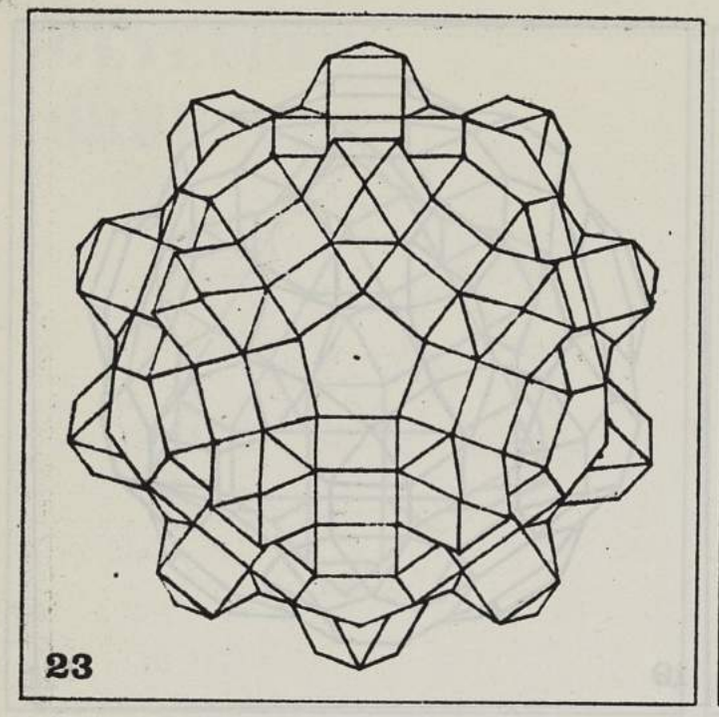
20



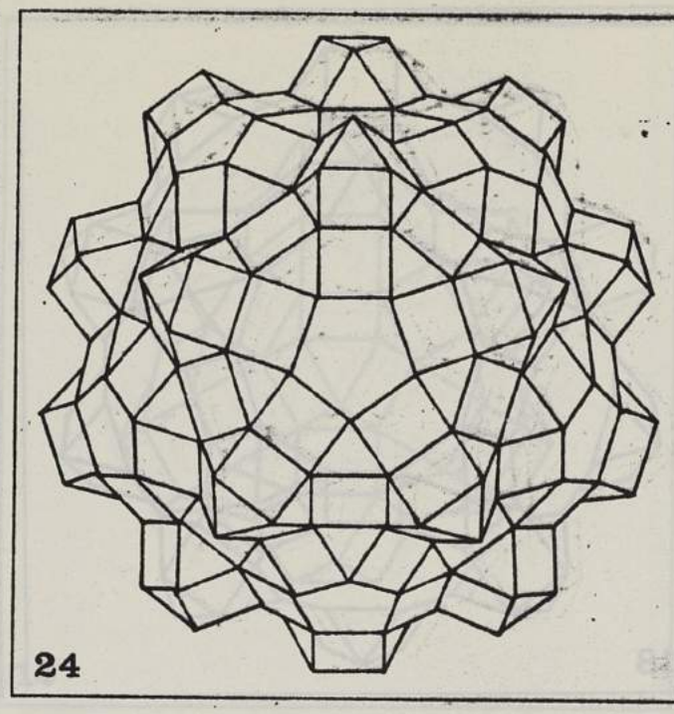
21



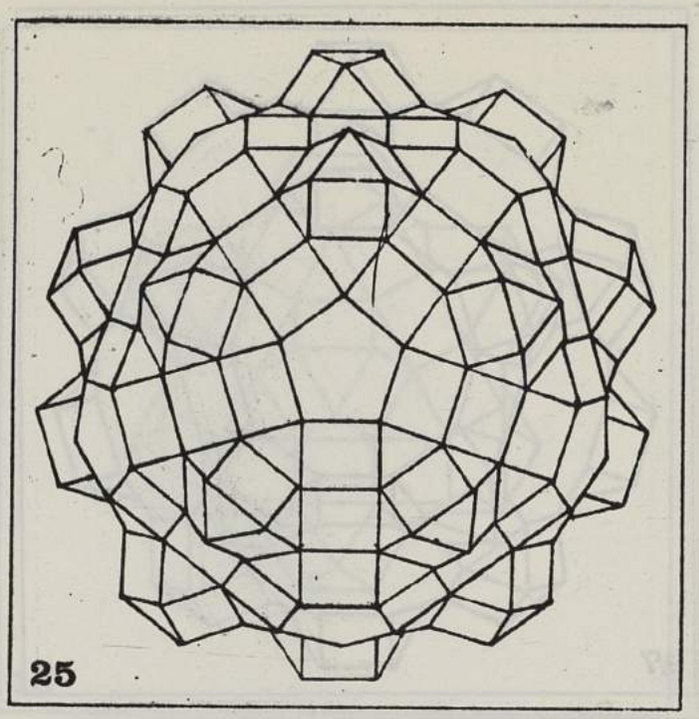
22



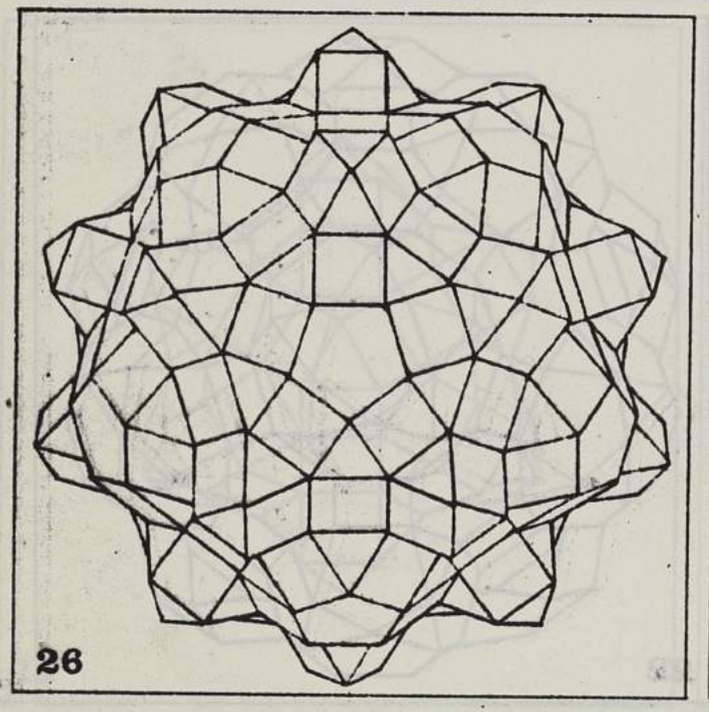
23



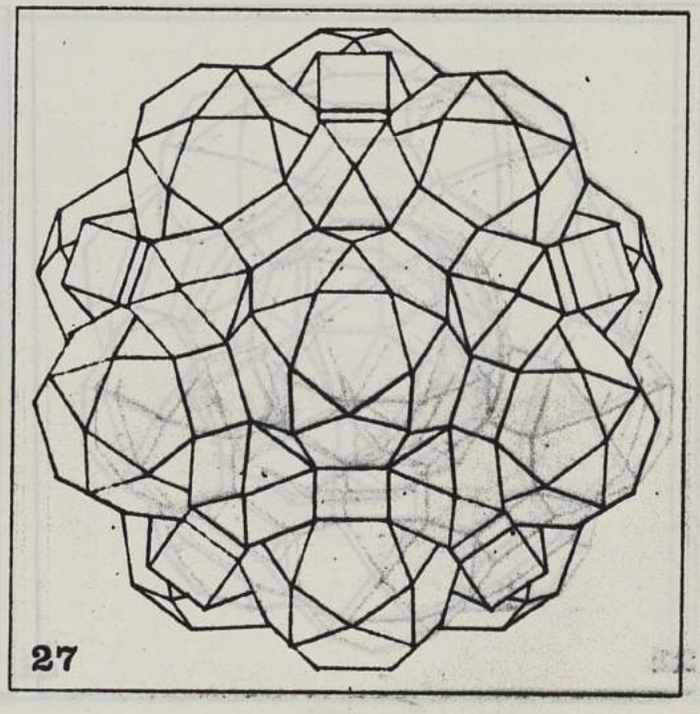
24



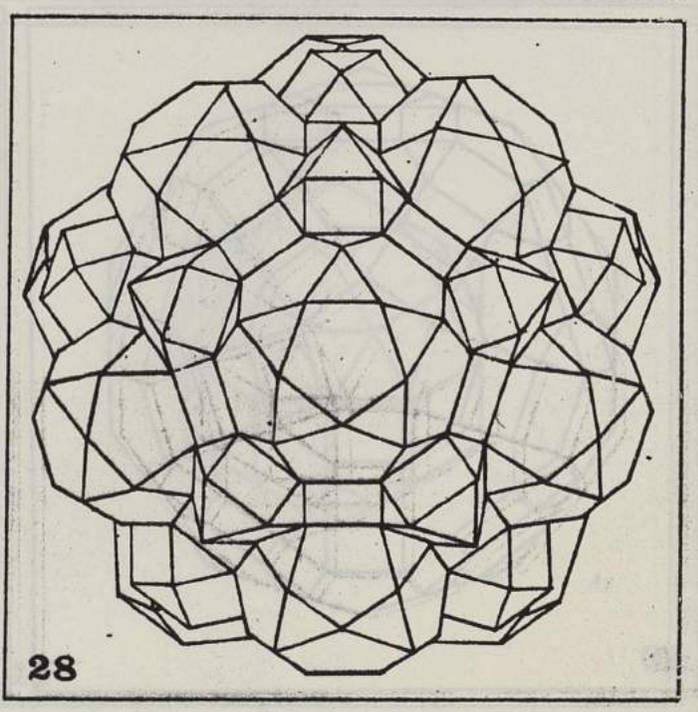
25



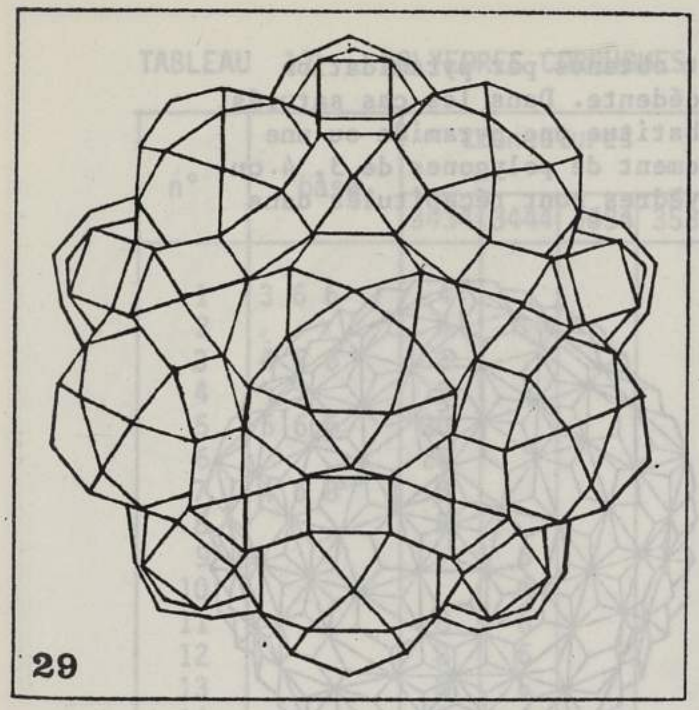
26



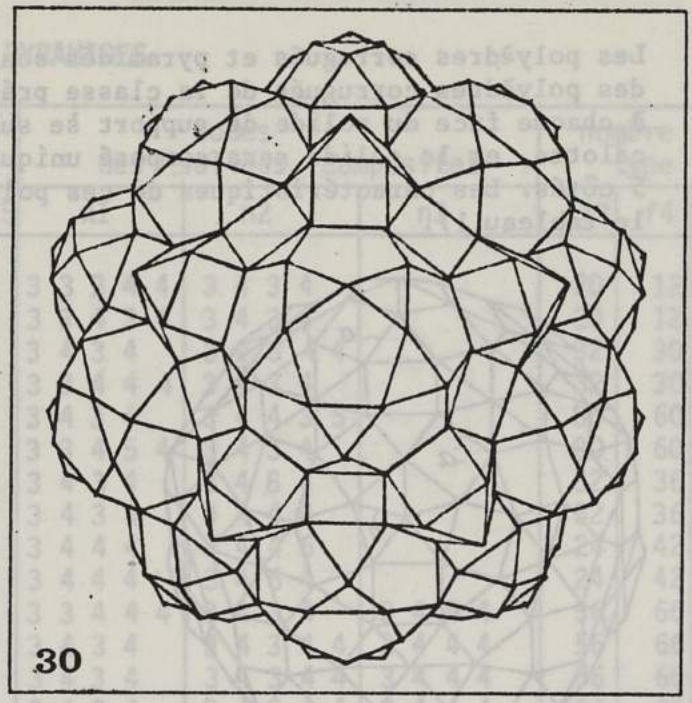
27



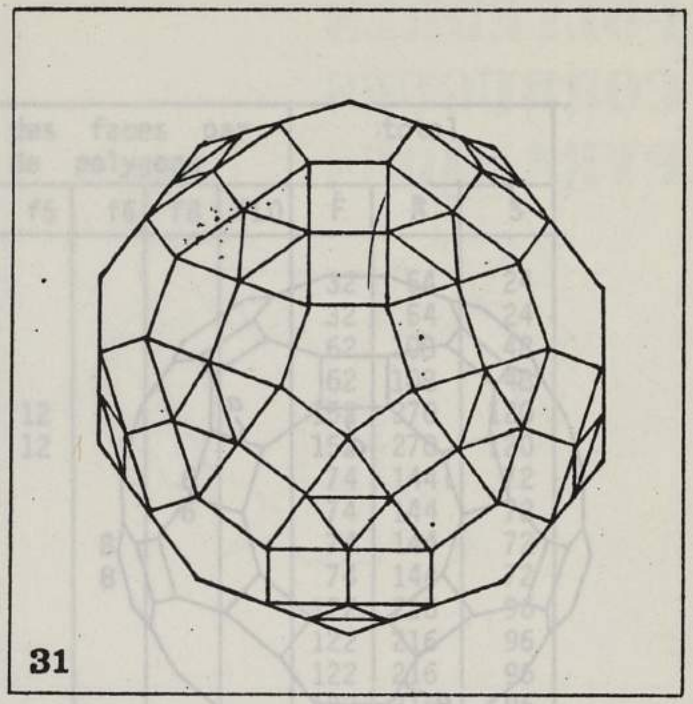
28



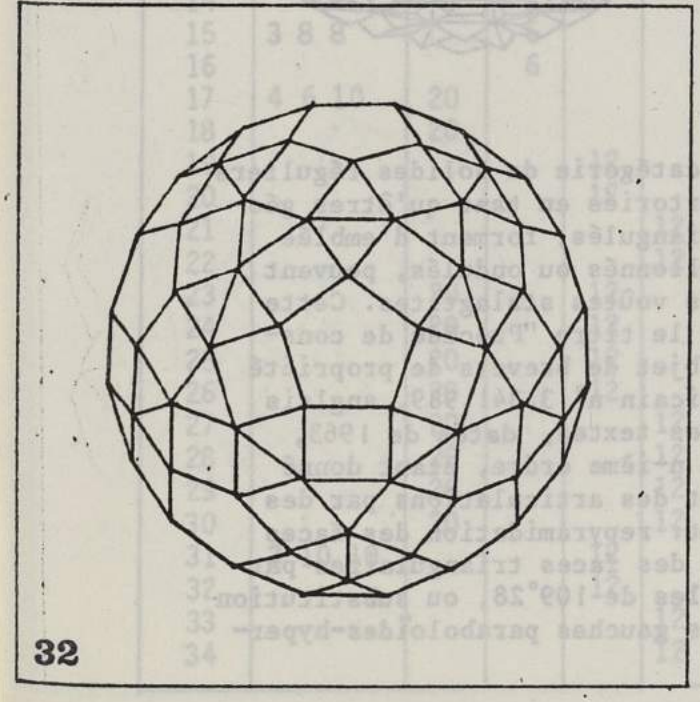
29



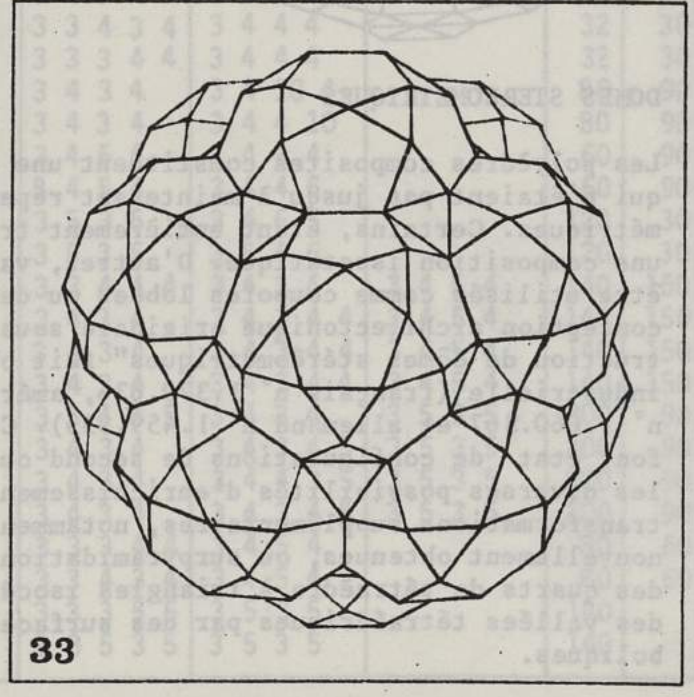
30



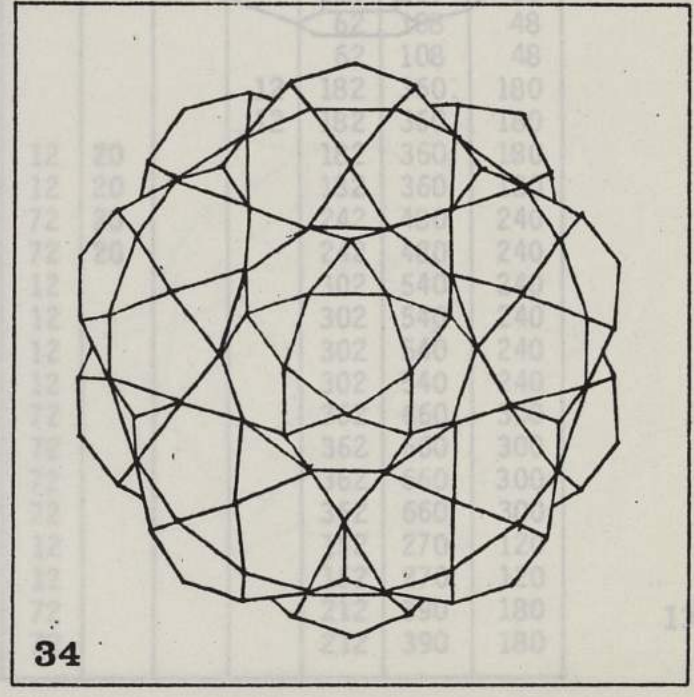
31



32



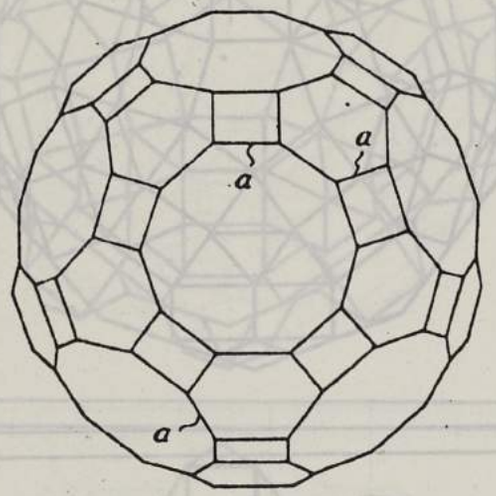
33

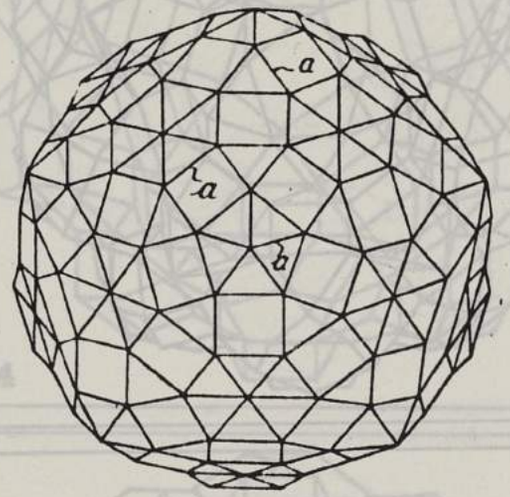


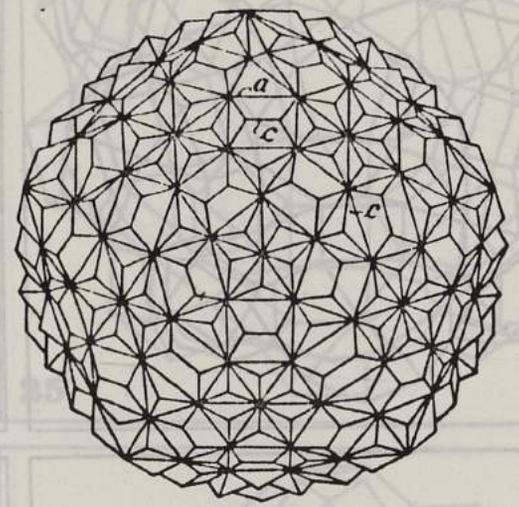
34

POLYEDRES CORRUGUES ET PYRAMIDES

Les polyèdres corrugués et pyramidés sont obtenus par pyramidation des polyèdres corrugués de la classe précédente. Dans les cas saturés, à chaque face du solide de support se substitue une pyramide ou une calotte, et le solide sera composé uniquement de polygones de 3, 4 ou 5 côtés. Les caractéristiques de ces polyèdres sont récapitulés dans le tableau 17.







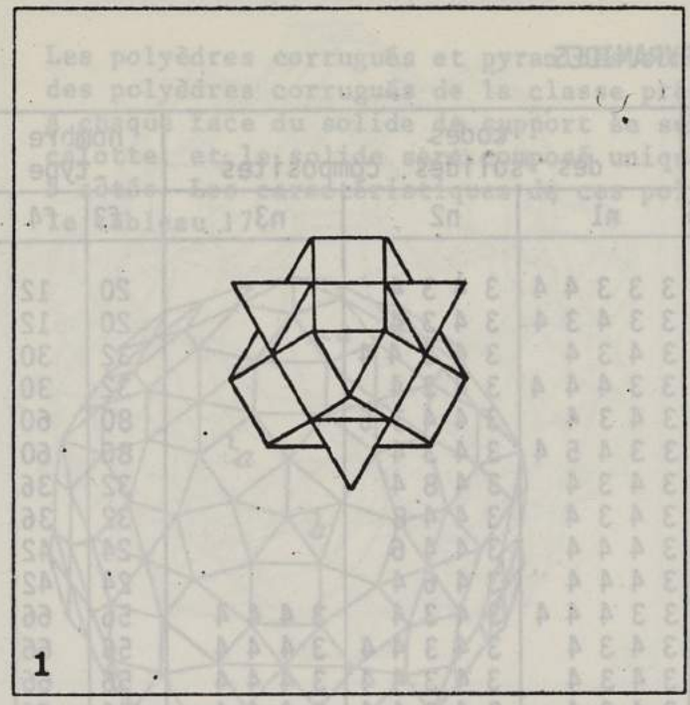
DOMES STEREOMETRIQUES

Les polyèdres composites constituent une catégorie de solides réguliers qui n'étaient pas jusqu'à maintenant répertoriés en tant qu'êtres géométriques. Certains, étant entièrement triangulés, forment d'emblée une composition isostatique. D'autres, vallonnés ou ondulés, peuvent être utilisés comme coupoles lobées ou des voûtes stalagtites. Cette conception architectonique originale sous le titre "Procédé de construction de dômes stéréométriques" fait objet de brevets de propriété industrielle (français n° 1.379.636, américain n° 3.341.989, anglais n° 1.060.867 et allemand n° 1.459.933). Ces textes, datés de 1963, font état de configurations de second ou n-ième ordre, étant donné les diverses possibilités d'enrichissement des articulations par des transformations supplémentaires, notamment: repyramidation des faces nouvellement obtenues, ou surpyramidation des faces triangulaires par des quarts de tétraèdre à triangles isocèles de 109°28, ou substitution des vallées tétraédriques par des surfaces gauches paraboloïdes-hyperboliques.

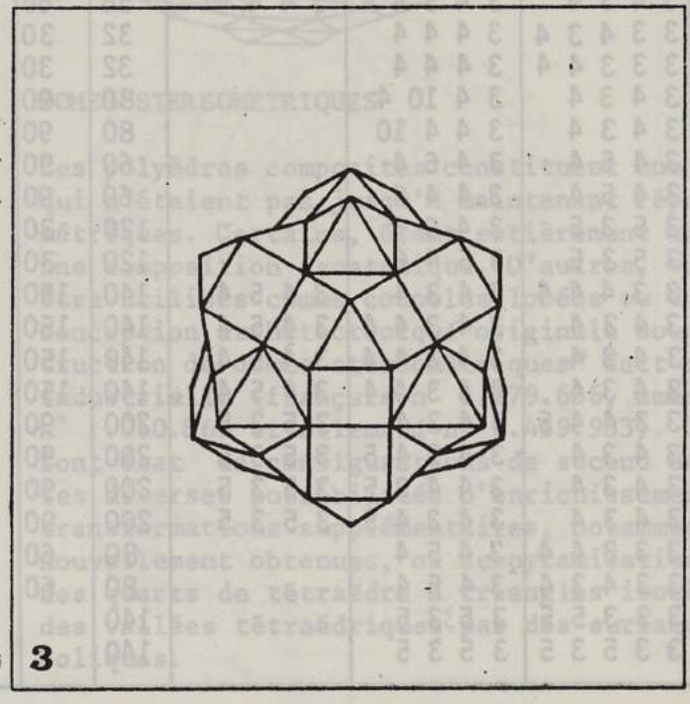
TABLEAU 17 POLYEDRES CORRUGUES PYRAMIDES

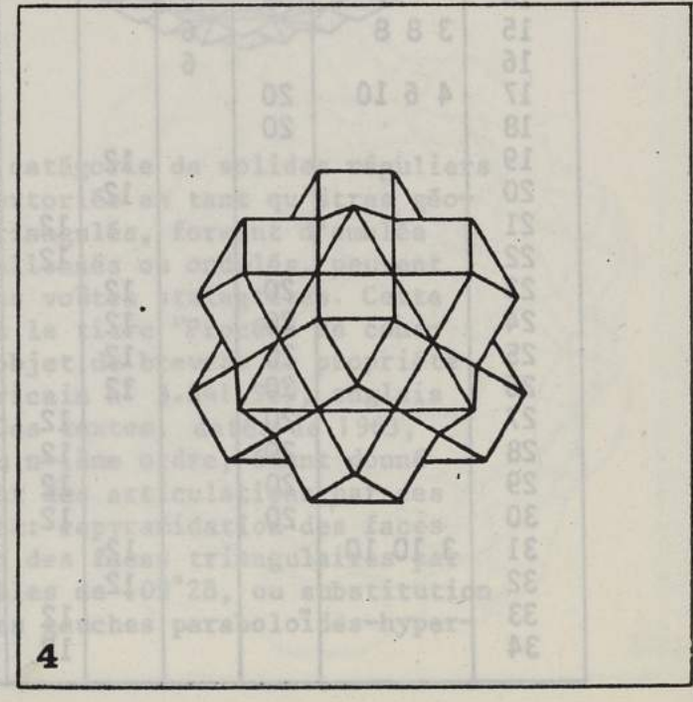
n°	base	troncatures				codes des solides composites			nombre de faces par type de polygone						total		
		3434	3444	3454	3535	n1	n2	n3	f3	f4	f5	f6	f8	f10	F	A	S
1	3 6 6	4				3 3 3 4 4	3 4 3 4		20	12					32	54	24
2		4				3 3 4 3 4	3 4 3 4		20	12					32	54	24
3	4 6 6	8				3 4 3 4	3 4 3 4 4		32	30					62	108	48
4		8				3 3 4 4 4	3 4 3 4		32	30					62	108	48
5	5 6 6	20				3 4 3 4	3 4 4 3 5		80	60	12				152	270	120
6		20				3 3 4 5 4	3 4 3 4		80	60	12				152	270	120
7	4 6 8	8				3 4 3 4	3 4 8 4		32	36			6		74	144	72
8		8				3 4 3 4	3 4 4 8		32	36			6		74	144	72
9			6			3 4 4 4	3 4 4 6		24	42		8			74	144	72
10			6			3 4 4 4	3 4 6 4		24	42		8			74	144	72
11		8	6			3 3 4 4 4	3 4 3 4	3 4 4 4	56	66					122	216	96
12		8	6			3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 4 4	56	66					122	216	96
13		8	6			3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 4 4	56	66					122	216	96
14		8	6			3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 4 4	56	66					122	216	96
15	3 8 8		6			3 3 4 3 4	3 4 4 4		32	30					62	108	48
16			6			3 3 3 4 4	3 4 4 4		32	30					62	108	48
17	4 6 10	20				3 4 3 4	3 4 10 4		80	90				12	182	360	180
18		20				3 4 3 4	3 4 4 10		80	90				12	182	360	180
19				12		3 4 5 4	3 4 6 4		60	90	12	20			182	360	180
20				12		3 4 5 4	3 4 4 6		60	90	12	20			182	360	180
21					12	3 5 3 5	3 4 6 5		120	30	72	20			242	480	240
22					12	3 5 3 5	3 5 4 6		120	30	72	20			242	480	240
23		20		12		3 3 4 4 4	3 4 3 4	3 4 5 4	140	150	12				302	540	240
24		20		12		3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 5 4	140	150	12				302	540	240
25		20		12		3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 5 4	140	150	12				302	540	240
26		20		12		3 4 3 4	3 4 3 4 4	3 4 5 4	140	150	12				302	540	240
27		20			12	3 3 4 4 5	3 4 3 4	3 5 3 5	200	90	72				362	660	300
28		20			12	3 4 3 4	3 4 3 4 5	3 5 3 5	200	90	72				362	660	300
29		20			12	3 4 3 4	3 4 4 3 5	3 5 3 5	200	90	72				362	660	300
30		20			12	3 4 3 4	3 4 3 4 5	3 5 3 5	200	90	72				362	660	300
31	3 10 10			12		3 3 3 4 4	3 4 5 4		80	60	12				152	270	120
32				12		3 3 4 3 4	3 4 5 4		80	60	12				152	270	120
33					12	3 3 3 5 5	3 5 3 3 5		140		72				212	390	180
34					12	3 3 5 3 5	3 5 3 5		140		72				212	390	180

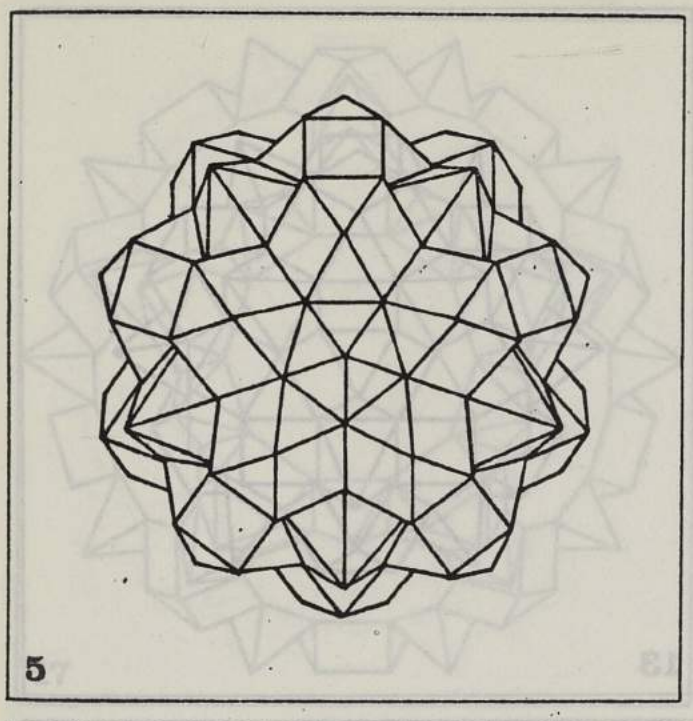
POLYEDRES CORRUGUES PYRAMIDES


1

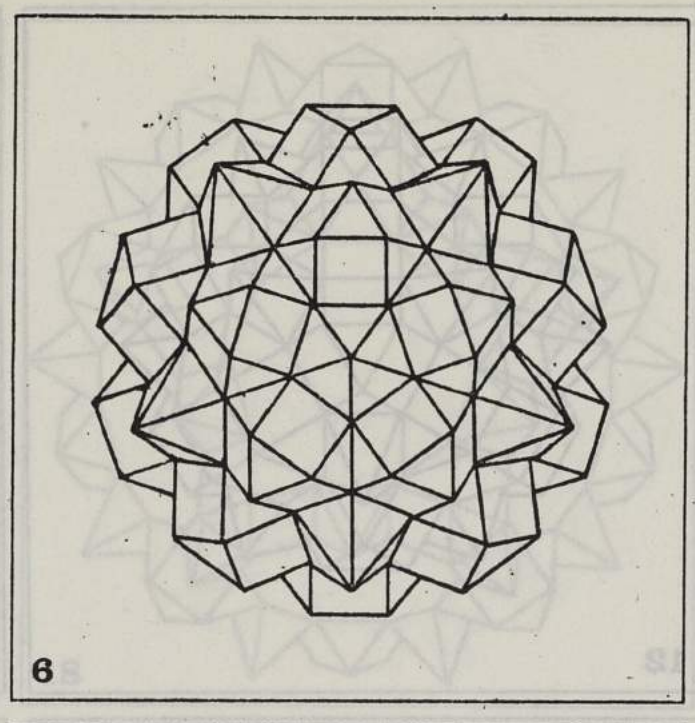

2


3

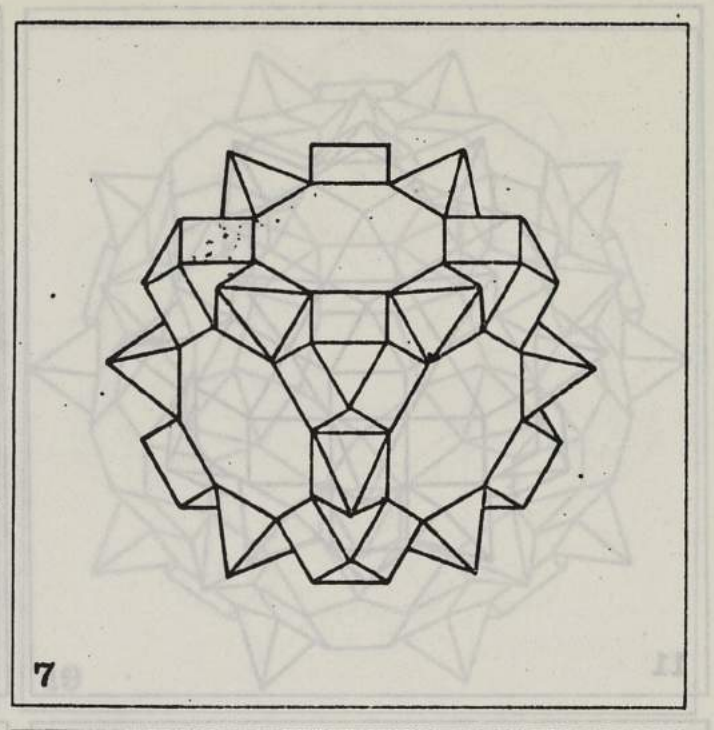

4



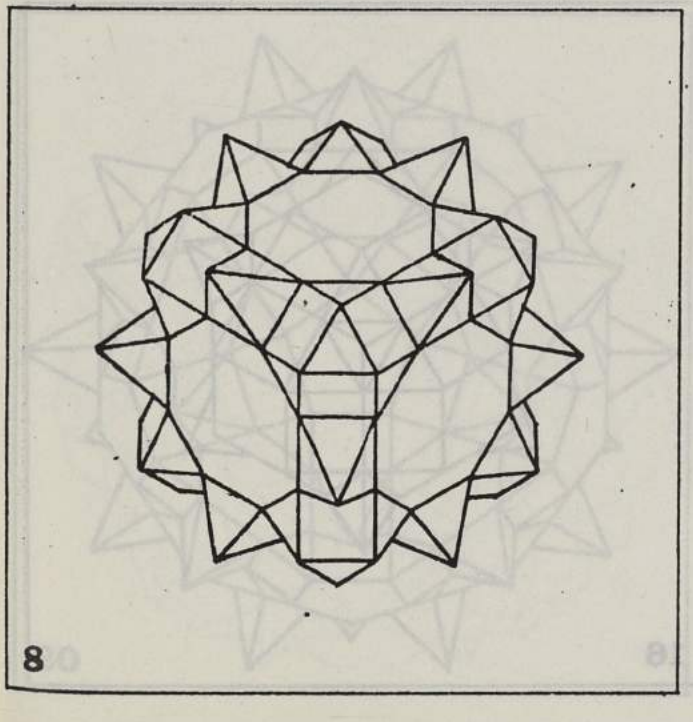
5



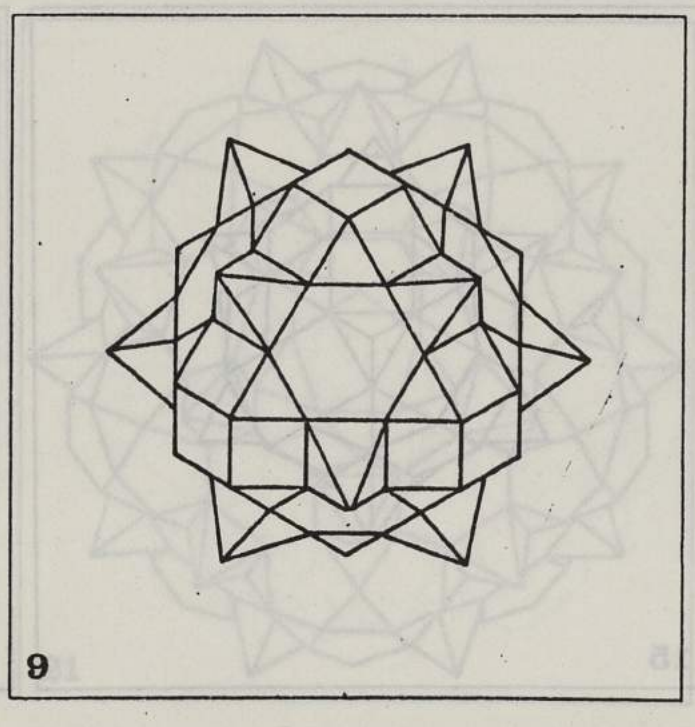
6



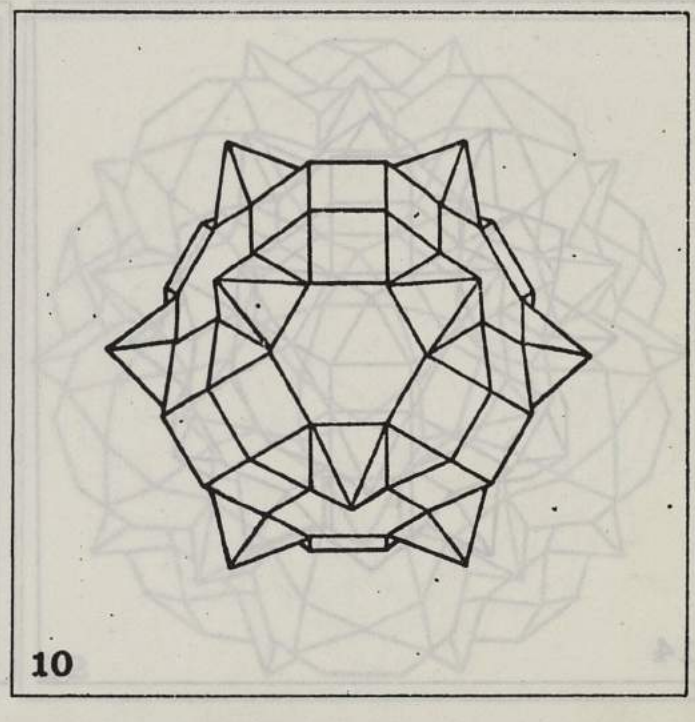
7



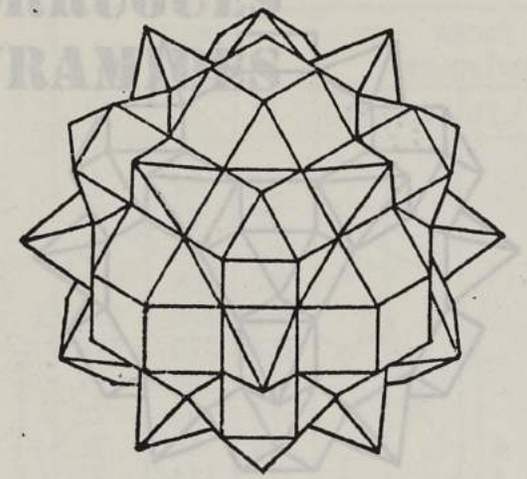
8



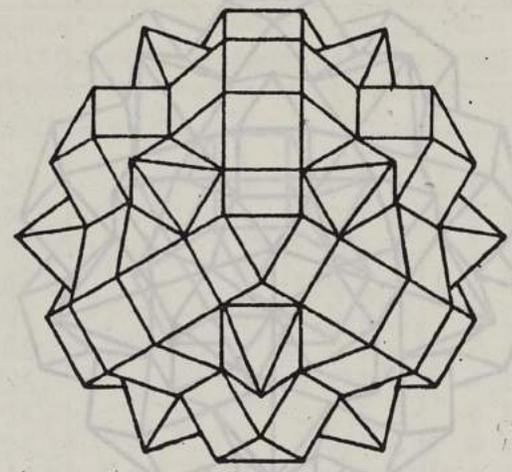
9



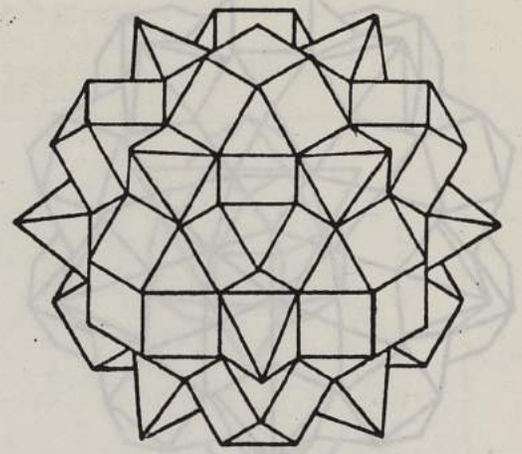
10



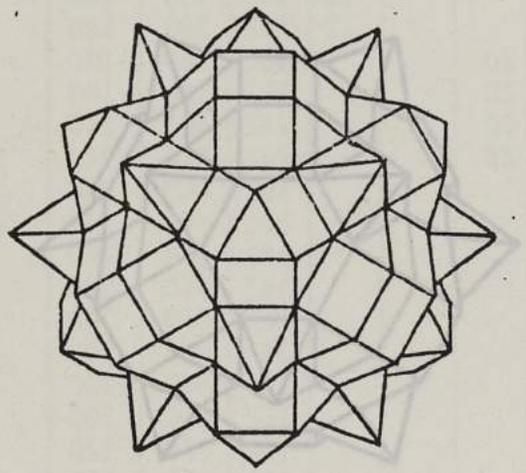
11



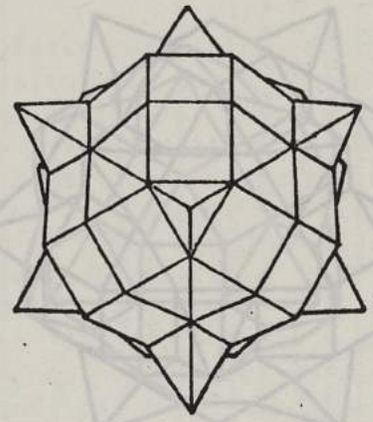
12



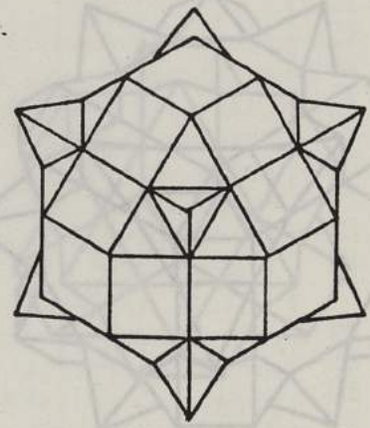
13



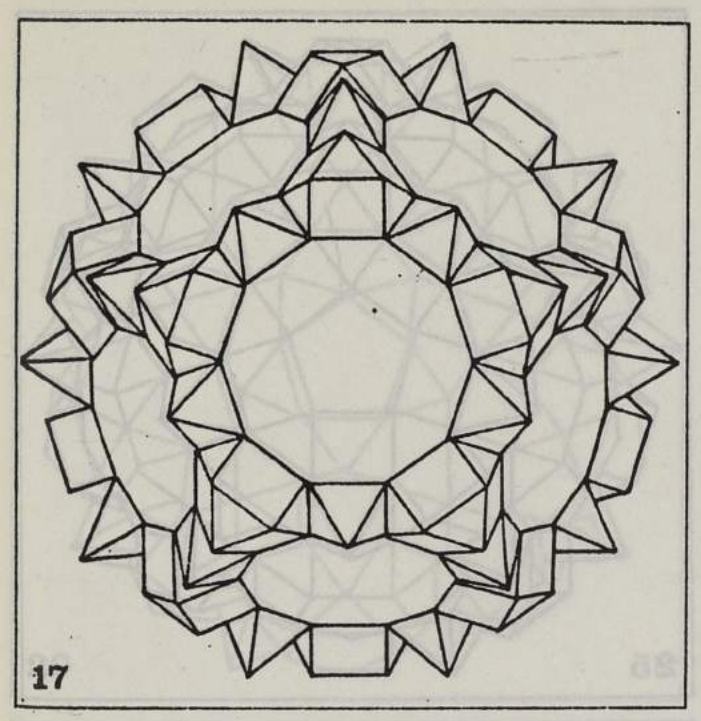
14



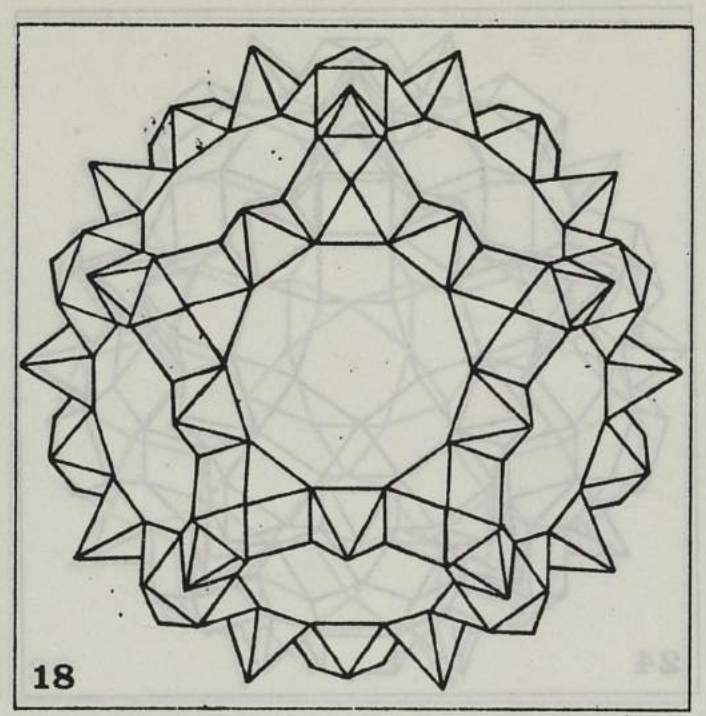
15



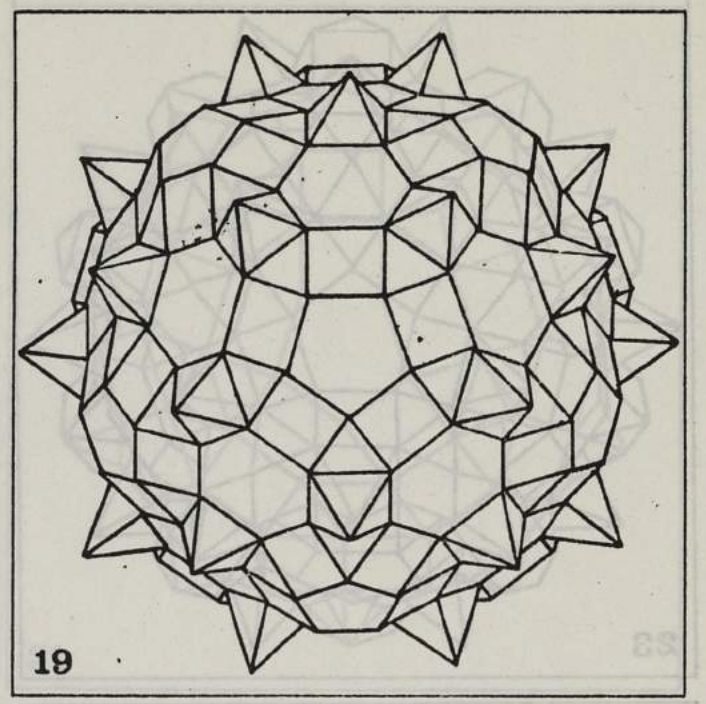
16



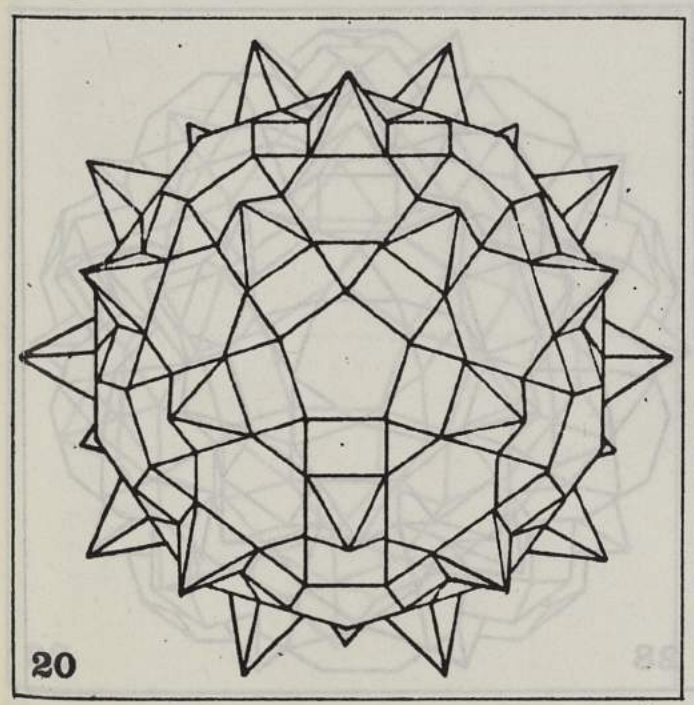
17



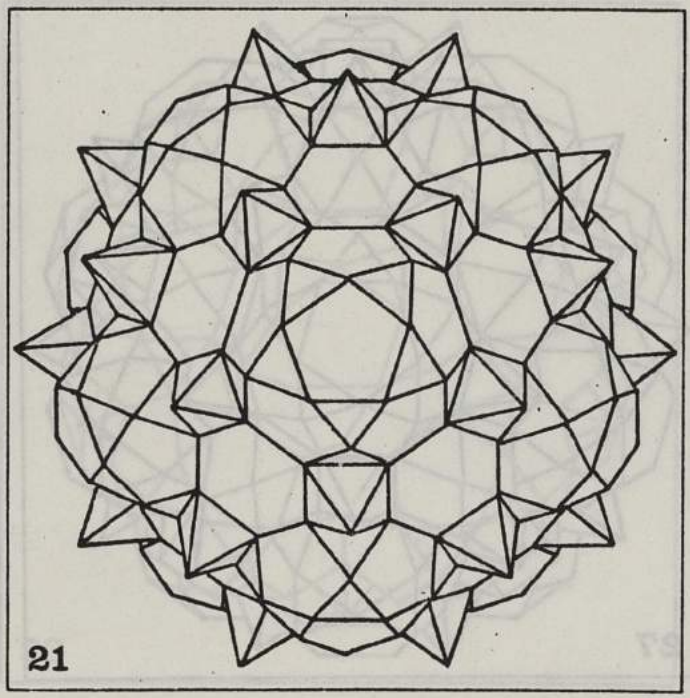
18



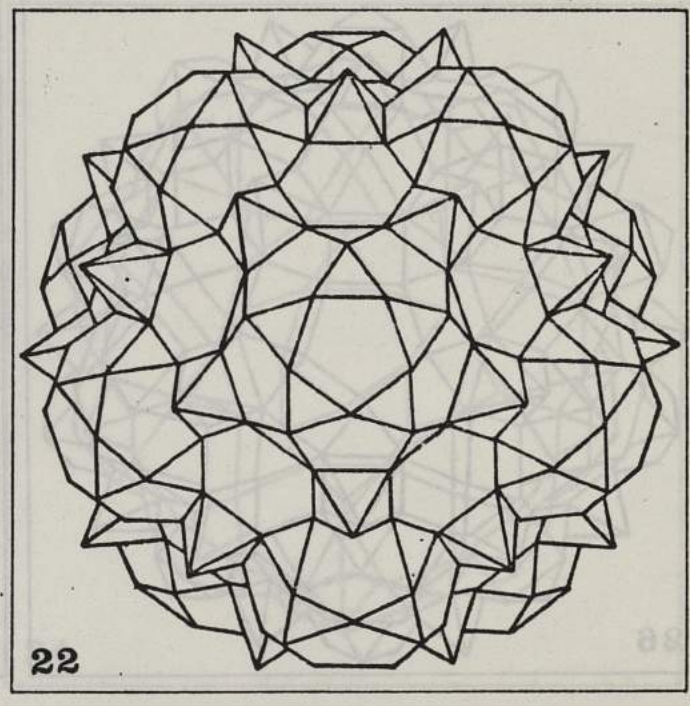
19



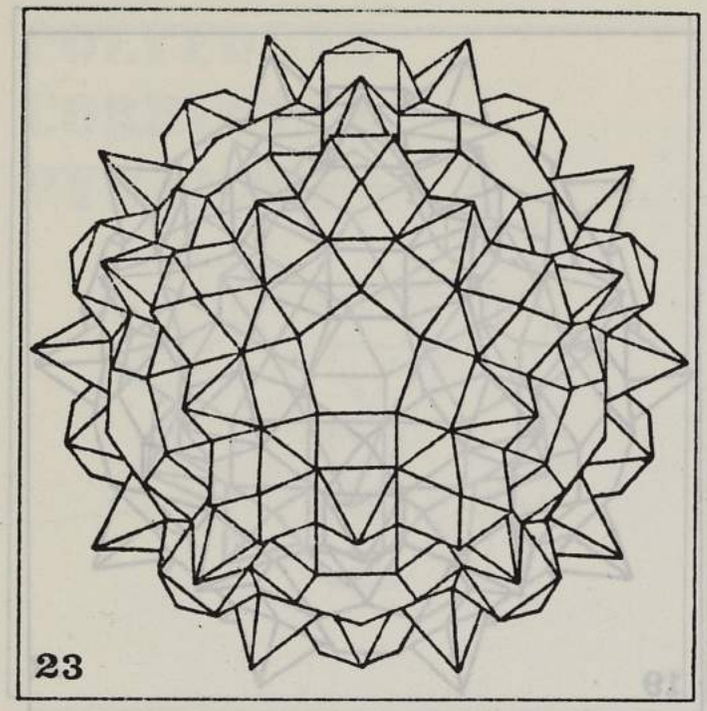
20



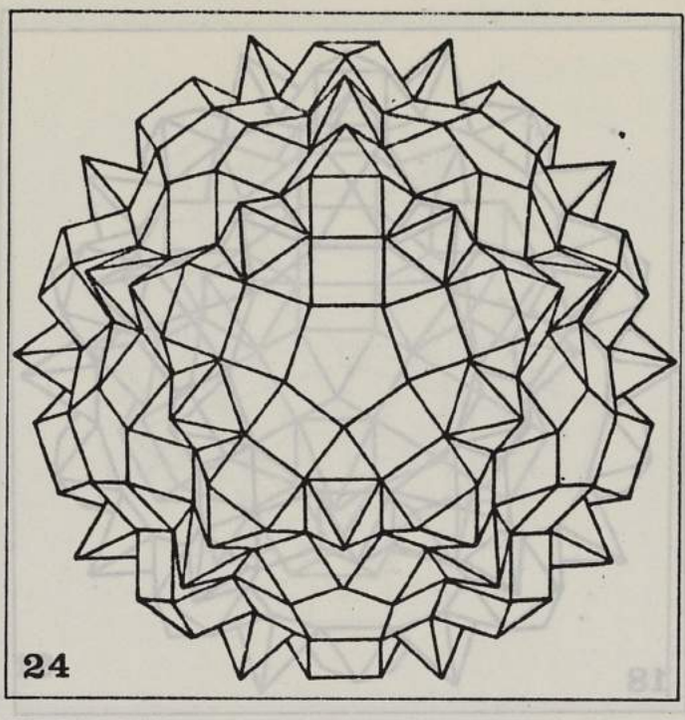
21



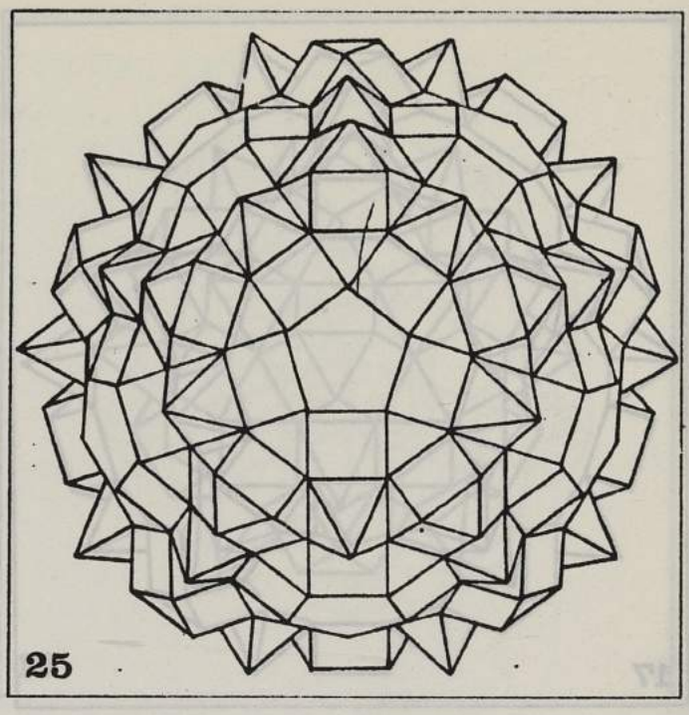
22



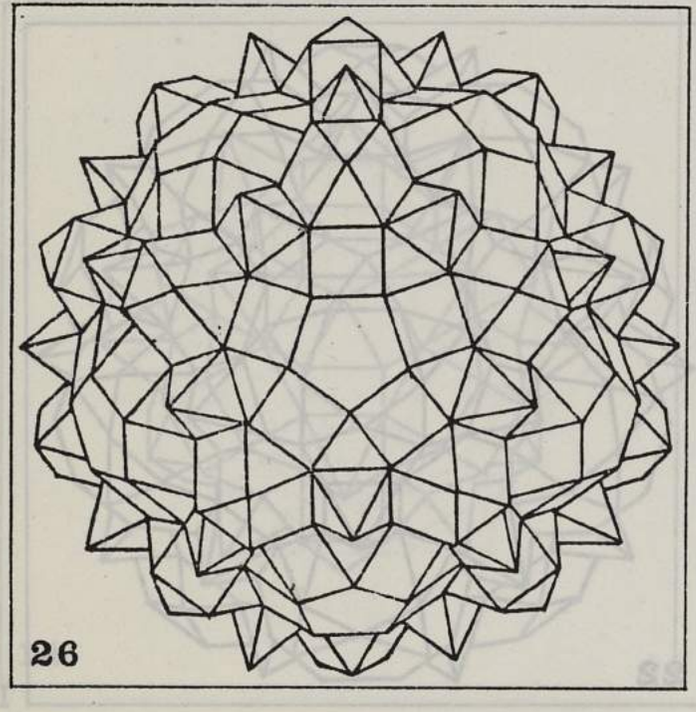
23



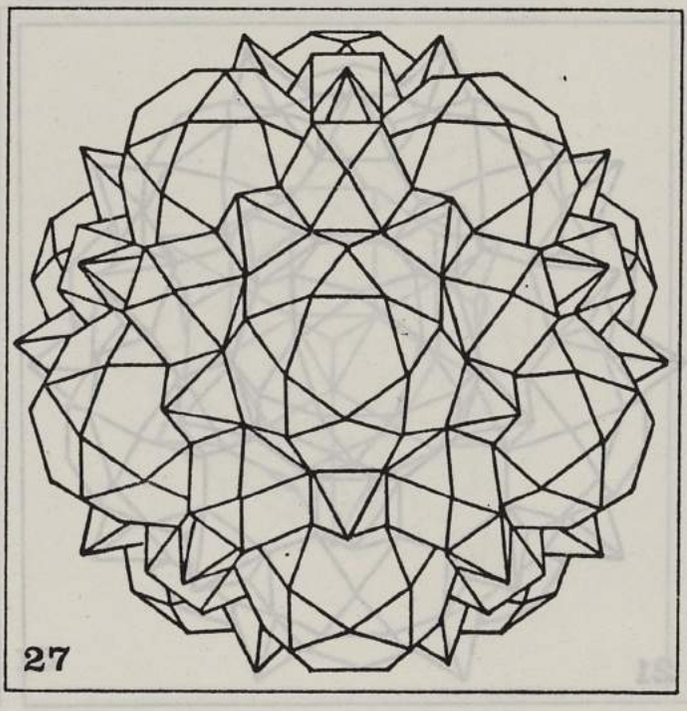
24



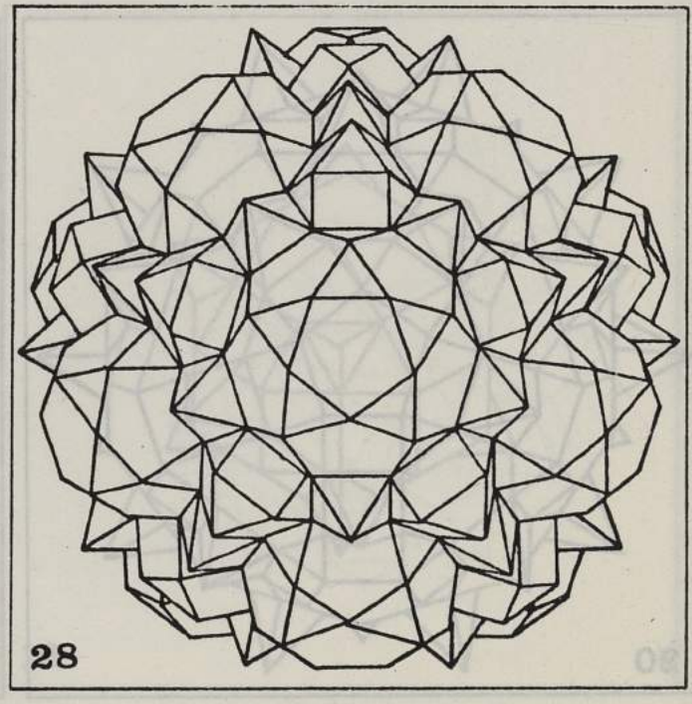
25



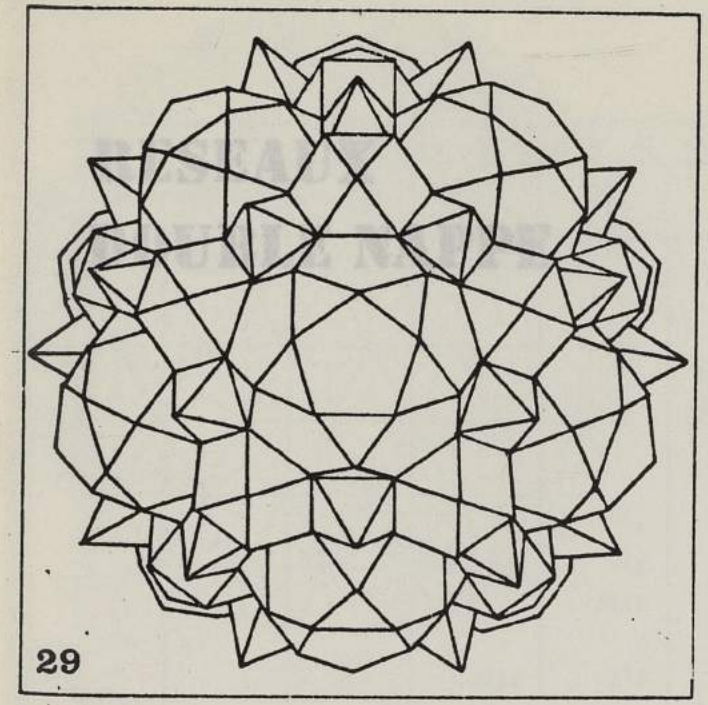
26



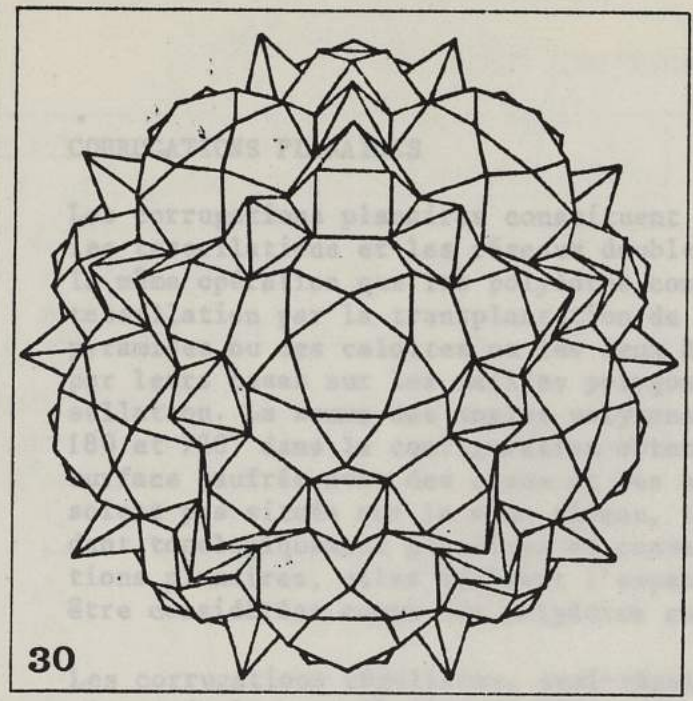
27



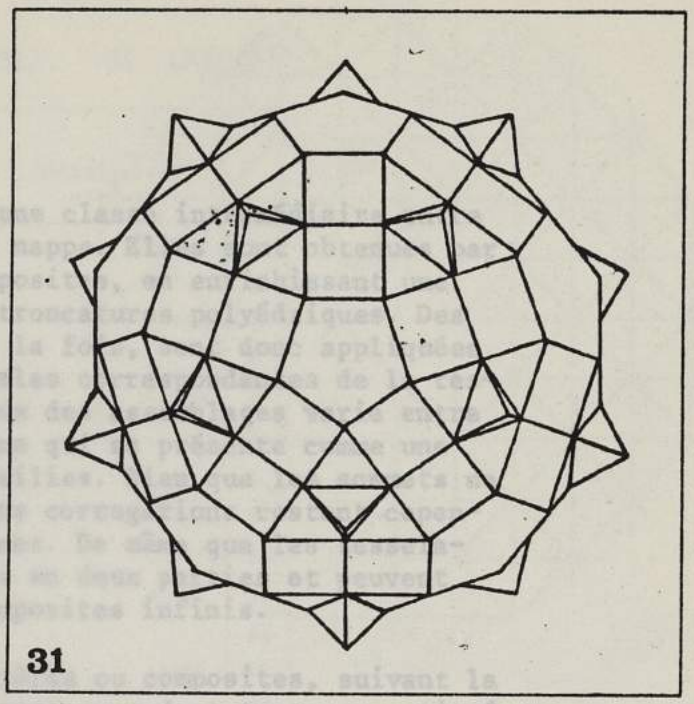
28



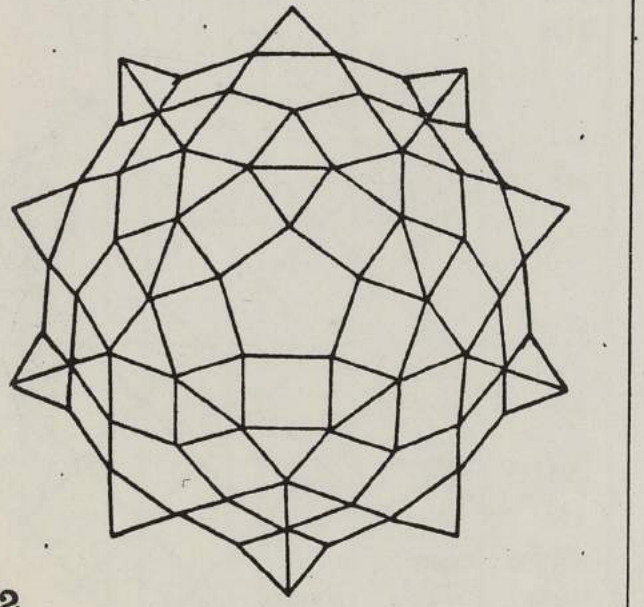
29



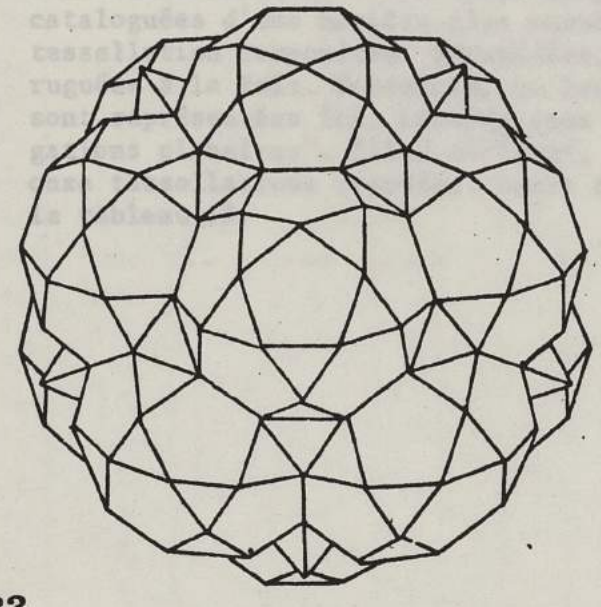
30



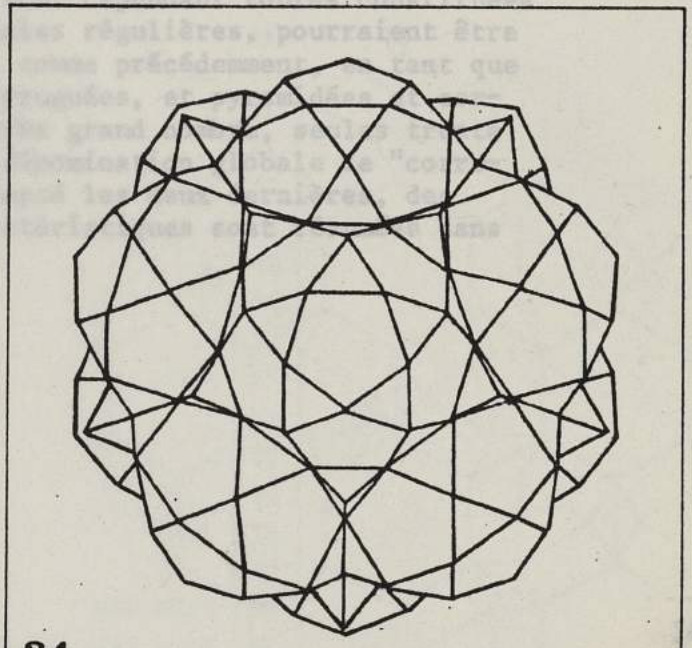
31



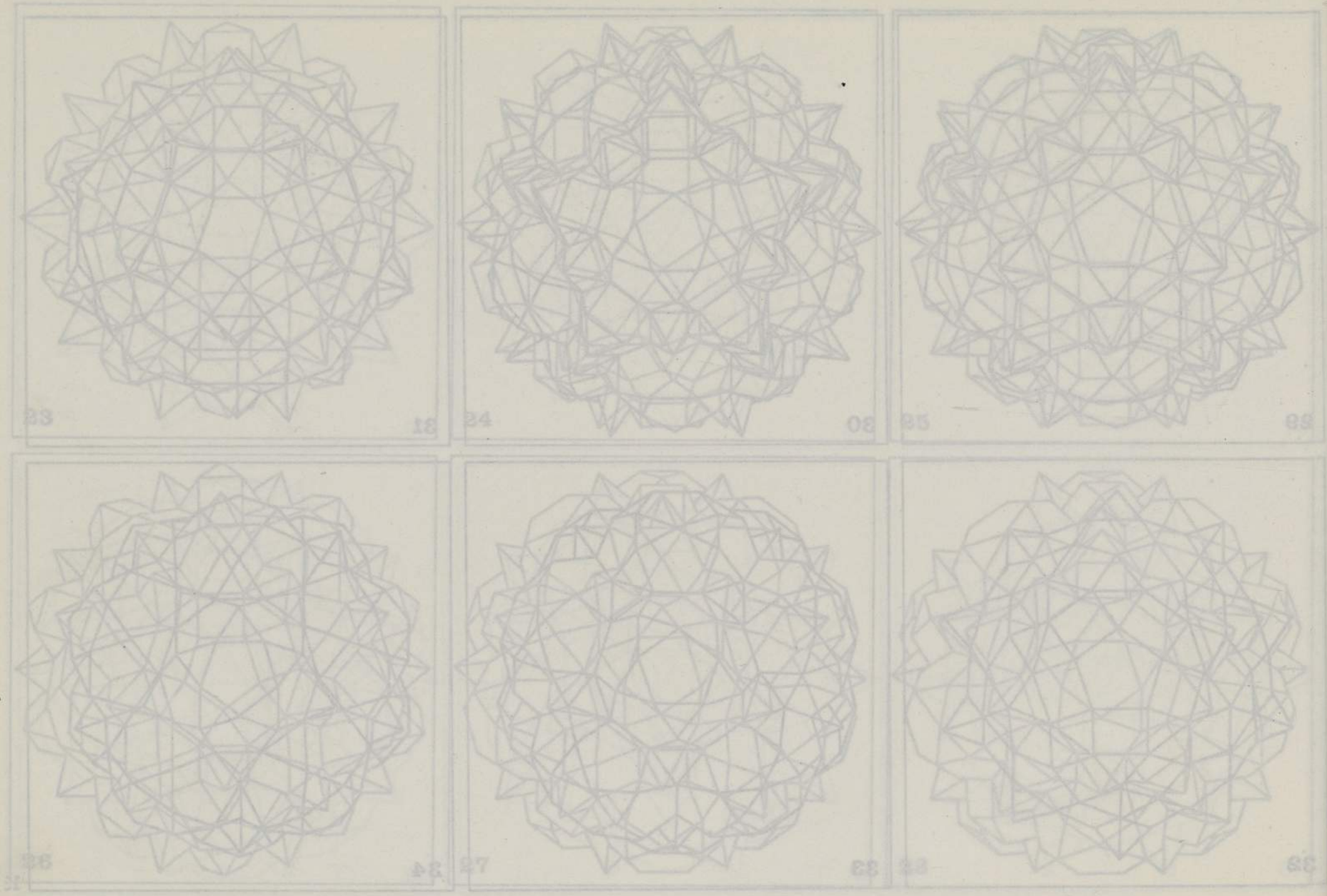
32



33



34



RESEAUX DOUBLE NAPPE

CORRUGATIONS PLANAIRES

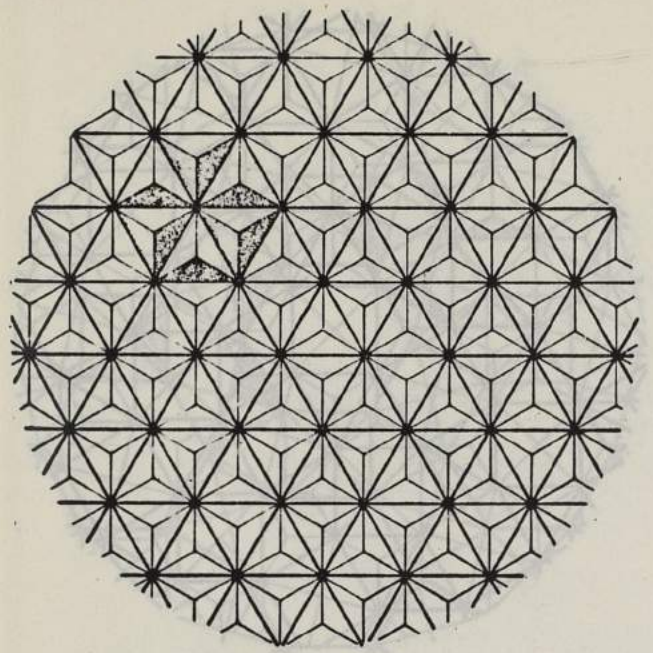
Les corrugations planaires constituent une classe intermédiaire entre les tessellations et les réseaux double nappe. Elles sont obtenues par la même opération que les polyèdres composites, en enrichissant une tessellation par la transplantation de troncatures polyédriques. Des pyramides ou des calottes ou les deux à la fois, sont donc appliquées par leurs bases sur les mailles polygonales correspondantes de la tessellation. La somme des angles polygonaux des assemblages varie entre 180 et 720° dans la configuration obtenue qui se présente comme une surface gaufrée avec des creux et des sailies. Bien que les sommets ne soient pas situés sur le même niveau, les corrugations restent cependant topologiquement planaires et convexes. De même que les tesselations planaires, elles divisent l'espace en deux parties et peuvent être considérées comme des polyèdres composites infinis.

Les corrugations régulières, semi-régulières ou composites, suivant la classe de la tessellation de base, qui sont cependant toutes constituées d'arêtes identiques et de faces polygonales régulières, pourraient être cataloguées d'une manière plus nuancée, comme précédemment, en tant que tessellation composites: pyramidées, corruguées, et pyramidées et corruguées à la fois. Toutefois, vu leur très grand nombre, seules trente sont représentées ici, réunies sous la dénomination globale de "corrugations planaires". Elles dérivent, excepté les deux dernières, des onze tessellations isocèles. Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 18.

TABLEAU 18 CORRUGATIONS PLANAIRES

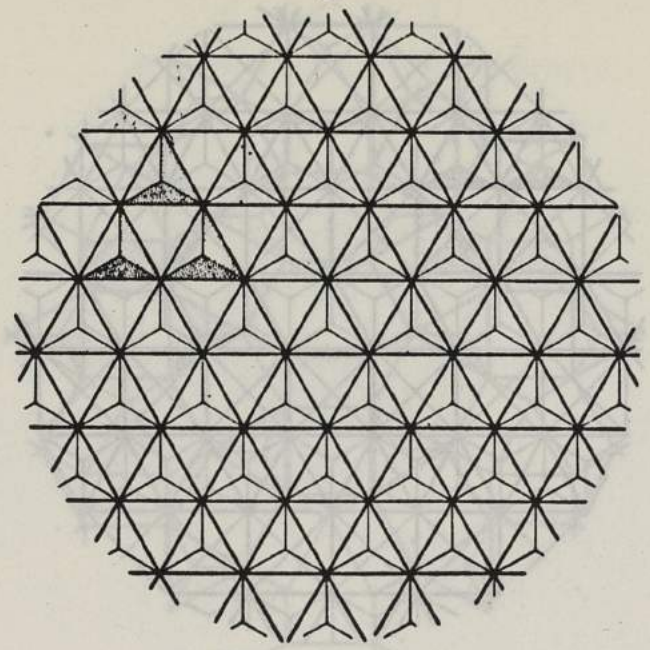
	tessellation de base	pyramides		calottes		partiel	saturé	code de la corrugation dérivée					
		3	4	6	8			1	2	3	4	5	6
1	333333	•					•	3^3	3^{12}				
2		•				•		3^3	3^9				
3	4444		•				•	3^4	3^8				
4			•			•		3^4	$3^2 4 3^2 4$				
5	666			•			•	3434	343434				
6				•		•		3434	$3^2 464$				
7				•		•		3434	$34^2 36$				
8	33344	•	•				•	3^3	3^4	3^{10}			
9	33434	•	•				•	3^3	3^4	3^{10}			
10	33336	•		•			•	3^3	$3^9 4$	3434			
11		•				•		3^3	$3^8 6$				
12	3464	•	•	•			•	3^3	3^4	$3^7 4$	3434		
13		•	•			•		3^4	$3^5 6$				
14		•		•		•		3^3	$3^2 4^2 34$	3434			
15	3636	•		•			•	3^3	$3^4 43^2 4$	3434			
16				•		•		$3^3 434$	3434				
17		•				•		3^3	$3^2 63^2 6$				
18	488		•		•		•	3^4	$3^4 4^2$	34^3			
19			•		•		•	3^4	$3^2 43^2 4$	34^3			
20					•	•		$3^2 4^3$	34^3				
21					•	•		3434^2	34^3				
22					•	•		3434^2	34^3				
23	4612	•	•	•			•	3^3	3^4	$3^7 4$	3434		
24		•	•	•			•	3^3	3^4	$3^7 4$	3434		
25		•	•	•			•	3^3	3^4	$3^7 4$	3434		
26		•	•	•			•	3^3	3^4	$3^7 4$	3434		
27	31212	•	•	•			•	3^3	3^4	3^{10}	$3^7 4$	3434	
28		•	•	•			•	3^3	3^4	3^{10}	$3^7 4$	3434	
29	33336 3636	•	•				•	3^3	$3^9 4$	$3^4 43^2 4$	3434		
30	33336 3366 3636 666	•	•				•	3^3	$3^9 4$	$3^6 434$	$3^4 43^2 4$	343434	3434

1



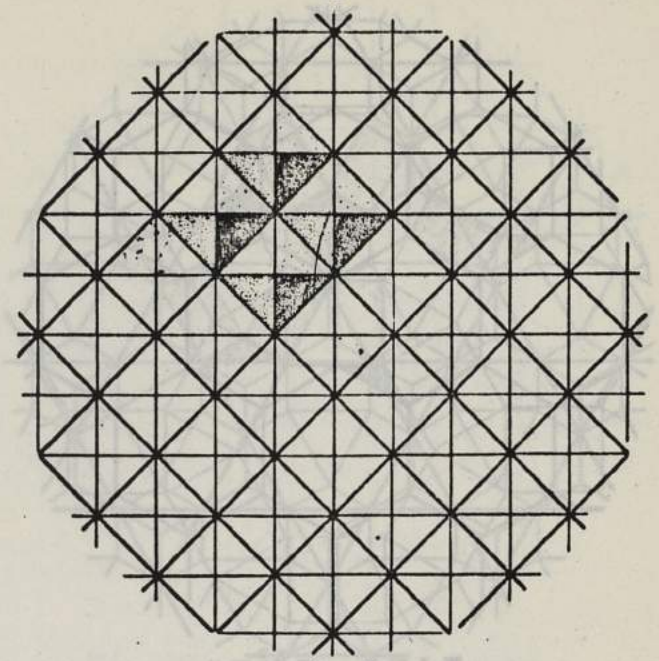
$3^3\ 3^{12}$

2



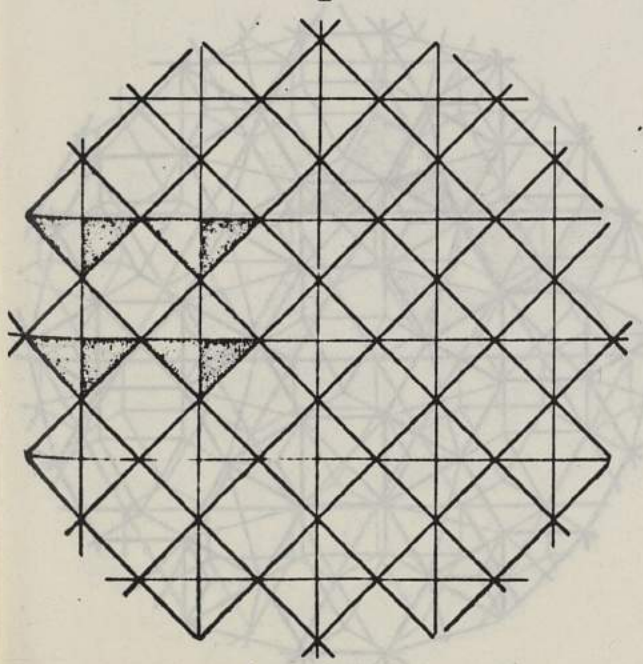
$3^3\ 3^9$

3



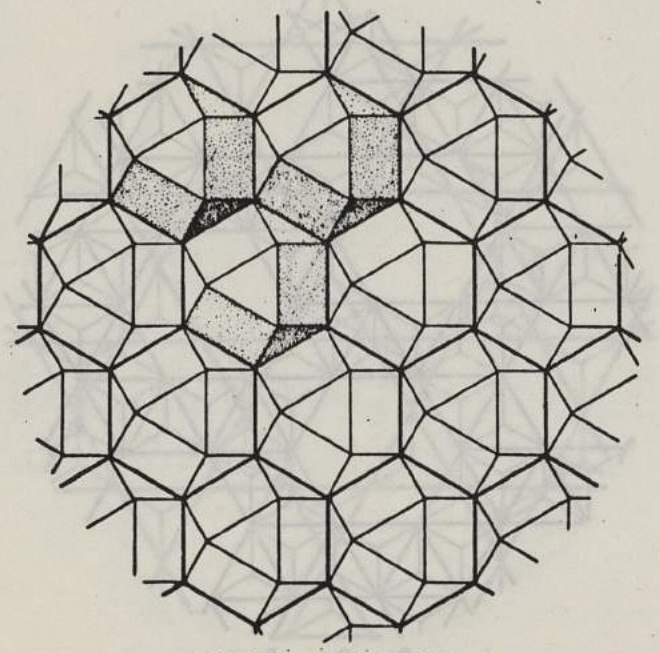
$3^4\ 3^8$

4



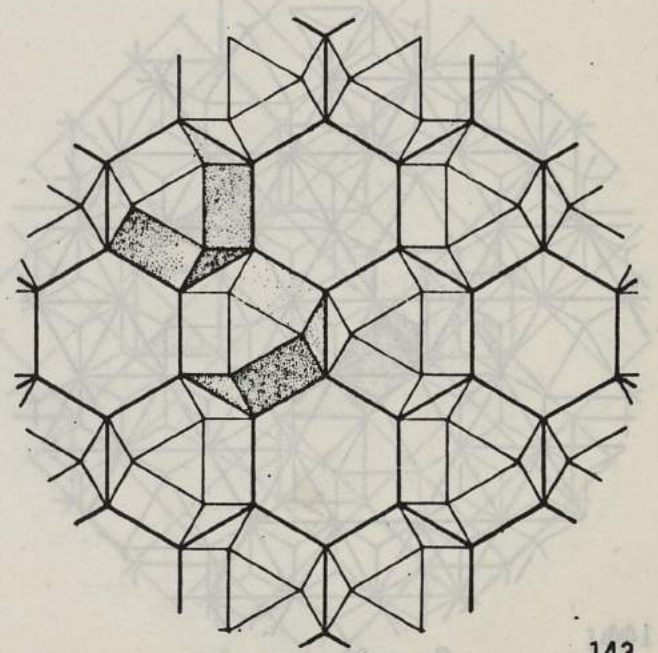
$3^4\ 3^2 4 3^2 4$

5



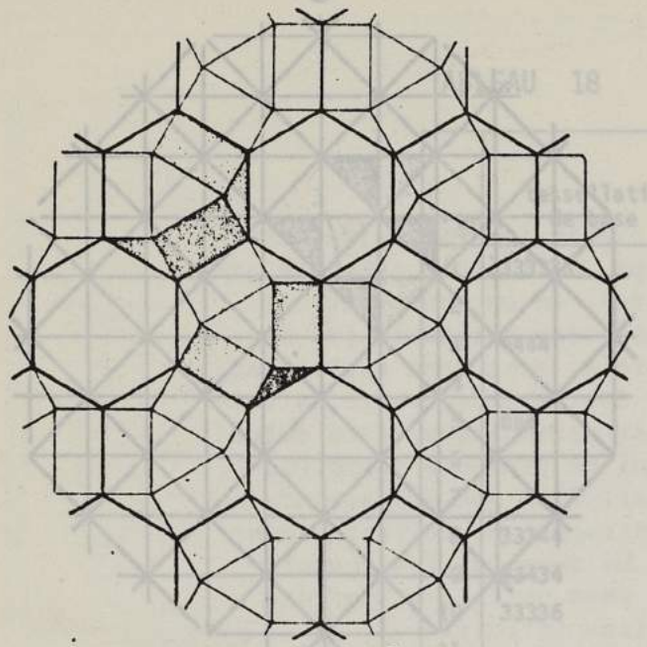
3434 343434

6



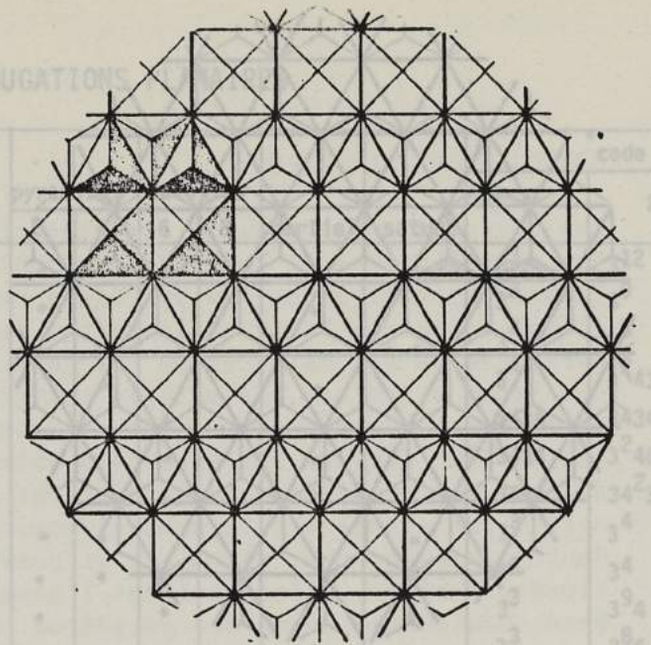
3434 $3^2$464

7



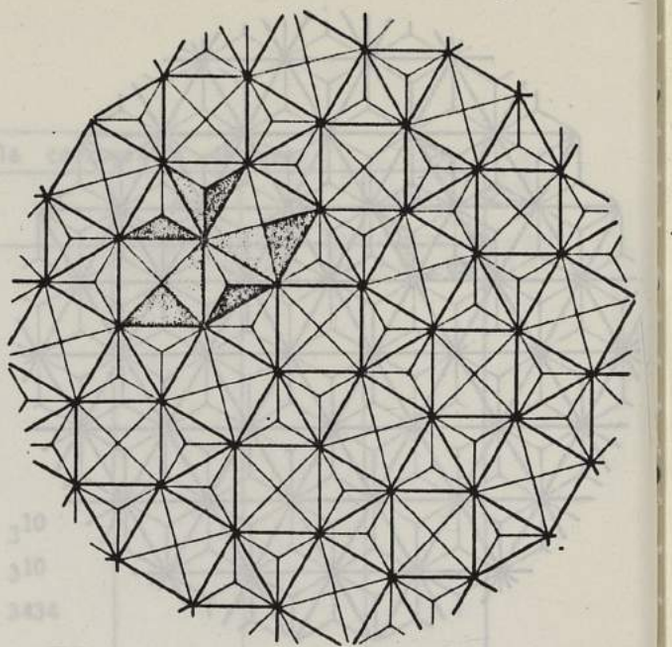
$3434\ \ 34^{2}36$

8



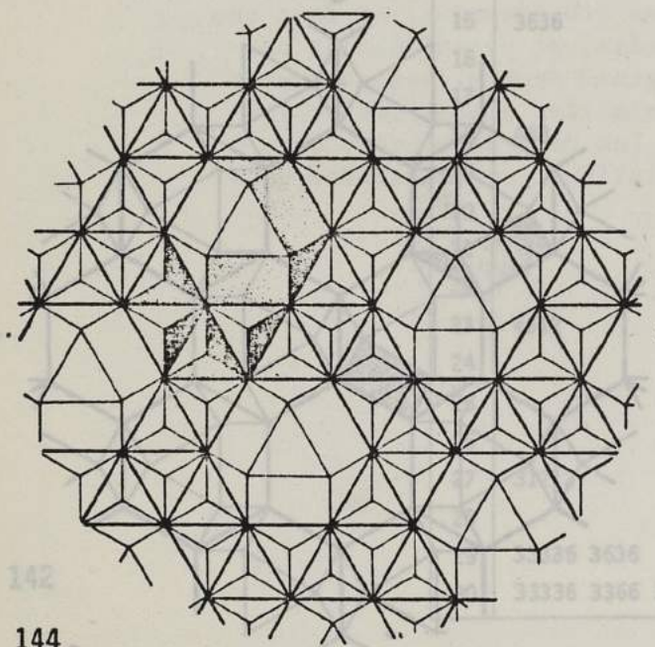
$3^{3}\ \ 3^{4}\ \ 3^{10}$

9



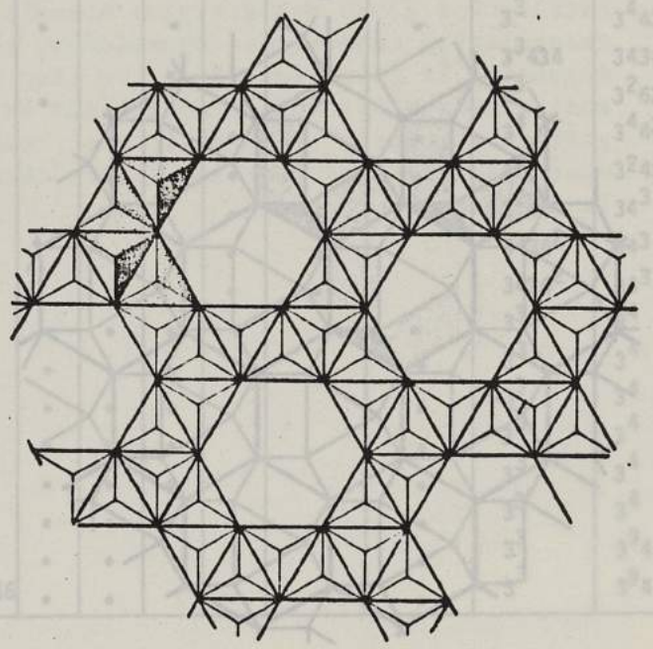
$3^{3}\ \ 3^{4}\ \ 3^{10}$

10



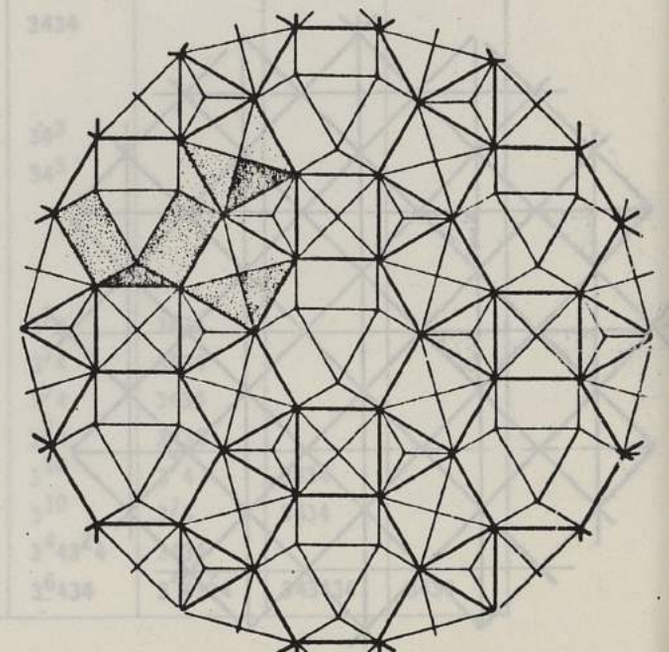
$3^{3}\ \ 3^{9}4\ \ 3434$

11



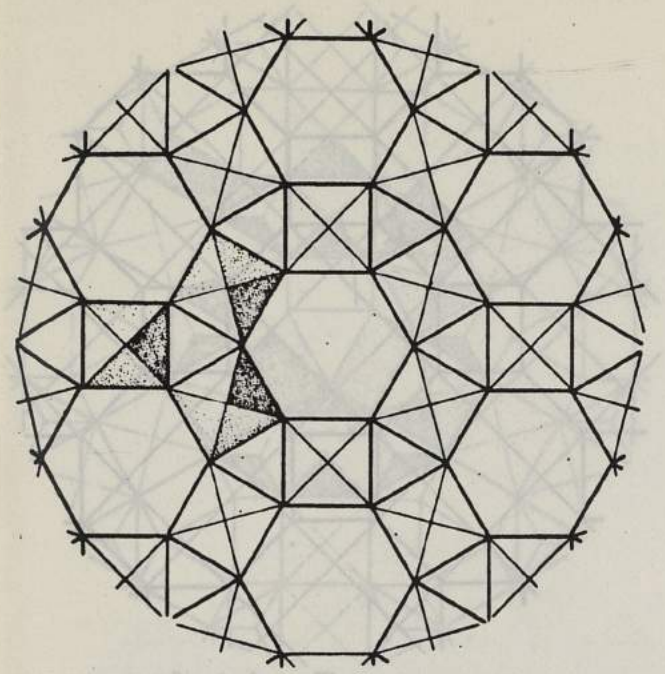
$3^{3}\ \ 3^{8}6$

12



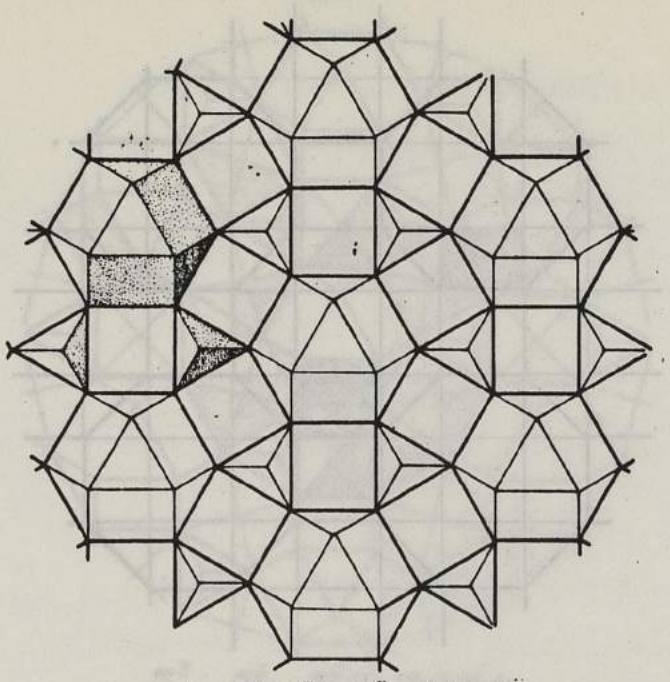
$3^{3}\ \ 3^{4}\ \ 3^{7}4\ \ 3434$

13



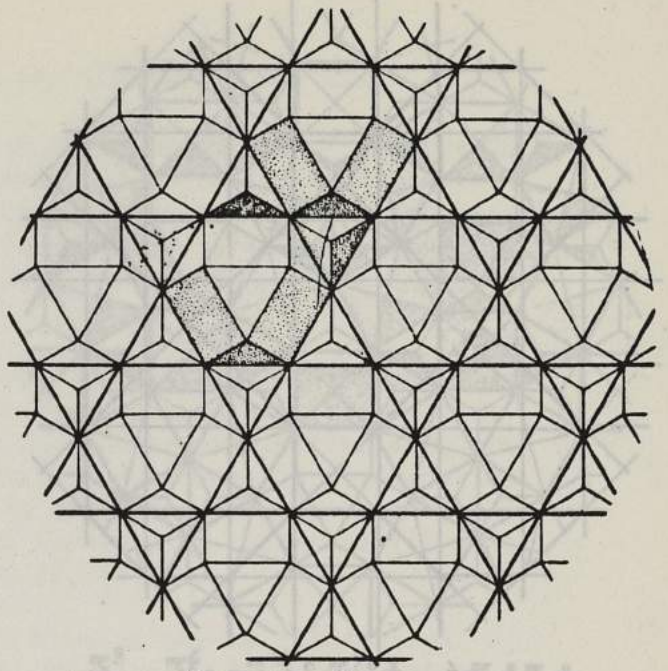
$3^4\ 3^5 6$

14



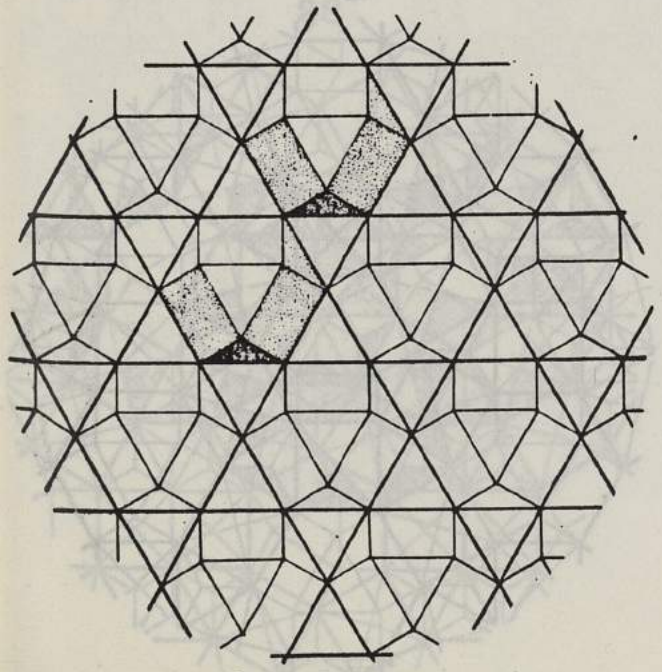
$3^3\ 3^2 4^2 34^*\ 3434$

15



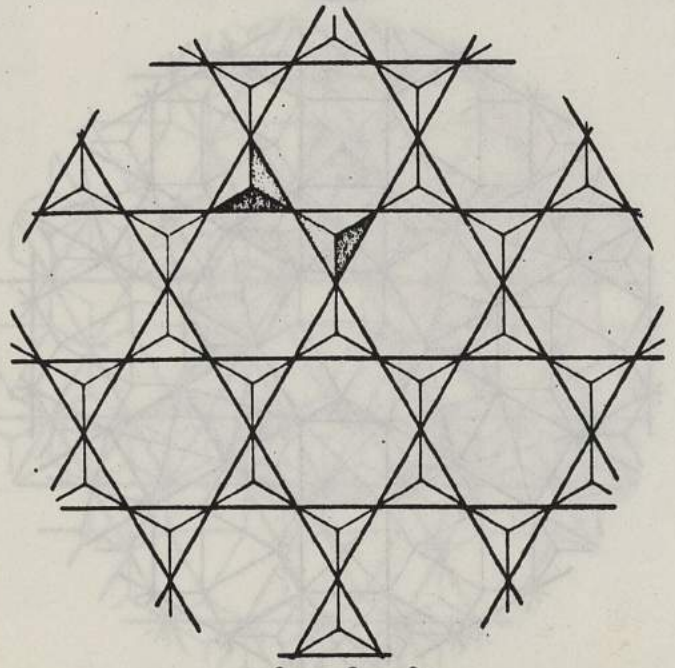
$3^3\ 3^4 43^2 4\ 3434$

16



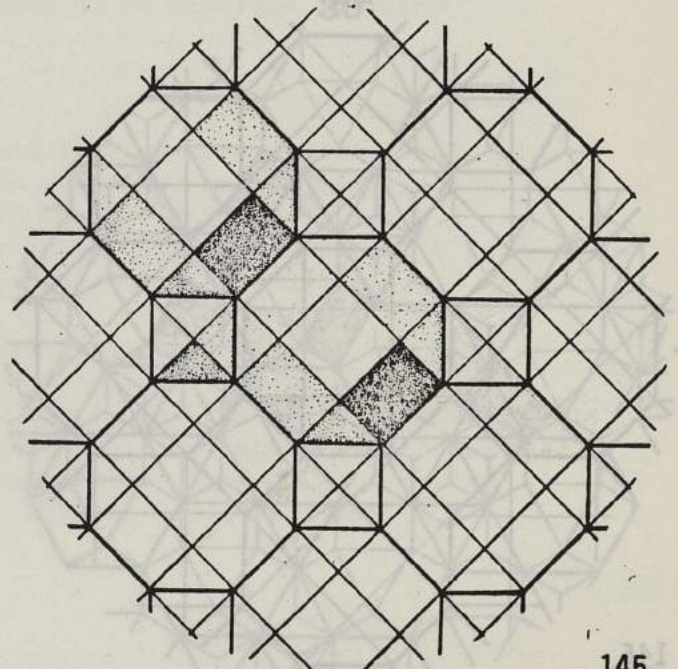
$3^3 434\ 3434$

17



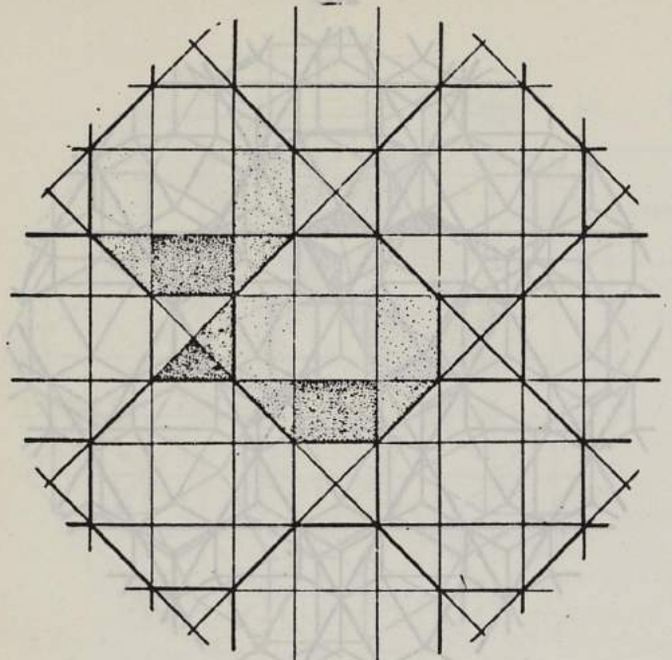
$3^3\ 3^2 63^2 6$

18



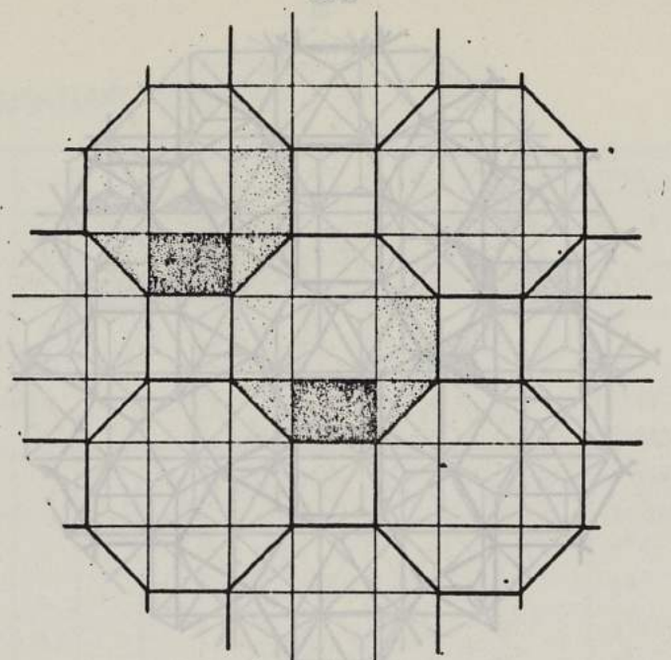
$3^4\ 3^4 4^2\ 34^3$

19



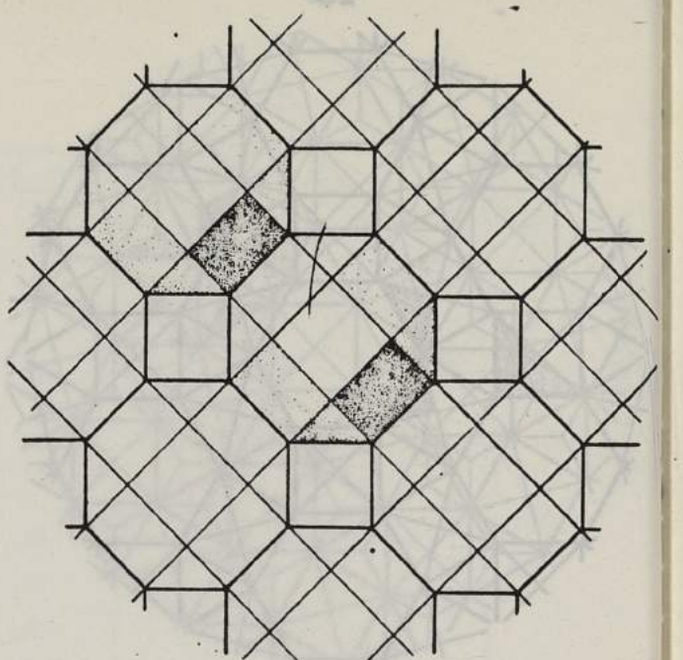
$3^4\ 3^2 4 3^2 4\ 3 4^3$

20



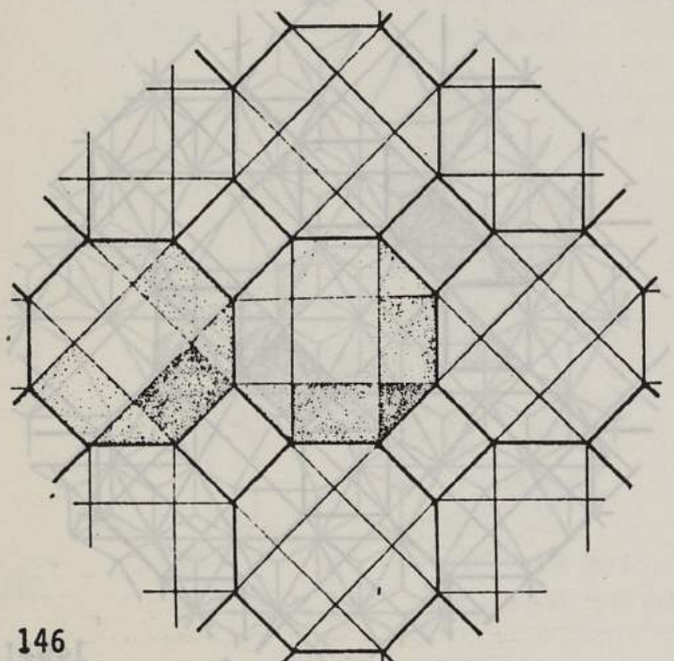
$3^2 4^3\ 3 4^3$

21



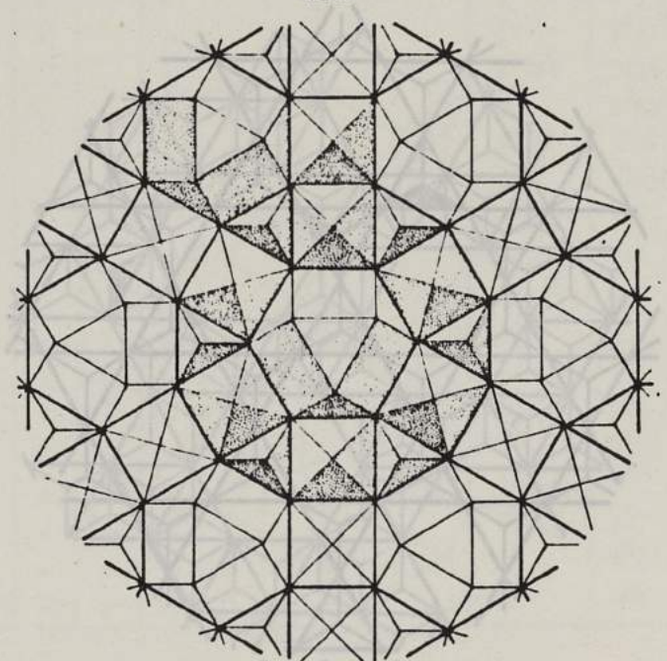
$3 4 3 4^2\ 3 4^3$

22



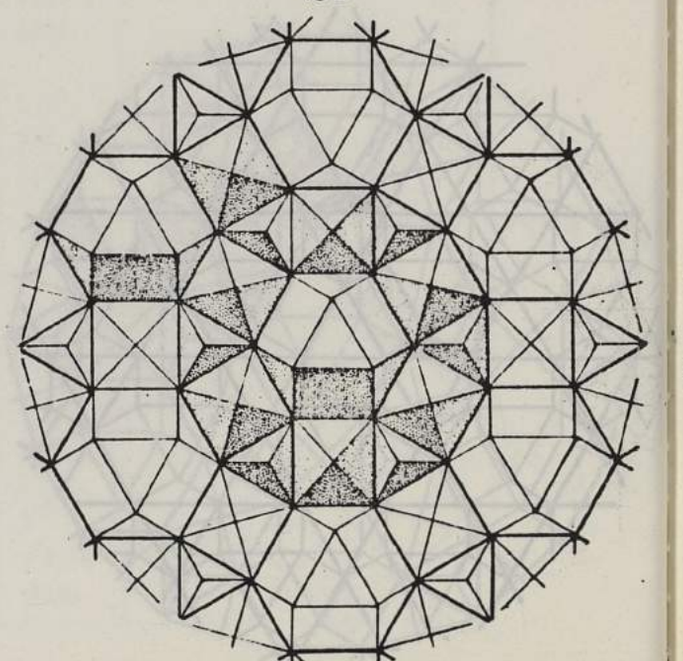
$3 4 3 4^2\ 3 4^3$

23



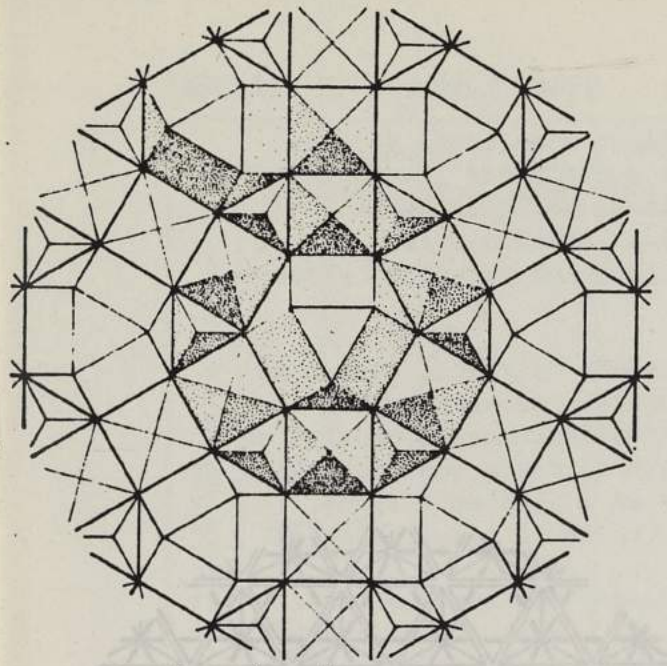
$3^3\ 3^4\ 3^7 4\ 3 4 3 4$

24



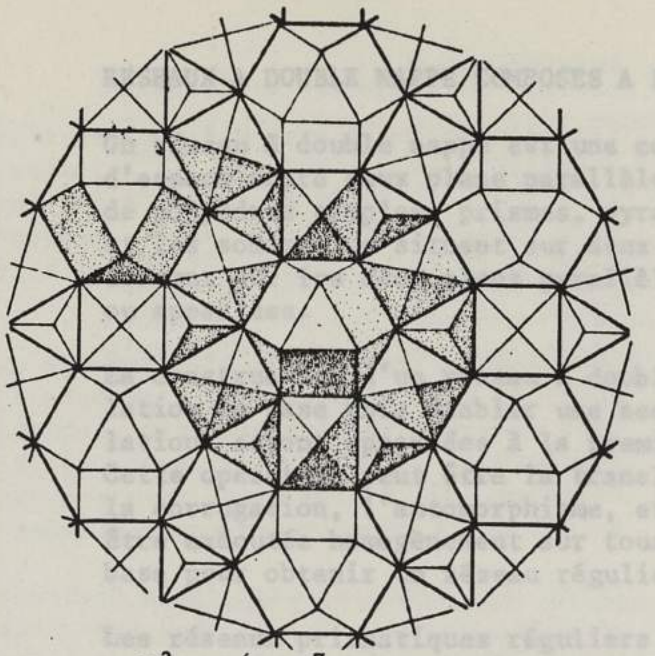
$3^3\ 3^4\ 3^7 4\ 3 4 3 4$

25



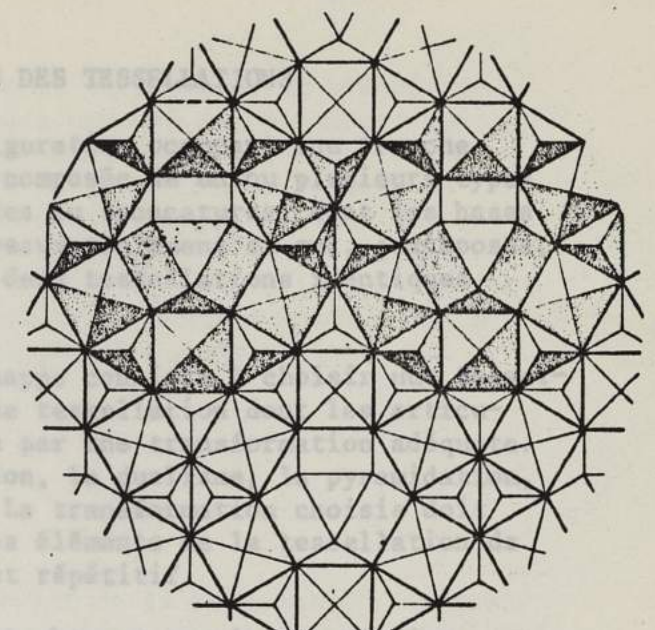
$3^3\ 3^4\ 3^7 4\ 3434$

26



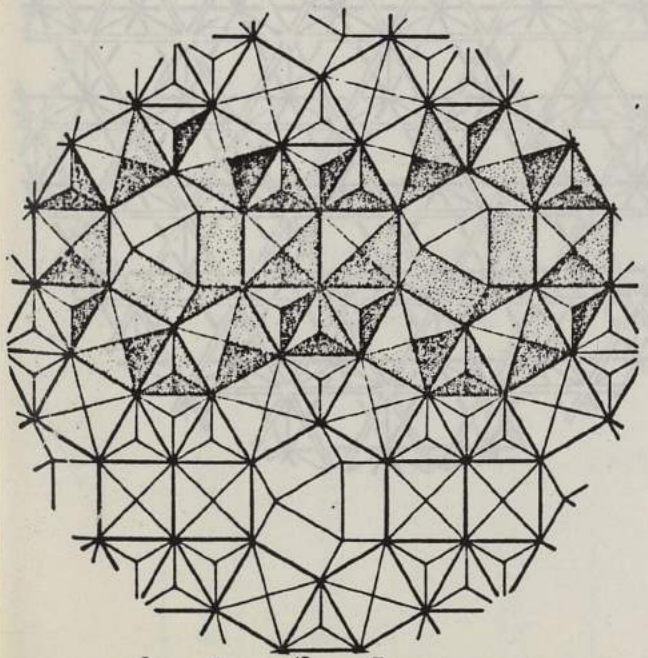
$3^3\ 3^4\ 3^7 4\ 3434$

27



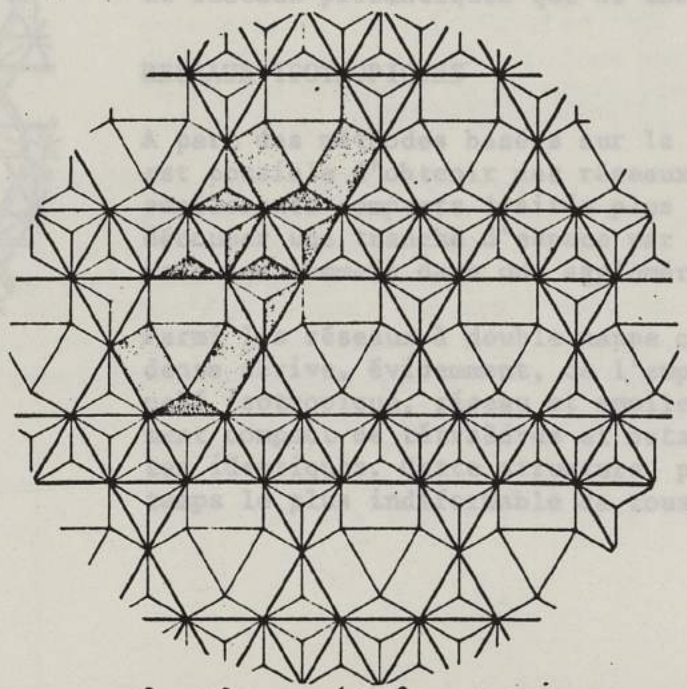
$3^3\ 3^4\ 3^{10}\ 3^7 4\ 3434$

28



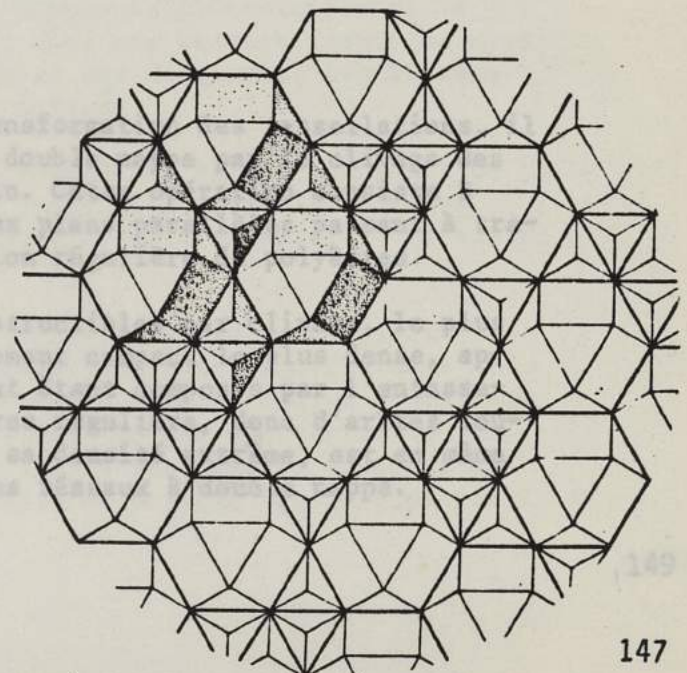
$3^3\ 3^4\ 3^{10}\ 3^7 4\ 3434$

29

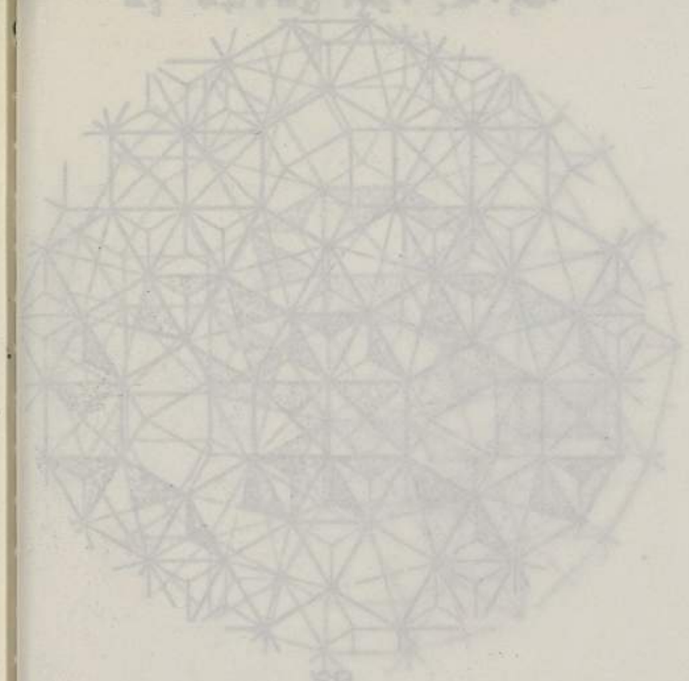


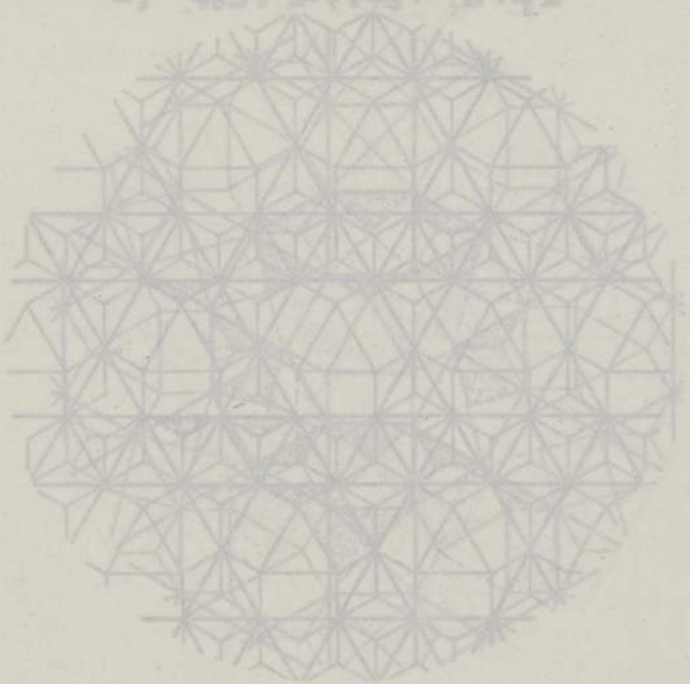
$3^3\ 3^9 4\ 3^4 4 3^2 4\ 3434$

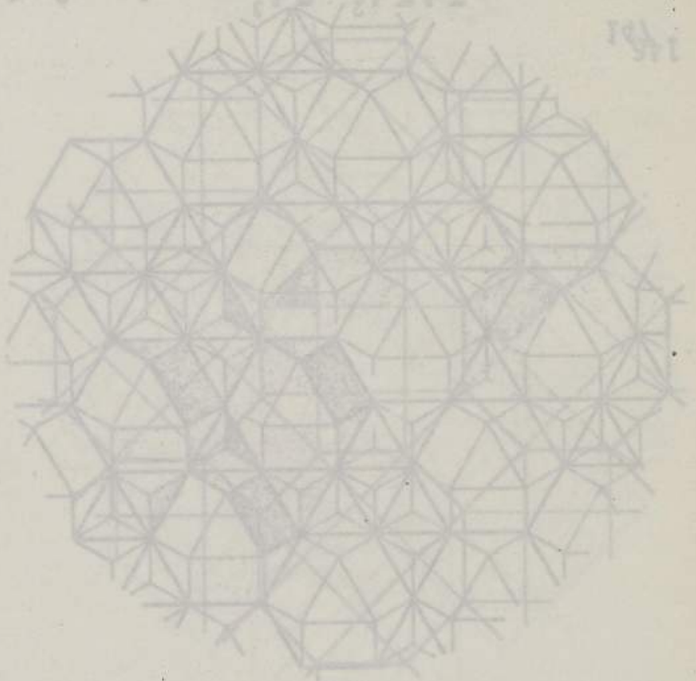
30

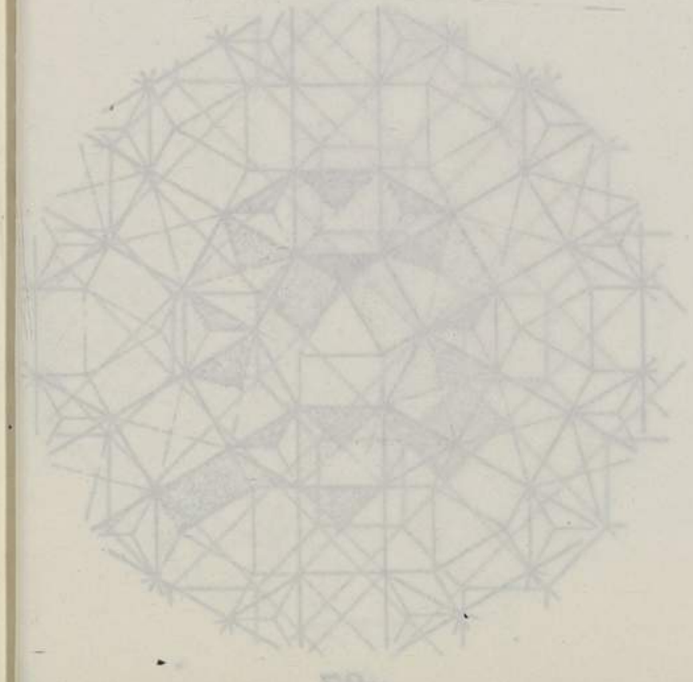


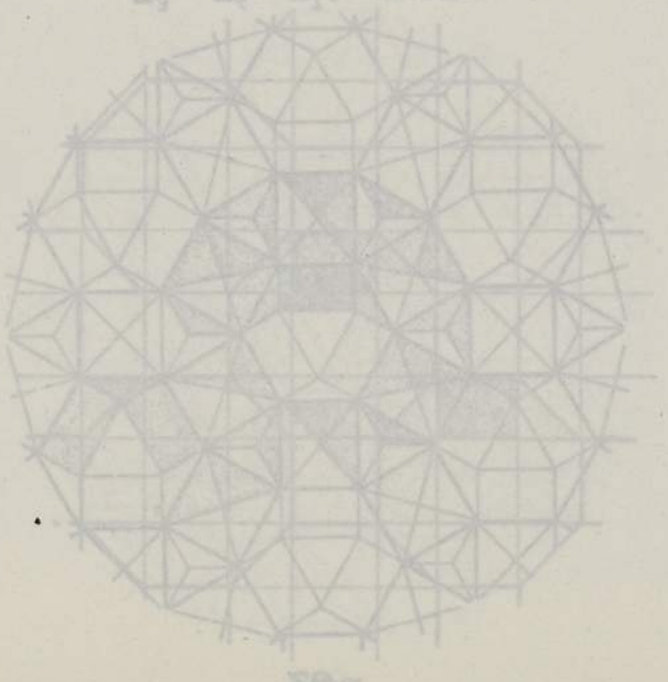
$3^3, 3^9 4, 3^5 434, 3^4 4 3^2 4, 34343 4, 3434$

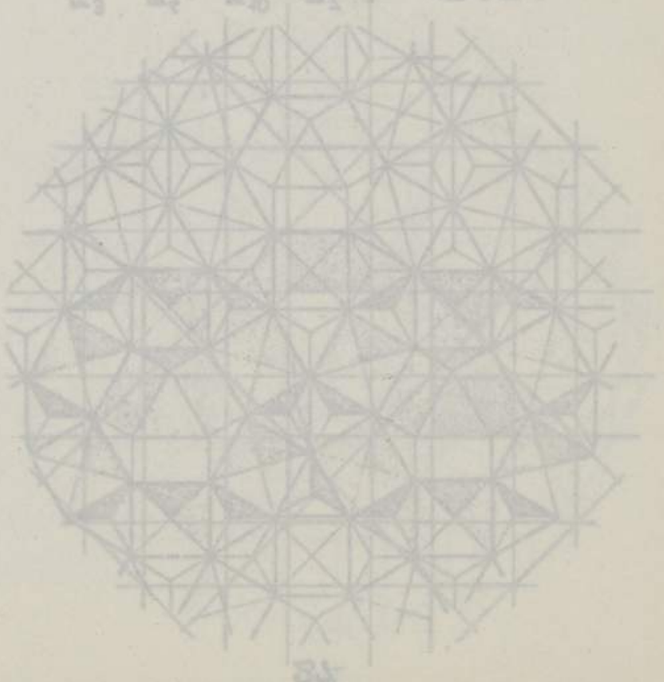


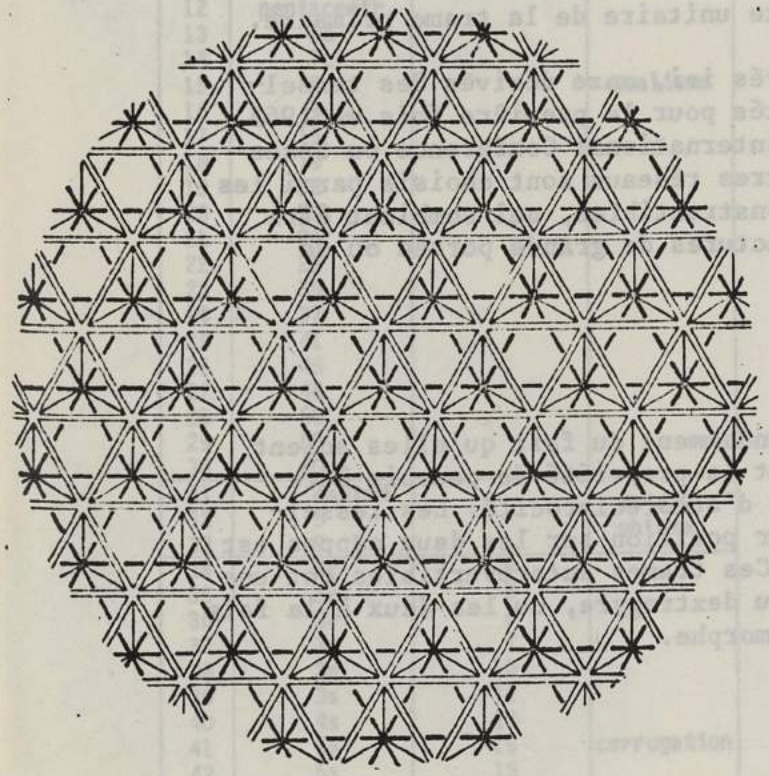












RESEAUX A DOUBLE NAPPE COMPOSES A BASE DES TESSELLATIONS

Un réseau à double nappe est une configuration occupant une tranche d'espace entre deux plans parallèles, composée de un ou plusieurs types de polyèdres simples, prismes, pyramides ou troncatures, dont les bases et les sommets se situent sur deux niveaux seulement et qui, juxtaposés, forment sur les deux plans parallèles deux tessellations identiques ou appariées.

La construction d'un réseau à double nappe consiste à choisir une tessellation de base puis établir une seconde tessellation dont les articulations seront appariées à la première par une transformation adéquate. Cette opération peut être la translation, le dualisme, la pyramidation, la corrugation, l'automorphisme, etc. La transformation choisie doit être exécutée homogènement sur tous les éléments de la tessellation de base pour obtenir un réseau régulier et répétitif.

Les réseaux prismatiques réguliers sont obtenus par la translation orthogonale de la tessellation de base, aboutissant à sa répétition comme seconde nappe, par conséquence à un maillage prismatique de l'espace. On se contente ici de mentionner qu'il existe, évidemment, autant de réseaux prismatiques que de tessellations de diverses classes.

RESEAUX ISOTROPIQUES

A part des méthodes basées sur la transformation des tessellations, il est possible d'obtenir des réseaux à double nappe par le clivage des empilements compacts traités plus loin. Cette opération consiste à découper une tranche d'espace par deux plans parallèles passant à travers les sommets dans une agglomération régulière de polyèdres.

Parmi les réseaux à double nappe constructibles par clivage, le plus dense dérive, évidemment, de l'empilement compact le plus dense, appelé isotropique, réseau et empilement étant composés par l'entassement compact de tétraèdres et octaèdres réguliers, donc d'arêtes toutes identiques. Cette structure, par sa densité extrême, est en même temps le plus indéformable de tous les réseaux à double nappe.

RESEAUX DUALS

Les réseaux duals sont obtenus par l'utilisation simultanée de deux tessellations réciproques, la primaire et la duale, pour les nappes supérieure et inférieure du réseau, les liaisons obliques entre les deux tessellations produisant une pyramidation bilatérale complète et congruente de la tranche d'espace, sorte de gaufrage pyramidal alternatif.

Ces réseaux, excepté un seul qui est parfaitement unitaire, sont composés de deux ou plusieurs longueurs élémentaires, suivant que le réseau dérive d'une tessellation platonique, archimédienne, composite ou automorphe. La hauteur du réseau est à choisir de sorte que les arêtes obliques, ou le plus grand nombre quand il y en a plusieurs types, soient de la même longueur que l'arête unitaire de la trame primaire.

Parmi les trente réseaux duals élaborés ici, onze dérivés des tessellations isocèles étaient déjà présentés pour la première fois en 1965, voir "Réseaux" dans Proceeding de l'International Conference on Space Structures, Londres. Les dix-neuf autres réseaux sont choisis parmi les soixante trois trames non isocèles constructibles, qui semblent être les plus utilisables en tant que structures de grande portée ou de plancher léger.

RESEAUX AUTOMORPHES

Les tessellations automorphes, indépendamment du fait qu'elles soient aussi transformables par dualisme, ont la propriété de pouvoir être appariées à elles-mêmes par une sorte d'autoréciprocité. Les tessellations sont donc identiques mais leur position sur les deux nappes est décalée l'une par rapport à l'autre. Ces trames autoréversibles ont une symétrie rotatoire locale, lévogyre ou dextrogyre, ou les deux à la fois donnant alors une composition énantiomorphe.

TABLEAU 19 DOUBLE NAPPE

N°	dérivée de la tessellation	dérivée de la corrugation	transformation par
1	1r		
2	2r		
3	3r		
4	1s		
5	2s		
6	3s		
7	4s		
8	5s		
9	6s		
10	7s		
11	8s		
12	pentacentr.		
13	3c		
14	7c		
15	8c		dualisme
16	9		
17	15		
18	19		
19	22		
20	23		
21	25		
22	29		
23	35		
24	37		
25	41		
26	45		
27	46		
28	50		
29	52		
30	60		
31	2autom.		automorphisme
32	5 "		
33	9 "		
34	2r	4	
35	3r	5	
36	3r	6	
37	3r	7	
38	3s	10	
39	3s	11	
40	4s	14	
41	5s	15	corrugation
42	5s	16	
43	5s	17	
44	6s	18	
45	6s	19	
46	6s	22	
47	12c	29	
48	60c	30	

Après l'établissement de liaisons obliques entre les deux couches de sommets, le réseau automorphe obtenu sera composé de pyramides tronquées, ou trapézides, congruents et alternativement inversés, formant également un gaufrage bilatéral complet de la tranche d'espace. La hauteur du réseau peut être choisie de sorte que la longueur des diagonales, qui sont toutes homothétiques, soit égale à celle des arêtes composant les deux nappes. Toutes les arêtes seront ainsi de dimension identique, ce qui rend ces réseaux, dont trois sont élaborés à titre d'exemple, particulièrement intéressants pour la construction.

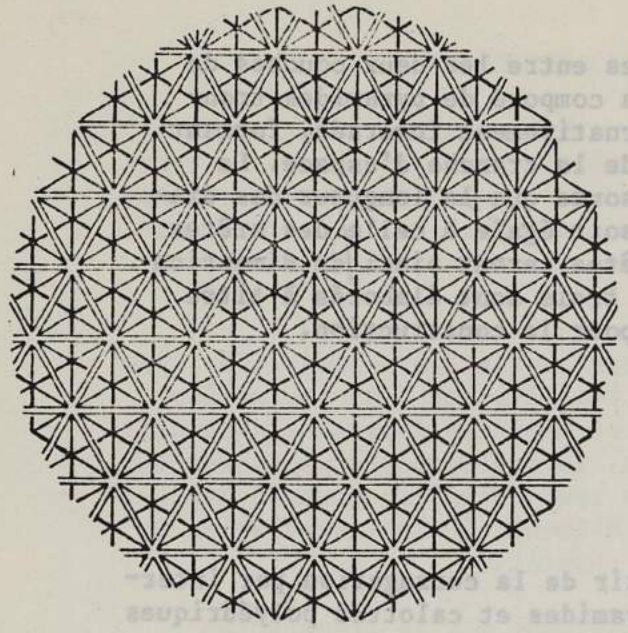
RESEAUX CORRUGUES

Les réseaux corrugués sont obtenus à partir de la corrugation par interconnection des sommets supérieurs des pyramides et calottes polyédriques complémentaires. La tessellation formée par les interconnections peut être isocèle et de membrures identiques à celle de la tessellation de base. En ce cas là, le réseau est entièrement composé d'éléments standards, les obliques étant par définition de longueur identique dans une corrugation. Dans les autres cas, les longueurs élémentaires de la nappe nouvelle seront de deux sortes, dont une restera identique avec celle des éléments de la nappe opposée et des diagonaux. Ces réseaux seront donc composés de deux types de barres.

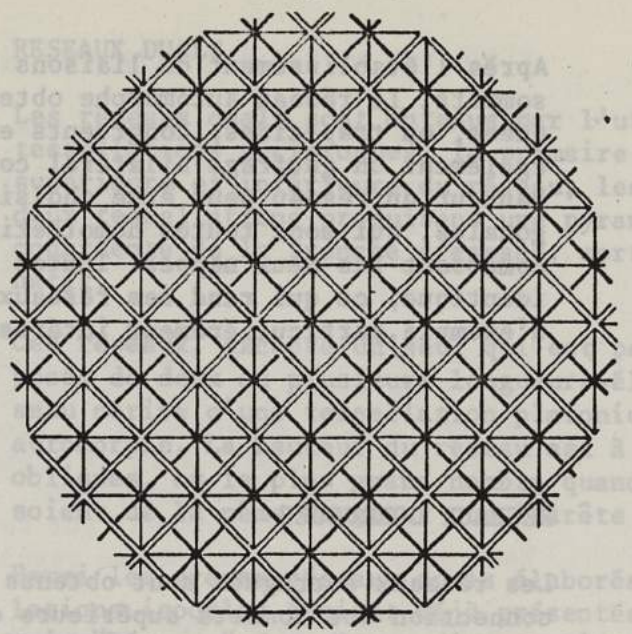
L'aspect intriqué de ces compositions évoque les ogives gothiques de l'époque tardive, au point qu'on soit tenté de les appeler réseaux flamboyants. Outre les quinze élaborés, à titre d'exemple; il en existe un très grand nombre.

De la multitude des compositions possibles, quarante huit réseaux à double nappe composés à base des tessellations sont énumérés dans le tableau 19, groupés selon les trois modes de transformation - dualisme, automorphisme, corrugation - et sont présentés par des figures où la nappe supérieure est indiquée par des traits doubles, la nappe inférieure par des traits pleins et les obliques par des traits plus fins.

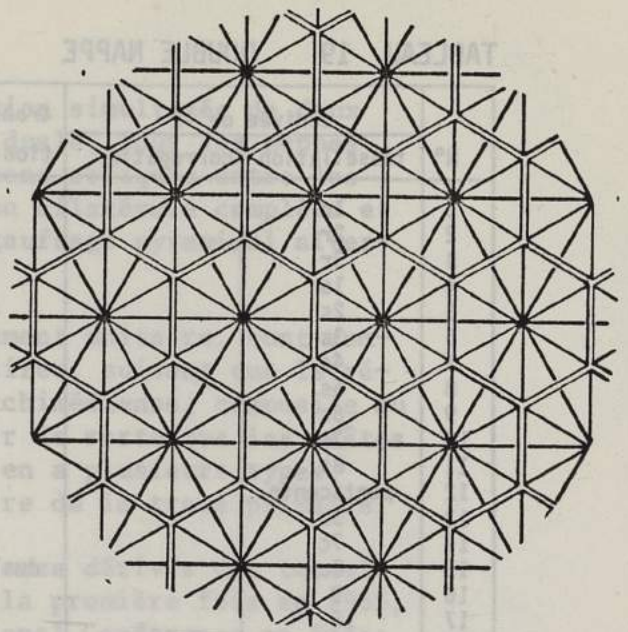
1



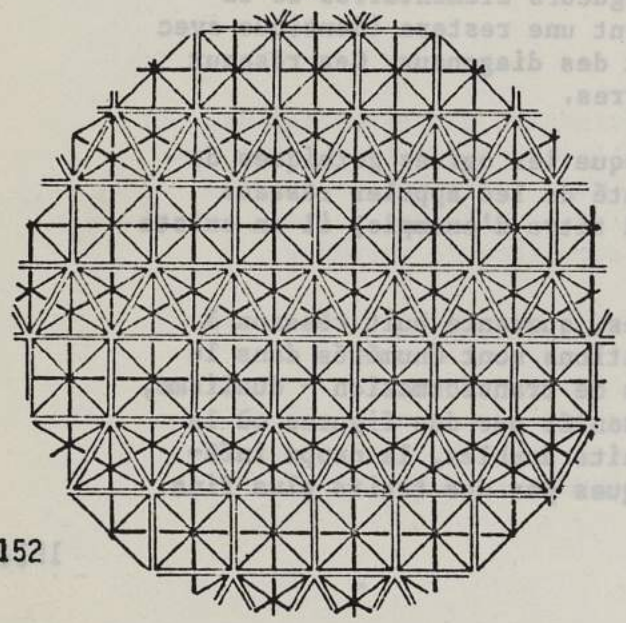
2



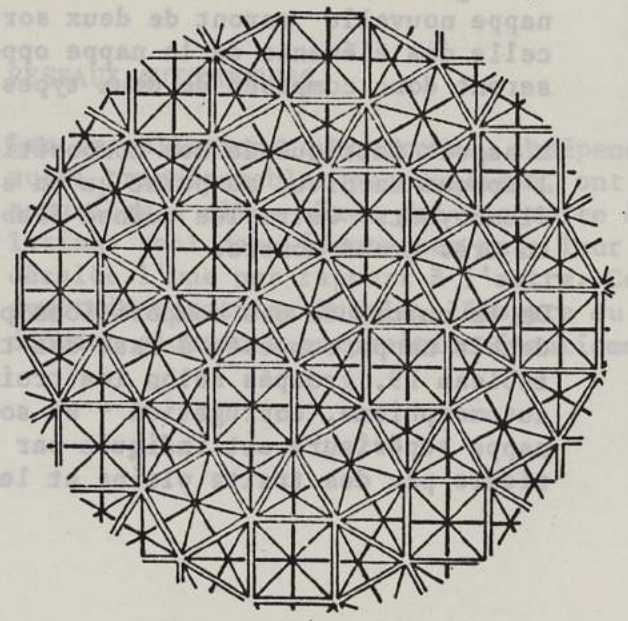
3



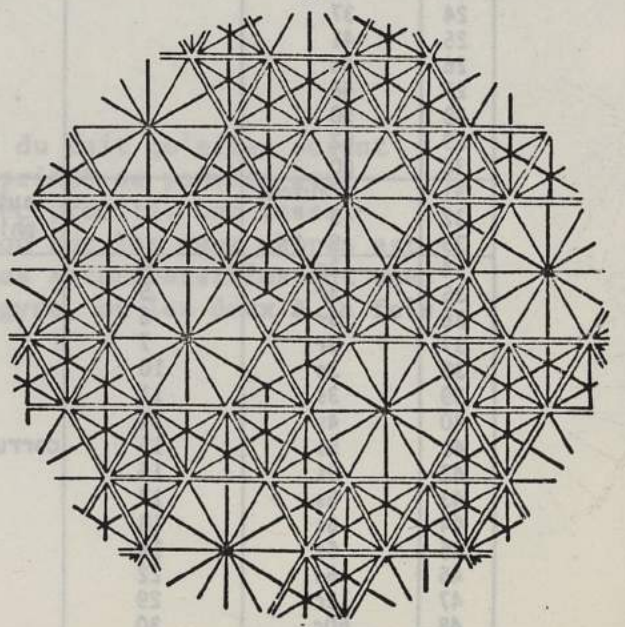
4



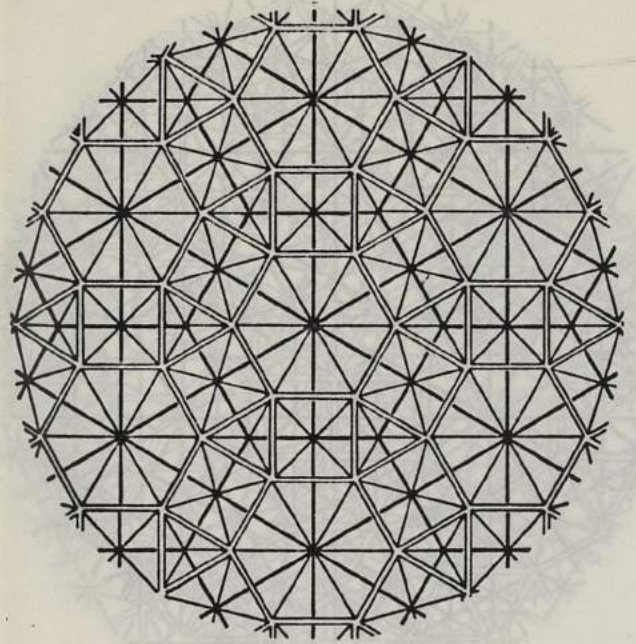
5



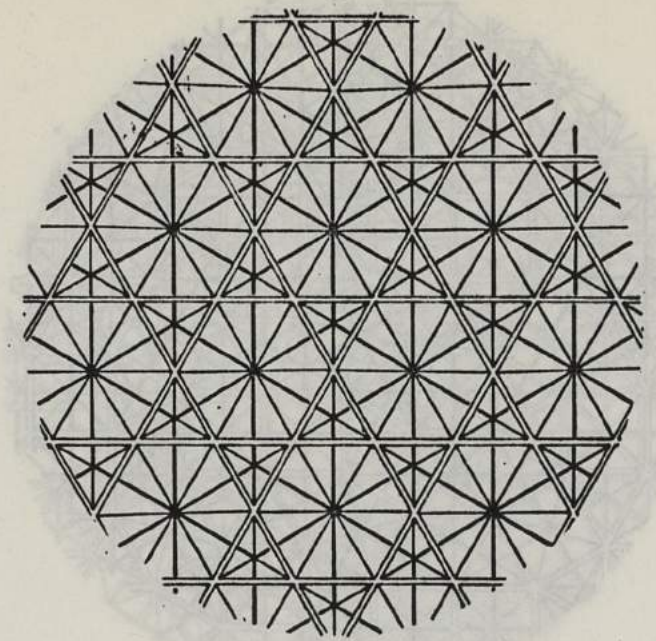
6



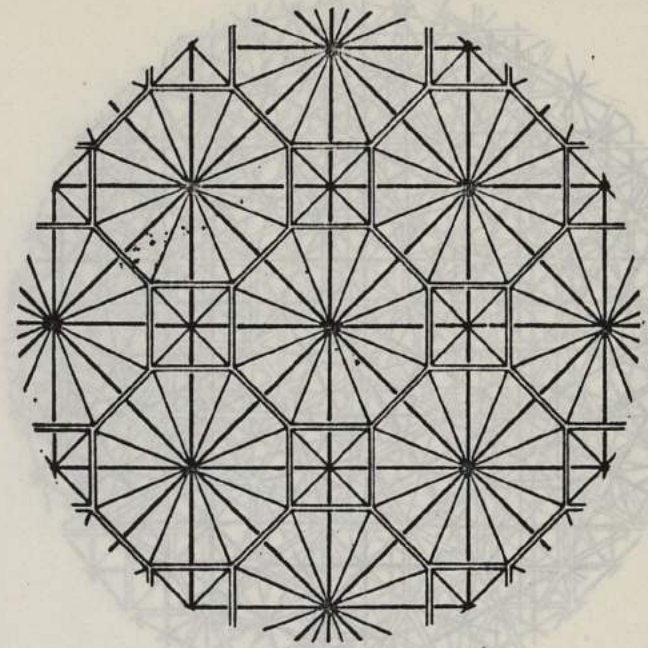
7



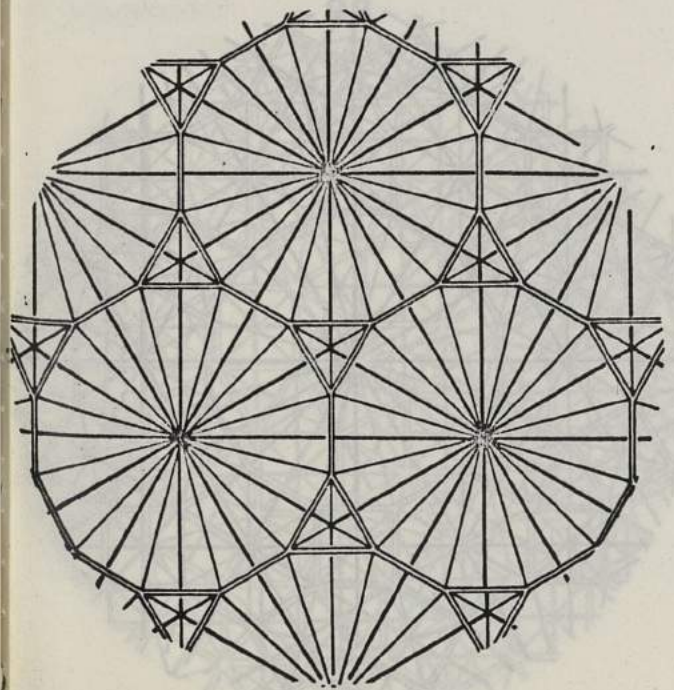
8



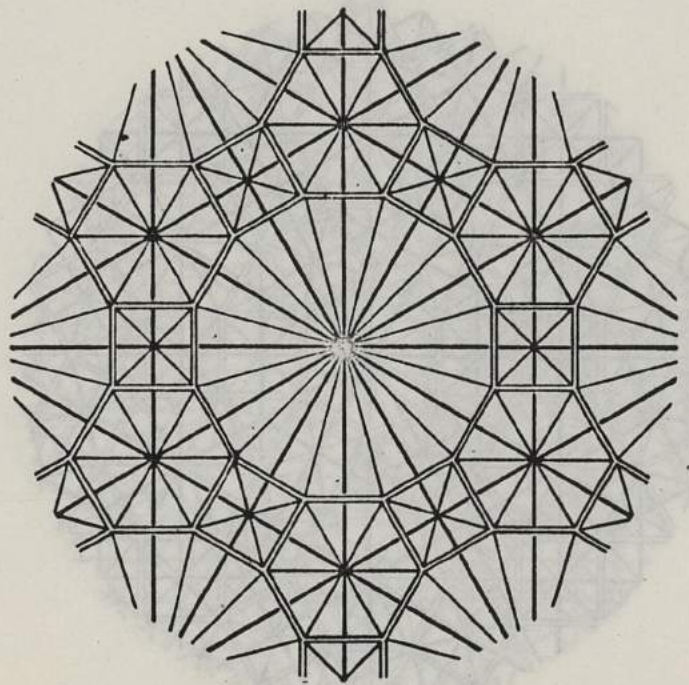
9



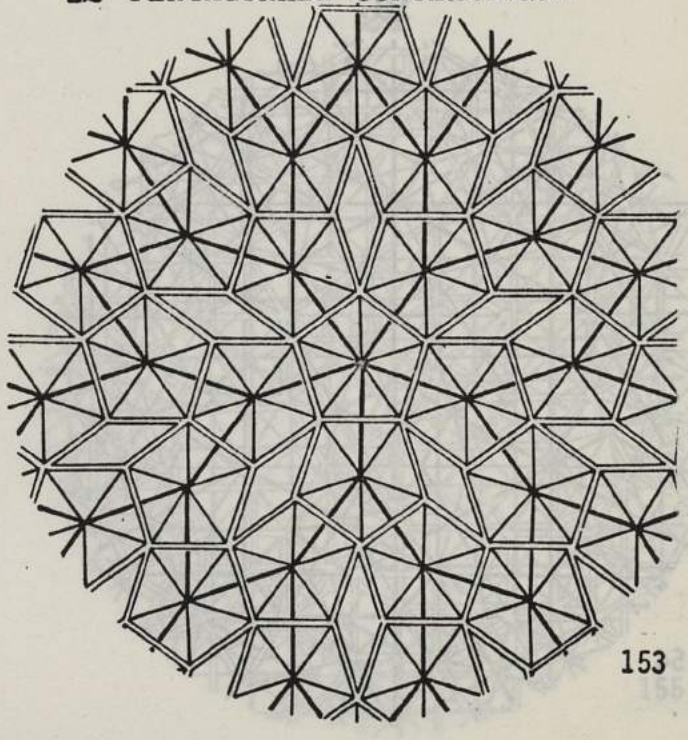
10



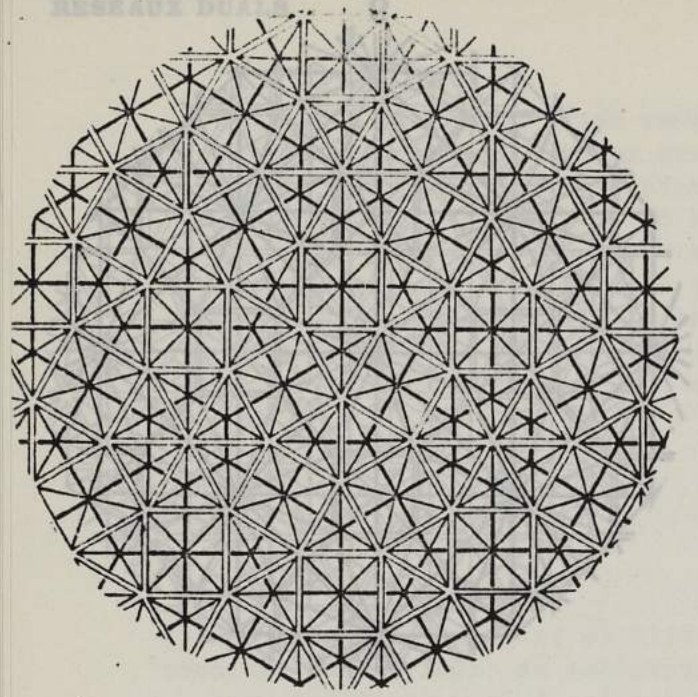
11



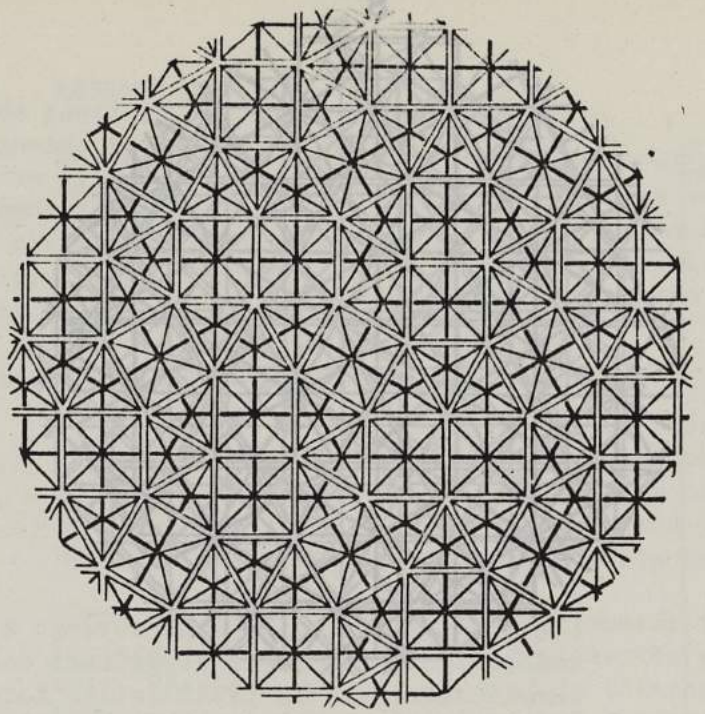
12 PENTAGONALE CONCENTRIQUE



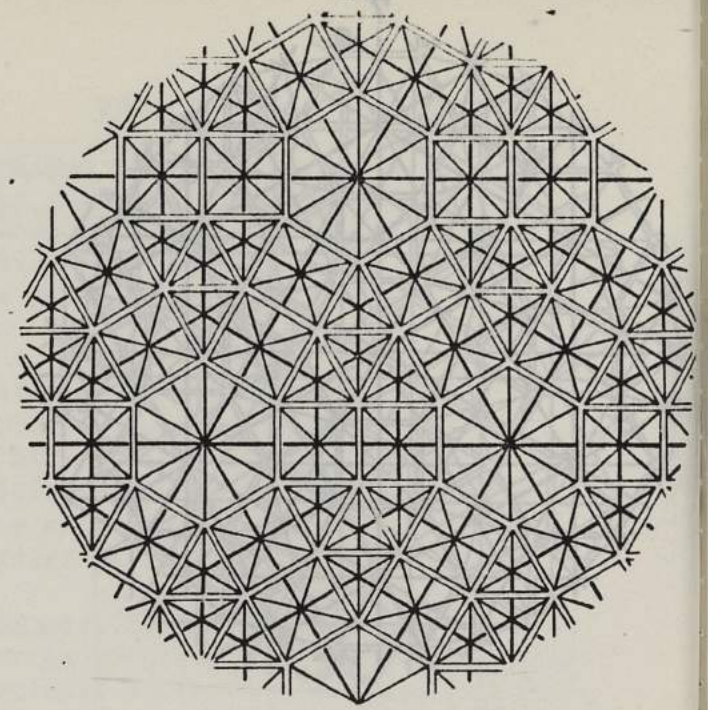
13



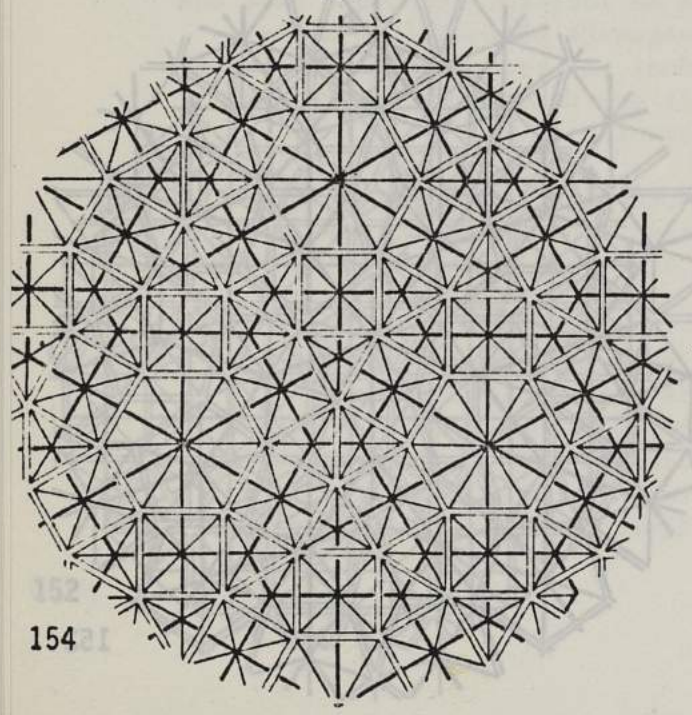
14



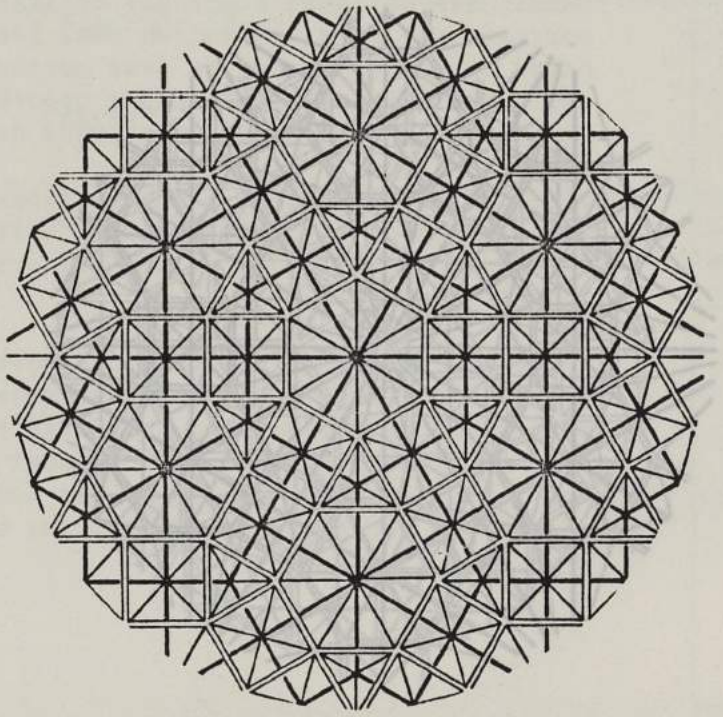
15



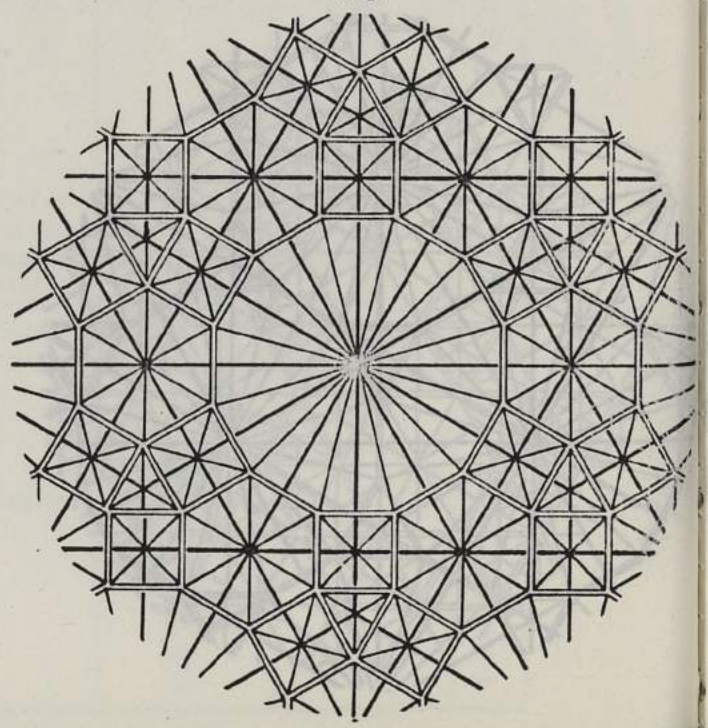
16



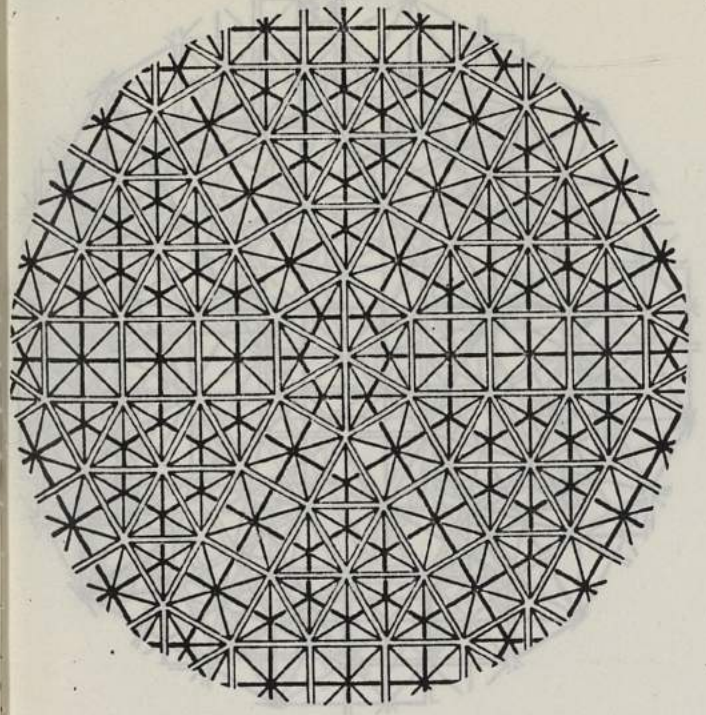
17



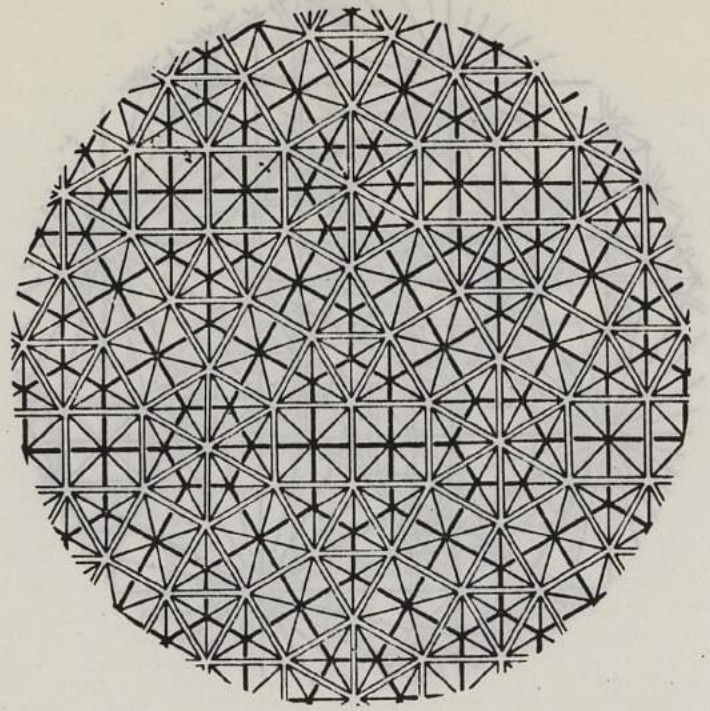
18



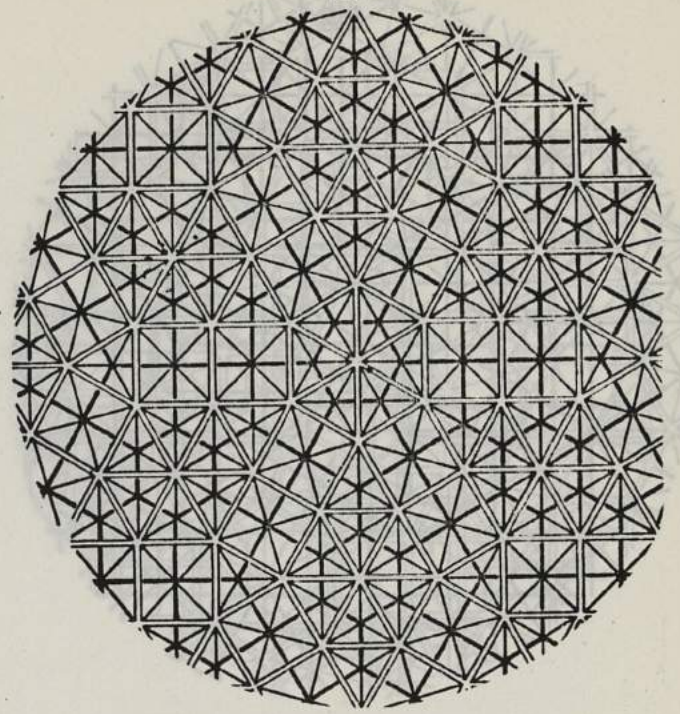
19



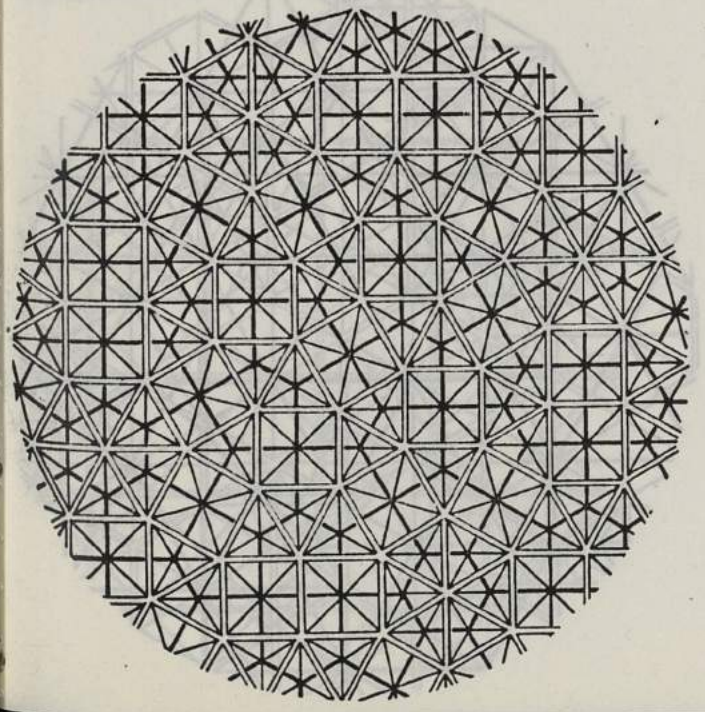
20



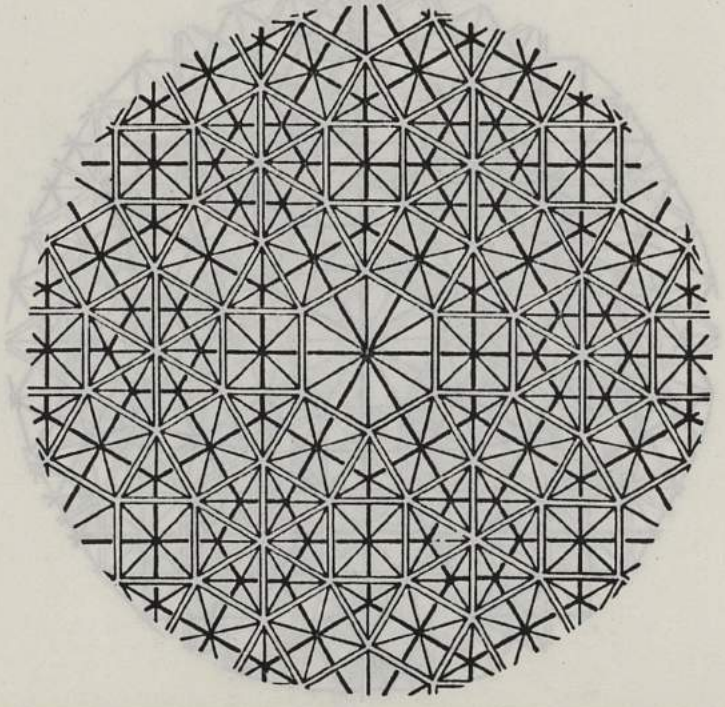
21



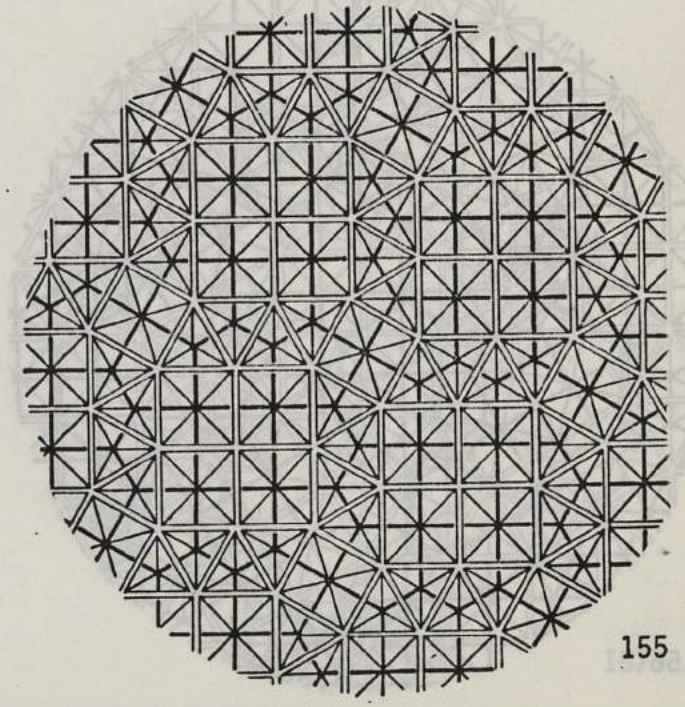
22



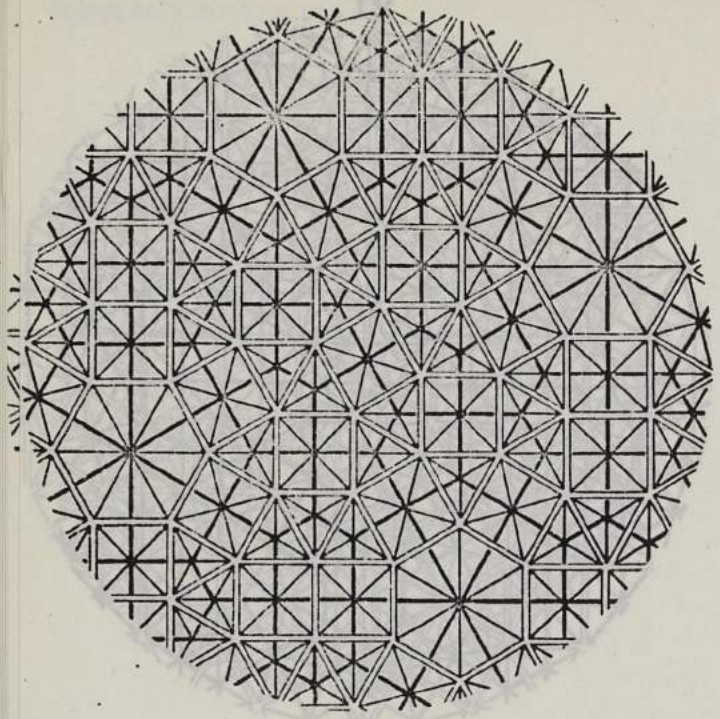
23



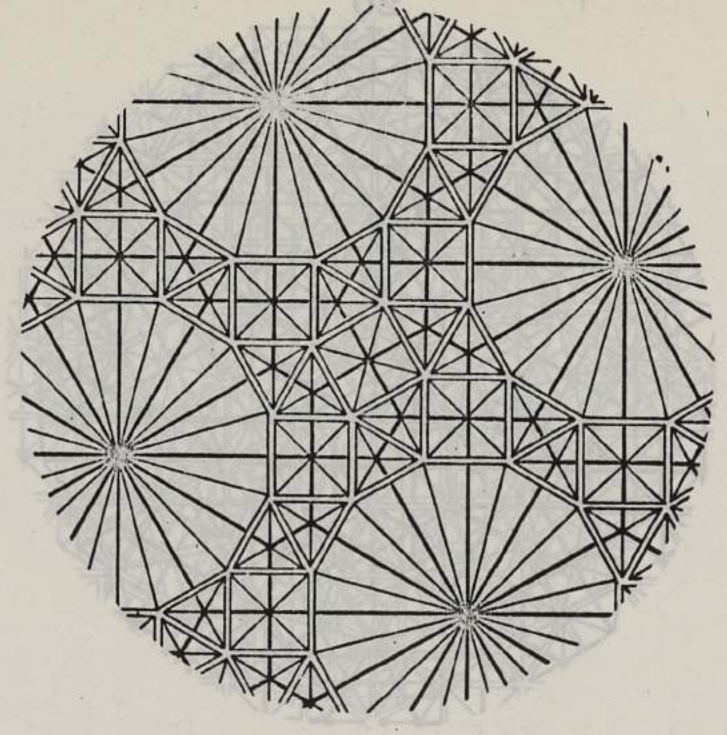
24



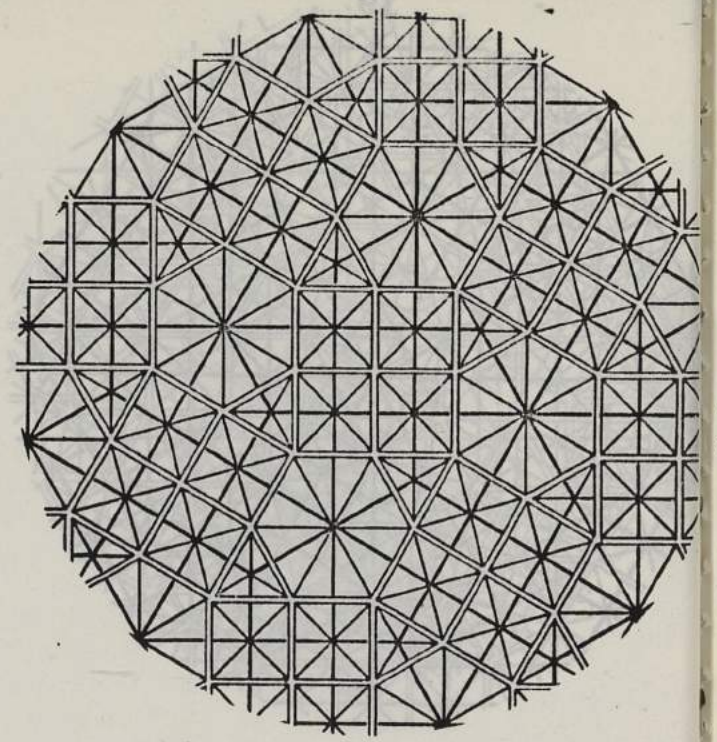
25



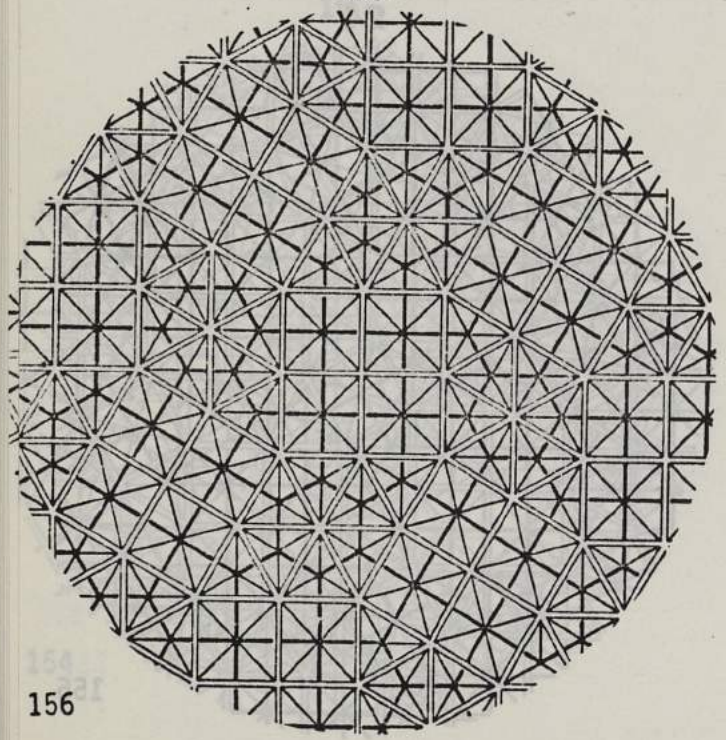
26



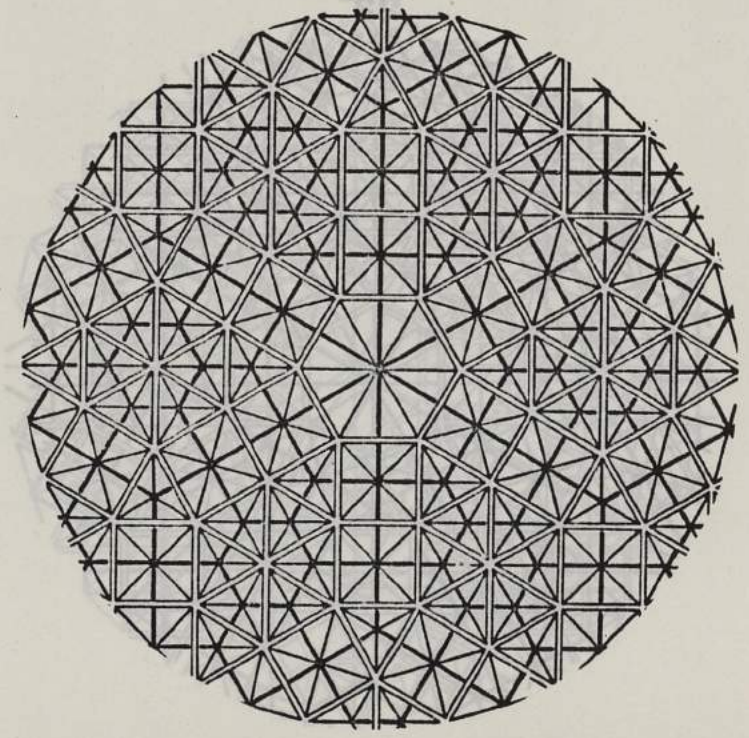
27



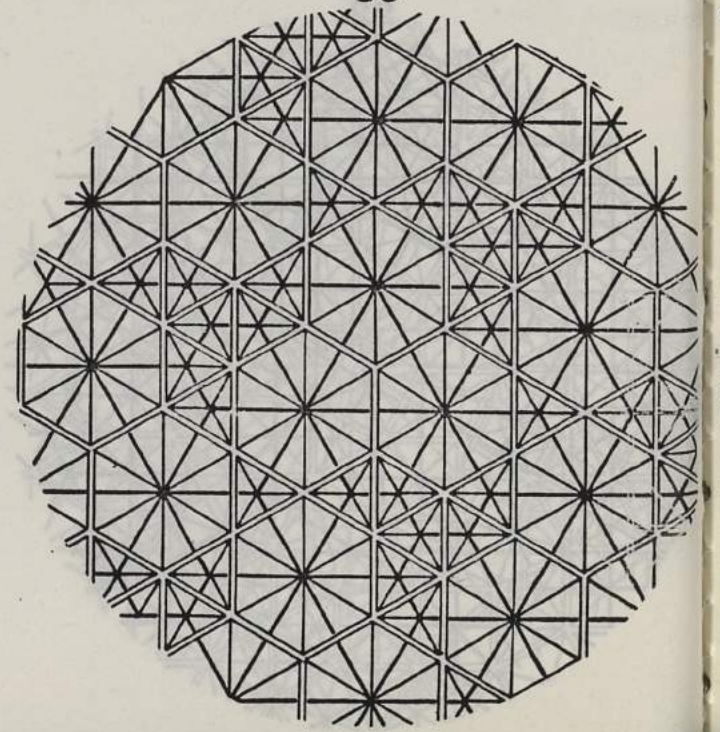
28



29

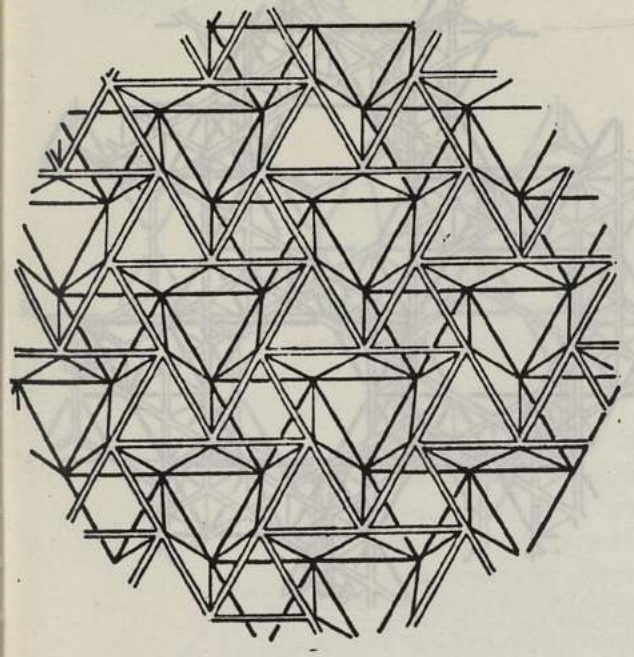


30

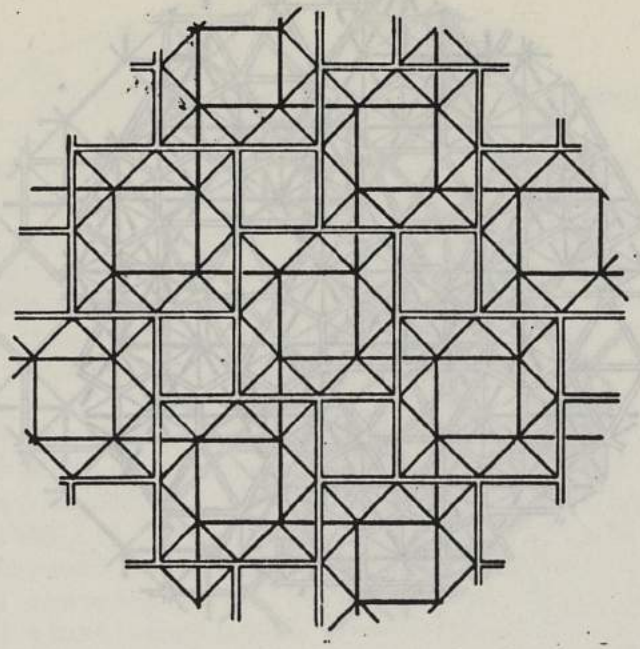


AUTOMORPHES

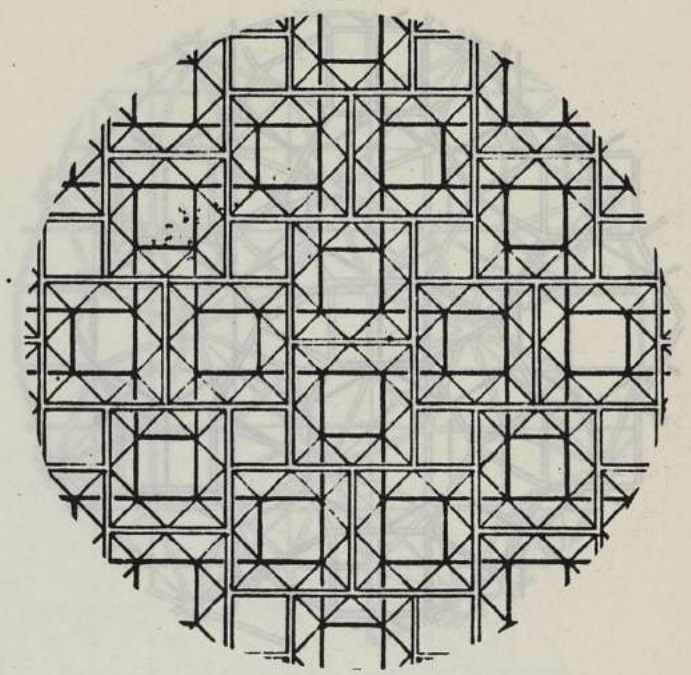
31



32

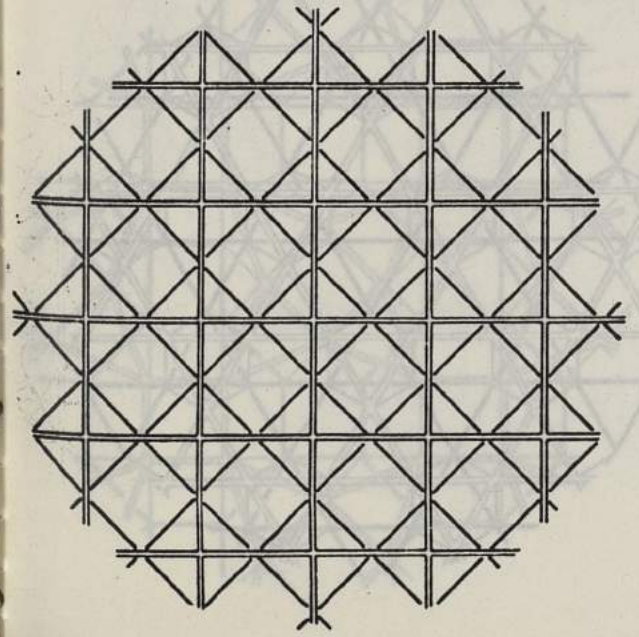


33

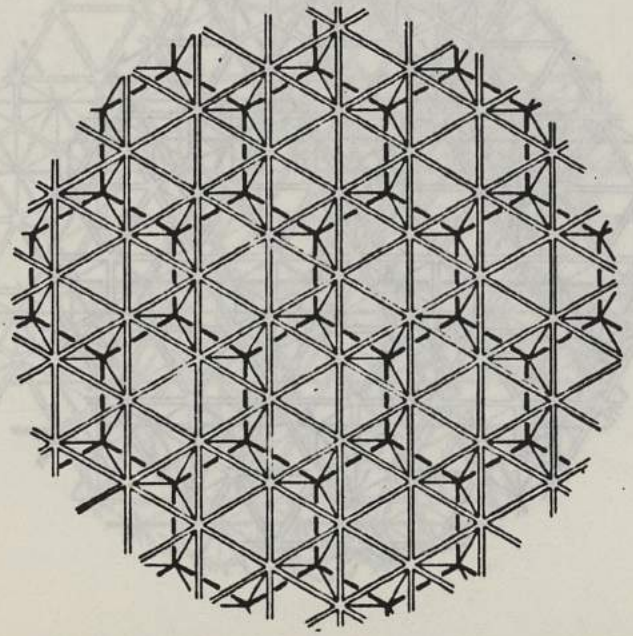


CORRUGATIONS

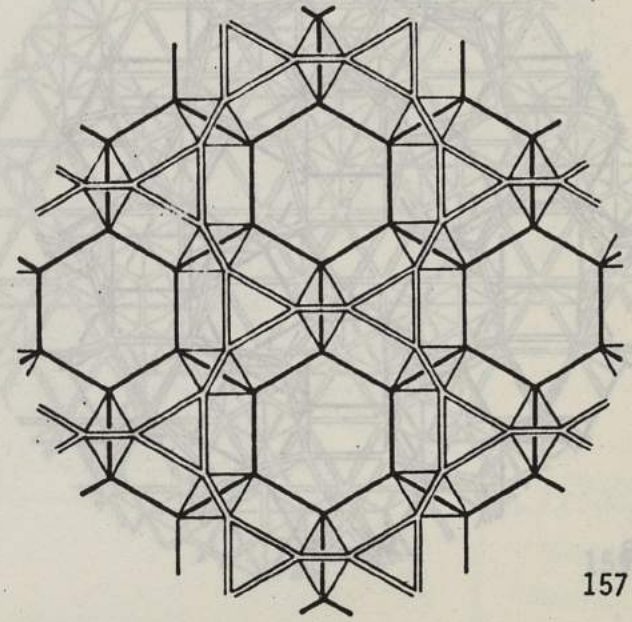
34



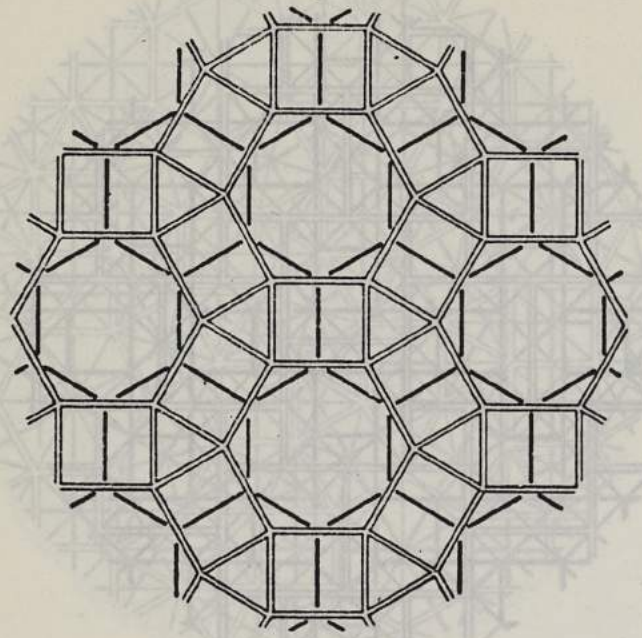
35



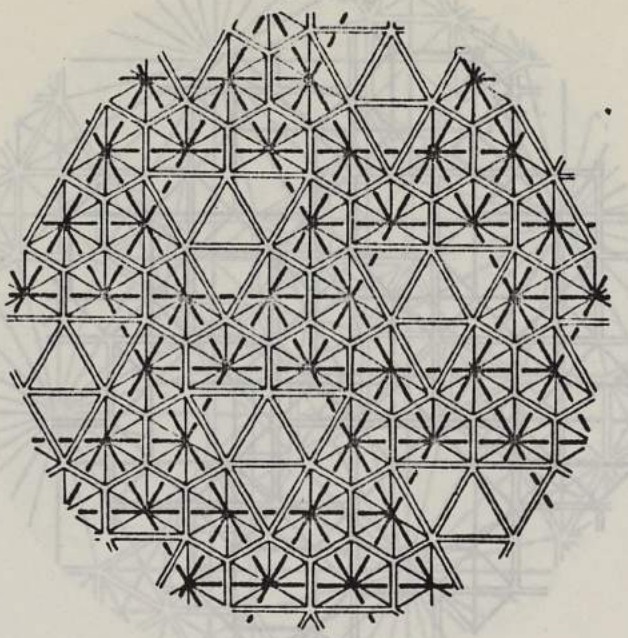
36



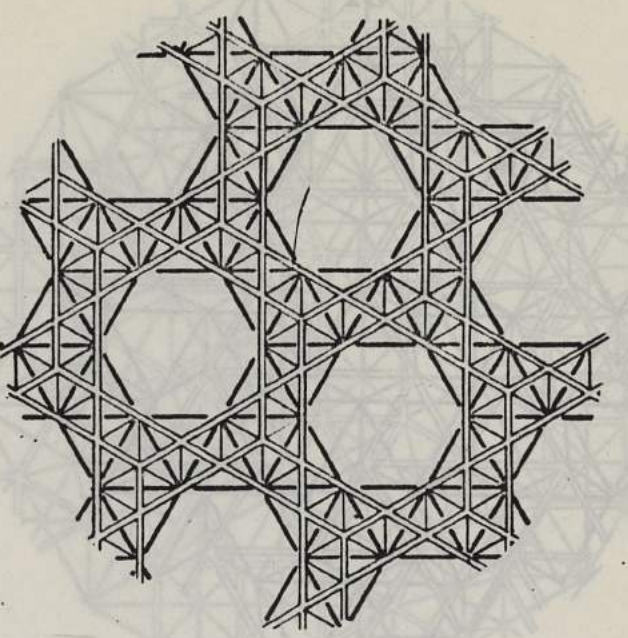
37



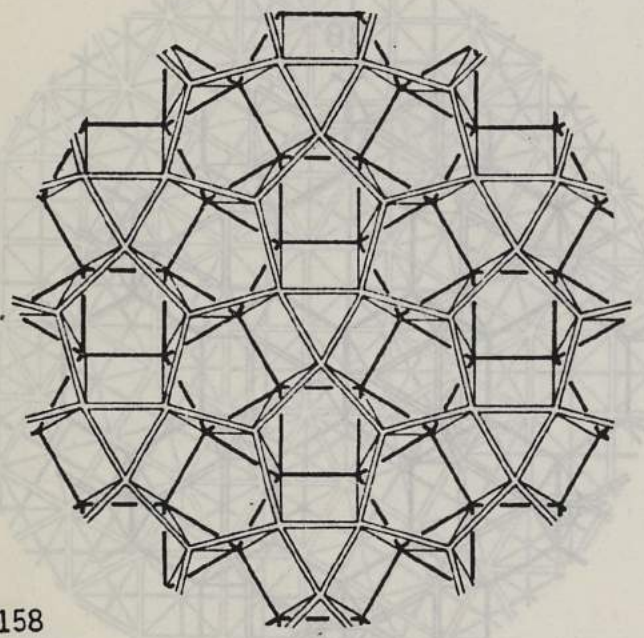
38



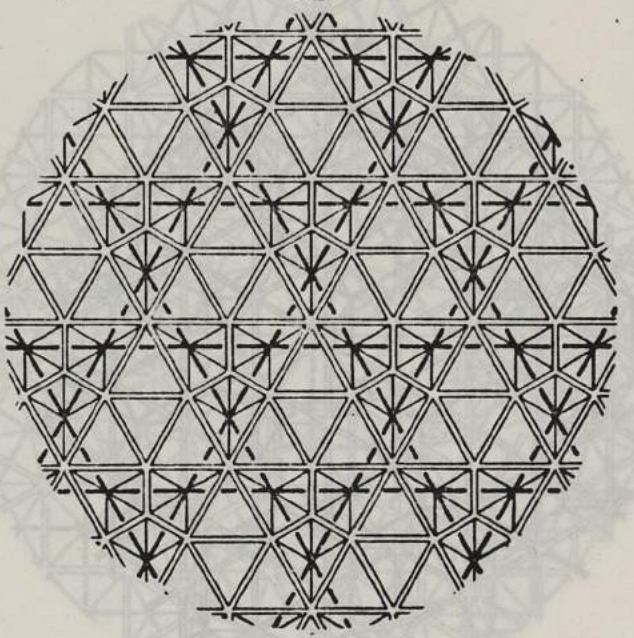
39



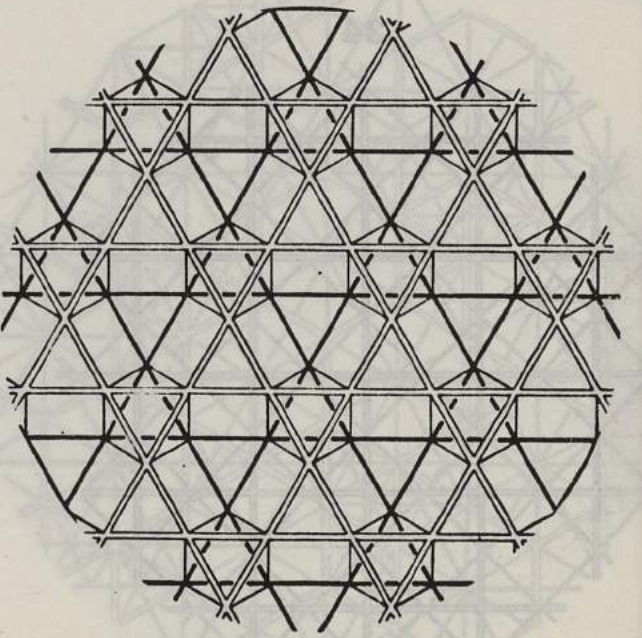
40



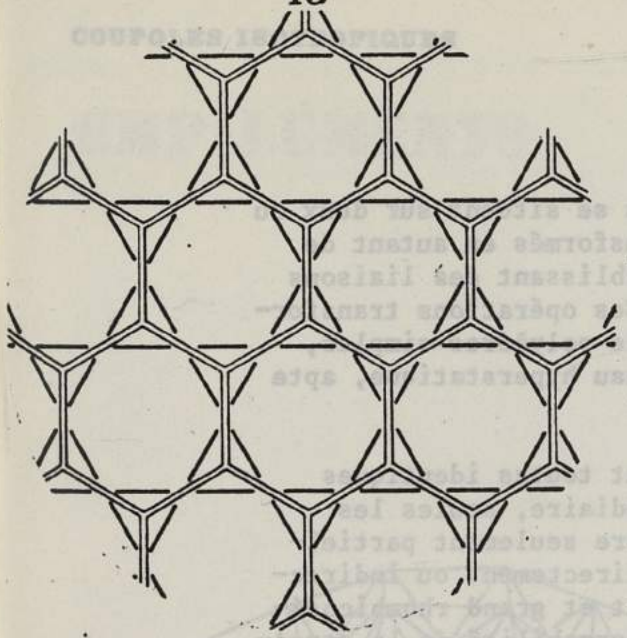
41



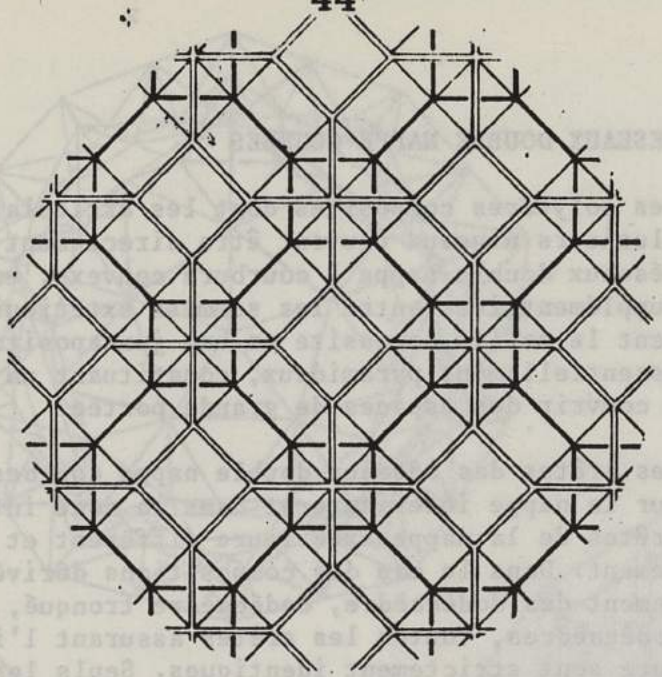
42



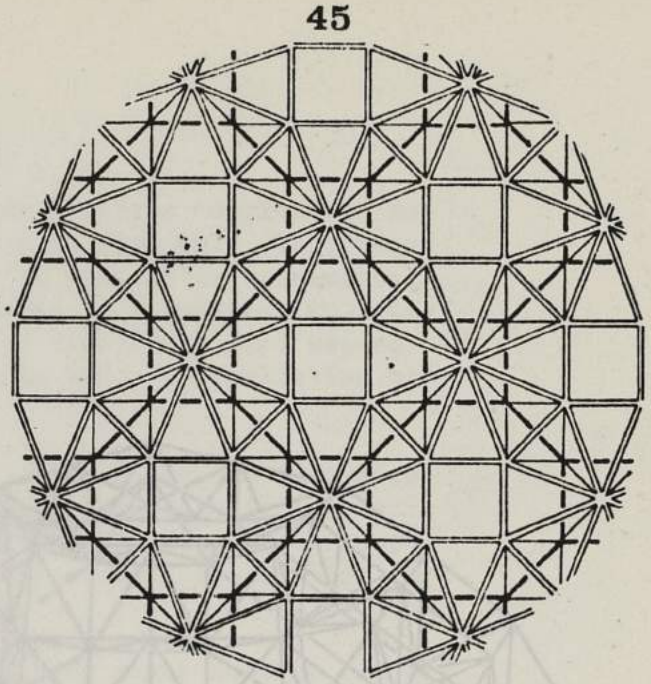
43



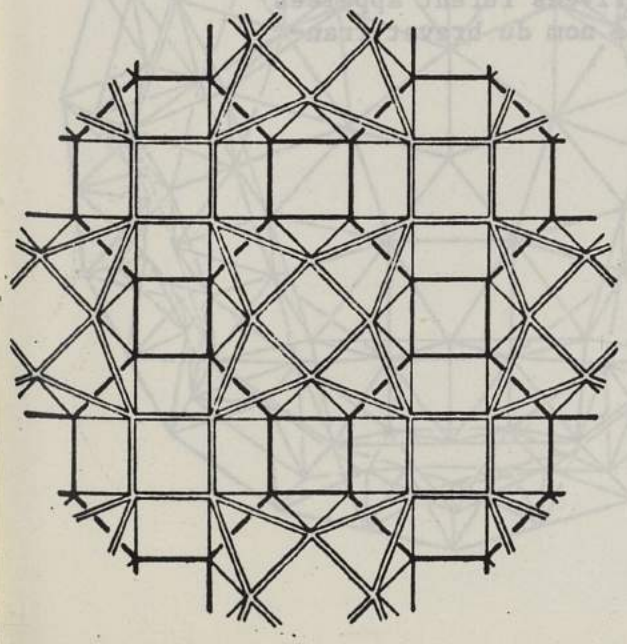
44



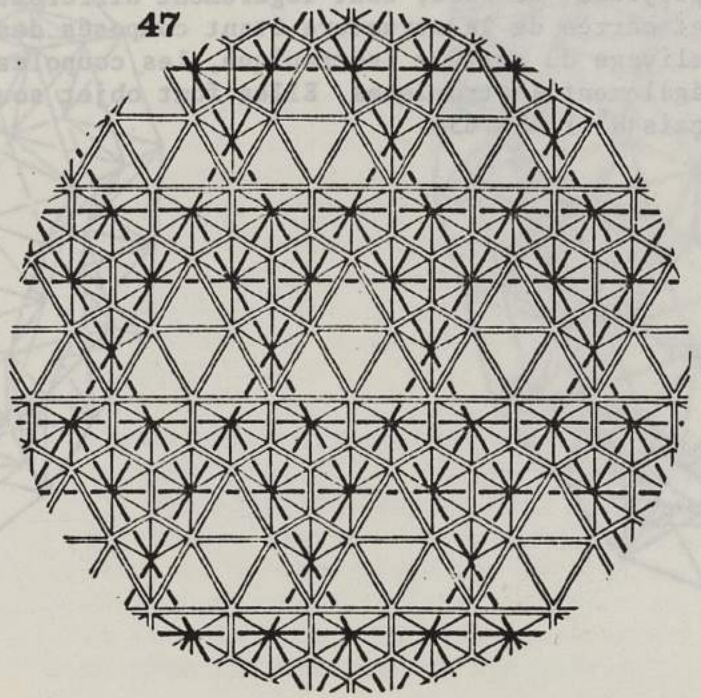
45



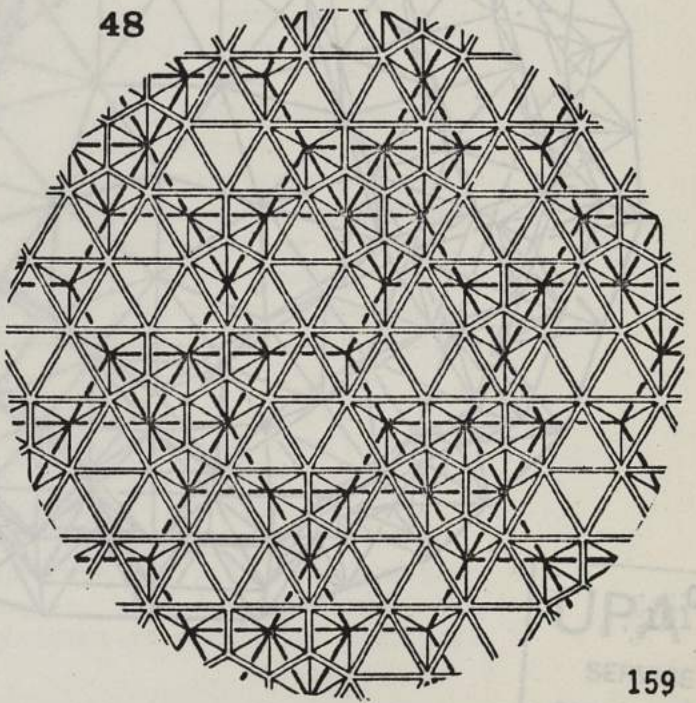
46



47



48

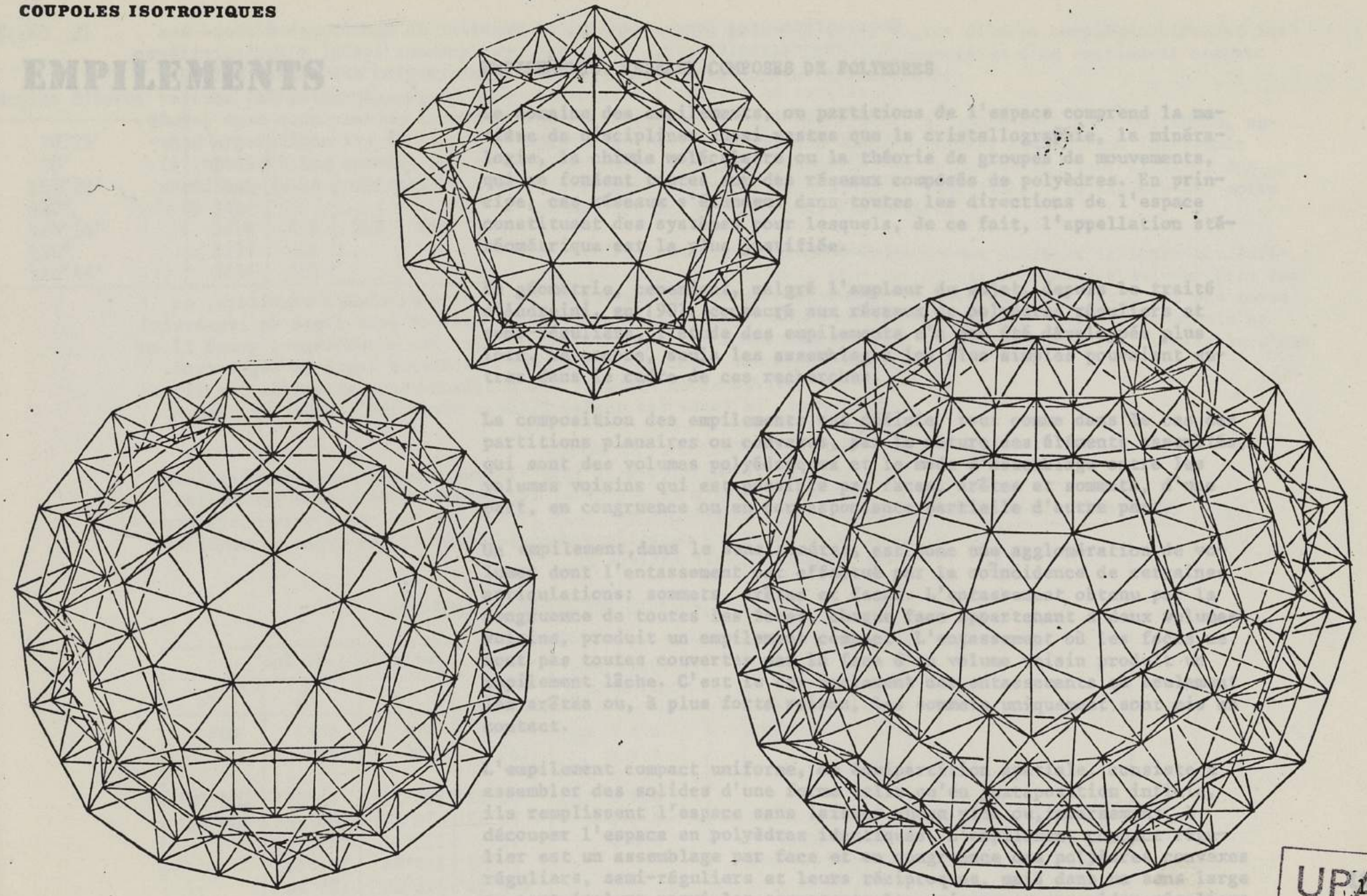


RESEAUX DOUBLE NAPPE COURBES

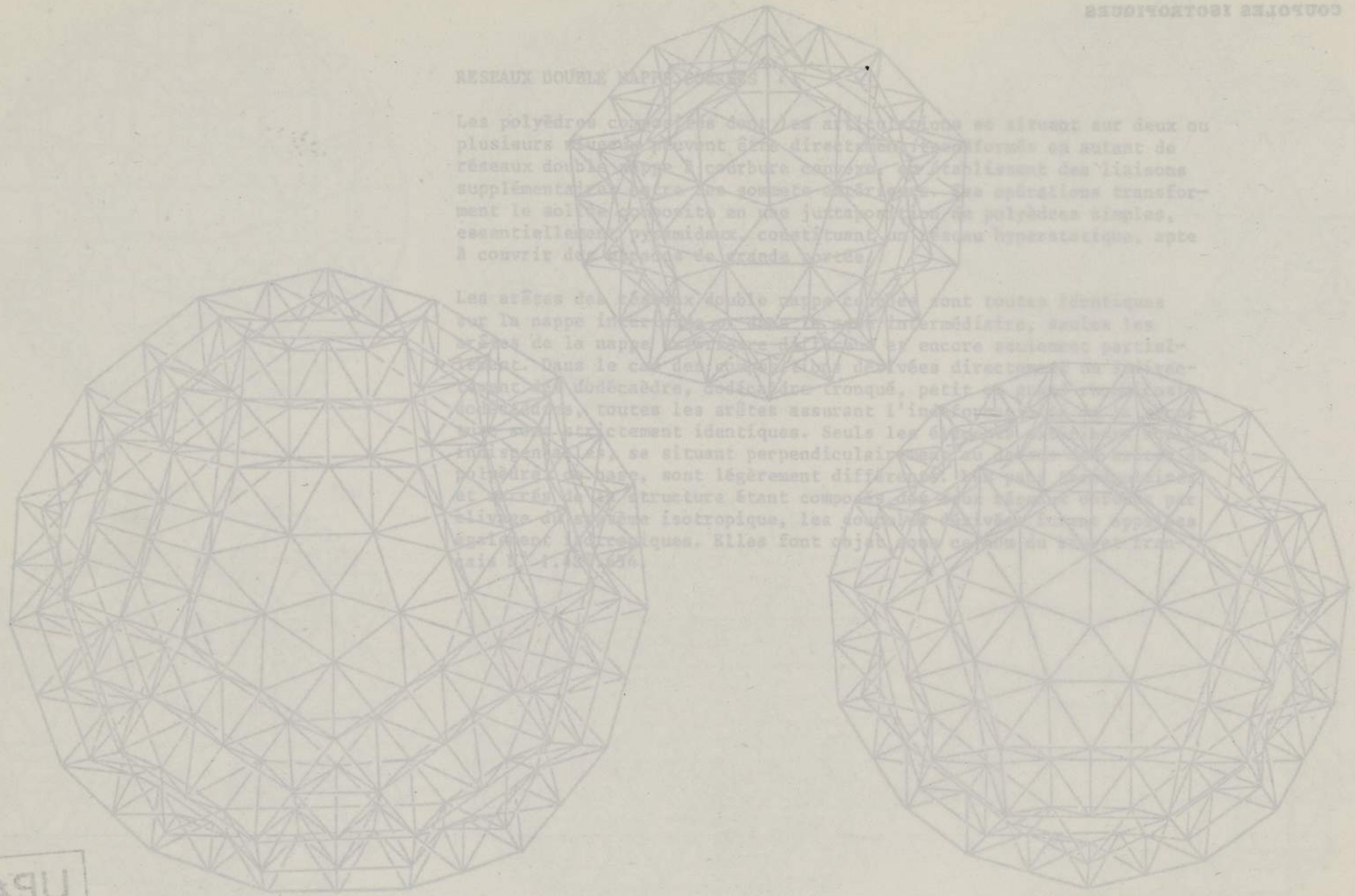
Les polyèdres composites dont les articulations se situent sur deux ou plusieurs niveaux peuvent être directement transformés en autant de réseaux double nappe à courbure convexe, en établissant des liaisons supplémentaires entre les sommets extérieurs. Ces opérations transforment le solide composite en une juxtaposition de polyèdres simples, essentiellement pyramidaux, constituant un réseau hyperstatique, apte à couvrir des espaces de grande portée.

Les arêtes des réseaux double nappe courbes sont toutes identiques sur la nappe intérieure et dans la zone intermédiaire, seules les arêtes de la nappe extérieure diffèrent et encore seulement partiellement. Dans le cas des compositions dérivées directement ou indirectement des dodécaèdre, dodécaèdre tronqué, petit et grand rhombicosidodécaèdres, toutes les arêtes assurant l'indéformabilité de la structure sont strictement identiques. Seuls les éléments extérieurs non indispensables, se situant perpendiculairement au dessus des arêtes du polyèdre de base, sont légèrement différents. Les pans triangulaires et carrés de la structure étant composés des deux réseaux obtenus par clivage du système isotropique, les coupoles dérivées furent appelées également isotropiques. Elles font objet sous ce nom du brevet français N° 1.484.634.

COUPOLES ISOTROPIQUES



UPA 1
SERVICE
DOCUMENTATION



UPA 7
SERVICE
DOCUMENTATION

EMPILEMENTS

EMPILEMENTS. RESEAUX COMPOSES DE POLYEDRES

Le domaine des empilements, ou partitions de l'espace comprend la matière de disciplines aussi vastes que la cristallographie, la minéralogie, la chimie moléculaire ou la théorie de groupes de mouvements, qui se fondent toutes sur des réseaux compósés de polyèdres. En principe, ces réseaux s'étendent dans toutes les directions de l'espace constituant des systèmes pour lesquels, de ce fait, l'appellation stéréométrique est la plus justifiée.

En géométrie, cependant, malgré l'ampleur du sujet, depuis le traité d'Andreini, en 1907, consacré aux réseaux de polyèdres réguliers et semi-réguliers, l'étude des empilements n'a pas été développée plus loin. Là encore, seuls les assemblages les plus simples pouvaient entrer dans le cadre de ces recherches.

La composition des empilements est définie, tout comme dans le cas des partitions planaires ou convexes, par la nature des éléments assemblés, qui sont des volumes polyédriques et le mode d'assemblage entre les volumes voisins qui est possible par faces, arêtes et sommets, d'une part, en congruence ou en correspondance partielle d'autre part.

Un empilement, dans le sens général, est donc une agglomération de volumes dont l'entassement est effectué par la coïncidence de certaines articulations: sommets, arêtes et faces. L'entassement obtenu par la congruence de toutes les faces, chaque face appartenant à deux volumes voisins, produit un empilement compact. L'entassement où les faces ne sont pas toutes couvertes par la face d'un volume voisin produit un empilement lâche. C'est le cas également des entassements où seulement les arêtes ou, à plus forte raison, les sommets uniquement sont mis en contact.

L'empilement compact uniforme, ou équipartition spatiale, consiste à assembler des solides d'une forme telle qu'en juxtaposition infinie, ils remplissent l'espace sans laisser aucun vide ou, inversement, à découper l'espace en polyèdres identiques. L'empilement compact régulier est un assemblage par face et en congruence des polyèdres convexes réguliers, semi-réguliers et leurs réciproques, mais dans un sens large on peut inclure parmi les composants les prismes et pyramides réguliers et même les troncatures régulières.

EMPILEMENTS PAR STRATES

Sans entrer dans leurs détails, il convient de mentionner d'abord les empilements par strates. Un nombre pratiquement infini d'équipartitions peut être obtebu, en effet, par la transformation des tessellations régulières en réseaux double nappe, dont la superposition par strates remplit tout l'espace. Ainsi, les empilements prismatiques sont formés par la superposition des réseaux prismatiques et les empilements bipyramidaux par celle des réseaux double couche obtenus par dualisme. Il existe, évidemment, autant d'empilements prismatiques et bipyramidaux dérivés qu'il y a de tessellations.

ASSEMBLAGE DES POLYEDRES

S'étendant dans toutes les directions, les empilements réguliers, ou équipartions régulières, sont composés suivant leur degré de régularité d'un ou plusieurs polyèdres isocèles, dont les assemblages, quand il en existe plusieurs types, sont également de divers degré de régularité. Dans une configuration compacte les polyèdres sont assemblés par faces congruentes, la somme des angles dièdres étant 360° autour de chaque arête.

Pour trouver systématiquement tous les empilements compacts réguliers, il faut donc d'abord sélectionner les polyèdres dont tous les angles dièdres sont complémentaires pour former les 360° d'un assemblage compact et suivant les partitions trouvées définir les types de combinaisons possibles, voir tableau 20.

TABLEAU 20 ASSEMBLAGES POLYEDRIQUES COMPACTS

	classe	types de combinaisons	partitions de 360°			
			p_1	p_2	p_3	p_4
1	réguliers	a a a a	90°	90°	90°	90°
2		a a a	120°	120°	120°	
3		a b a b	70°32'	109°32'	70°32'	109°28'
4		a a b b	70°32'	70°32'	109°28'	109°28'
5	semi-	a b b	90°	135°	135°	
6	réguliers		70°32'	144°44'	144°44'	
7			109°28'	125°16'	125°16'	
8		a b c	90°	125°16'	144°44'	

TABLEAU 21

angles dièdres	polyèdres correspondants			
70°32'	333	366		
90°	444	388		
109°28'	3333	366	466	
120°	D 3434			
125°16'	3434	466	388	468
135°	3444	468		
144°44'	3444	468		

La correspondance possible entre angles dièdres complémentaires et les polyèdres pouvant entrer dans la composition d'un empilement compact s'établit comme le montre le tableau 21.

Le polyèdre dual D 3434 mis à part, il reste donc neuf polyèdres, appartenant tous à la famille tétra-octaèdre, qui peuvent intervenir dans les combinaisons compactes. En se basant sur leur liste et sur l'existence des faces identiques on peut établir le tableau 22, sorte de matrice des arrangements compatibles.

Connaissant le fait qu'à part les systèmes cubiques et tétra-octaédriques qui sont quaternaires, tous les autres assemblages doivent être des combinaisons ternaires, on obtient à base de cette table par une sorte de criblage odométrique les treize empilements compacts, auxquels se rajoute un quatorzième composé de l'unique polyèdre dual empilable d'une manière compacte, le rhombicuboctaèdre.

TABLEAU 22 ARRANGEMENTS COMPATIBLES

	3333	333	444	3434	3444	366	466	388	468
333	•	•				•			
3333	•	•		•			•		
444			•	•	•		•		•
3434		•	•	•	•		•		
3444			•	•	•				
366	•					•	•		
466			•	•		•	•		•
388		•						•	
468			•				•		•

EMPILEMENTS COMPACTS

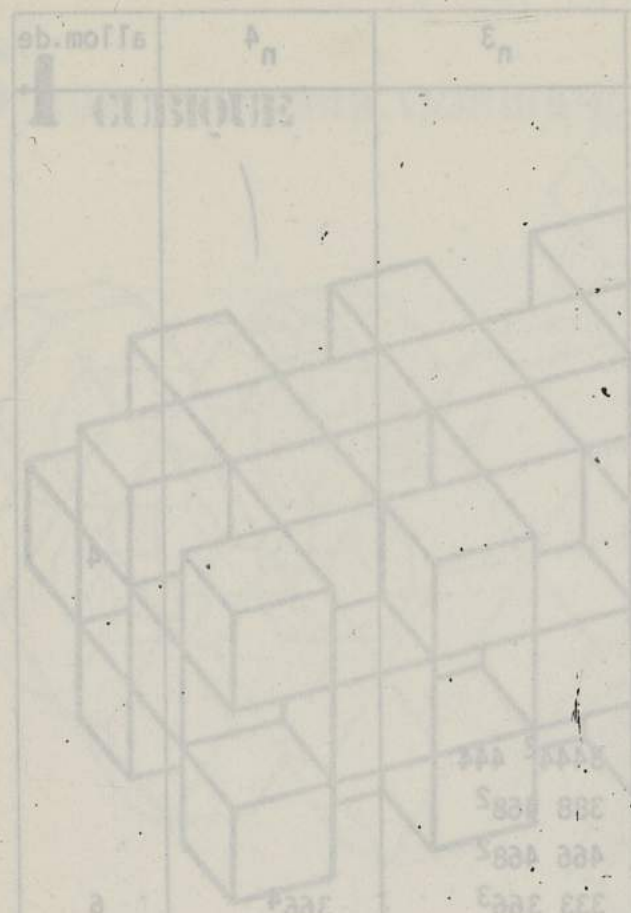
Les quatorze empilements compacts peuvent être classés suivant leur degré de régularité. Ce degré dépend, de même que dans le cas des configurations précédemment traitées, de la régularité des compartiments qui sont ici les polyèdres et du nombre des types d'assemblage.

Dans un espace simple convexe, les rôles des trois articulations topologiques, noeud-segment-région, sont remplis par les sommet-arête-face, tandis que, dans un espace plus complexe, lui-même composé de volumes convexes, aux mêmes articulations correspond le triplet arête-face-polyèdre. De ce fait, dans un empilement, l'ordonnancement des assemblages ne tourne pas autour d'un sommet mais autour d'une arête, et au lieu d'arêtes communes, ce sont des polygones communs qui séparent les compartiments qui sont devenus polyédriques et non polygonaux.

Le décalage dans la hiérarchie des entités topologiques se réflète dans le codage des éléments, l'utilisation directe du code Schläfli cessant d'être suffisamment explicite. Par exemple, si on énumère les éléments de l'empilement le plus dense comme assemblés autour d'un sommet, celui-ci étant le centre de quatorze solides groupés en forme d'étoile, on doit se contenter du simple dénombrement des huit tétraèdres et six octaèdres, en écrivant $(3^3)^8.(3^4)^6$. Mais, cette notation laisse dans l'obscurité l'ordonnancement des deux sortes de polyèdres entre eux. Quant à la distinction qui existe entre les deux variantes allomorphes de l'empilement le plus dense, elle reste par cette notation inexprimable. Il est plus précis et en même temps plus simple de dénombrer les deux tétraèdres et deux octèdres se trouvant autour d'une arête et dans l'ordre de leur assemblage en notant: $3^3\ 3^4\ 3^3\ 3^4$ pour la configuration dont l'assemblage suit le type de combinaison a b a b et $3^3\ 3^3\ 3^4\ 3^4$ pour la variante qui suit la combinaison a a b b. Cette méthode permet de révéler ainsi le degré de régularité des assemblages, l'existence de deux systèmes allomorphes et de distinguer en même temps les diverses catégories d'empilements compects réguliers, dont le nombre s'établit finalement à seize:

EMPILEMENTS PLATONIQUES

Compositions isocèles bâties avec un seul type d'assemblage parfaitement homothétique et d'une seule sorte de polyèdre: régulier, semi-régulier ou dual. En fait, chacune de ces sous-classes n'est constituée que d'un seul système: le cubique, le tétrakaïdécaédrique et le rhombododécaédrique, adoptés respectivement par les humains, les métaux et les abeilles.



EMPILEMENTS ARCHIMEDIENS

Compositions isocèles également avec un seul type d'assemblage homothétique, mais de deux sortes de polyèdres réguliers ou semi-réguliers. Parmi les trois systèmes possibles figure l'empilement le plus dense, le tétraoctédrique.

EMPILEMENTS COMPOSITES

Compositions non isocèles avec deux, trois ou quatre types d'assemblages et deux ou trois sortes de polyèdres réguliers ou semi-réguliers. Ce groupe inclut deux variantes allomorphes des archimédiens précédents. En tout, huit systèmes.

EMPILEMENTS PRISMATIQUES

Compositions avec deux et trois types d'assemblages. Les deux systèmes, complémentaires de la classe précédente, admettent l'utilisation de prismes réguliers.

EMPILEMENTS AUTOMORPHES

Compositions avec un , deux , trois ou quatre types d'assemblages construites par l'entassement de une ou deux sortes de pollyèdres uniquement platoniques mais de tailles différentes: simple, double ou triple et dont les faces sont imbriquées par correspondance partielle.

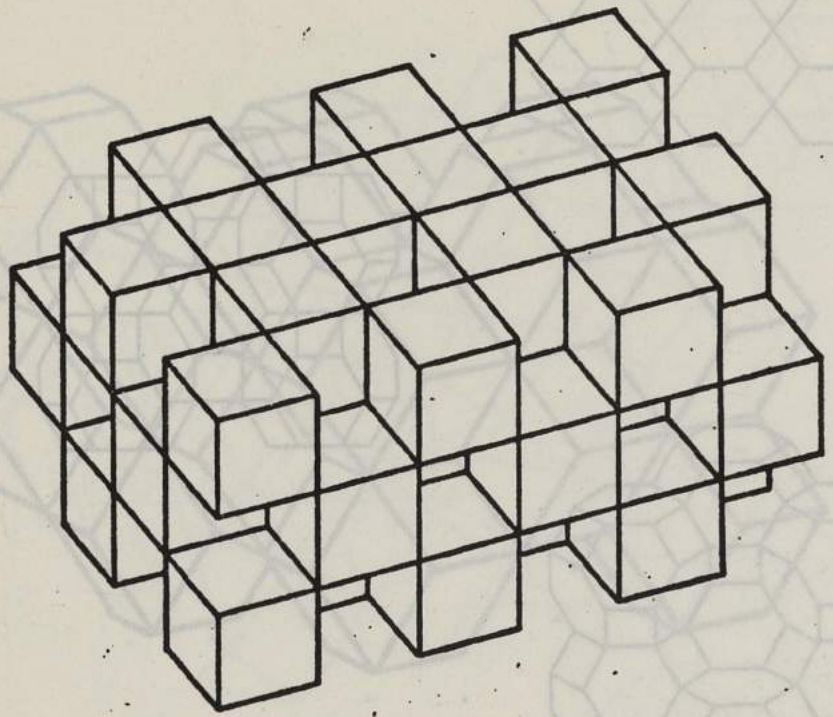
Les caractéristiques des seize systèmes réguliers classiques complétés par les cinq automorphes, en tout vingt et un empilements compacts réguliers sont réunies dans le tableau 23 qui indique leur échelonnement suivant la complexité croissante et le nombre des assemblages, ceux-ci étant éxprimés par l'ordonnancement des polyèdres autour de l'arête.

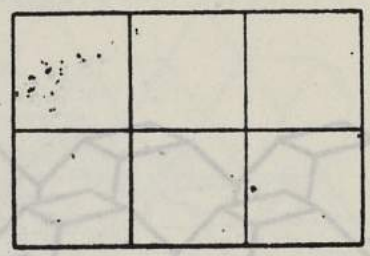
Les planches analytiques correspondantes comportent une perspective, les vues orthogonales les plus remarquables: parallèle à une face ou une arête, ou perpendiculaire à un axe principal ou secondaire de symétrie. Les divers types d'assemblages sont exprimés par des sections passant perpendiculairement à l'arête considérée, explicitant ainsi le code correspondant.

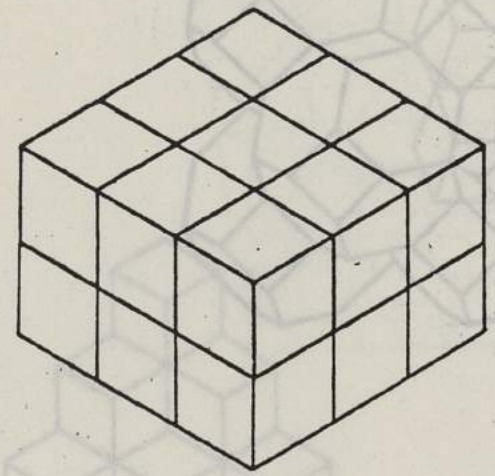
TABLEAU 23 EMPILEMENTS COMPACTS REGULIERS

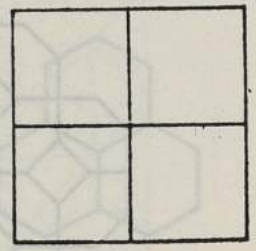
N°		n^1	n^2	n^3	n^4	allom.de
	Platoniques					
1	cubique	444^4				
2	tétrakaïdécaédrique	466^3				
3	rhombododécaédrique	$D\ 3434^3$				
	Archimédiens					
4	tétraoctaédrique	$3^3 3^4 3^3 3^4$				
5	octa cuboctaédrique	$3333\ 3434^2$				
6	tétra tétratronqué	$333\ 366^3$				
	Composites					
7	pseudo tétraoctaédrique	$3^3 3^3 3^4 3^4$	$3^3 3^4 3^3 3^4$			4
8	tétra cube rhombicubocta	$333\ 3444^2$	$3444^2\ 444$			
9	octa cube tronqué	$3333\ 388^2$	388^4			
10	cubocta tétratronqué tétrakaï	3434 366 466	366 466 366 466			
11	cube cubocta rhombicubocta	$3434\ 3444^2$	3434 3444 444	$3444^2\ 444$		
12	tétratronqué cubetronqué grd.rhombicubocta	366 388 468	$366\ 468^2$	$388\ 468^2$		
13	cube tétrakaï grd.rhombicubocta	444 466 468	$444\ 468^2$	$466\ 468^2$		
14	pseudo tétra tétratronqué	$333^2\ 366^2$	333 366 333 366	$333\ 366^3$	366^4	6
	Prismatiques					
15	grd rhombicubocta (prismatique)	$448^2\ 468$	$448\ 468^2$			
16	cube pt rhombicubocta cubetronqué (prisma.)	3444 388 448	3444 444 448	388 448 444 448		
	Automorphes					
17	tétraoctaédrique	$3_1^3\ 3_2^4\ 3_2^4$				
18	tétraoctaédrique binaire	$3_1^3\ 3_1^3\ 3_2^4\ 3_2^4$	$3_1^3\ 3_2^4\ 3_2^4$			17
19	tétraoctaédrique ternaire	$3_1^3\ 3_2^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	$3_1^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	$3_2^3\ 3_3^4\ 3_3^4$		
20	tétraoctaédrique quaternaire	$3_1^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	$3_2^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	$3_1^3\ 3_1^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	$3_2^3\ 3_2^3\ 3_3^4\ 3_3^4$	19
21	cubique	$444_1\ 444_2 444_2$	$444_2 444_2 444_2$			

1 CUBIQUE

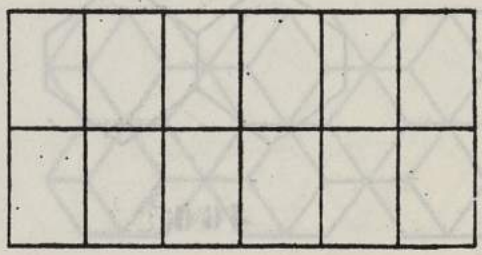




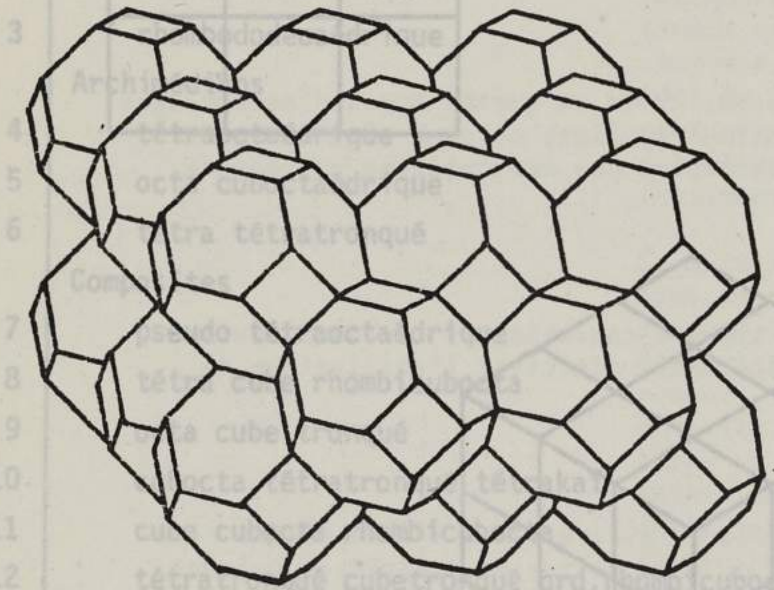


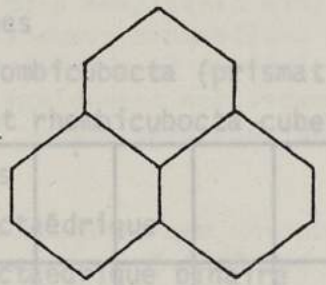


444^4

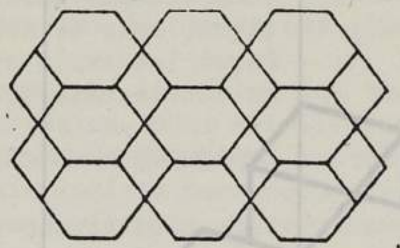


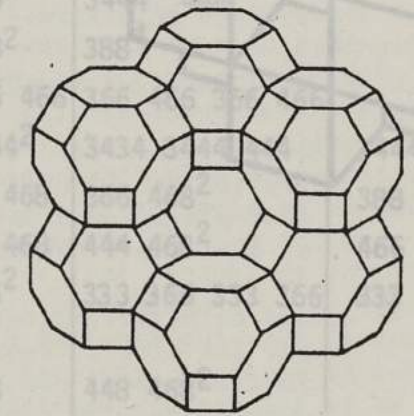
2 TETRAKAIDECAEDRIQUE

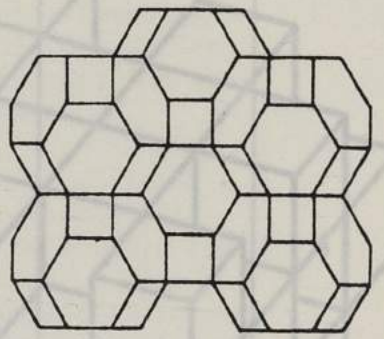


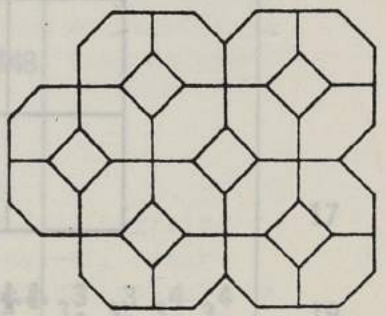


466^3

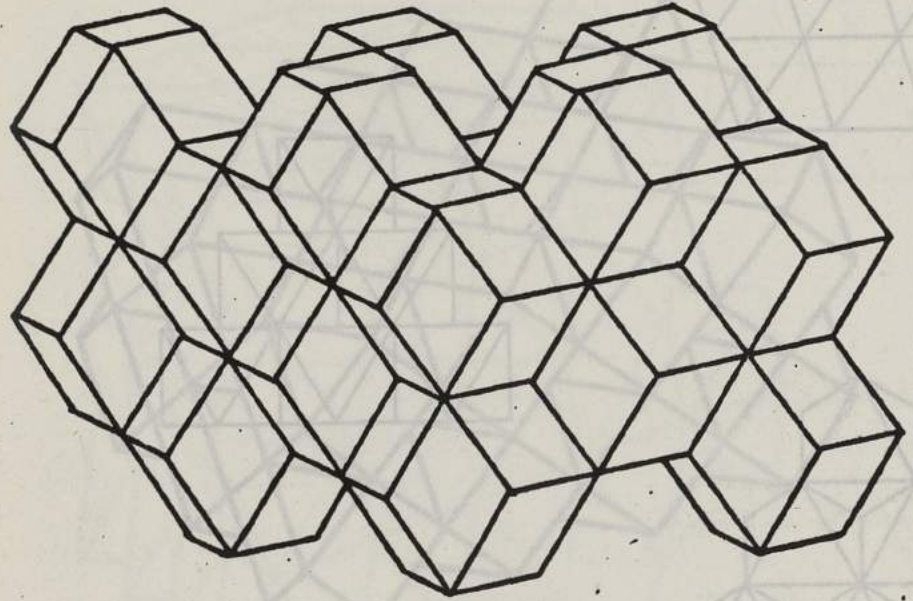


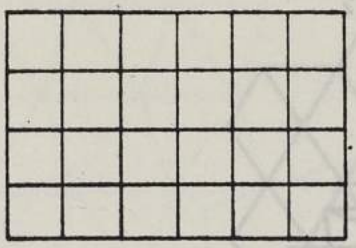


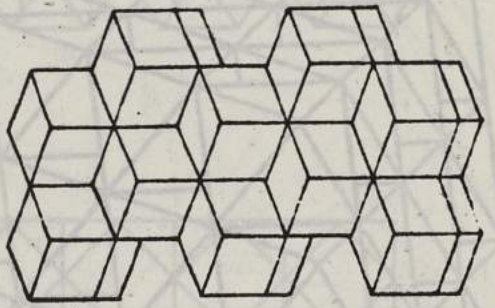


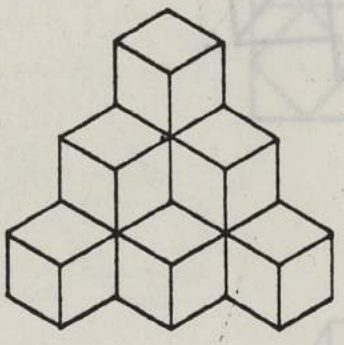


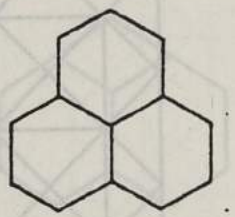
5 RHOMBODODECAEDRIQUE



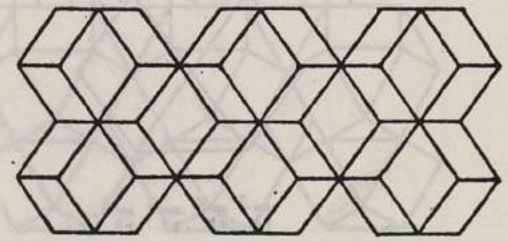




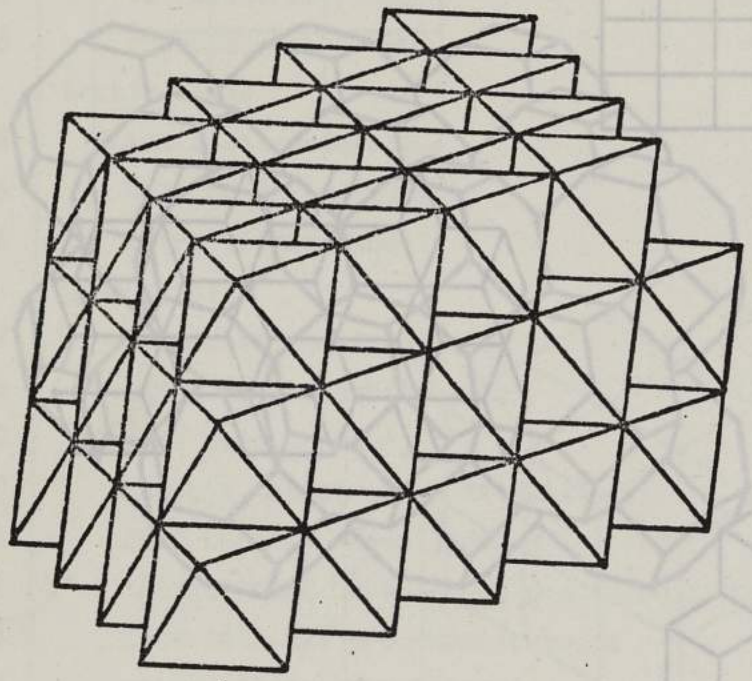


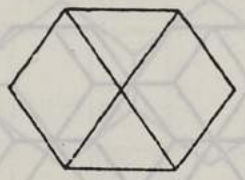


D.3434[3]

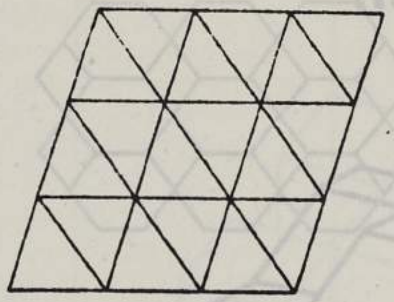


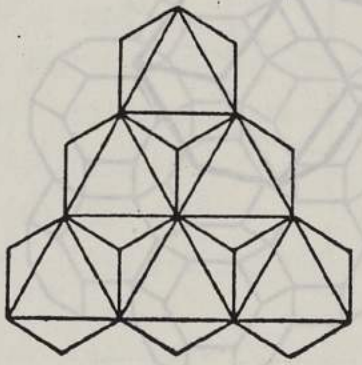
4 TETRA OCTAEDRIQUE

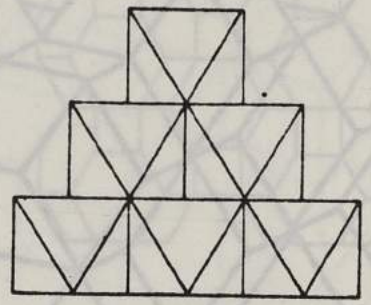


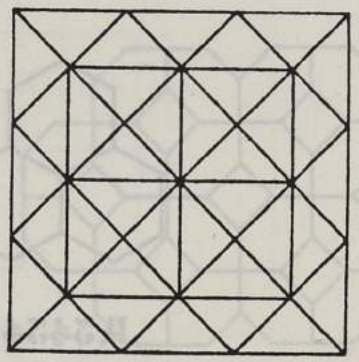


$3^3\,3^4\,3^3\,3^4$

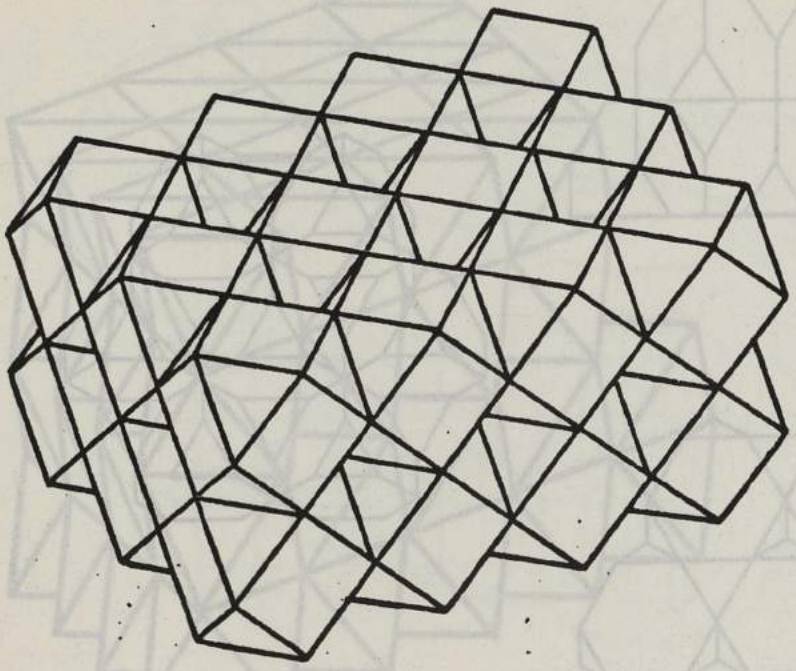


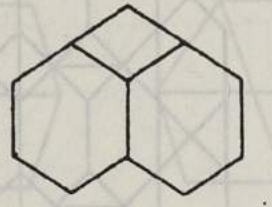




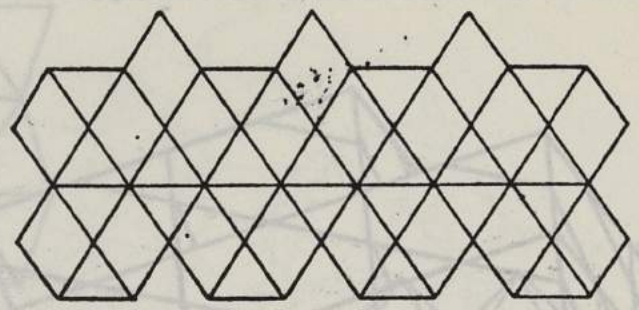


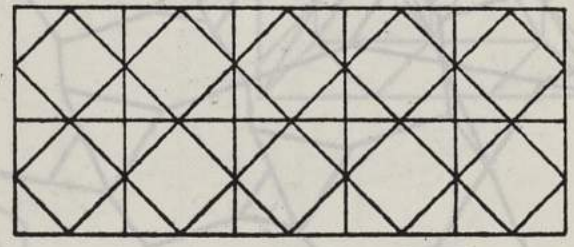
5 OCTA CUBOCTAEDRIQUE

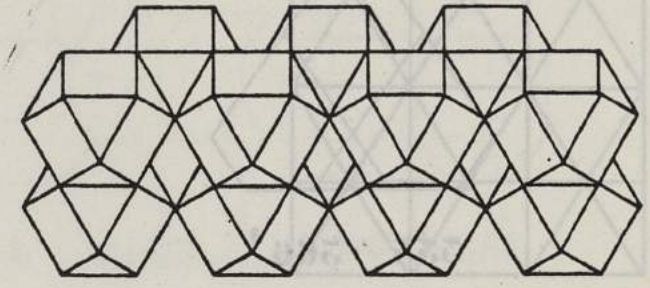




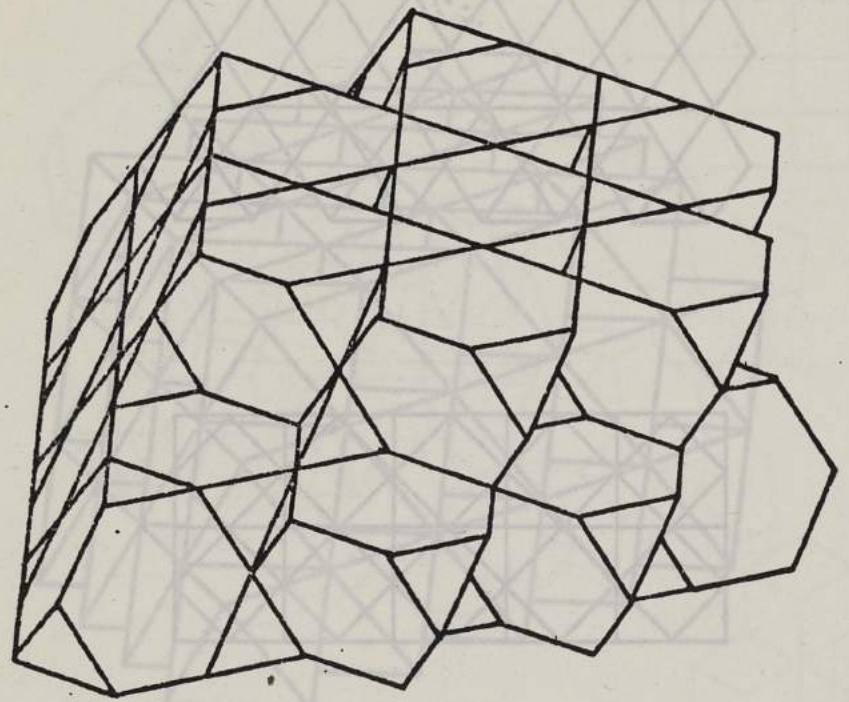
3333 3434 ^{2}

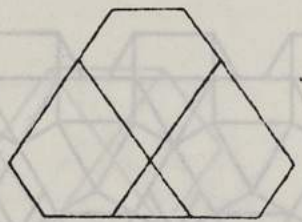




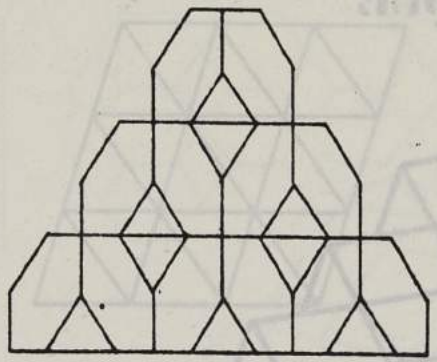


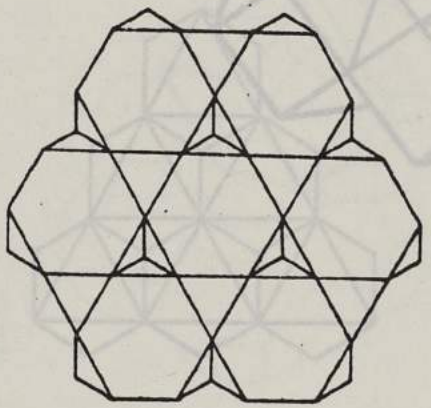
6 TETRA TETRATRONQUE

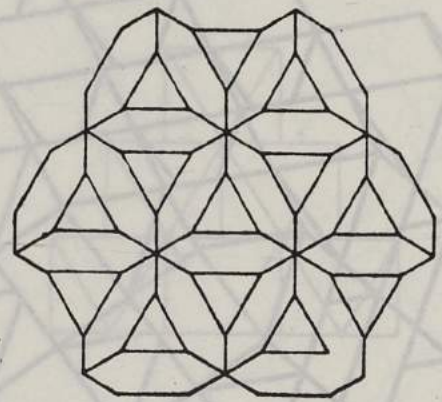


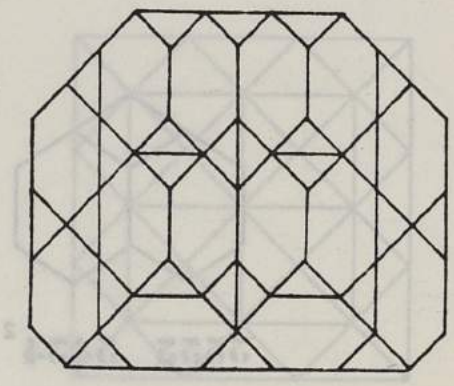


$333 \quad 366^3$

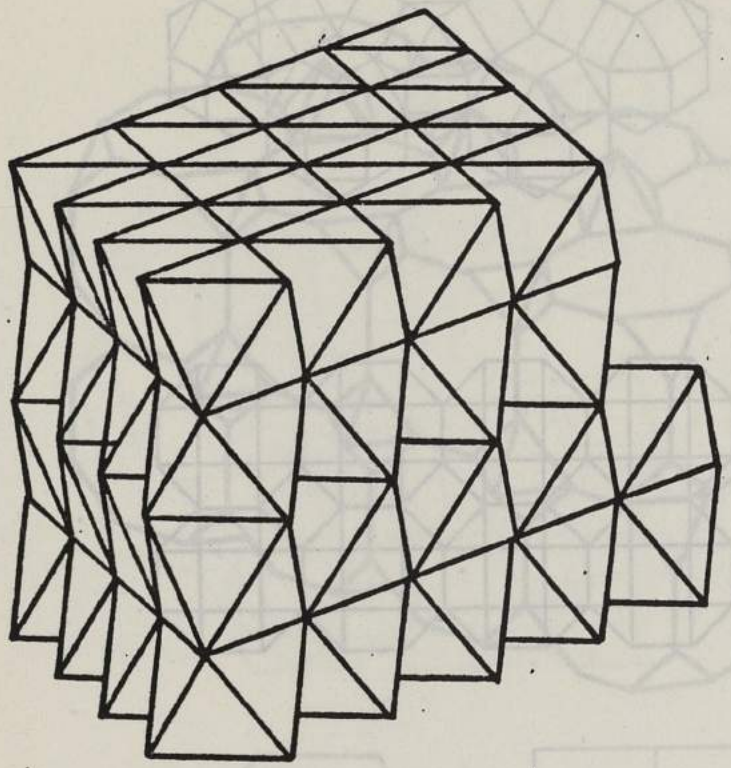


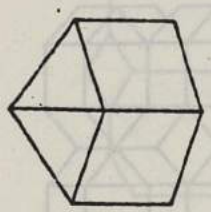




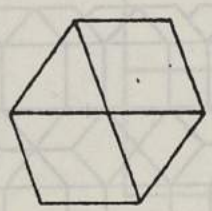


7 PSEUDO TETRA OCTAEDRIQUE

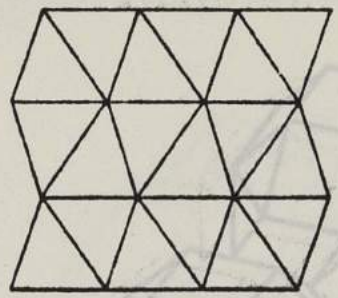


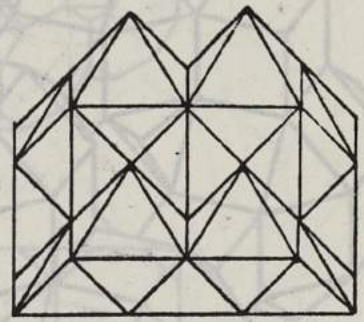


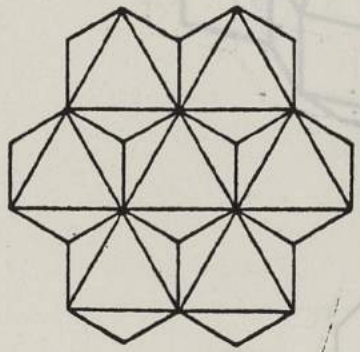
$3^3\ 3^3\ 3^4\ 3^4$

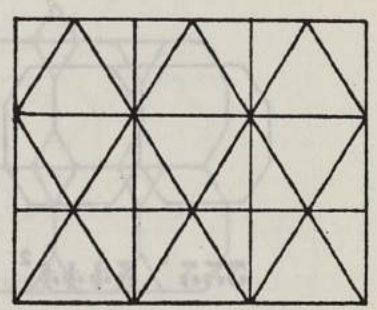


$3^3\ 3^4\ 3^3\ 3^4$

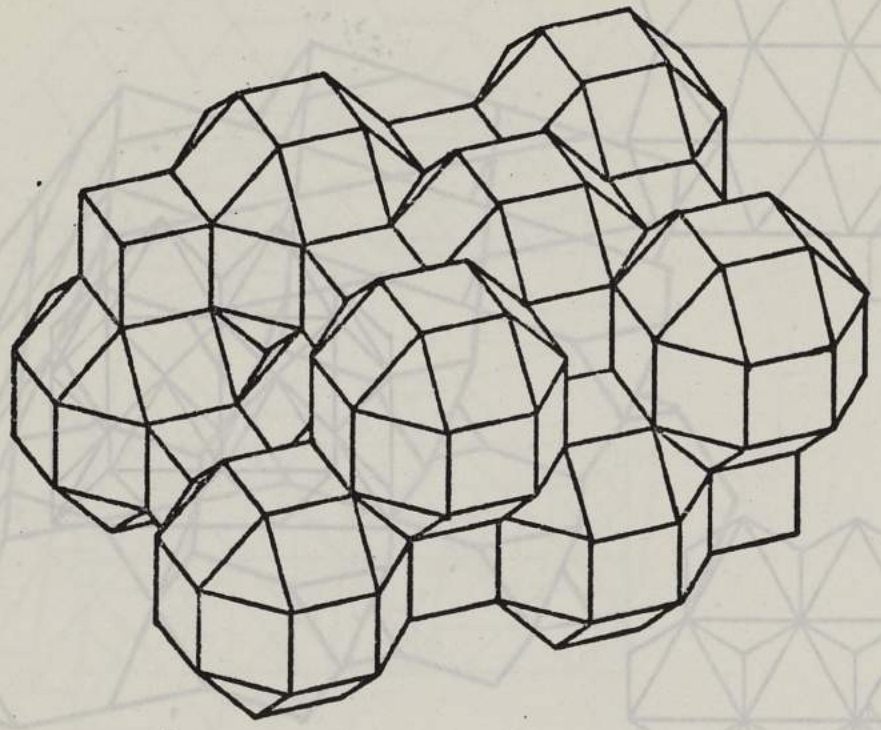


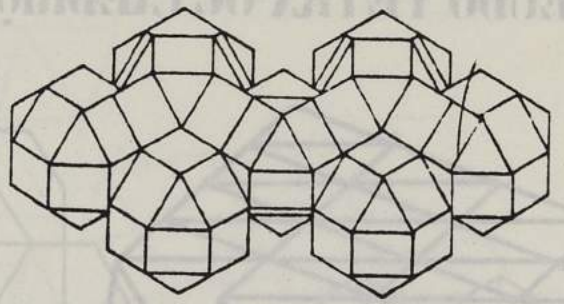


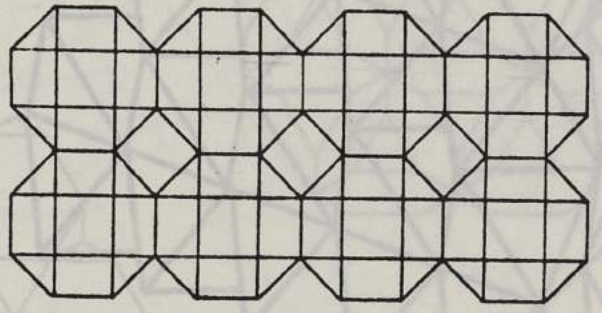


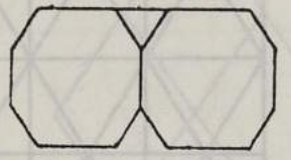


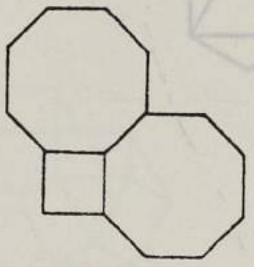
68 TETRA CUBE RHOMBICUBOCTA

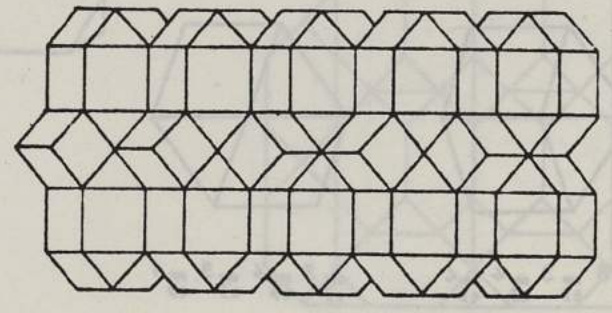






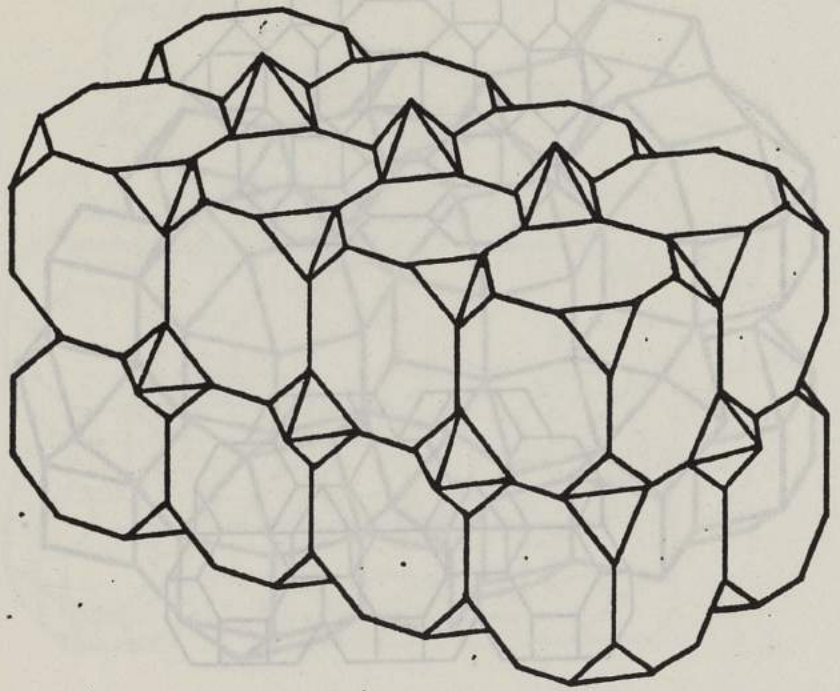


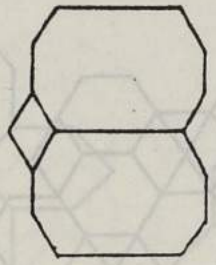




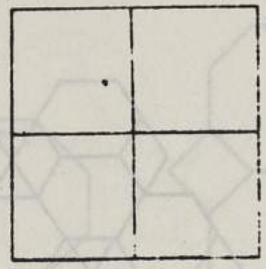
3.3.3 3.4.4.4 ^{2} 3.4.4.4 ^{2} 4.4.4

9 OCTA CUBE TRONQUE

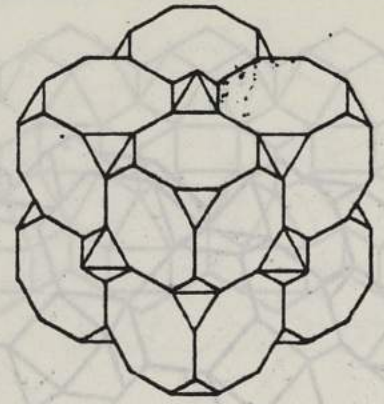


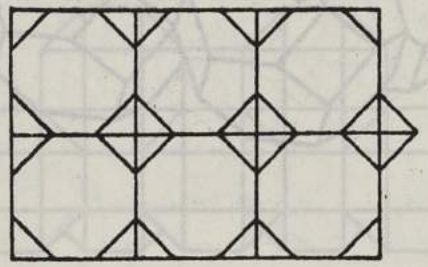


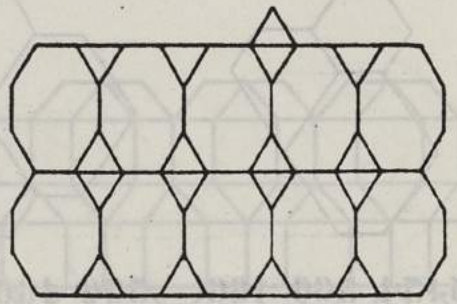
3333 38^2



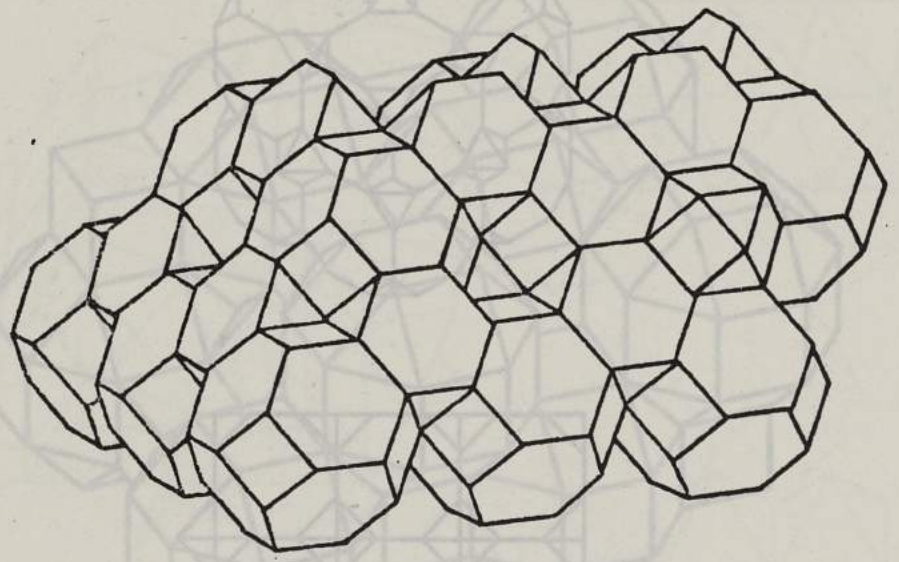
38^4

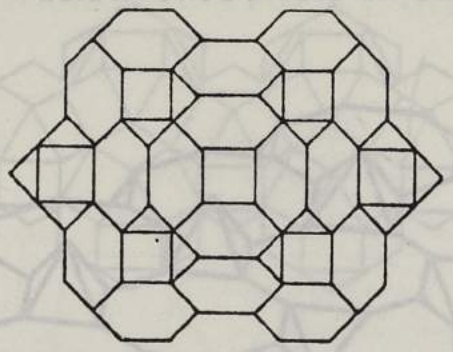


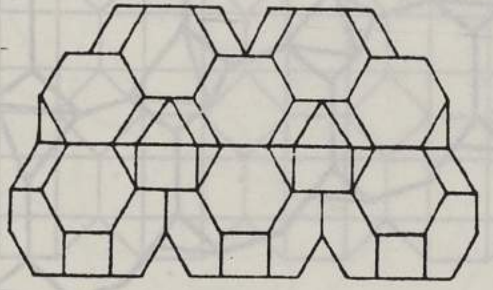


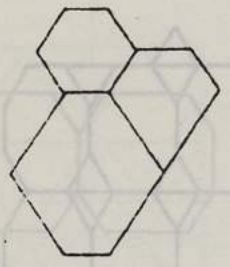


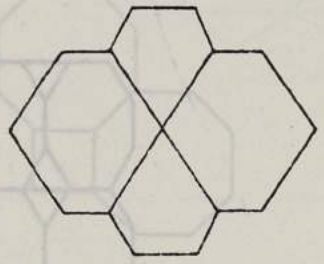
10 CUBOCTA TETRAKAI TETRATRONQUE



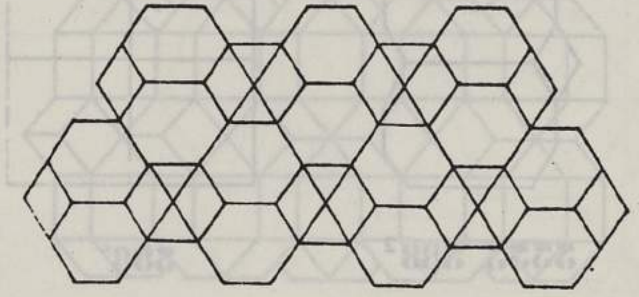




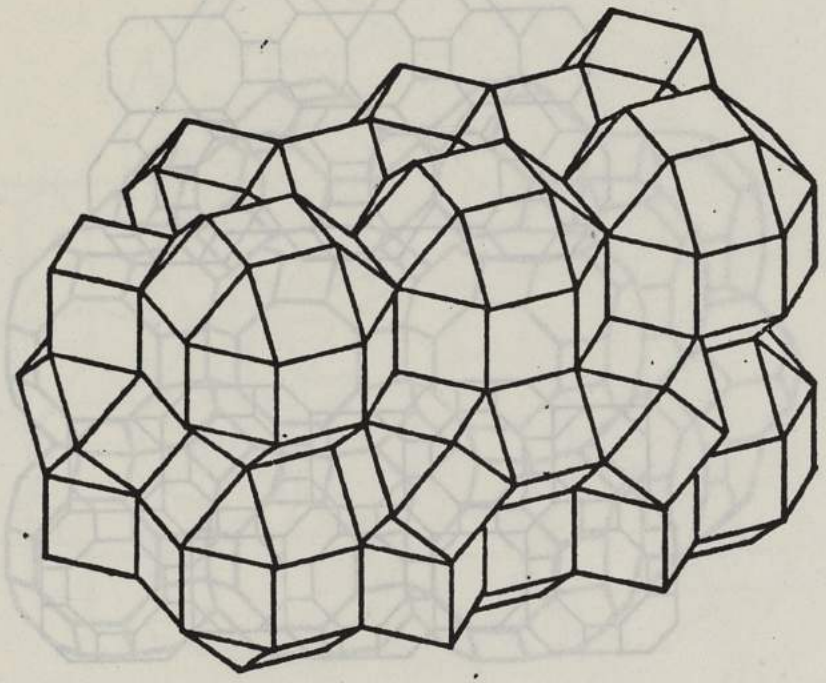


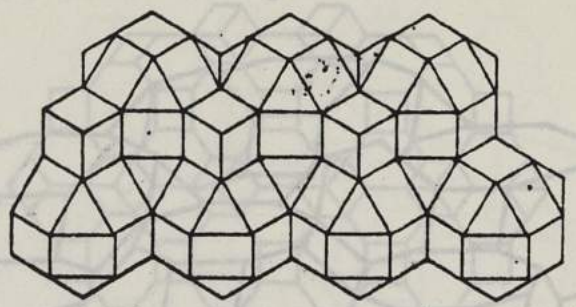


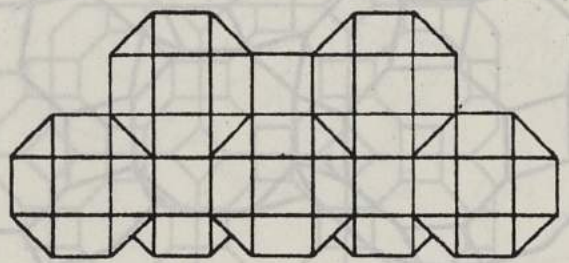
3434 366 466 366 466 366 466

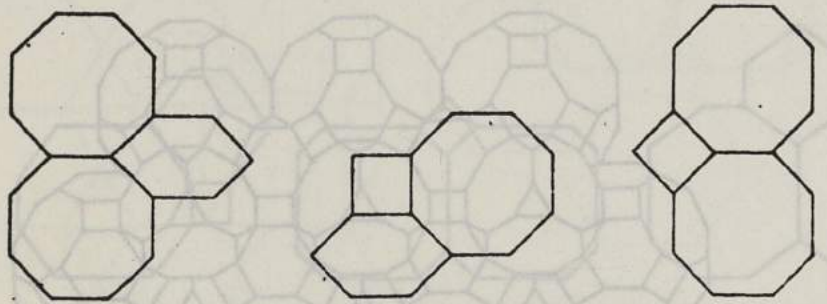


11 CUBE CUBOCTA RHOMBICUBOCTA

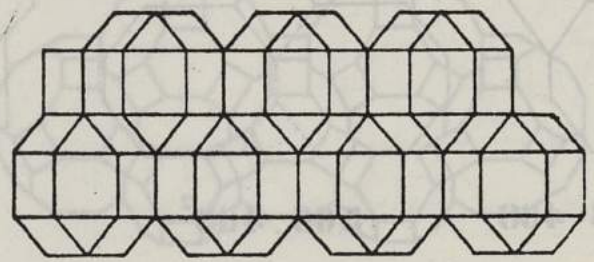




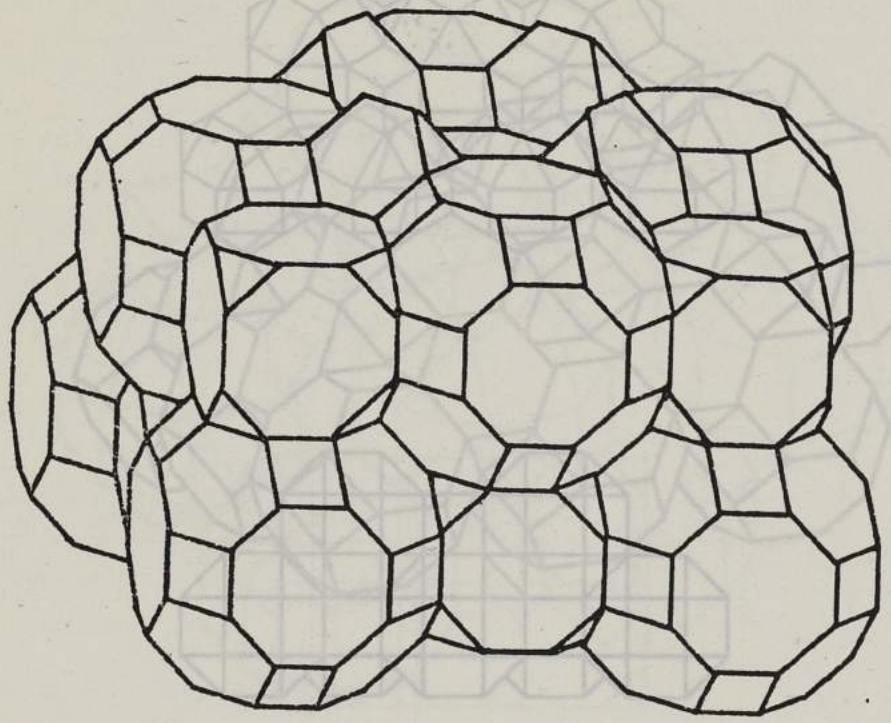


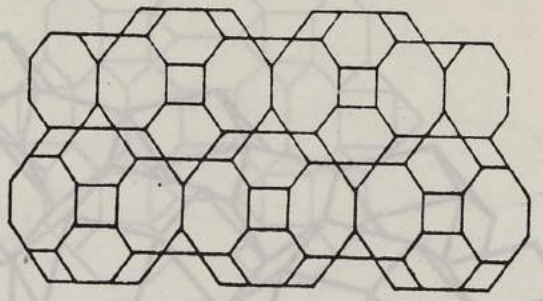


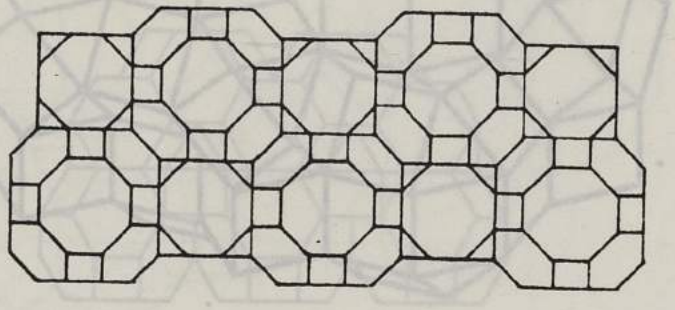
3434 3444^2 3434 3444 444 3444^2 444

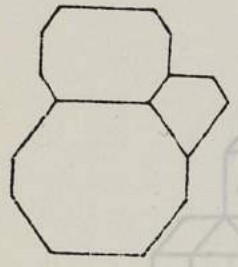


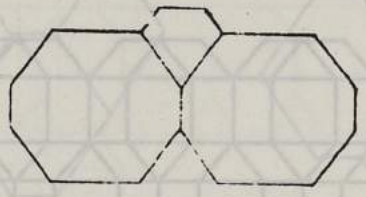
12 TETRATRONQUE CUBE TRONQUE GrdRHOMBICUBOCTA

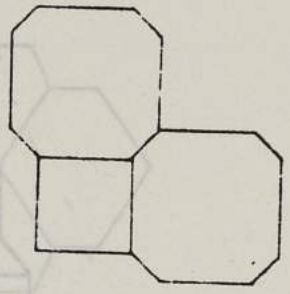




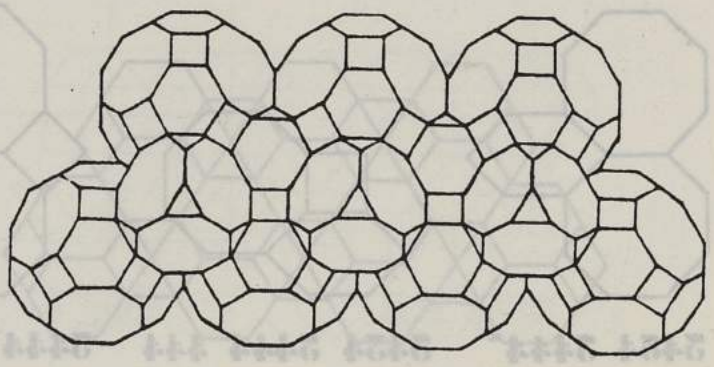




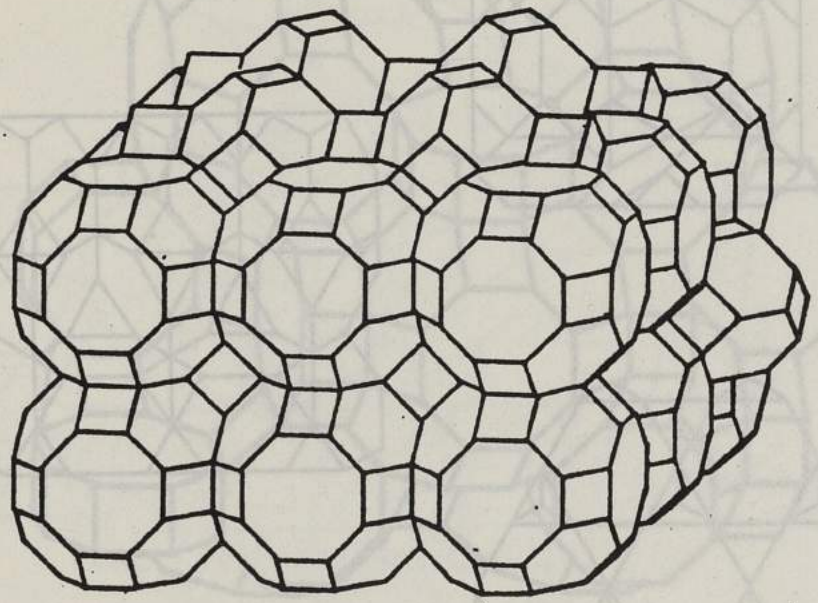


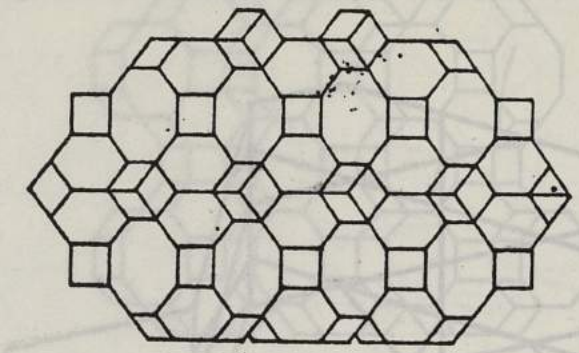


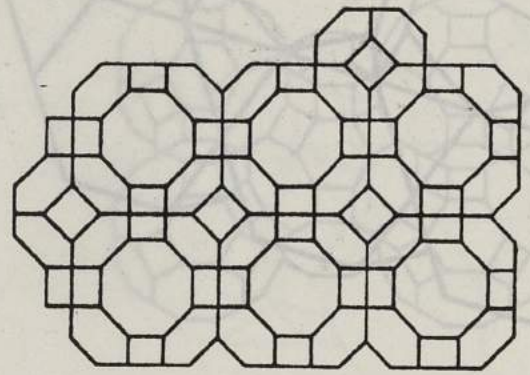
366 388 468 366 468^2 388 468^2

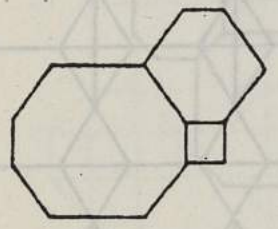


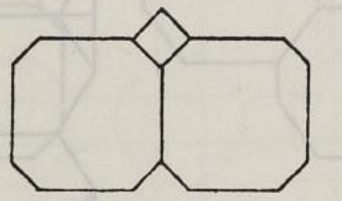
15 CUBE TETRAKAI GRAND RHOMBICUBOCTA

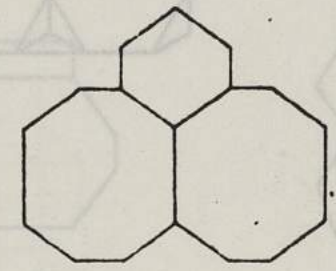




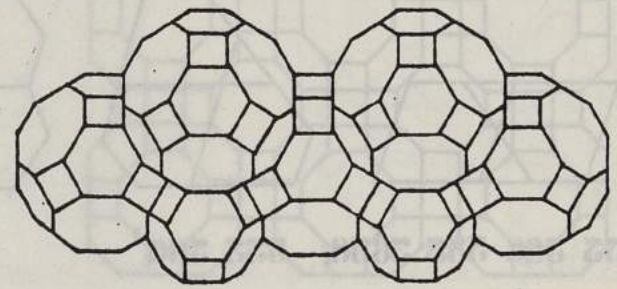




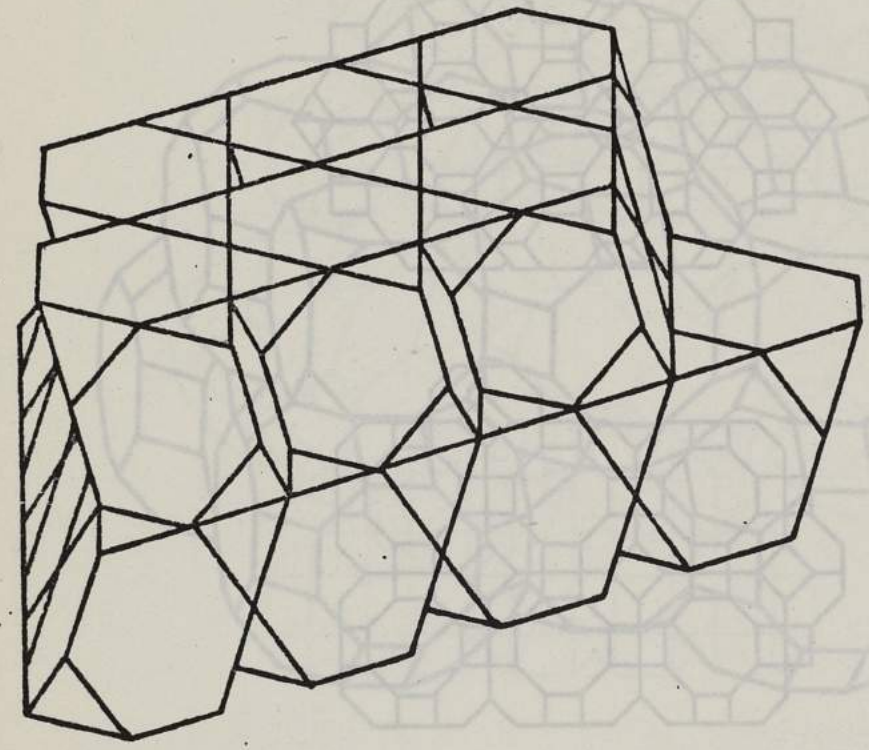


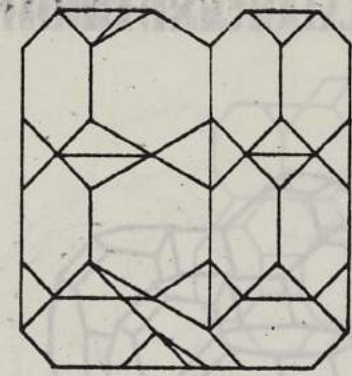


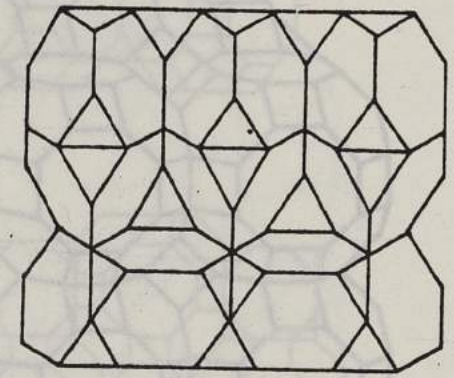
444 466 468 444 468^2 466 468^2

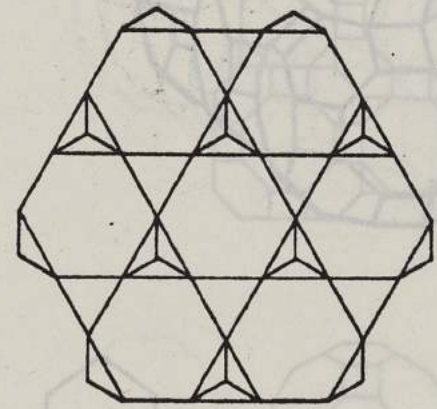


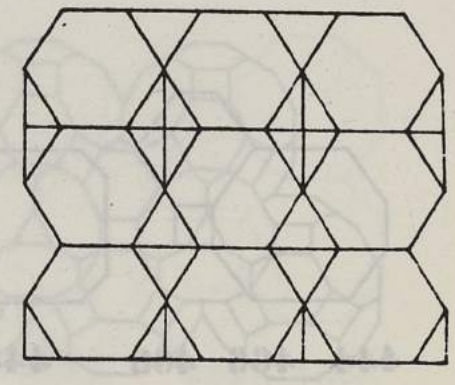
14 PSEUDO TETRA TETRATRONQUE

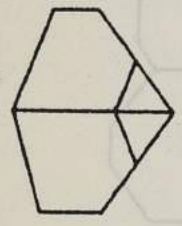


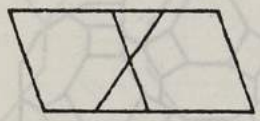


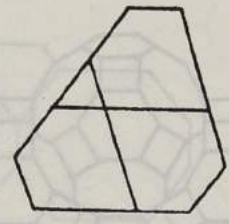


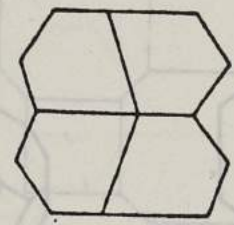






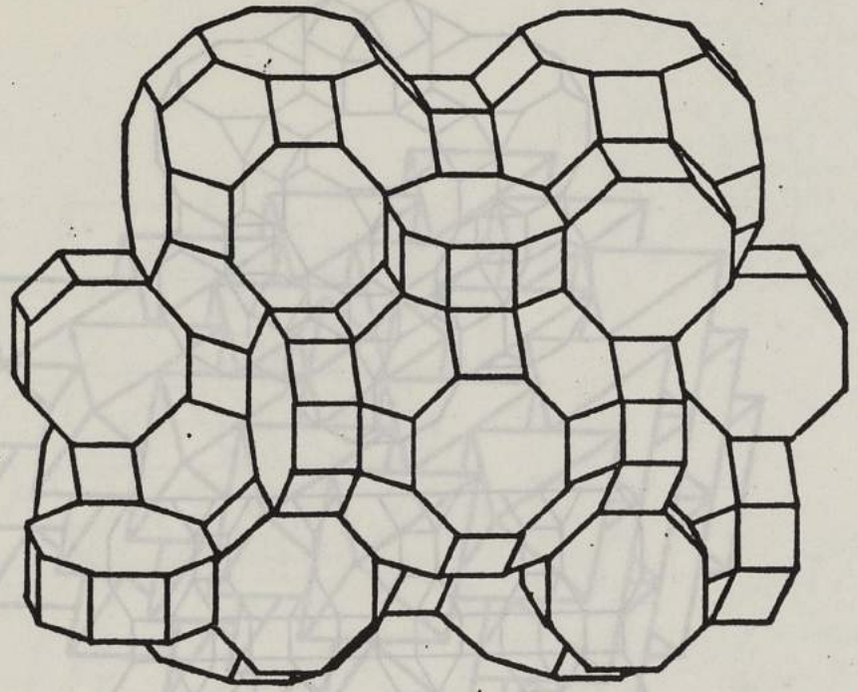


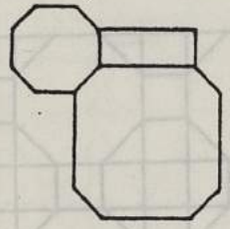




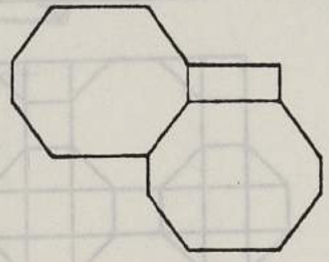
555^2 566^2 555 566 555 5656 $555\ 566^3$ 566^4

45 GRAND RHOMBICUBOCTA'PRISMATIQUE

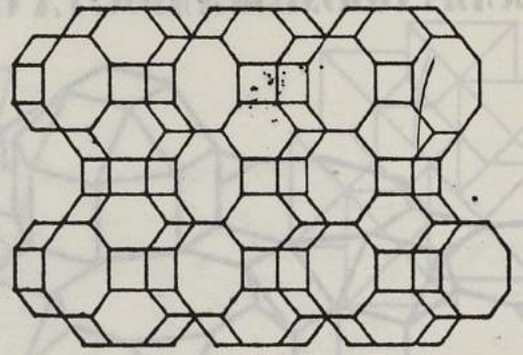


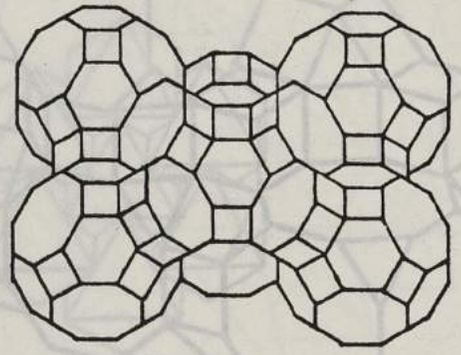


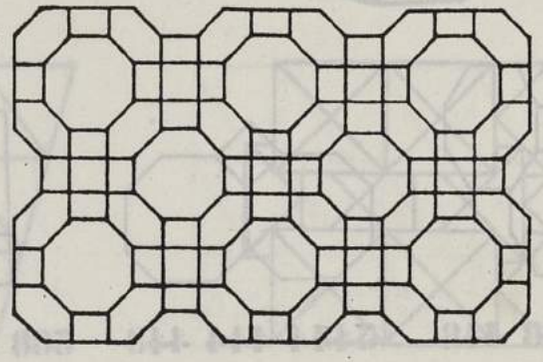
$4.4.8^2$



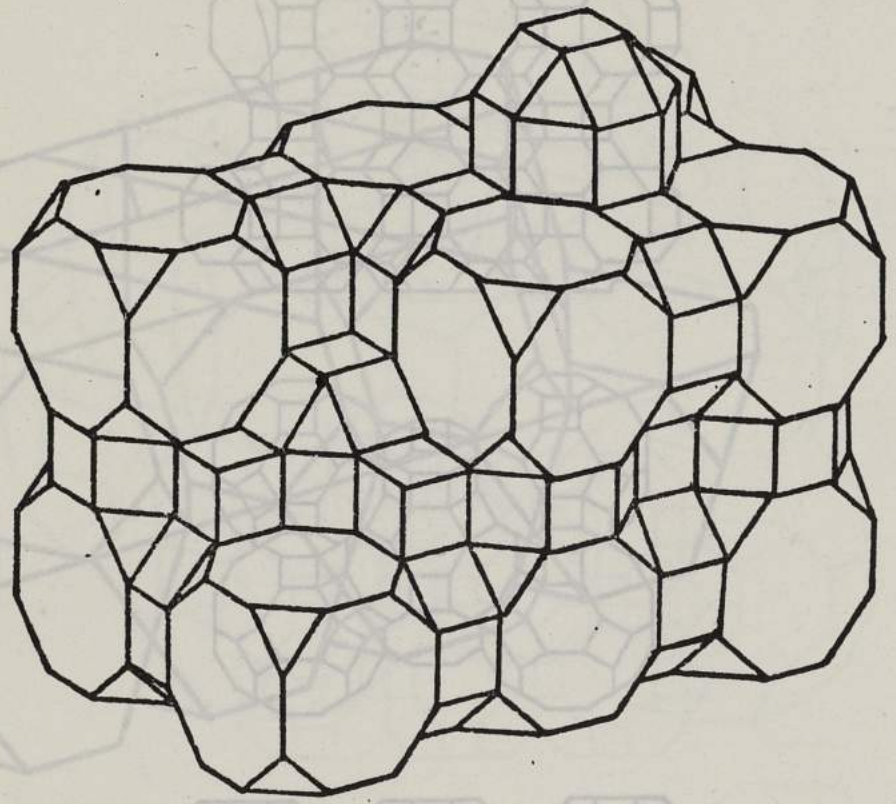
$4.4.8.8^2$

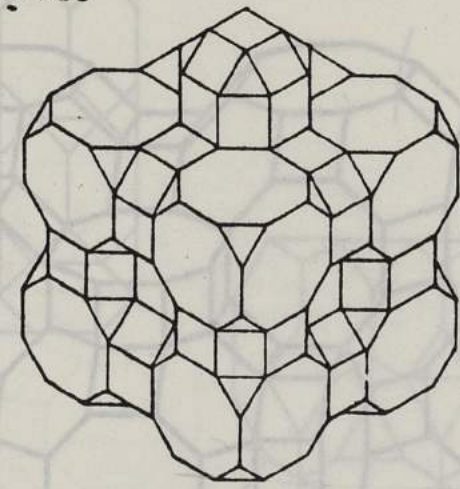


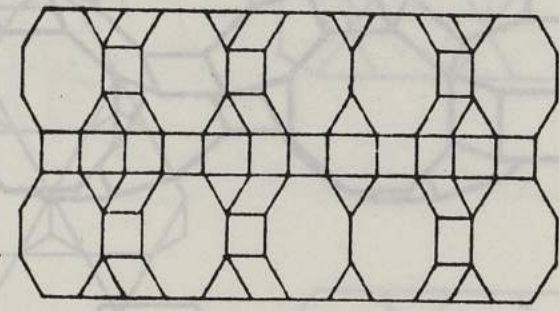


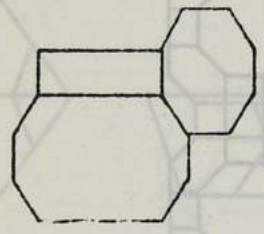


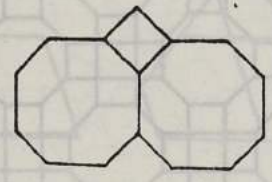
16 CUBE RHOMBICUBOCTA CUBE TRONQUE PRISMATIQUE

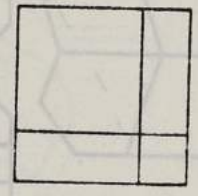


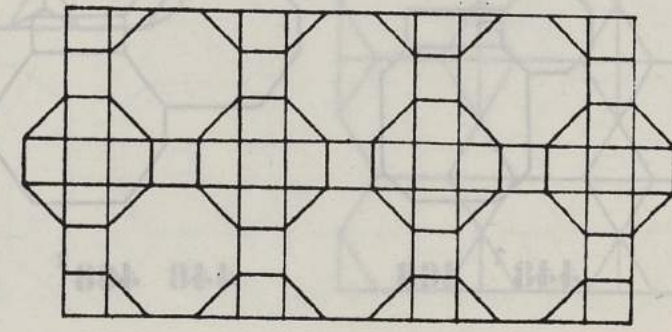






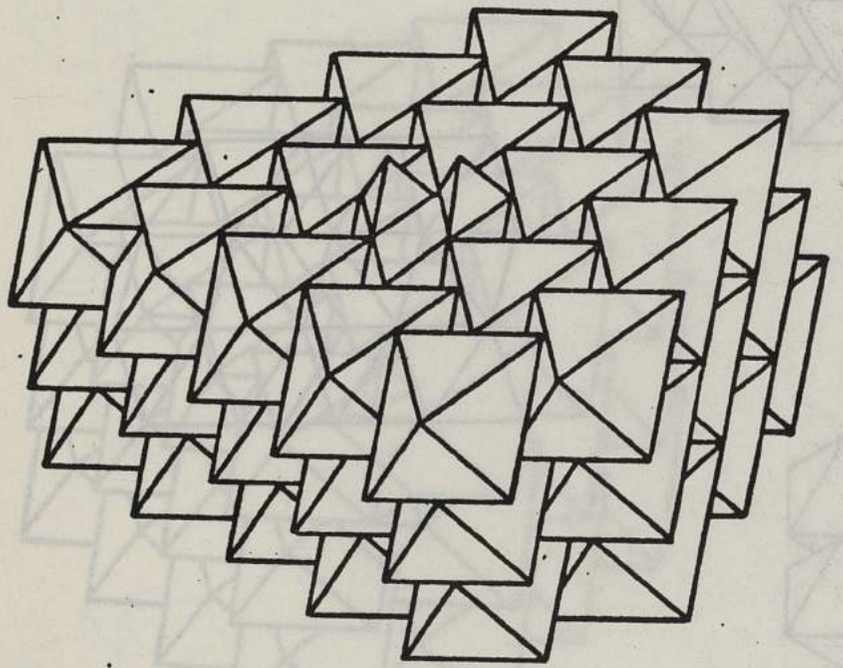




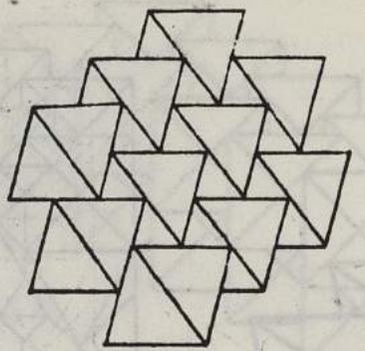


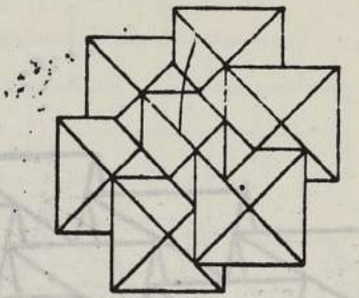
3444 388 448 3444 444 448 388 448 444 448

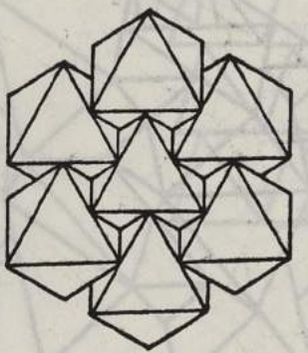
17 TETRA OCTAEDRIQUE

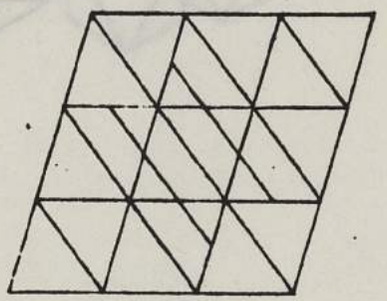


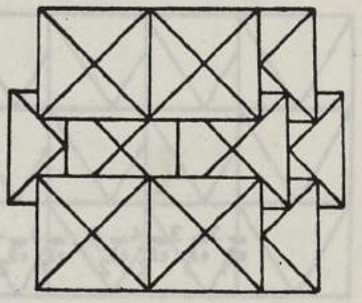
$3_1^3\ 3_2^4\ 3_2^4$



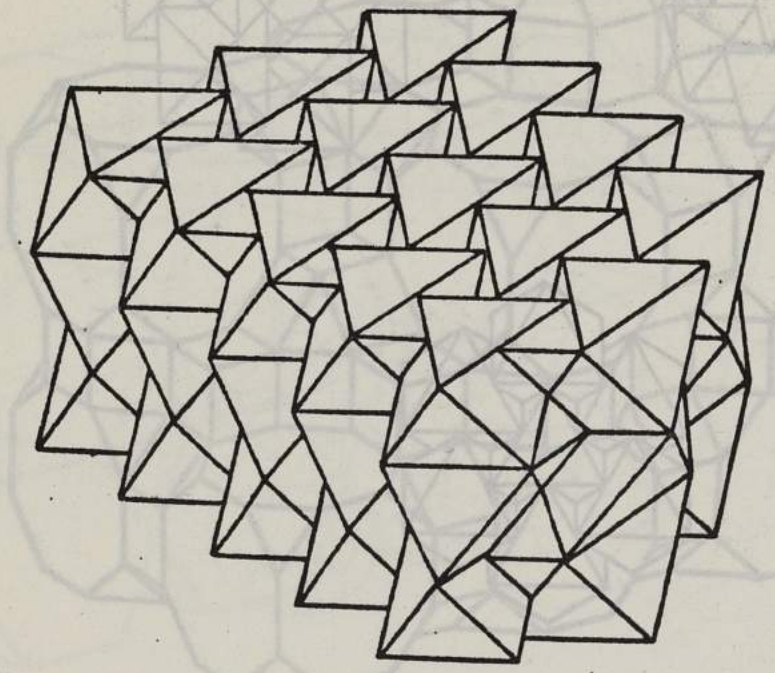


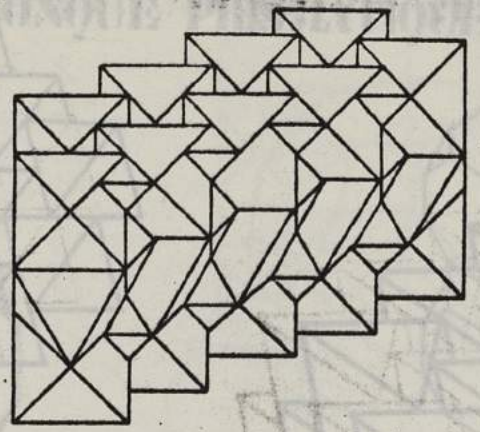


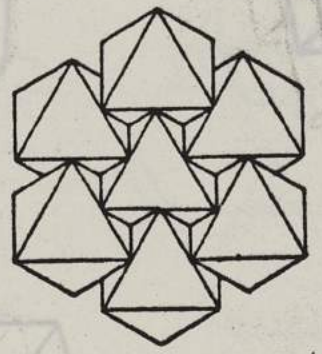


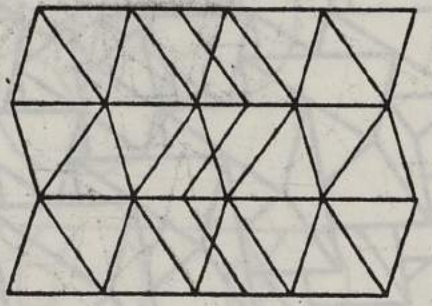


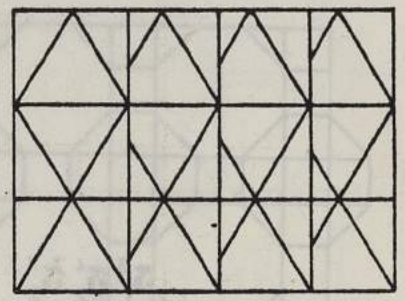
18 TETRA OCTAEDRIQUE BINAIRE





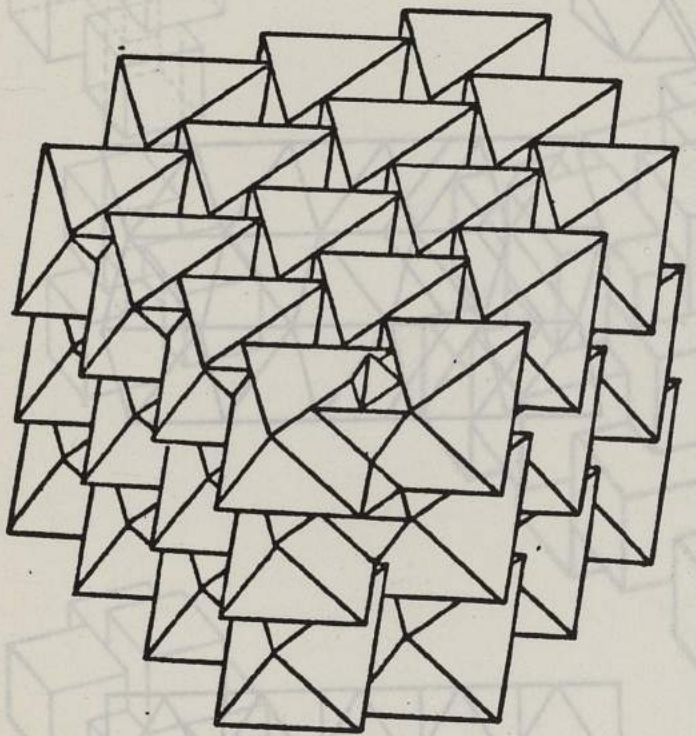


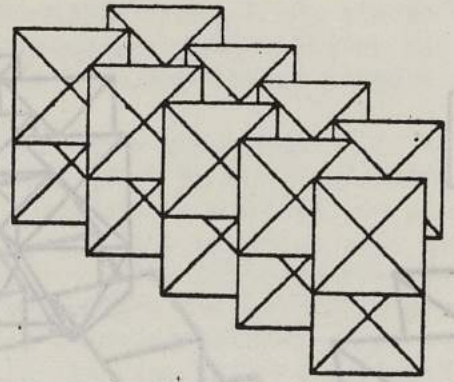


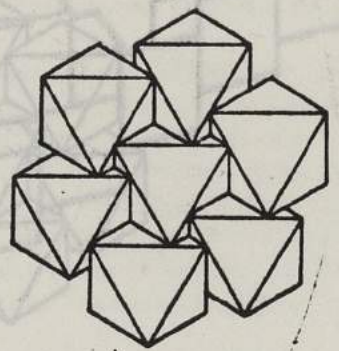


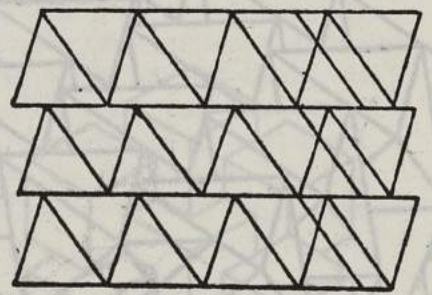
$\bar{\mathfrak{D}}_1^3 \bar{\mathfrak{D}}_1^3 \bar{\mathfrak{D}}_2^4 \bar{\mathfrak{D}}_2^4 \quad \bar{\mathfrak{D}}_1^3 \bar{\mathfrak{D}}_2^4 \bar{\mathfrak{D}}_2^4$

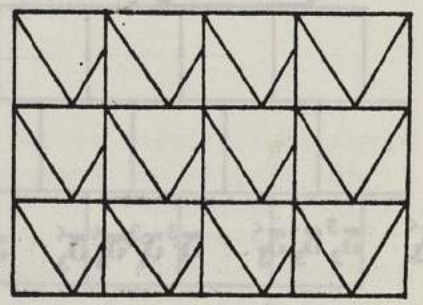
19 TETRA OCTAEDRIQUE TERNAIRE





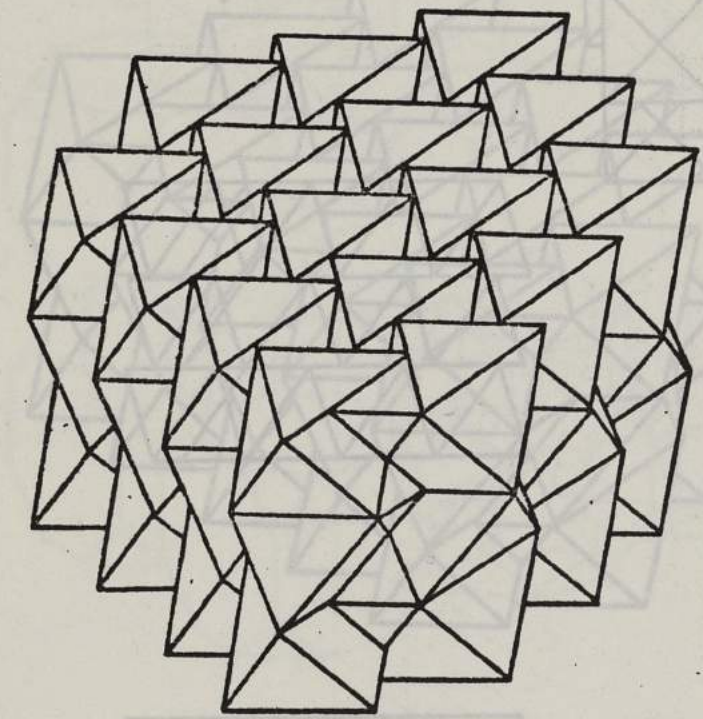


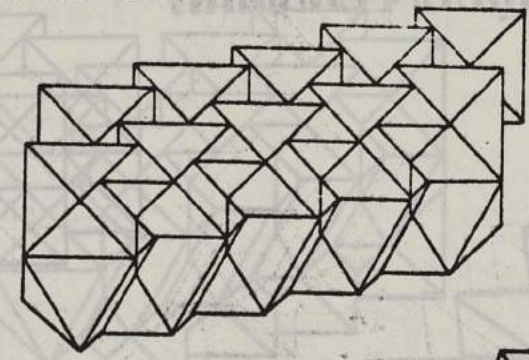


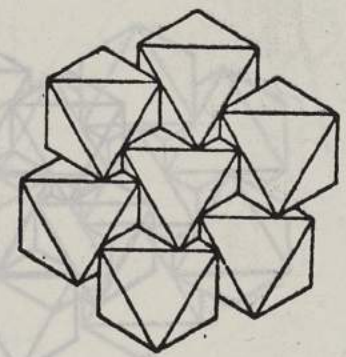


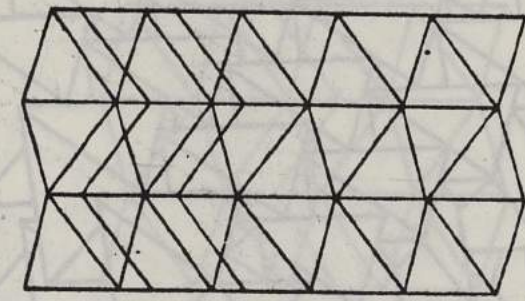
$\mathfrak{S}_1^3\mathfrak{S}_2^3\mathfrak{S}_3^4\mathfrak{S}_3^4$ $\mathfrak{S}_1^3\mathfrak{S}_3^4\mathfrak{S}_3^4$ $\mathfrak{S}_2^2\mathfrak{S}_3^4\mathfrak{S}_3^4$

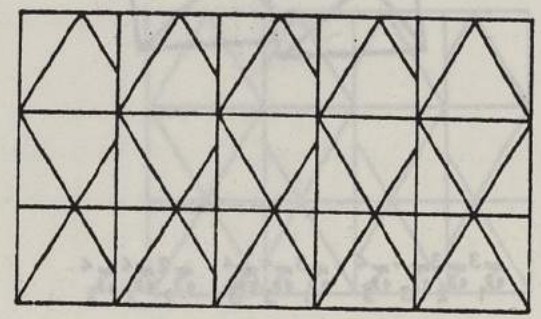
20 TETRA OCTAEDRIQUE QUATERNAIRE





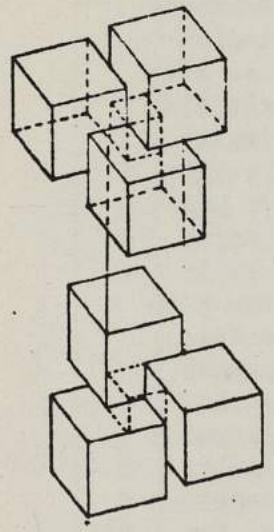


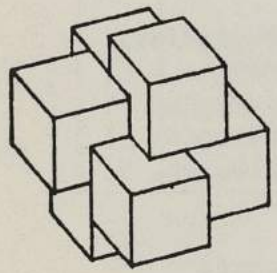


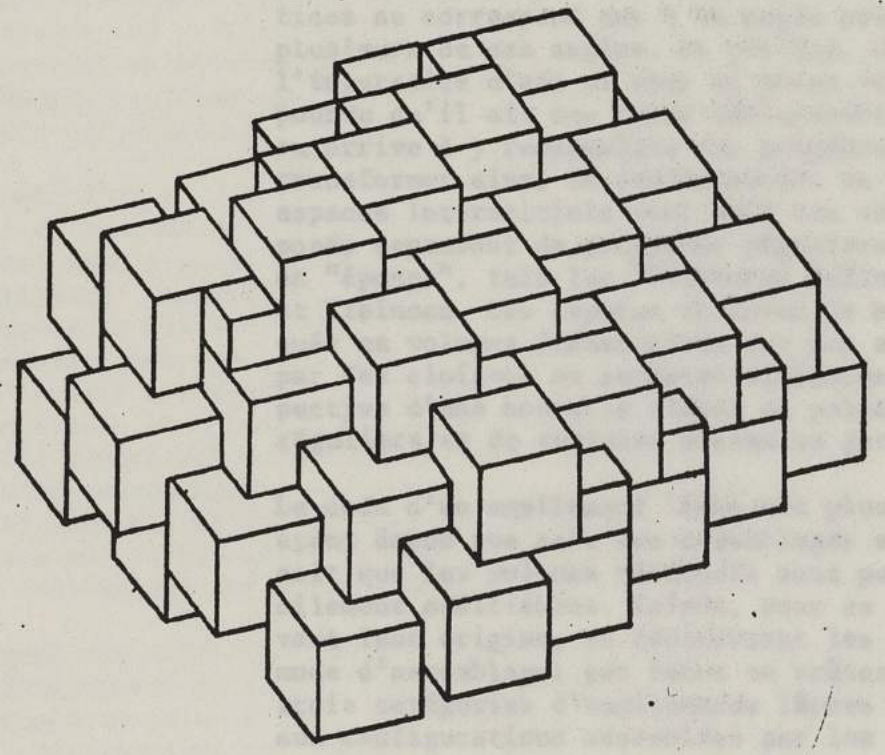


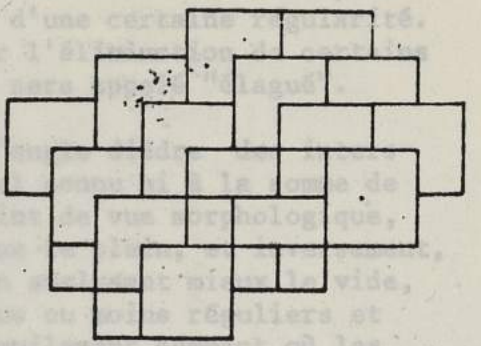
$\overline{\mathfrak{D}}_1^3\overline{\mathfrak{T}}_3^4\overline{\mathfrak{D}}_3^4$ $\overline{\mathfrak{D}}_2^3\overline{\mathfrak{T}}_3^4\overline{\mathfrak{D}}_3^4$ $\overline{\mathfrak{D}}_1^3\overline{\mathfrak{D}}_1^3\overline{\mathfrak{T}}_3^4\overline{\mathfrak{D}}_3^4$ $\overline{\mathfrak{D}}_2^3\overline{\mathfrak{D}}_2^3\overline{\mathfrak{D}}_3^4\overline{\mathfrak{D}}_3^4$

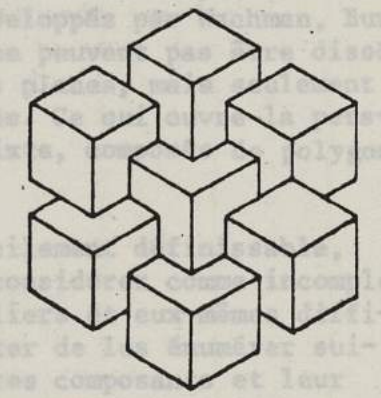
21 CUBIQUE

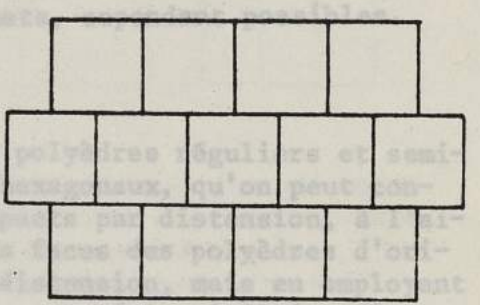






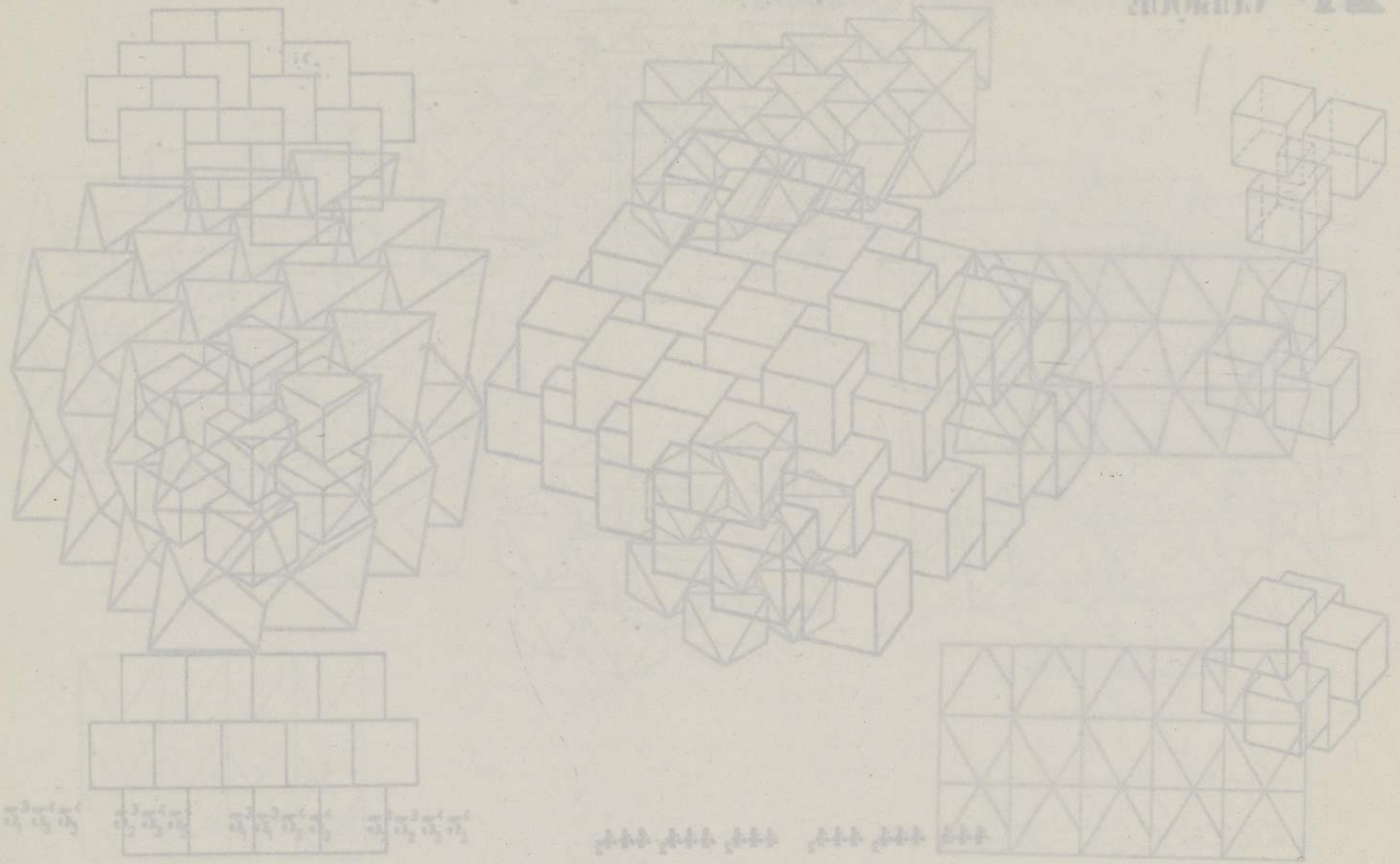






$4_1 4_2 4_3$

20 TETRA OCTAEDRIQUE QUATERNAIRE



EMPILEMENTS LACHES

Composés des mêmes polyèdres que les compacts, les empilements non compacts, ou lâches, laissent des interstices conventionnellement considérés comme vides quand la forme de ces interstices ne correspond pas à un polyèdre appartenant à une classe d'une certaine régularité. De ce fait, un arrangement lâche obtenu par l'élimination de certains volumes composants d'un empilement compact sera appelé "élagué".

Dans un empilement lâche proprement dit, l'angle dièdre des interstices ne correspond pas à un angle polyédral connu ni à la somme de plusieurs de ces angles. En réalité, du point de vue morphologique, l'interstice n'est ni plus ni moins vide que le plein, et inversement, pourvu qu'il ait une forme définissable. En analysant mieux le vide, on arrive à y reconnaître des polyèdres plus ou moins réguliers et transformer ainsi la configuration en un empilement compact où les espaces interstitiels sont soit des volumes isolés non réguliers composés cependant de polygones réguliers plans, soit des espaces continus en "éponge", tels les "Polyèdres infinis" développés par Wachman, Burt et Kleinman. Ces espaces en forme de boyaux ne peuvent pas être disséqués en volumes élémentaires par des surfaces planes, mais seulement par des cloisons en surfaces minimales gauches. Ce qui ouvre la perspective d'une nouvelle classe de polyèdres mixte, composés de polygones réguliers et de surfaces minimales gauches.

Le code d'un empilement lâche est plus difficilement définissable, étant donné que soit ses assemblages sont à considerer comme incomplets, soit que les volumes résiduels sont peu réguliers et eux-mêmes difficilement codifiables. Raison, pour se contenter de les énumérer suivant leur origine, en définissant les polyèdres composants et leur mode d'assemblage: par faces ou arêtes, ou les deux à la fois. Les trois catégories d'empilements lâches étudiés ici ne s'étendent pas aux configurations assemblées par les sommets, cependant possibles.

EMPILEMENTS PRISMATIQUES LACHES

Compositions par assemblage face à face de polyèdres réguliers et semi-réguliers, et de prismes triangulaires ou hexagonaux, qu'on peut considérer comme dérivées des empilements compacts par distension, à l'aide de prismes intercalaires entre certaines faces des polyèdres d'origine. A remarquer, par la même méthode de distension, mais en employant des volumes intercalaires antiprismatiques, une série similaire d'empilements lâches peut être également construite. Dans ces empilements antiprismatiques, les polyèdres subissent une rotation par rapport à leurs voisins.

EMPILEMENTS PENTASYMETRIQUES

Appellation due au fait qu'ils sont composés de polyèdres réguliers et semi-réguliers ayant un ordre de symétrie pentagonale: icosa, dodéca, etc., lesquels, précisément, ne sont associables en aucun empilement compact. Même un arrangement lâche ne peut être obtenu à l'aide d'assemblages par faces uniquement. Les contacts entre les volumes se réalisent donc essentiellement par des arêtes. Les espaces interstitiels sont des volumes concaves involués composés de polygones réguliers. tous les polyèdres ont, cependant, une position homothétique.

EMPILEMENTS CONCENTRIQUES ET EXPLOSIONS

Ces agglomérations sont composées de la même famille de polyèdres pentasymétriques que le groupe précédent, mais l'entassement des volumes s'opère autour d'un noyau central par couches concentriques. De ce fait, la position de tous les polyèdres n'est plus homothétique. Les assemblages se réalisent partiellement par des faces et principalement par des arêtes, à condition de considérer les espaces interstitiels, cependant fort simples, comme des vides. Mais, cette méthode d'agglomération radioconcentrique ne peut être poursuivie indéfiniment; le processus de croïssance par couches concentriques se bloque après quelques étapes. L'enveloppe globale de ces empilements fermés aura la forme d'un polyèdre de la famille icosi-dodéca. On aboutit ainsi à de nouvelles entités composites, nommées hyperpolyèdres.

Ces hyperpolyèdres sont de nouveau empilables par leurs faces ou arêtes, même si le contact entre les articulations hyperpolyédriques reste partiel. Ils entrent donc à leur tour dans un processus de croissance exponentiel, quasi explosif, créant une agglomération hiérarchiquement supérieure: l'hyperempilement, qu'on peut appeler également explosion, le processus étant répétitif par paliers successifs.

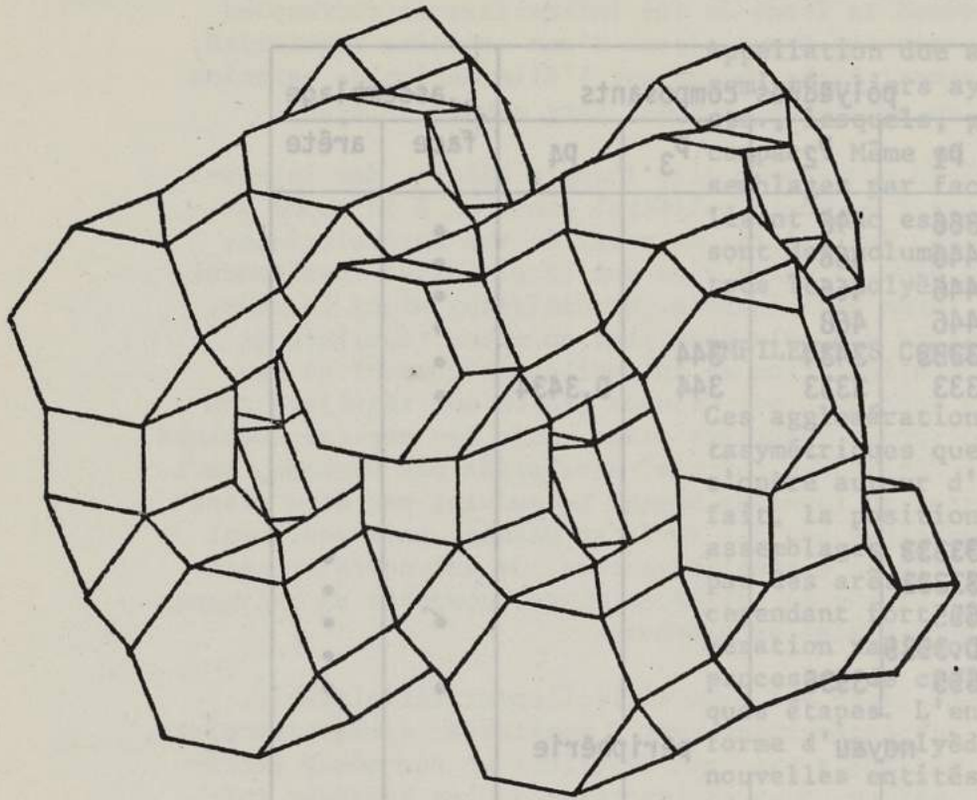
Parmi le grand nombre possible d'empilements lâches, seize, appartenant aux trois classes, sont présentés ici à titre d'exemple. Ils sont répertoriés dans le tableau 24 qui indique outre leur nom, le nombre et le code des polyèdres qui les constituent, le mode d'assemblage par face ou arête et pour certains l'origine ou le nombre des séquences de leur composition.

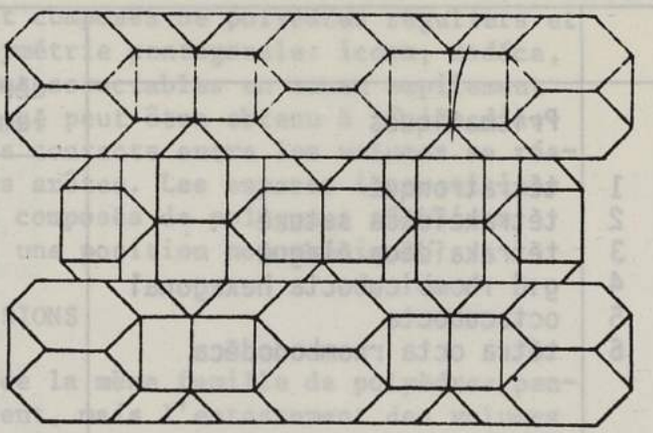
TABLEAU 24 EMPILEMENTS LACHES

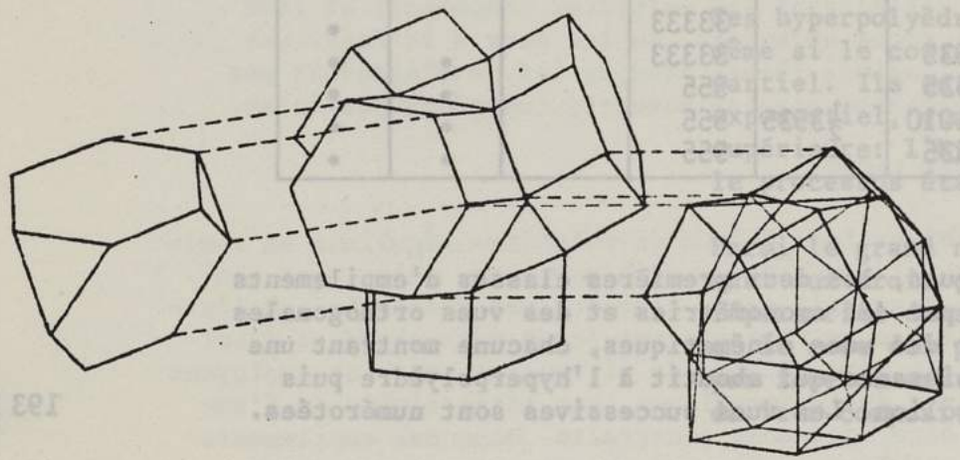
		dérivé de l'empilement compact n°	polyèdres composants				assemblage	
	Prismatiques		p_1	p_2	p_3.	p_4	face	arête
1	tétratronqué	14(Allom.6)	366	446			•	
2	tétrakaïdéca saturé	2	446	466			•	
3	tétrakaïdéca élagué	12	446	466			•	
4	grd rhombicubocta hexagonal	15	446	468			•	
5	octacubocta	6	3333	3434	344		•	
6	tétra octa rhombododéca	3	333	3333	344	D.3434	•	
	Pentasymétriques							
7	icosa orthogonal		33333					•
8	icosa hexagonal		33333					•
9	dodéca orthogonal		555				•	•
10	tricontagonal		D.3535					•
11	dodéca icosidodécaédrique		555	3535			•	•
	Concentriques	nombre des séquences	noyau		périphérie			
12	hypericosaédrique	2			33333			•
13	hypericosa dodécaèdre	4	3535		33333		•	•
14	hyperdodéca icosaèdre	4	3535		555		•	•
15	hyperdodéca dodécaèdre	4	31010	$\frac{1}{2}$3535	555		•	•
16	hypericosi dodéca dodécaèdre	8	3535		555		•	•

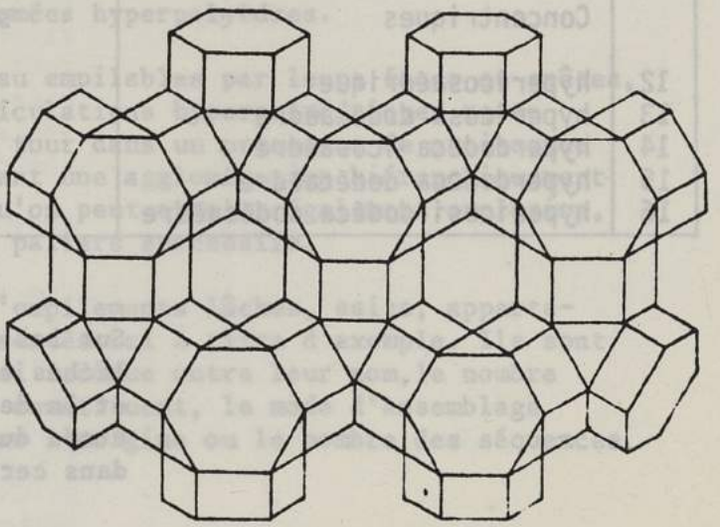
Sur les planches analytiques, les deux premières classes d'empilements lâches sont représentées par des axonométries et des vues orthogonales et la dernière classe par des vues cinématiques, chacune montrant une étape du processus de croissance qui aboutit à l'hyperpolyèdre puis dans certains cas à l'expolion. Les vues successives sont numérotées.

1 TETRA TRONQUE PRISMATIQUE

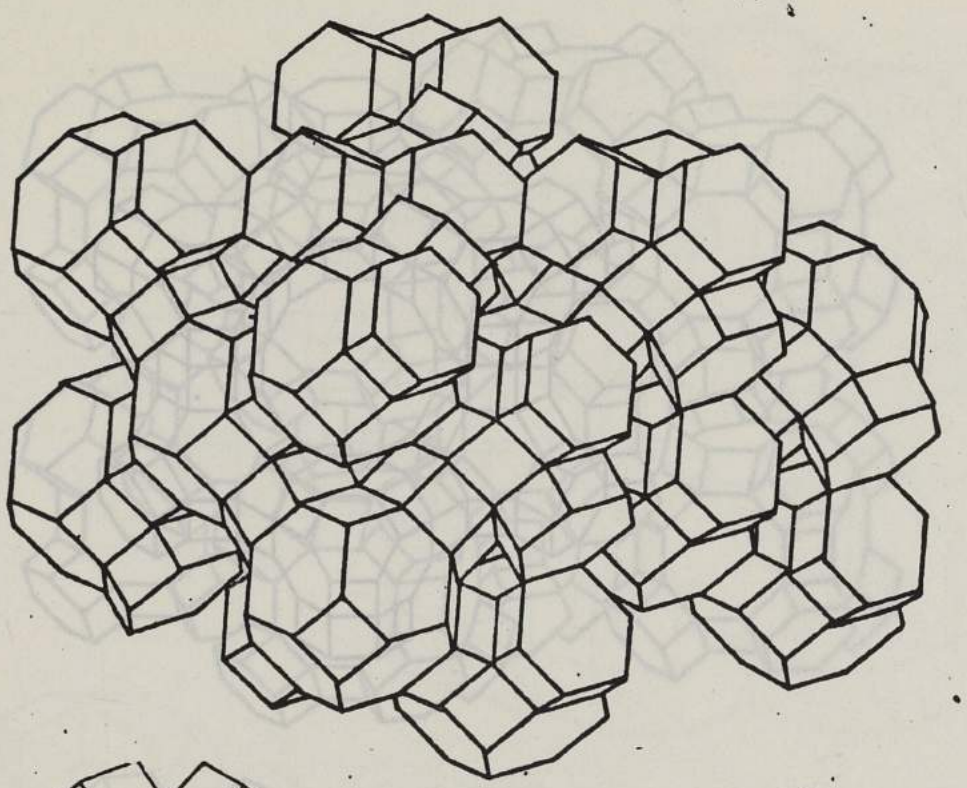


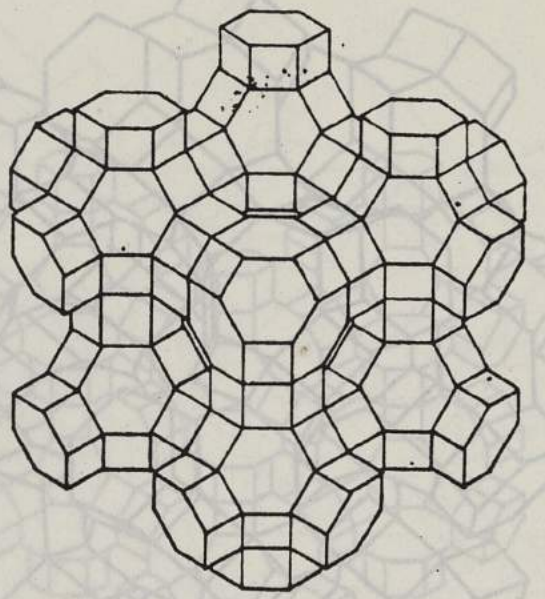


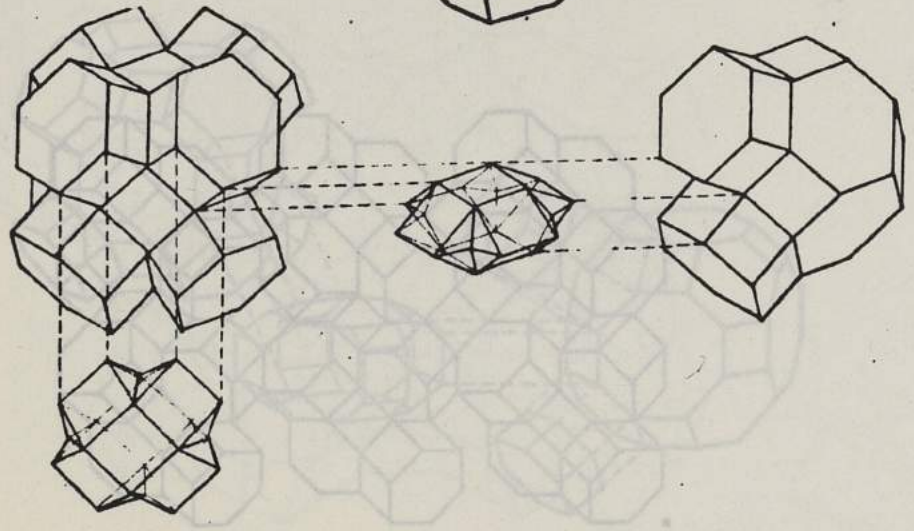


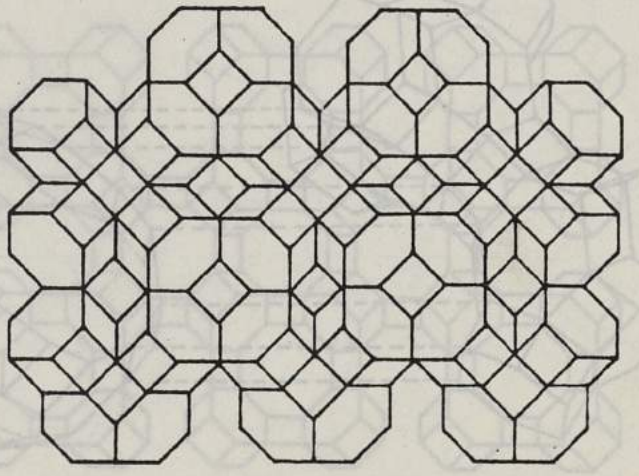


9 TETRAKAIDECA PRISMATIQUE

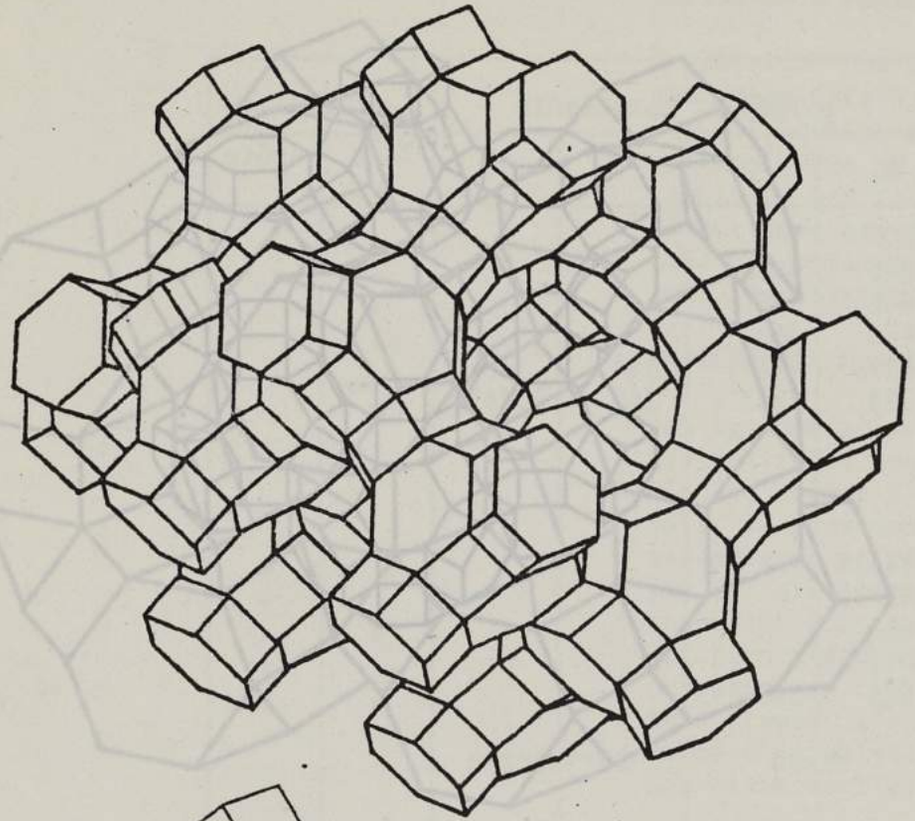


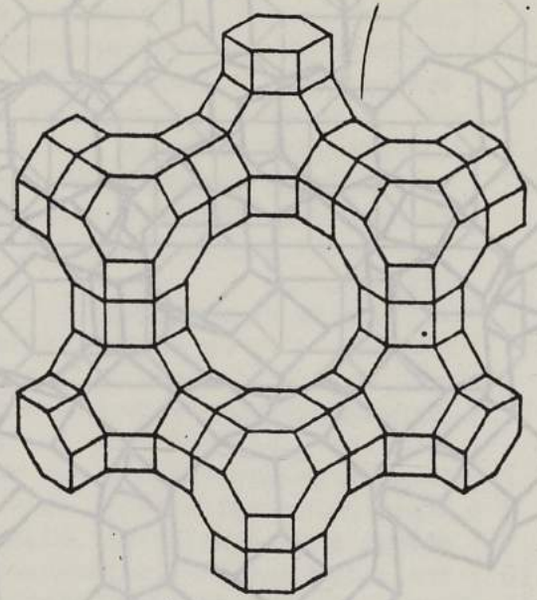


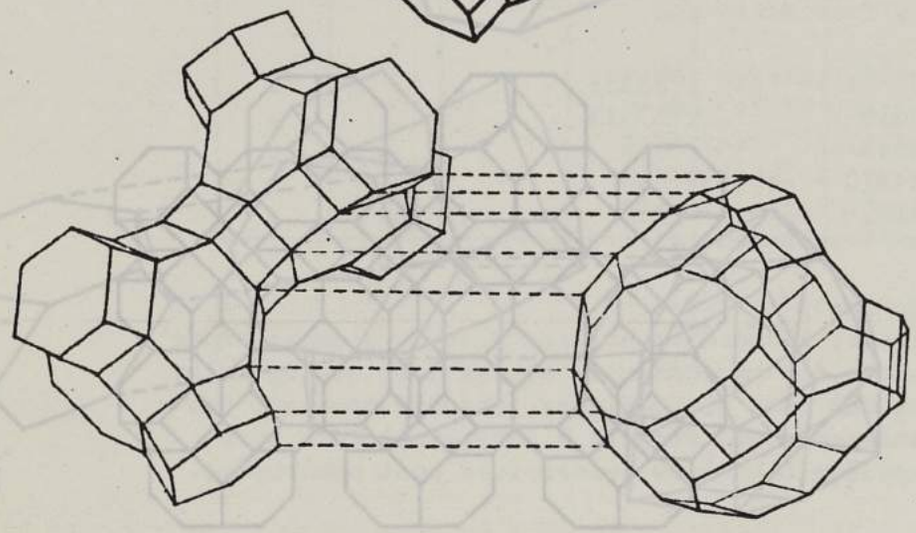


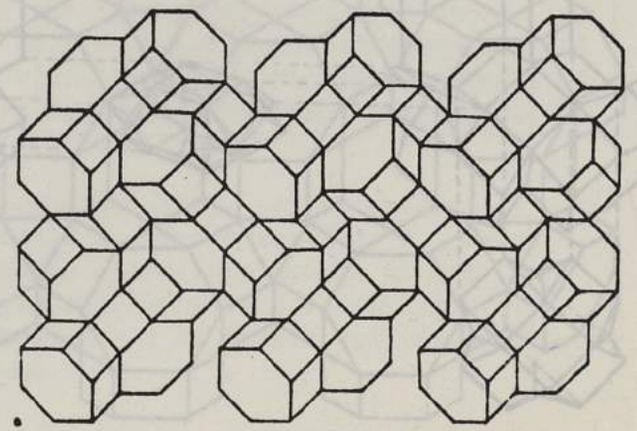


15 TETRAKAIDECA PRISMATIQUE ELAGUE

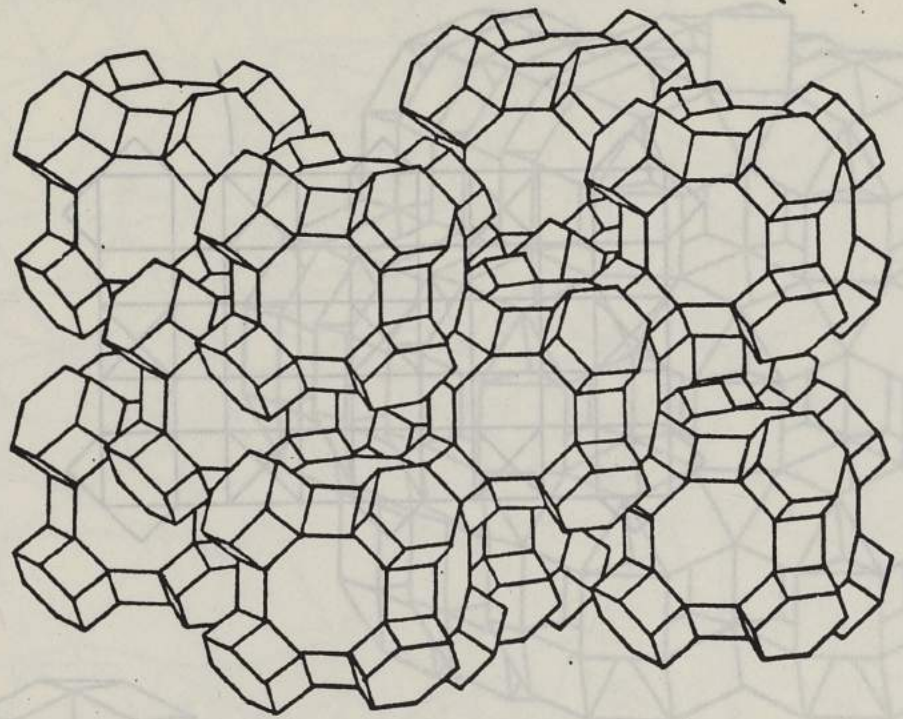


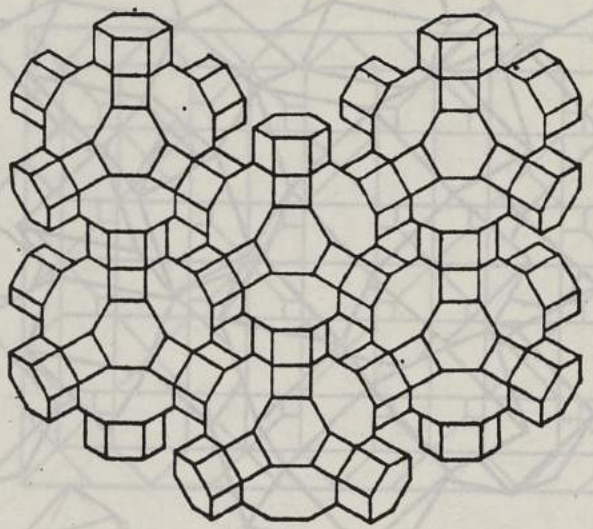


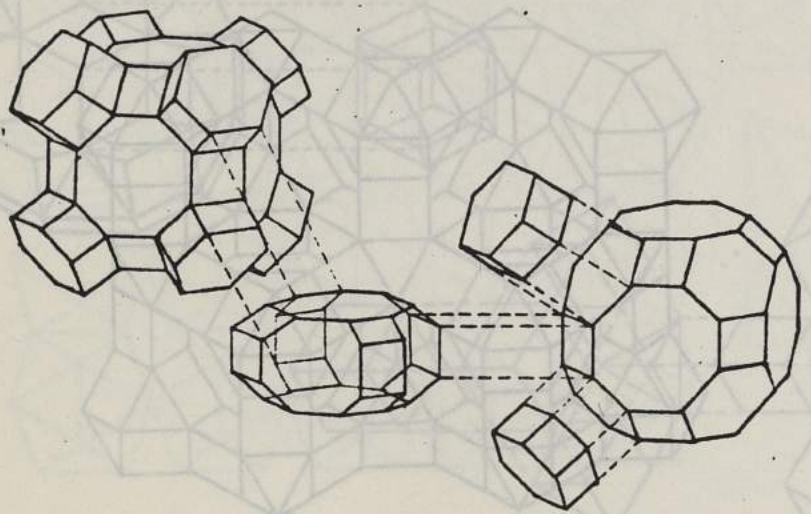


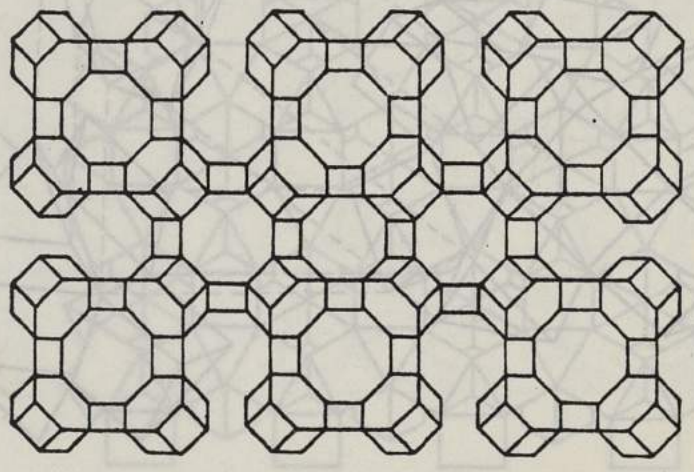


4 GRAND RHOMBICUBOCTA PRISMATIQUE HEXAGONAL

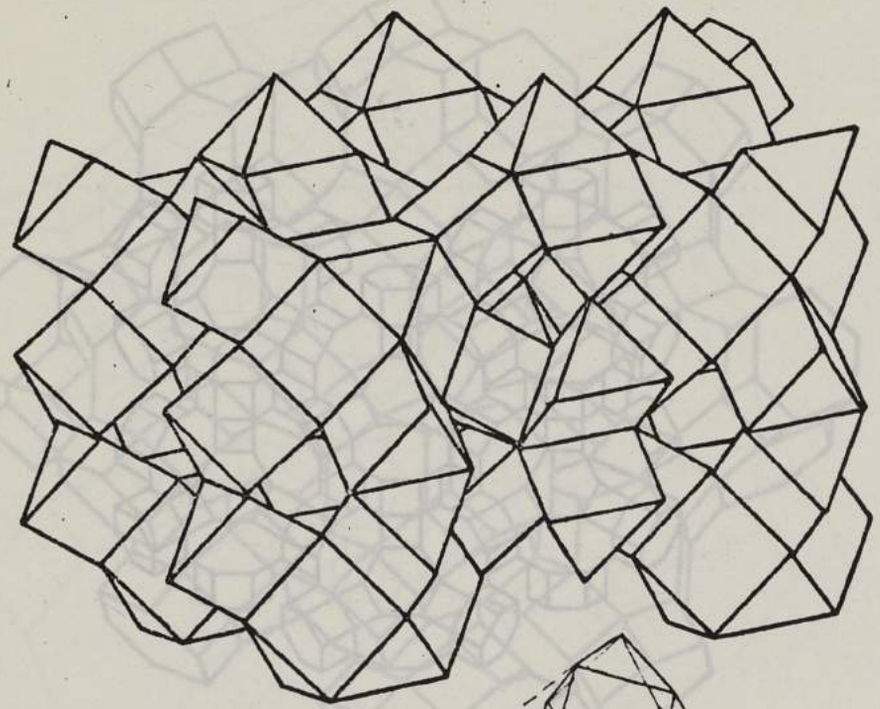


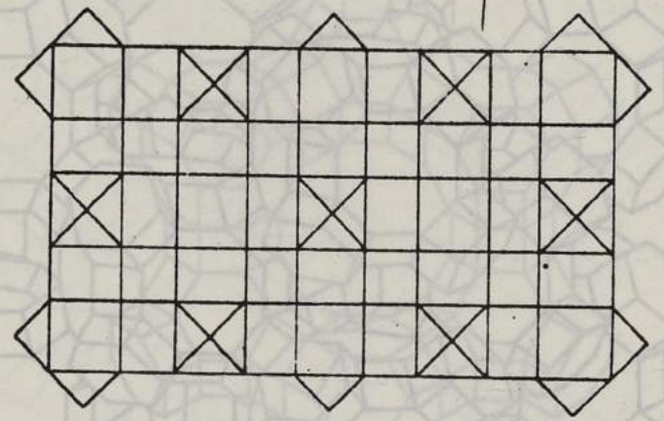


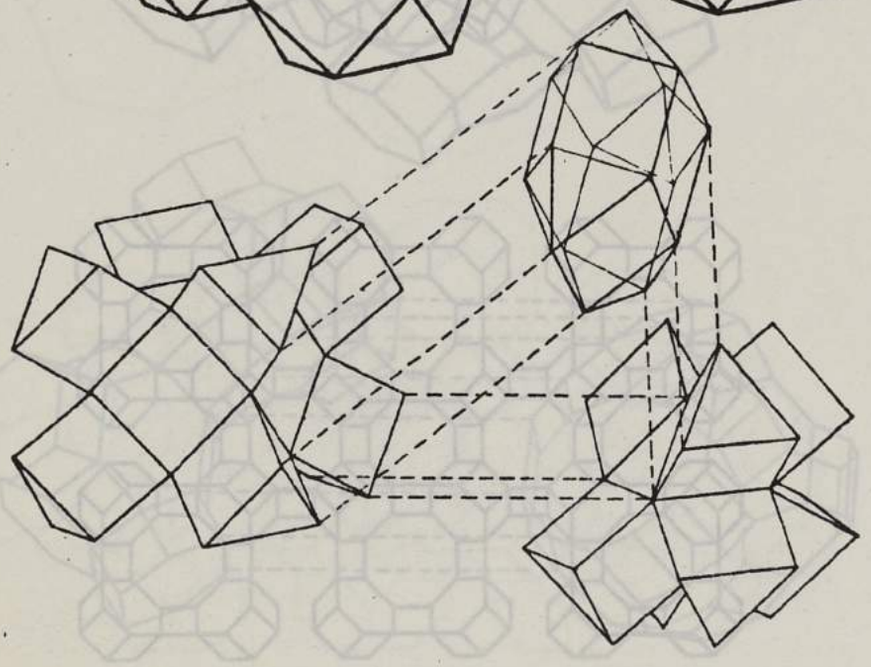


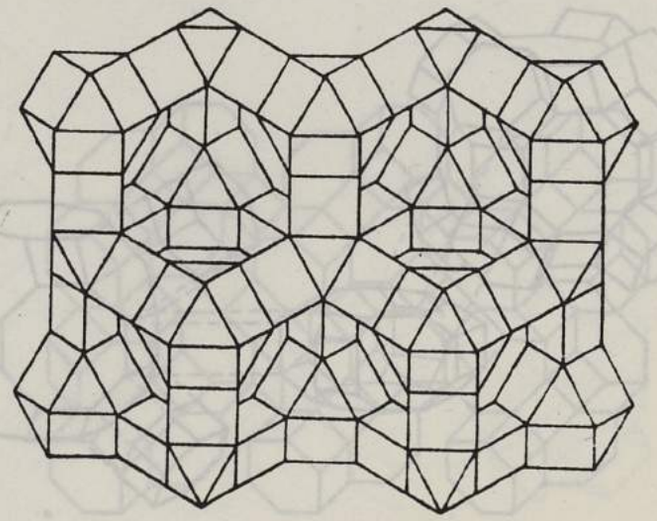


OCTA CUBOCTA PRISMATIQUE

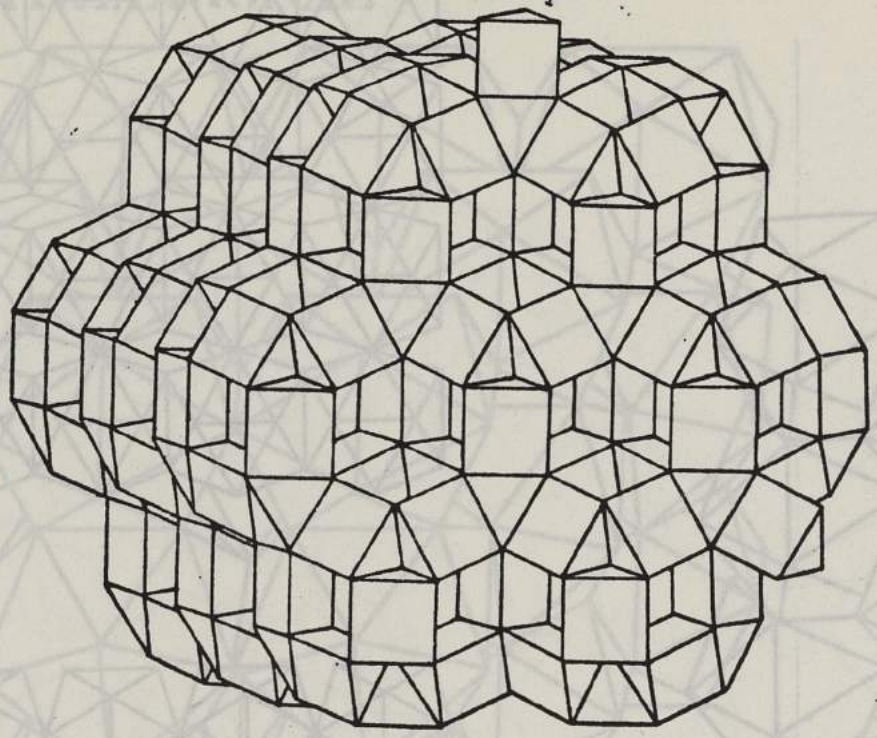


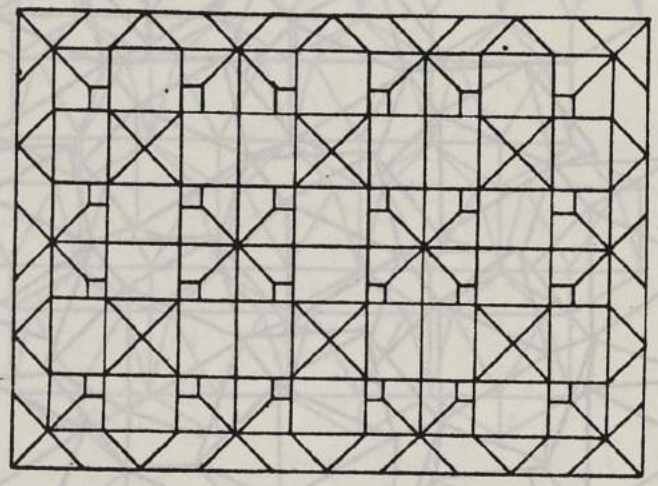


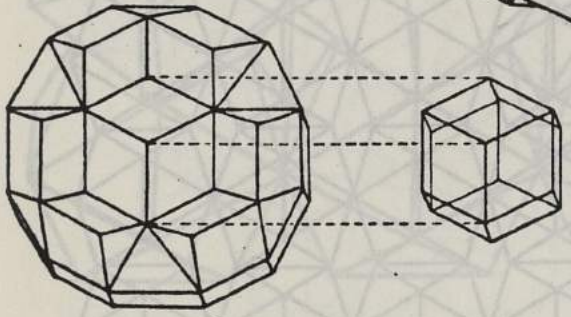


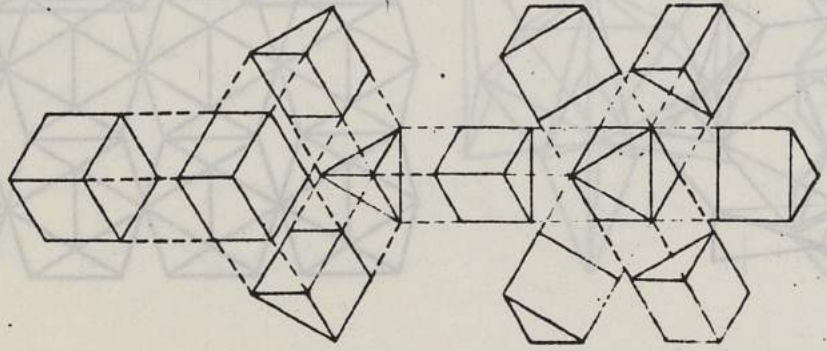


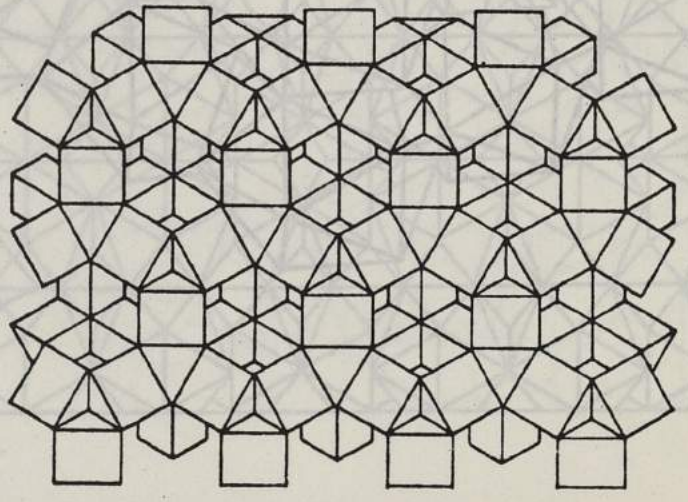
6 TETRA OCTA RHOMBODODECA PRISMATIQUE



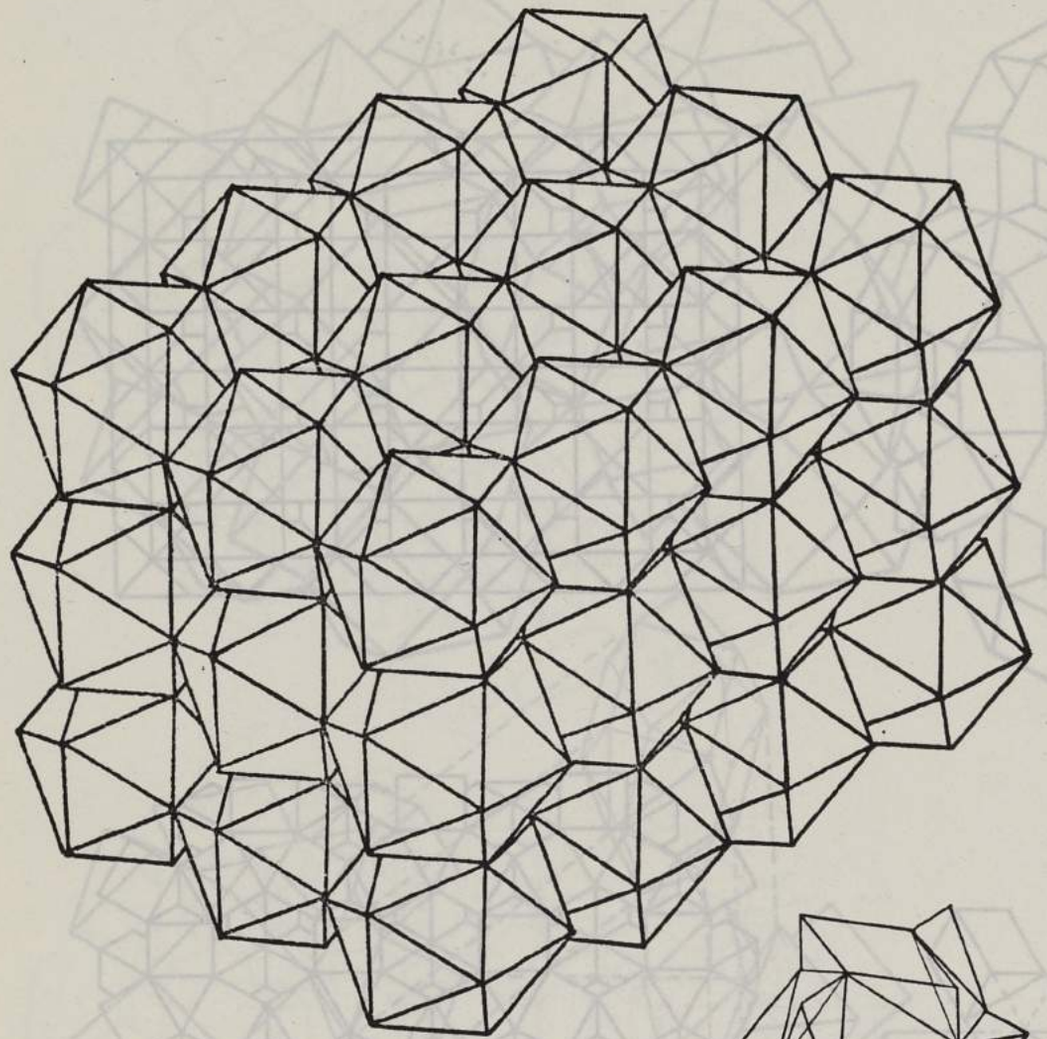


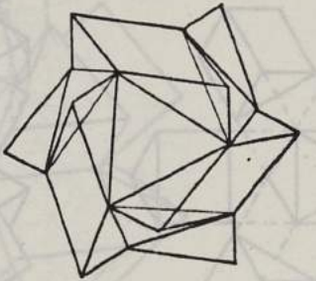


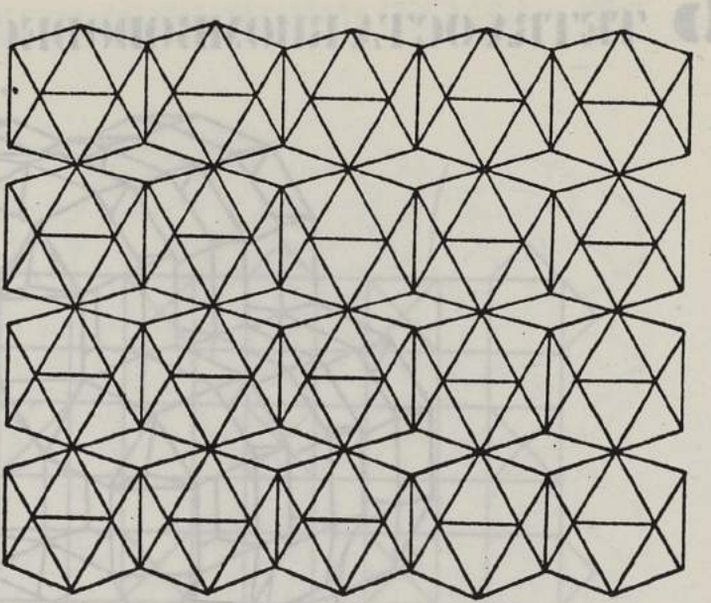


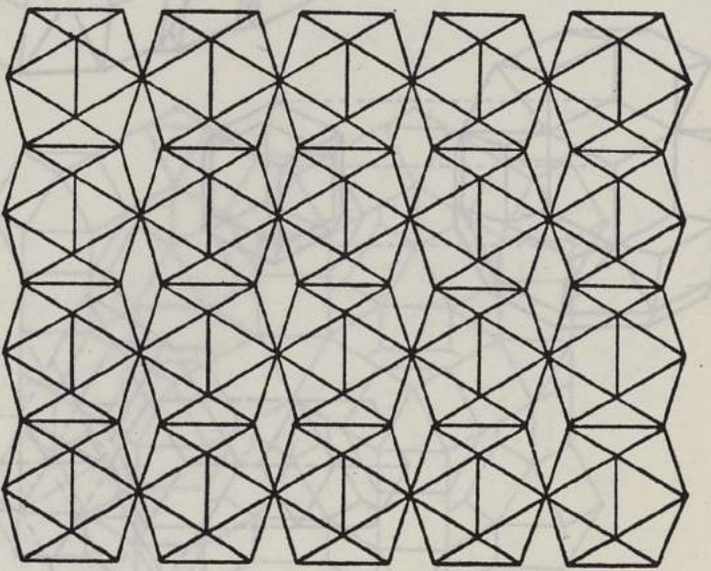


7 ICOSA ORTHOGONAL

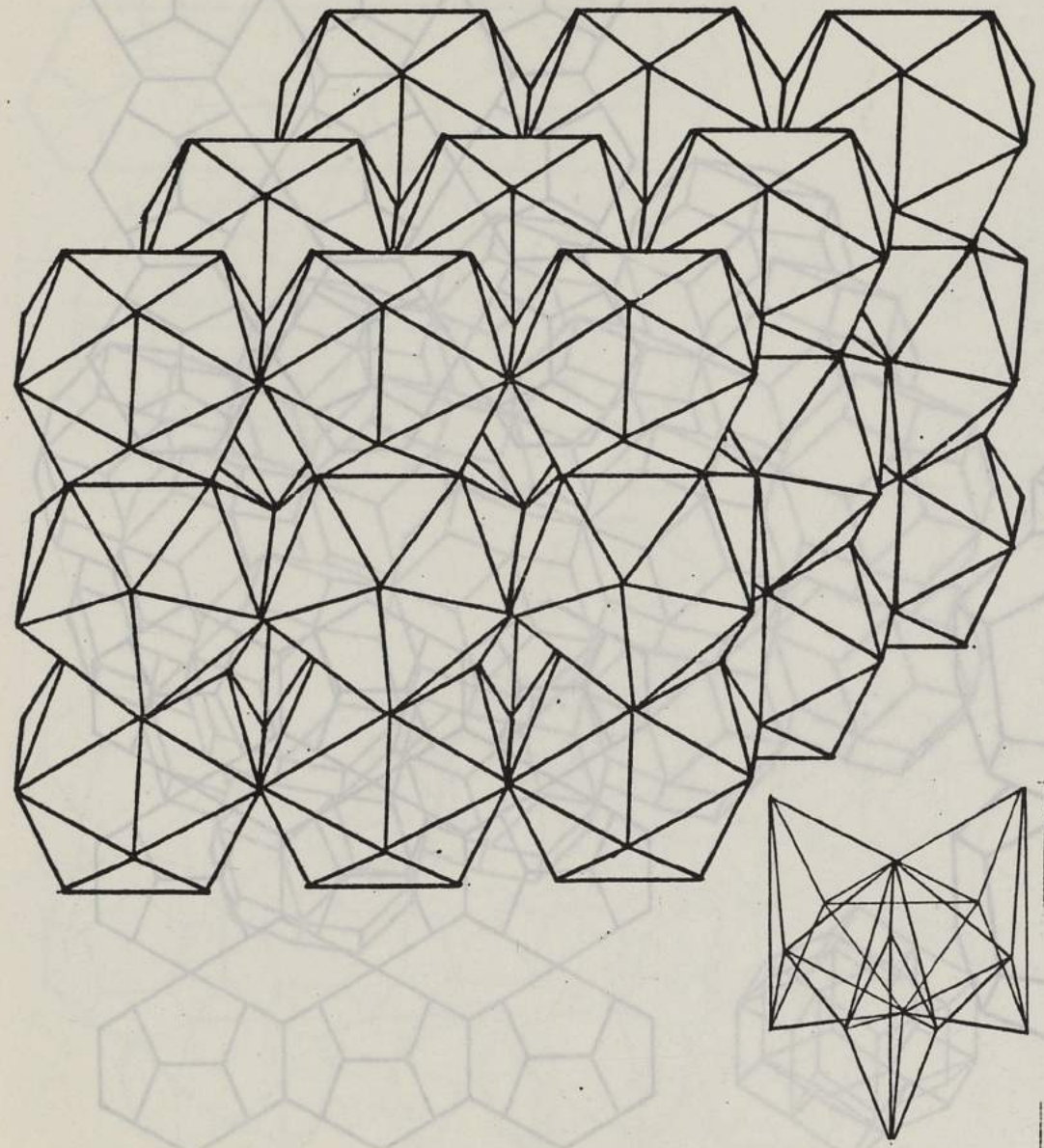


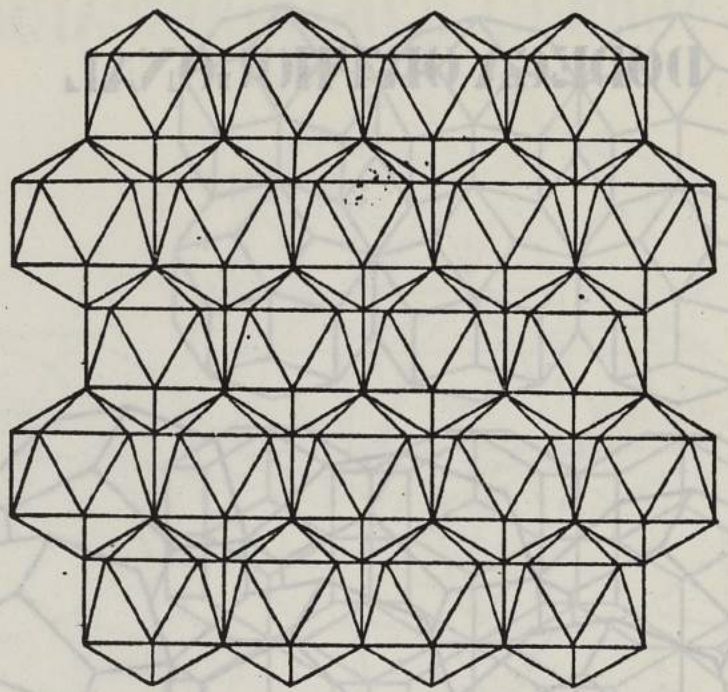


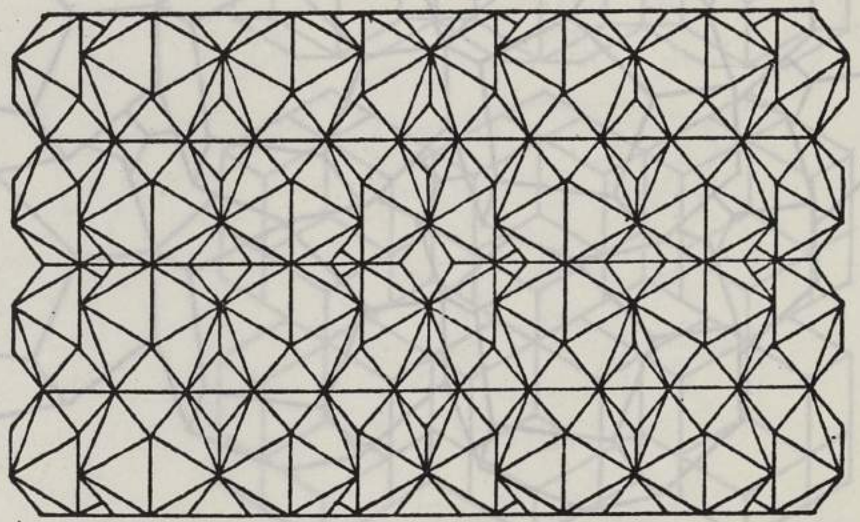




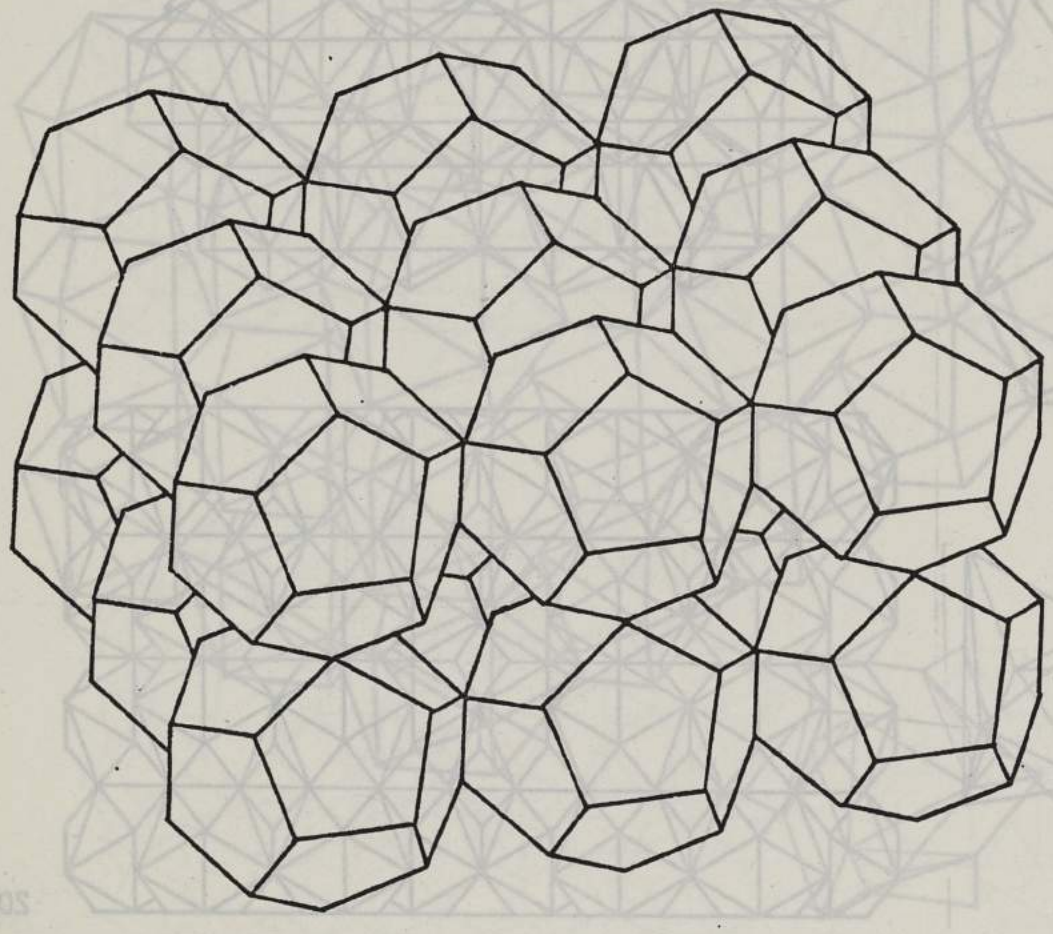
8 ICOSA HEXAGONAL

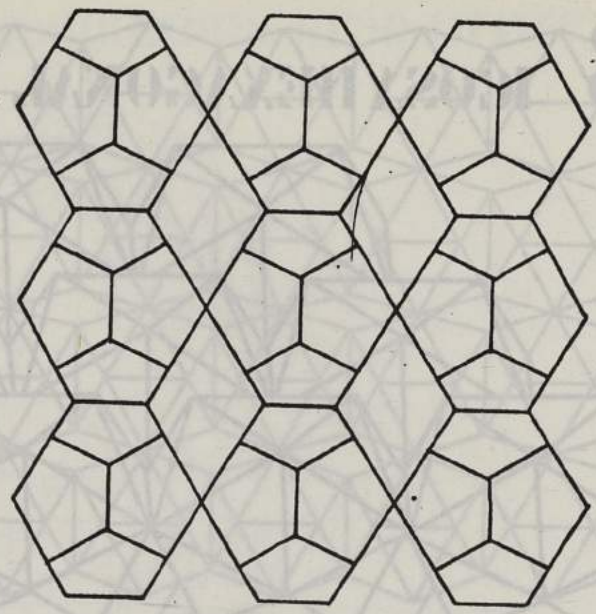


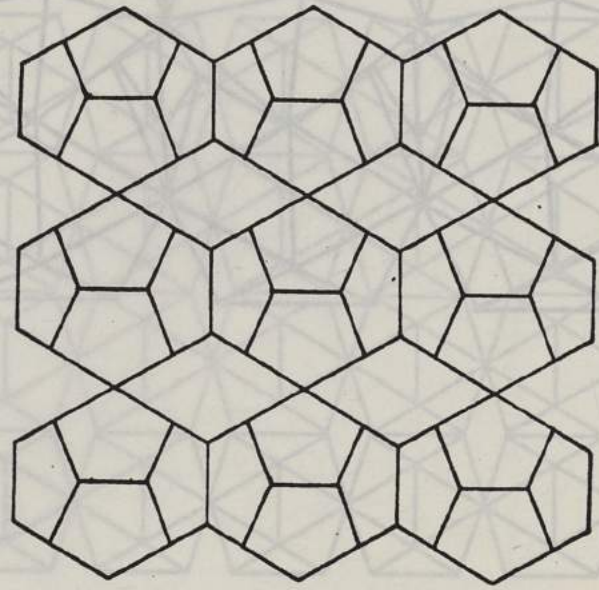




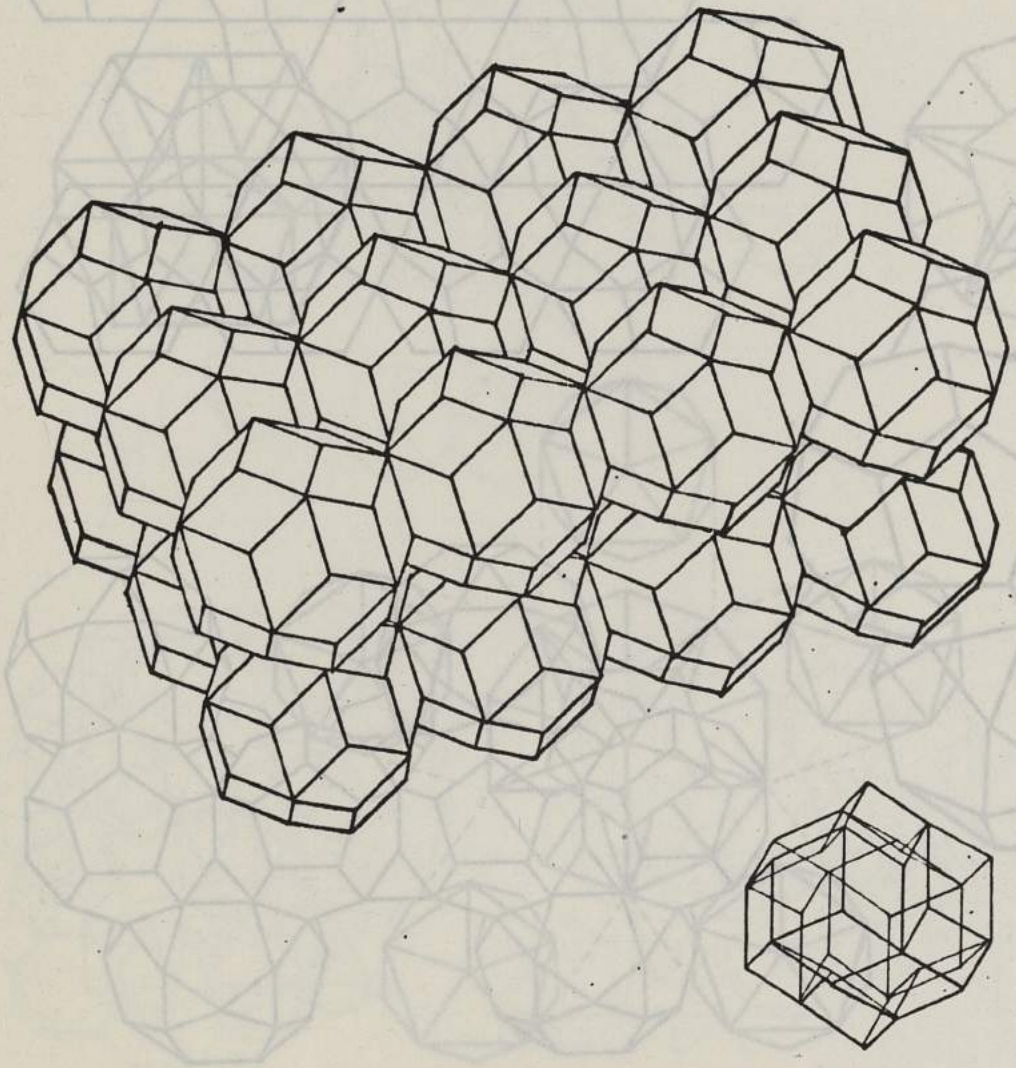
9 DODECA ORTHOGONAL

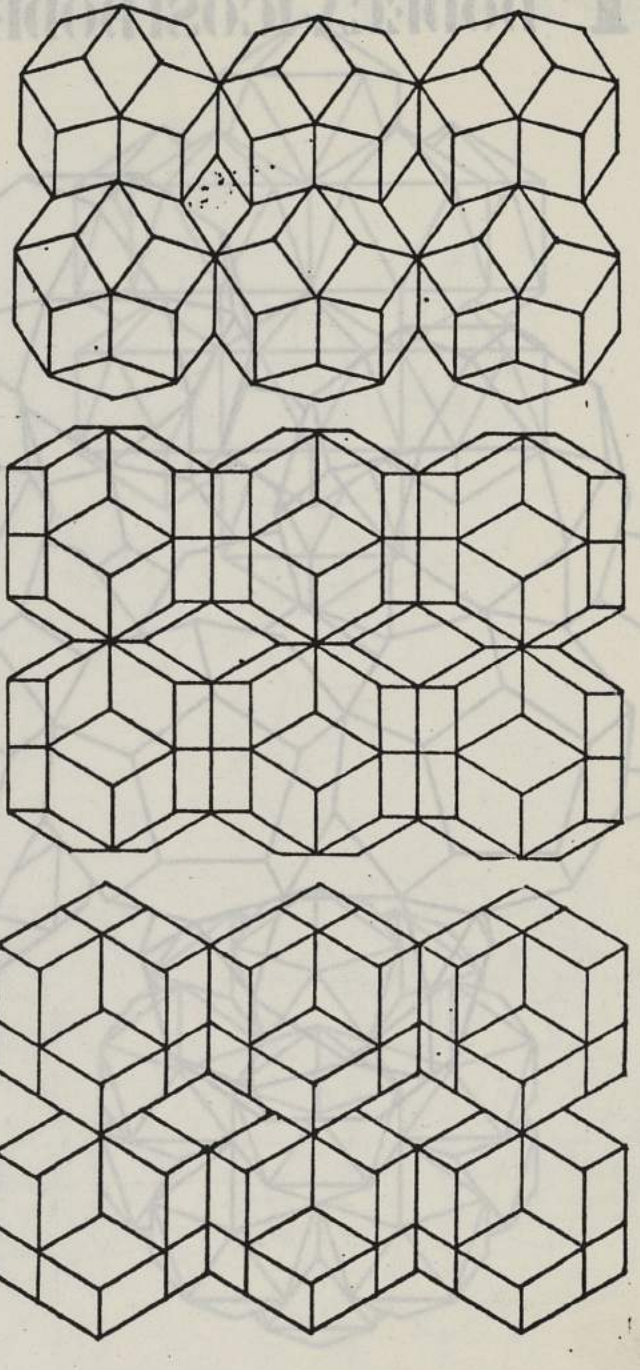




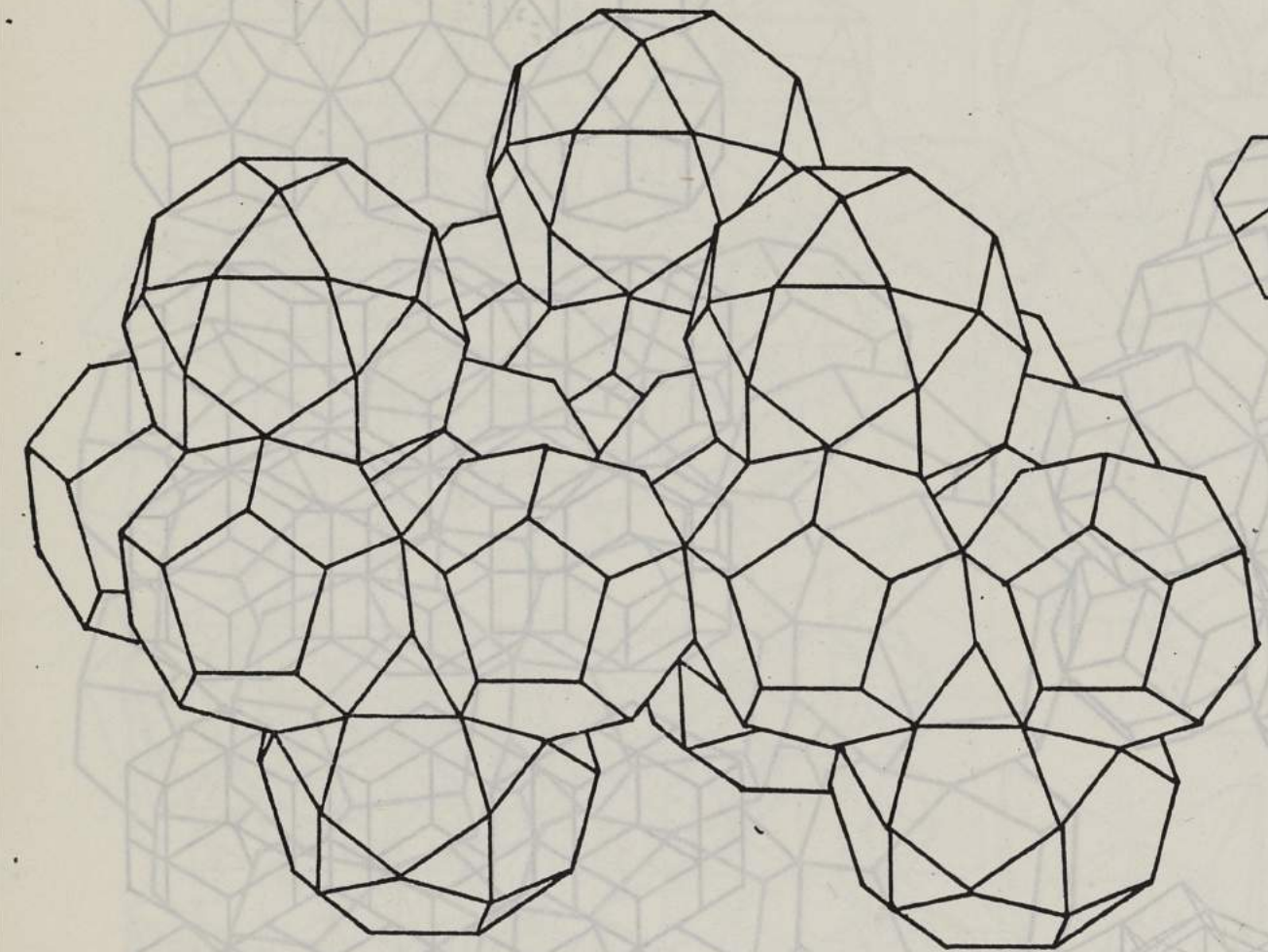


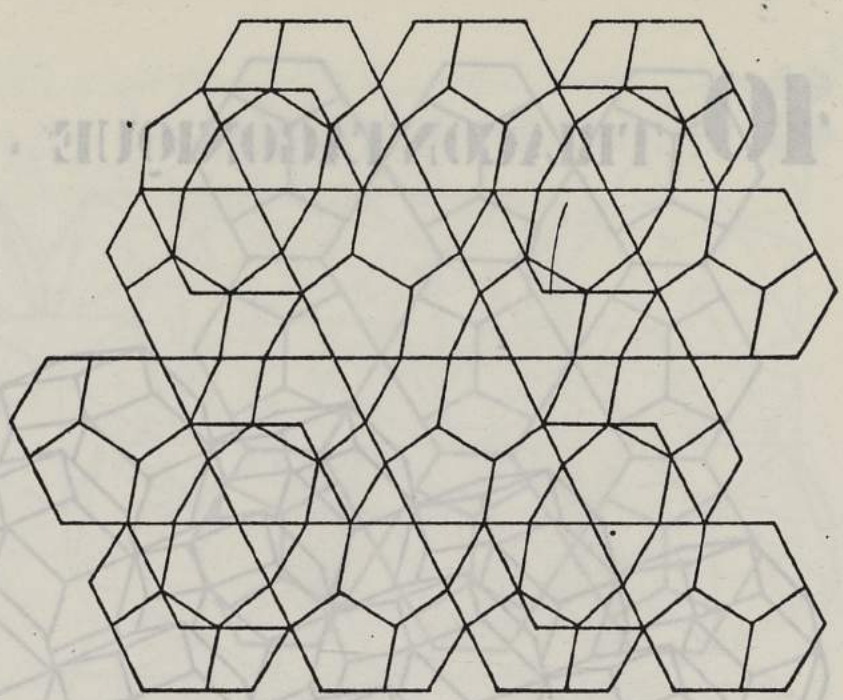
10 TRIACONTAGONIQUE

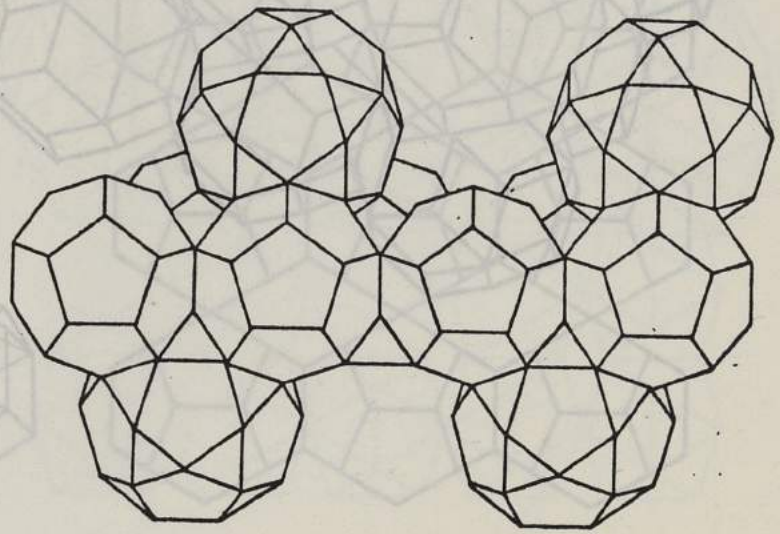




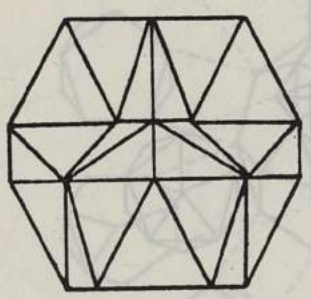
11 DODECA ICOSI DODECAEDRIQUE

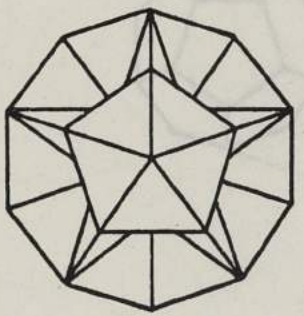


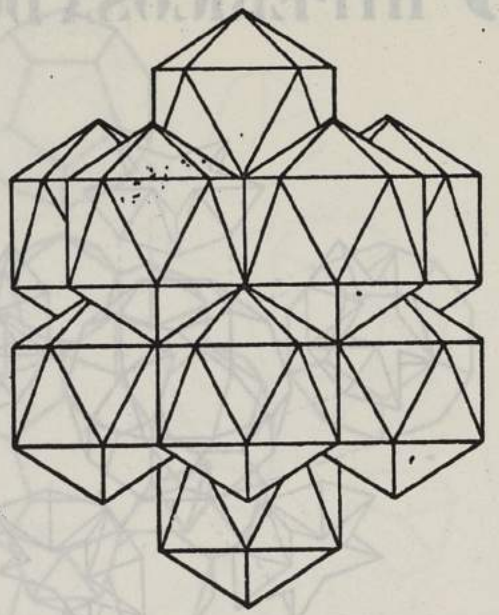


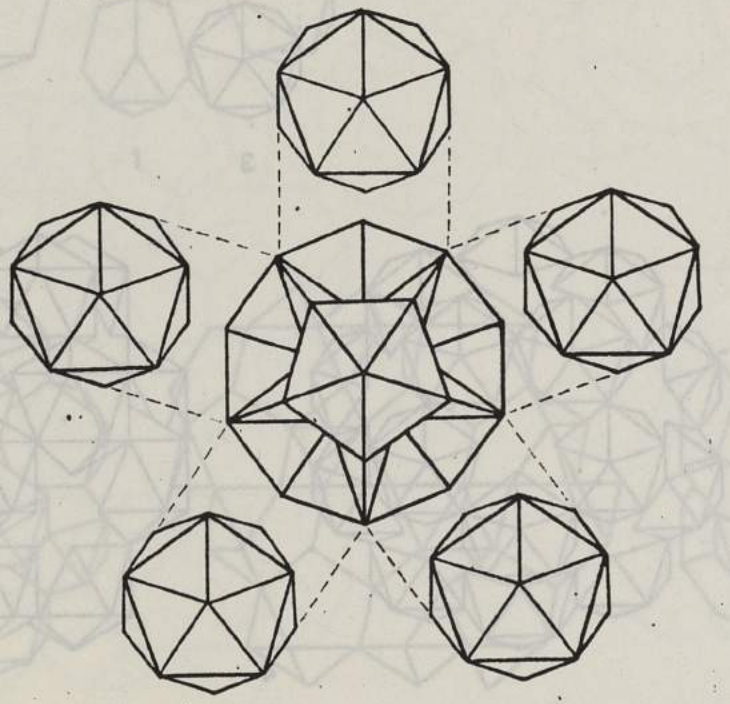


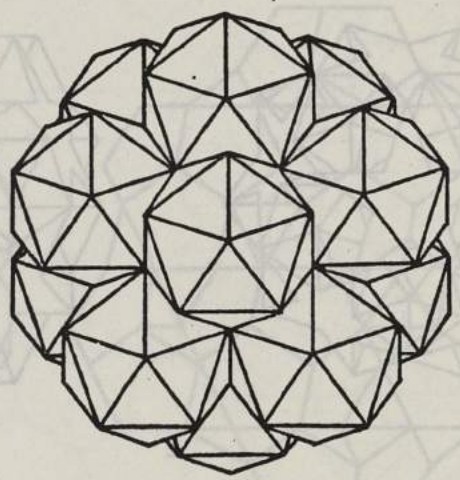
12 HYPERICOSAEDRIQUE



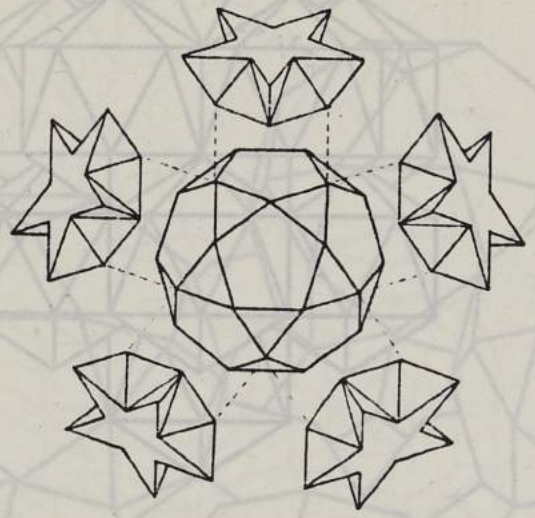




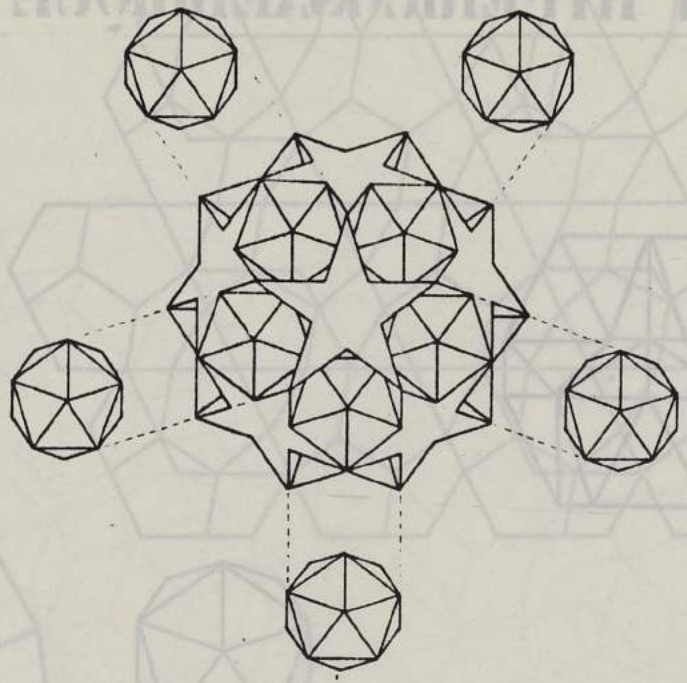




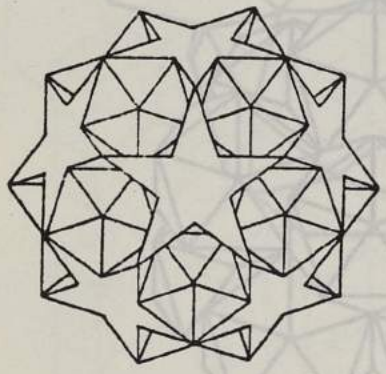
15 HYPERICOSA DODECAEDRE

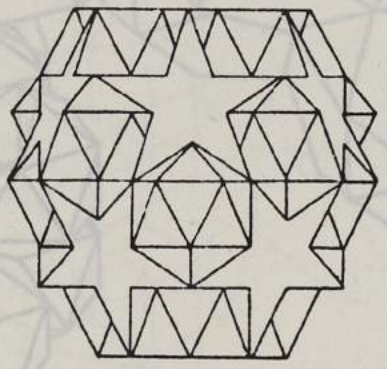


1

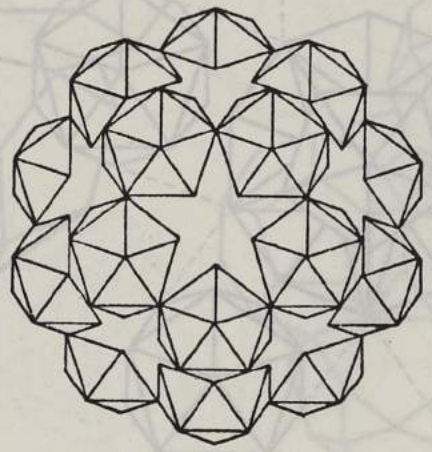


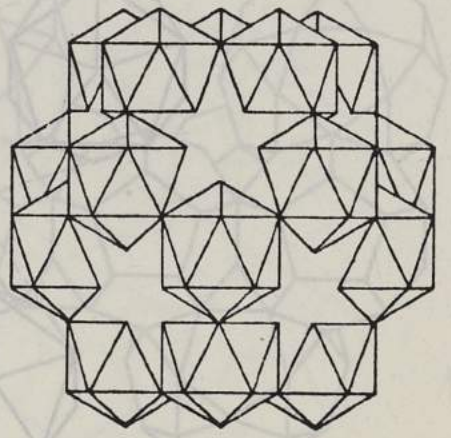
3





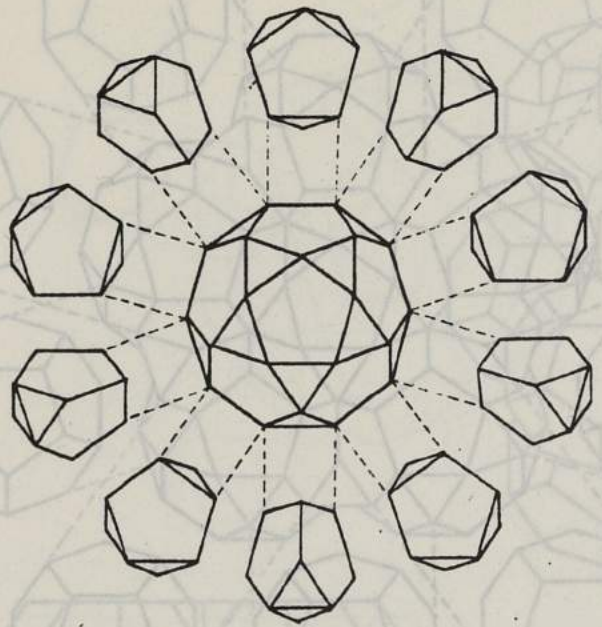
2



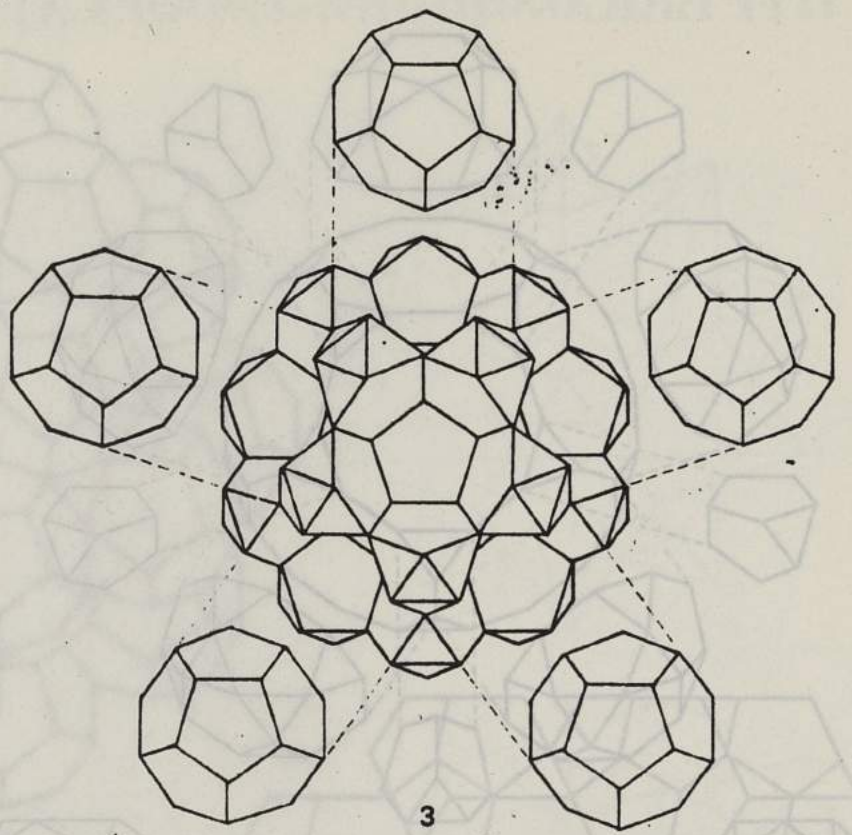


4

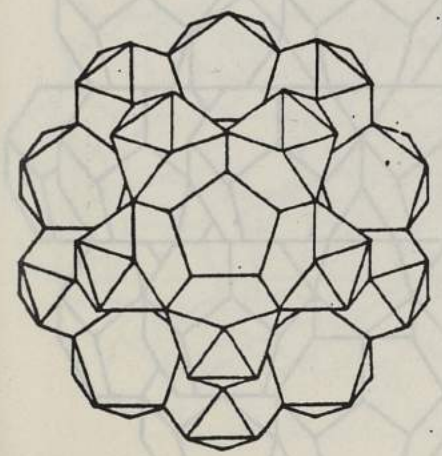
44 HYPERDODECAICOSAEDRE



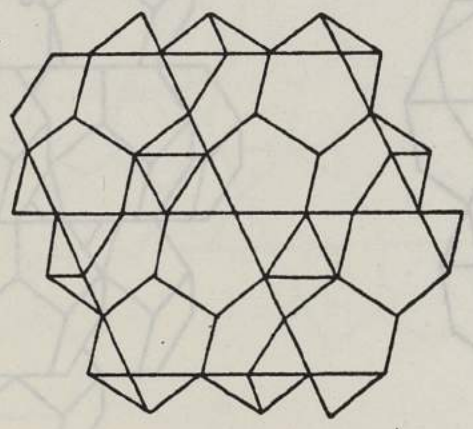
1

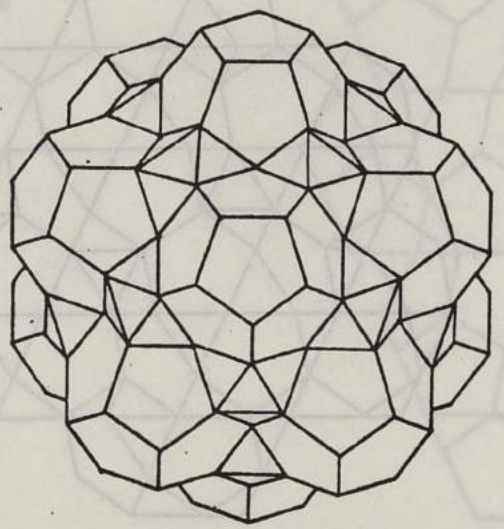


3

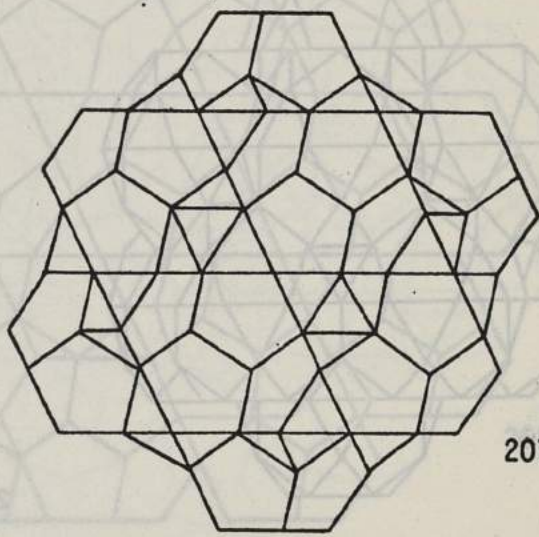


2

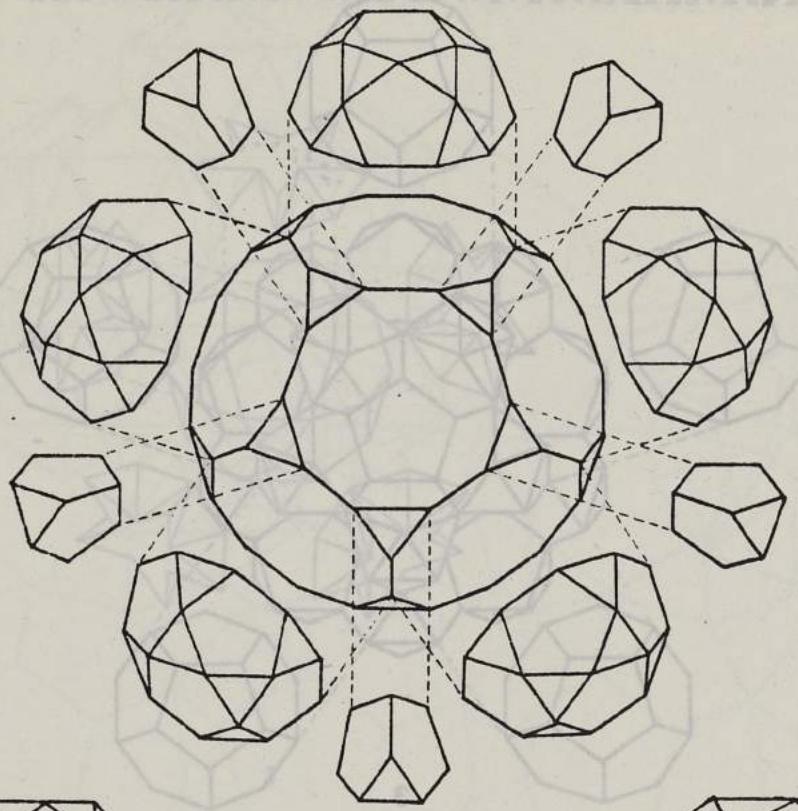




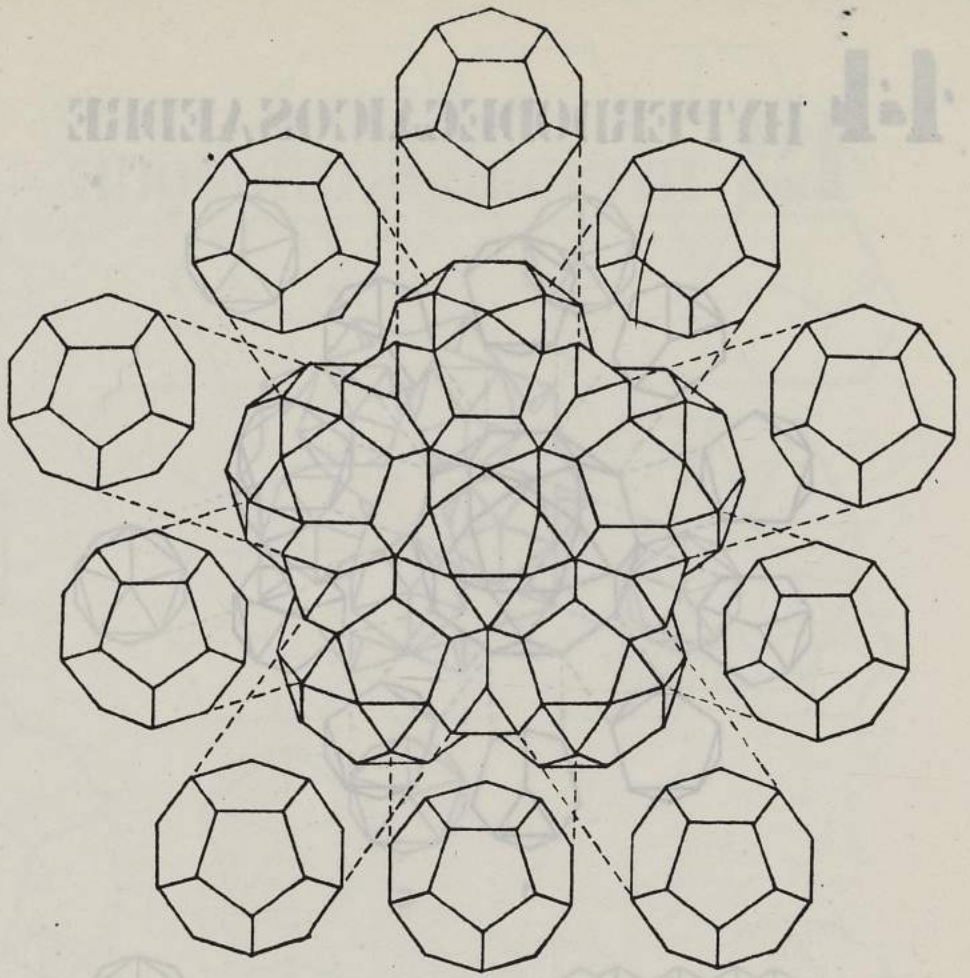
4



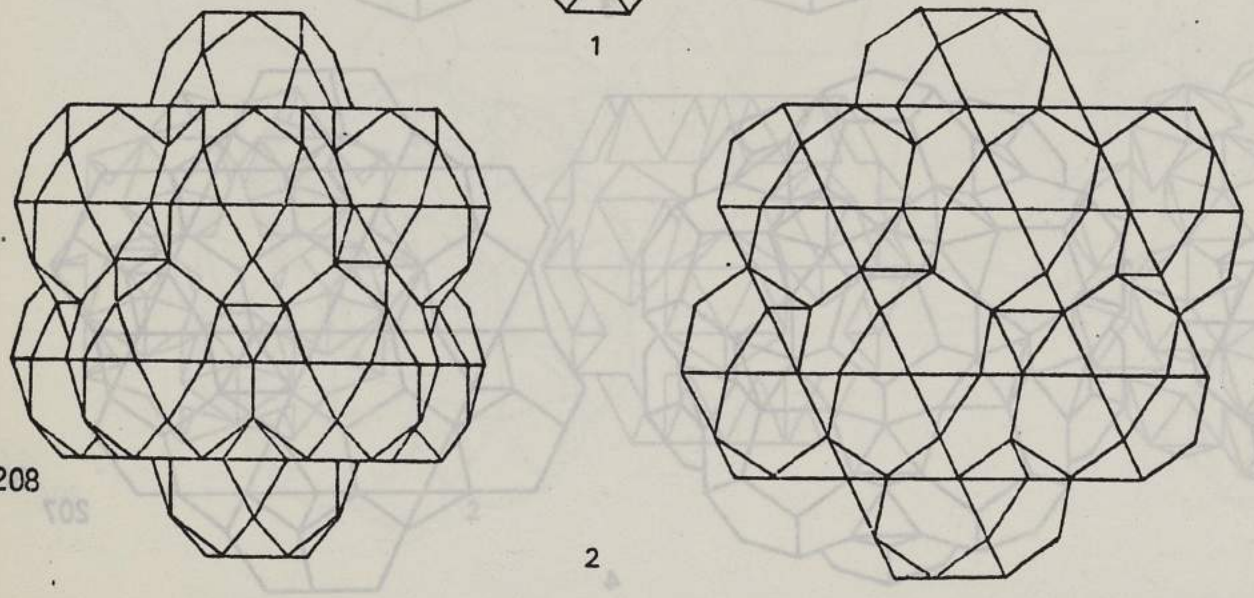
HYPERDODECADODECAEDRE



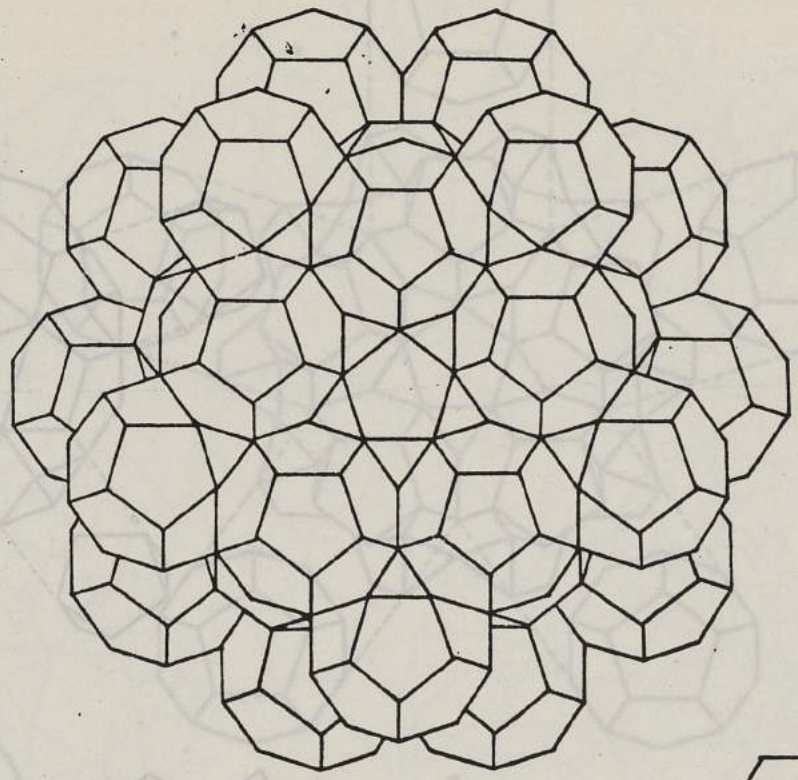
1



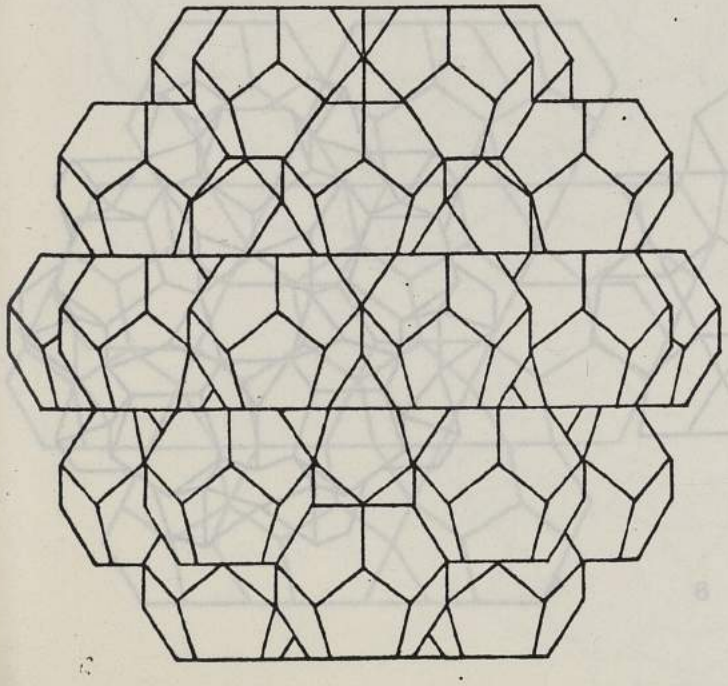
3

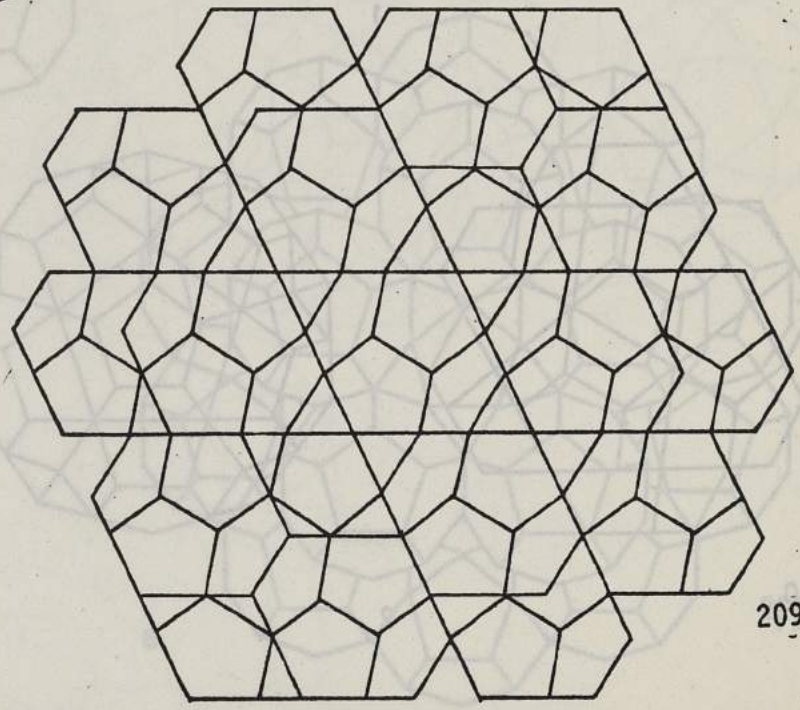


2

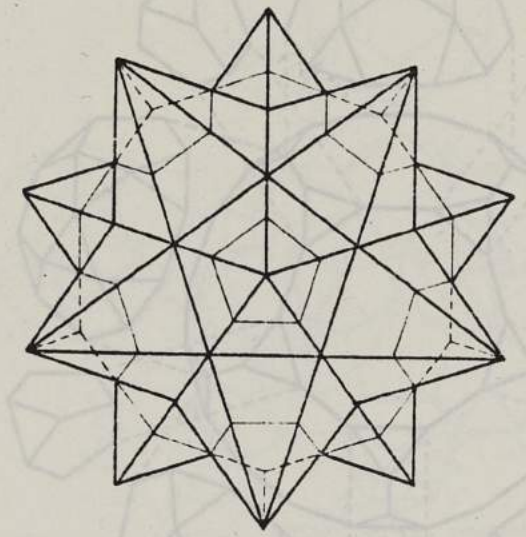


4

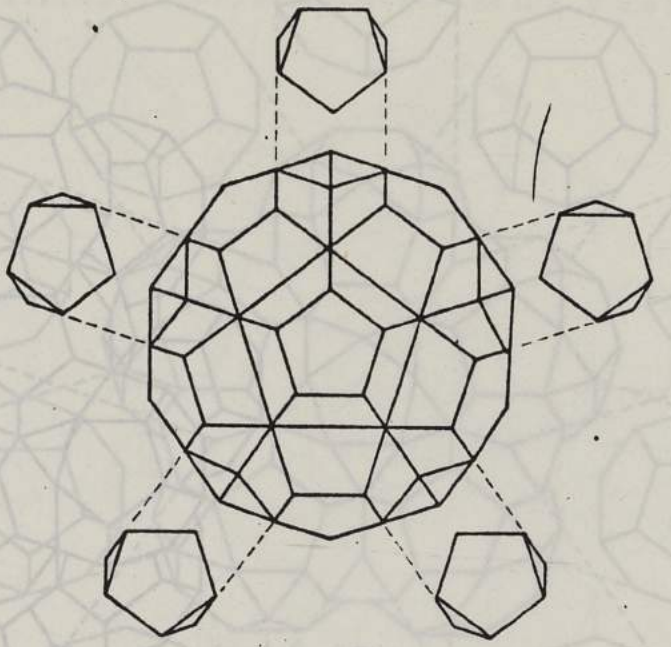




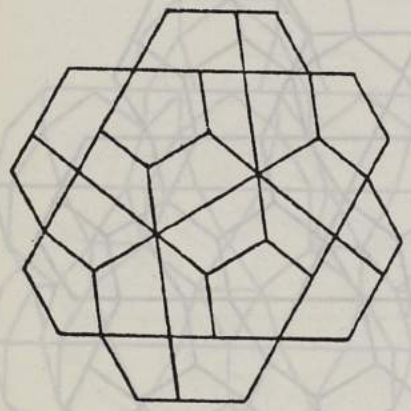
16 HYPERICOSIDODECADODECAEDRE

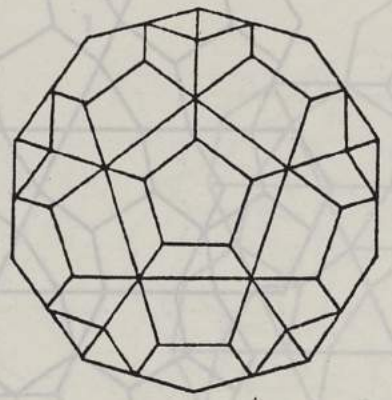


1

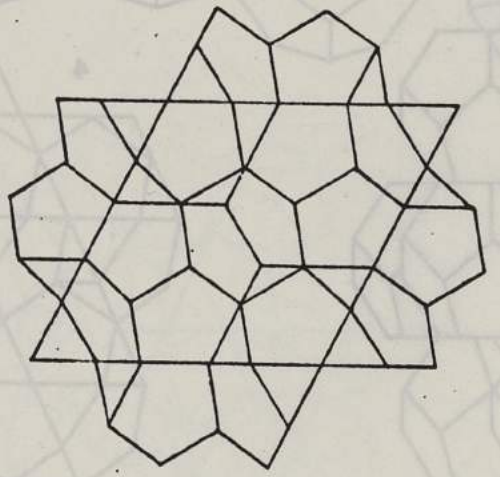


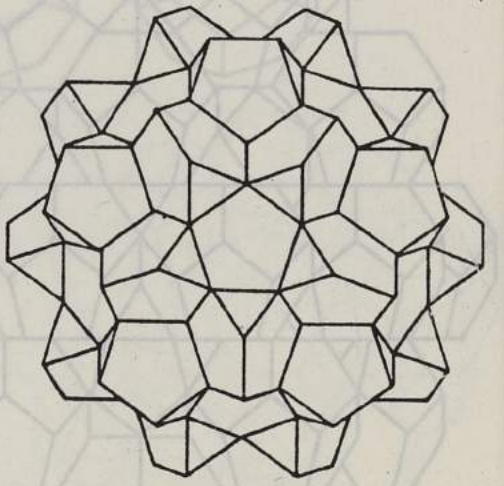
3



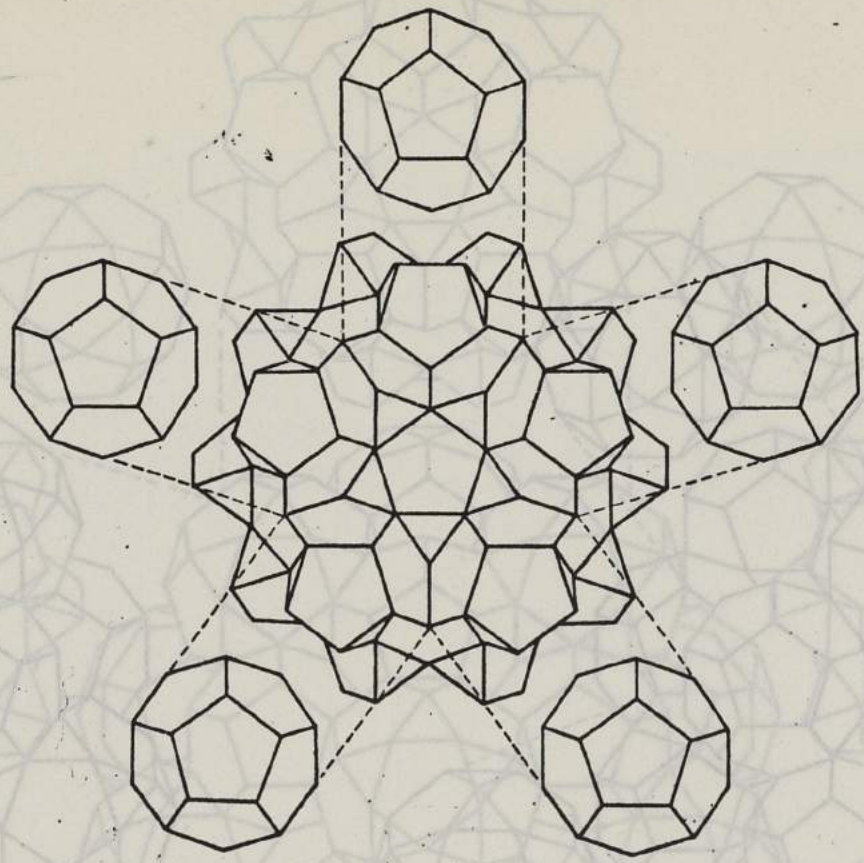


2

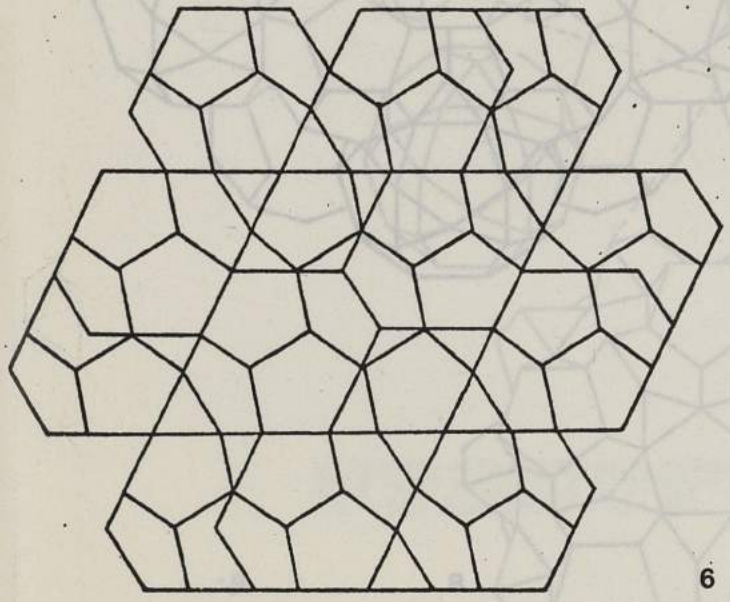




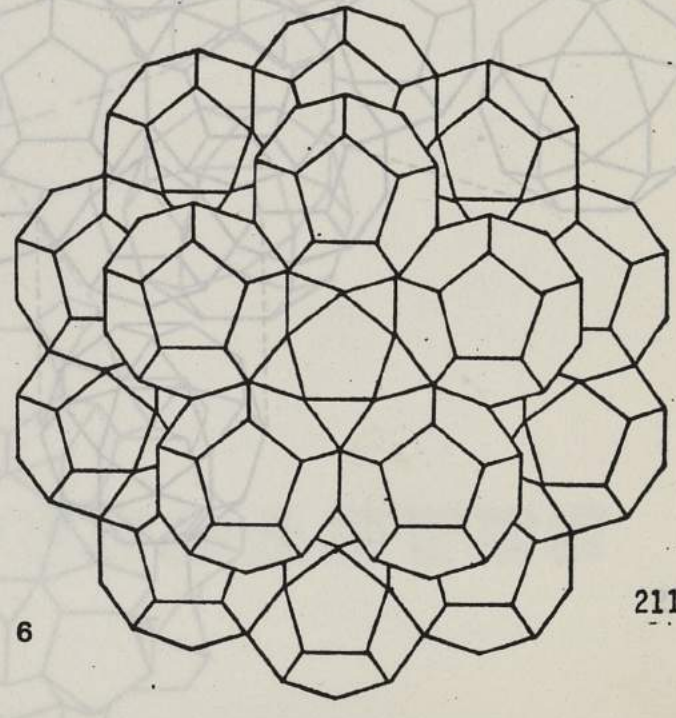
4



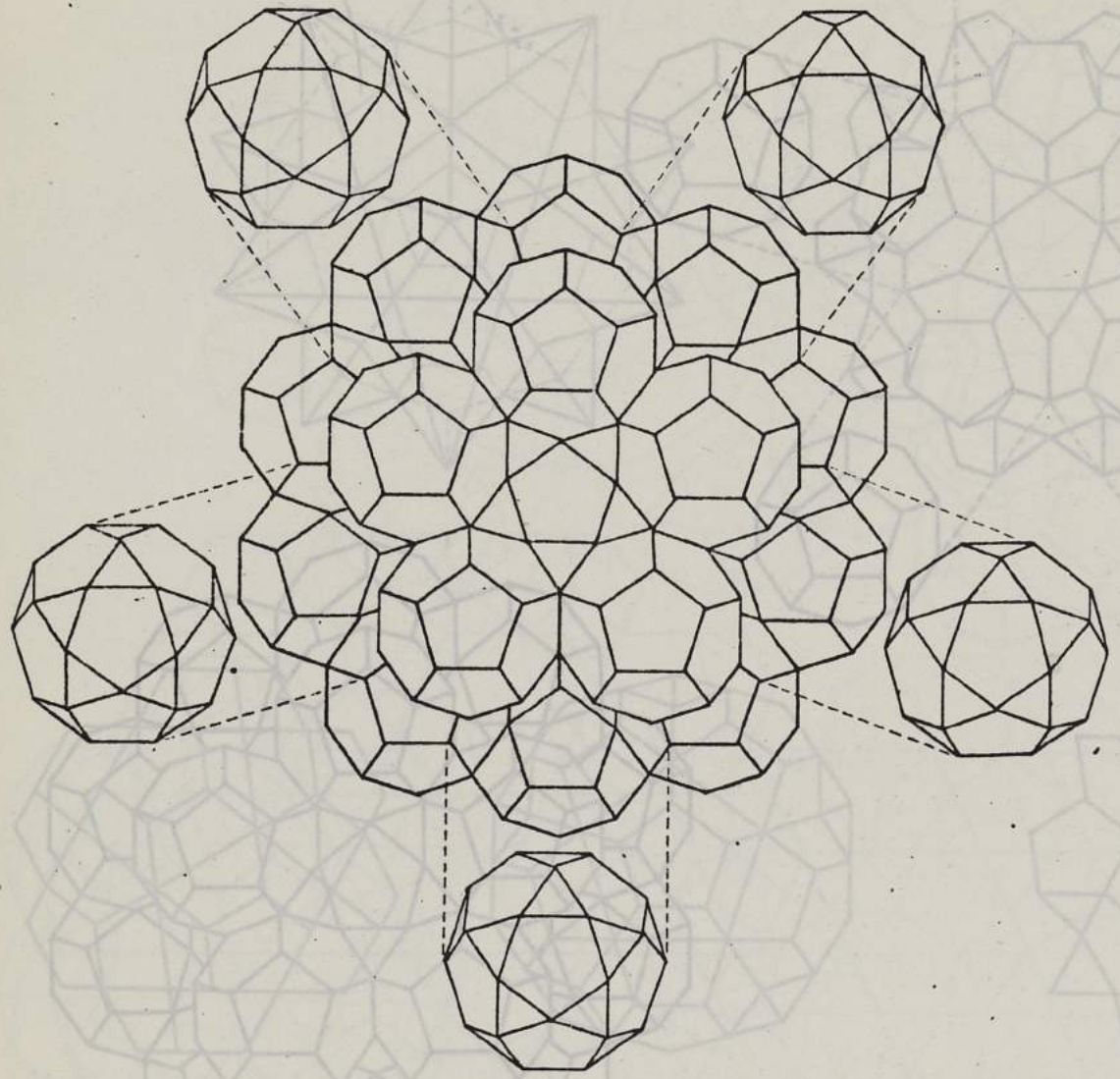
5



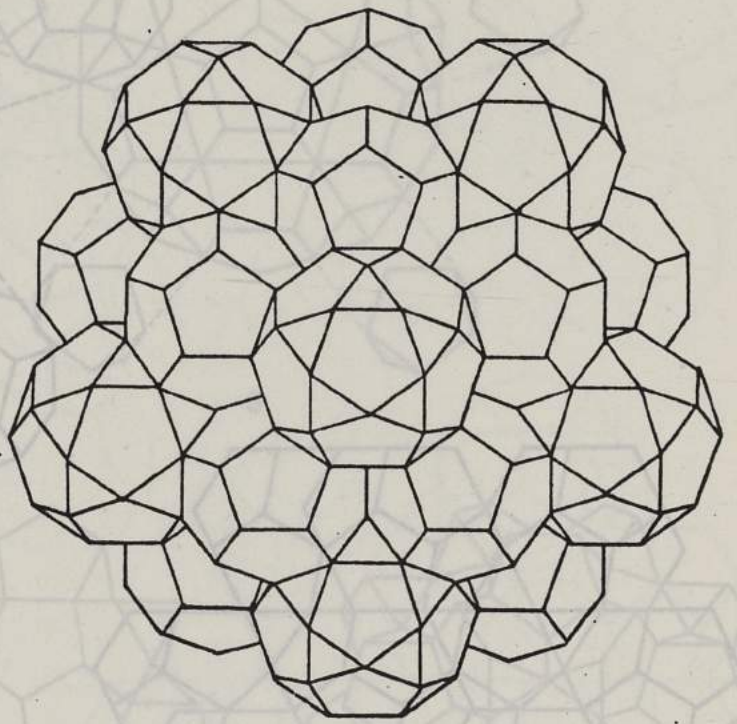
6



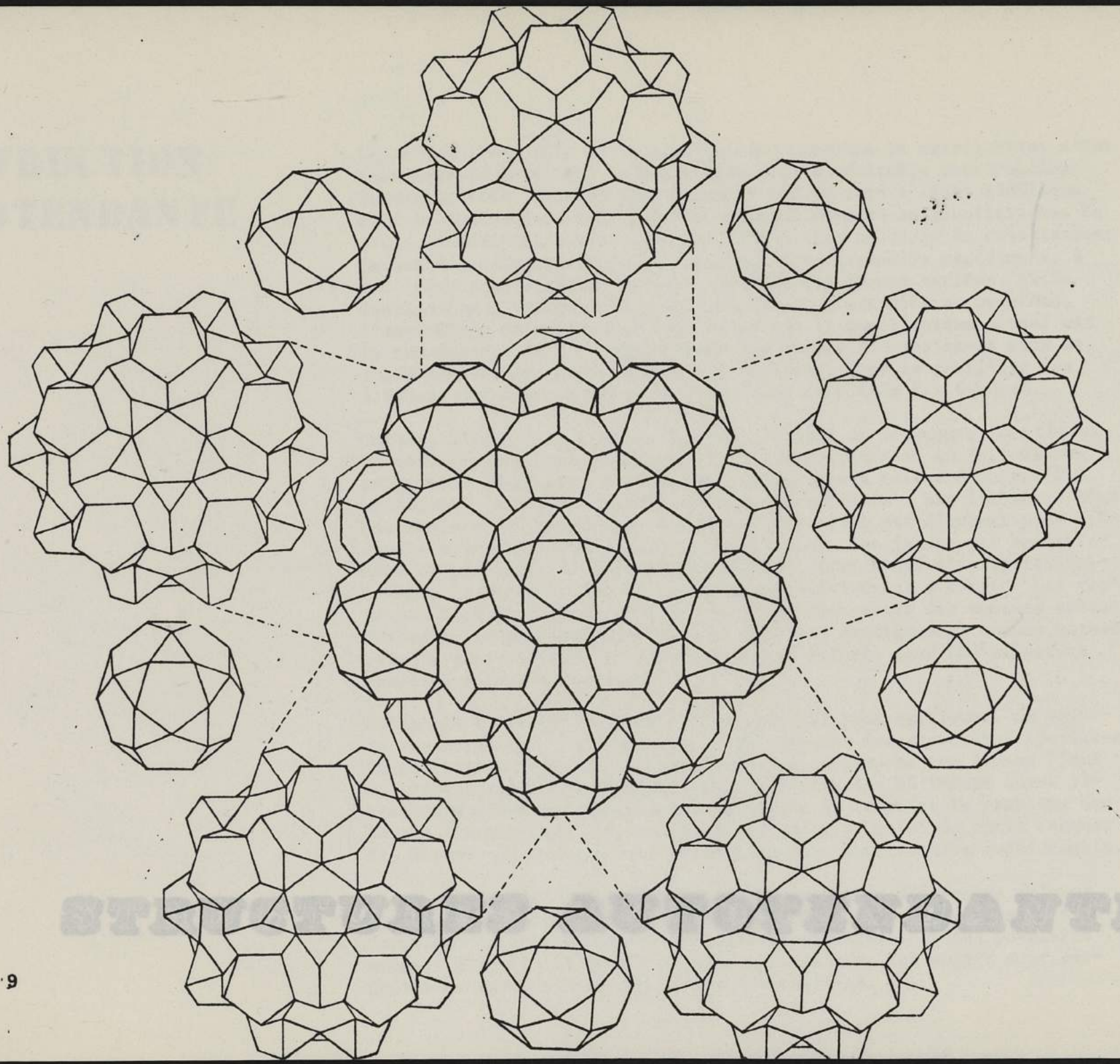
6

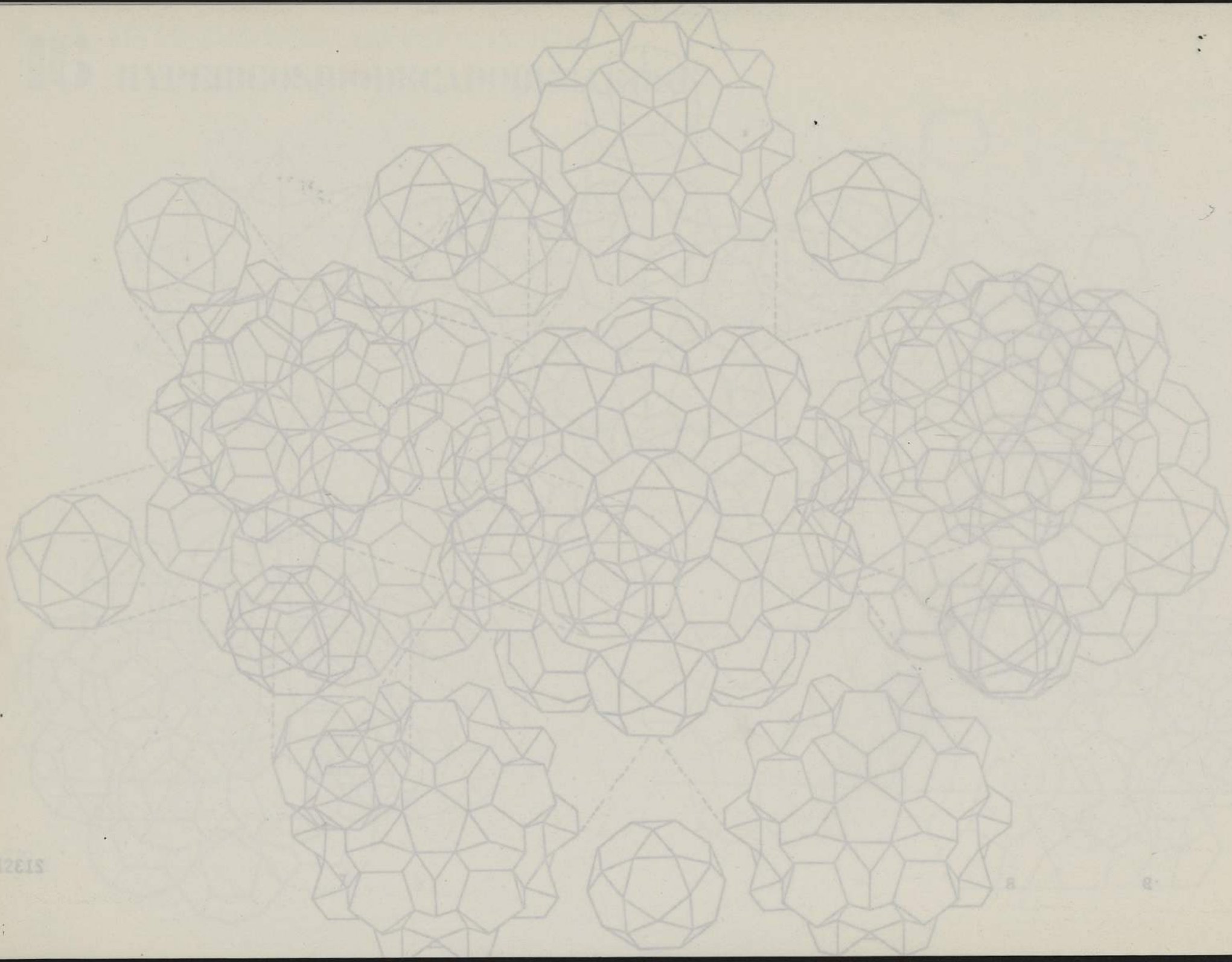


7



8



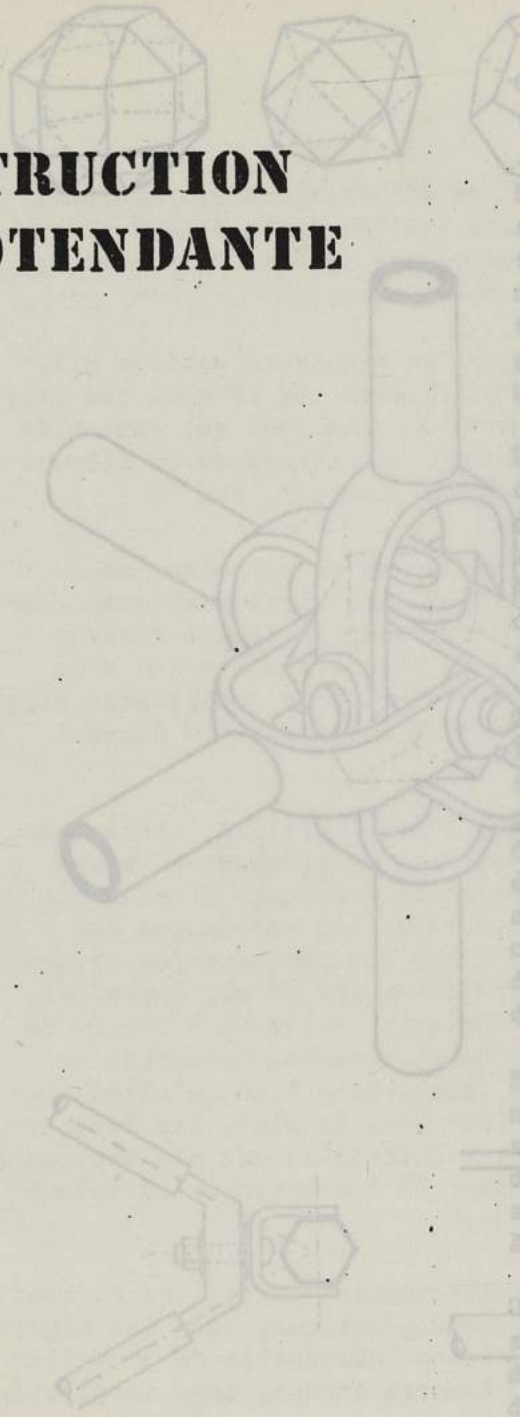


CONTRUCTION
AUTOTENDANTE

STRUCTURES AUTOTENDANTES

STANDARD AUTOTUNDANTES

CONTRUCTION AUTOTENDANTE

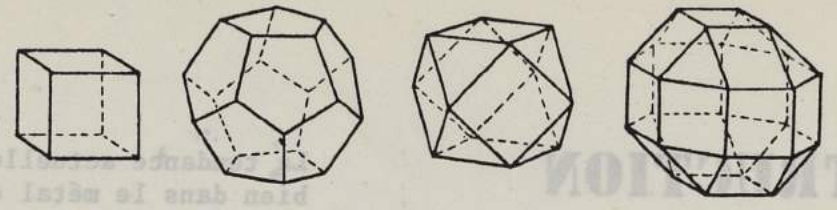


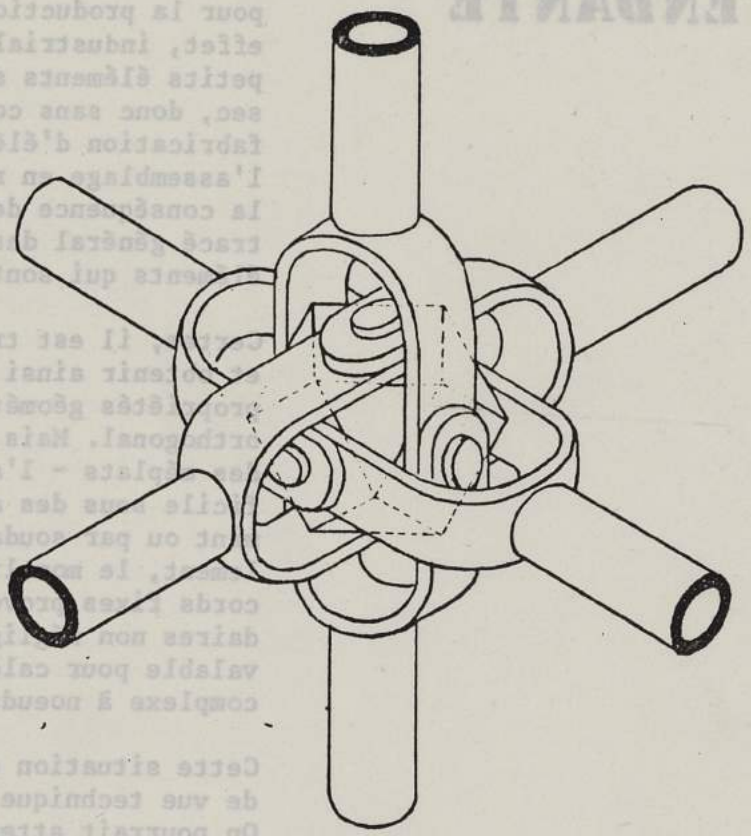
La tendance actuelle de la construction favorise le monolithisme aussi bien dans le métal que le béton,bien que la véritable construction industrialisée, dont on peut attendre tôt ou tard l'effet bénéfique pour la production, soit fondamentalement opposée au monolithisme. En effet, industrialisation signifie fabrication en série de relativement petits éléments standards, qui peuvent être assemblés rapidement, à sec, donc sans colle ni soudure, et dans des formes variées. Si la fabrication d'éléments de structure en soi n'est plus un problème, l'assemblage en reste un, étant donné que le monolithisme actuel est la conséquence de l'orthogonalisme des formes non seulement dans le tracé général des structures, mais également dans le profilage des éléments qui sont, excepté le tube, tous fabriqués à l'équerre.

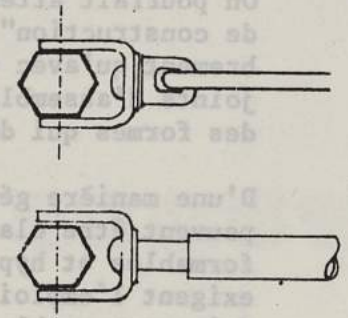
Certes, il est très aisé de découper le tube en longueurs identiques et obtenir ainsi une excellente barre de compression du fait de ses propriétés géométriques nettement supérieures à celles d'un profilé orthogonal. Mais, à cause de ces mêmes propriétés - par l'absence même des méplats - l'assemblage des formes arrondies est d'autant plus difficile sous des angles quelconques. De plus, les joints par encastrement ou par soudage ne font que rétablir, pour ainsi dire artificiellement, le monolithisme qu'on cherchait précisément à éviter. Les raccords fixes provoquent en outre dans les charpentes des moments secondaires non négligeables. Enfin, il n'existe pratiquement aucune méthode valable pour calculer la répartition des efforts dans une structure complexe à noeuds encastrés.

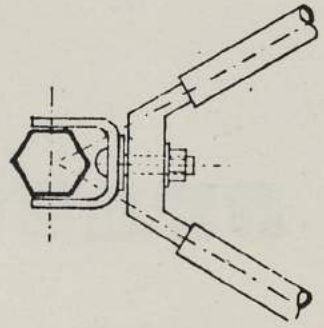
Cette situation est la cause principale qui peut expliquer, du point de vue technique, la lenteur du développement des structures spatiales. On pourrait attendre, en effet, qu'elles deviennent ces fameux "jeux de construction" avec lesquels on construira des bâtiments aussi librement qu'avec un "meccano", à condition de résoudre le problème des joints d'assemblages articulés, d'une part, et celui du choix adequat des formes qui doivent être d'une géométrie constructive indéformable.

D'une manière générale, des structures composées d'éléments oblongs peuvent être classées, en effet, comme déformables, strictement indéformables et hyperstatiques de degré déterminable. Si les premières exigent l'emploi de joints soudés ou encastrés, les autres sont parfaitement stables avec des joints articulables.









NOEUD UNIVERSEL

Evidemment, il y a tout avantage à choisir ces combinaisons à géométrie stable, car non seulement une telle structure est assemblable et démontable par des raccords mobiles et par pièces effectivement détachées mais, une fois l'encastrement éliminé, aucun effort de flexion ni de torsion ne peut plus se produire, seulement les efforts directs de compression ou de traction. De ce fait, la structure devient aussi facilement calculable.

Un joint articulable, sorte de multi-cardan, par exemple, pourrait résoudre les problèmes d'ajustage en éliminant les découpes compliquées et il permettrait également la rencontre des membrures, plus exactement de leurs axes géométriques dans un centre unique, condition idéale pour le calcul. Enfin, ce serait en même temps un noeud universel, ses branches étant orientables, donc utilisable pratiquement dans tous les réseaux. Il est breveté en France depuis 1966 sous le N° 1.469.641.

Cependant, si parmi la grande quantité de systèmes stéréométriques, matérialisées de membrures linéaires, on peut trouver nombre de compositions indéformables, la plupart de celles-ci sont constituées de telle manière que les sollicitations externes diverses provoquent dans les membrures des renversements d'efforts. Cela signifie que toutes les membrures doivent pouvoir travailler aussi bien à la compression qu'à la traction, avec tous les inconvénients que cela comporte. Et on sait qu'un élément oblong travaillant à la compression et qui est susceptible de flambage, doit être dimensionné avec une section, dans certains cas, plusieurs dizaines de fois plus grande qu'un élément travaillant à la traction.

Heureusement, parmi les combinaisons indéformables il en existe un certain nombre où il ne se produit pas de renversement d'efforts, où quelque soit la direction des sollicitations externes, les efforts internes dans les éléments resteront toujours de même nature, soit compression, soit traction. Cela signifie que les membrures travaillant en permanence à la traction ne doivent plus être dimensionnés pour subir le flambage.

On imagine l'importance de l'économie de matière réalisable par ces structures privilégiées si on considère que les combinaisons isostatiques de cette espèce se contentent d'un quart de barre de compression, où donc trois membrures sur quatre sont des tirants.

PRINCIPE STRUCTURAL

Il existe une analogie remarquable entre la stéréochimie synthétisant un réseau cristallin à partir de molécules isolées et la construction d'un réseau stéréométrique à partir de polyèdres isolés. Dans chacune, il faut choisir convenablement éléments et combinaisons.

En principe la structure se compose de deux ou plusieurs solides polyédriques qui peuvent être identiques ou différents. Le rôle de ces polyèdres est comparable à celui des briques ou des moellons qui assemblés suivant un appareillage adequat constitueront un ouvrage ou un élément de construction quelconque, mât, nappe, arche, coupole, etc.

Une structure autotendante est composée également de polyèdres mais d'un type particulier où le renversement d'efforts entre membrures comprimées et tendues ne se produit pas; quelque soit l'attaque externe l'ensemble reste équilibré. Les membrures de chaque equilibrium sont des barres et des tirants, les barres travaillant à la compression étant isolées entre elles et les tirants travaillant à la traction formant une configuration polyédrique continue.

Les avantages de tels ensembles notamment, indéformabilité, résistance, légèreté, sont connus au fond depuis longtemps. Le gréement haubanné des voiliers, l'hélice des moulins à vent méditerranéens, de même que leur inverse la roue de bicyclette, sans oublier les empennages des premiers avions, peuvent être considérés comme les ancêtres des structures autotendantes, étant globalement indéformables et où, cependant, certains éléments solides étaient déjà imbriqués isolément à l'aide de tension. Les fermes de Polonceau de bielles et tirants, inventées en 1837, étaient également d'une conception très proche bien qu'elles fussent irréversibles et sujettes à déversement dans le plan. Les structures préconisées par Viollet le Duc dans les Entretiens ont non seulement énoncé l'emploi des polyèdres, mais ont cherché à extrapoler en volume les caractéristiques des charpentes tendues.

Plus récemment, certaines combinaisons autotendantes primitives étaient utilisées individuellement en tant qu'élément plastique, tels les signaux du Festival de Londres 1950 et de l'Exposition Universelle de Bruxelles 1958, mais jusqu'à l'aboutissement des présentes études, leur association

AUTOTENDANTS ELEMENTAIRES

systématique à usage architectonique n'était pas réalisable. Il fallait pour cela créer des equilibria particuliers pouvant se réunir en combinaisons régulières et en même temps une méthode de composition rendant possible leur appareillage en une charpente.

En principe, les equilibria élémentaires ont une symétrie rotatoire, les barres étant embauchées dans une configuration de tirants - en forme de pyramide tronquée ou de prisme - déformée dans un sens gauche ou droit lors de la mise en tension. Des equilibria composites, de forme polyédrique en général, sont obtenus de deux ou plusieurs equilibria élémentaires imbriqués par interpénétration.

Dans un équilibrium poussées et tractions s'annulent dans un cycle vectoriel fermé. De ce fait, en dehors des réactions provenant du poids propre et du vent, la structure ne transmet ni poussées ni tractions sur le sol. Donc à part une fondation relativement légère, ces structures ne nécessitent ni culées ni ancrages coûteux, contrairement aux structures tendues habituelles.

Une structure autotendante en forme de mât, réseau double nappe ou empilement, est bâtie par la combinaison de plusieurs equilibria qui sont des solides ayant une symétrie rotatoire et dont les arêtes sont constituées de barres et de tirants. Deux equilibria sont réunis par une maille de jonction commune, qui est une face polygonale composée de tiants: base en cas de superposition ou face latérale en cas de juxtaposition.

Dans un assemblage les noeuds sonts situés sur deux ou plusieurs niveaux, où les nappes reliant les noeuds sont composées uniquement de tirants, les liaisons entre ces nappes étant réalisées par des barres et un nombre égal de tirants. Les membrures se joignent uniquement par leurs extémités dans les noeuds, lesquels reçoivent en principe l'extrémité d'une seule barre. Toutes les membrures sont rigidement écartées et en même temps solidarisées sous l'effet d'une précontrainte qui est réalisée par la mise en tension interne de la configuration des tirants, sans nécessité d'ancrage ou autre transmission d'effort extérieur de même que dans une structure autoportante, d'où notre dénomination "autotendante".

AUTOTENDANTS ELEMENTAIRES

STRUCTURES HELICOIDALES

L' étude des solides autotendants élémentaires est basée sur les connaissances morphologiques des solides semi-réguliers simples et les diverses classes de polyèdres réguliers. Ces formes stéréométriques sont dans la plupart des cas transformables en structures autotendantes.

L'hypothèse initiale était de supposer l'existence de structures polyédriques minima, statiquement déterminées, aux noeuds desquelles se rencontrent le moins de membrures possible dont une seule travaillant à la compression, les autres à la traction. Etant donné que l'équilibre d'un point dans l'espace se définit par quatre forces non-coplanaires, en principe, trois tirants et une barre de compression seulement sont incidents à un sommet qui considéré isolément est, au fond, un haubannage ordinaire. Quand, exceptionnellement, les forces sont coplanaires dans une combinaison trois forces sont suffisantes, dont une de compression et deux de traction.

Dans un equilibrium, chaque élément de compression est incident seulement à deux sommets où il n'est pas en contact avec un autre élément de compression. Tandis que les éléments de traction constituent un continuum, qui peut être même flexible. Lors de la mise en tension, ou précontrainte, une barre de compression isolée ne peut pas transmettre la compression aux éléments voisins qui sont tous des tendeurs, ni provoquer des flexions ou torsions étant assujettie par des articulations mobiles. Inversement, les tendeurs flexibles ne peuvent transmettre d'autres forces que la traction. D'où l'élimination de toute surépaisseur due au besoin d'inertie dans les trois quarts des membrures structurales environ, le quart restant, pouvant être réalisé pour combattre au mieux le flambage en forme de barre à inertie variable.

La mise en forme est obtenue par mise en tension qui peut être provoquée par l'élongation des barres ou le raccourcissement des tendeurs. La configuration tendue est comparable à un filet à provisions tendu par un certain nombre de baguettes qui ne se touchent pas. Le plus simple de ces filets n'a que six noeuds, cinq mailles et trois barres.

Les autotendants élémentaires qui ont été élaborés peuvent être groupés en six classes:

ARCHETYPES PRISMATIQUES

Ces structures dérivent des roues de bicyclette polygonales en passant par des toupies autotendantes. Il n'existe qu'une demi-douzaine de structures de cette classe parmi lesquelles trois sont réellement simples: celles qui ont la forme antiprismatique à base triangulaire, carrée et pentagonale.

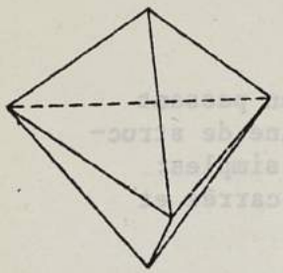
Le mécanisme statique d'une roue de bicyclette même triangulaire comprend une jante polygonale composée de barres de compression, un moyeu axial isolé tendu par un haubannage bipyramidal. Dans une deuxième étape, cette structure primitive, déjà autoportante, est transformée par la dissociation du polygone de ceinture en basculant les barres au long des haubans de sorte qu'elles occupent, tout en les déformant, une position diagonale; la toupie hélicoïdale obtenue est une véritable structure autotendante où toutes les barres sont isolées. Dans une troisième étape les haubannages pyramidaux sont substitués par des chaînages polygonaux qui complètent une configuration antiprismatique de tendeurs où la position des barres imbriquées reste inchangée, la structure garde à nouveau son indéformabilité. Les planches analytiques présentent en marge les formes stéréométriques et les structures correspondantes aux trois étapes de la transformation.

Les autotendants antiprismatiques élémentaires ont des base polygonales et des faces latérales quadrangulaires qui sont déformées en forme de losange spatial dont la grande diagonale est occupée par la barre de compression. Cependant, avec cette disposition seules trois structures ayant comme base le triangle, le carré et le pentagone sont constructibles. Elles constituent les trois syllabes les plus importantes du langage autotendant.

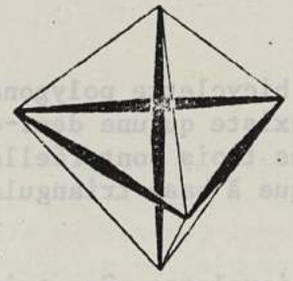
Pour construire un equilibrium antiprismatique hexagonal, ou d'un nombre de côtes plus grand, les barres de compression doivent être embauchées diagonalement mais dans le sommet opposé du second losange et non du même losange. Cette disposition à "double pas" rend la configuration non convexe. De ce fait, sur l'homéogramme, ou diagramme Schlegel, les connections ne peuvent plus être présentées comme dans un graphe convexe donc sans recouvrement.

1

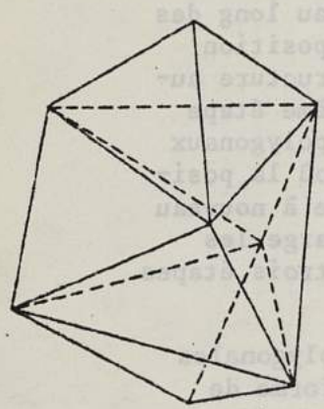
DOUBLE PYRAMIDE TRIANGULAIRE



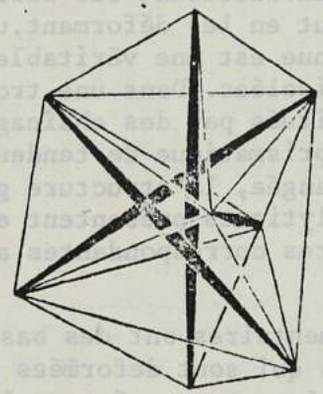
ROUE DE BICYCLETTE



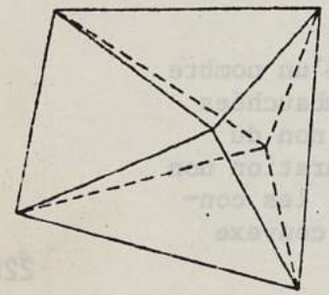
ANTIPRISME TRIANGULAIRE + 2 PYRAMIDES



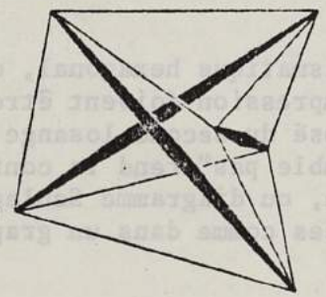
TOUPIE



ANTIPRISME TRIANGULAIRE

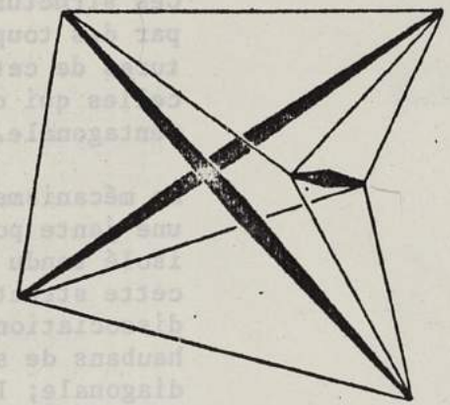


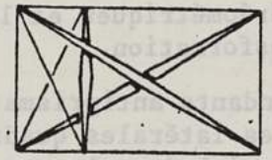
AUTOTENDANT A 3 BARRES

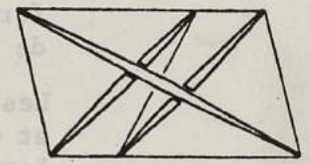


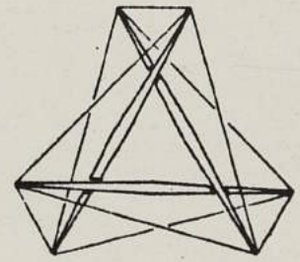
ANTIPRISME TRIANGULAIRE

5555

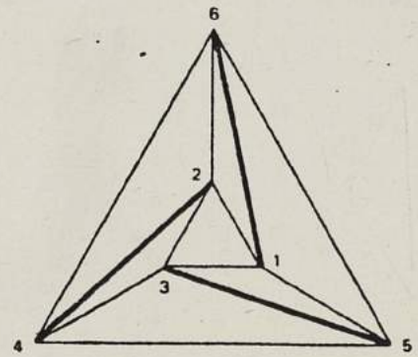




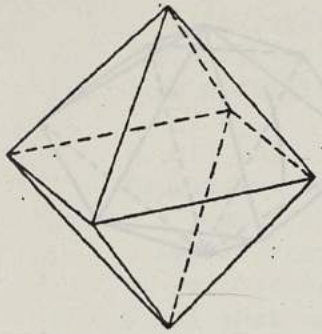




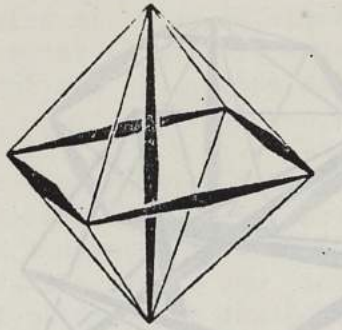




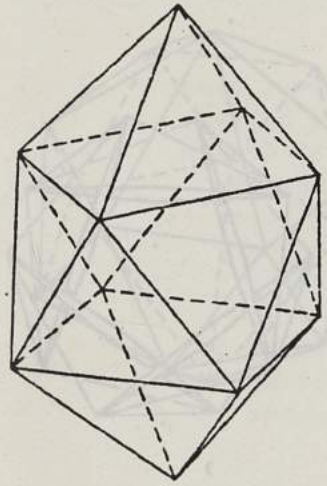
DOUBLE PYRAMIDE CARREE



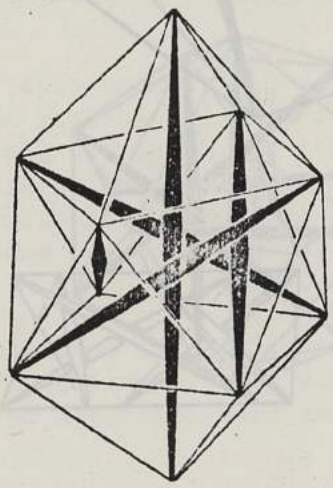
ROUE DE BICYCLETTE



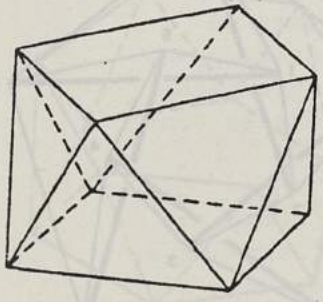
ANTIPRISME CARRE + 2 PYRAMIDES



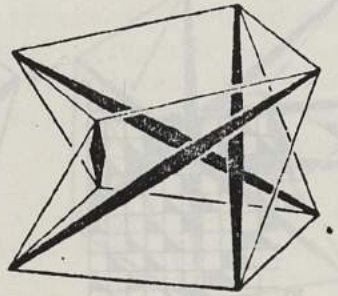
TOUPIE



ANTIPRISME CARRE

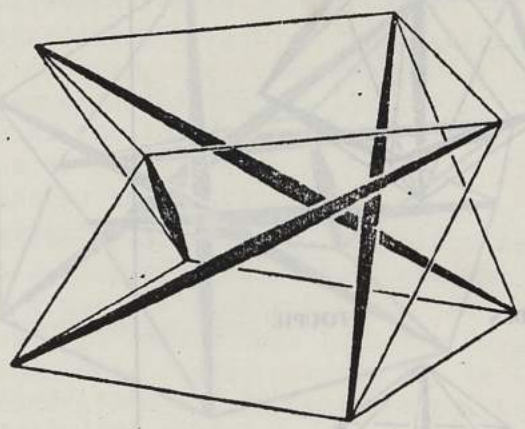


AUTOTENDANT A 4 BARRES.

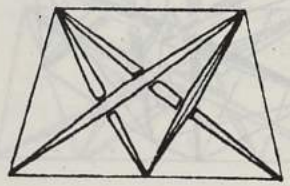


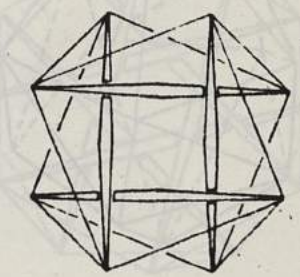
ANTIPRISME CARRE

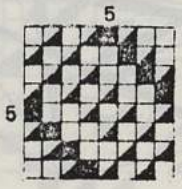
3334

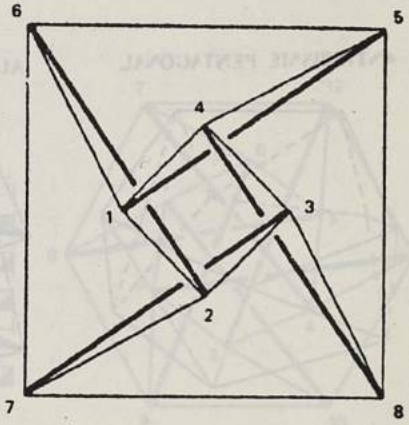




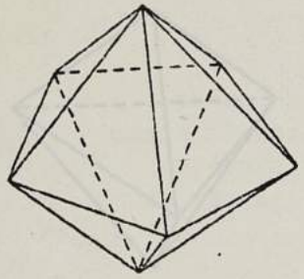




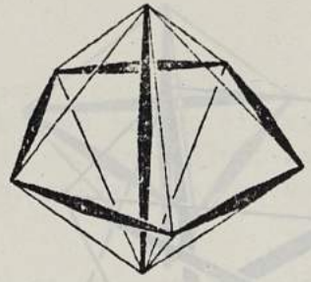




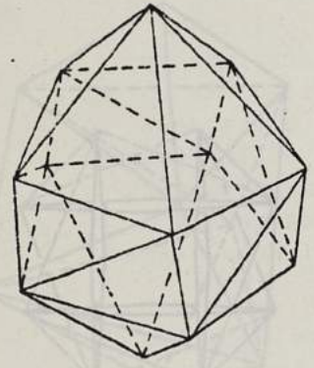
DOUBLE PYRAMIDE PENTAGONALE



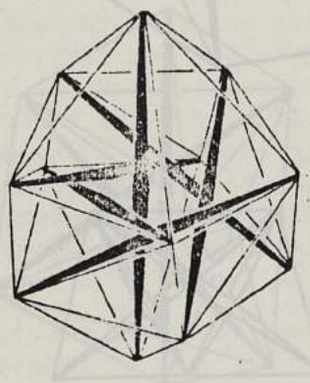
ROUE DE BICYCLETTE



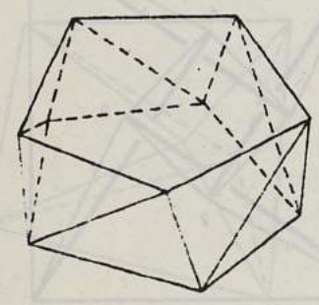
ANTIPRISME PENTAGONAL + 2 PYRAMIDES



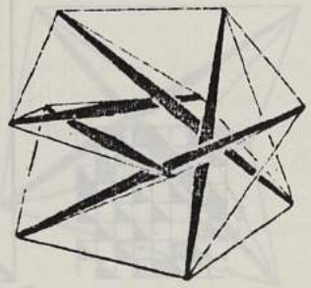
TOUPIE



ANTIPRISME PENTAGONAL

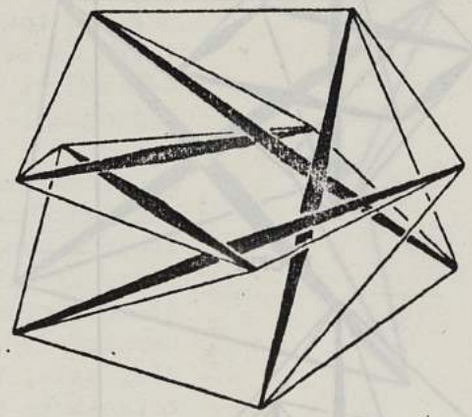


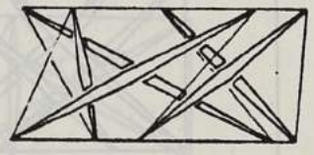
AUTOTENDANT A 5 BARRES

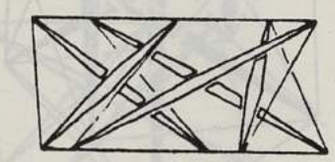


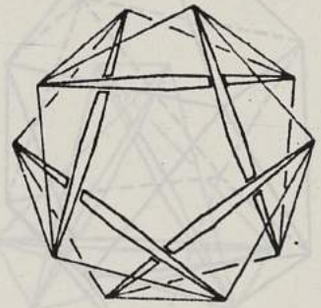
ANTIPRISME PENTAGONAL

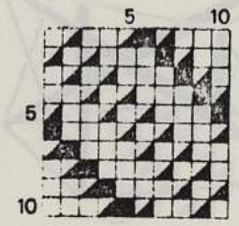
3535

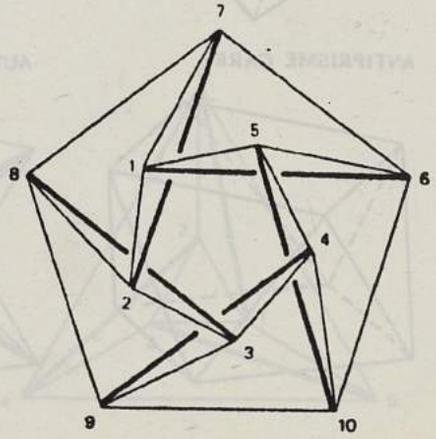






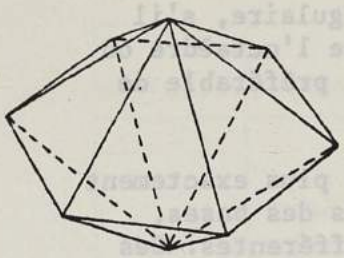




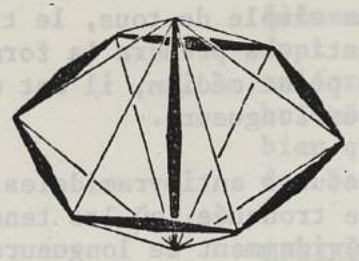


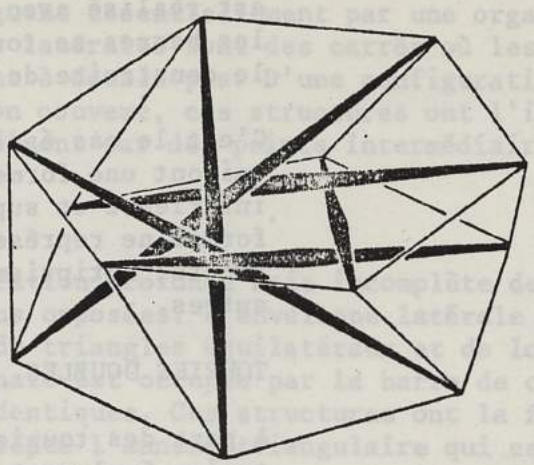
ANTIPRISME HEXAGONAL

DOUBLE PYRAMIDE HEXAGONALE

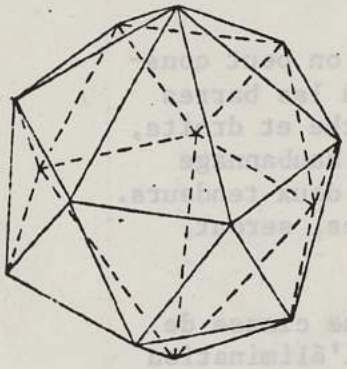


ROUE DE BICYCLETTE

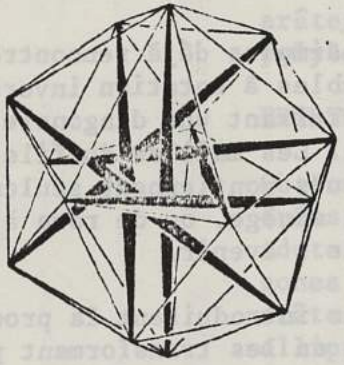


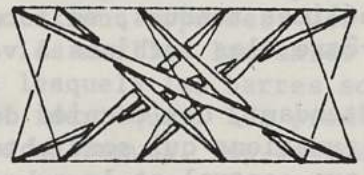


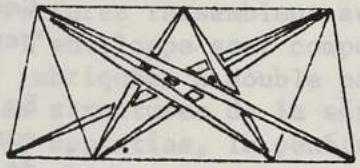
ANTIPRISME HEXAGONAL + 2 PYRAMIDES

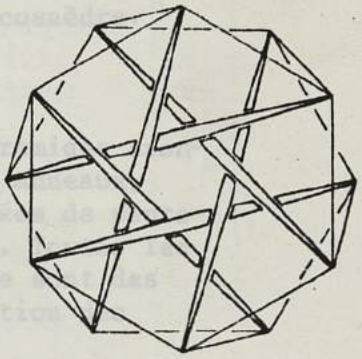


TOUPIE

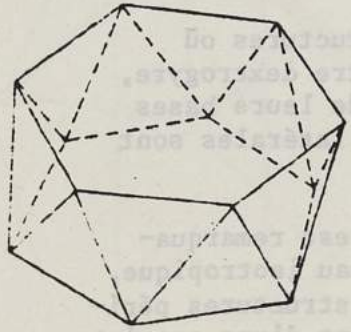




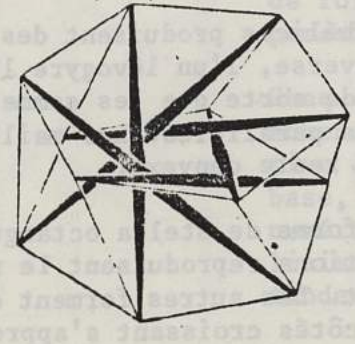


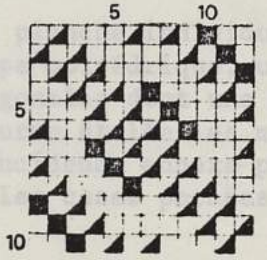


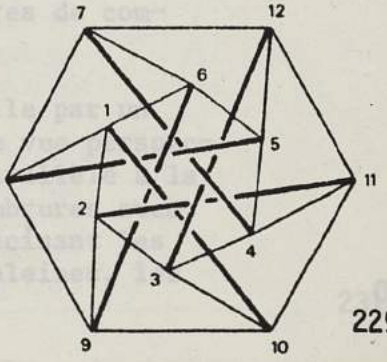
ANTIPRISME HEXAGONAL



AUTOTENDANT A 6 BARRES







AUTOTENDANTS COMPOSITES

Recherchant toujours la standardisation des éléments, dans ces configurations simples et à plus forte raison dans les plus complexes qui suivront, la longueur des tendeurs et des barres est en principe identique. Toutefois, l'equilibrium le plus simple de tous, le triangulaire, s'il est réalisé avec des arêtes identiques prendra la forme de l'octaèdre où les barres se touchent par leur point médian, il est donc préférable de le construire de tendeurs de deux longueurs.

C'est le cas également des structures antipyramidales, ou plus exactement qui ont une forme d'antipyramide tronquée, où les tendeurs des bases, inférieure et supérieure, sont évidemment de longueurs différentes. Ces formes ne représentent pas, cependant, une classe structuralement distincte; antiprismes et antipyramides étant déformables les uns dans les autres.

TOUPIES DOUBLES

A part des toupies helicoïdales simples déjà rencontrées, on peut construire également des hélices doubles à rotation inverse où les barres sont imbriquées alternativement suivant une diagonale gauche et droite, tout en tournant autour d'un axe. Les mailles du filet de haubannage sont hexagonales et certains noeuds contiennent seulement deux tendeurs. Ces hélices tendues, en forme de manège, ou de roue à aubes, seront, peut-être, les turbines à vent de l'avenir.

En attendant, ces toupies doubles introduisent la prochaine classe de configurations qui sont obtenues en les transformant par l'élimination de l'axe central et la substitution par deux chaînages des haubans pyramidaux.

INTERPENETRATIONS

Les transformations des doubles hélices produisent des structures où deux autotendants en position inverse, l'un lévogyre l'autre dextrogyre, sont interpénétrés complètement de sorte que les sommets de leurs bases se trouvent réunis sur deux plans parallèles. Les mailles latérales sont pentagonales et la configuration reste convexe.

La première interpénétration en forme de stella octangula est remarquable par le fait que ses articulations reproduisent le réseau isotropique, c'est à dire l'empilement compact. Les autres forment des structures périphériques qui avec le nombre de côtés croissant s'approchent d'une enceinte quasi circulaire.

PRISMES

Composés également par l'interpénétration complète de deux antiprismes élémentaires, ces configurations sont très voisines des précédentes, dont elles se distinguent essentiellement par une organisation plus uniforme. Les mailles latérales sont des carrés où les barres sont imbriquées diagonalement à double pas. D'une configuration très simple, bien que de graphe non convexe, ces structures ont l'inconvénient d'avoir des barres qui se croisent par des points intermédiaires.

ANNEAUX

Obtenus par la pénétration profonde mais incomplète de deux antipyramides tronquées de rotations opposées. L'enveloppe latérale en forme de demi-anneau est composée de triangles équilatéraux et de losanges non planaires dont la grande diagonale est occupée par la barre de compression. Les arêtes sont toutes identiques. Ces structures ont la forme globale d'un polyèdre applati, excepté l'anneau triangulaire qui est l'icosaèdre.

PENETRATIONS

Obtenues par la pénétration partielle faible de deux antipyramides tronquées de rotations opposées. Ces structures ressemblent aux anneaux, toutefois, les mailles latérales de l'enveloppe sont composées de pentagones dans lesquels les barres sont imbriquées à double pas. Toutes les arêtes sont identiques. Les premières structures de la série sont des ellipsoïdes oblongues, les autres des applaties, la pénétration des antiprismes pentagonaux étant le dodécaèdre.

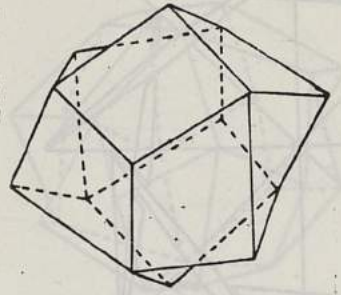
Les caractéristiques des structures autotendantes à axe unique sont rassemblées dans le tableau 25 avec indications des sous-ensembles en cas de formes composites, du nombre de noeuds, tendeurs et barres de compression et du caractère rotatoire monogyre ou racémique.

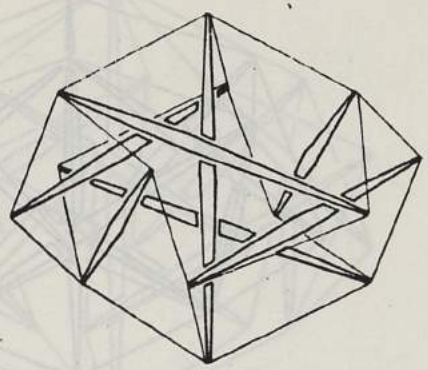
Chaque structure est représentée sur une planche individuelle par un schema stéréométrique montrant l'enveloppe polyédrique, une vue perspective de la structure et trois vues orthogonales dont une parallèle à la base, un homéogramme montrant sous une forme étalée les membrures avec numérotation des noeuds, une matrice d'incidence annexe précisant les liaisons, les barres étant marquées par les cases pochées pleines, les tendeurs par des demi cases.

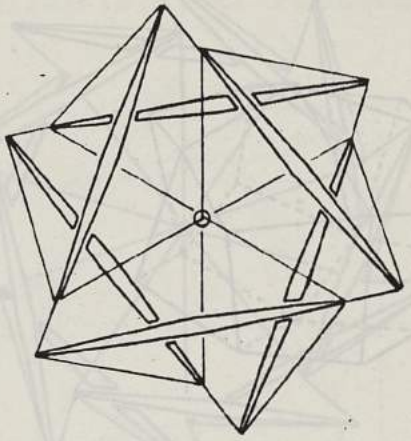
TABLEAU 25 AUTOTENDANTS ELEMENTAIRES HELICOIDAUX

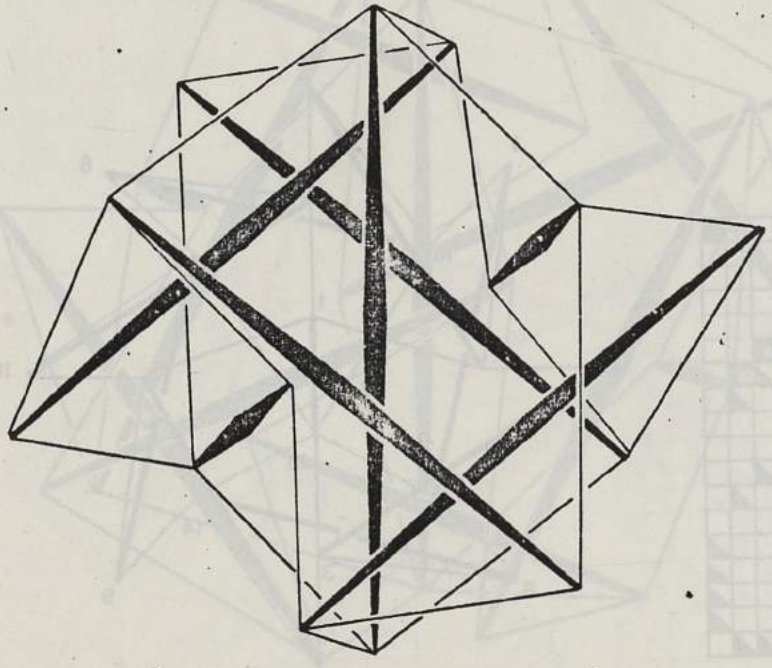
		sous-ensemble		nombre des			monogyre	racémique
				Noeuds	tendeurs	barres		
	Antiprismes (archétypes)							
1	triangulaire			6	9	3	•	
2	carré			8	12	4	•	
3	pentagonal			10	15	5	•	
4	hexagonal			12	18	6	•	
	Toupies doubles							
5	hexagonale	toupie	triangulaire	14	18	7		•
6	octogonale		carrée	18	24	9		•
7	décagonale		pentagonale	26	30	13		•
	Interpénétrations							
8	stella octangula tronquée	antipyramide	triangulaire	12	18	6		•
9	interpénétration carrée		carrée	16	24	8		•
10	pentagonale		pentagonale	20	30	10		•
11	hexagonale		hexagonale	24	36	12		•
	Prismes							
12	hexagonal	antiprisme	triangulaire	12	18	6		•
13	octogonal		carré	16	24	8		•
14	décagonal		pentagonal	20	30	10		•
	Anneaux							
	triangulaire (icosaèdre)	antipyramide	triangulaire	12	24	6		•
15	carré		carrée	16	32	8		•
16	pentagonal		pentagonale	20	40	10		•
17	hexagonal		hexagonale	24	48	12		•
18	octogonal		octogonale	32	64	16		•
	Pénétrations							
19	carrée	antipyramide	carrée	16	24	8		•
	pentagonale (dodécaèdre)		pentagonale	20	30	10		•
20	hexagonale		hexagonale	24	36	12		•
21	octogonale		octogonale	32	48	16		•

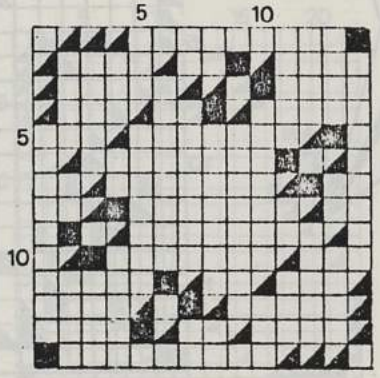
5 TOUPIE HEXAGONALE

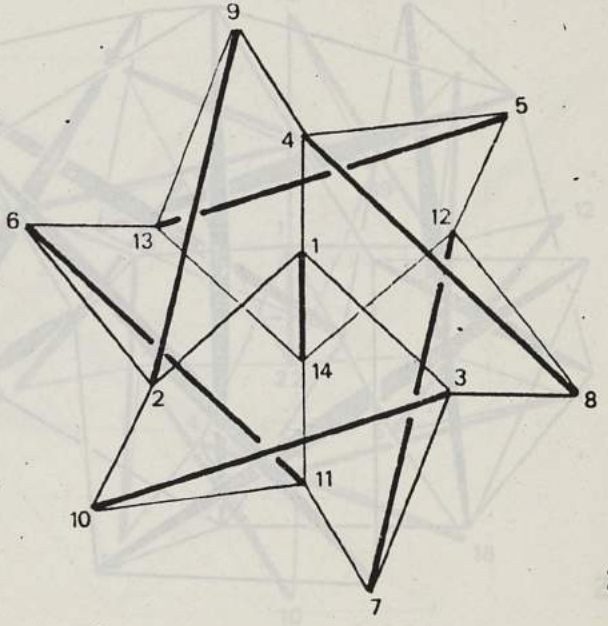




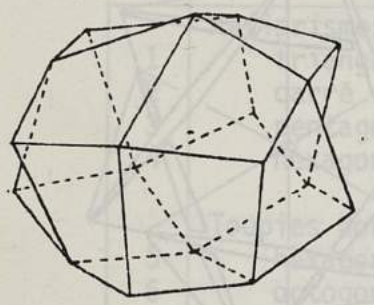


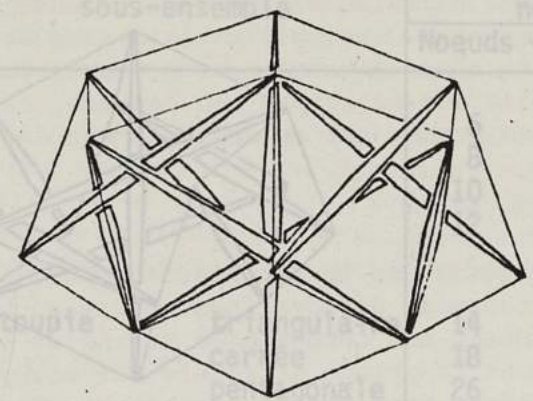


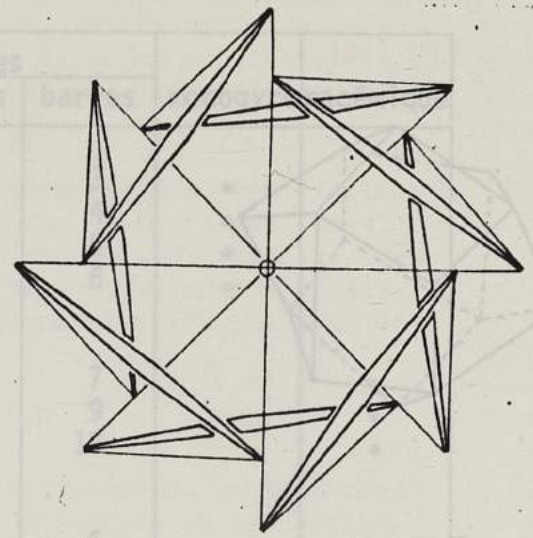


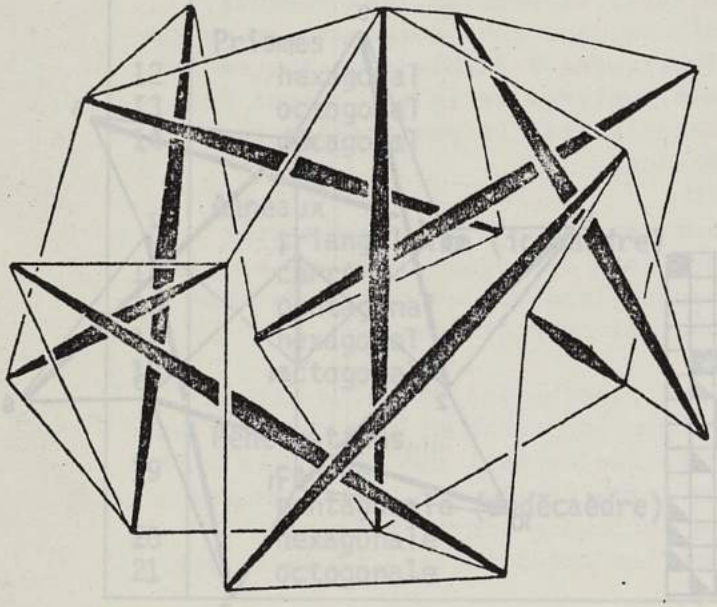


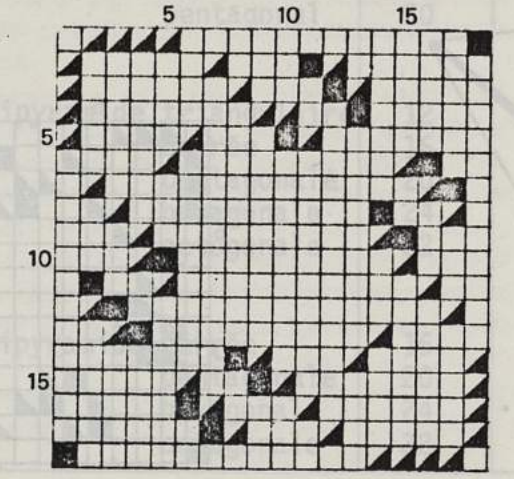
6 TOUPIE OCTOGONALE

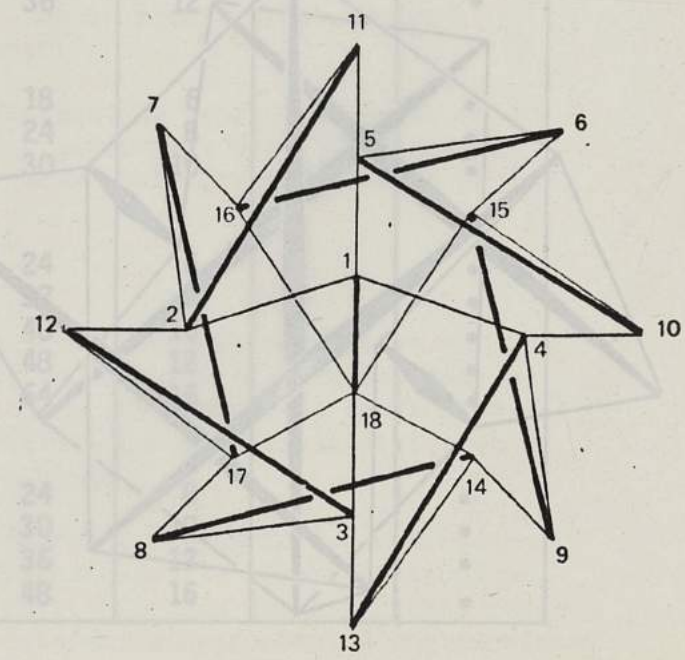




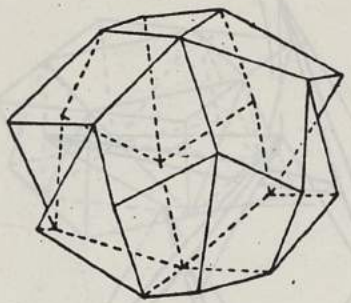


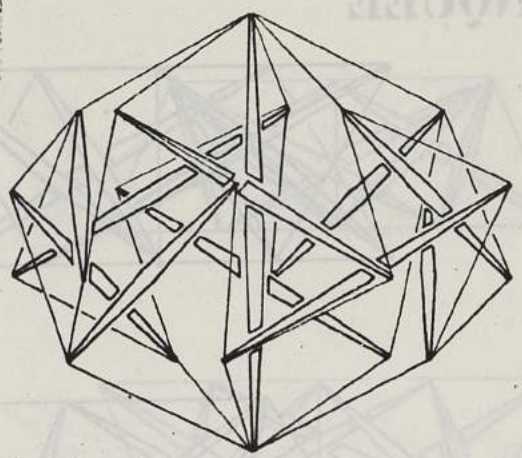


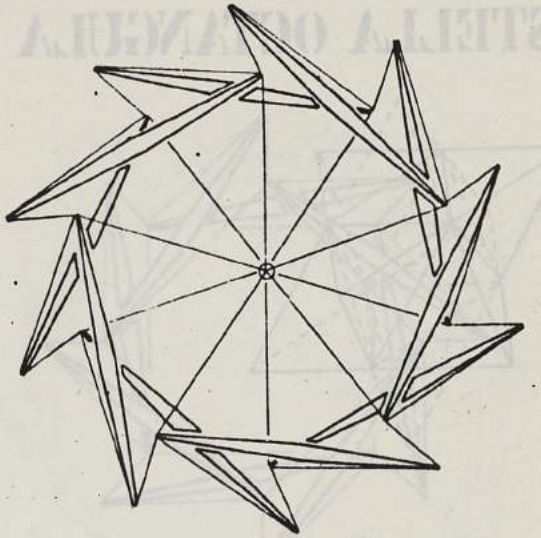


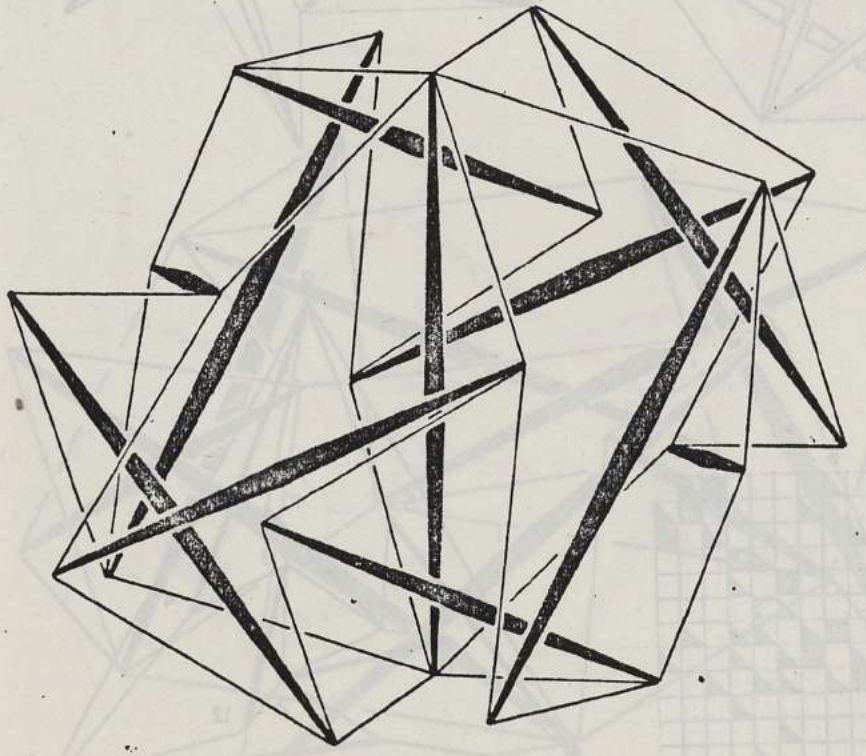


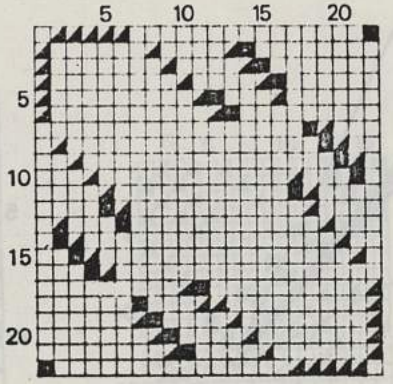
7 DECAGONALE

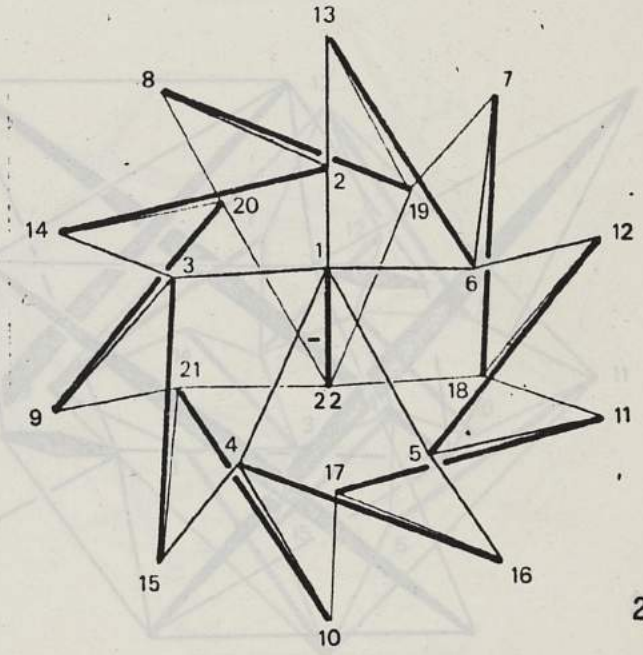




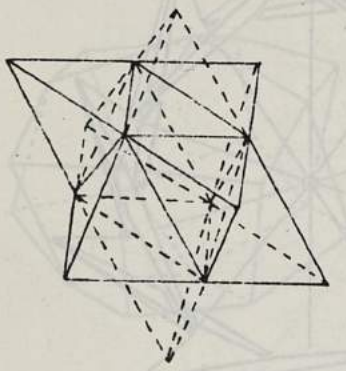


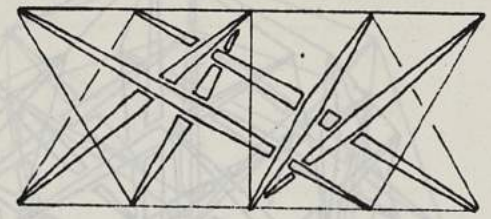


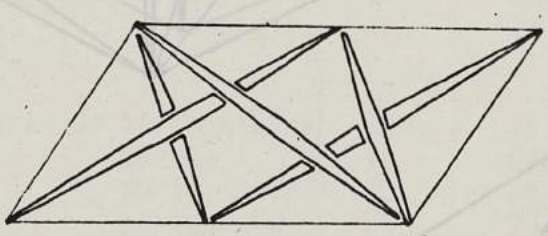


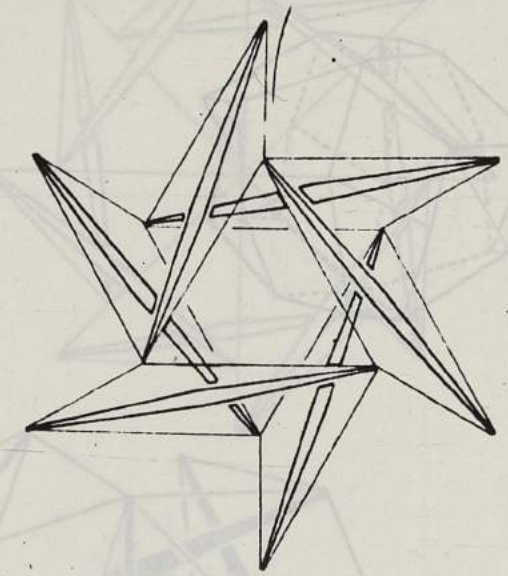


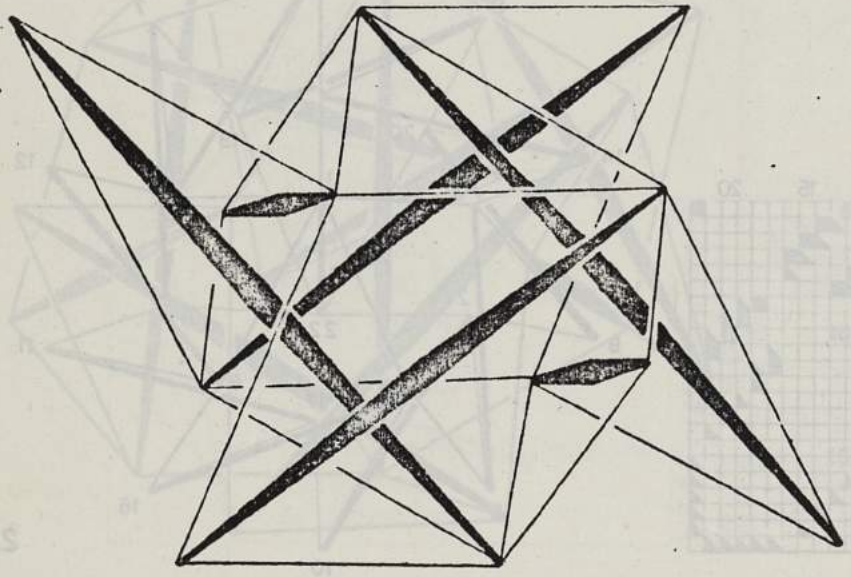
8 INTERPENETRATION D'ANTIPYRAMIDES TRIANGULAIRES
STELLA OCTANGULA TRONQUEE

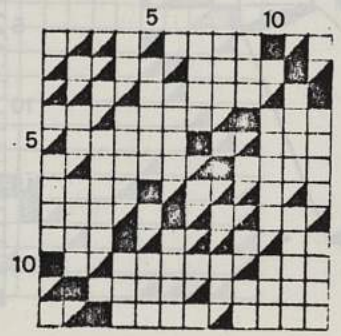


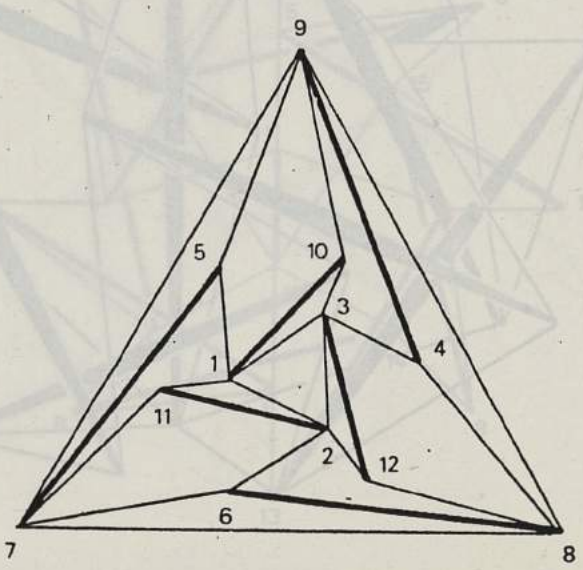




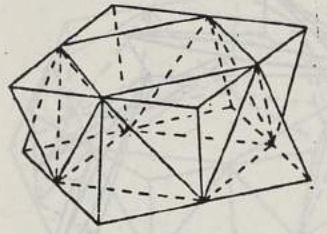


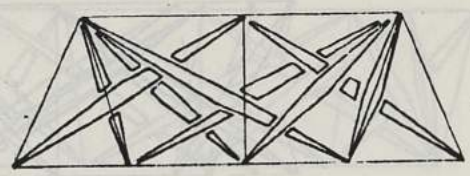


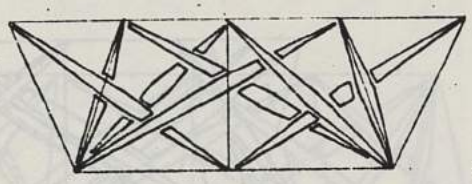


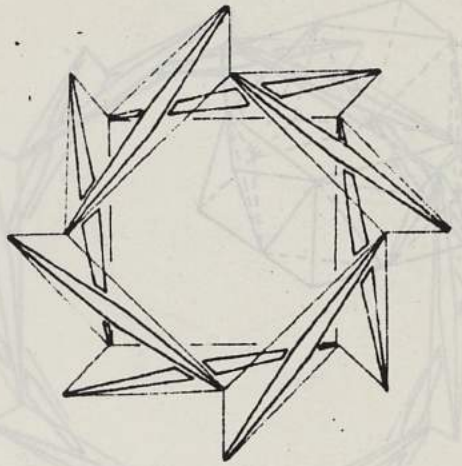


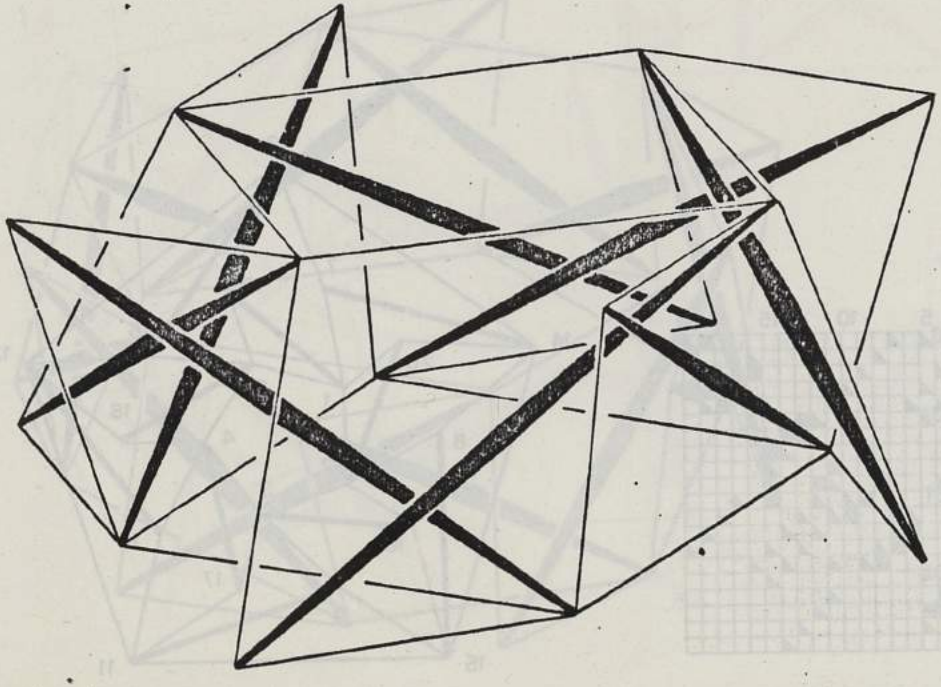
9 CARRÉES

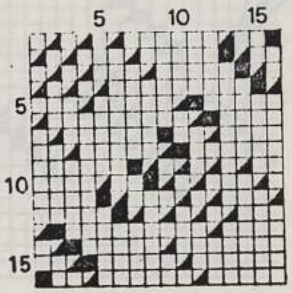


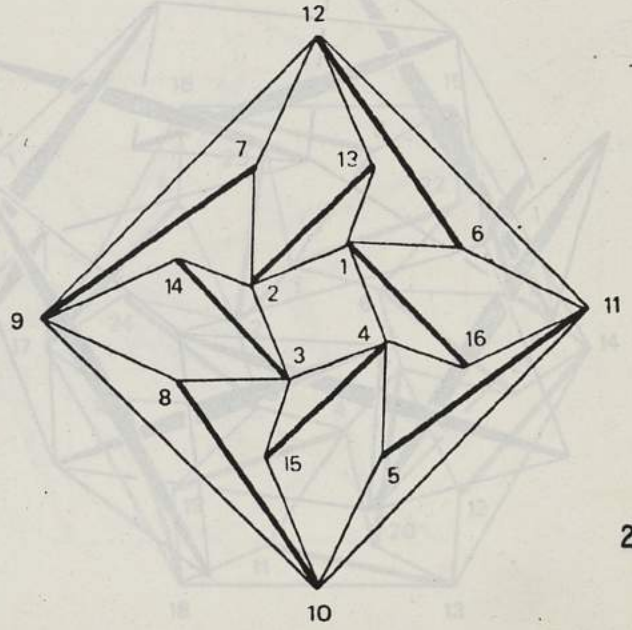




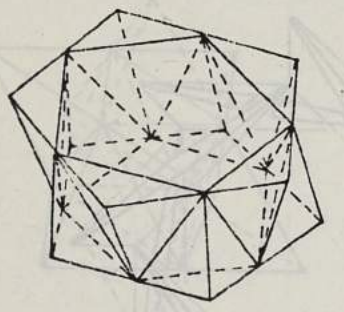


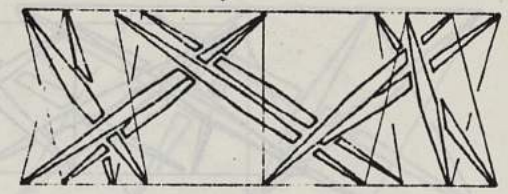


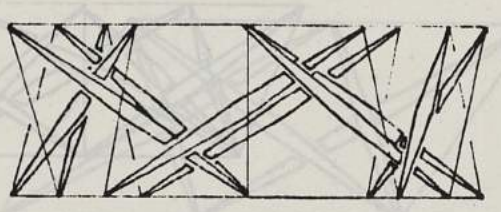


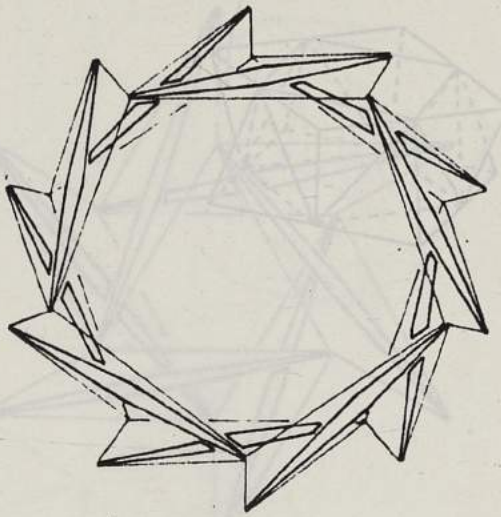


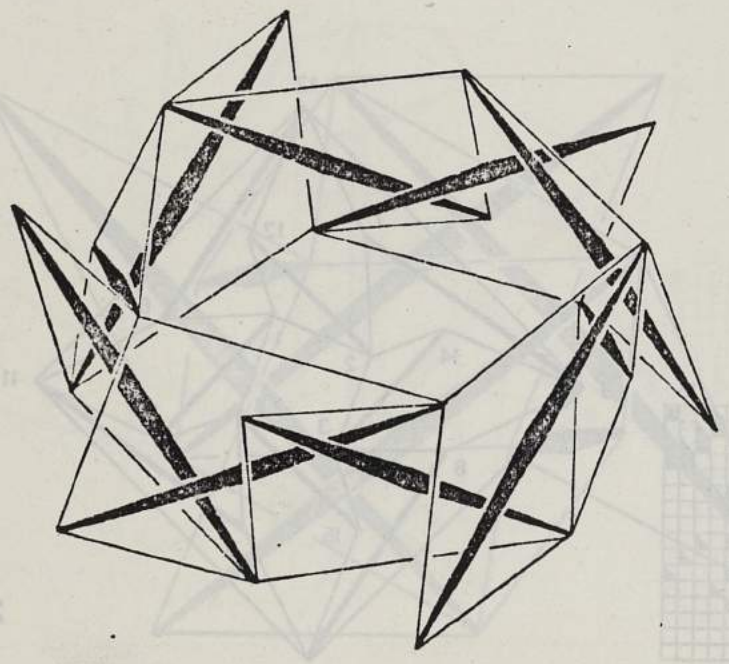
10 INTERPENETRATION D ANTIPYRAMIDES PENTAGONALES

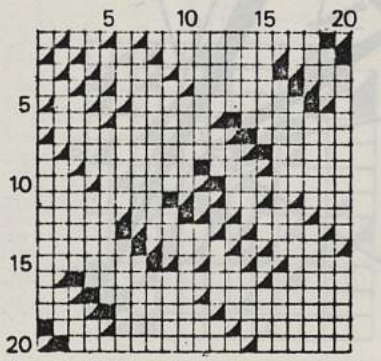


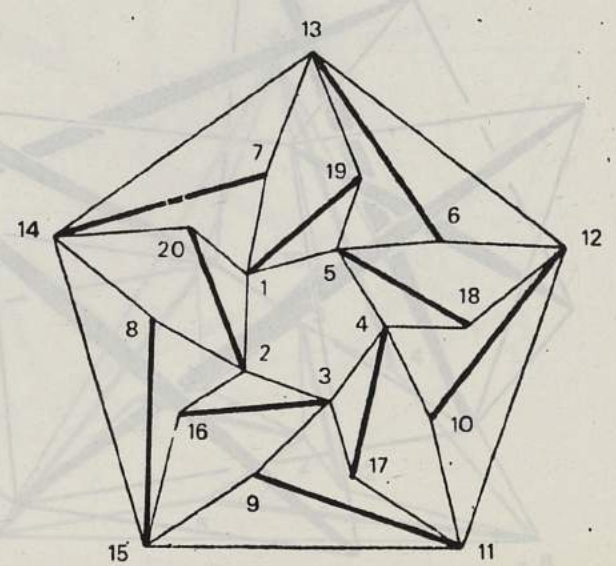




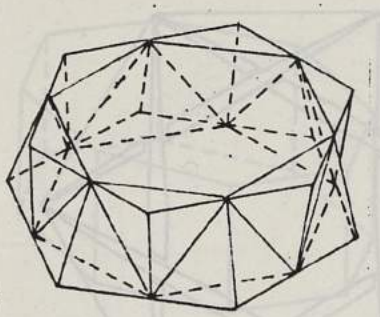


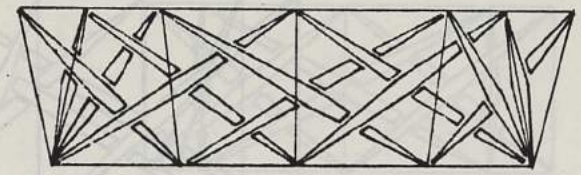


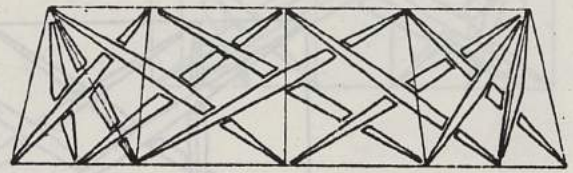


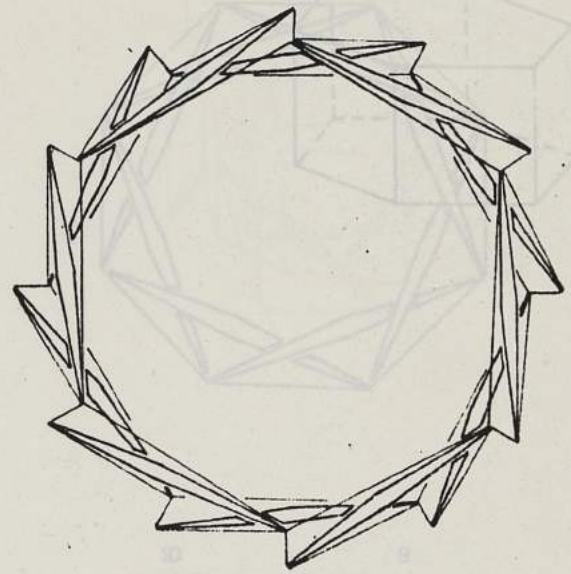


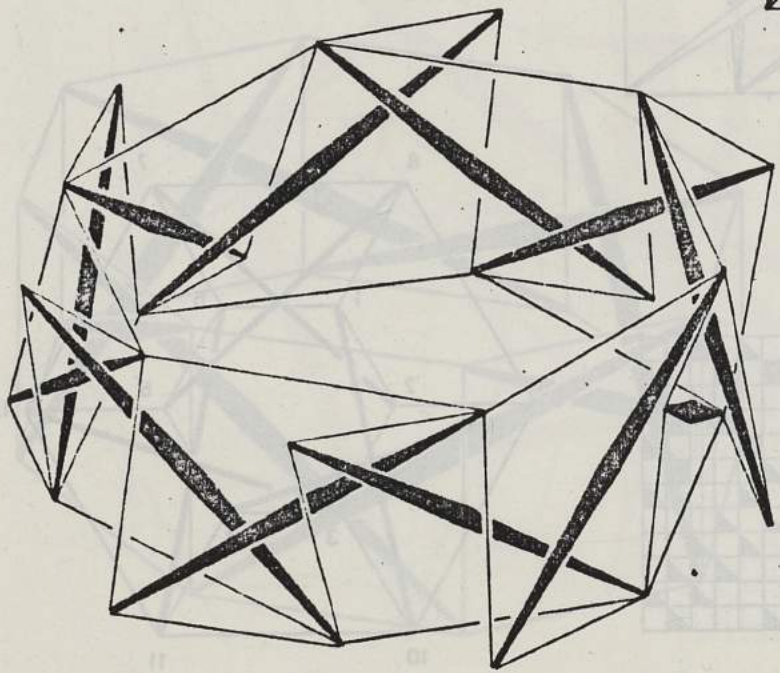
11 HEXAGONALES

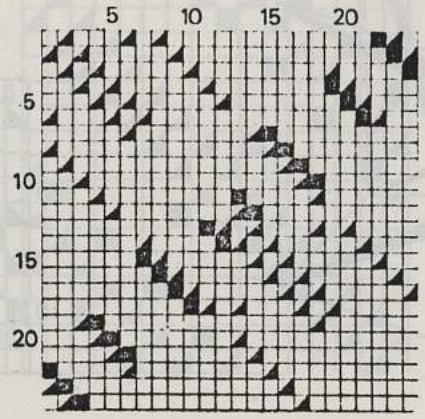


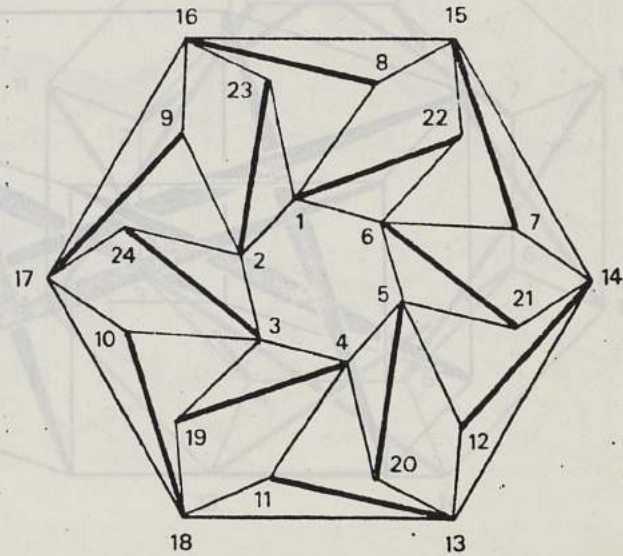




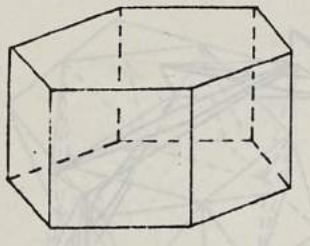


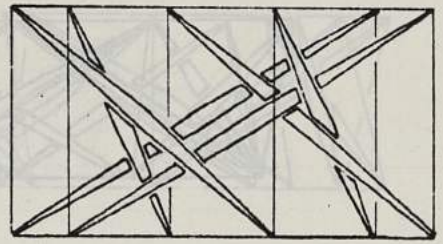


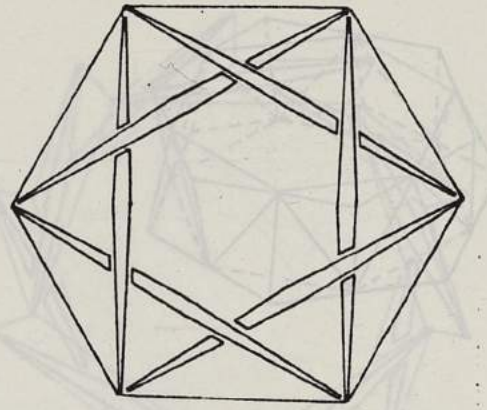


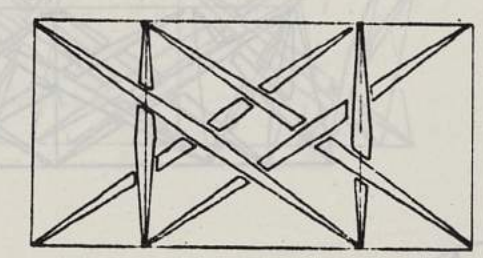


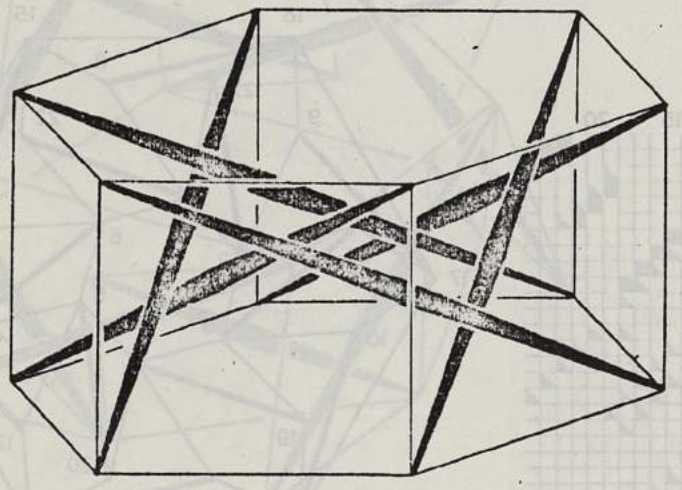
12 PRISME HEXAGONAL

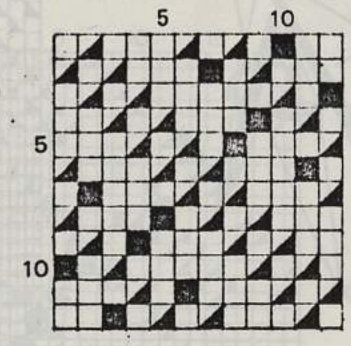


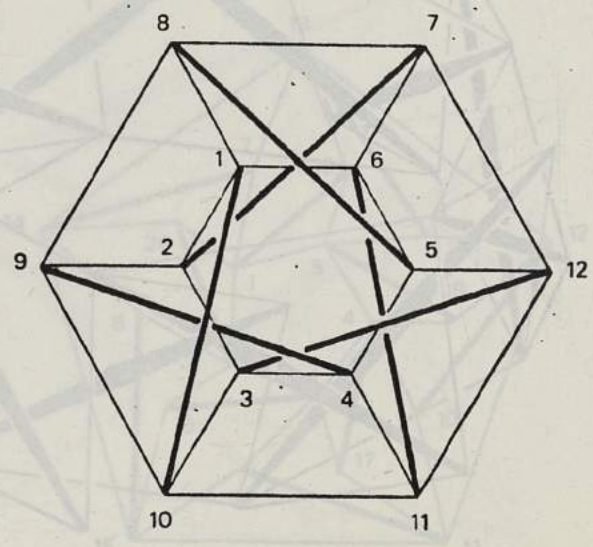




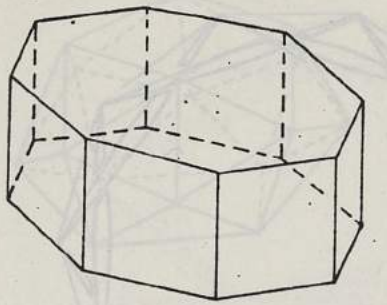


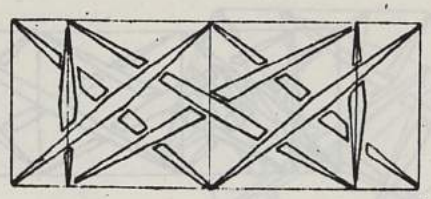


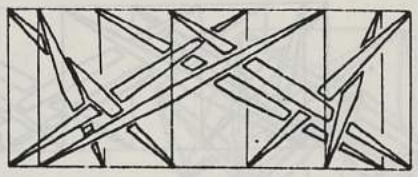


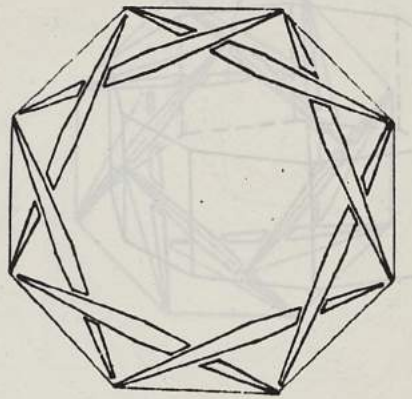


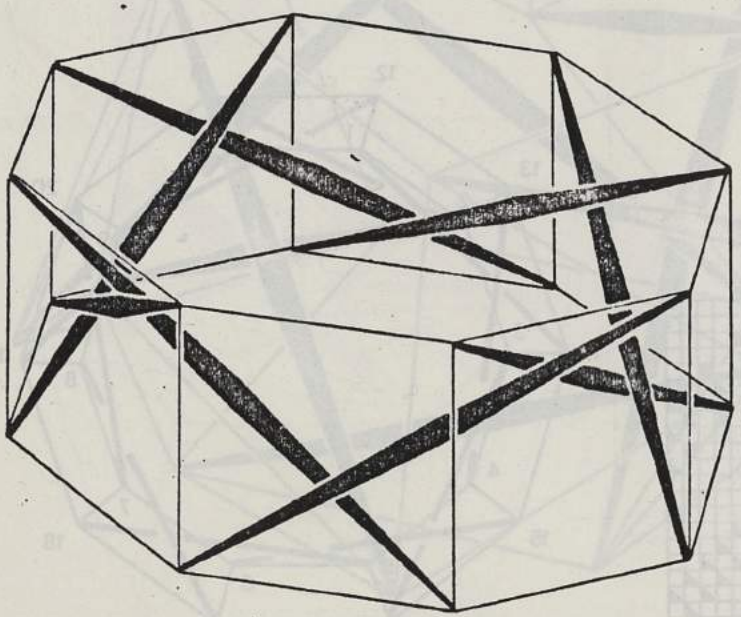
15 PRISME OCTOGONAL

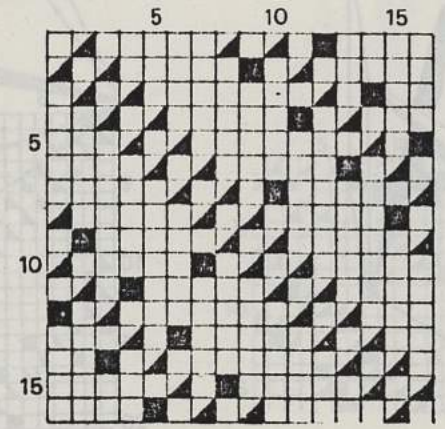


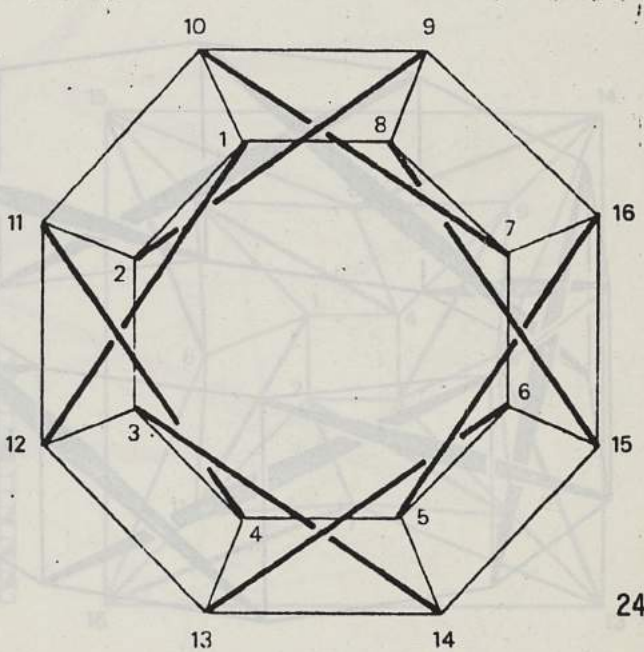




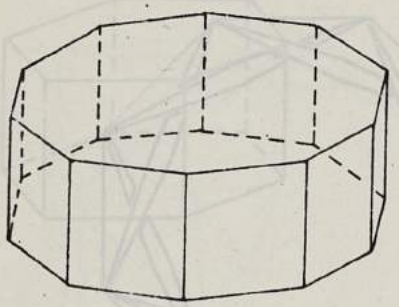


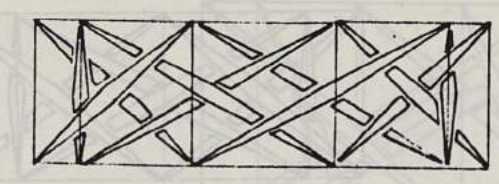


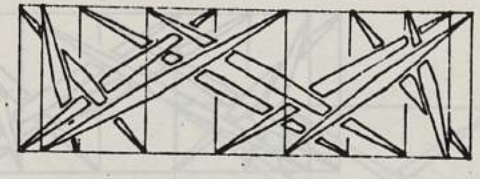


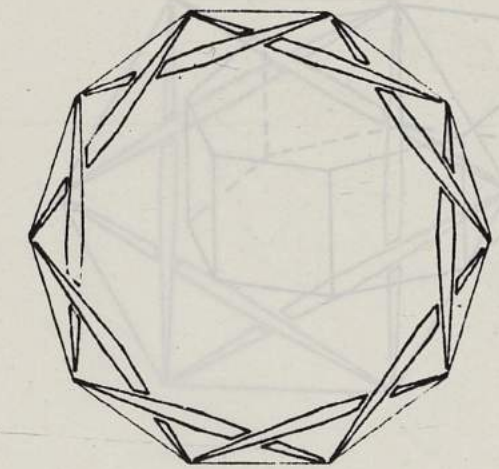


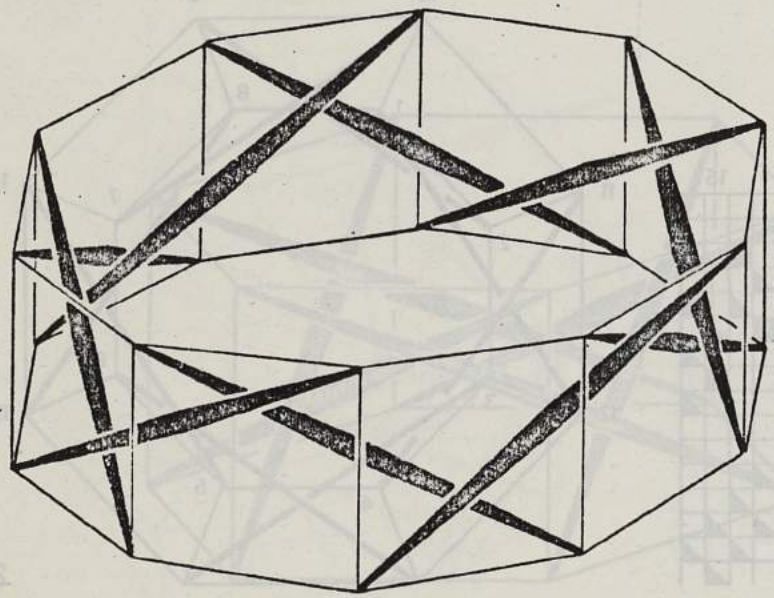
14 DECAGONAL

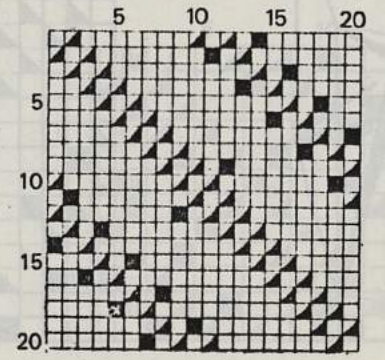


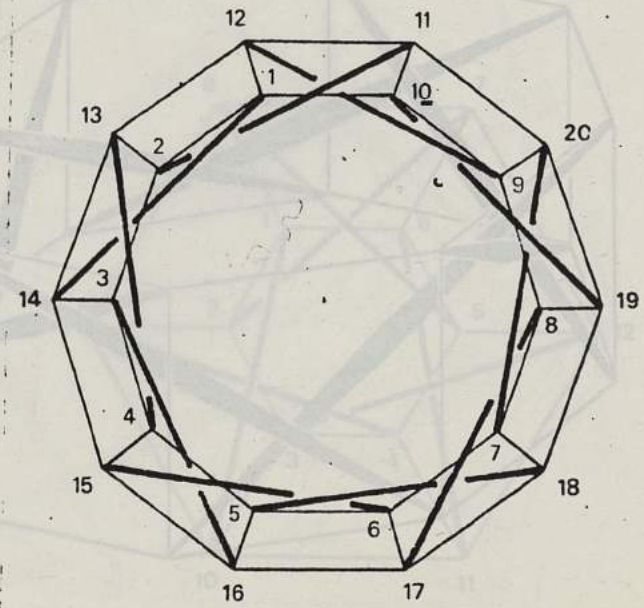




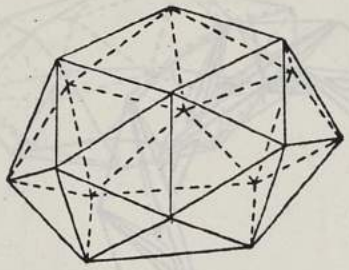


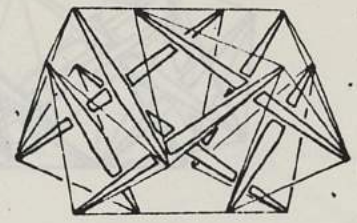


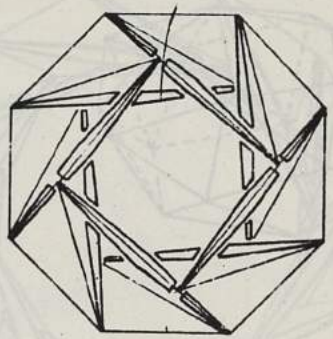


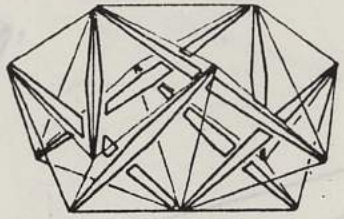


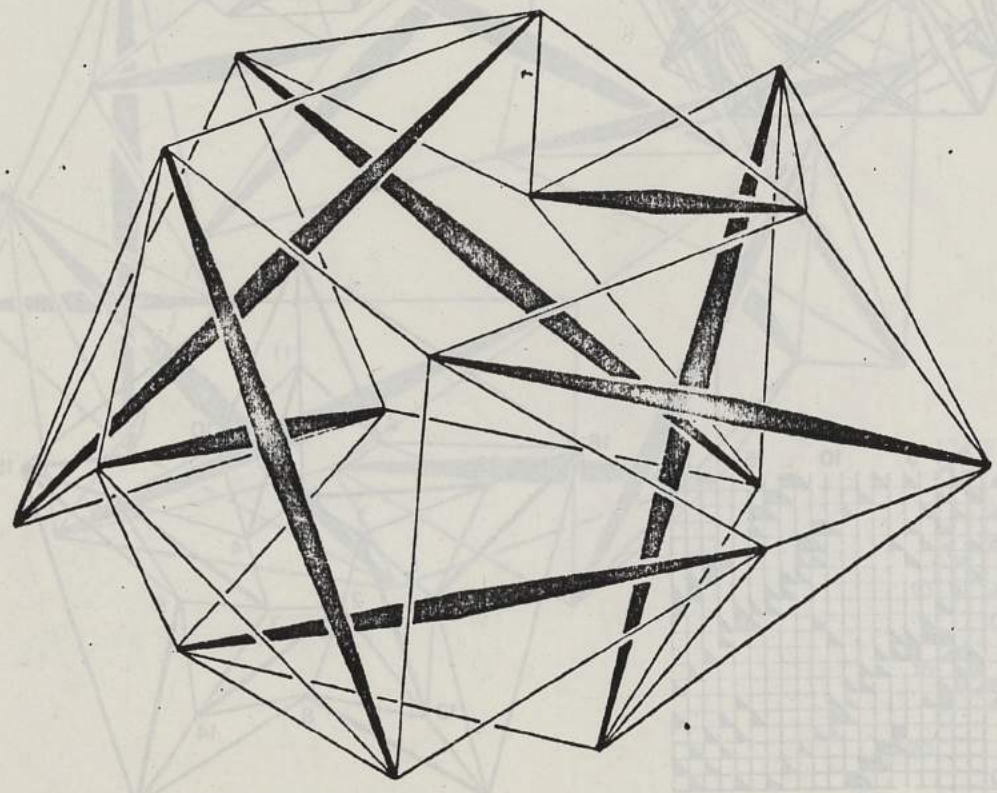
15 ANNEAU CARRE

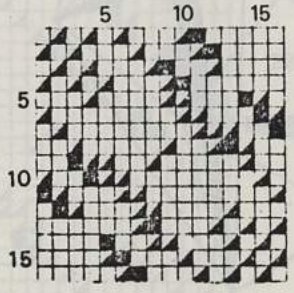


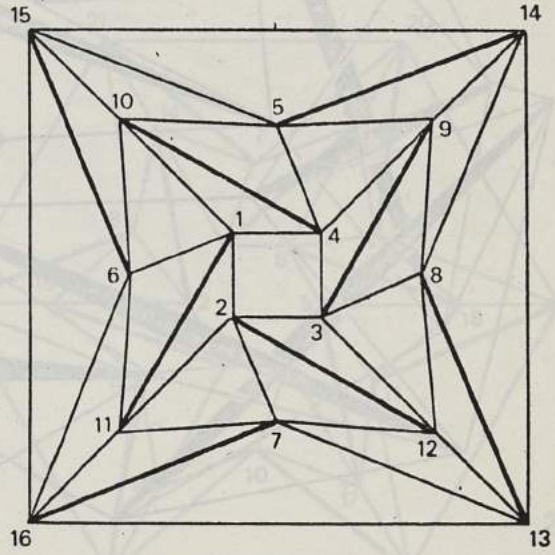




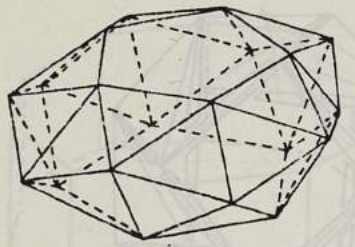


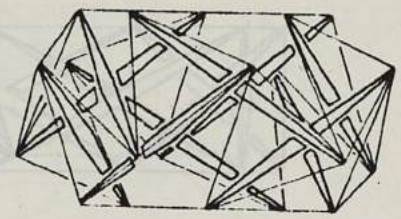


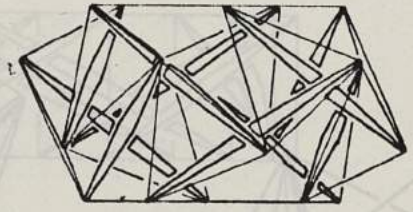


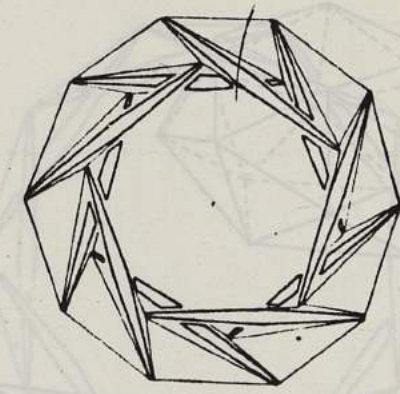


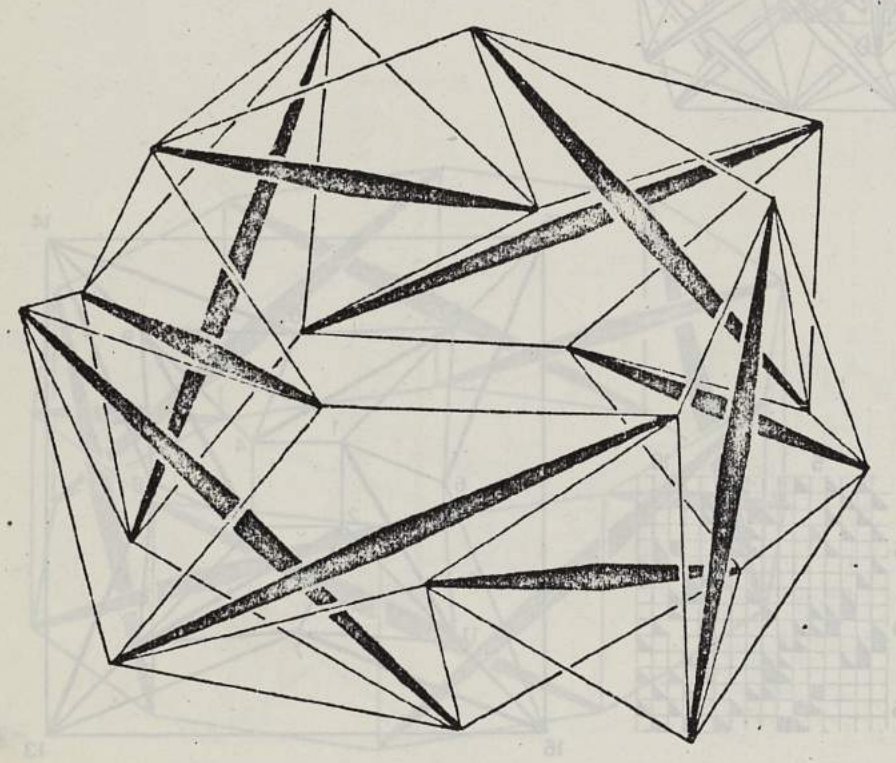
16 PENTAGONAL

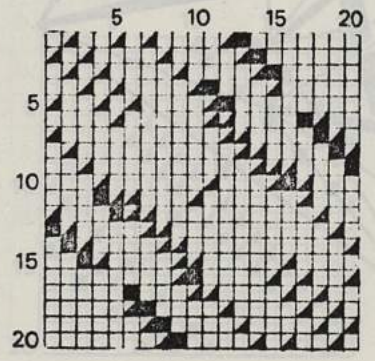


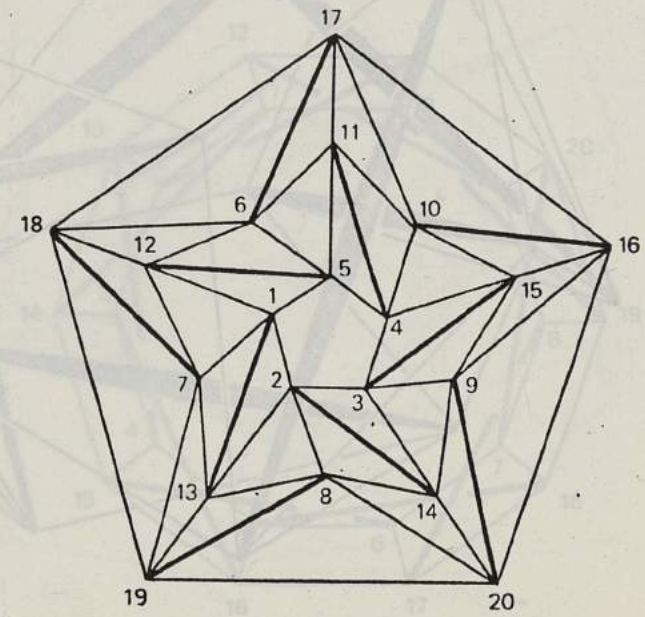




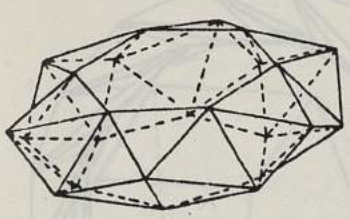


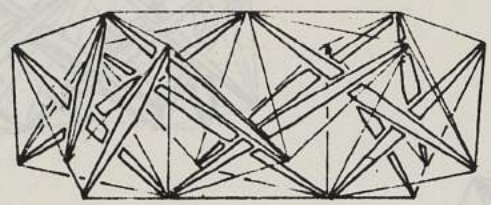


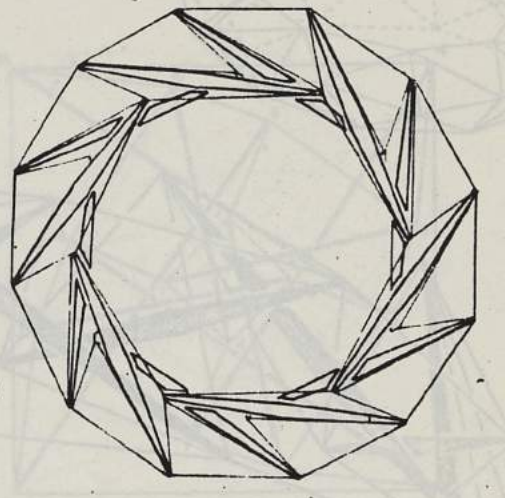


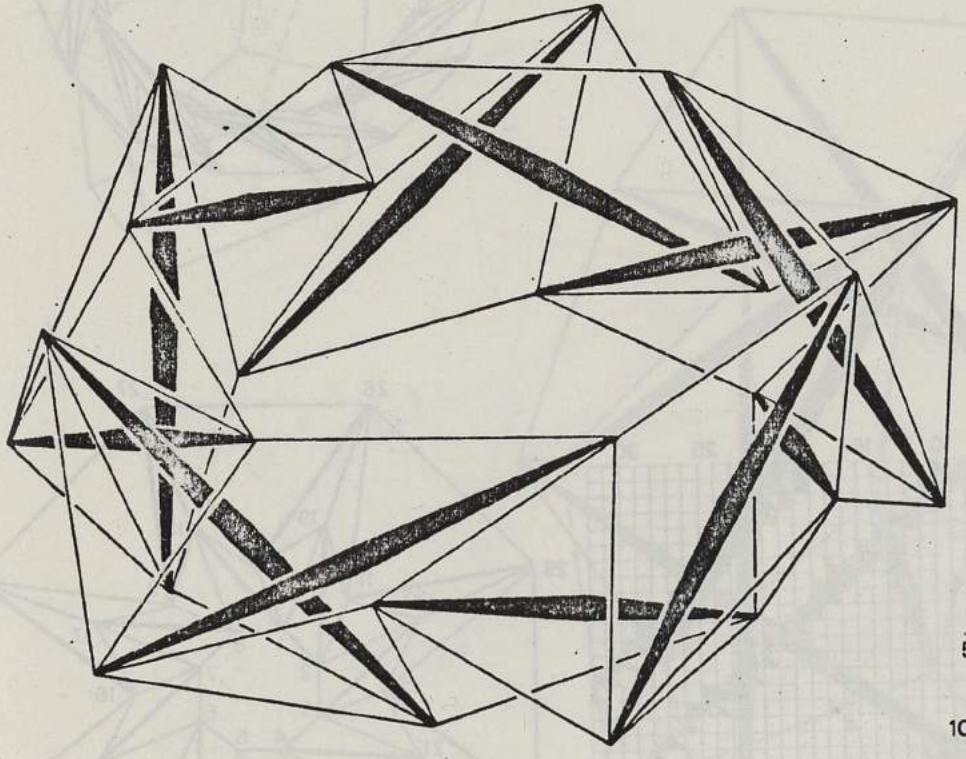


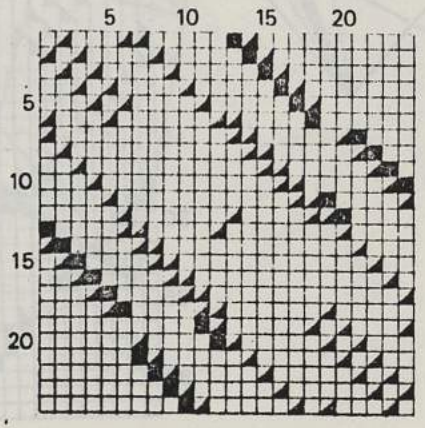
17 ANNEAU HEXAGONAL

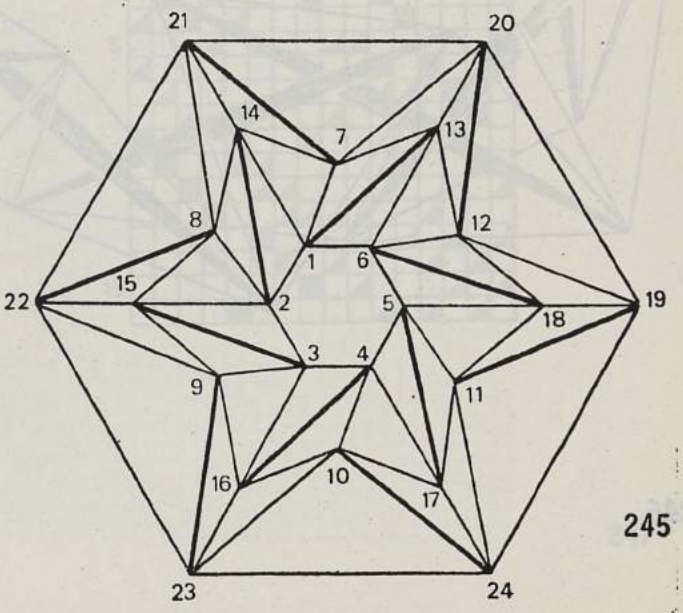




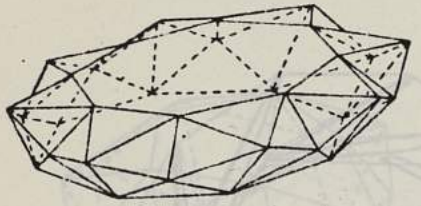


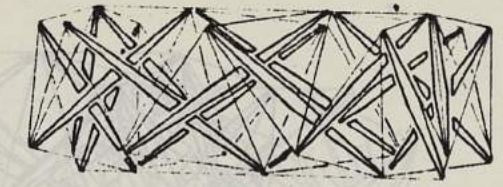


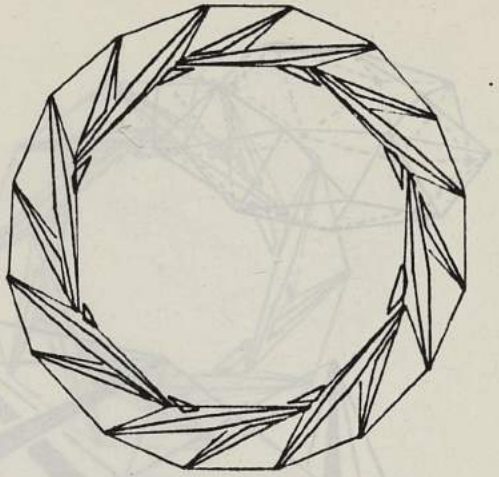


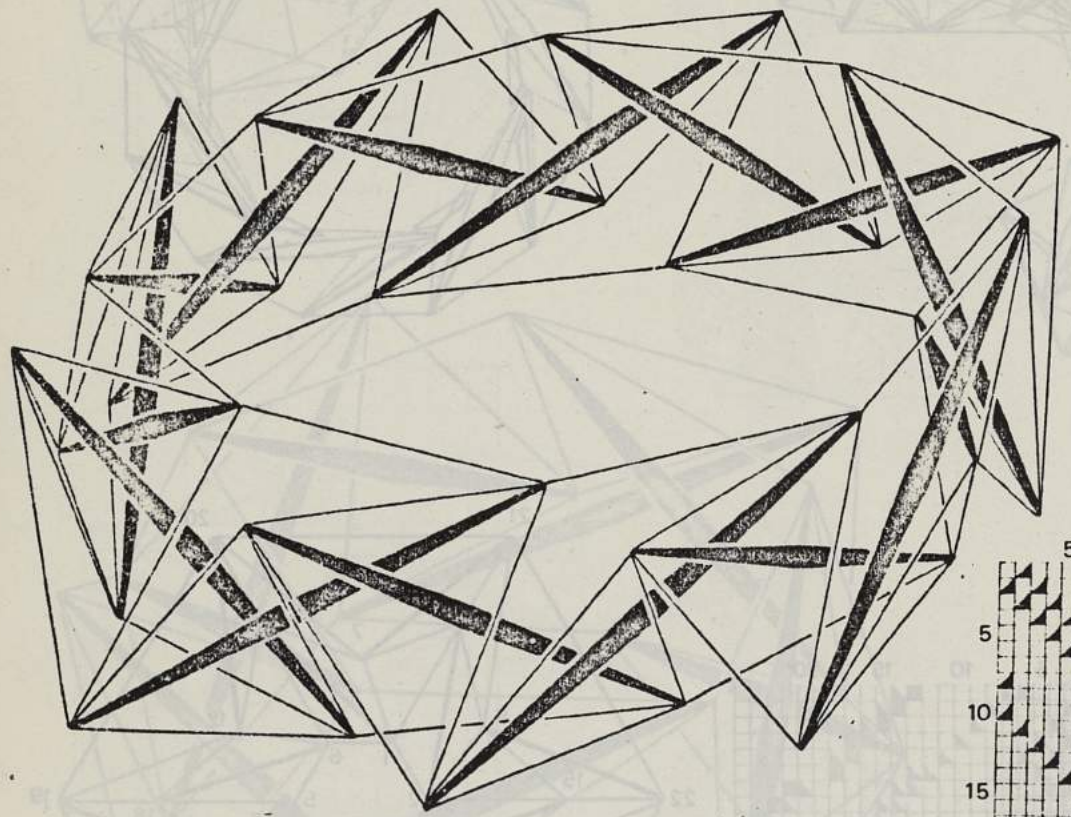


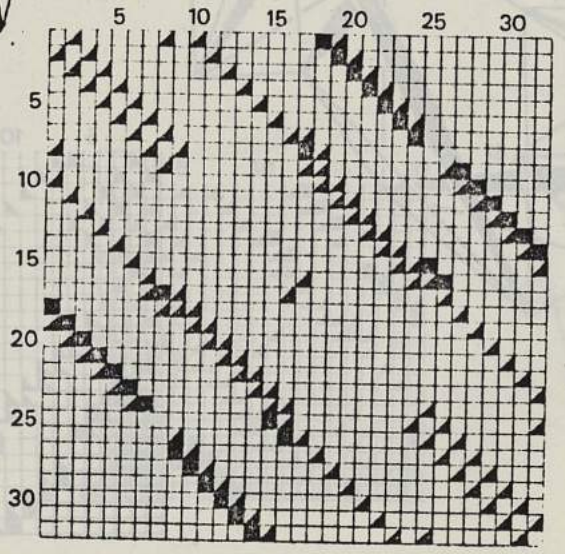
18 OCTOGONAL

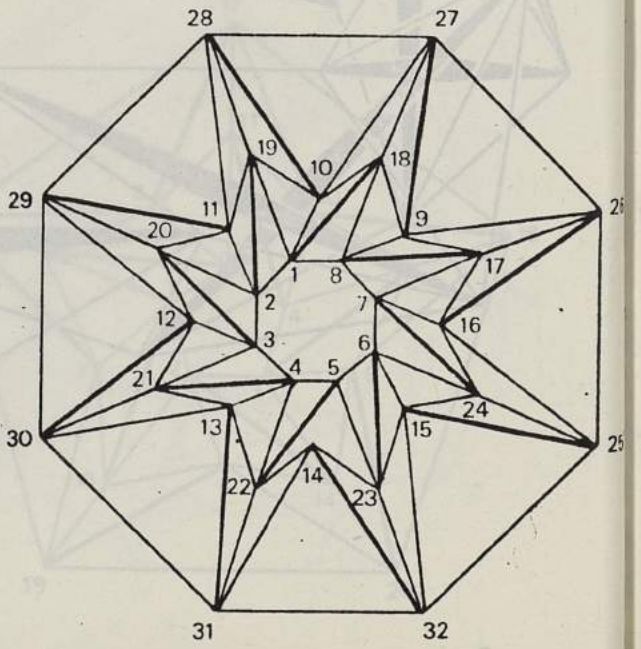






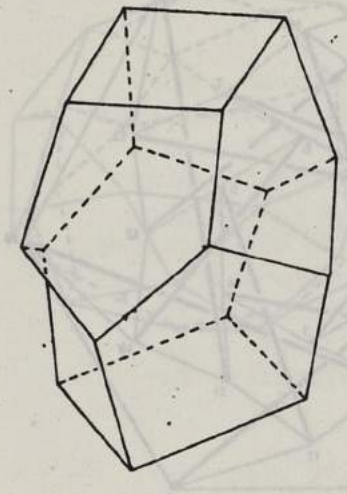


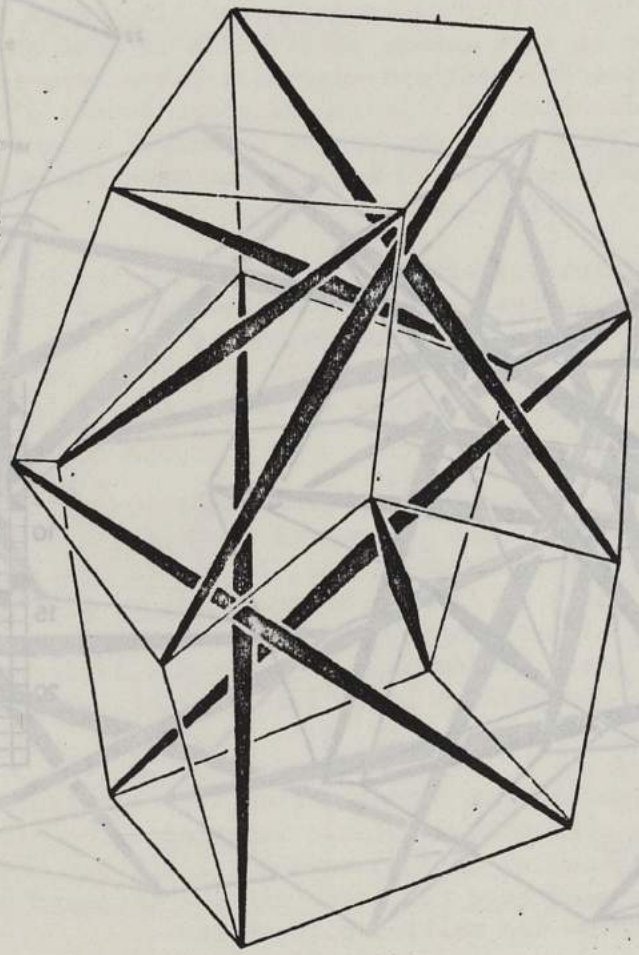


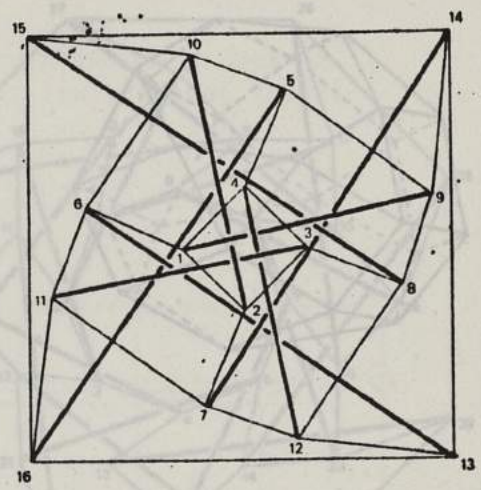


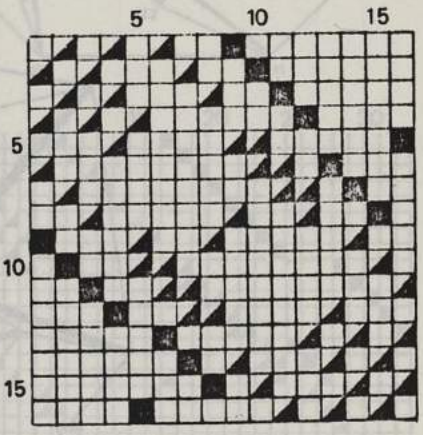
19 PENETRATION CARREE

2×4B



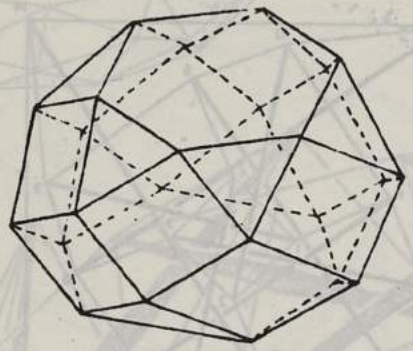


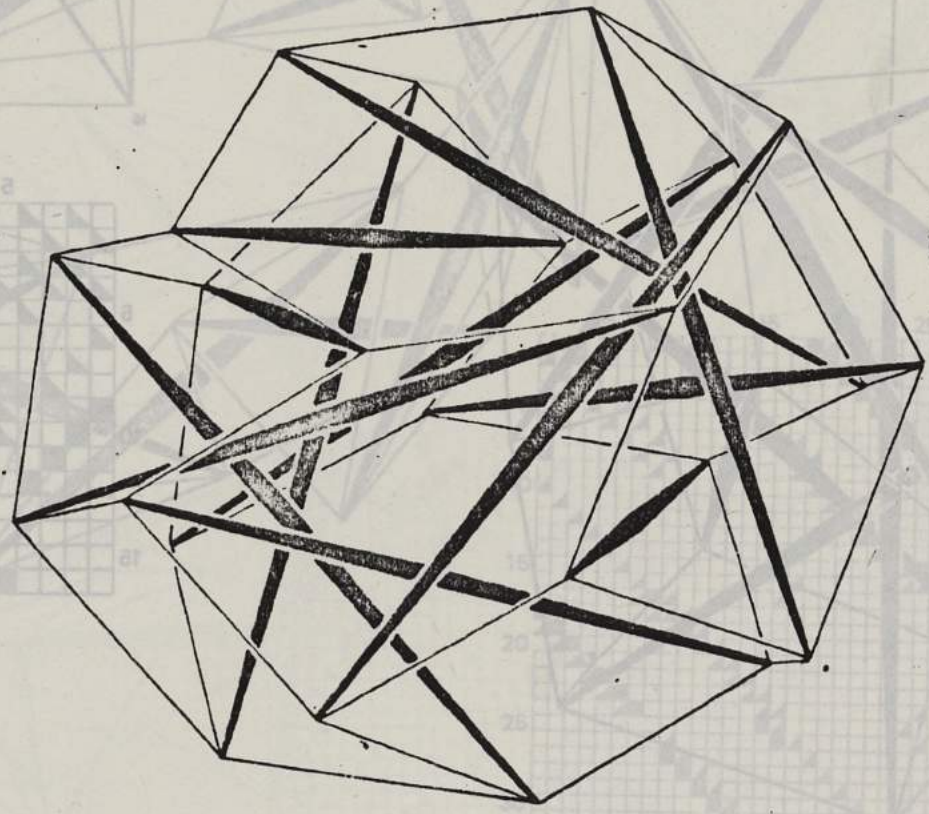


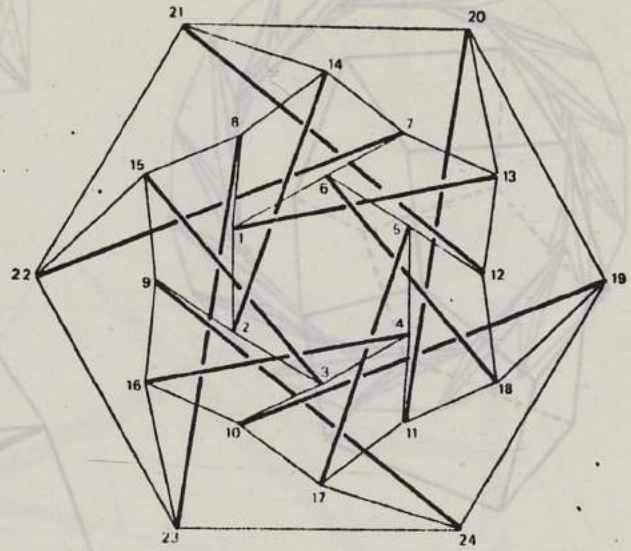


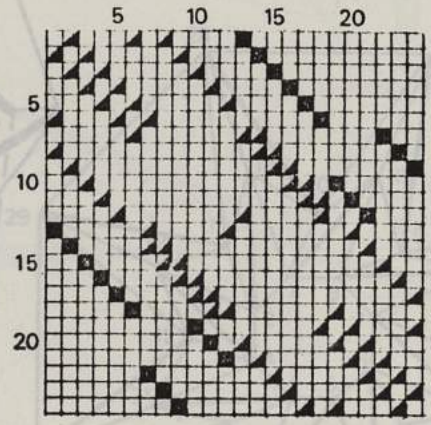
20 PENETRATION PENTAGONALE

2×6B



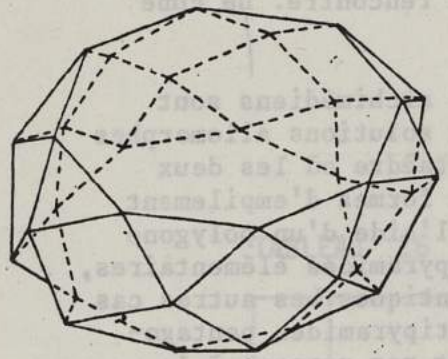


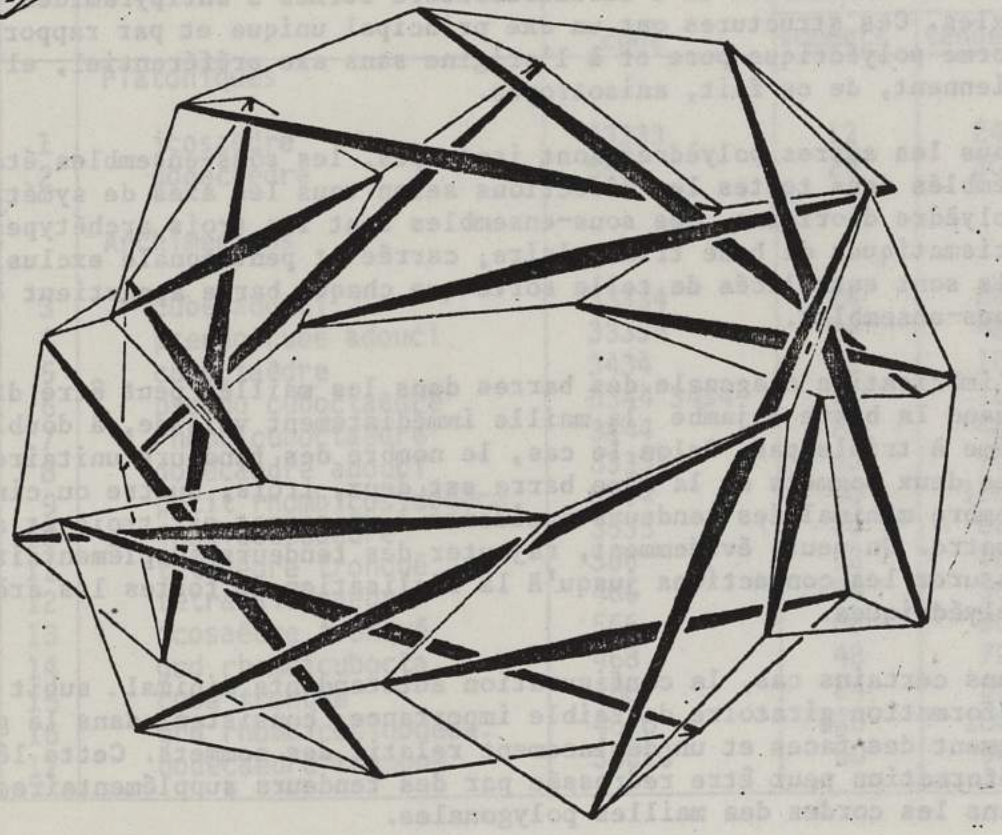


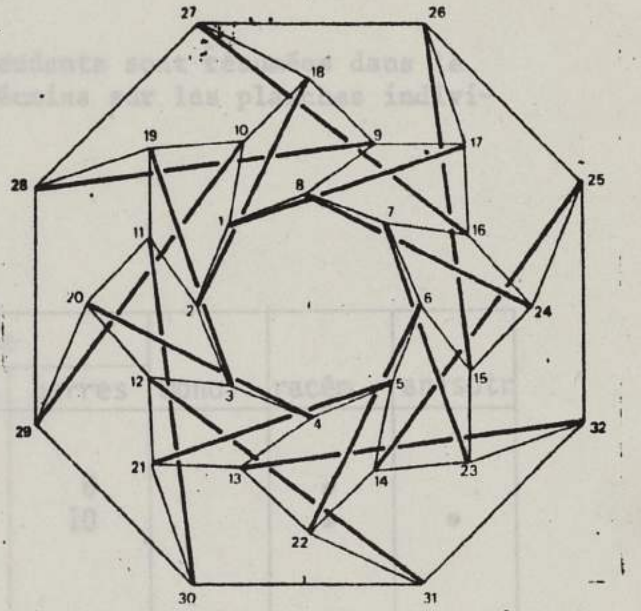


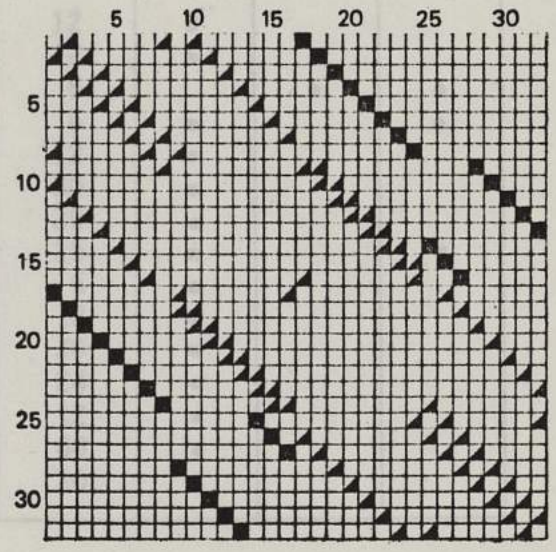
24 HEXAGONALE

2×8B

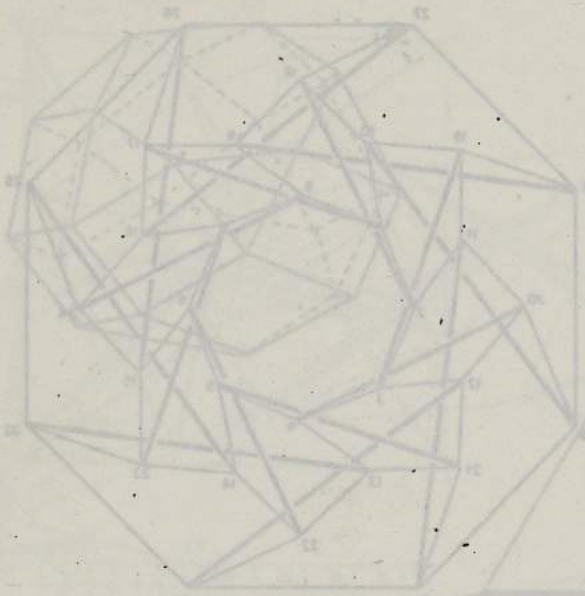


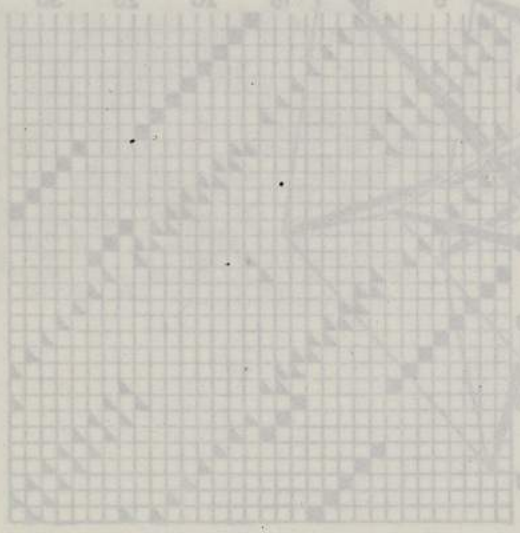






POLYEDRES AUTOTENDANTS





STRUCTURES POLYEDRIQUES REGULIERES

Parmi les cinq polyèdres platoniques, la construction autotendante des trois premiers est irréalisable. Le tétraèdre, n'ayant que quatre sommets, ne peut contenir que deux barres, nombre insuffisant pour un equilibrium. Dans l'octaèdre régulier les trois barres se croisent, quant à sa forme dérégularisée, c'est l'antiprisme triangulaire déjà rencontré. Le cube enfin, se déforme également en antiprisme carré.

Les deux platoniques restant de même que les treize archimédiens sont tous réalisables et même trois d'entre eux ont deux solutions allomorphes donnant les dénommées pseudo. C'est le cas du cuboctaèdre où les deux dispositions expriment la différence entre les deux formes d'empilement compact, l'un et l'autre composés par l'accolage à l'aide d'un polygone de jonction et sans aucune pénétration de deux antipyramides élémentaires, mais les unes de rotations opposées, les autres identiques.Les autres cas sont le dodécaèdre et l'icosidodécaèdre formés d'antipyramides pentagonales. Ces structures ont un axe principal unique et par rapport à la forme polyédrique pure et à l'origine sans axe préférentiel, elles deviennent, de ce fait, anisotropes.

Tous les autres polyèdres sont isotropes, les sous-ensembles étant assemblés dans toutes les directions selon tous les axes de symétrie du polyèdre d'origine. Ces sous-ensembles sont les trois archétypes antiprismatiques de base triangulaire, carrée et pentagonale exclusivement. Ils sont entrelacés de telle sorte que chaque barre appartient à deux sous-ensembles.

L'imbrication diagonale des barres dans les mailles peut être directe quand la barre enjambe la maille immédiatement voisine, à double pas ou même à triple pas. Selon le cas, le nombre des tendeurs unitaires reliant les deux sommets de la même barre est deux, trois, quatre ou cinq. Le nombre minimal des tendeurs incidents à un sommet est trois et au maximum quatre. On peut, évidemment, rajouter des tendeurs supplémentaires et saturer les connections jusqu'à la réalisation de toutes les arêtes polyédriques.

Dans certains cas, la configuration autotendante minimal. subit une déformation giratoire de faible importance, consistant dans le gauchissement des faces et un déplacement relatif des sommets. Cette légère déformation peut être redressée par des tendeurs supplémentaires situés dans les cordes des mailles polygonales.

Parmi les polyèdres autotendants les deux platoniques et le cuboctaèdre sont racémiques étant auto-énantiomorphes. Tous les autres sont monogyres, par conséquent ils existent sous deux formes énantiomorphes: gauche et droite.

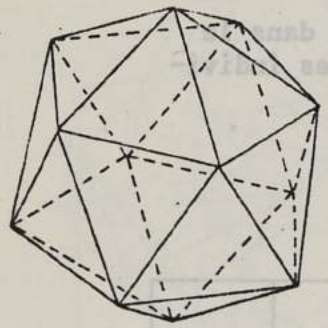
Les caractéristiques des polyèdres autotendants sont résumées dans le tableau 26 et leurs données graphiques réunies sur les planches individuelles correspondantes.

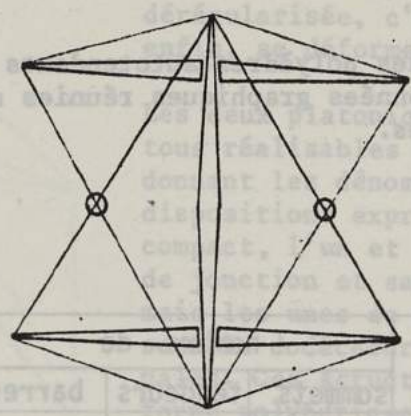
TABLEAU 26 POLYEDRES AUTOTENDANTS

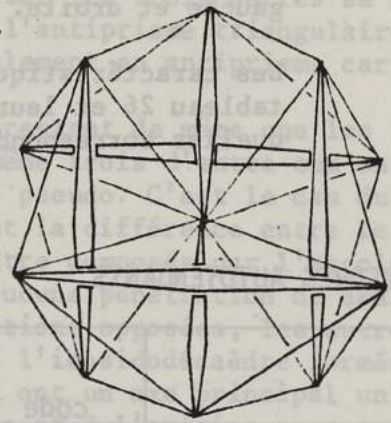
		code	nombre de			mono.	racém.	anisotr.
			sommets	tendeurs	barres			
	Platoniques							
1	icosaèdre	33333	12	24	6		•	
2	dodécaèdre	555	20	30	10		•	•
	Archimédiens							
3	cube adouci	33334	24	60	12	•		
4	pseudo cube adouci	33334	24	48	12	•		
5	cuboctaèdre	3434	12	18	6		•	•
6	pseudo cuboctaèdre	3344 3434	12	18	6	•		•
7	rhombicuboctaèdre	3444	24	48	12	•		
8	dodécaèdre adouci	33335	60	90	30	•		
9	petit rhombicosidodéca.	3454	60	120	30	•		
10	icosidodécaèdre	3535	30	60	15	•		•
11	tétraèdre tronqué	366	12	18	6	•		
12	tétrakaïdécaèdre	466	24	36	12	•		
13	icosaèdre tronqué	566	60	90	30	•		
14	grd rhombicubocta.	468	48	72	24	•		
15	cube tronqué	388	24	36	12	•		
16	grd rhombicosidodéca.	4610	120	180	60	•		
17	dodécaèdre tronqué	31010	60	90	30	•		

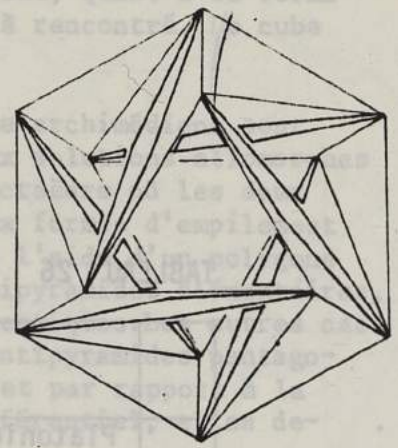
1 ICOSAEDRE

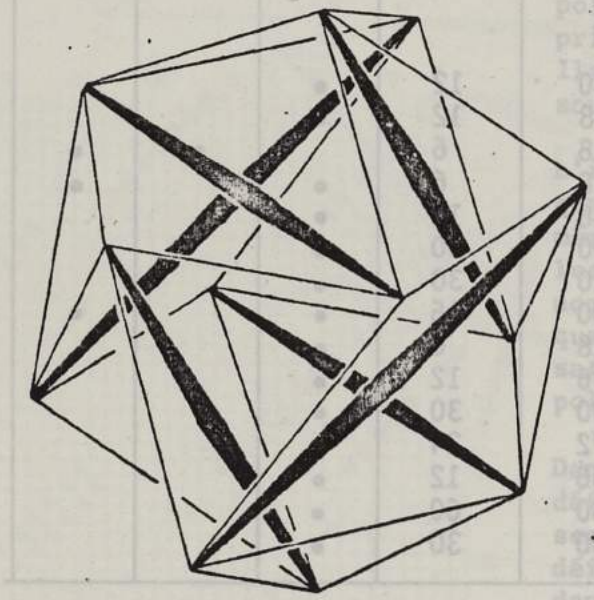
55555

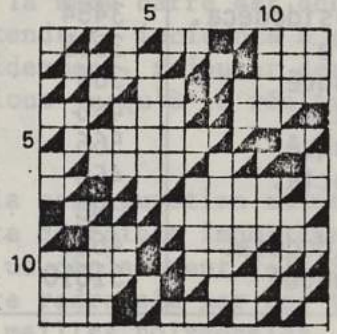


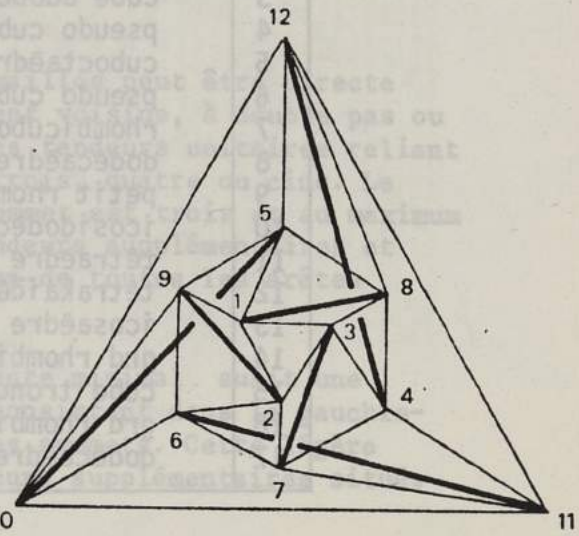


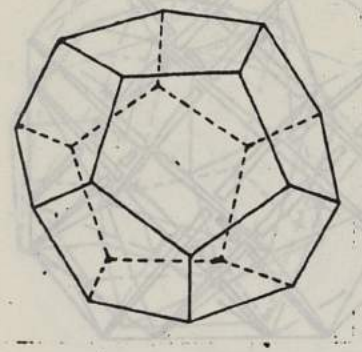


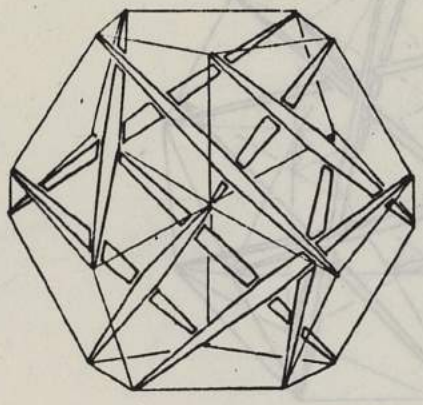


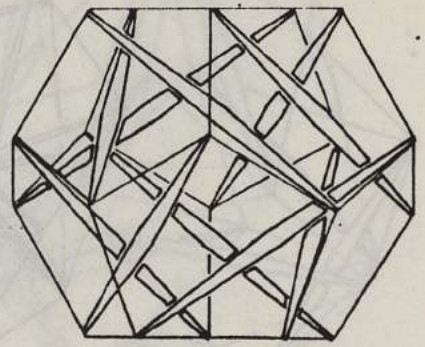


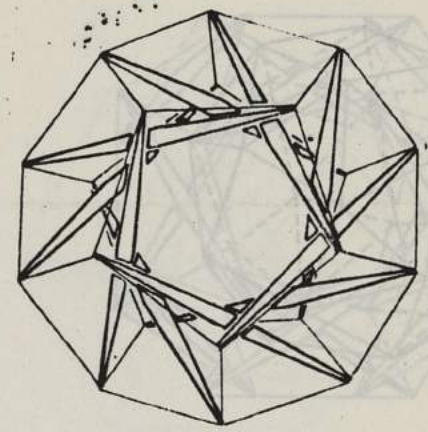


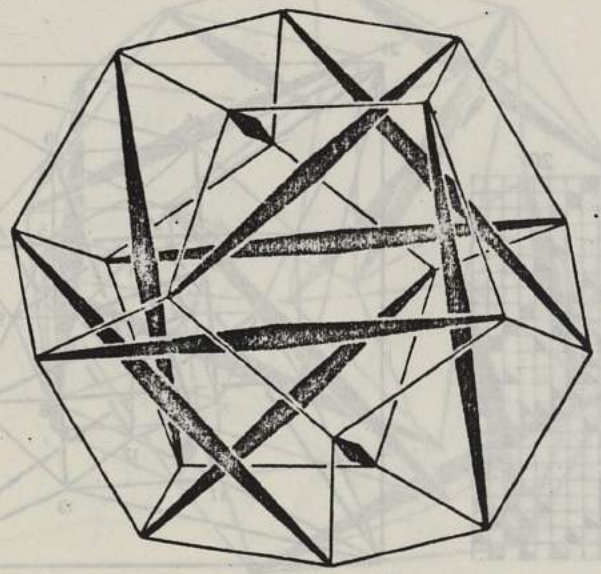


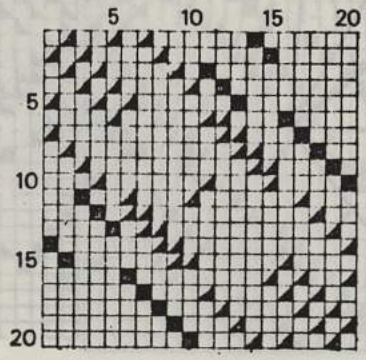


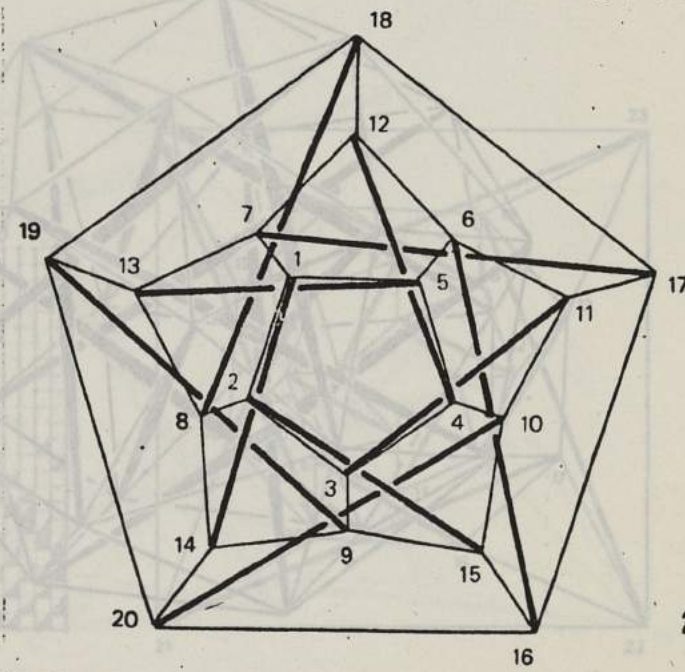








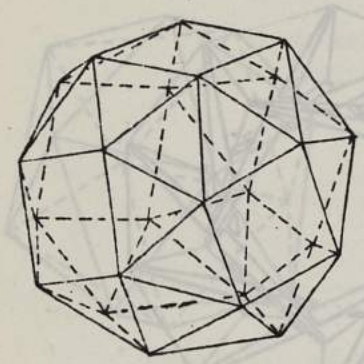


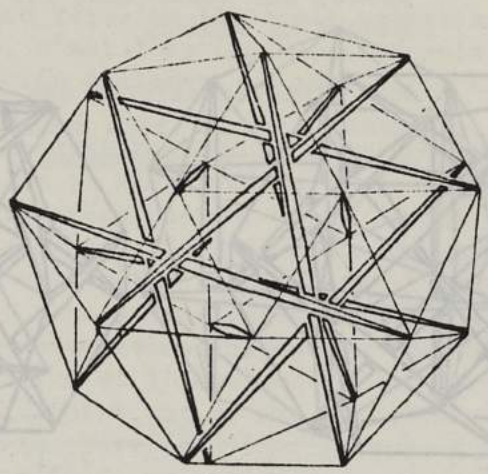


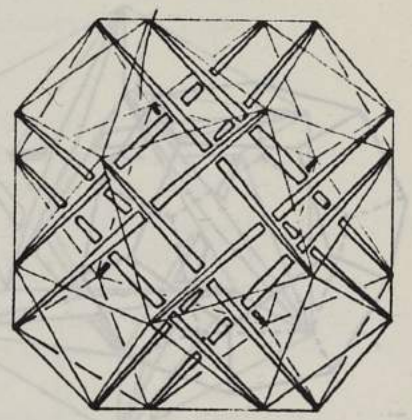
253

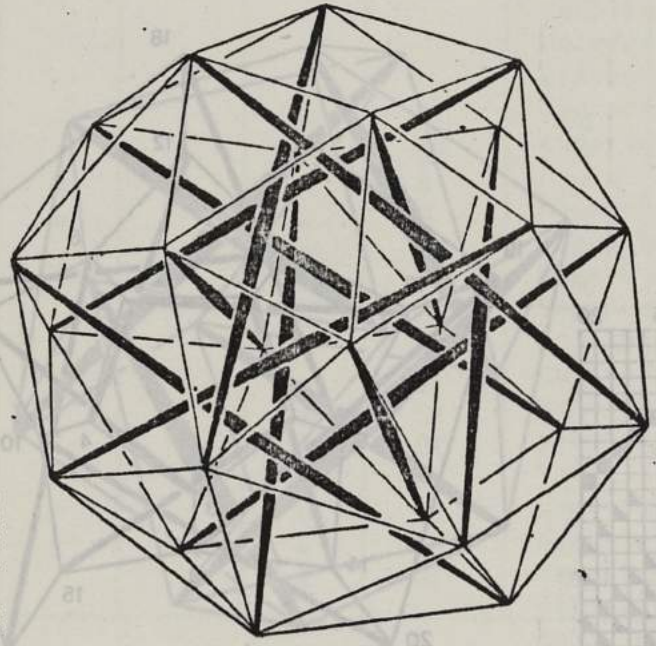
5 CUBE ADOUCI

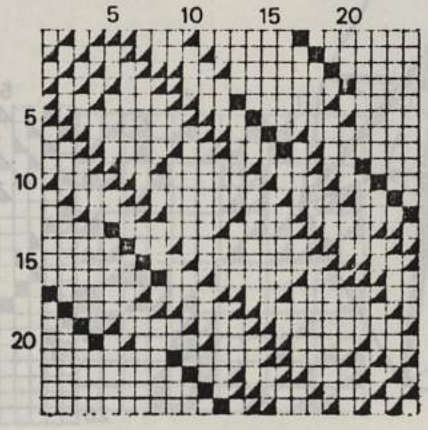
55554

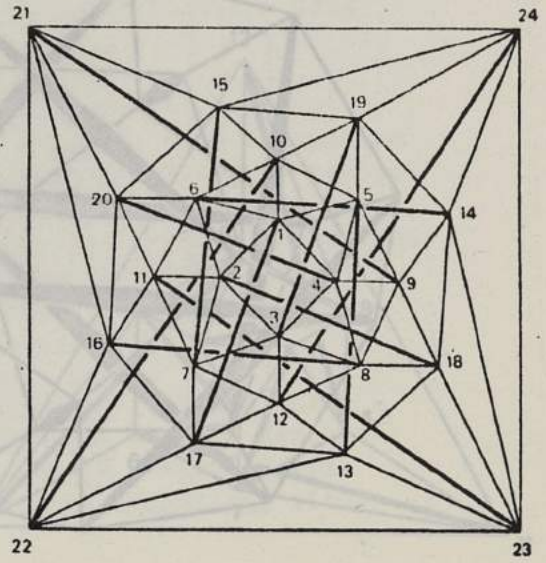






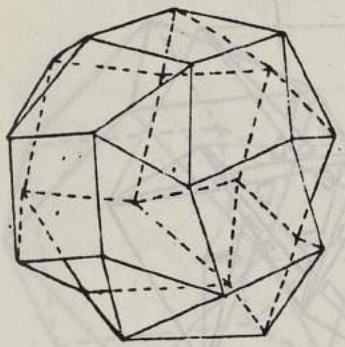


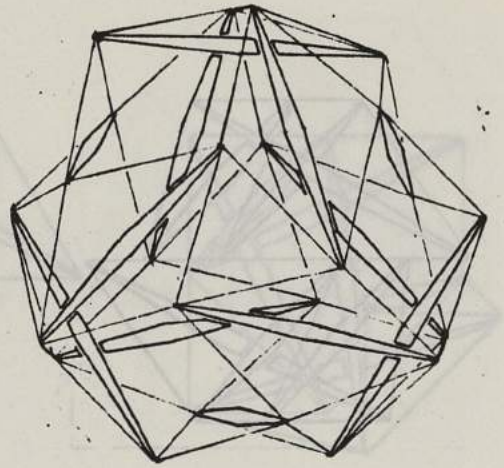


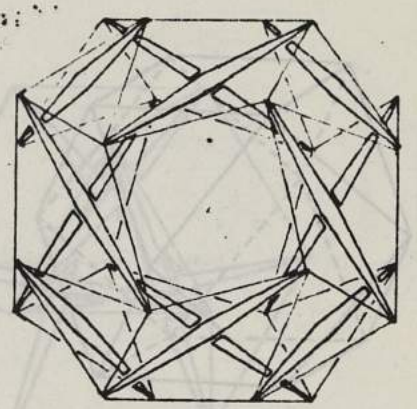


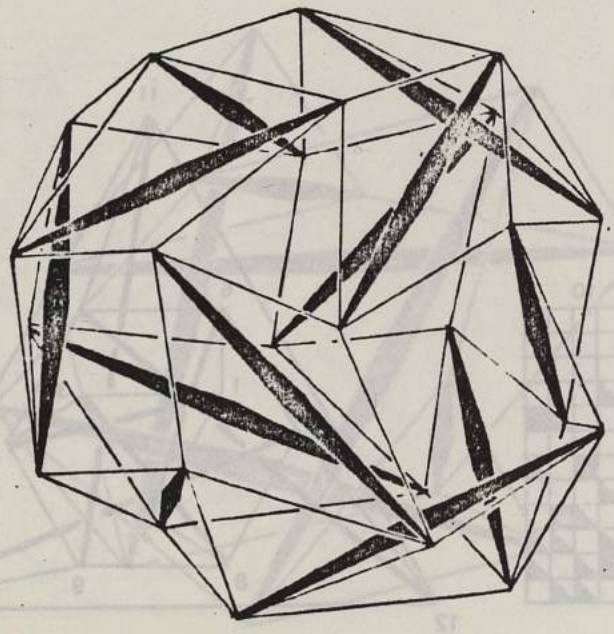
4 PSEUDO CUBE ADOUCI

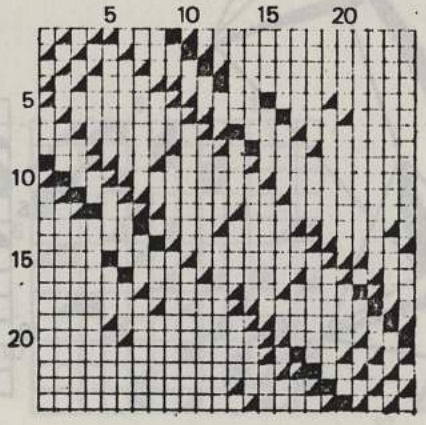
33334

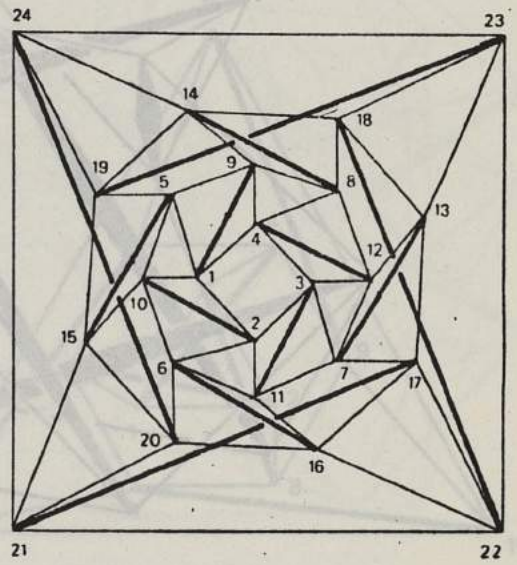






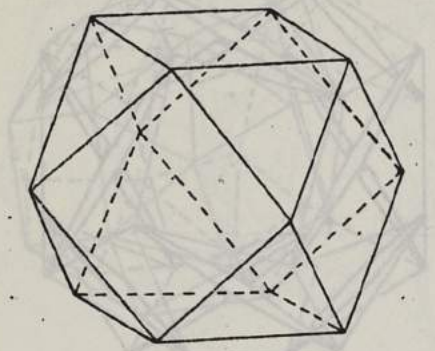


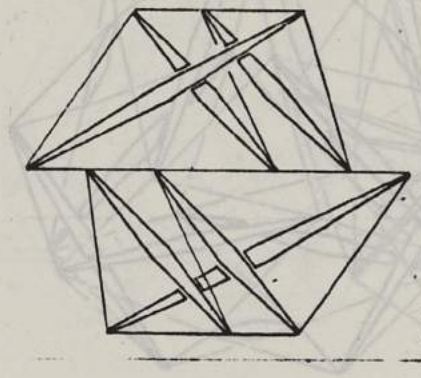


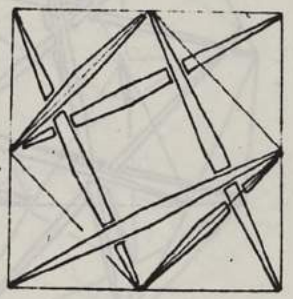


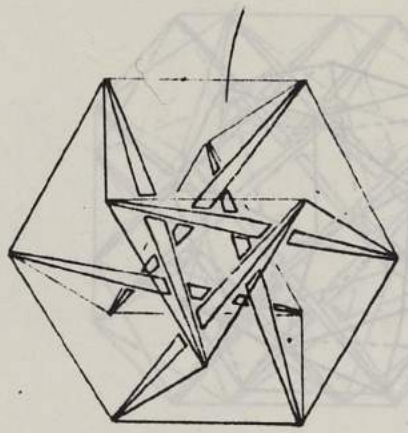
CUBOCTAEDRE

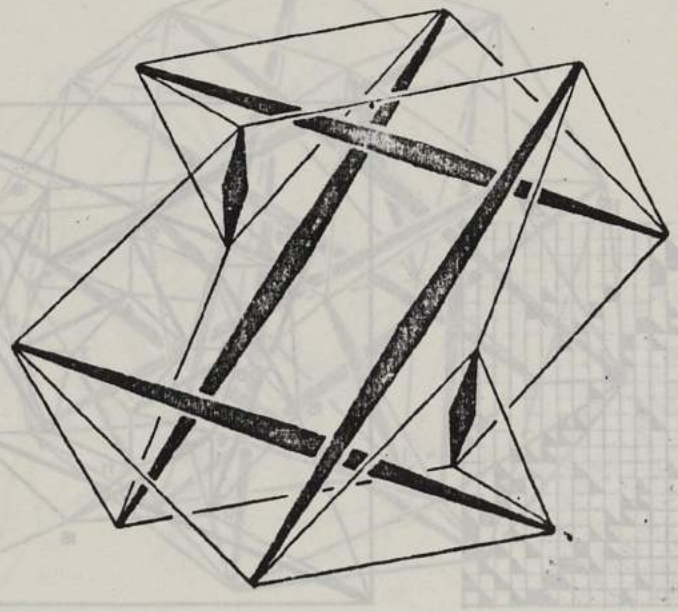
3454

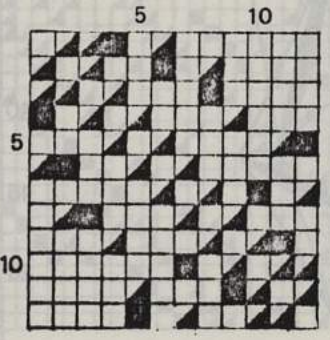


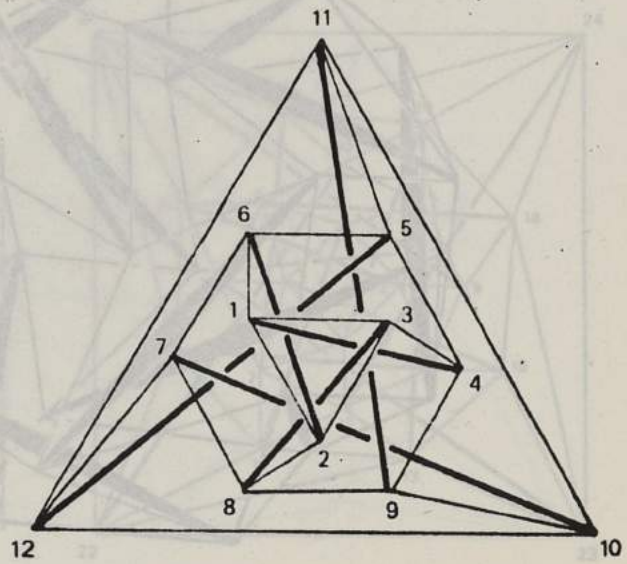






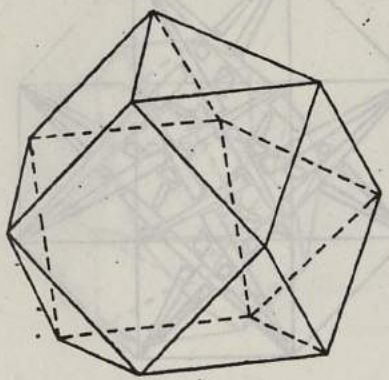


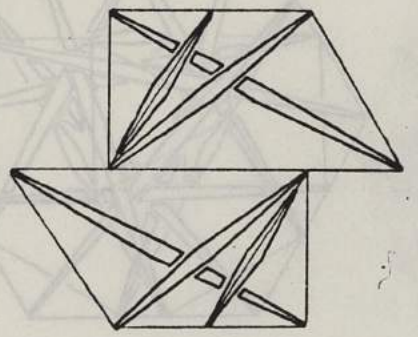


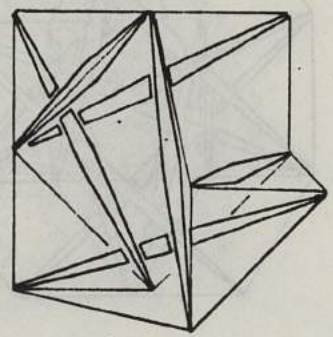


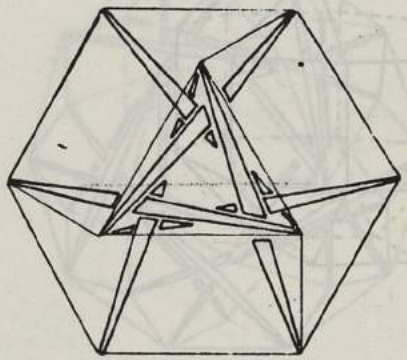
6 PSEUDO CUBOCTAEDRE

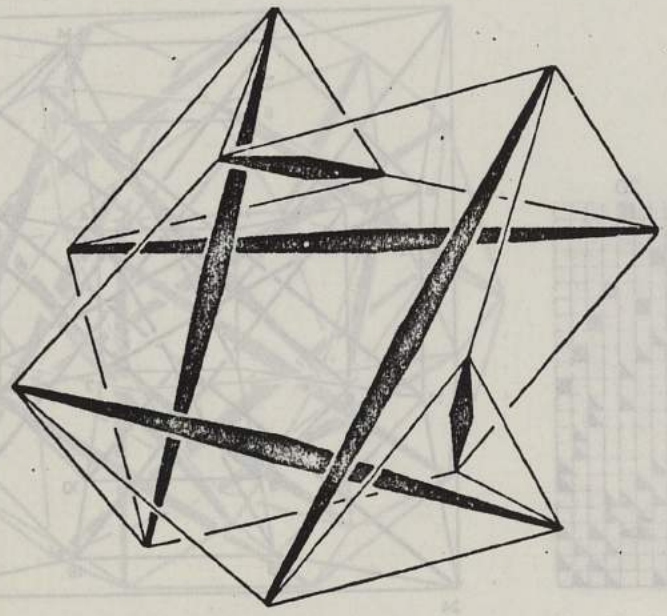
3544 3454

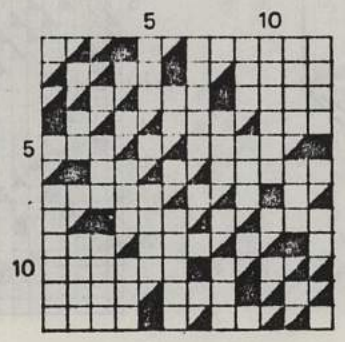


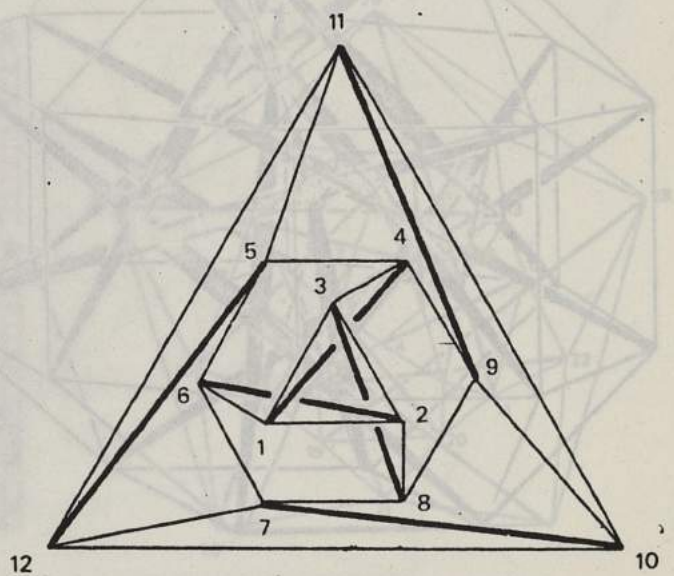






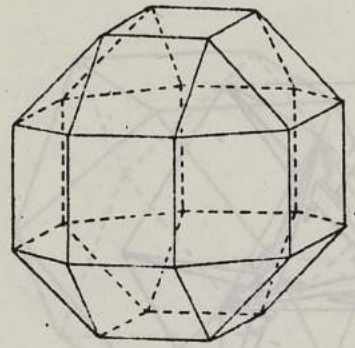


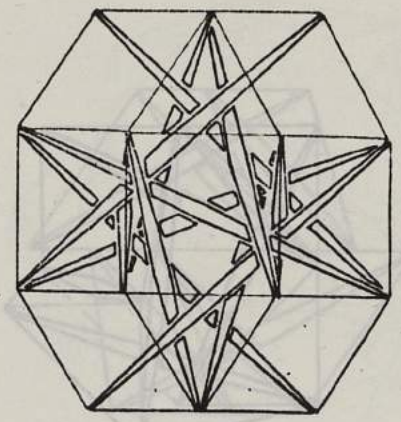


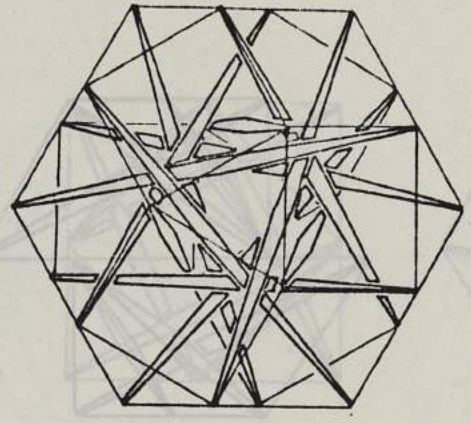


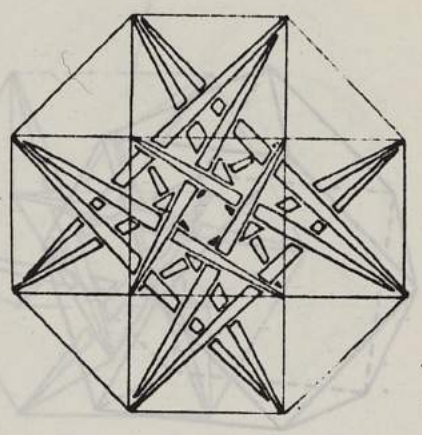
7 PETIT RHOMBICUBOCTA

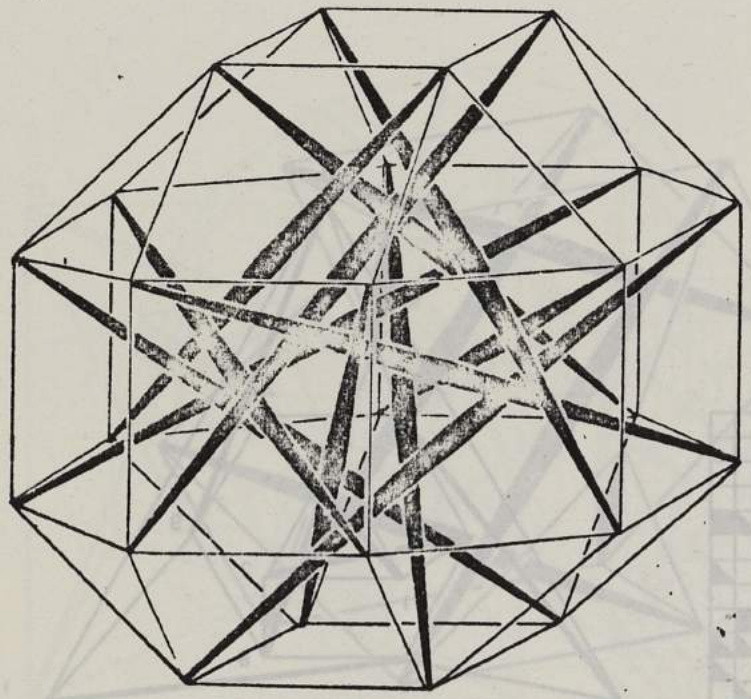
3444

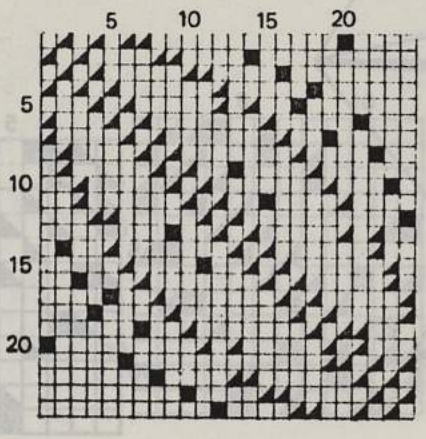


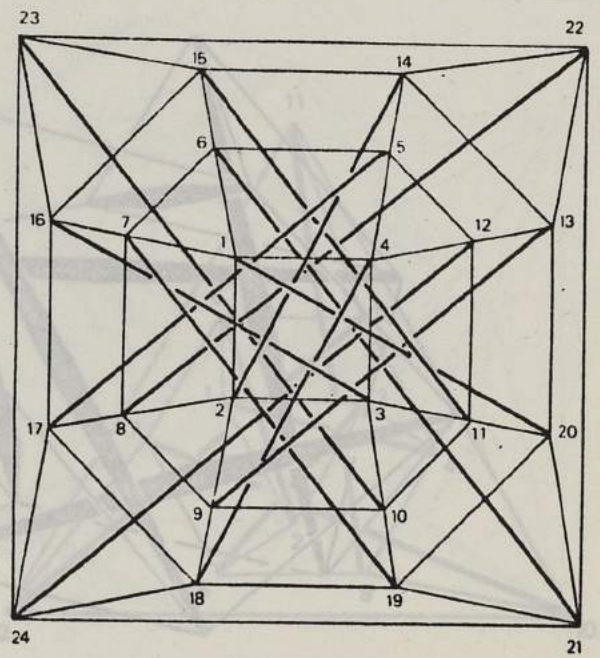






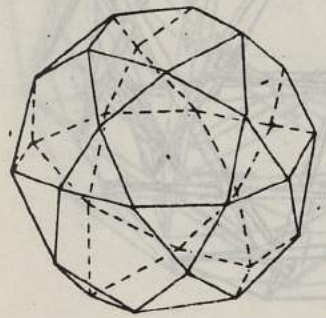


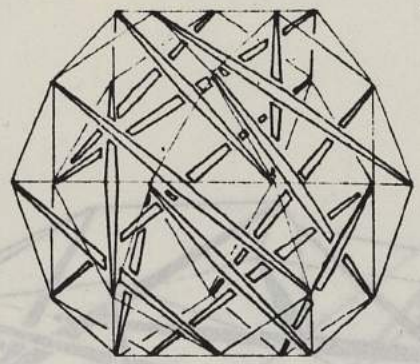


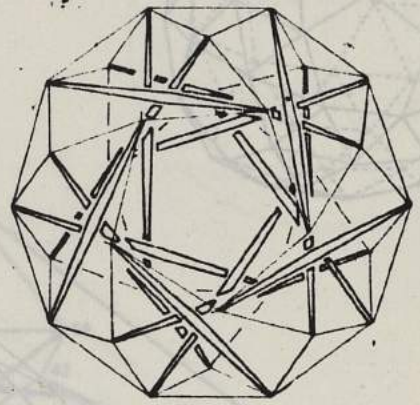


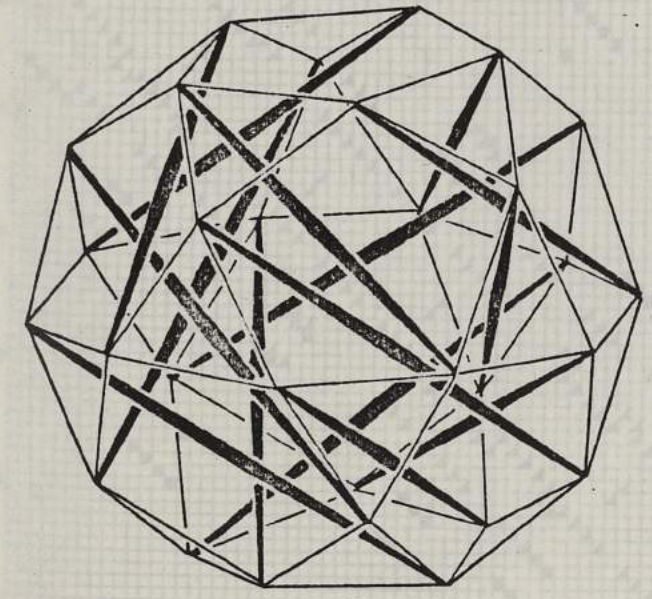
10 ICOSIDODECAEDRE

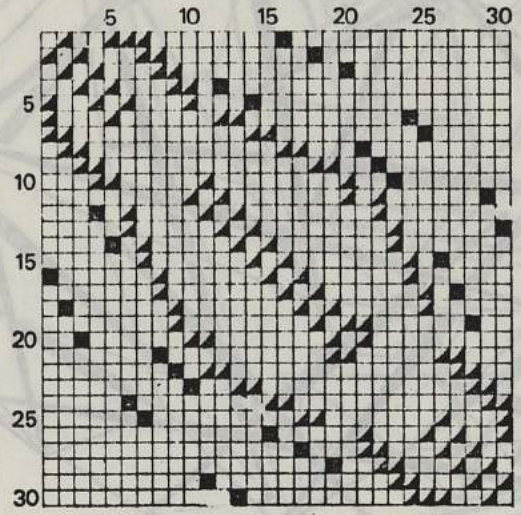
3535

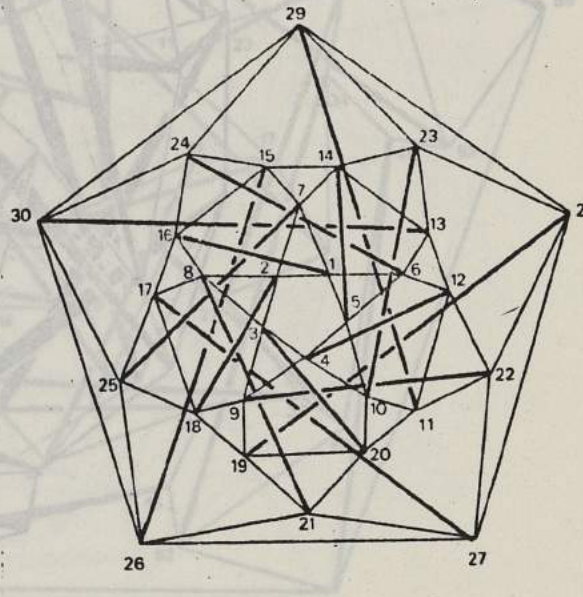




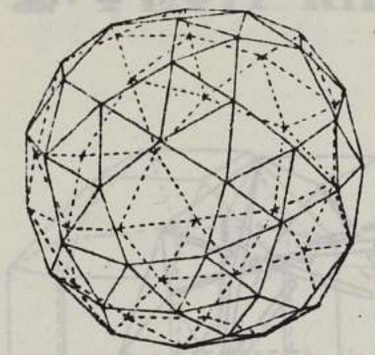


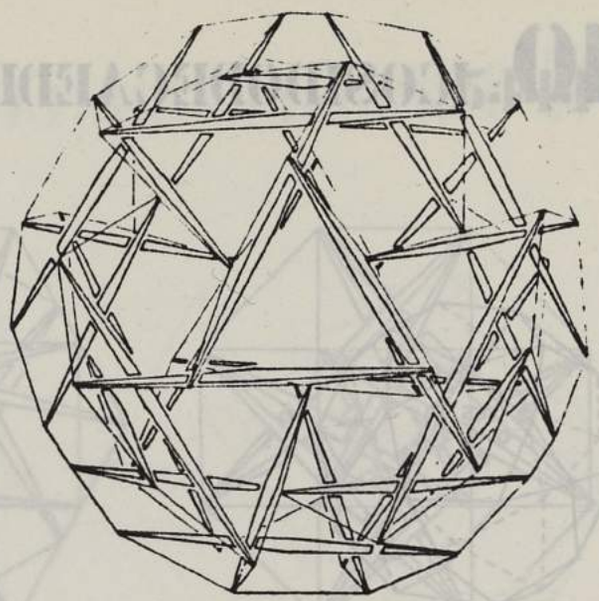


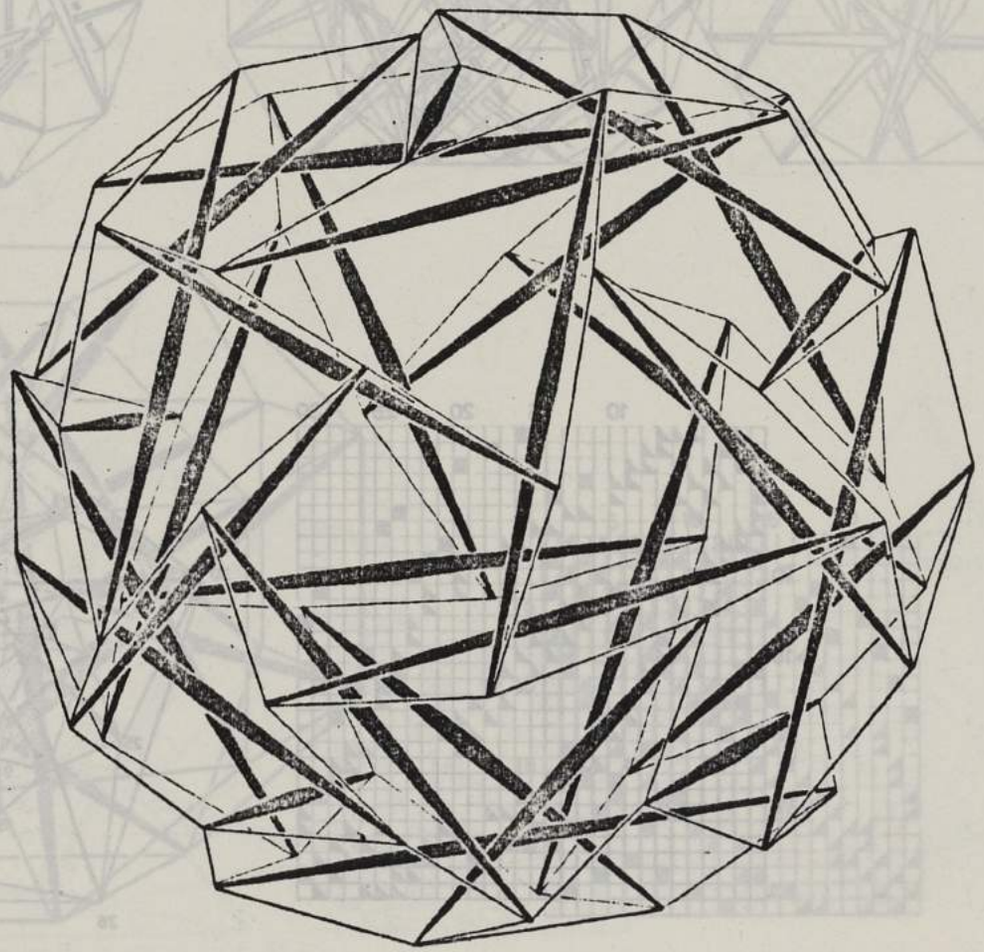


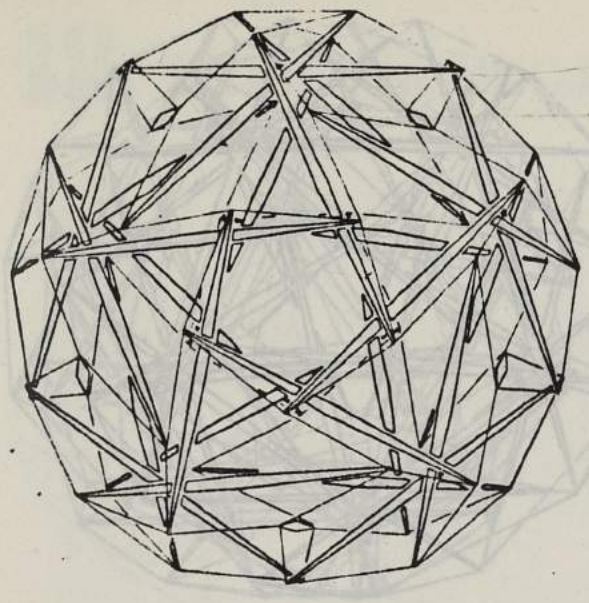


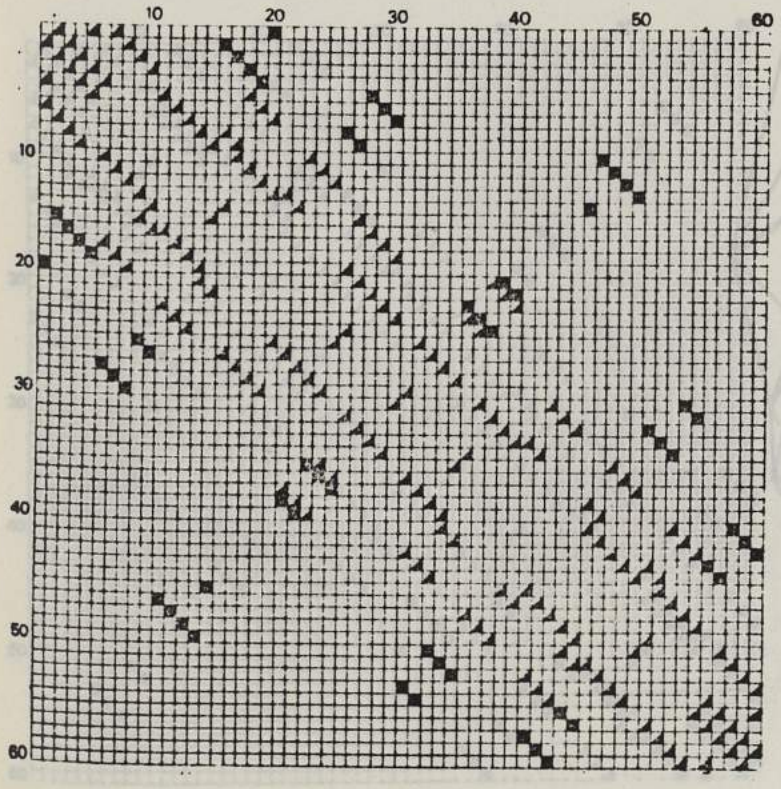
DODECAEDRE ADOUCI

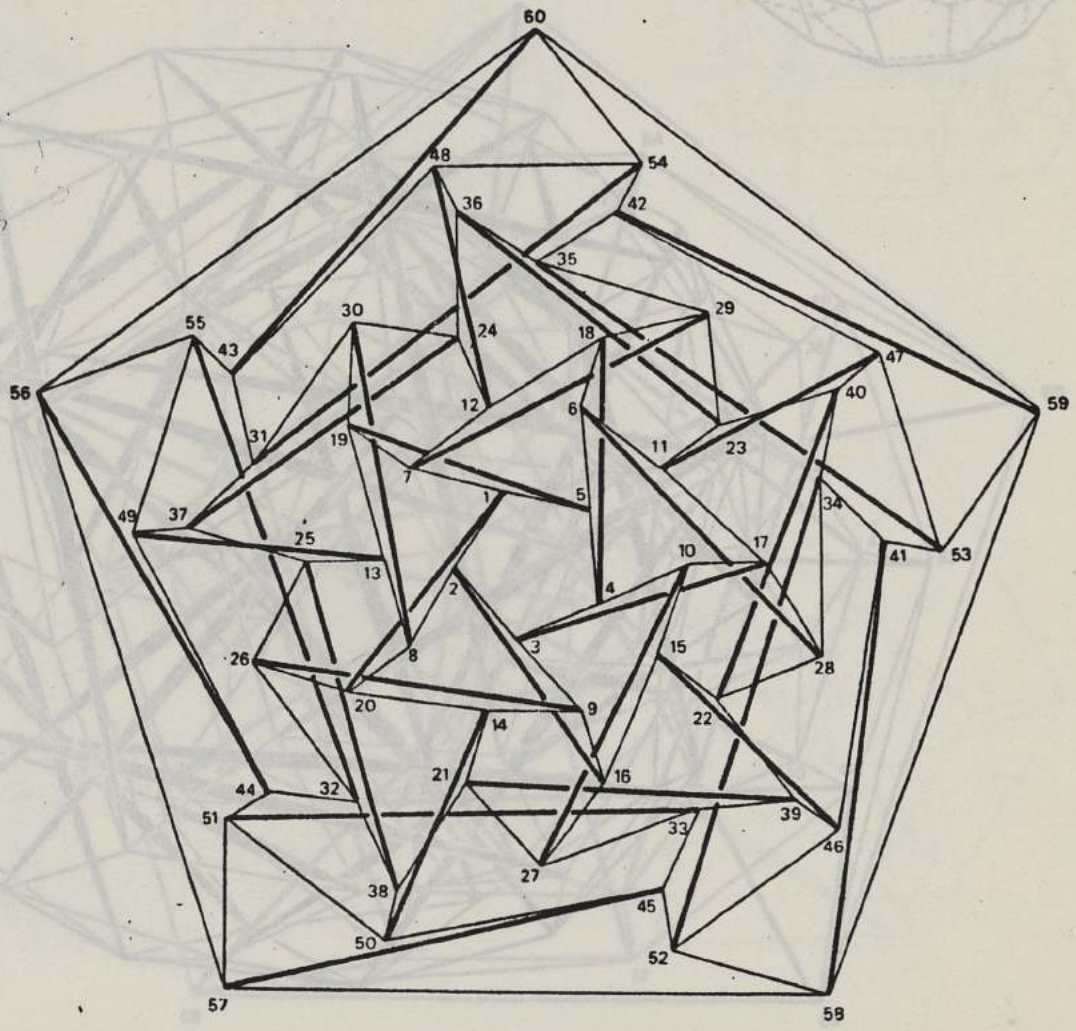




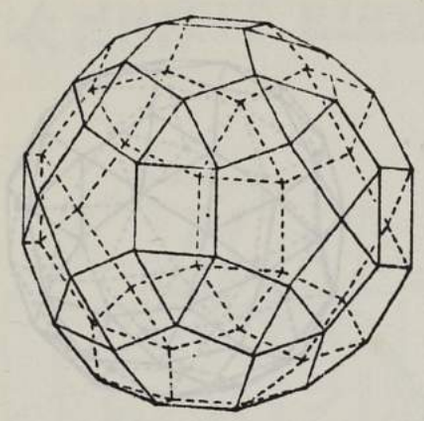


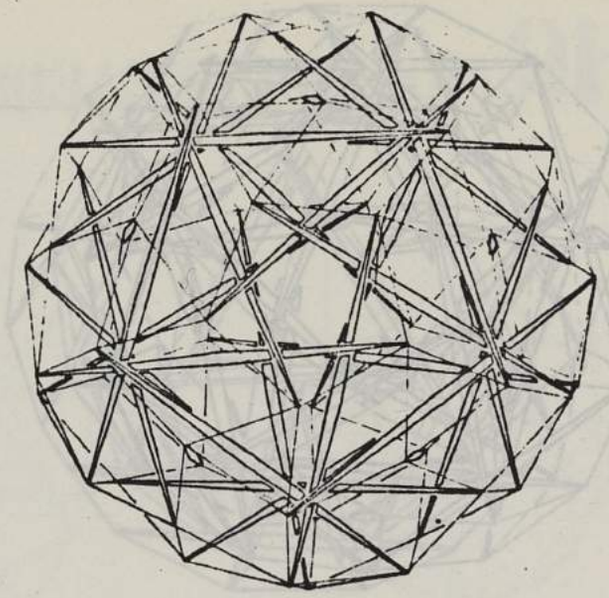


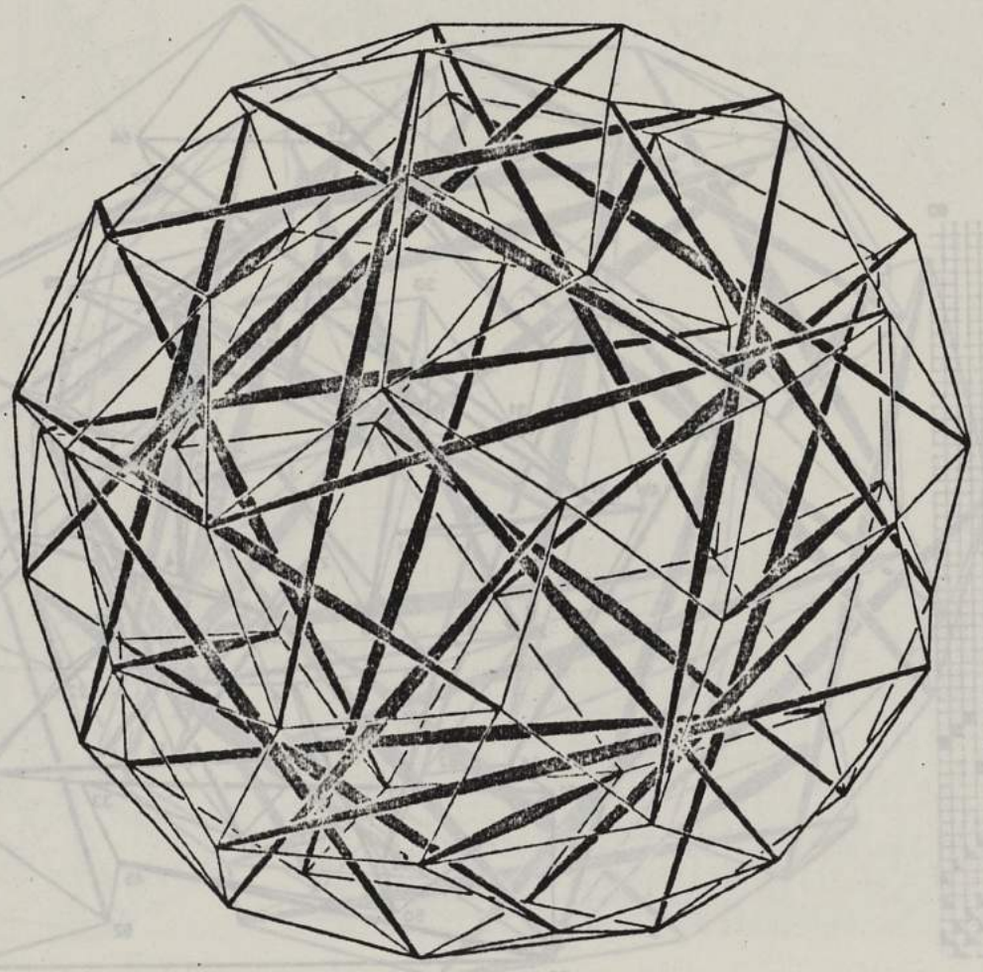

10
20
30
40
50
60

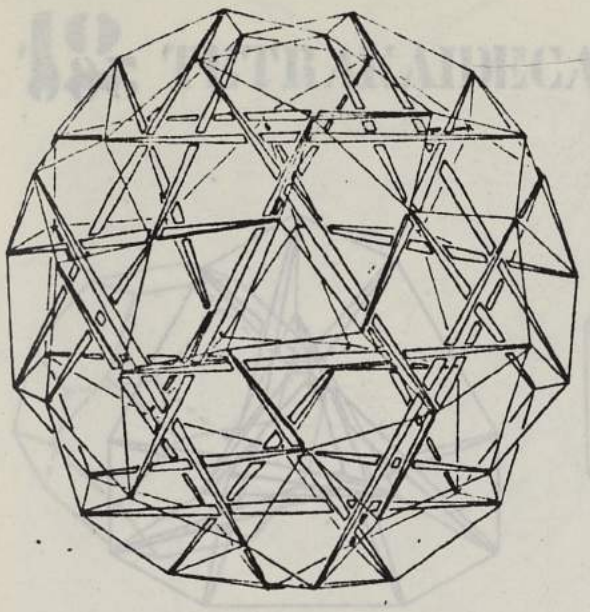

60
48
54
36
42
35
55
30
29
43
24
18
47
56
12
40
59
6
31
19
11
23
7
1
5
49
37
34
25
10
17
41
53
13
2
4
26
8
3
15
28
20
9
14
22
44
32
21
16
51
39
33
46
27
38
45
50
52
57
58

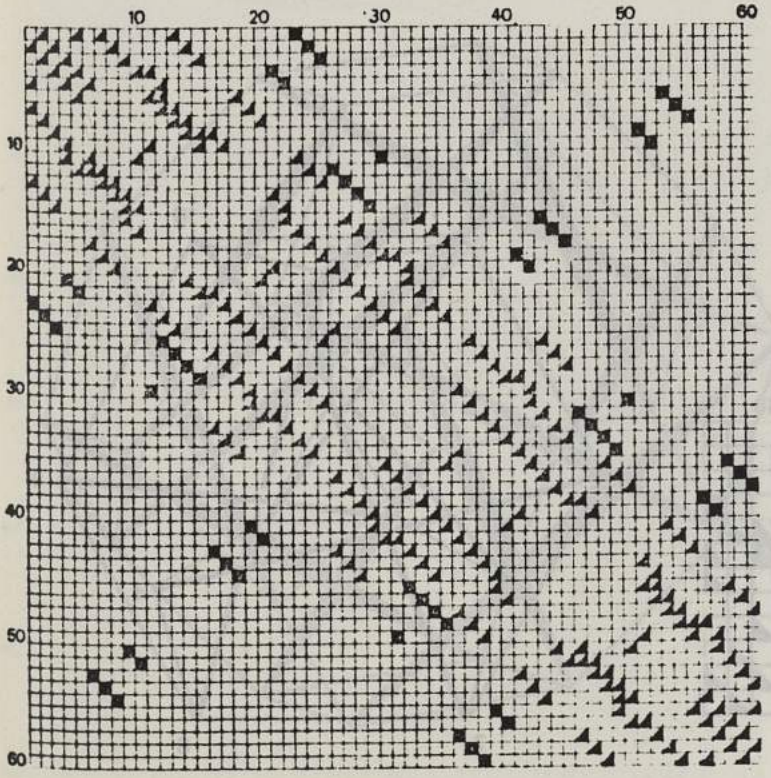
9 PETIT RHOMBICOSIDODECA

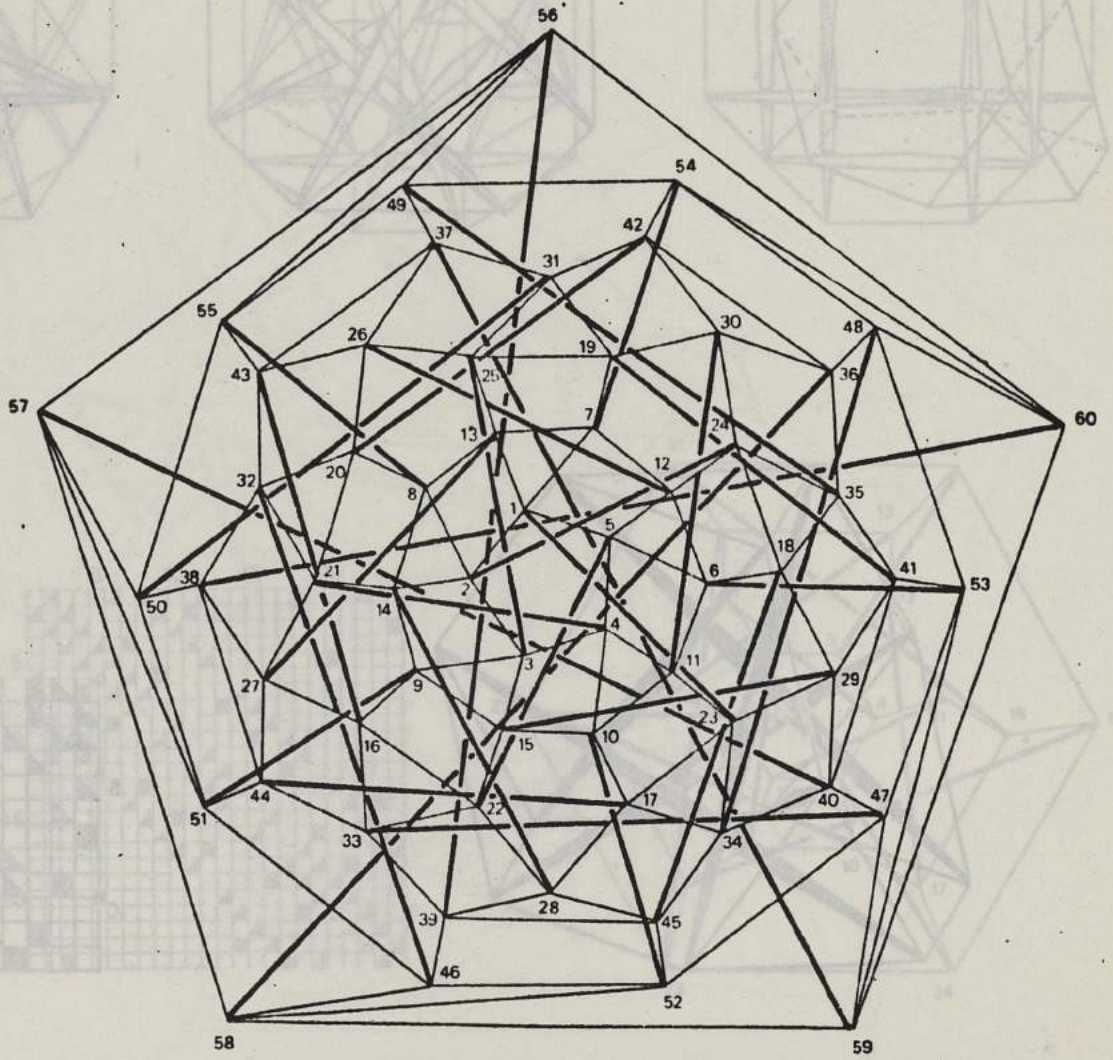






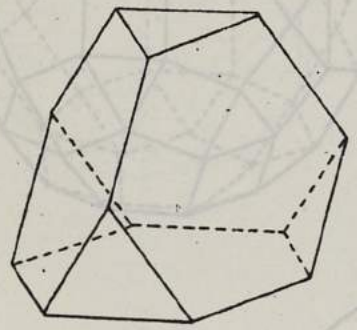


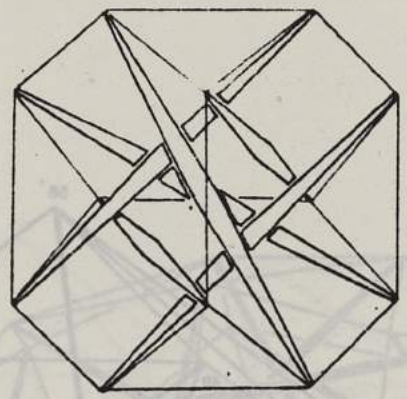

10
20
30
40
50
60

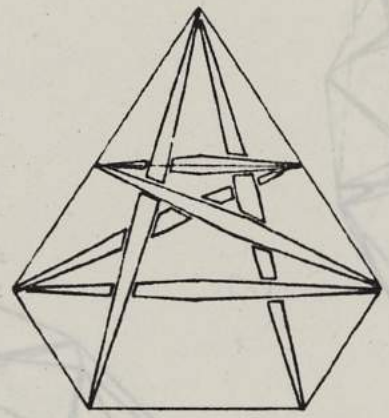

56
54
49
37
42
31
55
26
30
48
19
43
36
25
7
57
60
13
24
12
32
20
35
8
1
5
18
38
21
6
41
53
50
14
2
4
3
11
27
9
29
23
16
15
10
44
17
40
47
51
22
33
34
39
28
45
46
52
58
59

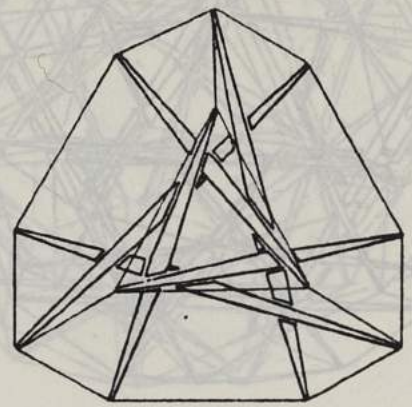
11 TETRAEDRE TRONQUE

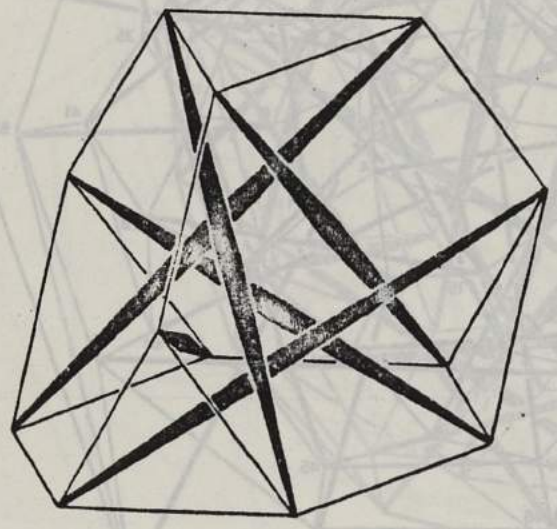
366

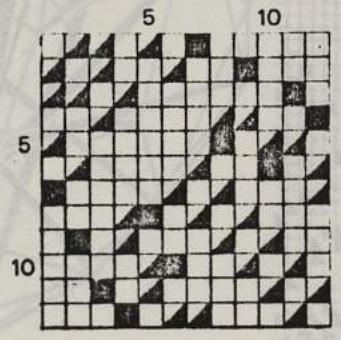


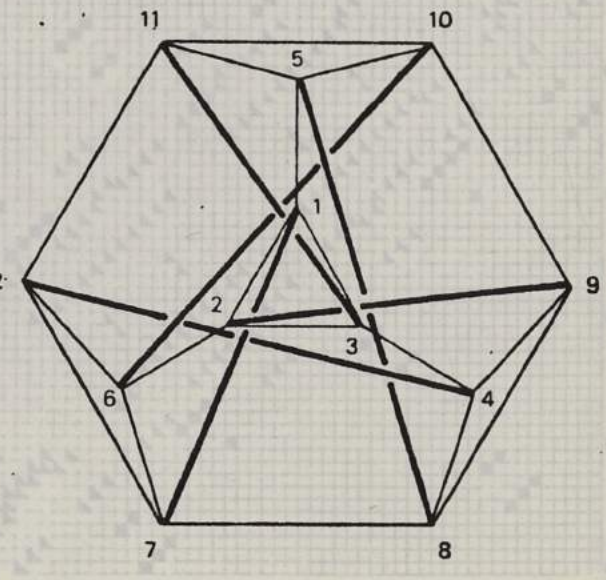




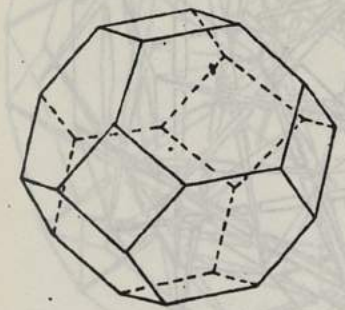


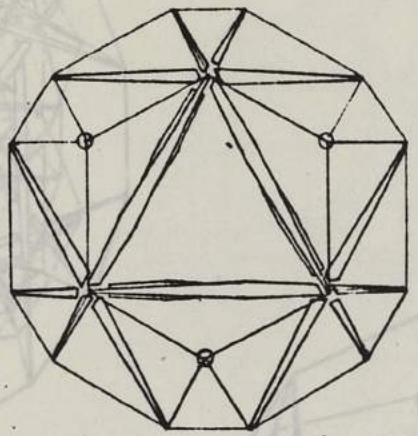


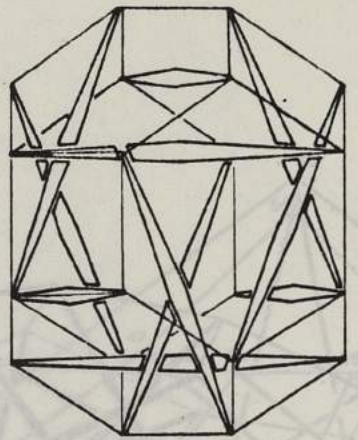


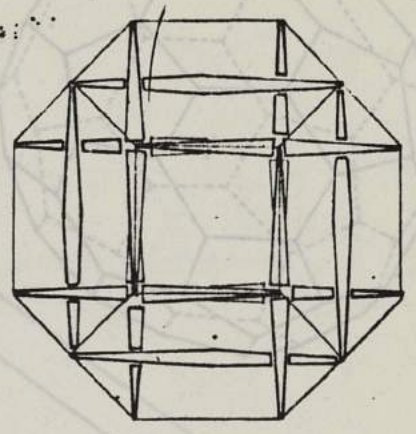


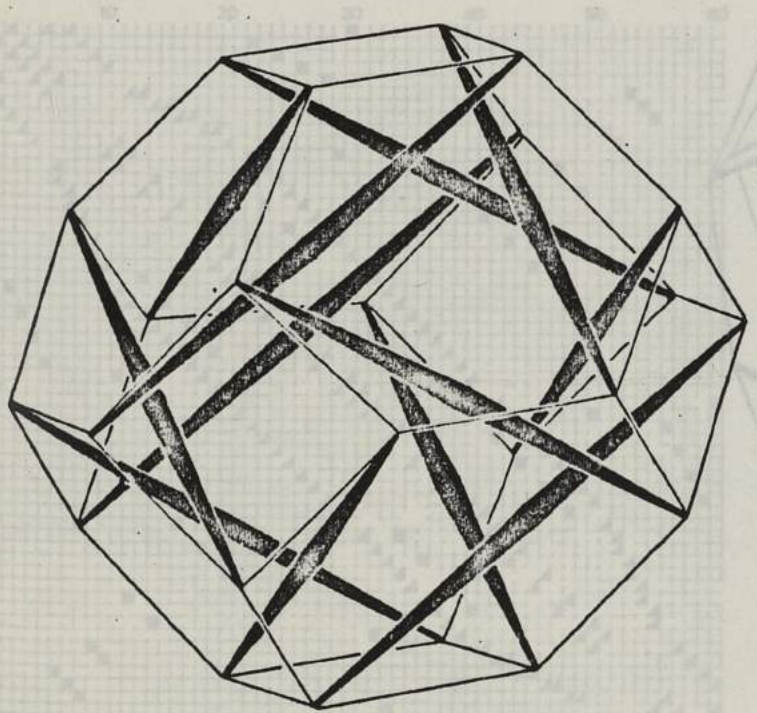
12 TETRAKAIDECAEDRE

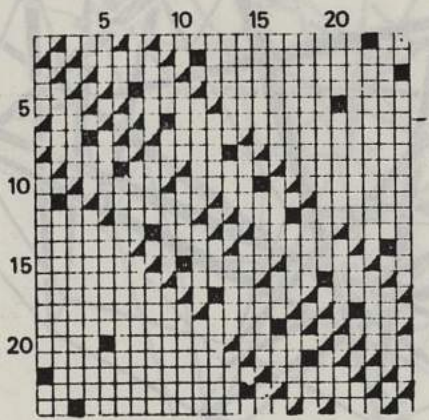


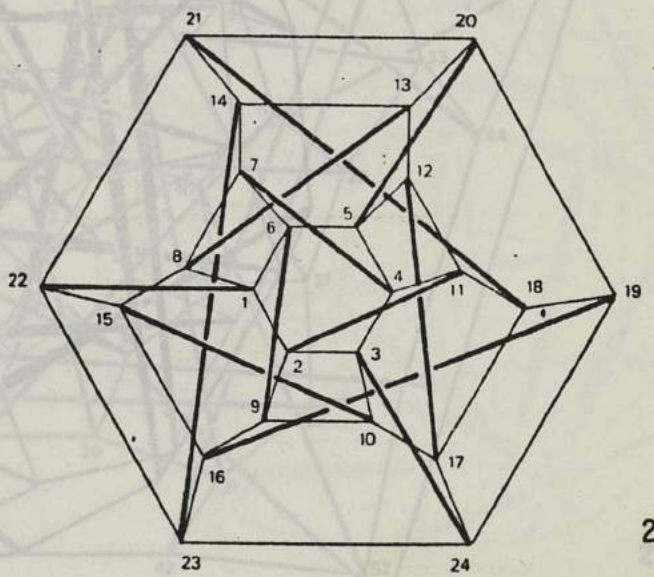




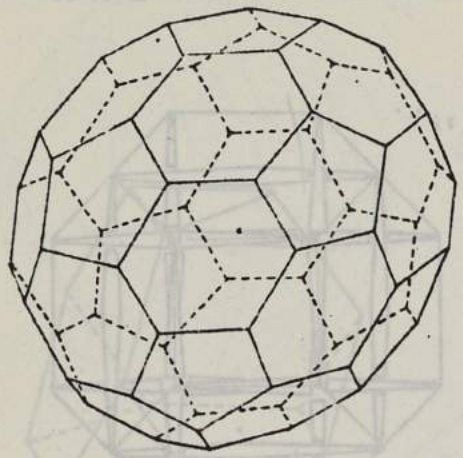


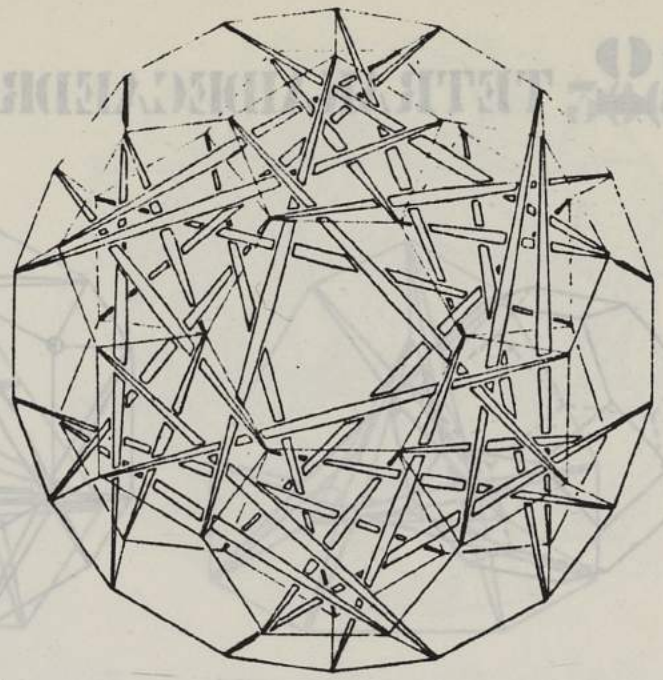


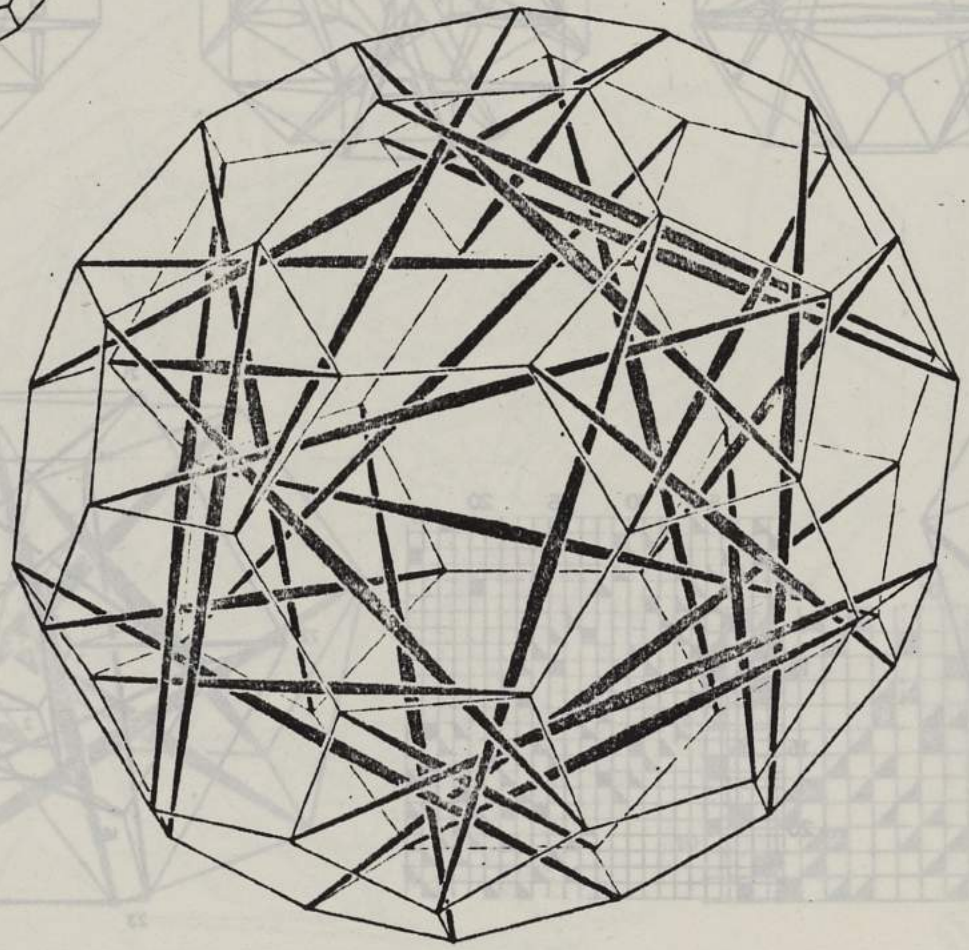


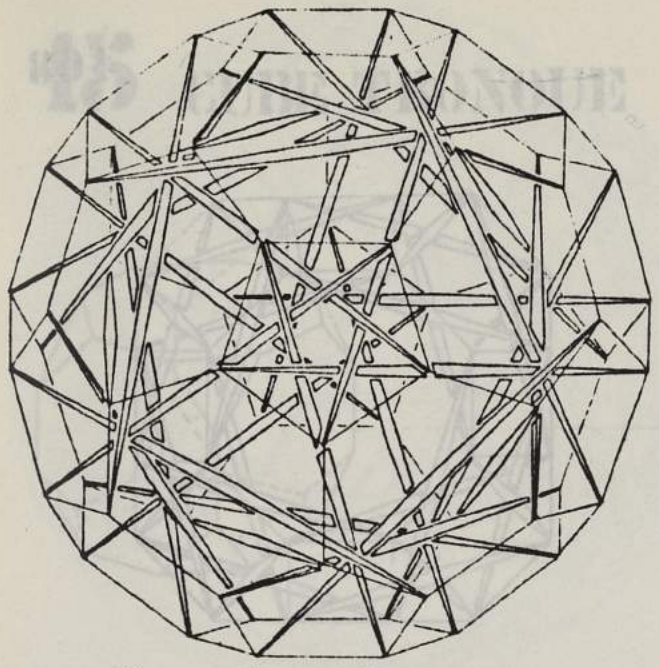


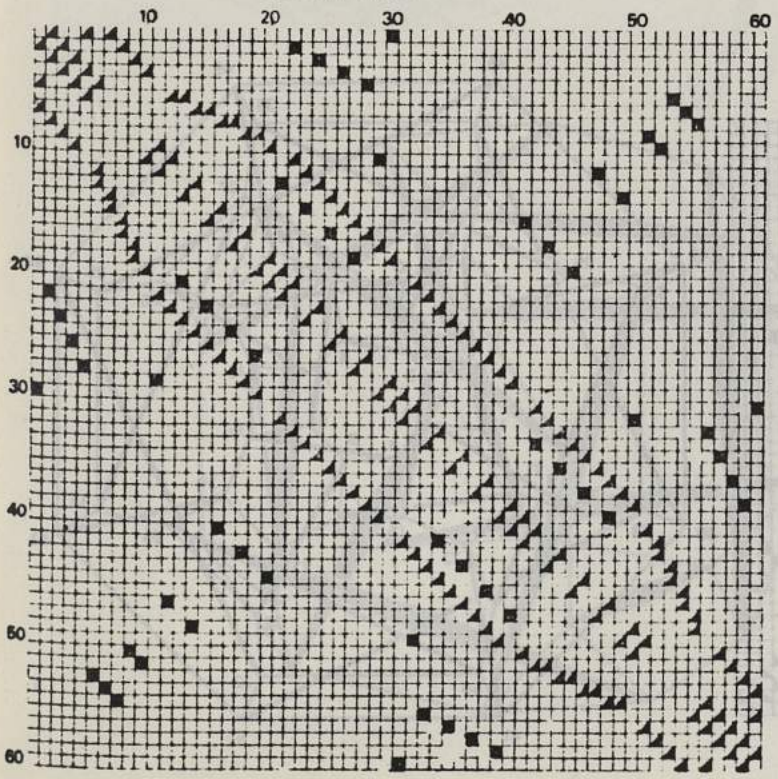
15 ICOSAEDRE TRONQUE

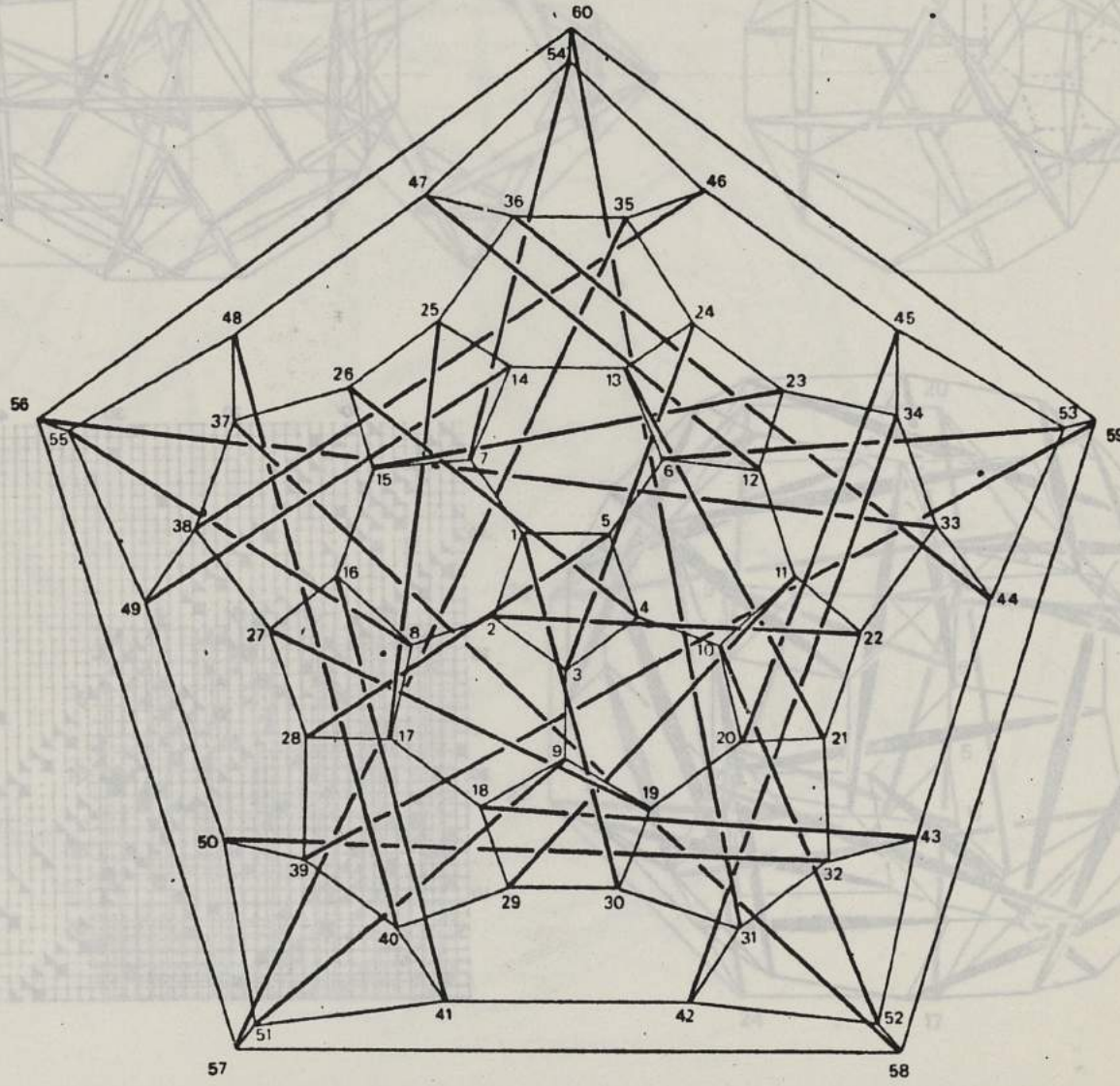




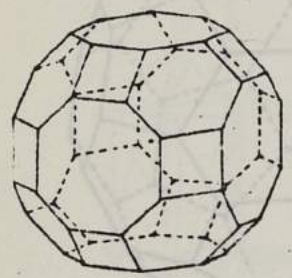


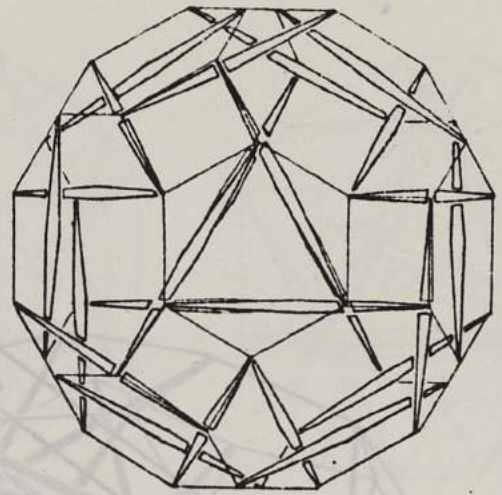


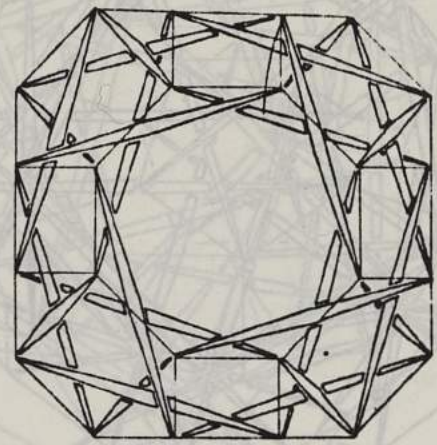

10
20
30
40
50
60

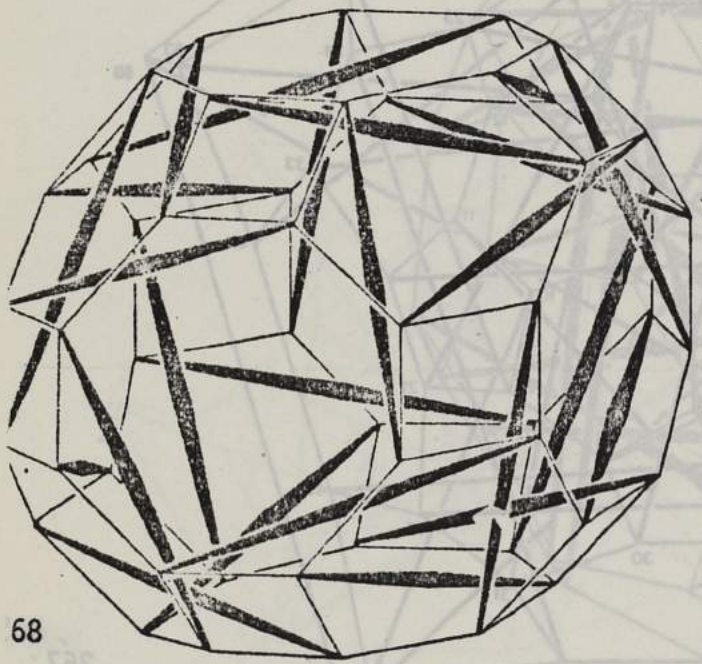

60
54
47
36
35
46
48
25
24
45
26
14
13
23
56
37
34
53
59
55
7
6
12
15
38
5
33
1
16
11
49
44
27
8
2
4
22
10
3
28
17
9
20
21
18
19
50
43
39
32
29
30
40
31
41
42
52
51
57
58

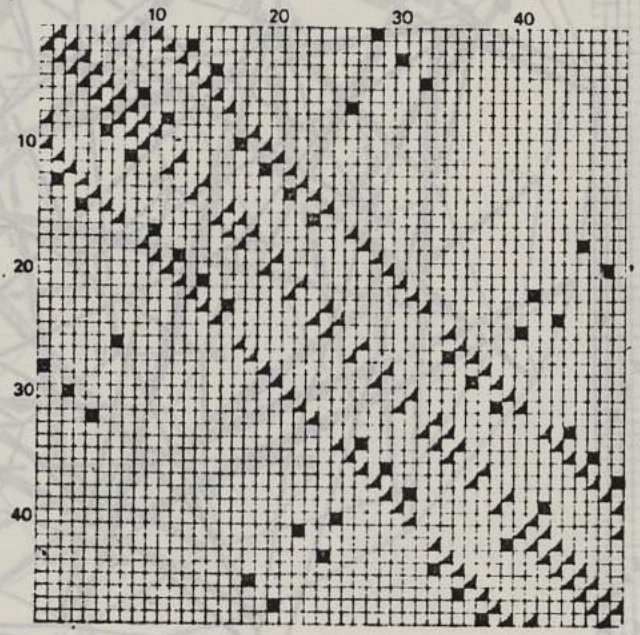
14 GRAND RHOMBICUBOCTA

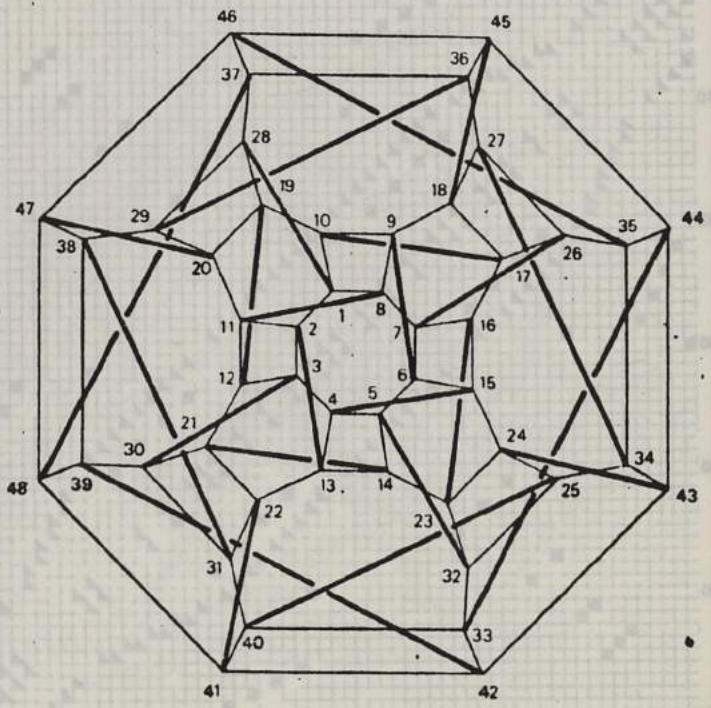






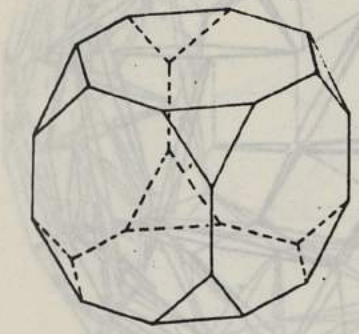


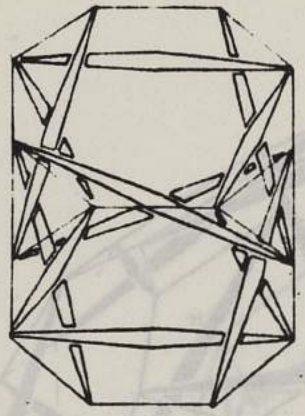


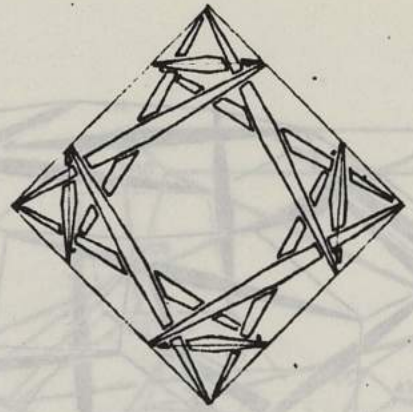


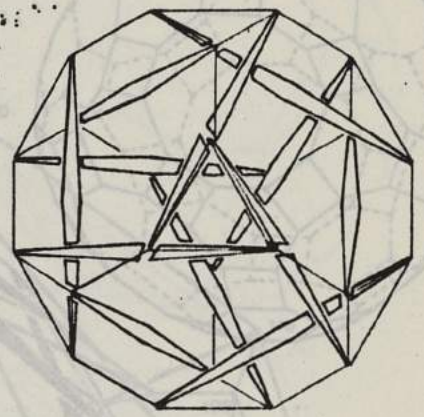
13 CUBE TRONQUE

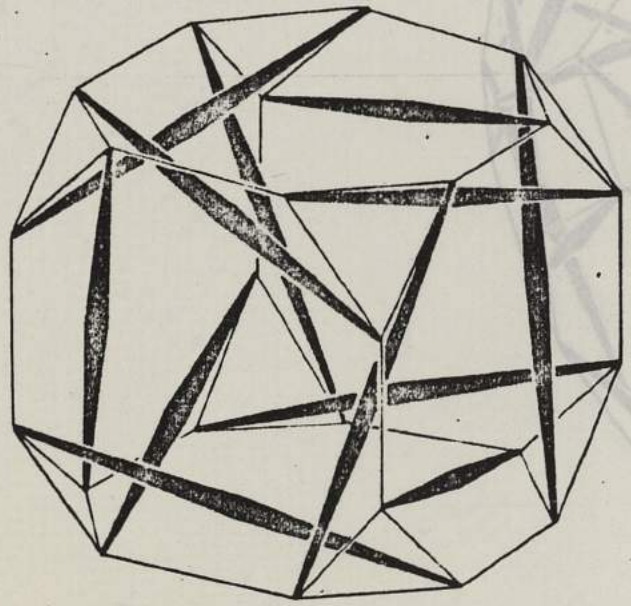
388

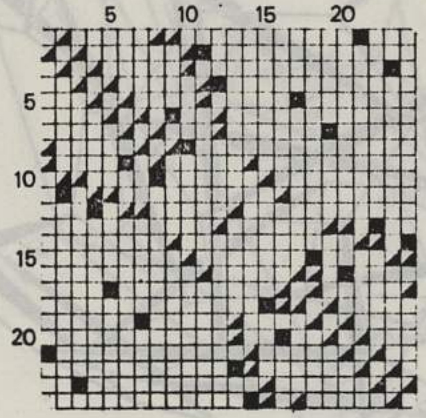


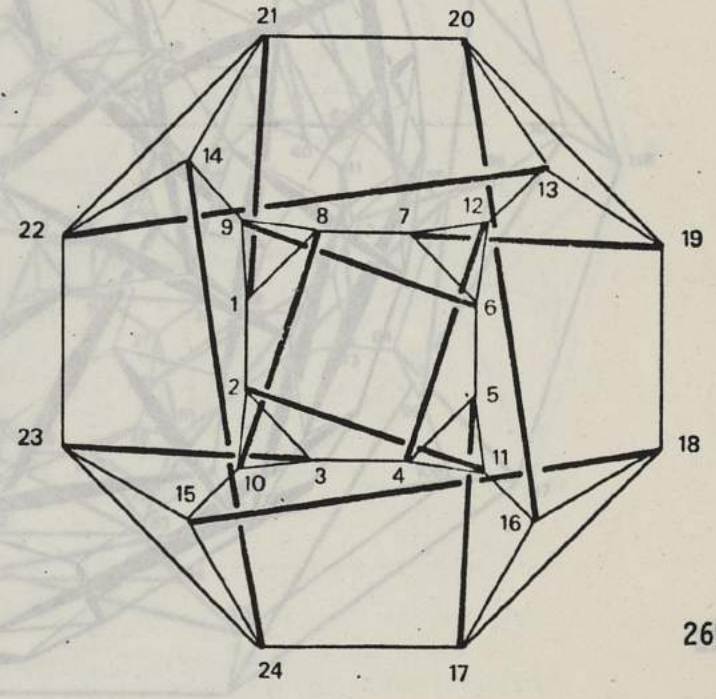






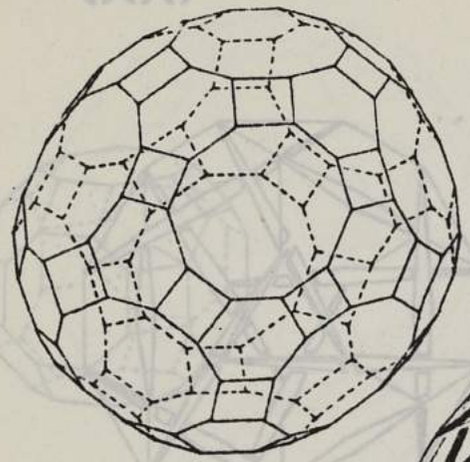


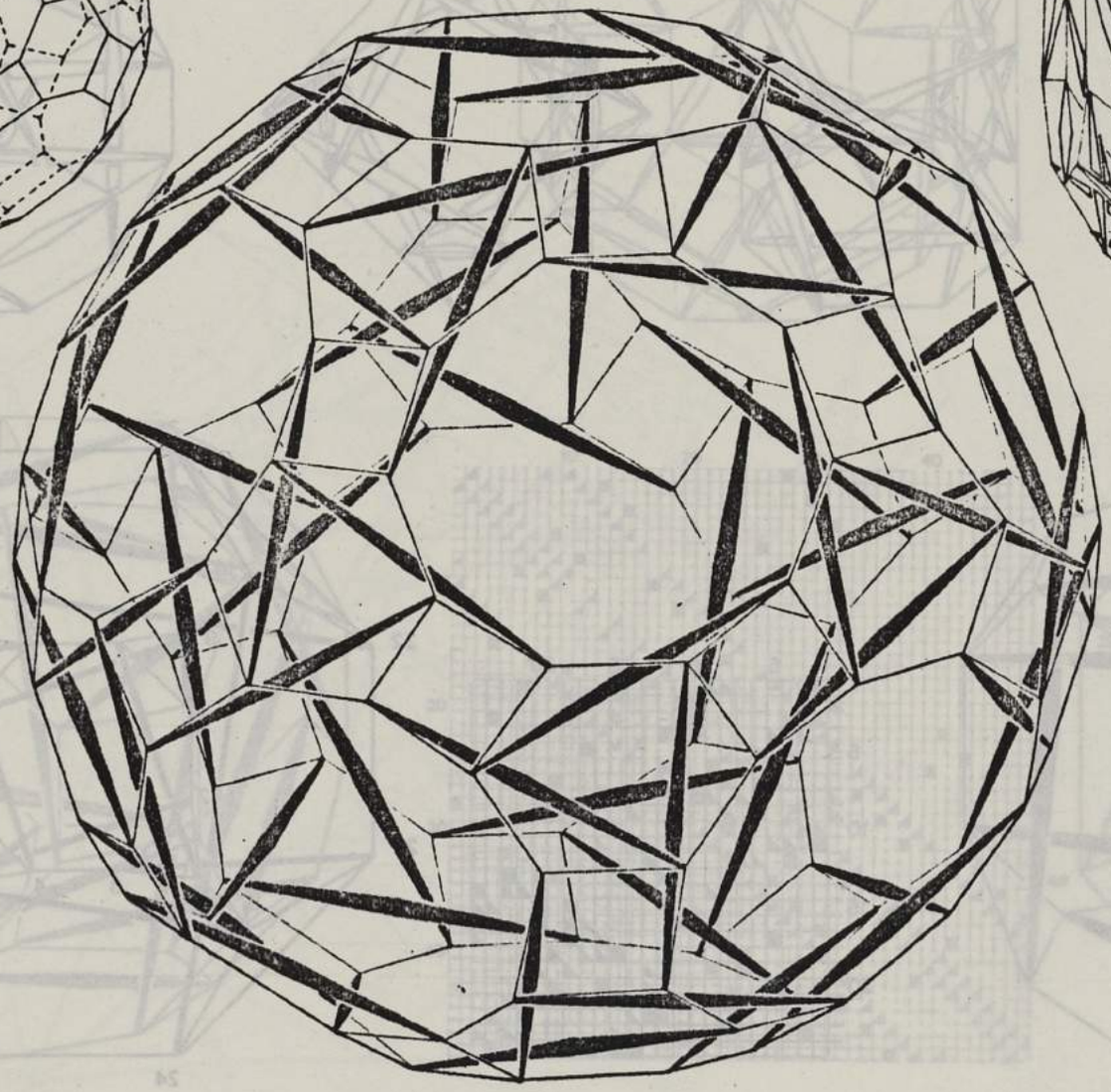


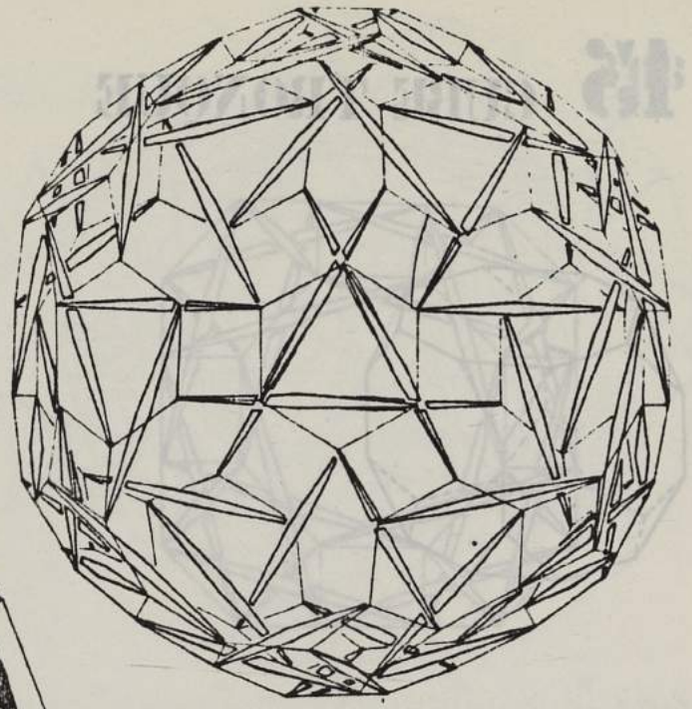


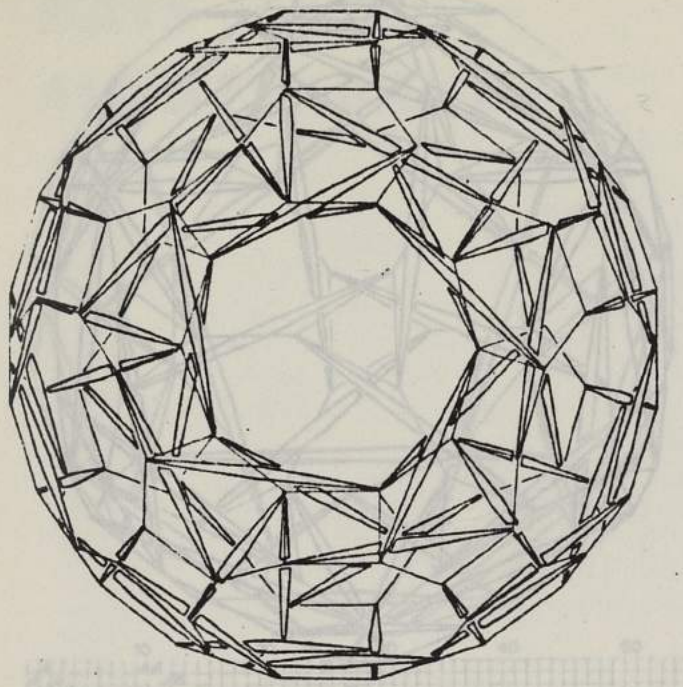
269

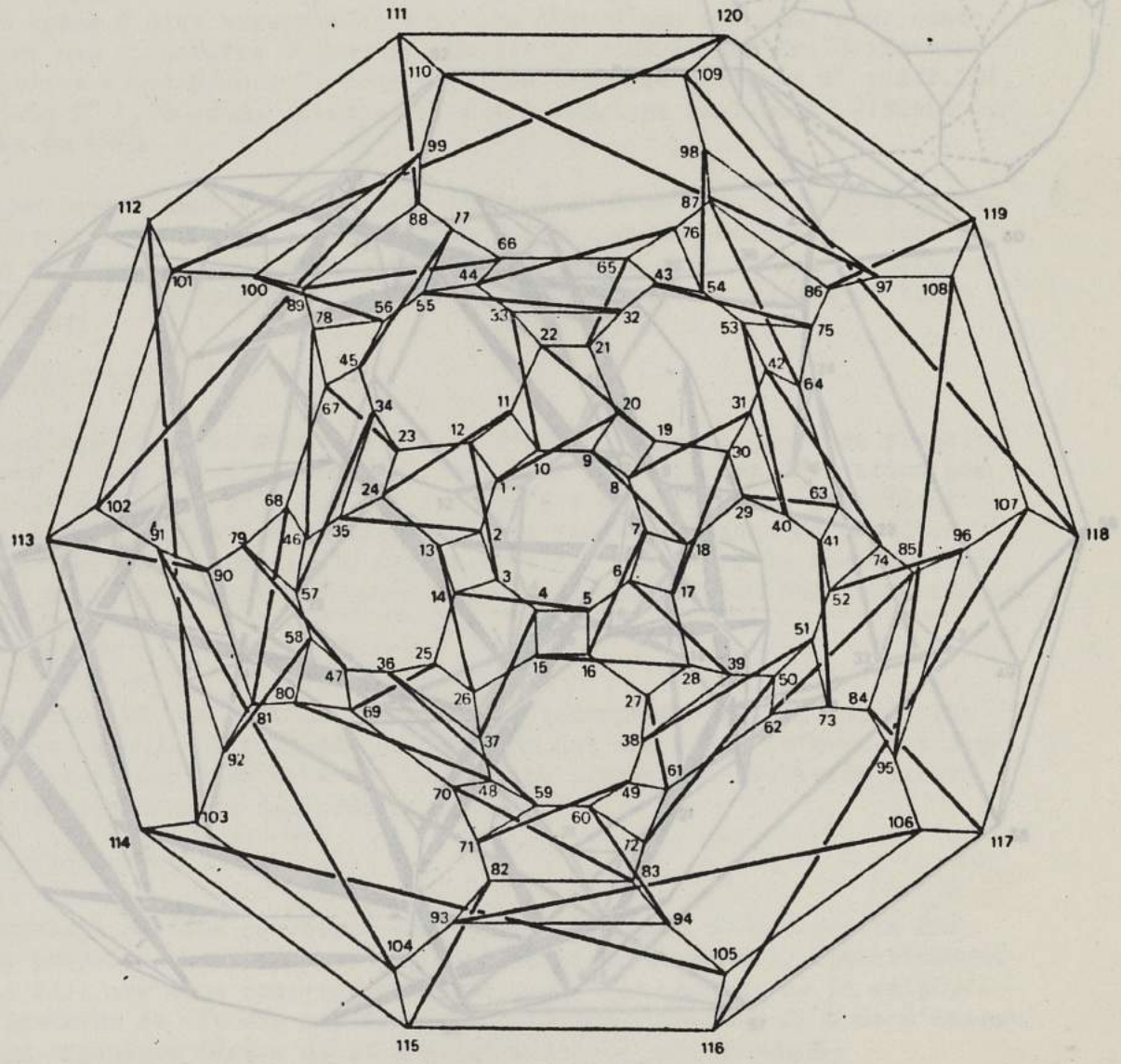
16 GRAND RHOMBICOSIDODECA



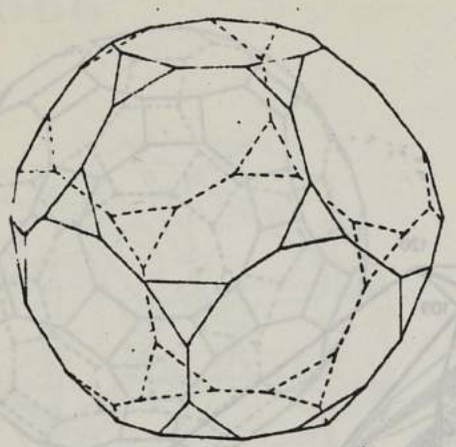


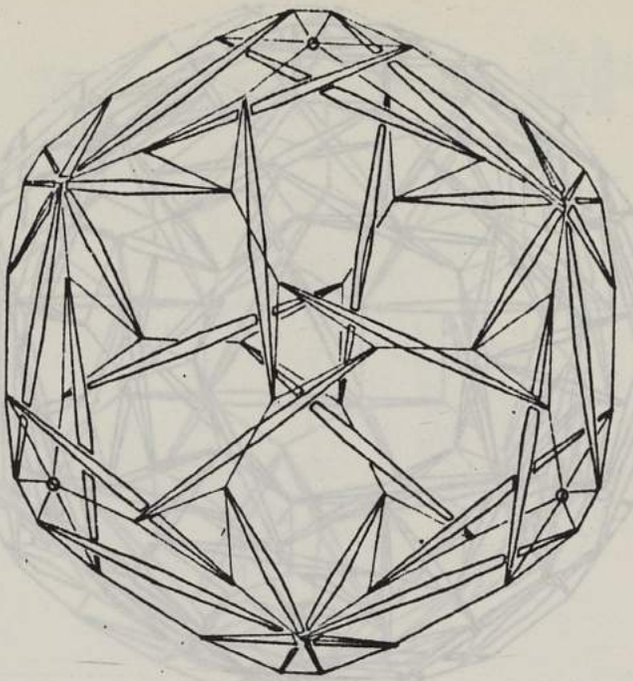


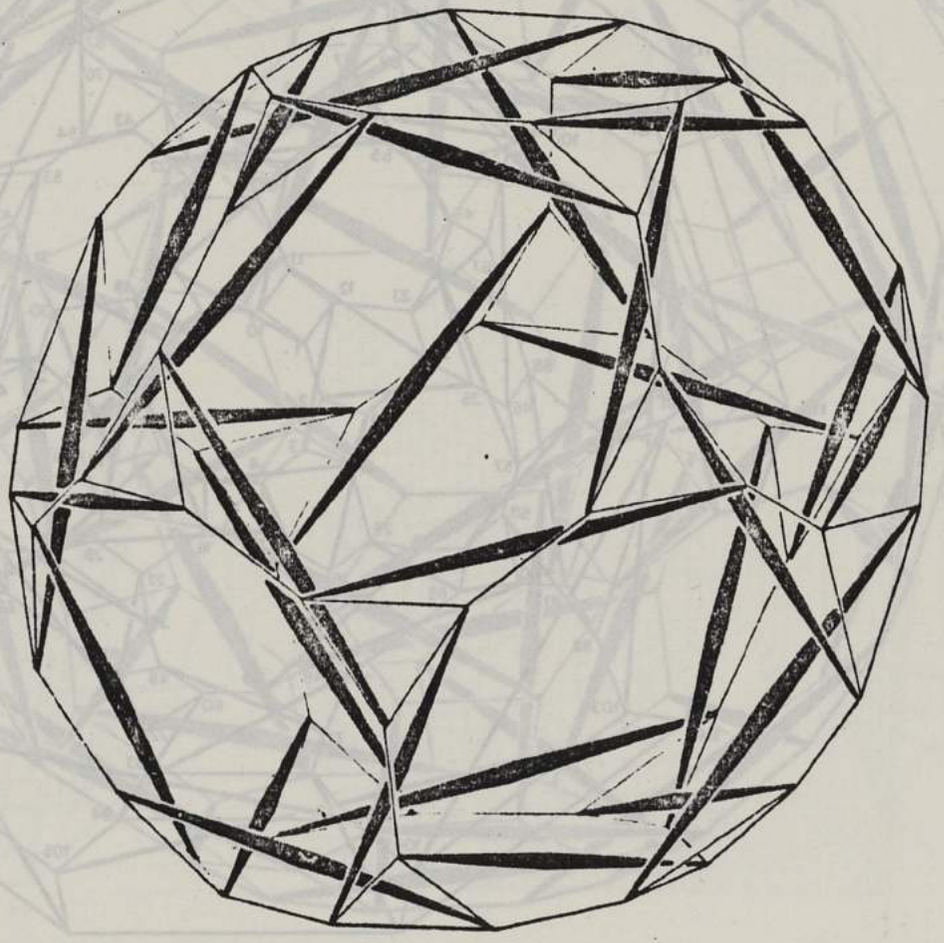


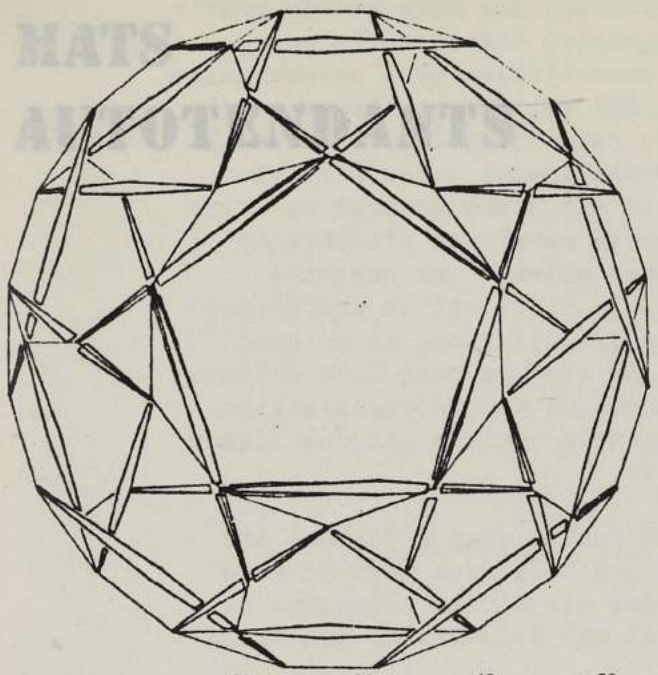

111
120
110
109
99
98
112
87
119
88
77
66
76
65
44
43
54
101
100
89
78
56
55
33
32
86
97
108
22
21
53
75
45
42
64
67
34
11
20
31
23
12
19
30
10
9
8
24
1
63
102
68
29
107
40
91
35
2
7
18
41
96
113
79
46
13
74
85
118
6
90
3
4
5
17
52
57
14
58
51
36
25
15
16
28
39
50
47
80
26
27
84
69
62
73
81
37
38
92
61
95
70
48
59
49
103
60
106
114
71
72
117
82
83
93
94
104
105
115
116

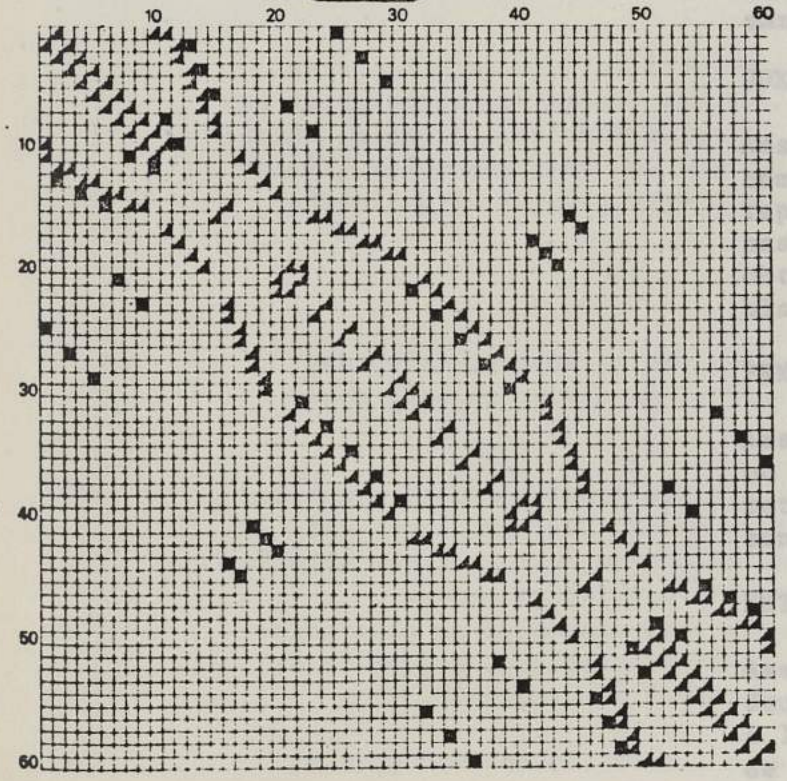
17 DODECAEDRE TRONQUE

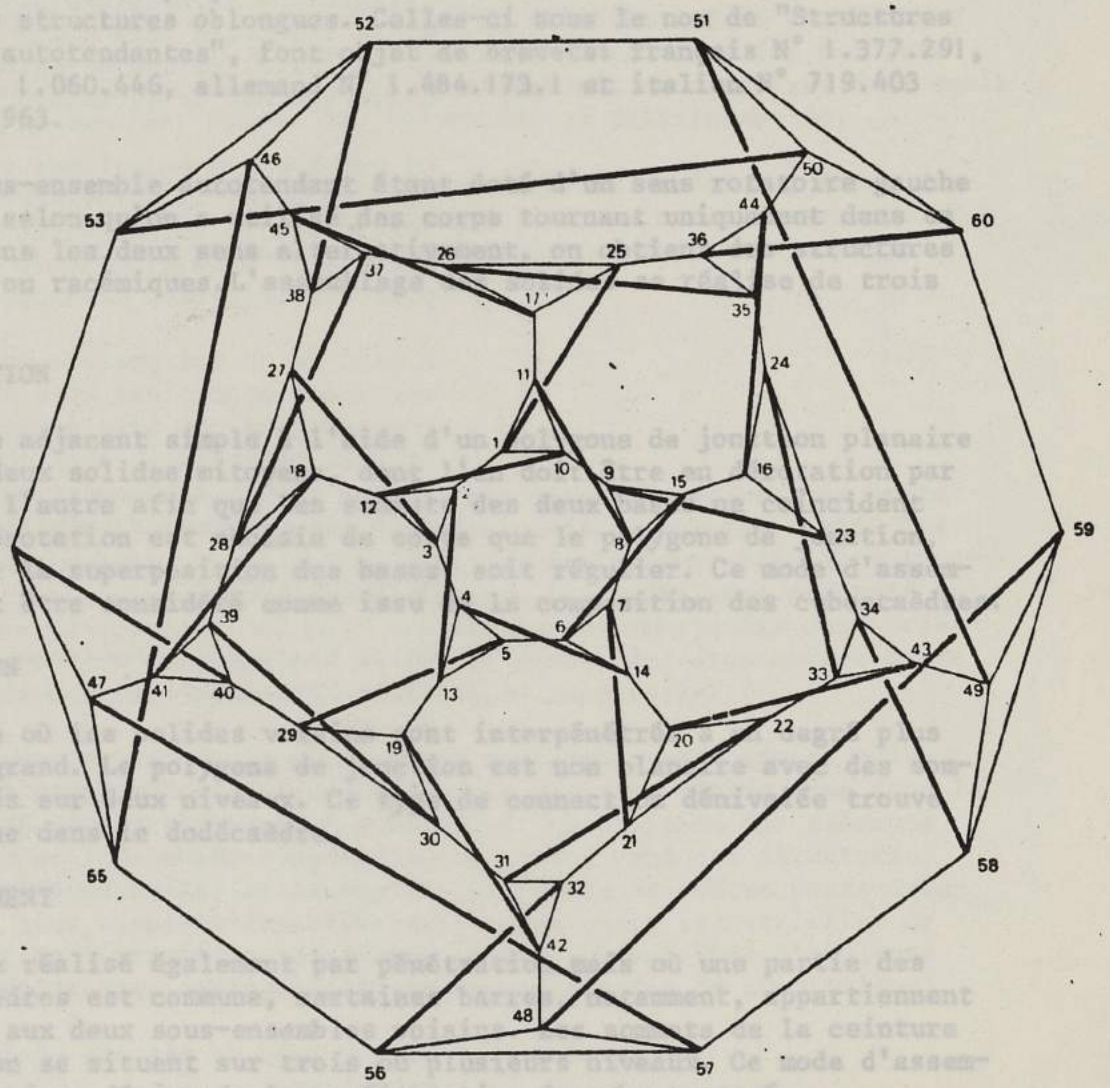









10
20
30
40
50
60


51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

DODECAEDRE TRONQUE

MATS AUTOTENDANTS

Le principe de construction des mâts est fondé sur l'assemblage des solides autotendants élémentaires monoaxiaux qui sont superposés par leurs bases et assemblés par juxtaposition, pénétration ou entrelacement pour former une structure linéaire oblongue, suivant un axe droit ou éventuellement courbe.

Parmi les solides autotendants élémentaires seuls quelques uns peuvent être aisément assemblés en ligne. Notamment les configurations classées comme: antiprismes, anneaux et pénétrations, qui sont, évidemment, des formes ayant deux bases polygonales parallèles. De ce fait, elles sont aptes à être superposées, tels les fûts d'une colonne, pour constituer des structures oblongues. Celles-ci sous le nom de "Structures linéaires autotendantes", font objet de brevets: français N° 1.377.291, anglais N° 1.060.446, allemand N° 1.484.173.1 et italien N° 719.403 datés de 1963.

Chaque sous-ensemble autotendant étant doté d'un sens rotatoire gauche ou droit, selon qu'on a utilisé des corps tournant uniquement dans un sens ou dans les deux sens alternativement, on obtient des structures monogyres ou racémiques. L'assemblage des solides se réalise de trois manières:

JUXTAPOSITION

Assemblage adjacent simple à l'aide d'un polygone de jonction planaire commun à deux solides mitoyens, dont l'un doit être en dérotation par rapport à l'autre afin que les sommets des deux bases ne coïncident pas. La dérotation est choisie de sorte que le polygone de jonction, obtenu par la superposition des bases, soit régulier. Ce mode d'assemblage peut être considéré comme issu de la composition des cuboctaèdres.

PENETRATION

Assemblage où les solides voisins sont interpénétrés à un degré plus ou moins grand. Le polygone de jonction est non planaire avec des sommets situés sur deux niveaux. Ce type de connection dénivelée trouve son origine dans le dodécaèdre.

ENTRELACEMENT

Assemblage réalisé également par pénétration mais où une partie des deux polyèdres est commune, certaines barres, notamment, appartiennent à la fois aux deux sous-ensembles voisins. Les sommets de la ceinture de jonction se situent sur trois ou plusieurs niveaux. Ce mode d'assemblage organique dérive de la configuration du cube tronqué.

Une autre méthode d'approche de la construction des mâts est de partir d'une tessellation dont une bande rectangulaire est enroulée pour former un polyèdre cylindrique. La même tessellation peut donner naissance à plusieurs mâts suivant le nombre des mailles utilisées pour former le polygone de base. La largeur du ruban doit être évidemment d'au moins trois mailles et peut aller probablement jusqu'à vingt quatre, au delà de quoi la convexité de la structure devient en principe insuffisante. Dans les sommets de cette enveloppe d'allure cylindrique, les barres sont alors embauchées suivant une certaine règle rythmique. La ligne de découpage de la bande est de préférence parallèle à un des axes de symétrie de la tessellation, si on veut obtenir une structure étagée. Toutefois, la découpe peut être oblique et la structure sera alors de forme cylindrique mais d'organisation hélicoïdale. En cas de découpe d'une enveloppe conique par des lignes convergentes, la structure sera spiraloïde.

La combinaison de volumes autotendants en chaîne peut s'étendre aux solides moins simples. Pratiquement tous les polyèdres peuvent être juxtaposés ou interpénétrés pour former des structures oblongues de silhouette même globuleuse ou ondulée, qui ont,évidemment, une trame plus difficilement développable.

A base de ce qui précède une quantité quasi infinie de structures enroulées pourraient être construites. Ces études se restreignent aux compositions des mâts autotendants les plus simples, lesquels, excepté le seul hélicoïdal, sont composés partant des sous-ensembles élémentaires et qui,à base des modes d'assemblages,peuvent être classés dans les catégories suivantes:

MATS JUXTAPOSES

Cette classe de structures, construites par la superposition des archetypes antiprismatiques élémentaires, se divise en deux sous-groupes:

Les mâts antiprismatiques sont composés des sous-ensembles ayant des bases d'un nombre impair de sommets ou côtés. Leur enveloppe est composée de rhomboïdes juxtaposés en quinconce dont la forme saturée est la tessellation isotrope, triangulée équilatéralement.
Les mâts prismatiques sons composés de sous-ensembles de base polygonale paire, l'enveloppe générale étant prismatique, assemblée de carrés, dont les tendeurs latéraux occupent la diagonale.

Chaque type de mât est réalisable avec les variantes: monogyre et racémique.

MATS INTERPENETRES

Composées des mêmes sous-ensembles que le groupe précédent, ces structures sont assemblées par pénétration partielle , à l'aide d'un polygone de jonction non planaire.

L'enveloppe globale peut être interprêtée comme l'enroulement de la tessellation hexagonale régulière autour d'un axe, cas des mâts interpénétrés nommés hexoïdes. Mais, tout en conservant la même disposition des barres et des noeuds, le réseau tendu peut être constitué différemment suivant que la tessellation cylindrique dont il dérive est recomposée de rhomboïdes, de trapézoïdes ou de triangles et de rhombes par une saturation progressive des connexions à l'intérieur des mailles. Dans la famille nombreuse des mâts interpénétrés on distingue donc trois sous-groupes appelés: rhomboïde, trapézoïde et deltorhomboïde.

La structure des mâts interpénétrés est toujours racémique, étant composés alternativement d'un étage lévogyre et d'un autre dextrogyre. Par rapport à la classe précédente, ces mâts ont un comportement plus rigide.

MATS ENTRELACES

Ces structures sont composées par entrelacement des volumes de sorte qu'un tiers des éléments appartienne également au volume voisin. Ces solides autotendants élémentaires dérivent des prismes réguliers tronqués dont l'archetype est le cube tronqué. Leur enveloppe présente un maillage delto-octogonal où un tiers des barres imbriquées sont orientées dans le sens longitudinal du mât et chacun des deux autres tiers formant une ceinture commune à deux étages superposés.

Les mâts entrelacés sont exclusivement monogyres: soit droit, soit gauche. Le comportement de ces structures est très rigide même dans le cas d'une base d'un nombre de côtés élévé. La position des éléments est alors de plus en plus périphérique, ce qui rend ces structures, quasiment cylindriques, très adaptées à l'usage de voûtes,ponts tubulaires ou bien, dans le sens vertical, comme tours industrielles de réfrigération pour générateurs, leur profil pouvant être d'ailleurs modifié pour former, par exemple, des hyperboloïdes de révolution.

MATS COMPENSES

Ces structures sont assemblées par entrelacement de demi étages partant des sous-ensembles en forme d'anneaux ou des interpénétrations, qui sont obtenus par la pénétration partielle de deux antipyramides de rotation inverse, donc d'un mécanisme racémique. De ce fait, toute tendance giratoire ayant disparue également du mât, il est appelé compensé.

Ces mâts, où chaque étage est composé de deux séries de barres diagonales de sens inverse, de plus, fortement interpénétrés, sont particulièrement rigides dans le sens transversal.

MATS HELICOÏDAUX

En imbriquant les barres dans une enveloppe cylindrique obtenue par l'enroulement d'une bande découpée obliquement dans une tessellation, on produit une structure en colimaçon. Partant de la tessellation isotrope, le premier mât constructible sans frottement entre les barres est le pentagonal, le nombre de côtés étant toujours impair dans le cas de mât monogyre et pair dans le cas de mât double hélice racémique.

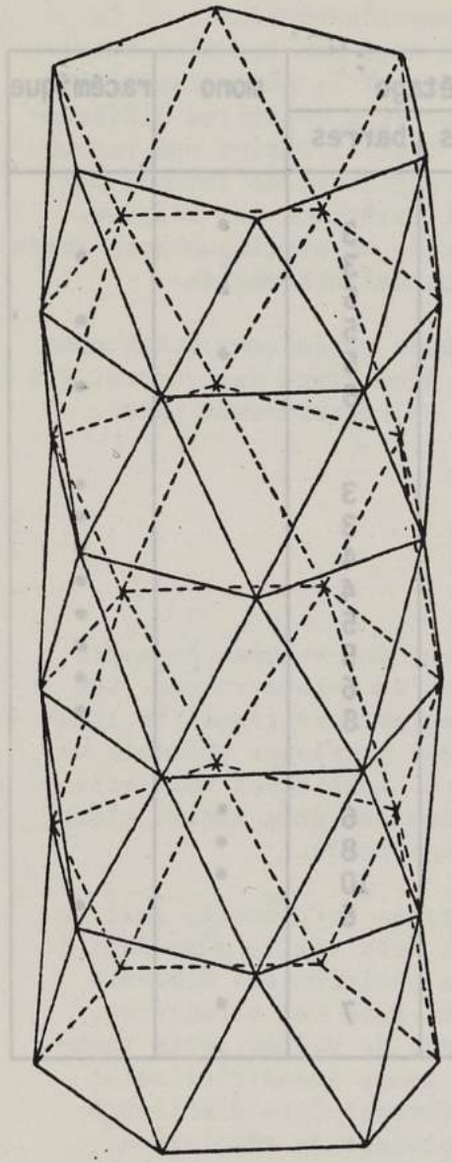
Les données concernant les dix-neuf mâts étudiés sont répertoriées dans le tableau 27. Les diverses classes sont introduites par des planches explicatives montrant en axonométrie la géométrie et l'orientation des éléments des structures. Chaque mât est représenté par une planche individuelle avec vues perspective et orthogonales;des sections montrant les étages avec des barres en positions différentes et une section synoptique; ces figures sont complétées par des homéogrammes développés, l'un montrant le réseau à connection minimale, les autres les enveloppes plus ou moins saturées.

TABLEAU 27 MATS AUTOTENDANTS

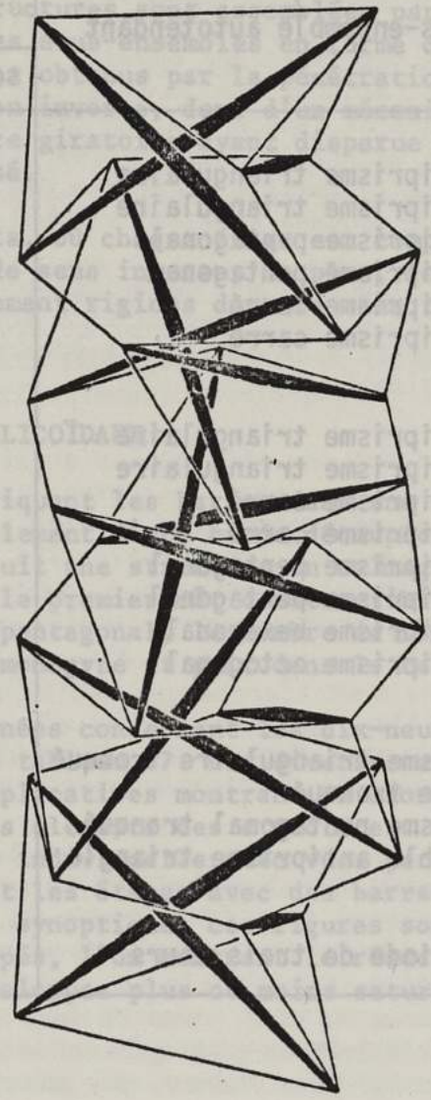
N°		sous-ensemble autotendant	nombre par étage			mono	racémique
			sommets	tendeurs	barres		
	Juxtaposés par dérotation						
1	antiprismatique hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3	•	
2	antiprismatique hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3		•
3	antiprismatique décagonal	antiprisme prntagonal	10	15	5	•	
4	antiprismatique décagonal	antiprisme pentagonam	10	15	5		•
5	prismatique octogonal	antiprisme carré	8	12	5	•	
6	prismatique octogonal	antiprisme carré	8	12	5		•
	Interpénétrés						
7	hexoïde hexagonal	antiprisme triangulaire	6	9	3		•
8	rhomboïde hexagonal	antiprisme triangulaire	6	12	3		•
9	hexoïde octogonal	antiprisme carré	8	12	4		•
10	rhomboïde octogonal	antiprisme carré	8	16	4		•
11	hexoïde décagonal	antiprisme pentagonal	10	15	5		•
12	rhomboïde décagonal	antiprisme pentagonal	20	20	5		•
13	hexoïde dodécagonal	antiprisme hexagonal	12	18	6		•
14	hexoïde hexakaïgonal	antiprisme octogonal	16	24	8		•
	Entrelacés						
15	triangulaire	prisme triangulaire tronqué	12	21	6	•	
16	carré	cube tronqué	16	28	8	•	
17	pentagonal	prisme pentagonal tronqué	20	35	10	•	
18	compensé dodécagonal	double antiprisme triangle	12	36	6		•
	Hélicoïdaux						
19	pentagonal	période de trois tours	14	42	7	•	

MATS JUXTAPOSES

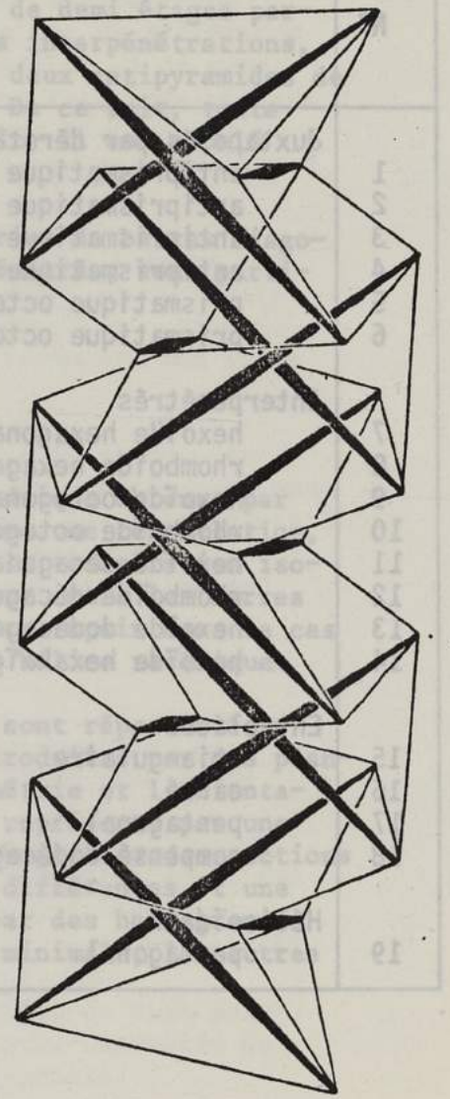
ANTIPRISME HEXAGONAL



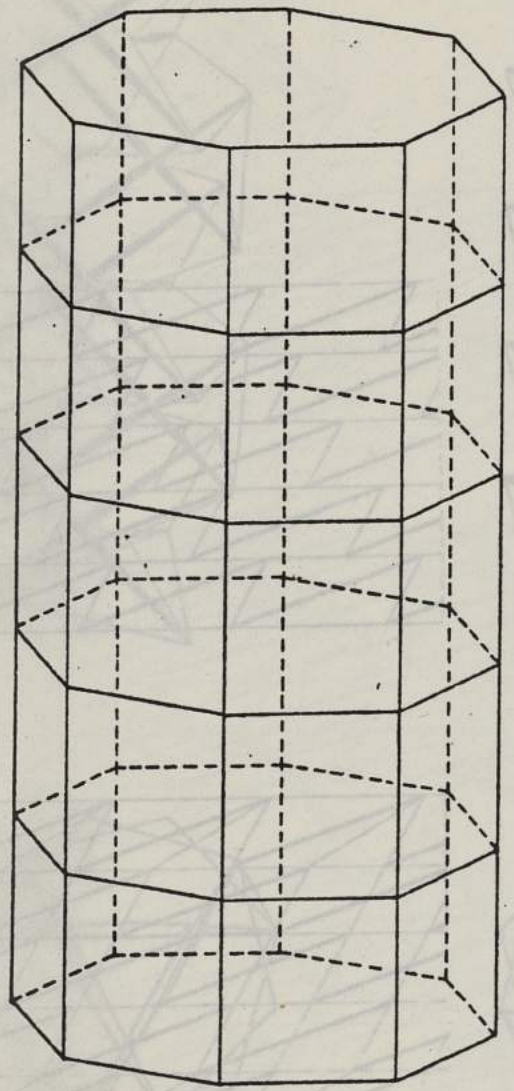
MAT MONOGYRE



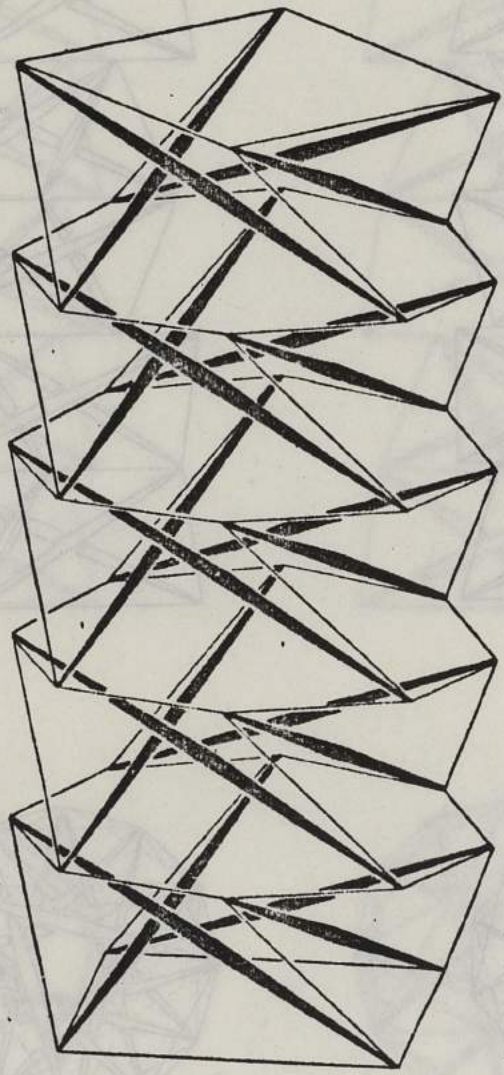
MAT RACEMIQUE



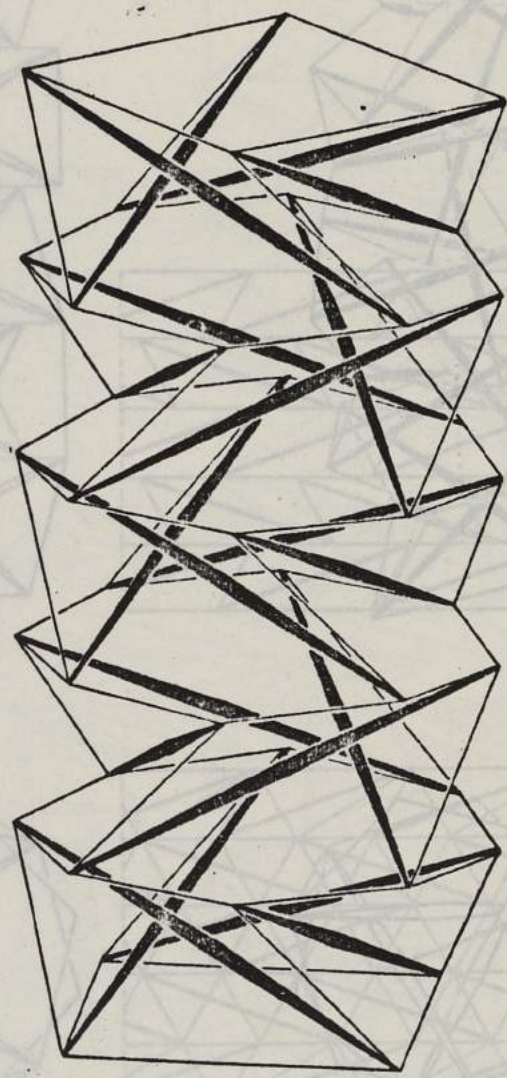
PRISME OCTOGONAL



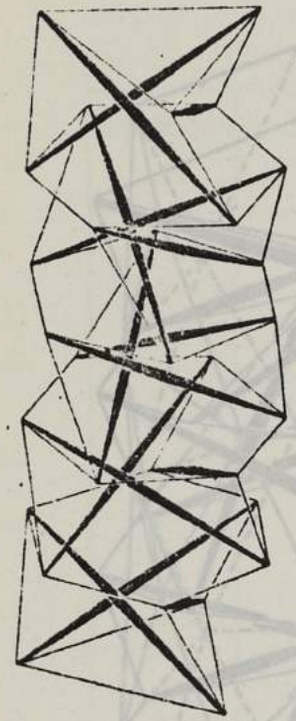
MAT MONOGYRE

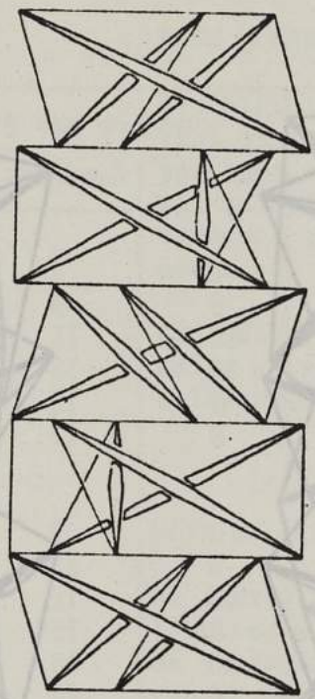


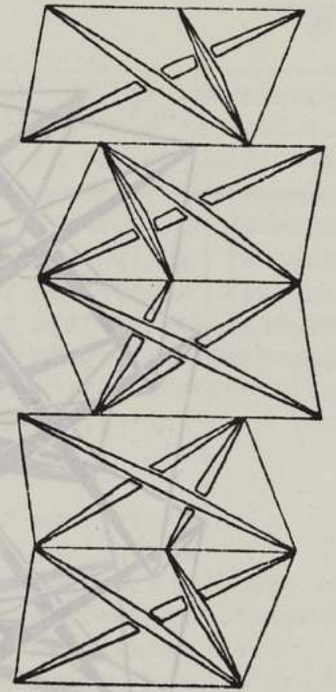
MAT RACEMIQUE

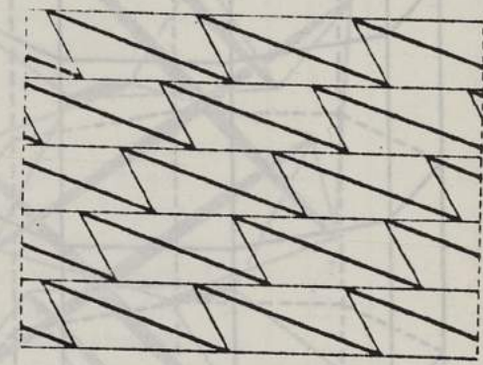


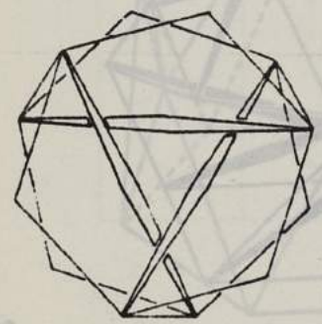
1 MAT ANTIPRISMATIQUE 3B MONOGYRE

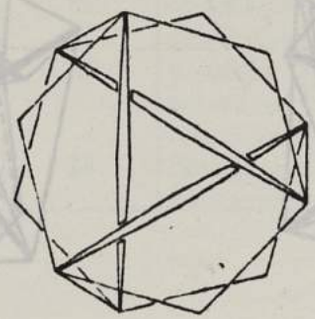


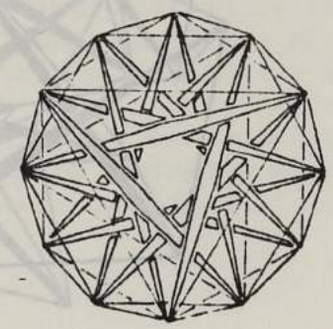


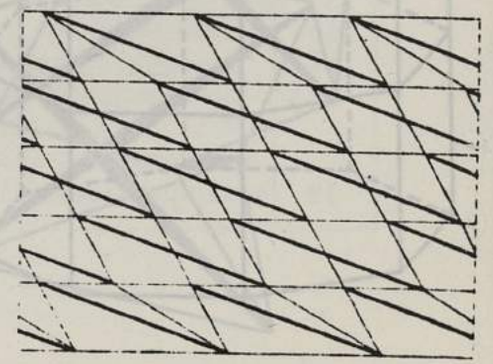




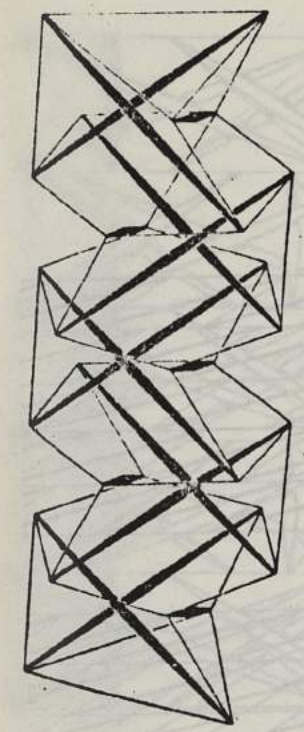


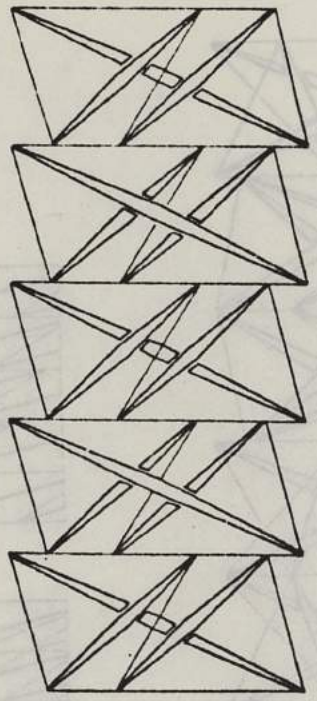


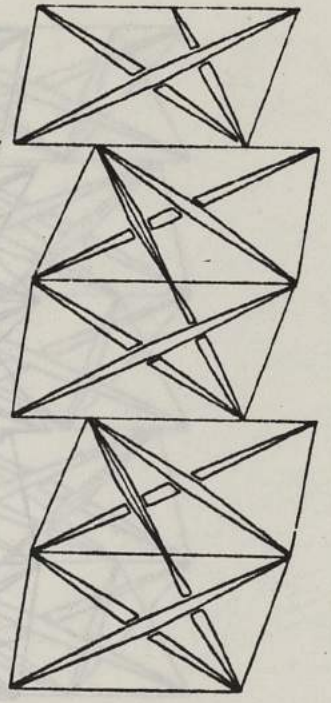


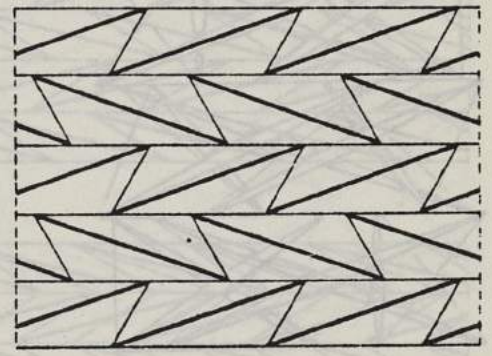


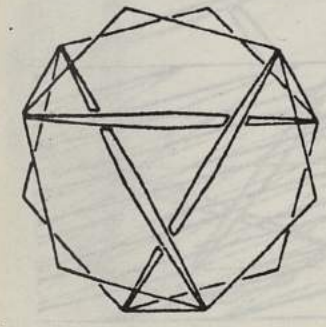
MAT ANTIPRISMATIQUE 3B RACEMIQUE

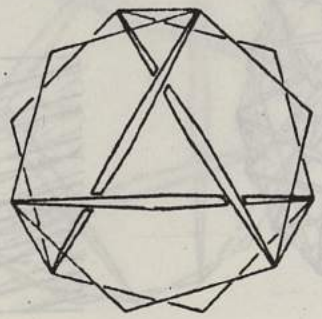


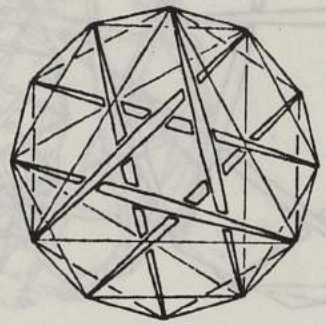


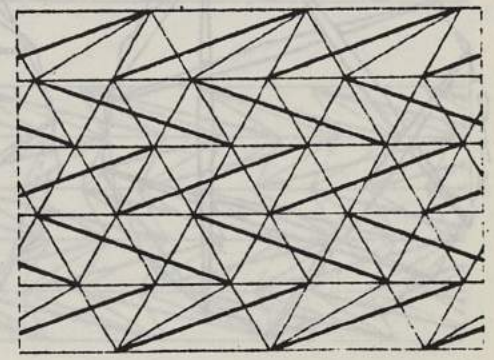




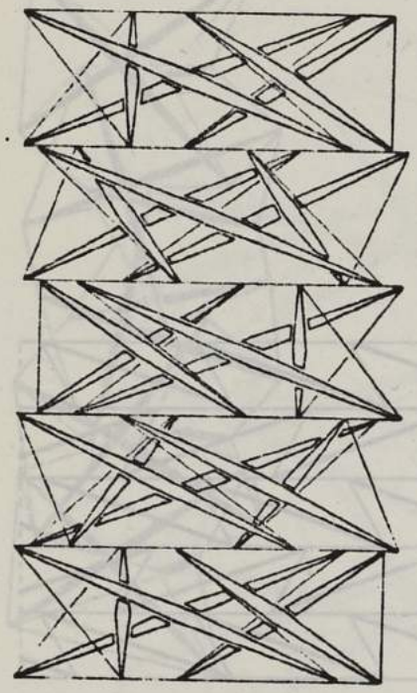


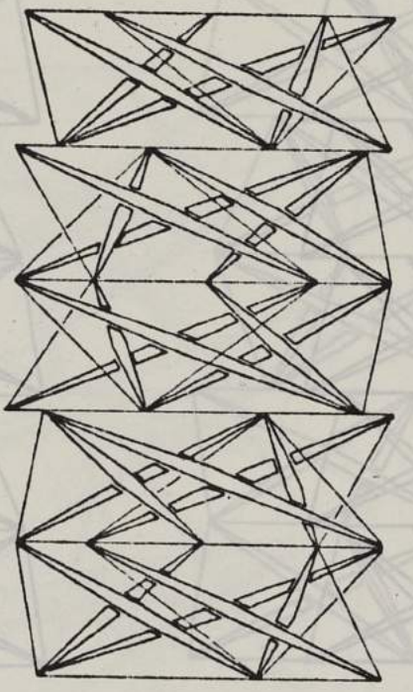


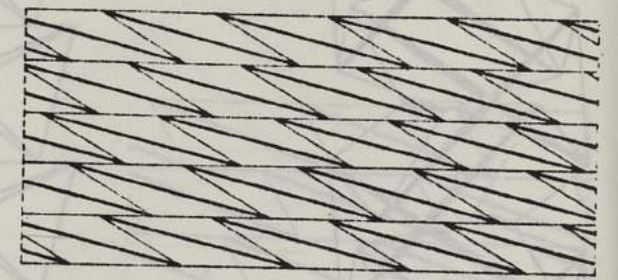


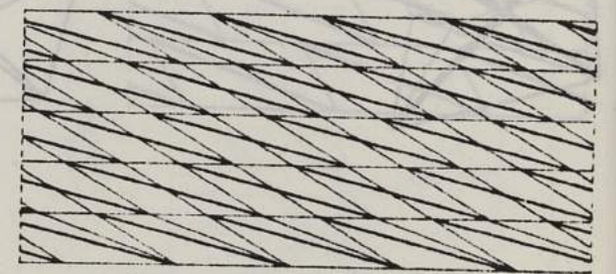


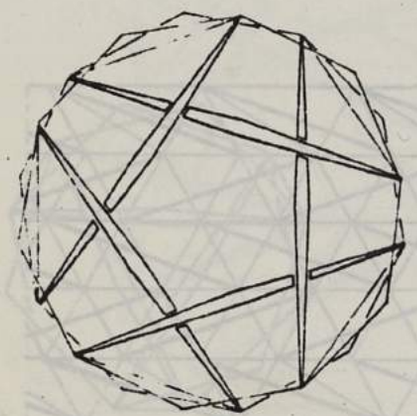
5 MAT ANTIPRISMATIQUE 5B MONOGYRE

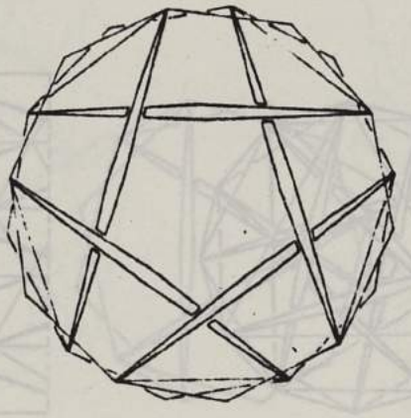


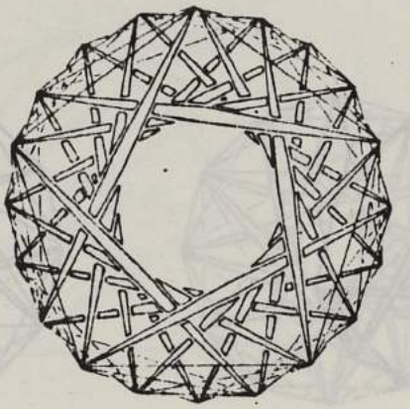






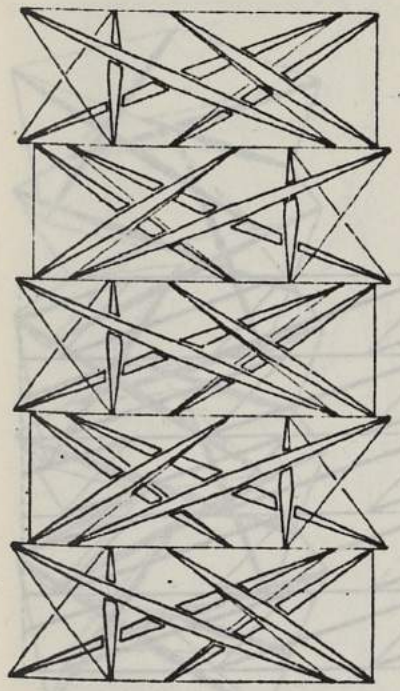


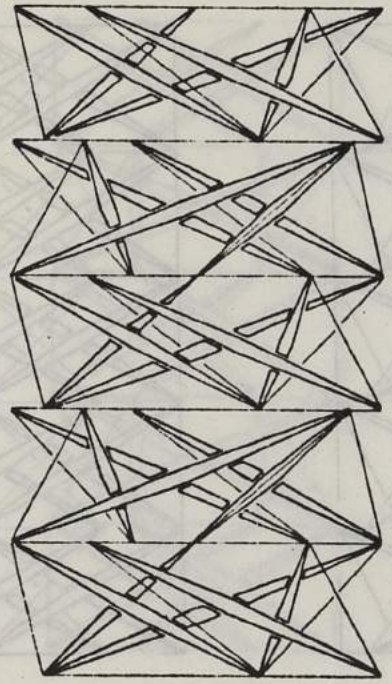


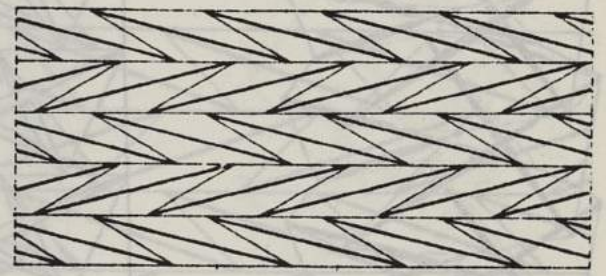


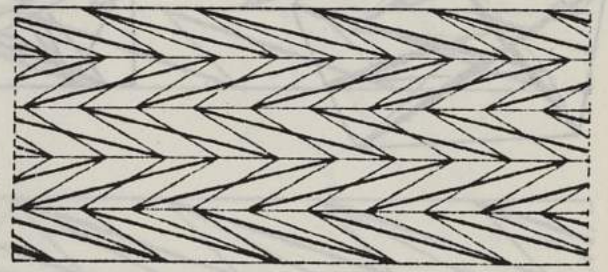


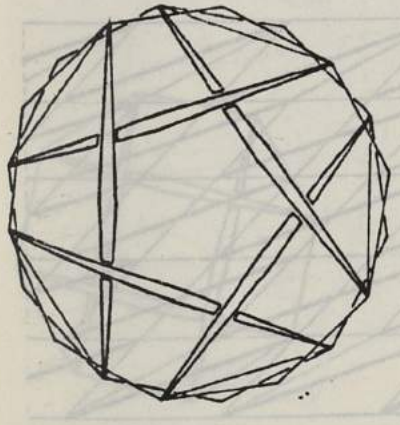
4 MAT ANTIPRISMATIQUE 5B RACEMIQUE

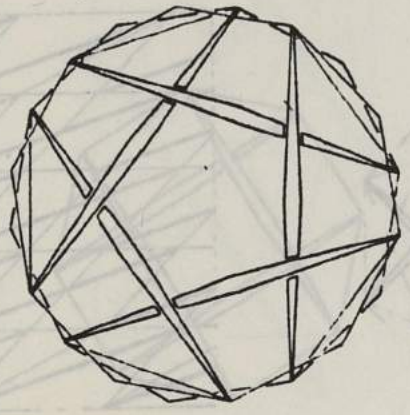


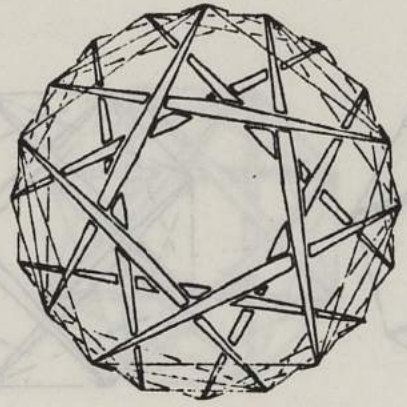


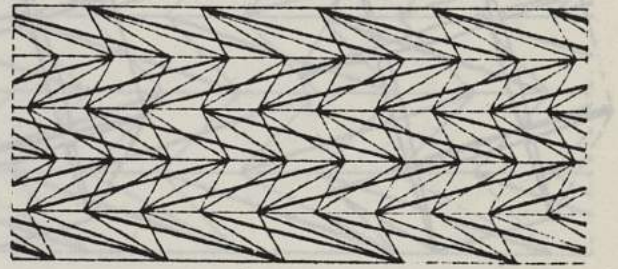




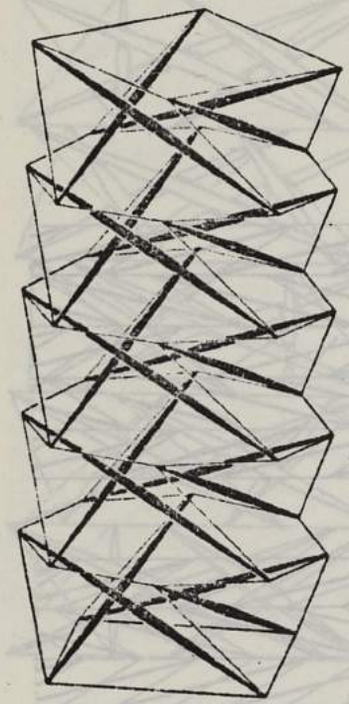


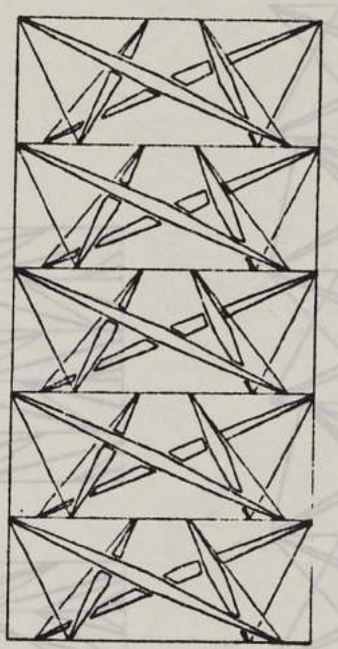


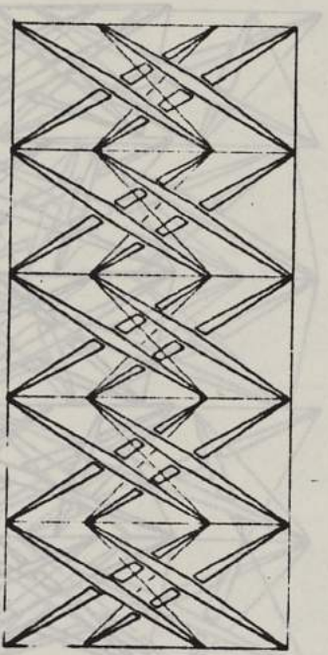


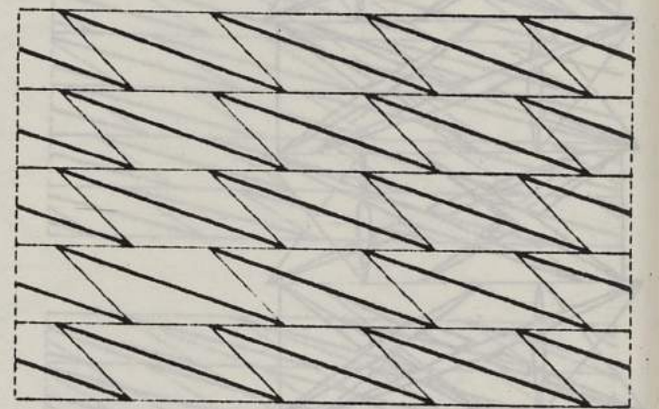


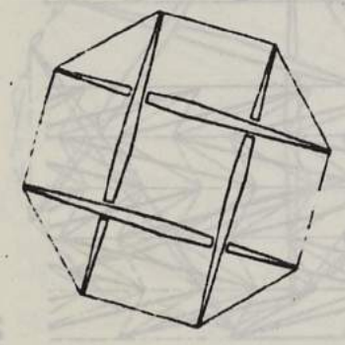
MAT PRISMATIQUE 4B MONOGYRE

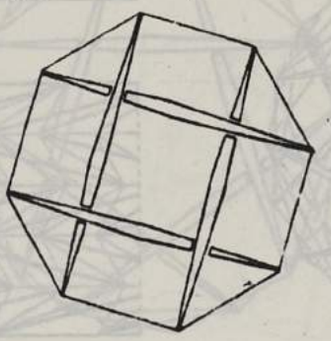


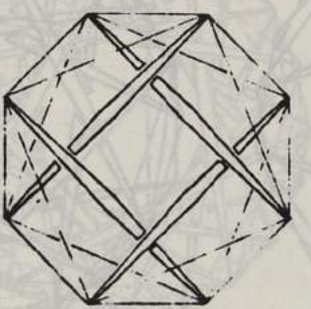


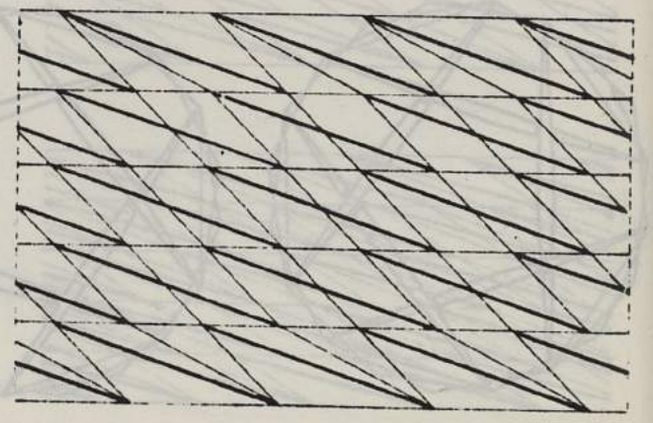




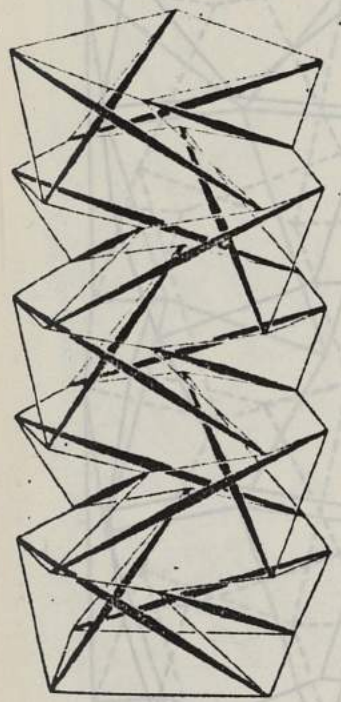


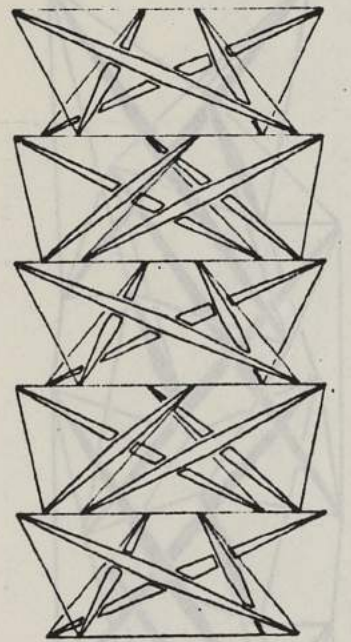


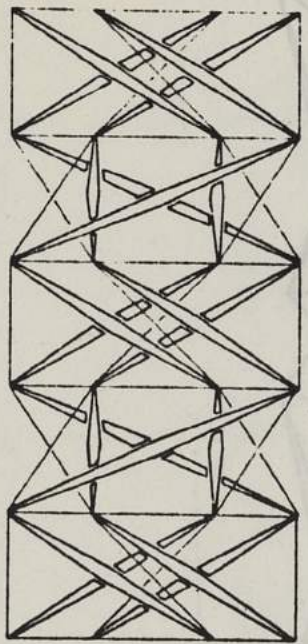


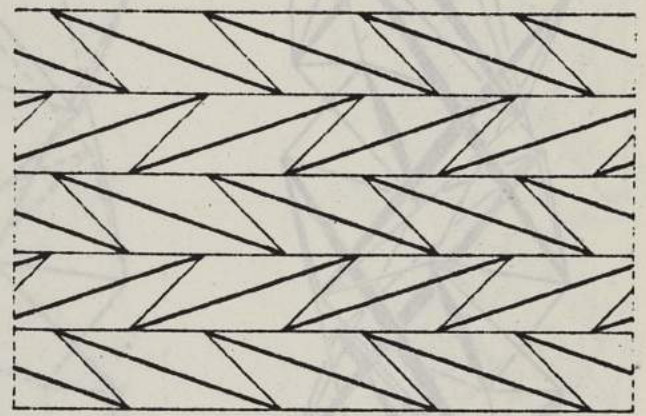


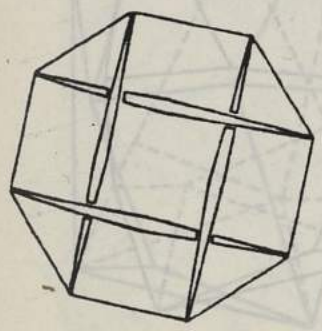
6 MAT PRISMATIQUE 4B RACEMIQUE

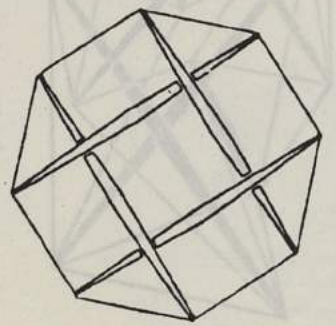


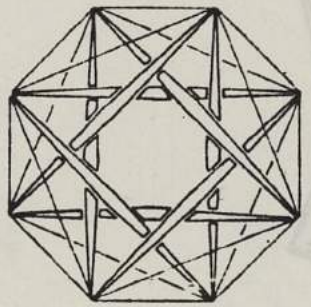


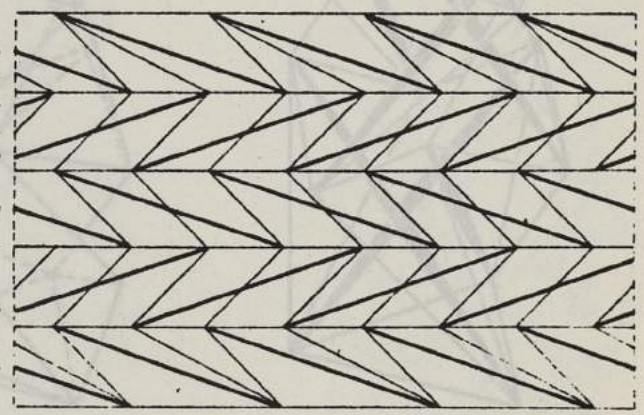






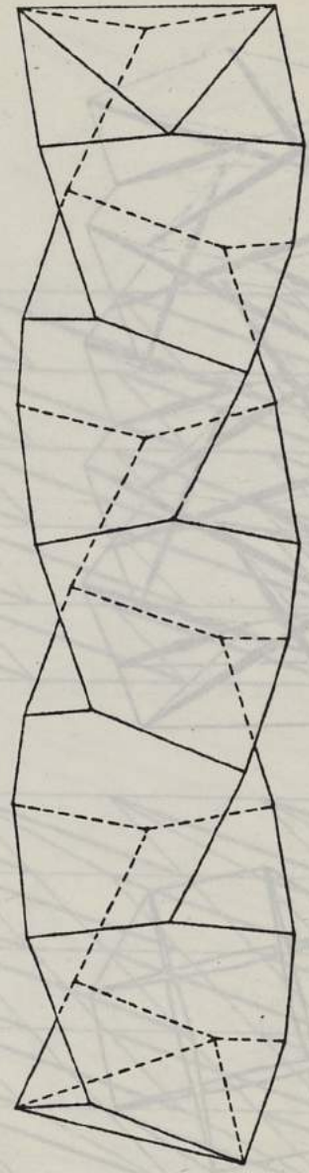




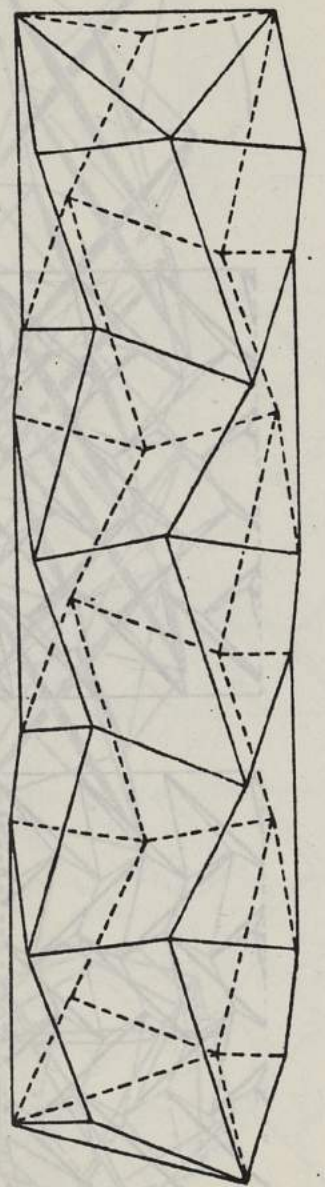


MATS INTERPENETRES

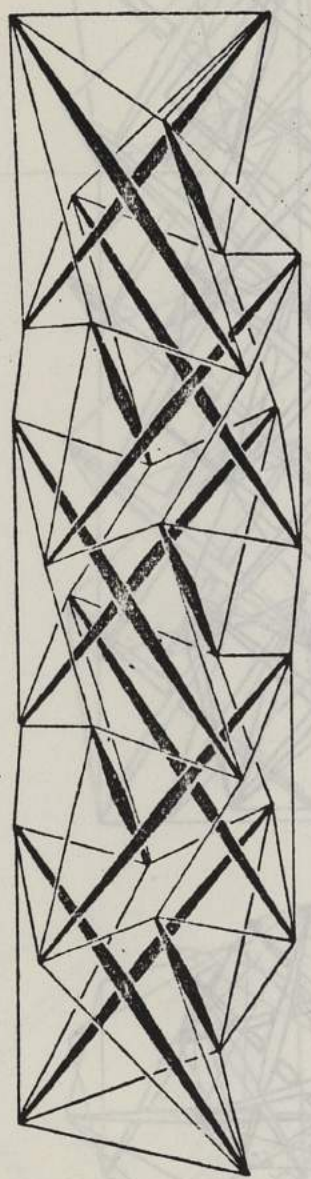
HEXOIDE HEXAGONAL



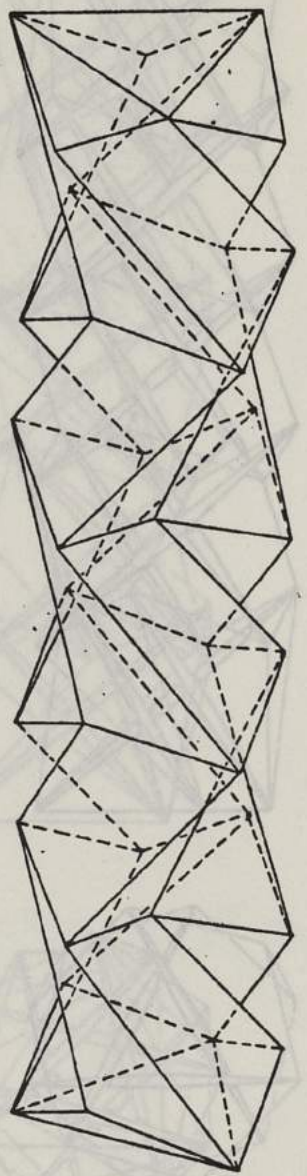
TRAPEZOIDE



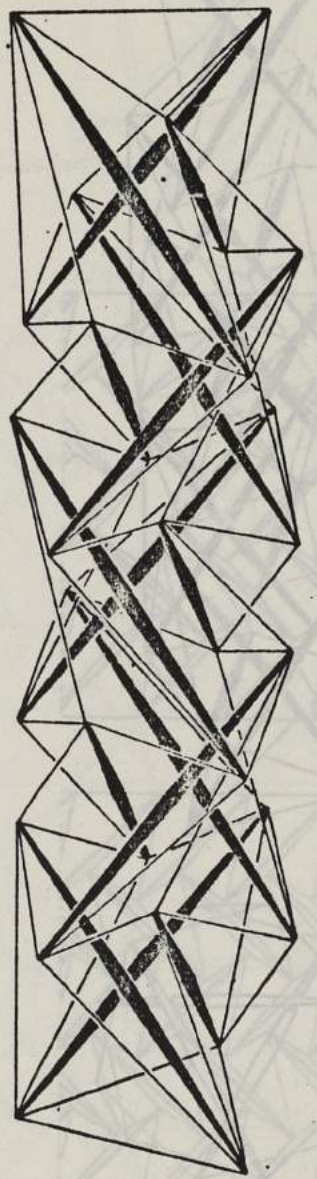
MAT TRAPEZOIDE



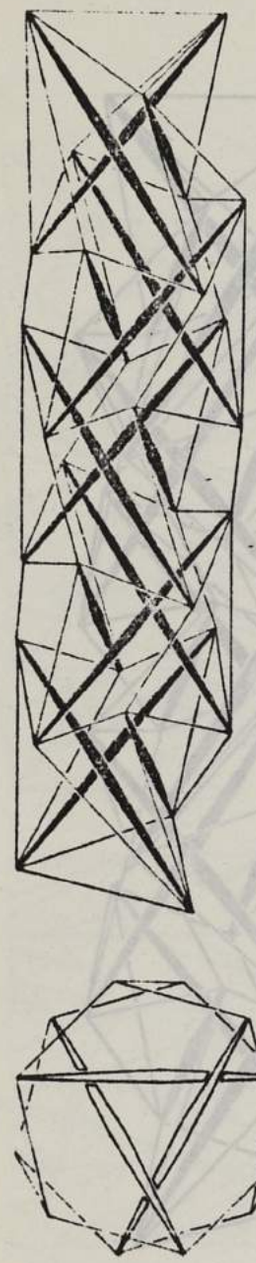
RHOMBOIDE

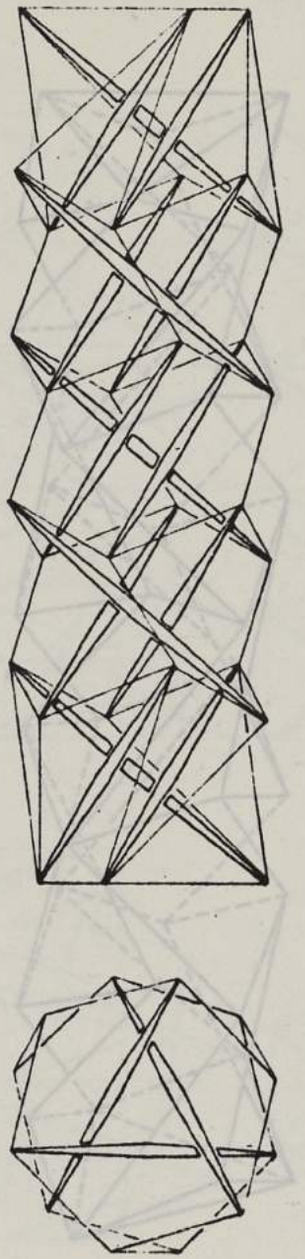


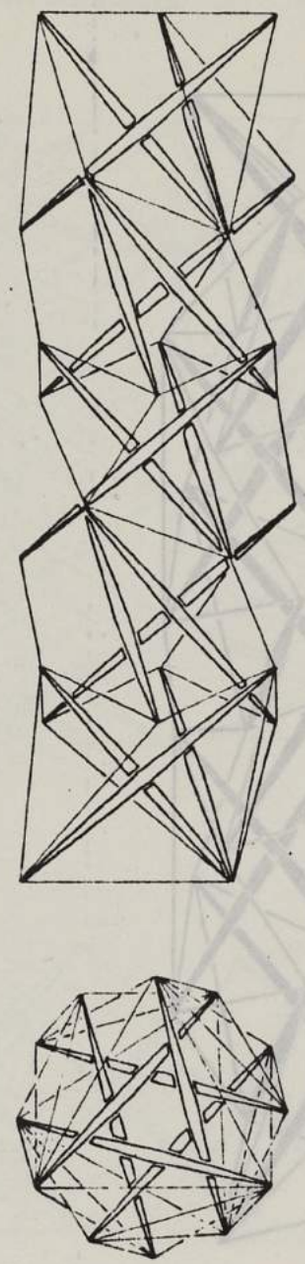
MAT RHOMBOIDE

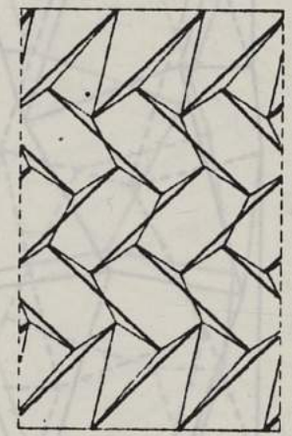


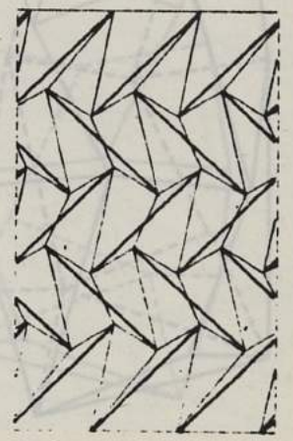
7 MAT PENETRE 3 B HEXOIDE

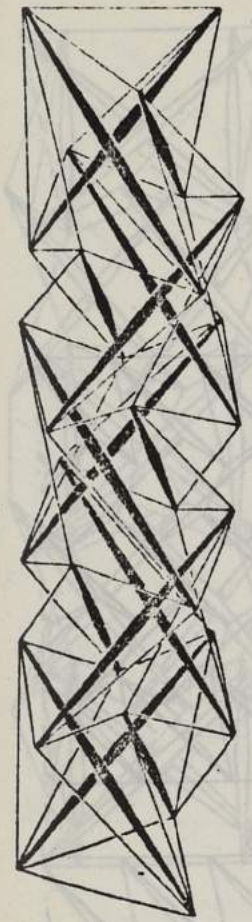


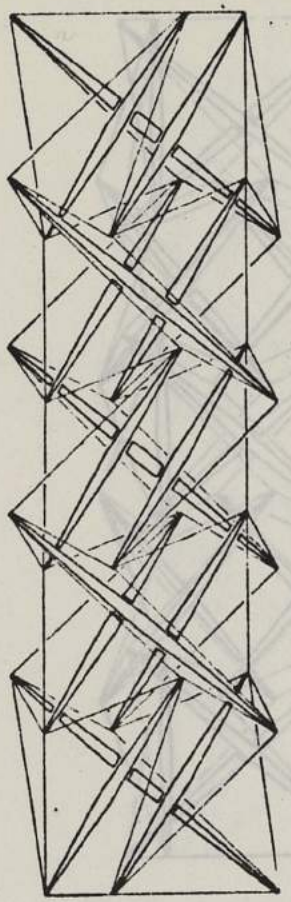


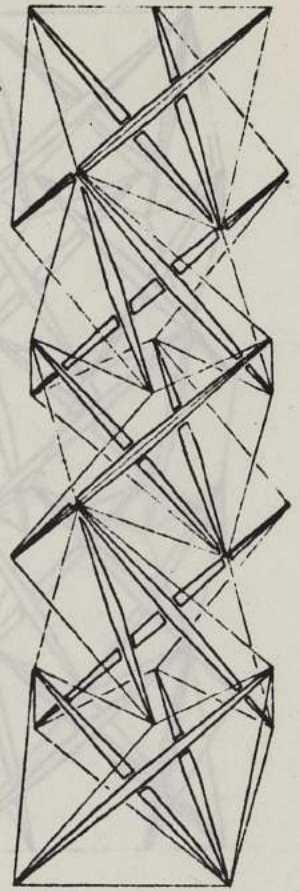


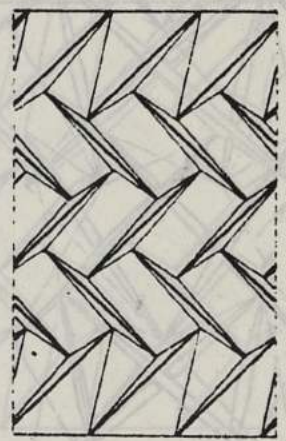


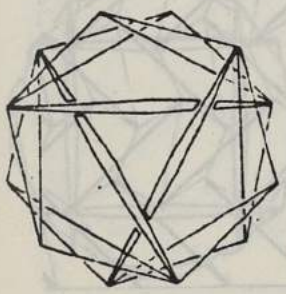


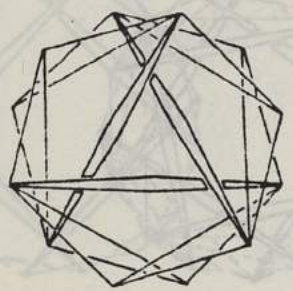


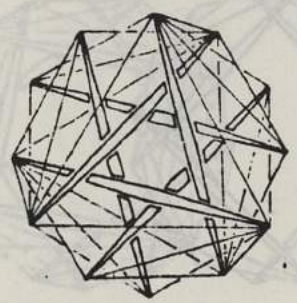




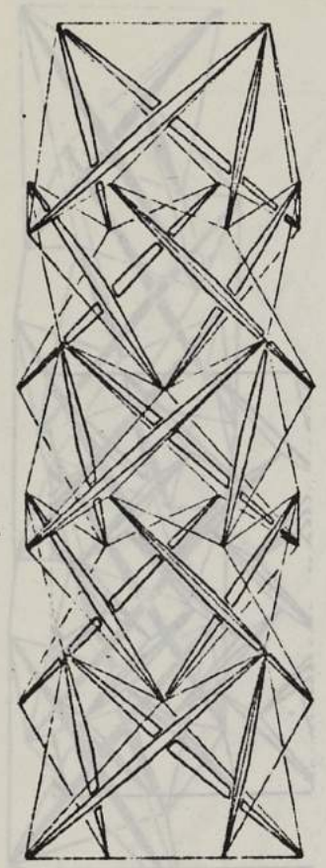


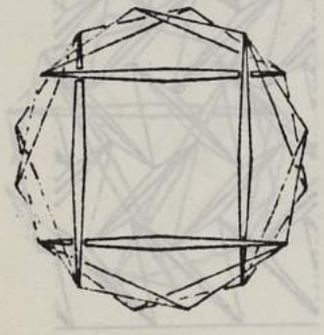


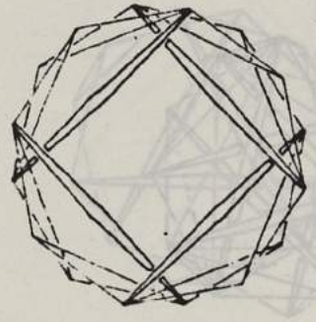


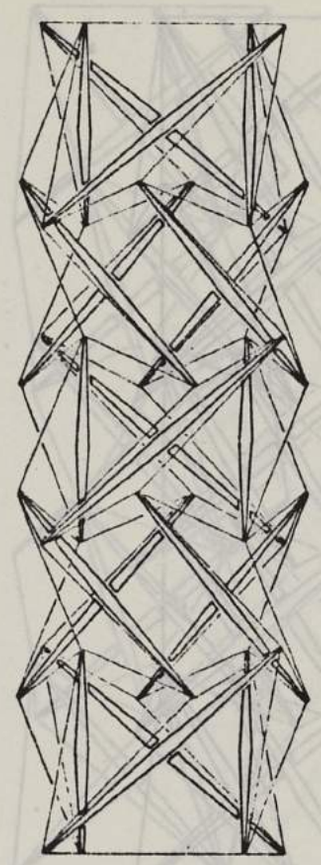


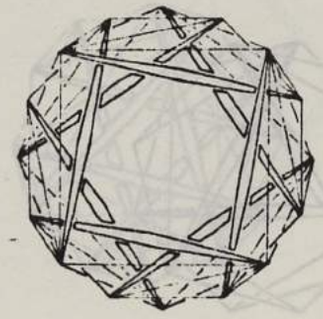


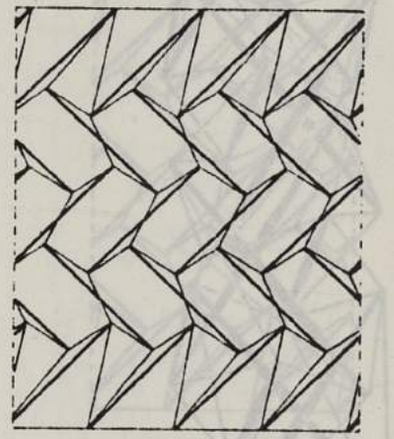


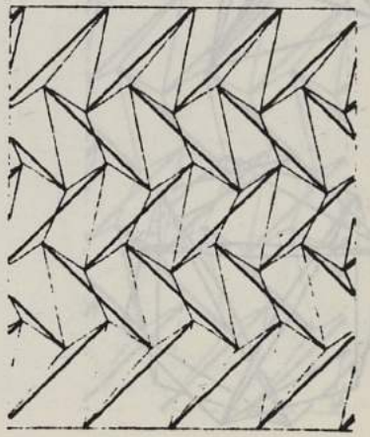




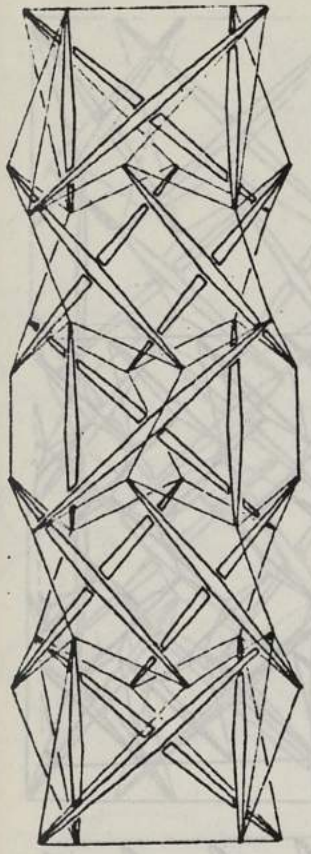


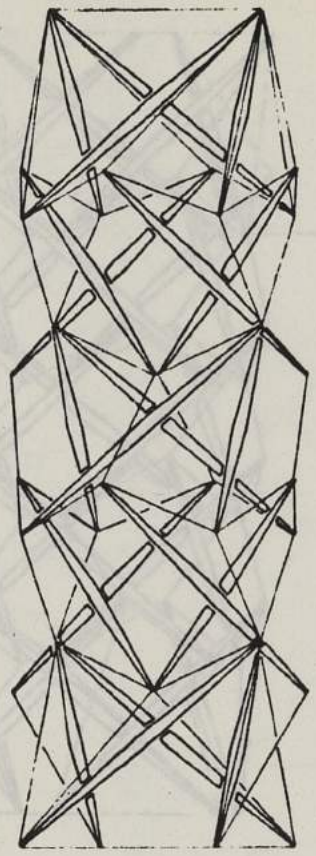


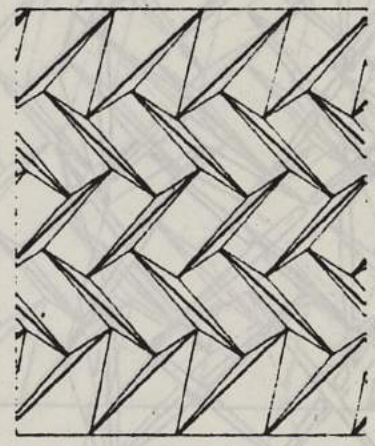


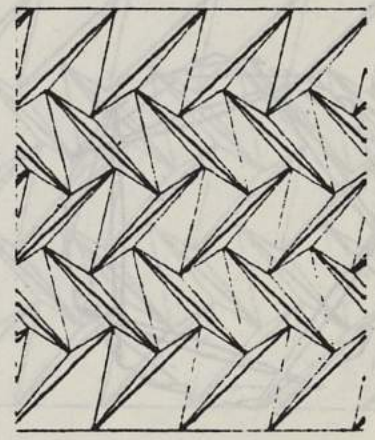


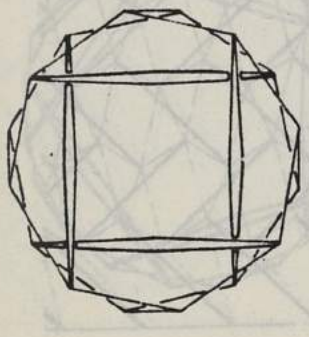
10 MAT PENETRE 4B RHOMBOIDE

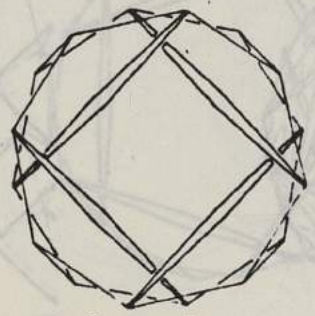


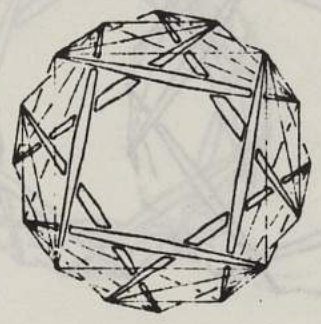




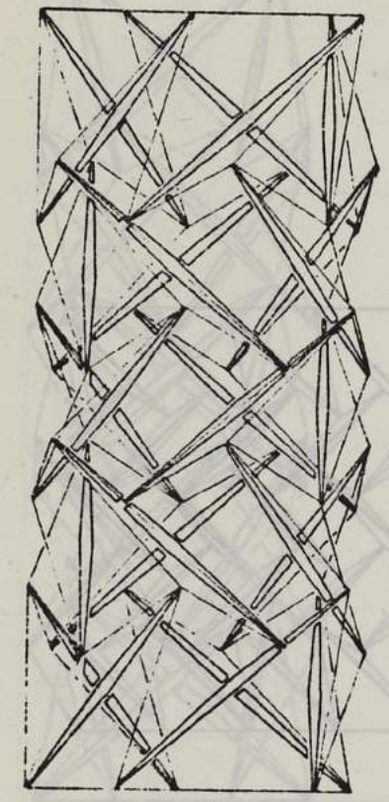


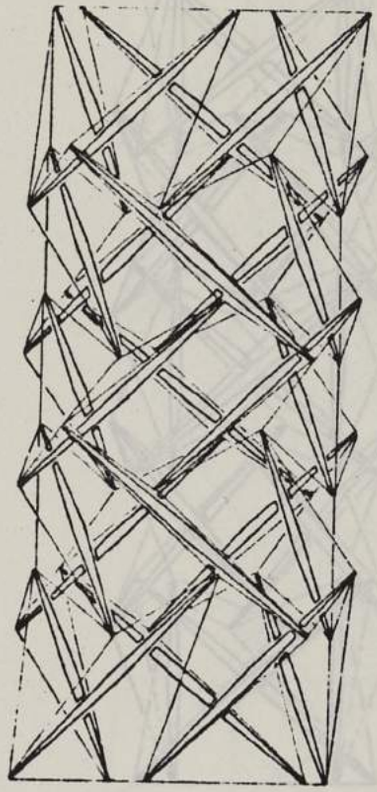


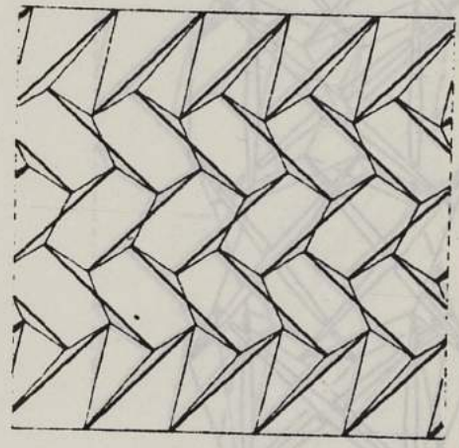


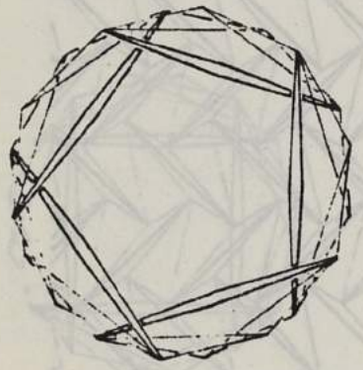


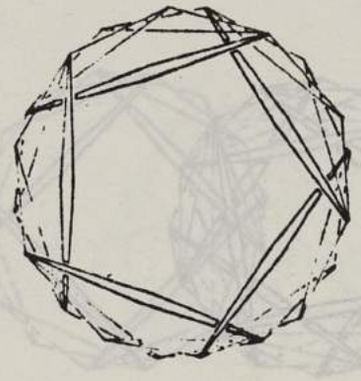
11 MAT PENETRE 5B HEXOIDE

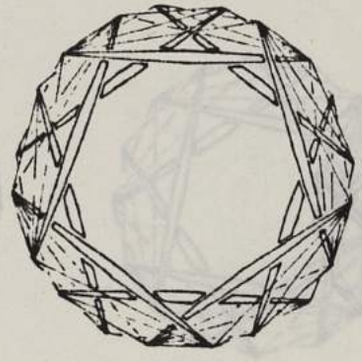


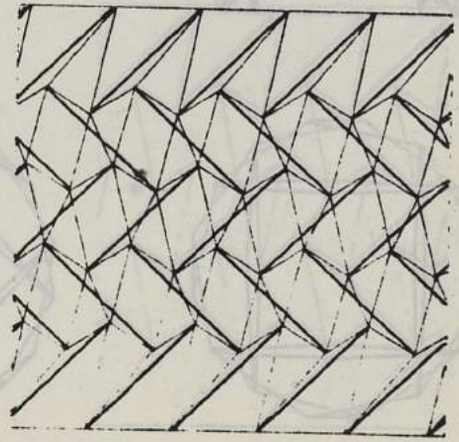




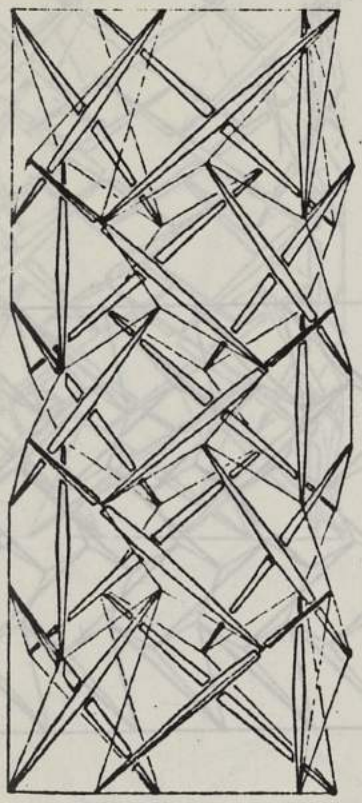


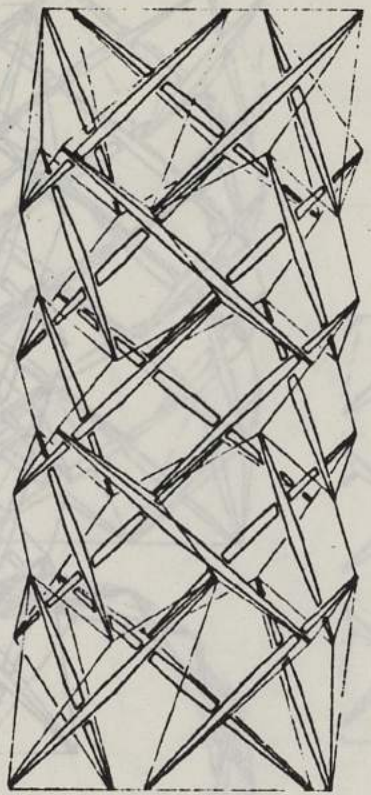


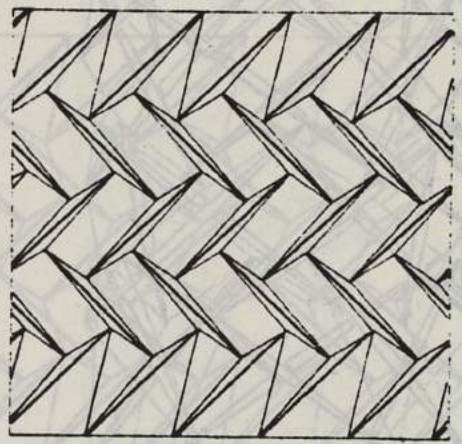


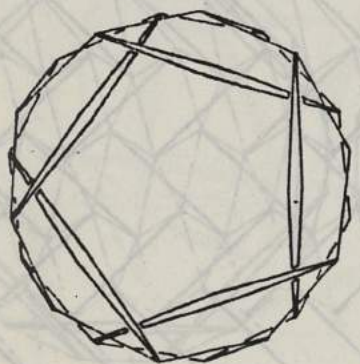


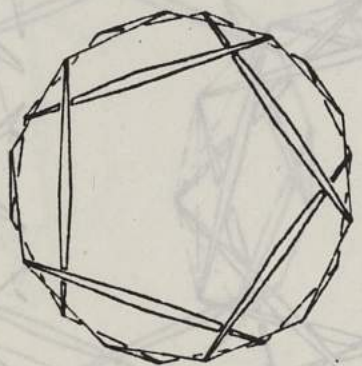
12 MAT PENETRE 5 B RHOMBOIDE

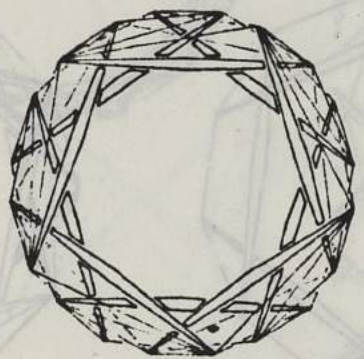


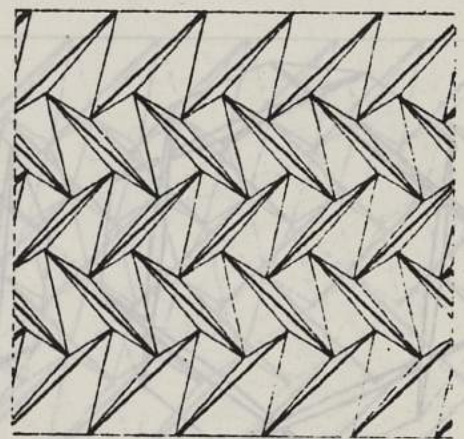




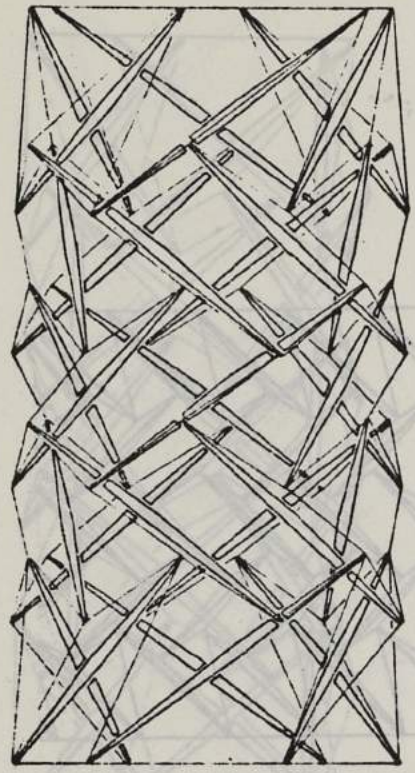


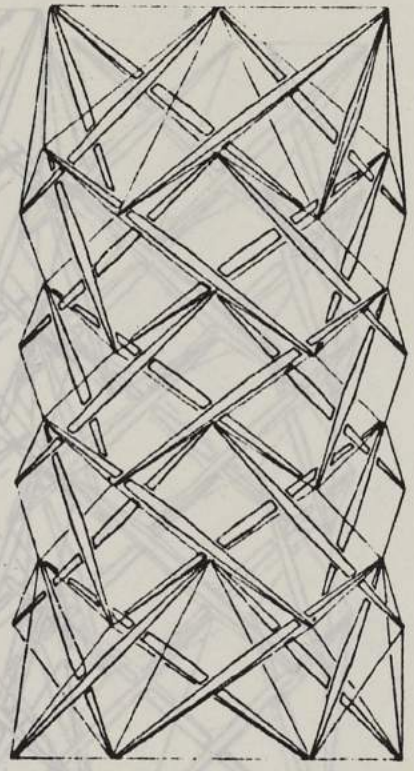


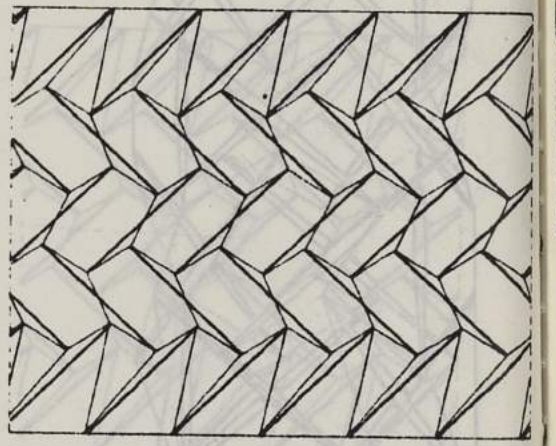


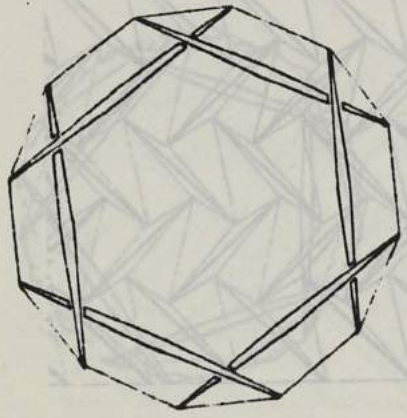


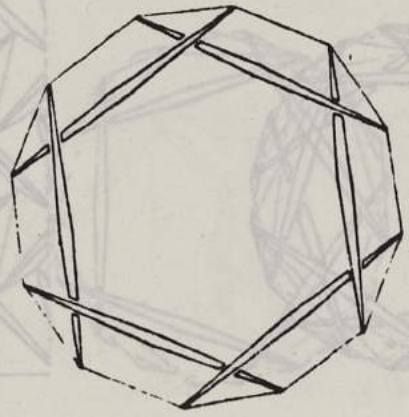
MAT PENETRE 6B HEXOIDE

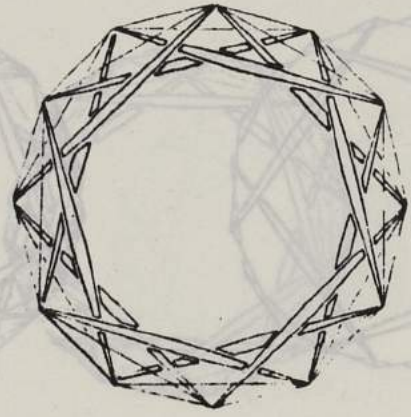


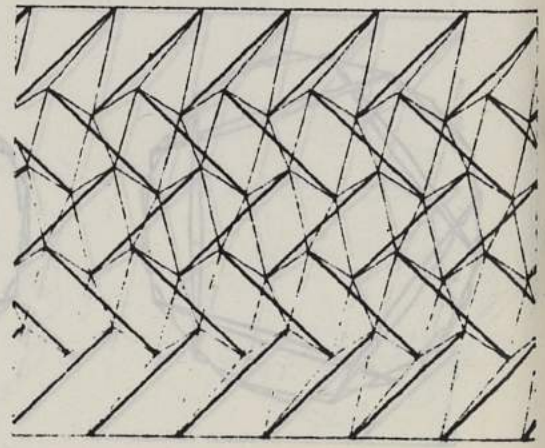






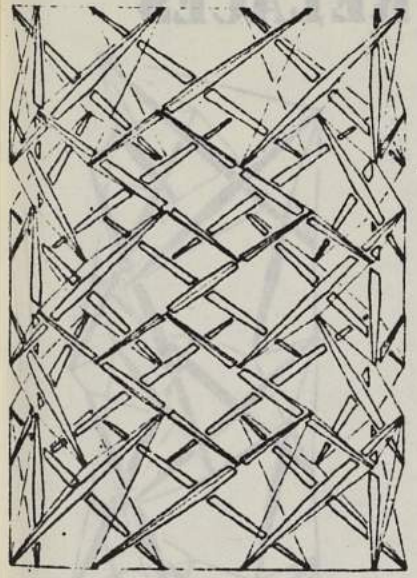


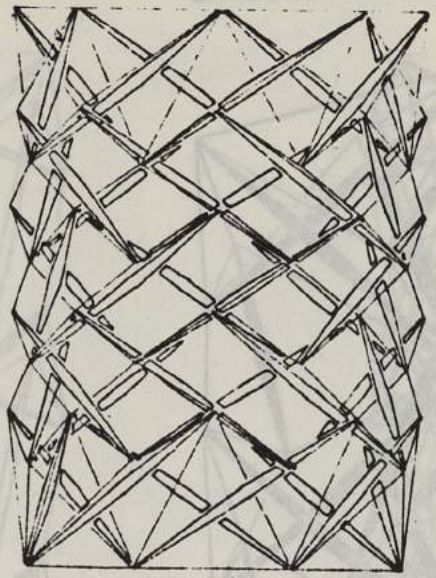


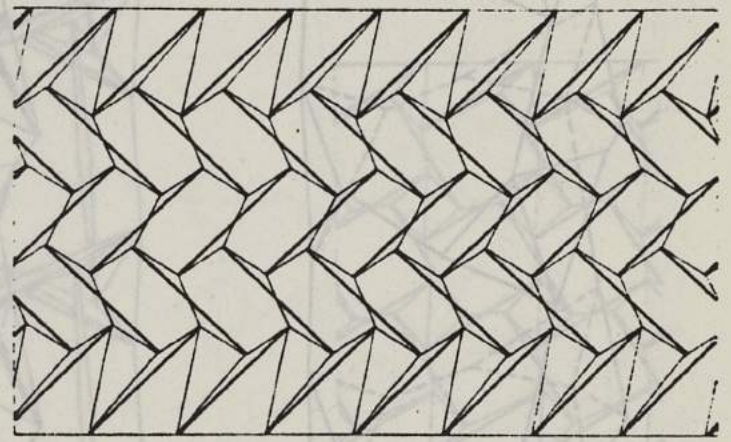


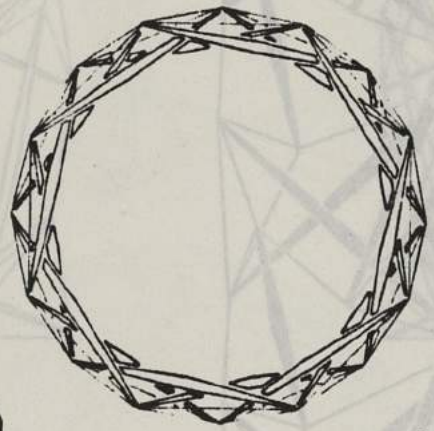
1-1

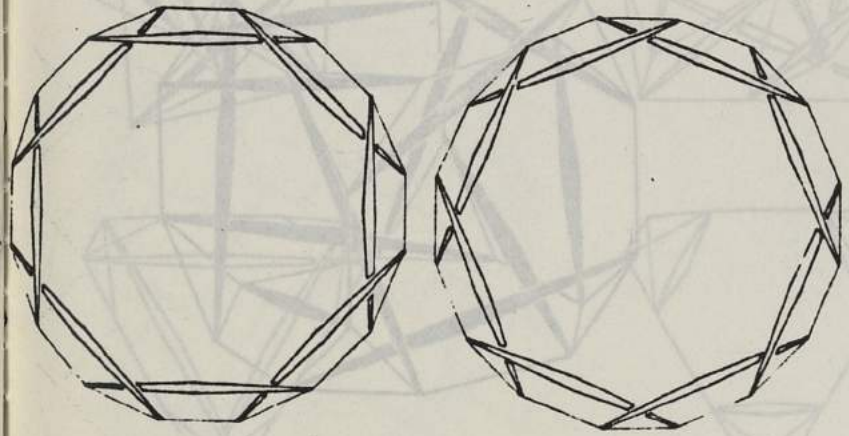
MAT PENETRE 8B HEXOIDE

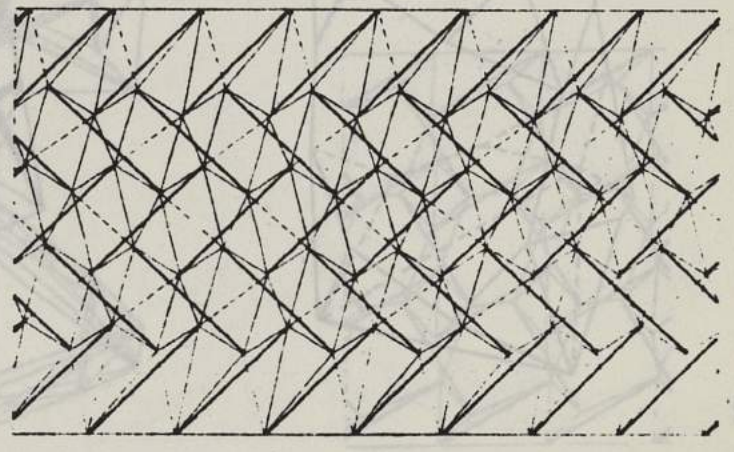






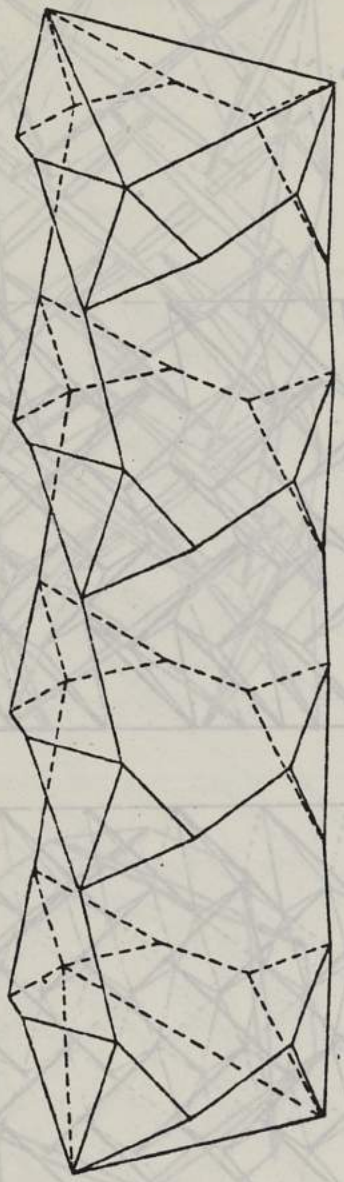




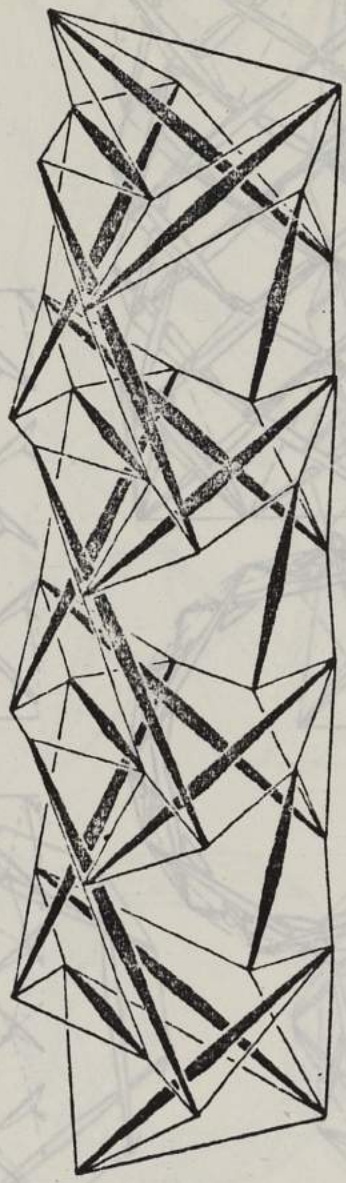


MATS ENTRELACES

DELTO-OCTOGONOIDE

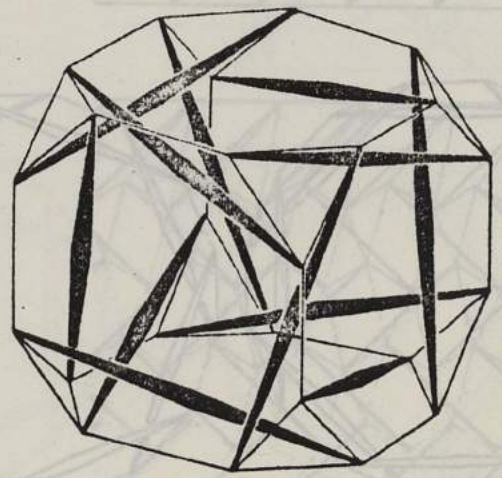


MAT DELTO-OCTOGONAL

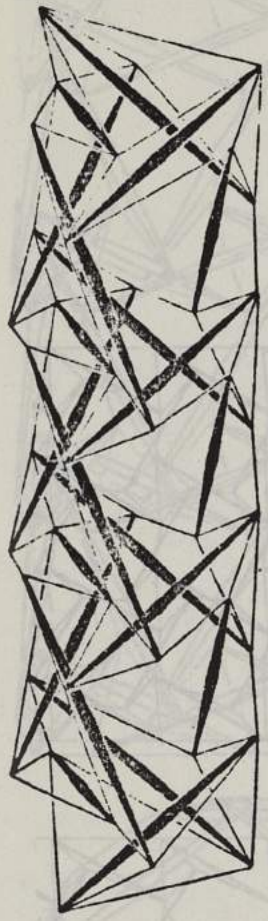


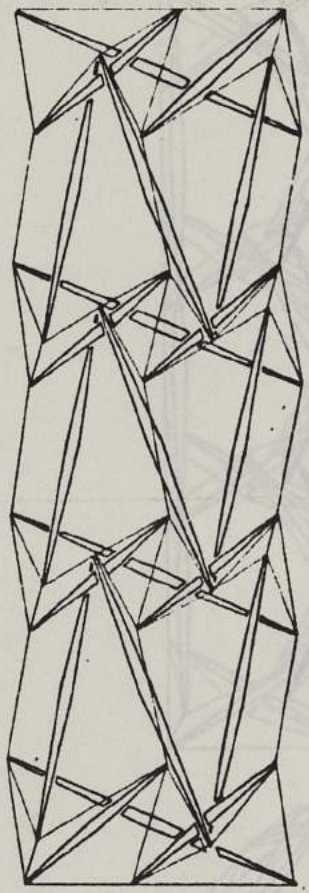
POLYEDRE DELTO-OCTOGONAL

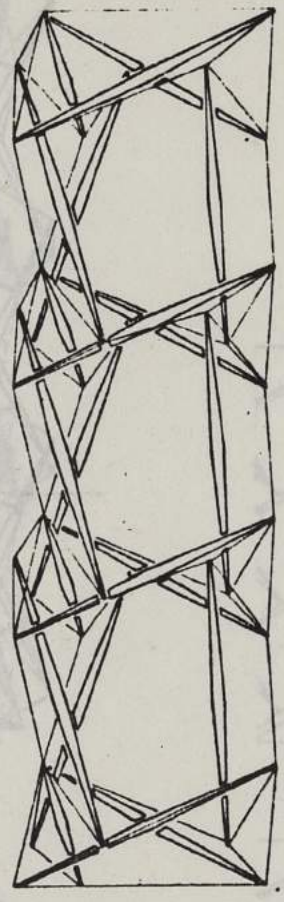
CUBE TRONQUE

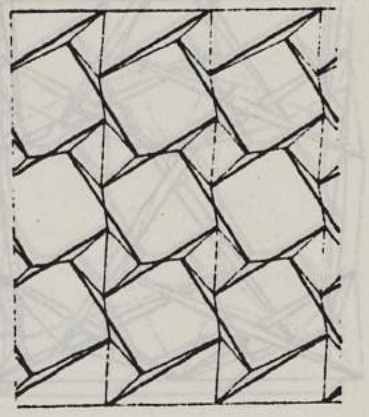


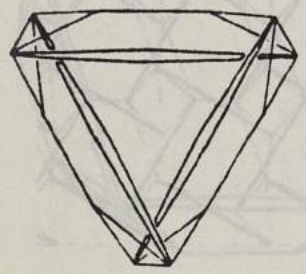
15 MAT ENTRELACE 9 B DELTO.OCTOGONALE

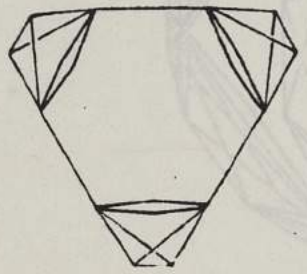


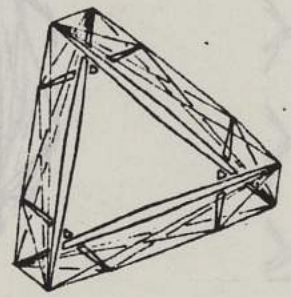


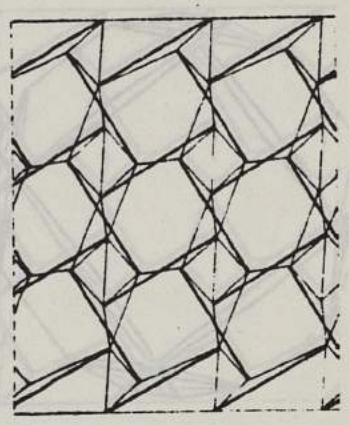




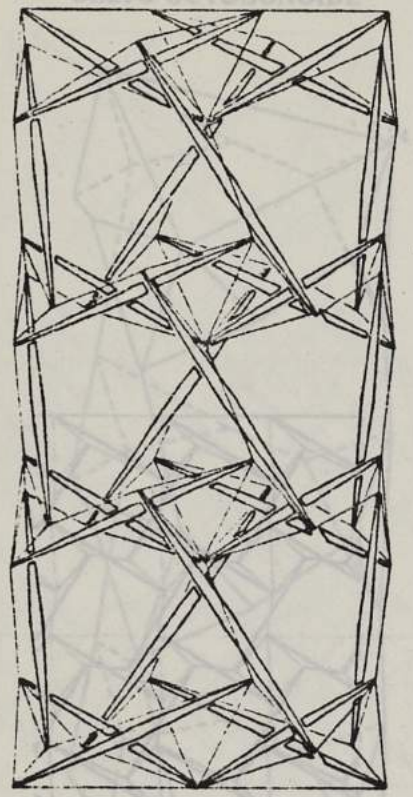


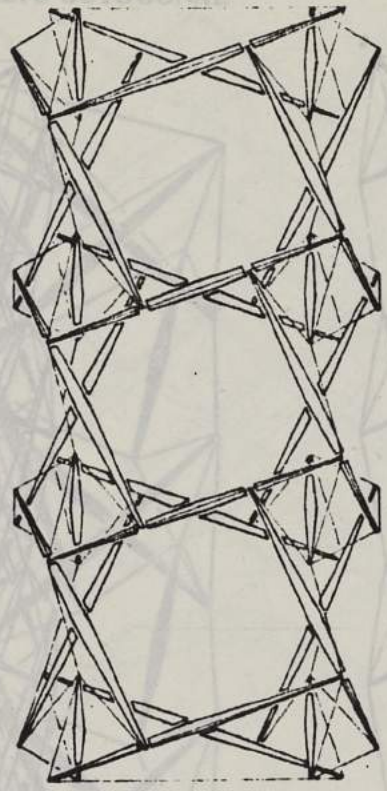


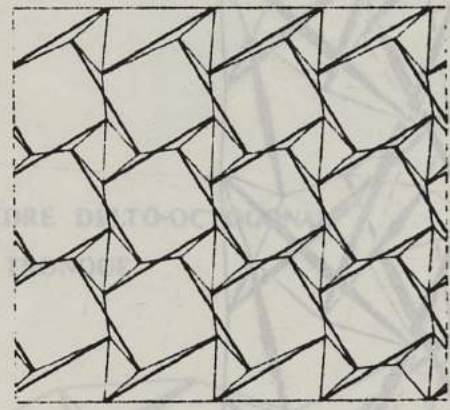


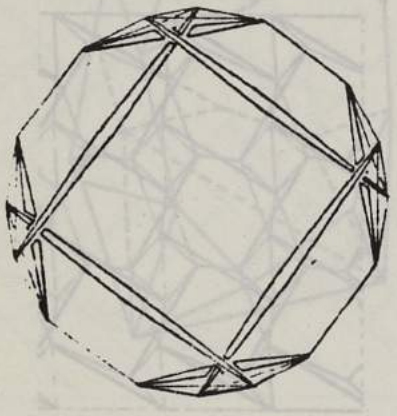


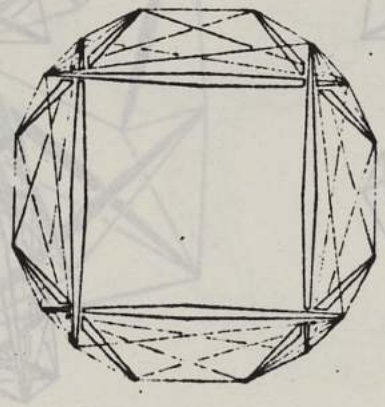
16 MAT ENTRELACE 12 B DELTO.OCTOGONALE

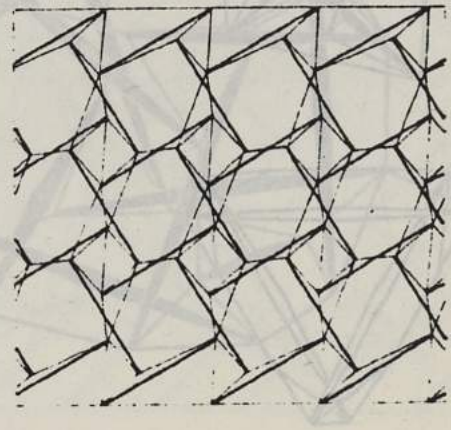




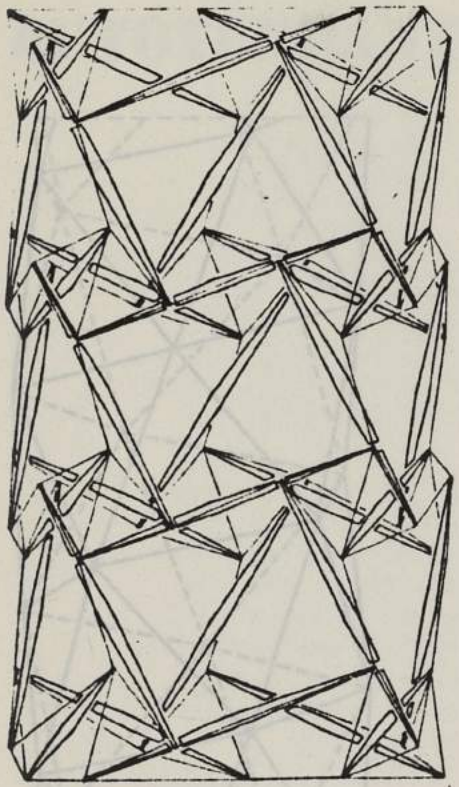


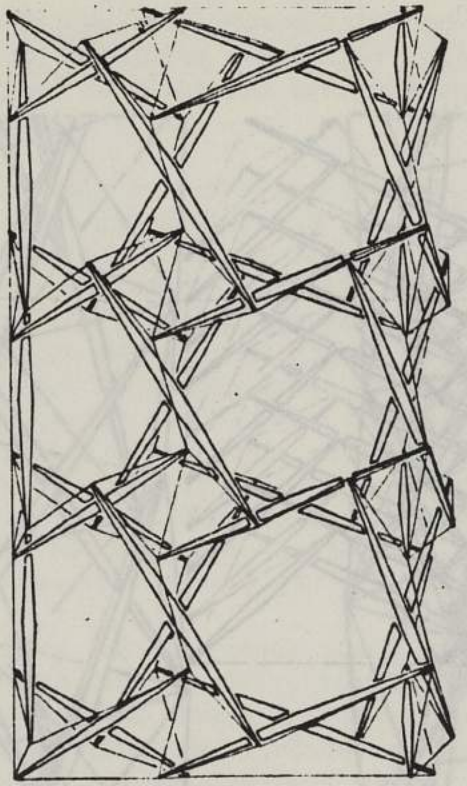


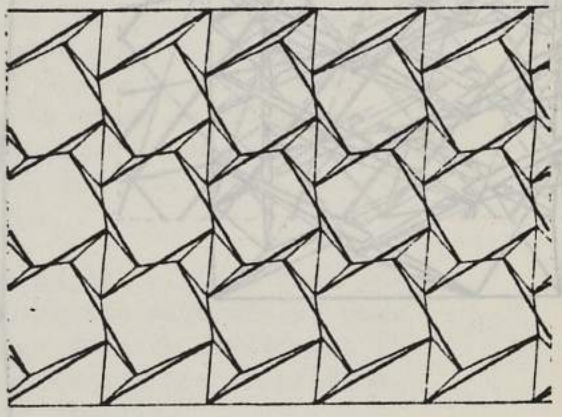


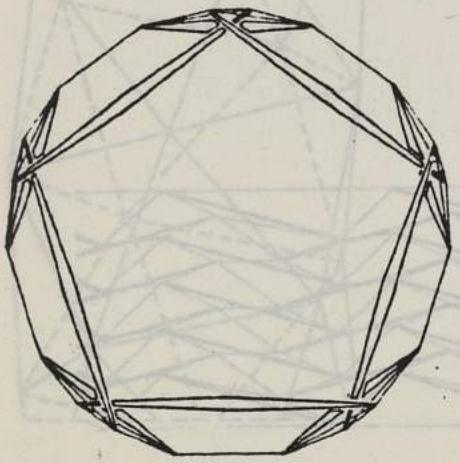


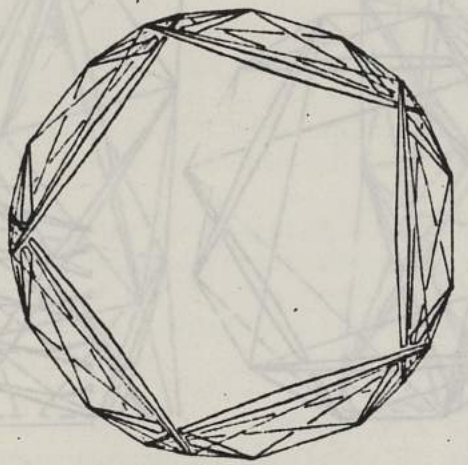
17 MAT ENTRELACE 15 B DELTO-OCTOGONALE

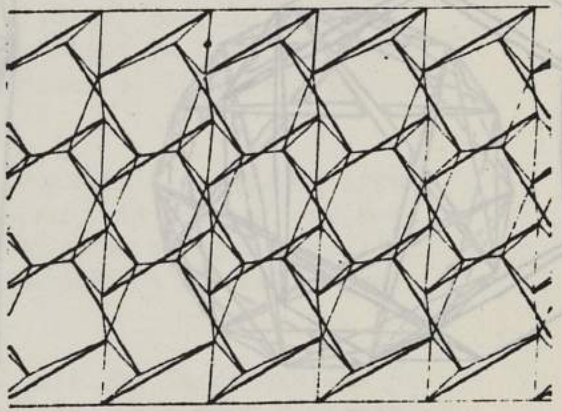




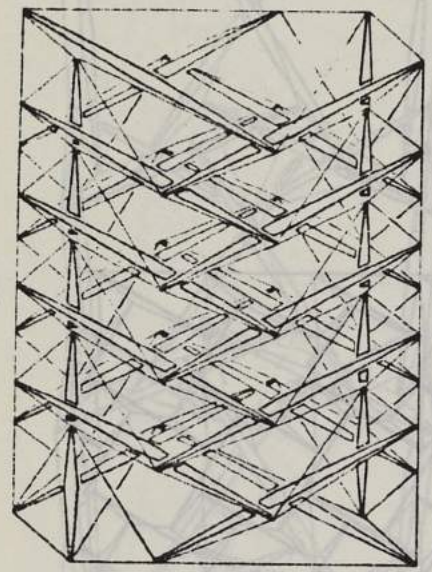


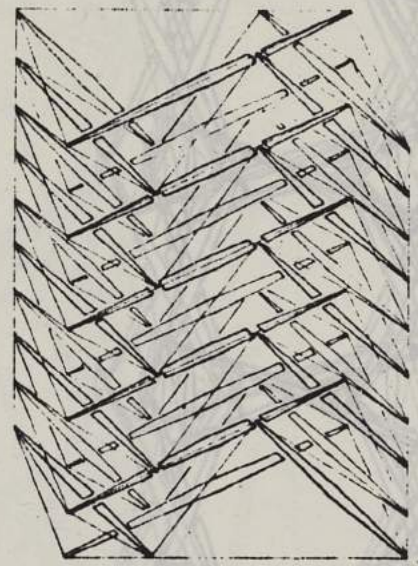


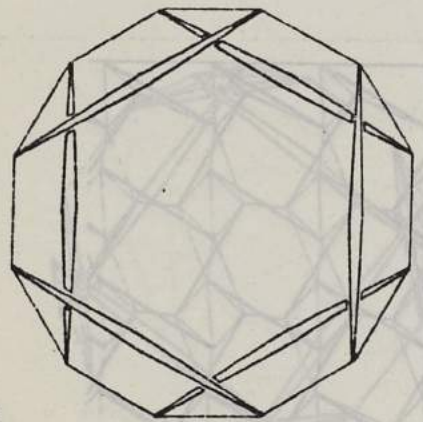


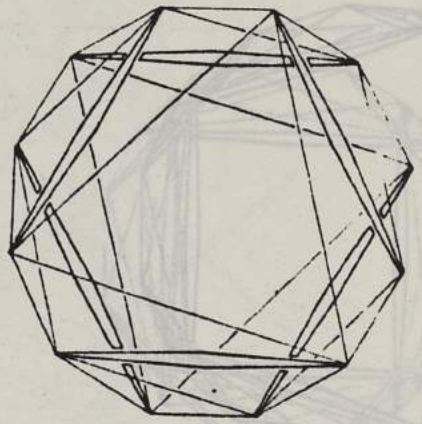


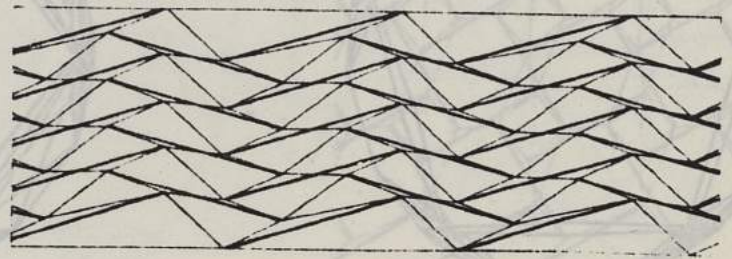
18 MAT COMPENSE 6B RACEMIQUE



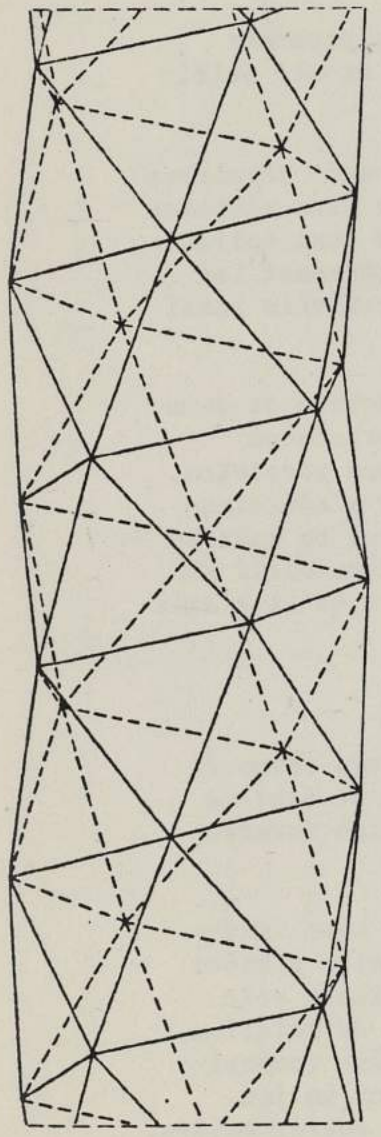


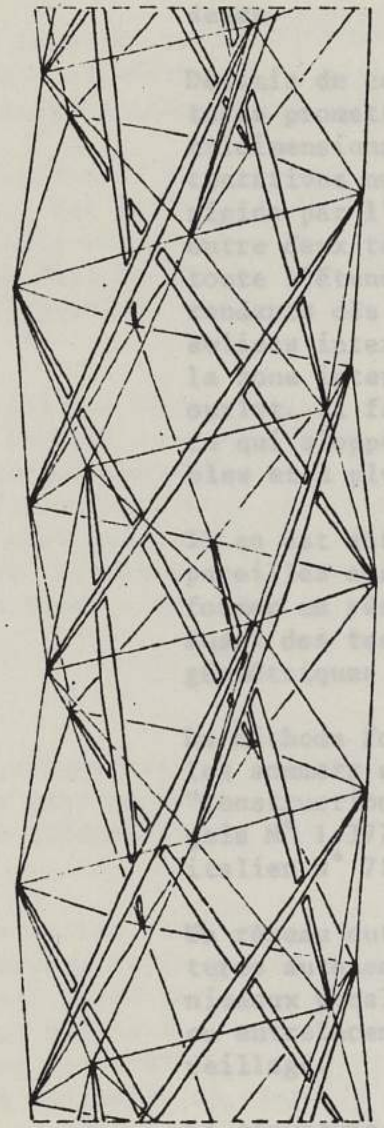


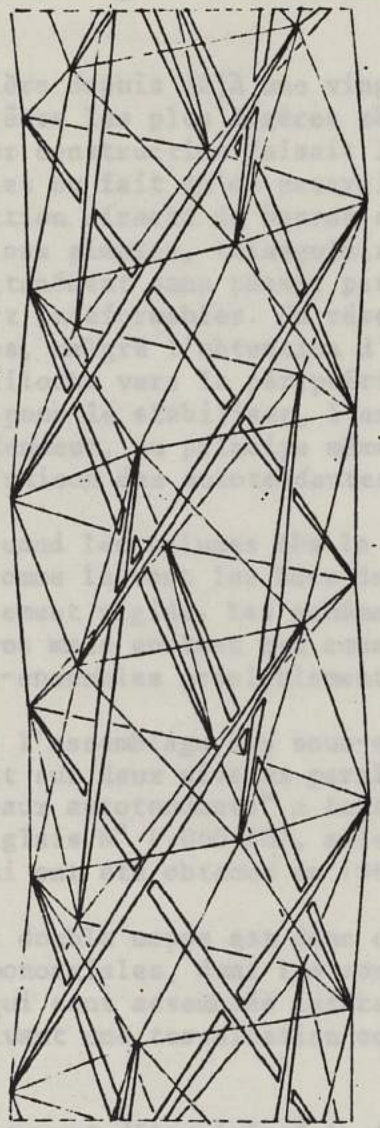


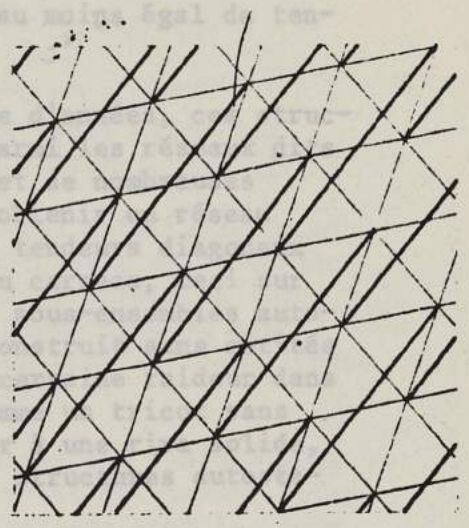


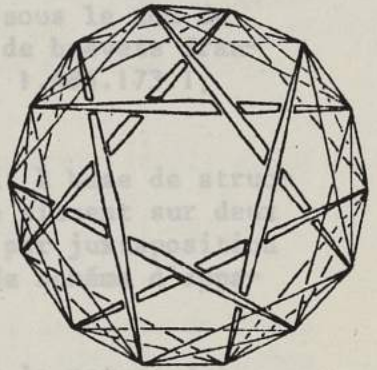
19 MAT HELICOIDAL PENTAGONAL

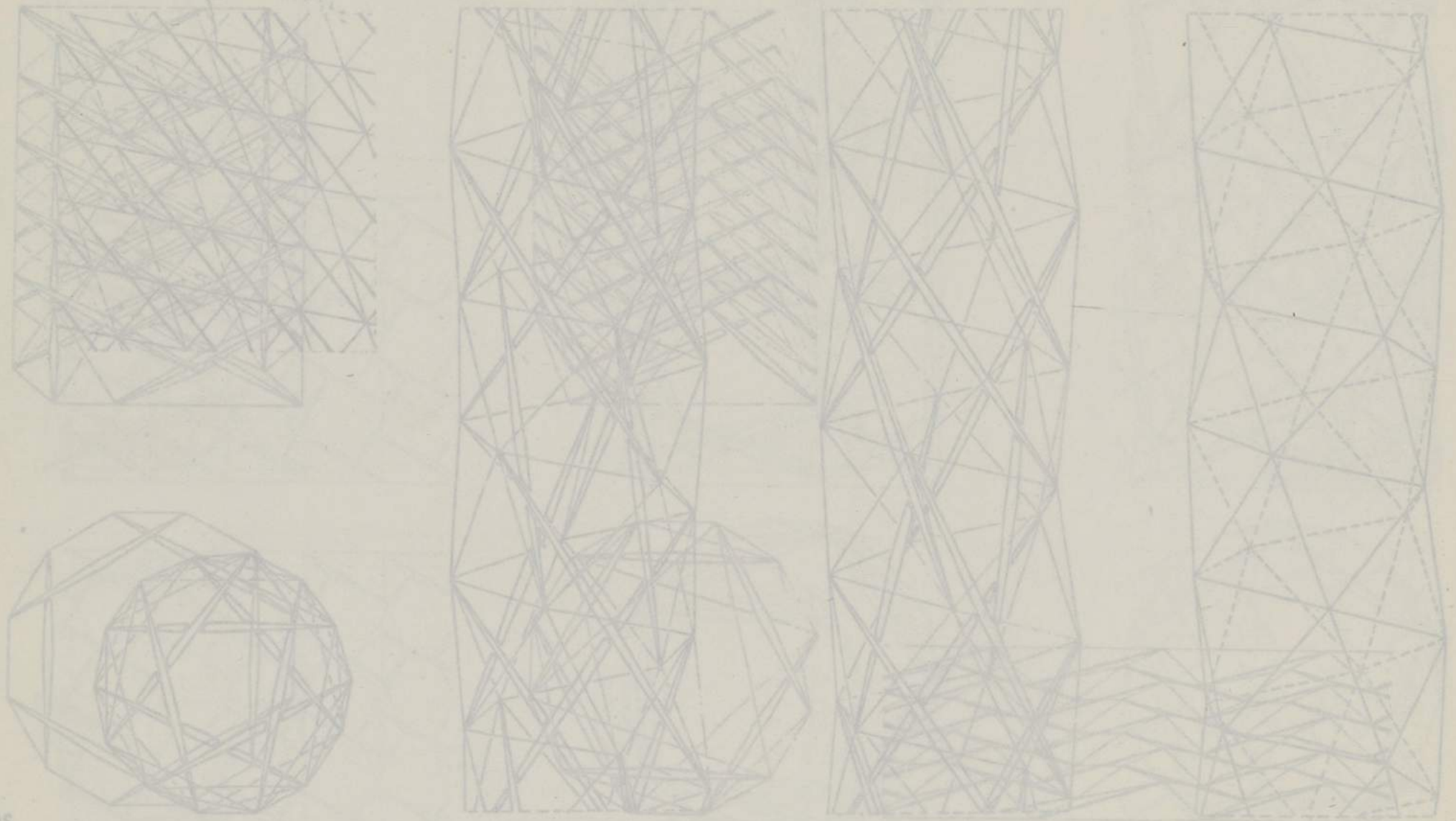












RESEAUX PLANS AUTOTENDANTS

LES RESEAUX AUTOTENDANTS A DOUBLE NAPPE PLANE

Les réseaux autotendants double nappe sont composés entre deux treillis flexibles constitués uniquement de tendeurs dont l'espace interstitiel contient des barres diagonales et un nombre au moins égal de tendeurs.

Définis de cette manière depuis déjà une vingtaine d'années, ces structures promettaient d'être les plus légères même parmi les réseaux dits tridimensionnels. Leur construction faisait l'objet de nombreuses tentatives non abouties du fait qu'on essayait d'obtenir un réseau rigide par l'introduction directe de barres et de tendeurs diagonaux entre deux tessellations simples, triangulaires ou carrées, ceci sur toute l'étendue simultanément sans passer par des sous-ensembles autotendants dès le départ indéformables. Un réseau construit sans entités solides intermédiaires, malgré l'obtention d'une certaine raideur dans la zone interne, s'effiloche vers la périphérie comme un tricot sans ourlet. Il faut donc pour le stabiliser, l'amarrer à une rive solide, ce qui s'oppose, évidemment, au principe même des structures autostables et à plus forte raison des autotendantes.

Il en est autrement quand les volumes dès le départ rigides sont appareillés ensemble, comme le sont les bocs dans une maçonnerie, pour former un réseau également rigide. Les schémas de base deviennent là aussi des tessellations mais en tant que conséquence des propriétés géométriques des sous-ensembles préalablement choisis.

La méthode fondée sur l'assemblage des sous-ensembles simples, dont les sommets se situent sur deux niveaux parallèles, sous le nom de "Construction de réseaux autotendants" a fait objet de brevets français N° 1.377.290, anglais N° 1.060.867, allemand N° 1.484.173.1, italien N° 719.403 qui ont été obtenus en 1963.

Un réseau autotendant double nappe est donc construit à base de structures autotendantes monoaxiales, dont les sommets se situent sur deux niveaux parallèles, qui sont assemblés latéralement par juxtaposition ou entrelacement, suivant une tessellation servant de schéma d'appareillage.

La structure du réseau est déterminée à la fois par la nature des sous-ensembles utilisés, la tessellation choisie, leur mode d'assemblage et position dans laquelle ils sont imbriqués entre eux.

Les autotendants élémentaires sont des antiprismes et antipyramides et les configurations dérivées de leur interpénétration complète. Les réseaux élémentaires utilisent des anneaux latéralement interpénétrés composés de quatre ou six antipyramides soudées ensemble par des barres communes.

Pratiquement tous les réseaux planaires dérivent des deux premiers autotendants, le triangulaire et le carré. Le pentagonal et ses multiples n'interviennent que dans les réseaux courbes.

En principe, toute tessellation qu'elle soit régulière, semi- régulière ou composite peut être utilisée. Toutefois les trames les plus adaptées pour construire les réseaux autotendants les plus stables sont celles qui ont d'emblée une symétrie rotatoire et tout particulièrement les tessellations automorphes qui sont non seulement rotatoires mais aussi auto-réversibles.

Les phenomènes de stabilité relative sont dus à l'interférence de deux sortes de rotations: étant donné que sous l'effet des contraintes chaque equilibrium à tendance à se déformer suivant un sens rotatoire, un réseau devient actif quand ces rotations coïncident et s'additionnent avec celles de la trame, mais quand les deux rotations se contrarient la tendance au déplacement est compensée. Ce caractère actif ne signifie pas que le réseau sera déformable, mais seulement qu'il s'agit de compter avec l'addition des efforts.

MODE D'ASSEMBLAGE

Les sous-ensembles étant lévogyres ou dextrogyres, un réseau composé uniquement de volumes de rotation identique sera monogyre et dans le cas d'utilisation alternative des sous-ensembles de rotation inverse, racémique.

Les antipyramides peuvent, en outre, être posées sur leur base inférieure ou inversement. Dans un réseau elles peuvent donc être placées en position identique par rapport à leur base, donc soit recto soit verso, ou alternativement recto verso. Avec les deux sens de rotation, on dispose donc de quatre positions différentes pour la même composition élémentaire, autant d'éléments de situation permettant un jeu combinatoire plus grand, dont la latitude dans le cas des antipyramides carrées va jusqu'à vingt six combinaisons différentes.

Appareillés latéralement, les sous-ensembles autotendants sont assemblés par juxtaposition ou par pénétration, celle-ci allant jusqu'à l'entrelacement, la même barre faisant alors partie de deux solides autotendants voisins.

CARACTERISTIQUES DES RESEAUX

Dans les réseaux obtenus les barres peuvent avoir entre elles des contacts, des semi-contacts ou une discontinuité totale.

La simple juxtaposition provoque le plus souvent une coïncidence complète ou partielle entre les sommets des volumes voisins et le réseau devient, malgré la discontuinité originelle des sous-ensembles autotendants, une structure à barres continues à un degré plus ou moins grand. Elle n'en restera pas moins une composition spatiale plus légère que n'importe quel réseau à barres indifférenciées.

La plupart des réseaux discontinus où les barres restent isolées même après l'assemblage des volumes élémentaires, dérivent des tessellations automorphes. Les plus remarquables parmi ces structures sont les deux séries de trois réseaux entrelacés, qui sont transformables les uns dans les autres par une déformation continue; chacun pouvant s'ouvrir et se refermer dans un faiceau comme un parapluie en faisant varier seulement la longueur des tendeurs. A chaque stade de leur développement ces structures mobiles restent cependant rigides. Sur les planches correspondantes la composition des réseaux entrelacés est analysée sur les figures explicatives par nappes isolées d'abord, puis superposées; des vues perspectives et orthogonales montrant le sous-ensemble intermédiaire indéformable qui est un groupe d'antipyramides tronquées latéralement entrelacées, chaque groupe étant composé de douze barres de compression.

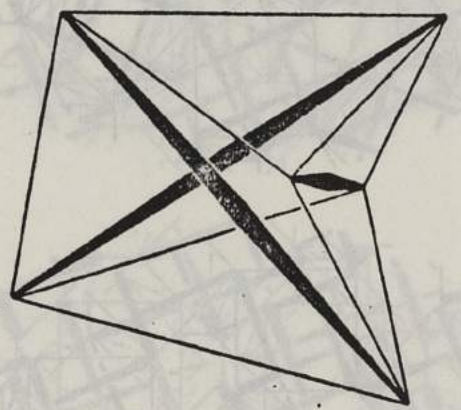
Les données analytiques des soixante réseaux autotendants double nappe étudiés sont résumées dans le tableau 28 indiquant pour chacun le sous-ensemble, tessellation de base, mode d'assemblage et situation des barres.

Les figures correspondantes montrent les réseaux par des vues en forme de découpe circulaire, où les deux nappes superposées sont distinguées par des traits d'épaisseur différente, la position des barres, toujours diagonales, étant exprimée par des traits cunéiformes.

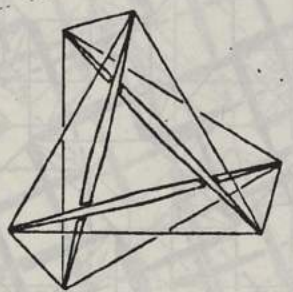
TABLEAU 28 RESEAUX AUTOTENDANTS DOUBLE NAPPE

N°	Sous-ensemble	Tessellation de base	Modes d'assemblage				Situation des barres		
			Mono.	Racémique	Recto	R. et V.	Contact	Semi-C.	Discont.
	Antiprismatiques								
1	3B	333333	•					•	
2		$3_1\bar{3}3_2\bar{3}_3$	•						•
3	4B	488	•				•		
4		488		•			•		
5		444 distendue	•						•
6		444 distendue		•					•
7		488	•						•
8		$4_1\bar{4}_2\bar{4}_2$	•						•
	Antipyramidaux								
9	3B	333333	•		•			•	
10		"		•	•		•		
11		"	•			•		•	
12		"		•		•		•	
13		$3_1\bar{3}_2\bar{3}_1\bar{3}_2$	•		•				•
14		$3_1\bar{3}_3\bar{3}_2\bar{3}_3$	•		•				•
15		$3_2\bar{3}_3\bar{6}_1$	•		•				•
16		"		•	•				•
17		"	•			•			•
18		"		•		•			•
19	entrelacés 6x3B	3636		•		•			•
20		$3_1\bar{3}_2\bar{3}_1\bar{3}_2$		•		•			•
21		$3_1\bar{6}_3\bar{6}_3$		•		•			•
22	4B	$4_1\bar{4}_2\bar{4}_2$	•		•		•		
23		"		•	•		•		
24		"	•			•		•	
25		"		•		•		•	
26		"		•		•		•	
27		"	•			•		•	
28		"		•		•		•	
29		"		•		•		•	
30		$4_1\bar{4}_2\bar{4}_2$	•		•				•
31		"	•		•				•
32		"		•	•				•
33		"	•			•		•	
34		"	•			•	•		
35		"		•		•	•		
36		"		•		•	•		
37		"		•		•	•		
38		"		•		•		•	
39		"		•		•		•	
40		"	•			•		•	
41		"	•			•		•	
42		$4_1\bar{4}_2\bar{4}_2$ $4_2\bar{4}_2\bar{4}_2$	•		•			•	
43		"		•	•			•	
44		"	•			•	•		
45		$44\bar{4}$	•		•			•	
46	entrelacés 4x4B	444		•		•			•
47		"		•		•			•
48		$4_1\bar{4}_2\bar{4}_2$		•		•			•
	Prismatiques								
49	6B	666	•		•		•		
50		3636	•		•		•		
51		3366 3636	•		•		•		
52		$3_1\bar{6}_2\bar{6}_2$	•		•				•
	Stella Octangula								
53	6B	666	•		•		•		
54		$3_1\bar{3}_2\bar{3}_1\bar{3}_2$	•		•		•		
	Interpénétration								
55	8B	488		•	•		•		
56		"		•	•				•
57		"	•		•		•		
58		"	•		•				•
59		"	•		•				•
60		"	•		•		•		

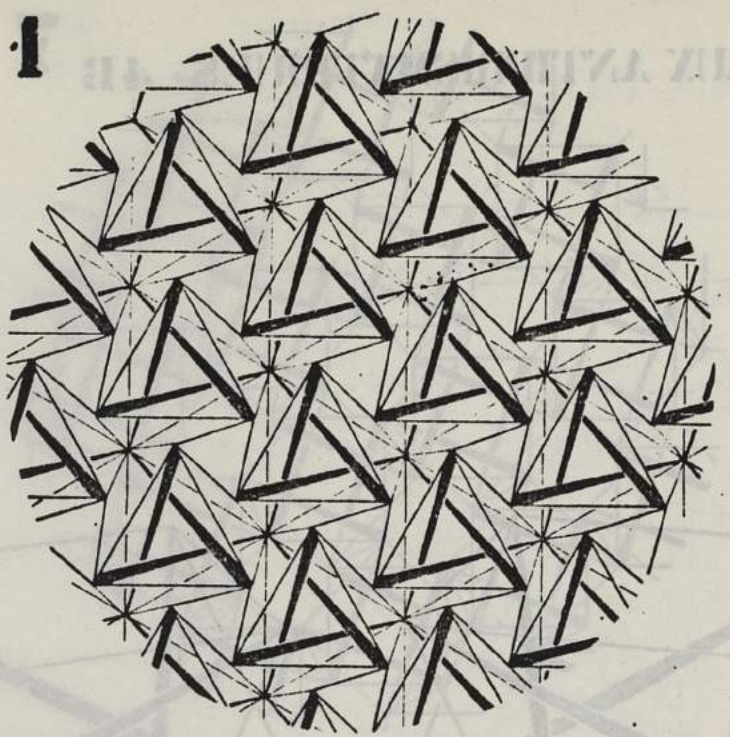
RESEAUX ANTIPRISMATIQUES 3B



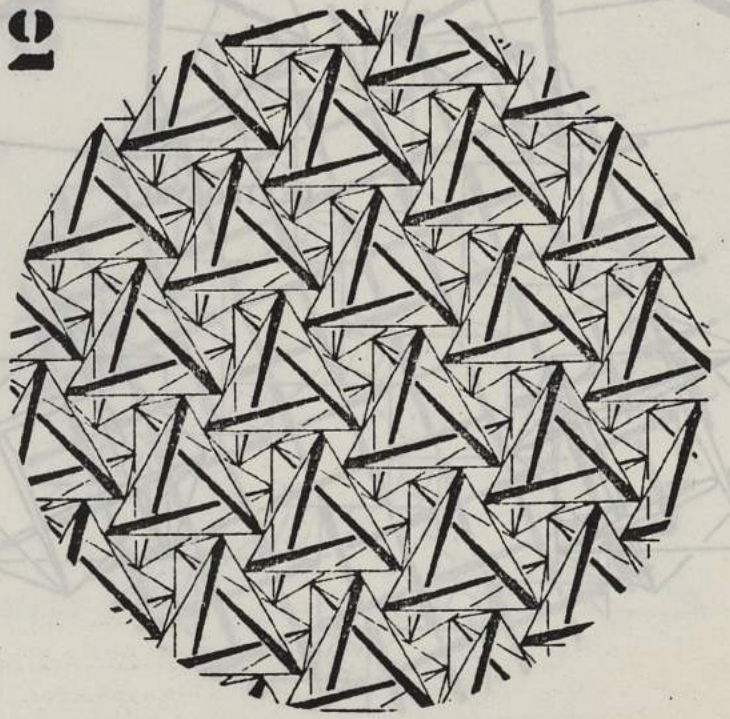
MONOGYRE



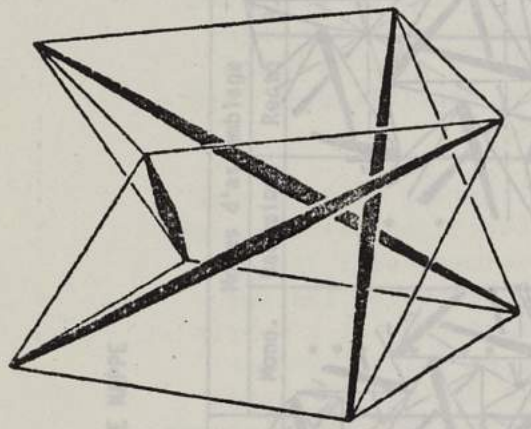
1



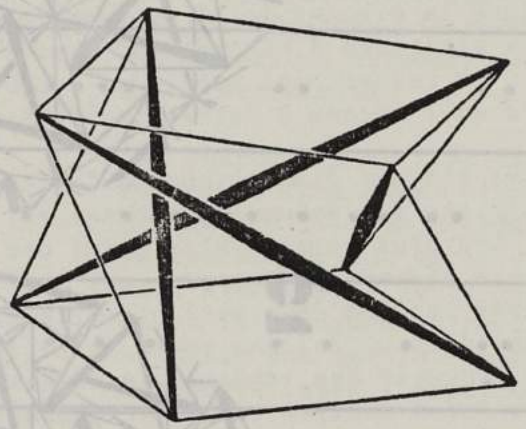
2



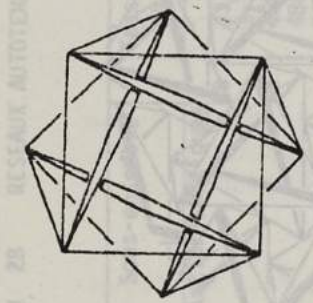
RESEAUX ANTIPRISMATIQUES 4B

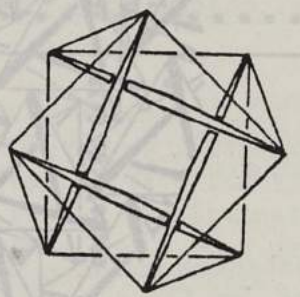


LEVOGYRE

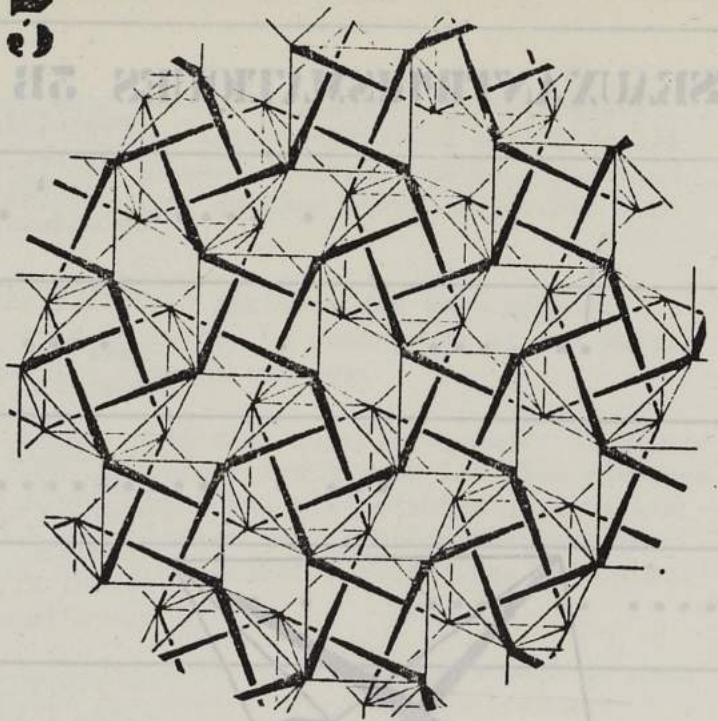


DEXTROGYRE

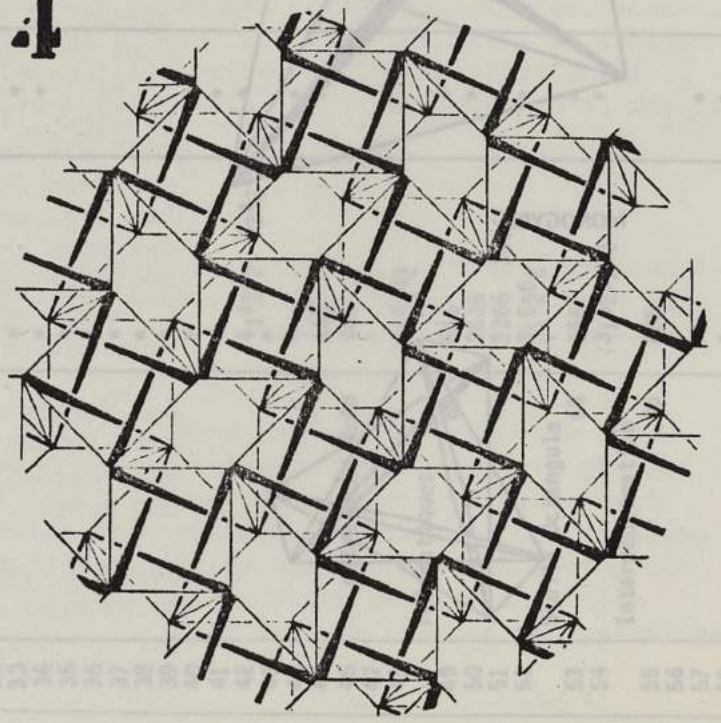




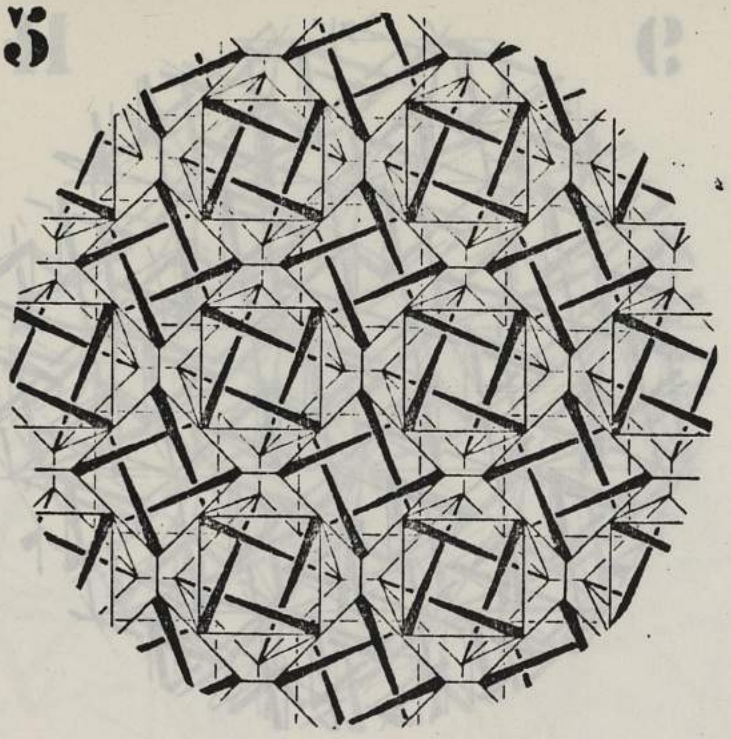
5



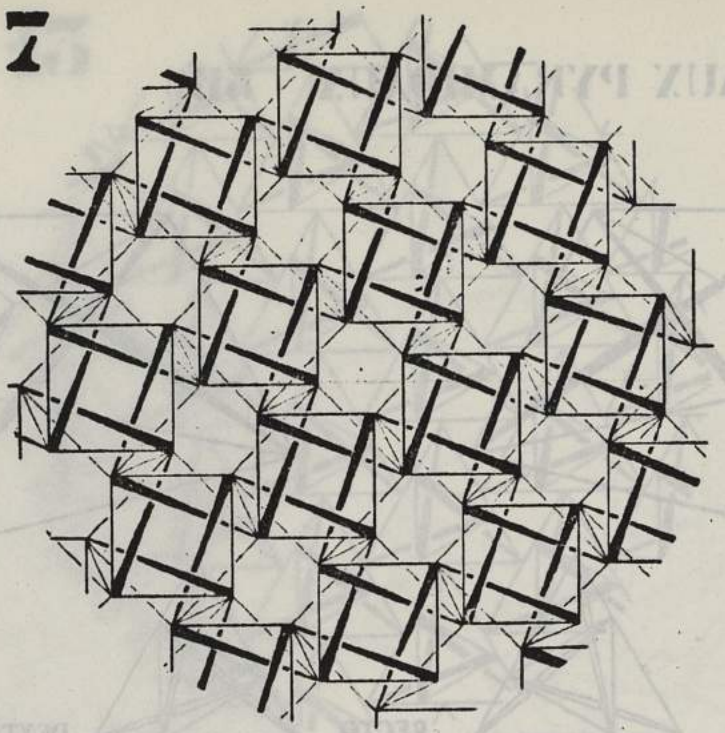
4



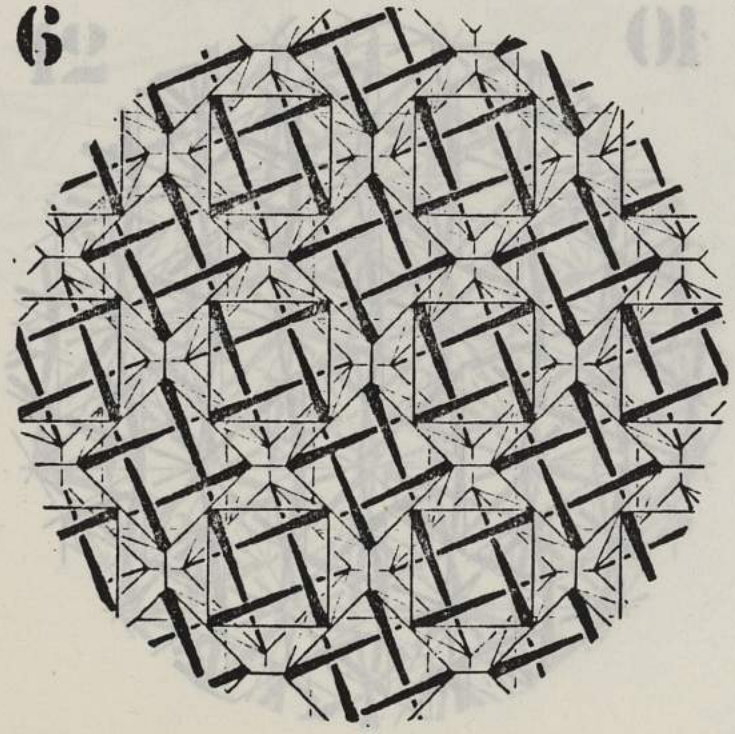
5



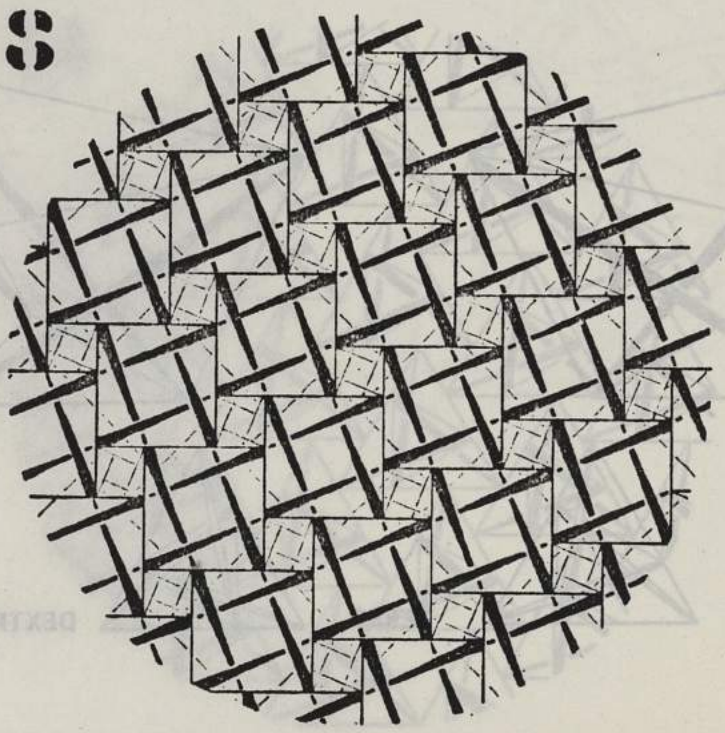
7



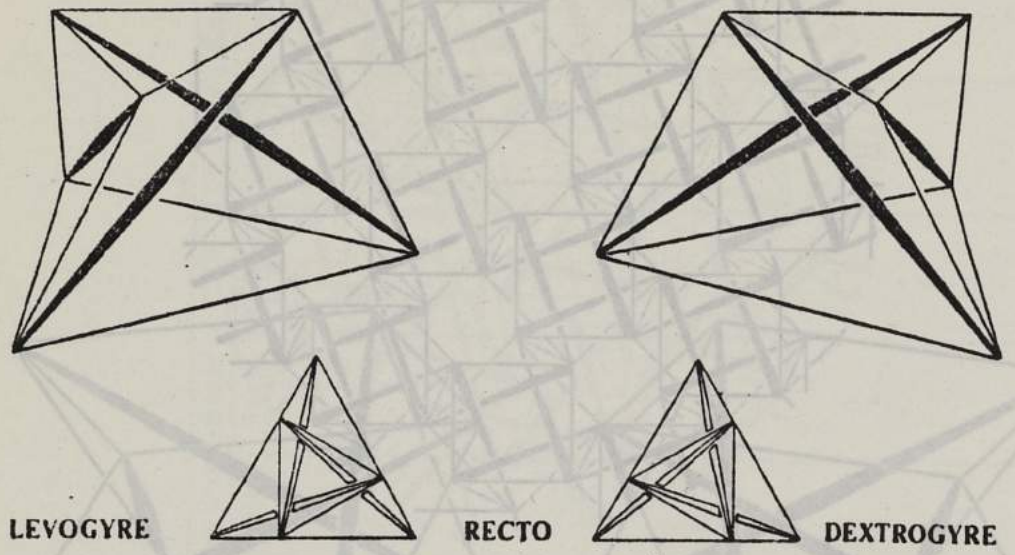
6



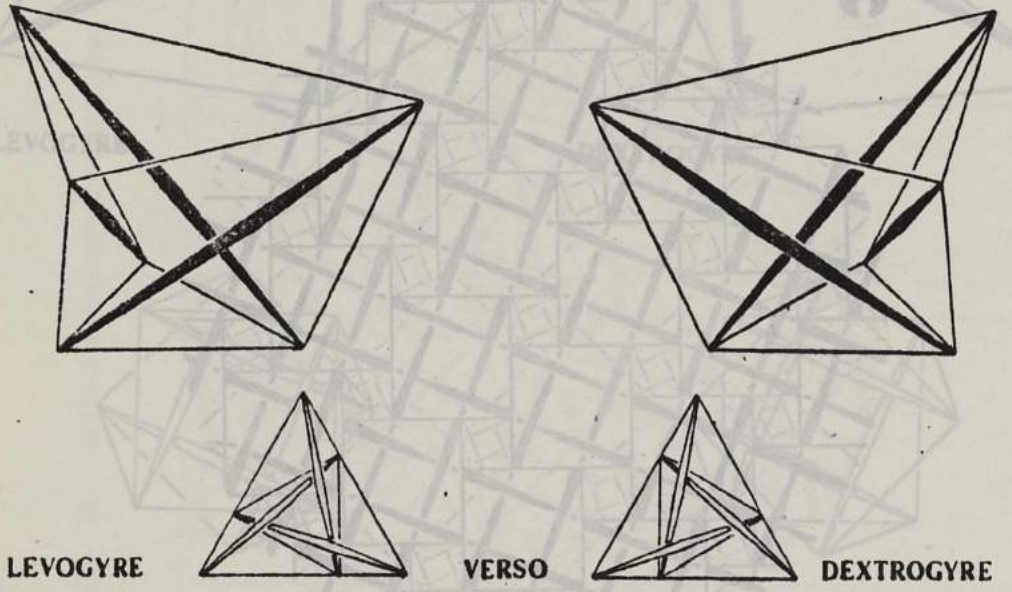
8



RESEAUX PYRAMIDAUX 3B

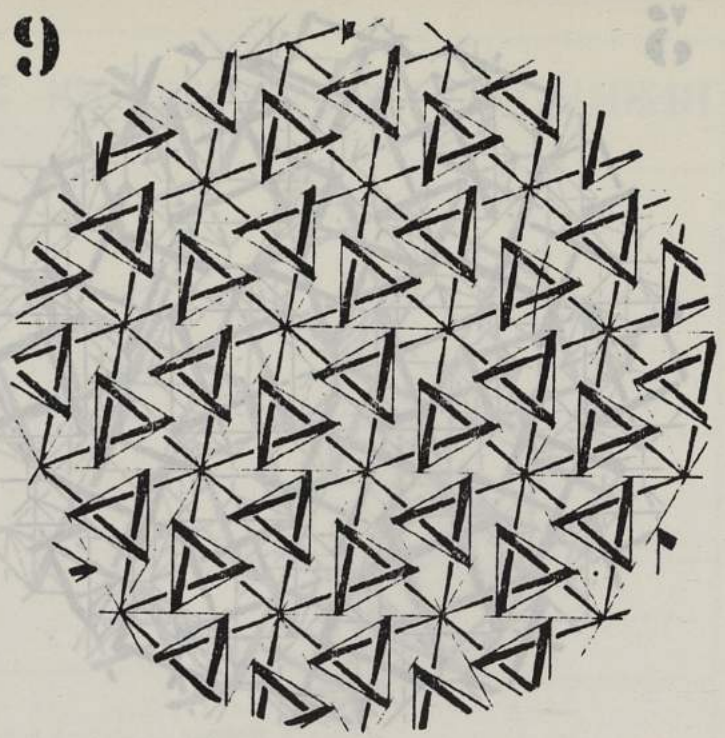


LEVOGYRE RECTO DEXTROGYRE

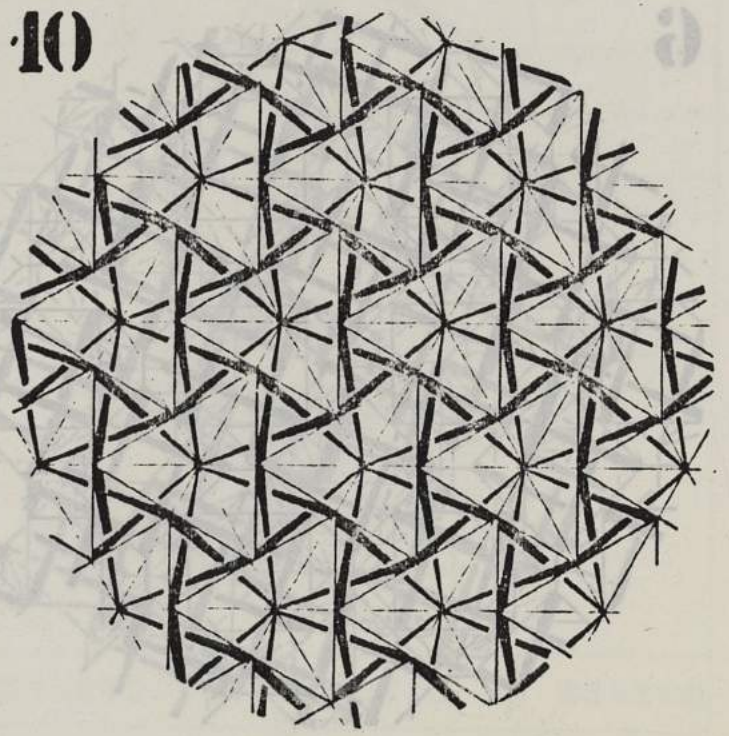


LEVOGYRE VERSO DEXTROGYRE

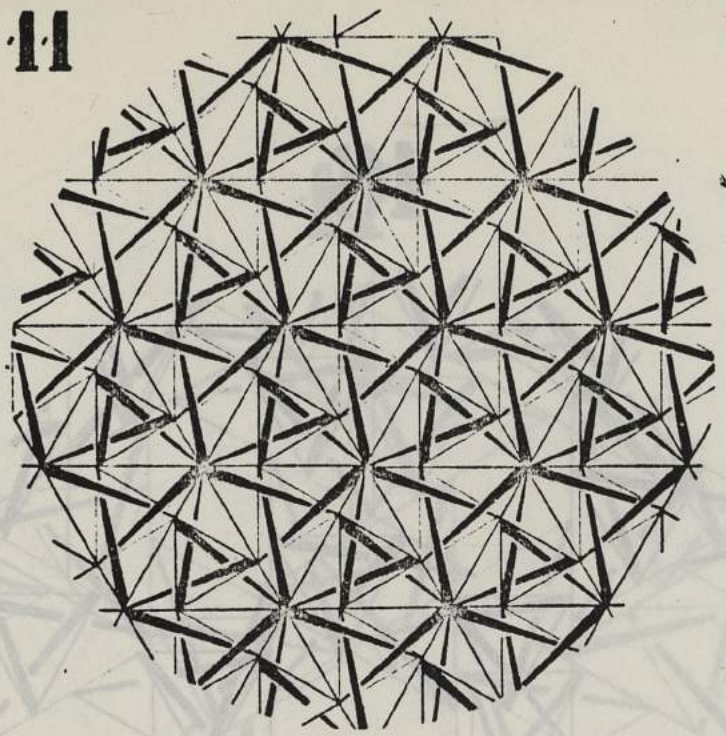
9



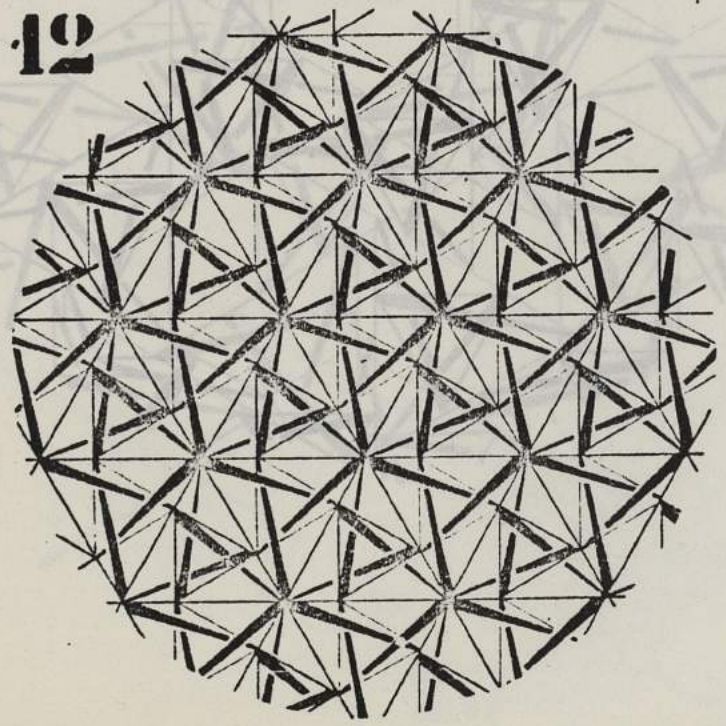
10



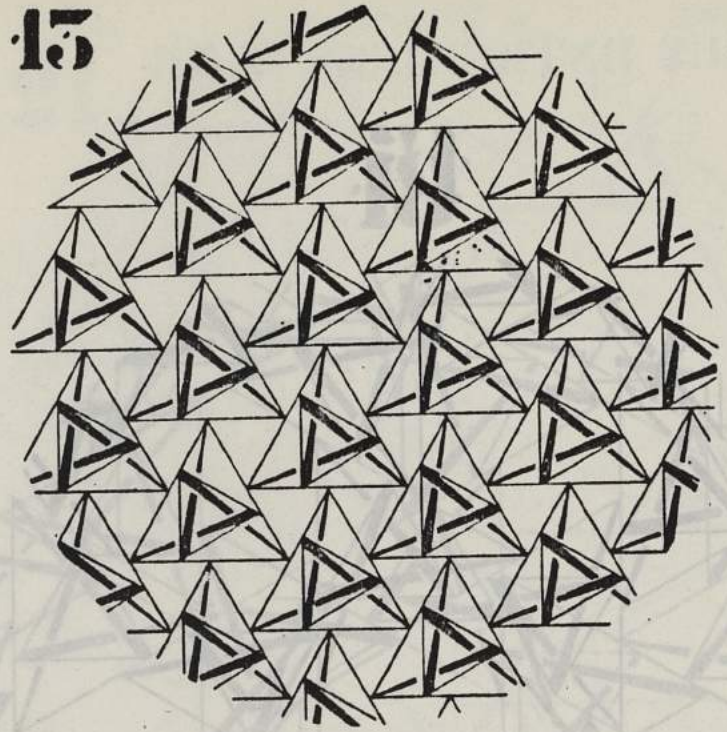
11



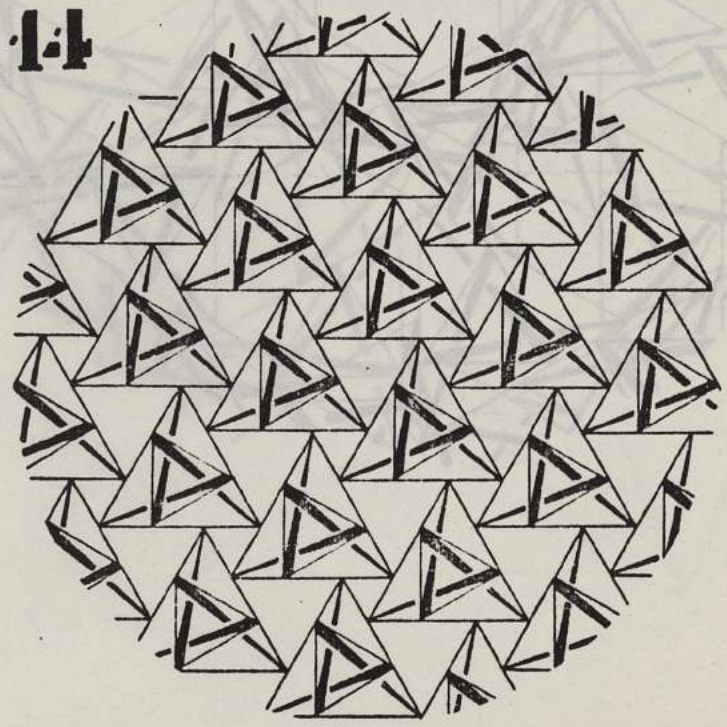
12



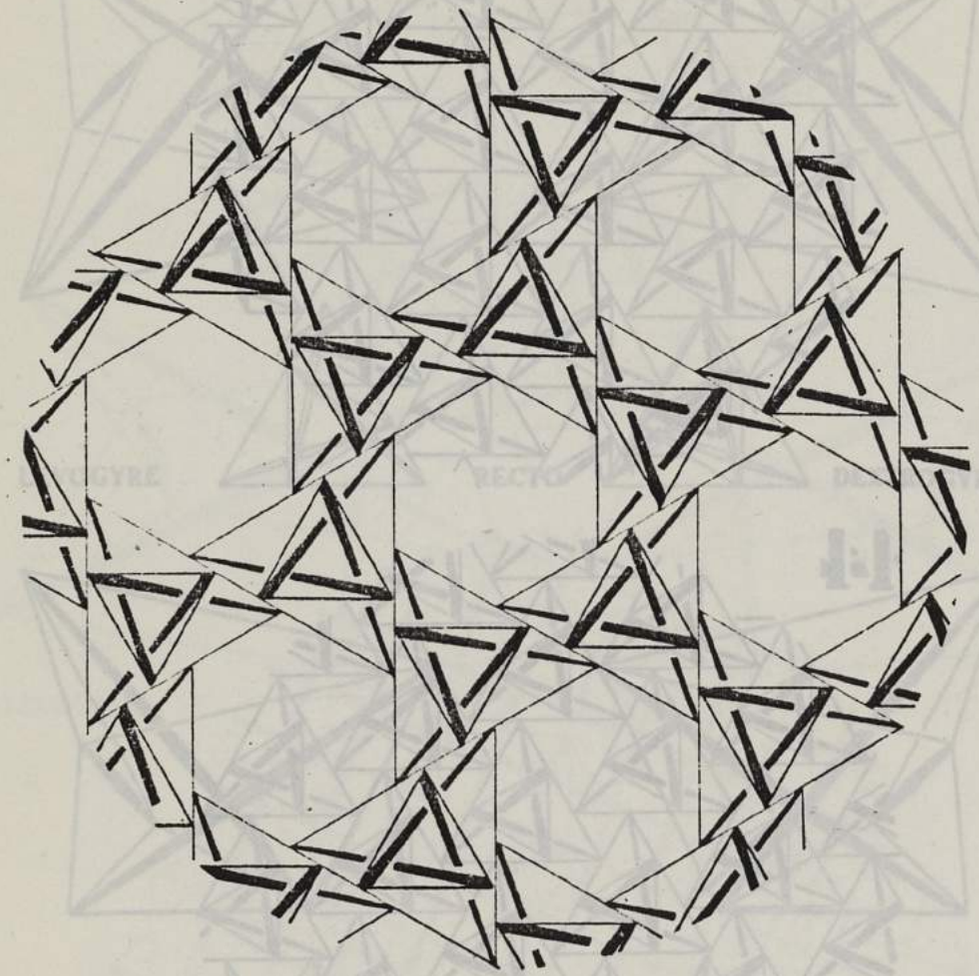
13



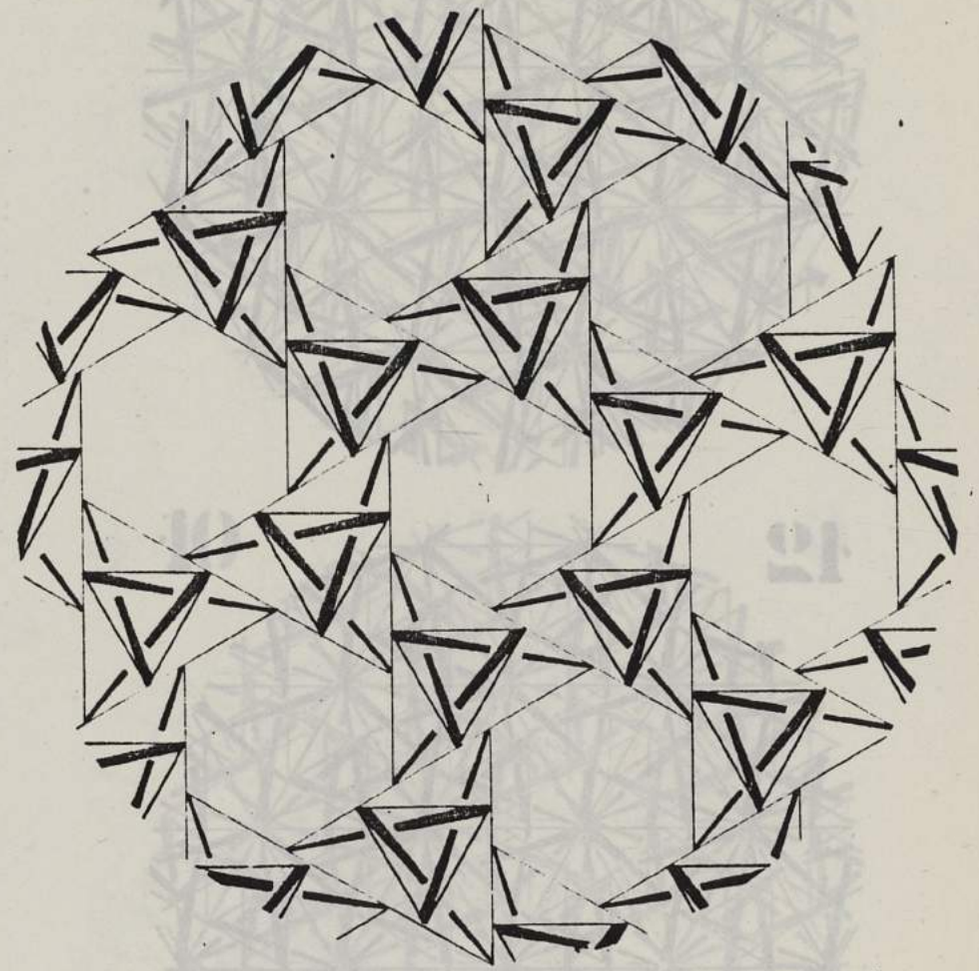
14



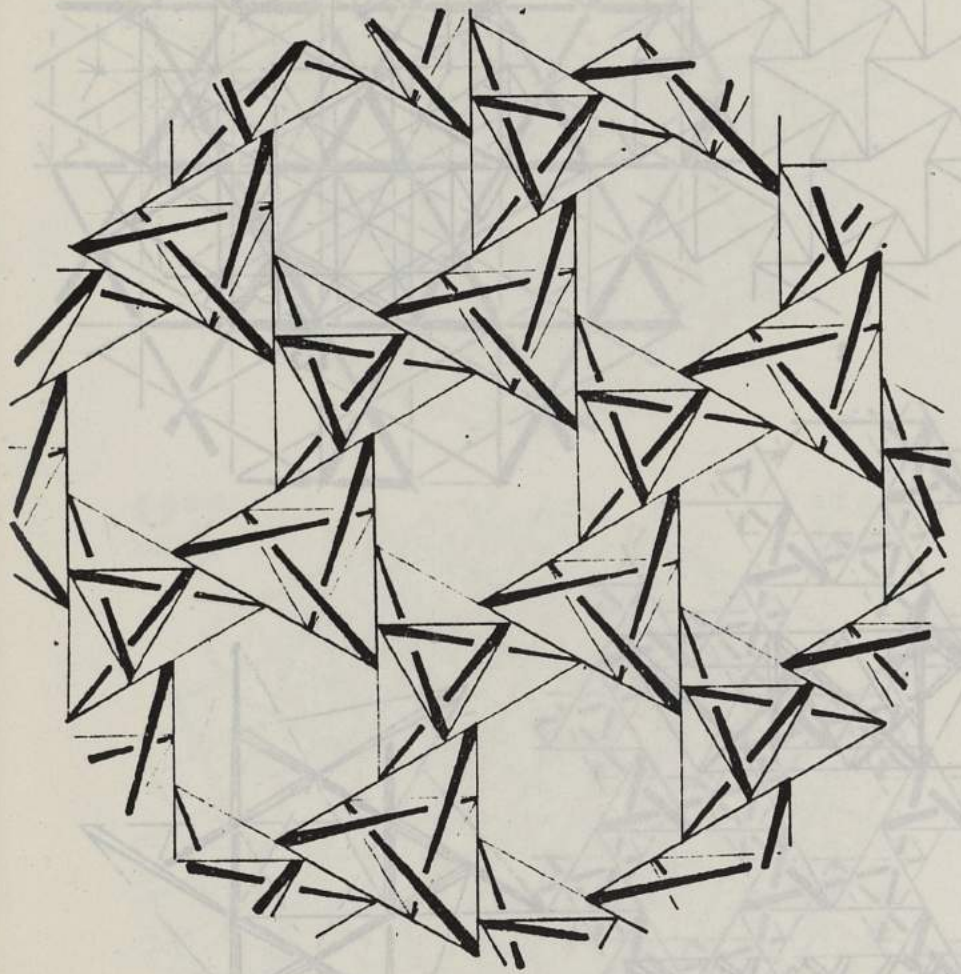
15



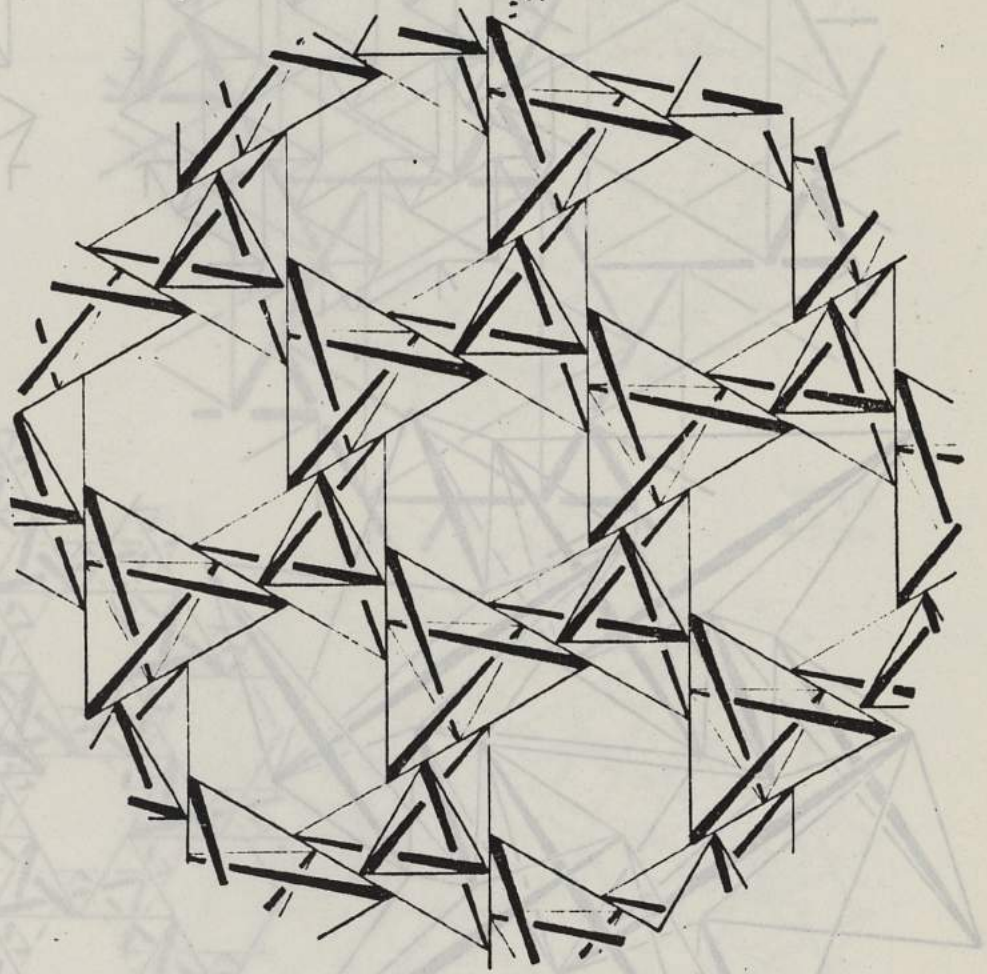
16



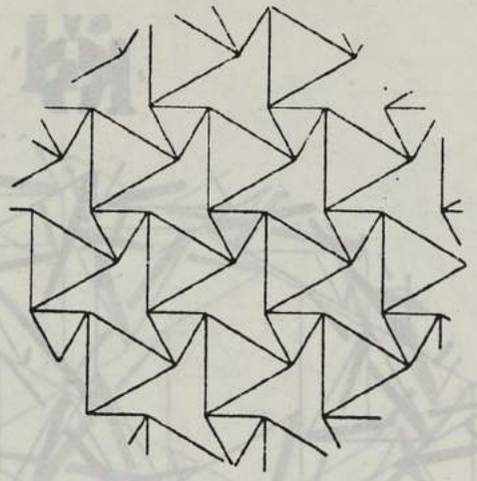
17



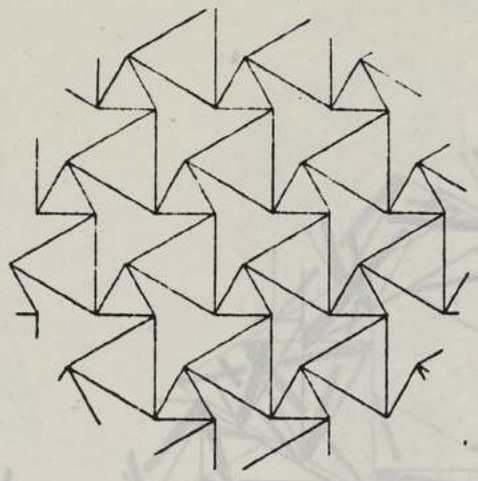
18



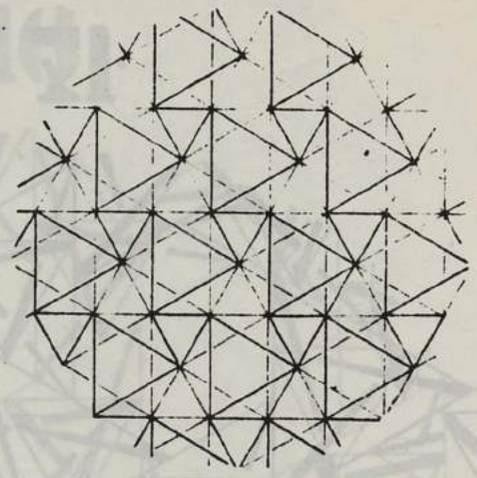
RESEAUX ENTRELACES 6.5B



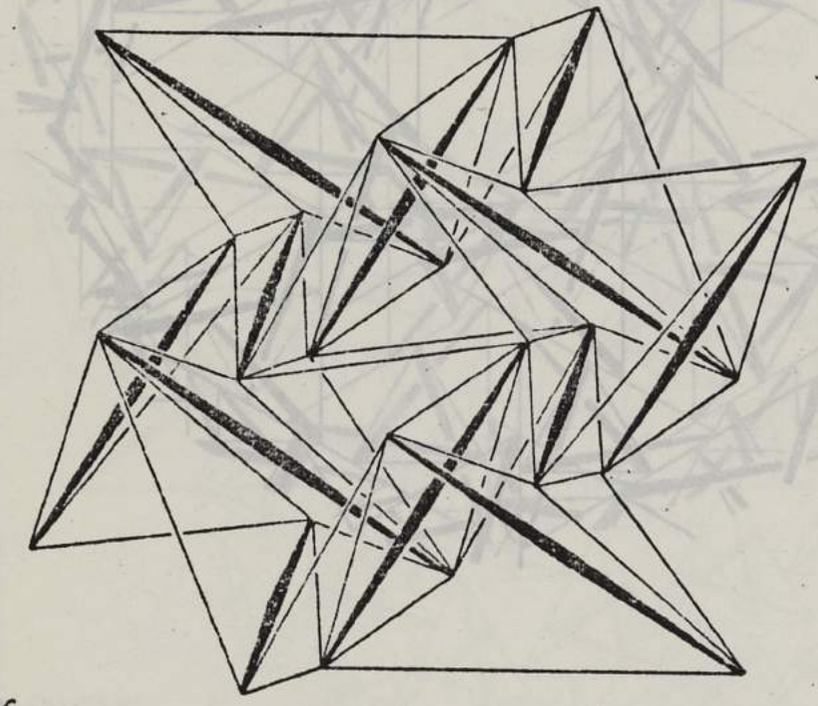
1

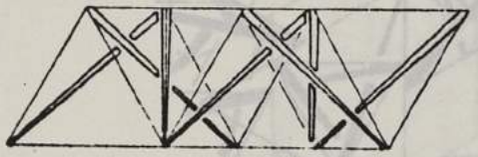


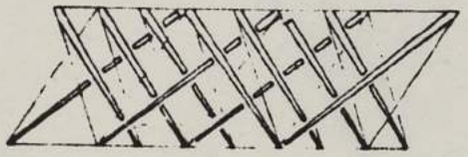
2

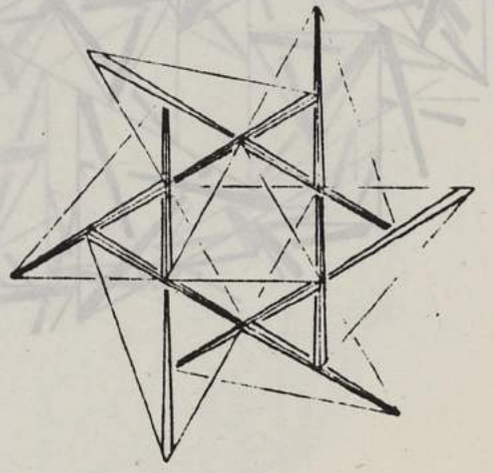


1+2

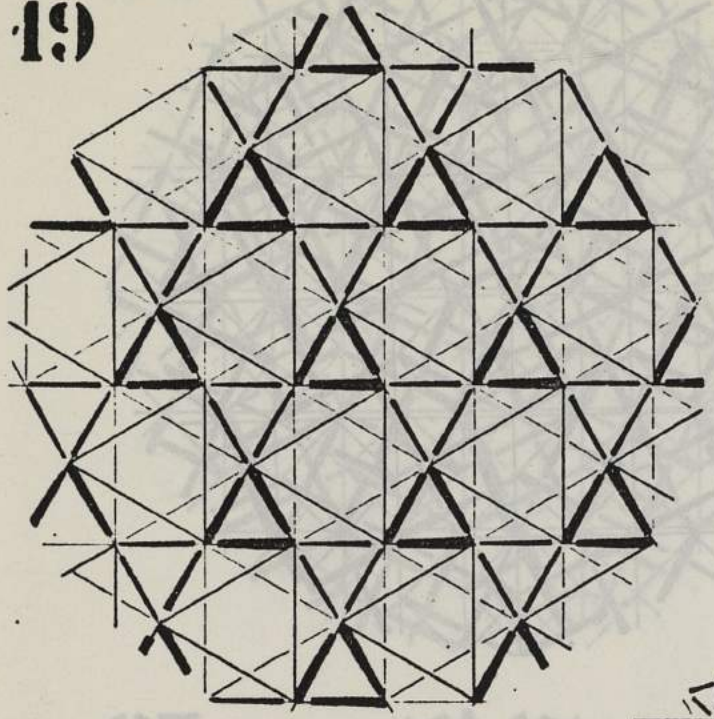




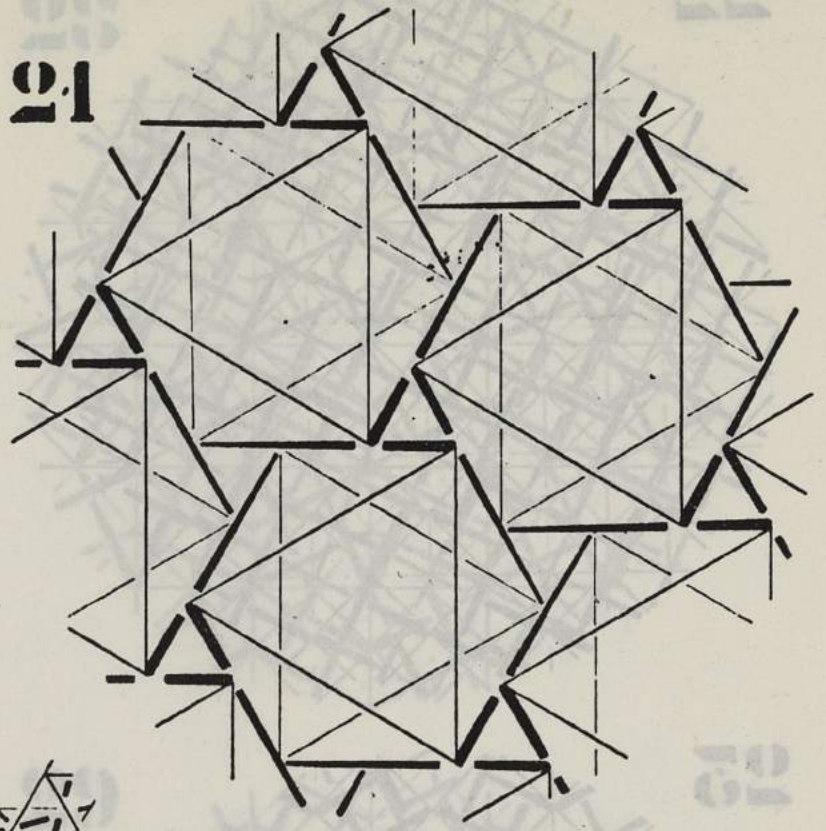


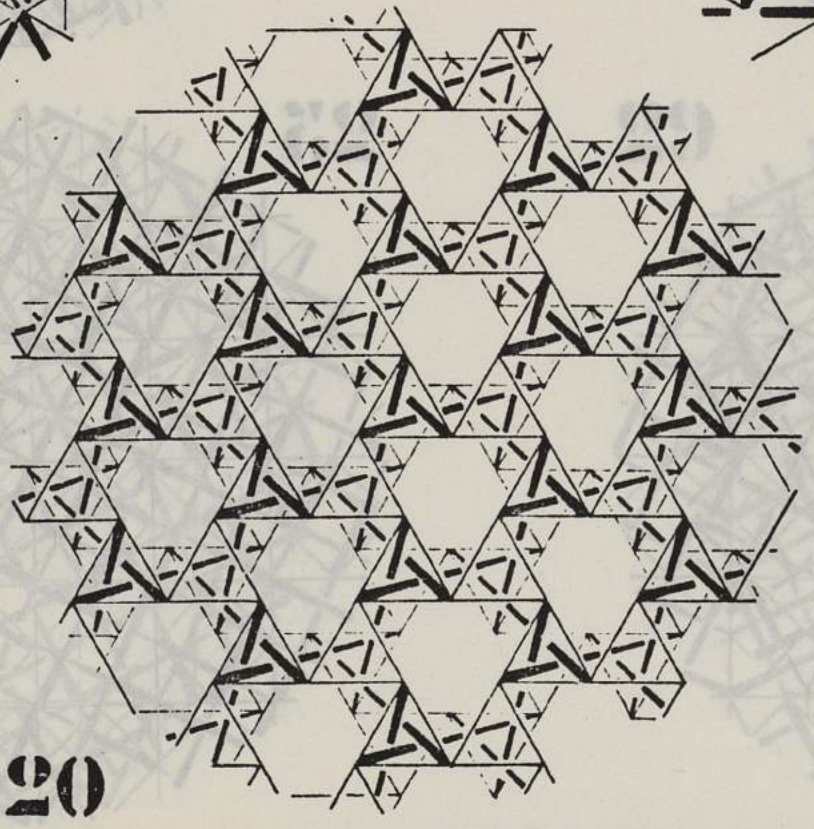


19



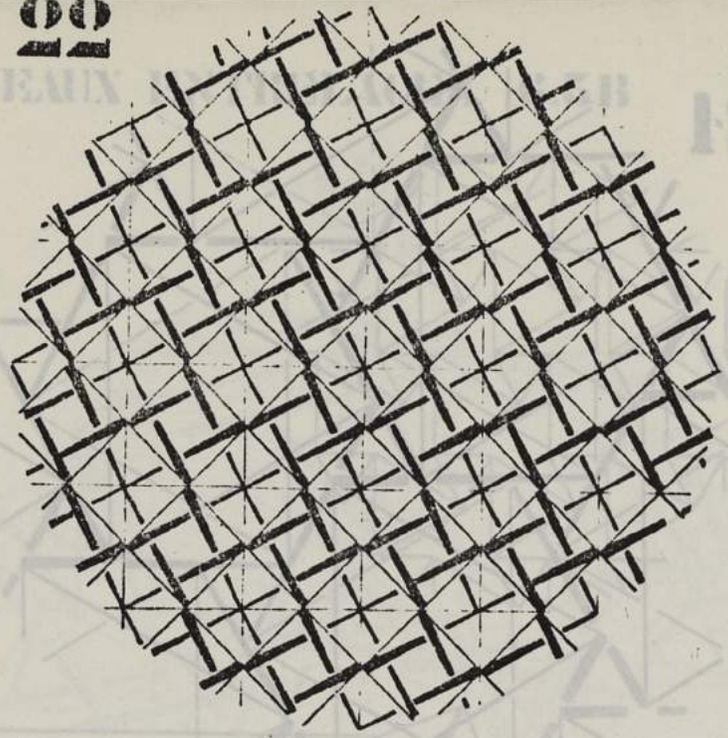
21



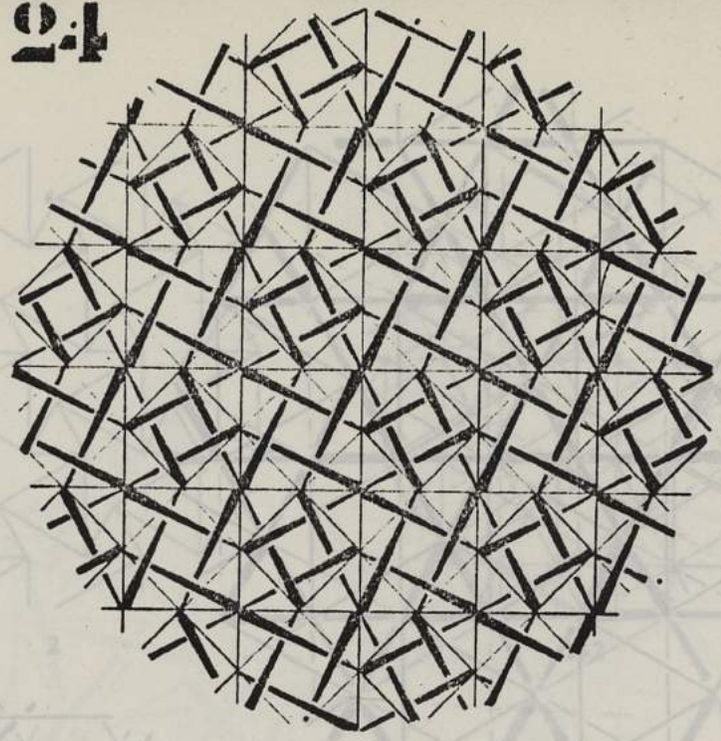


20

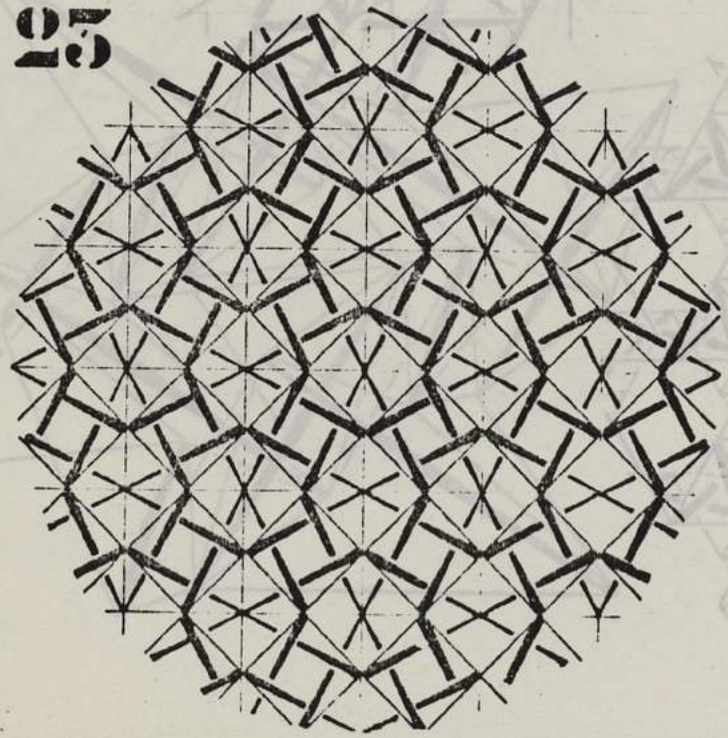
22



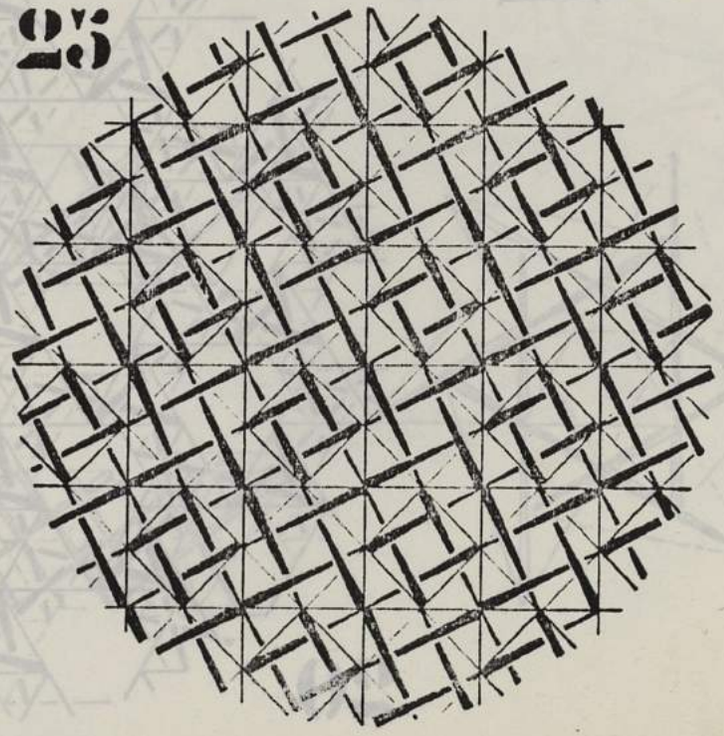
24



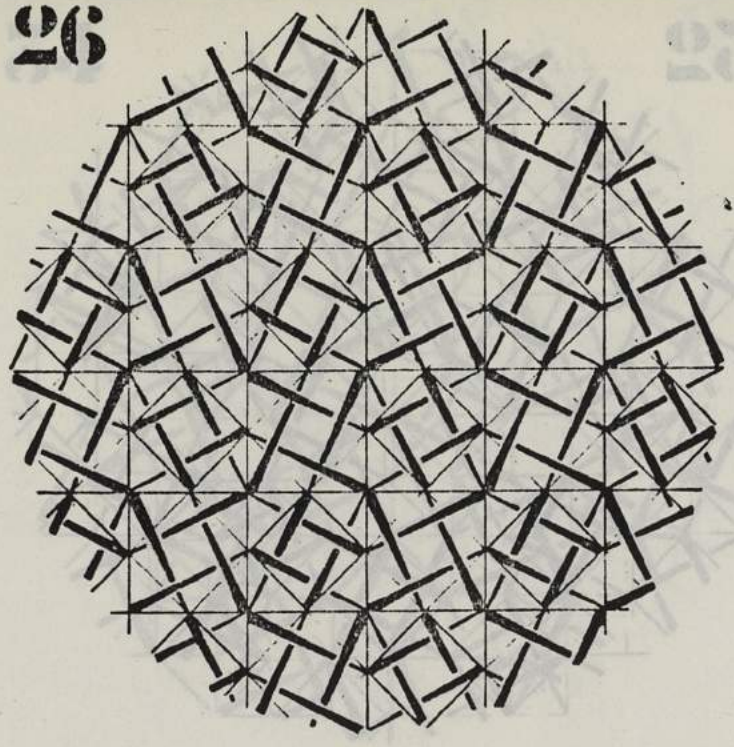
25



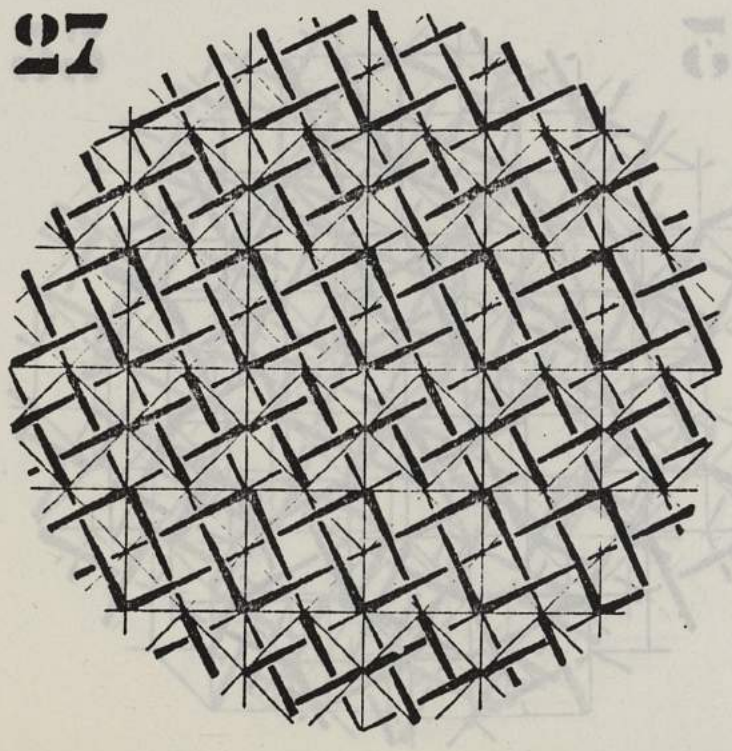
26



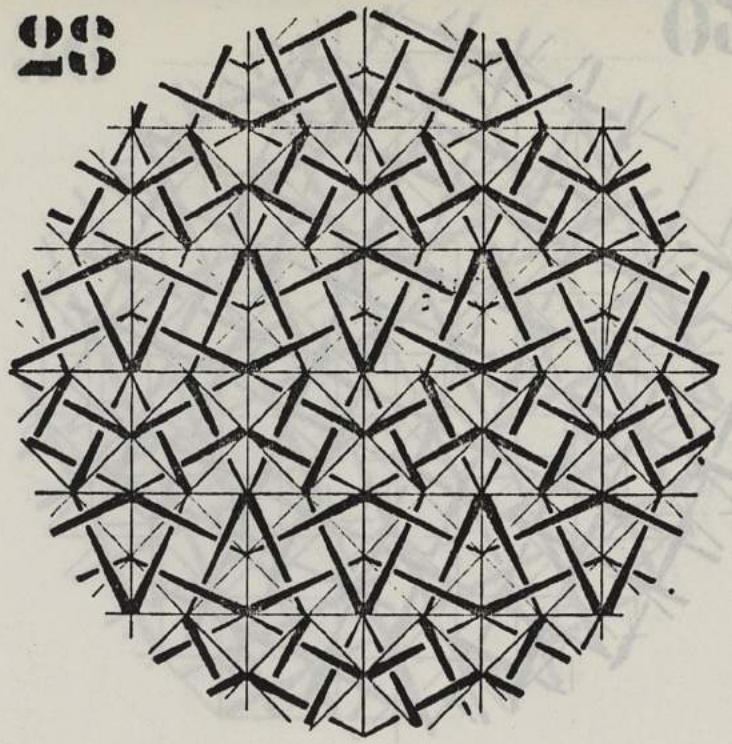
26



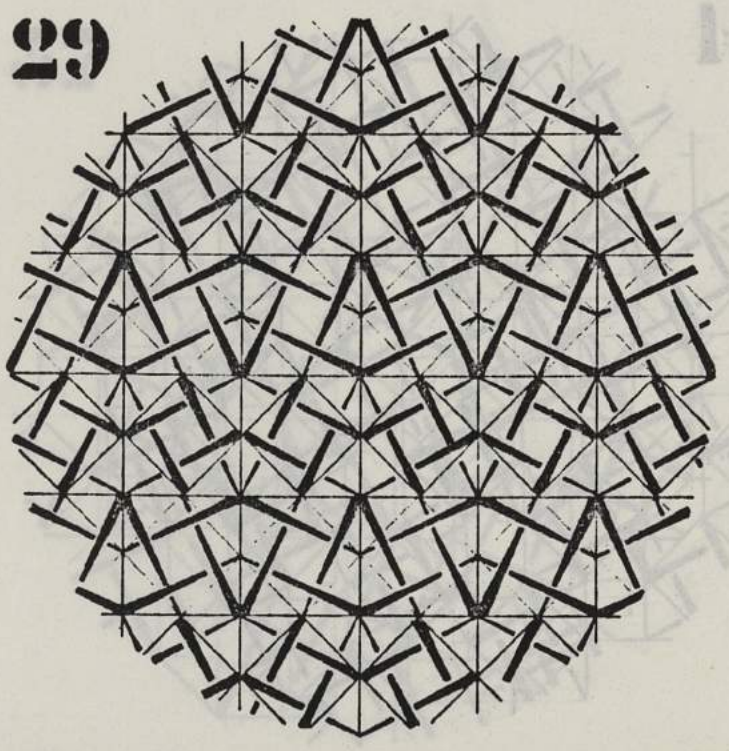
27



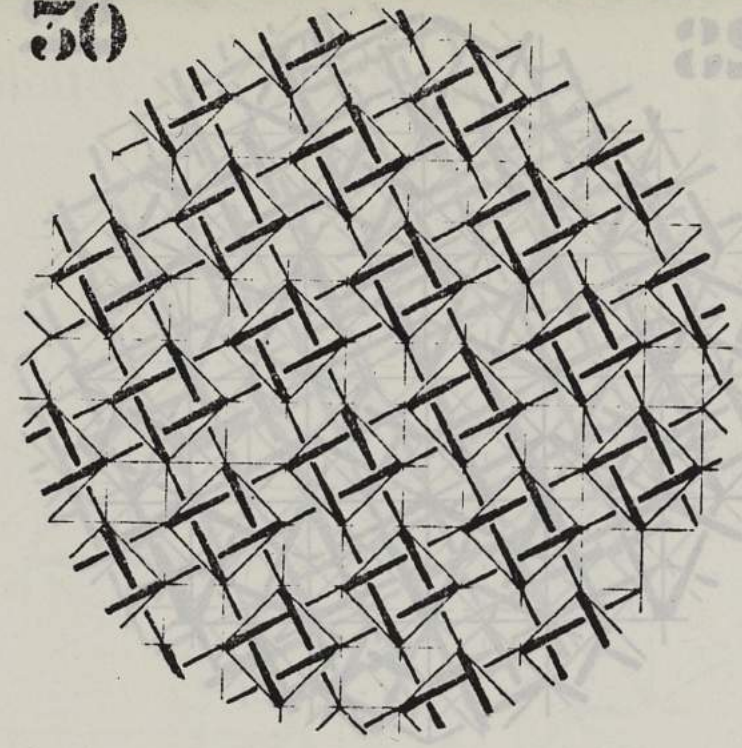
28



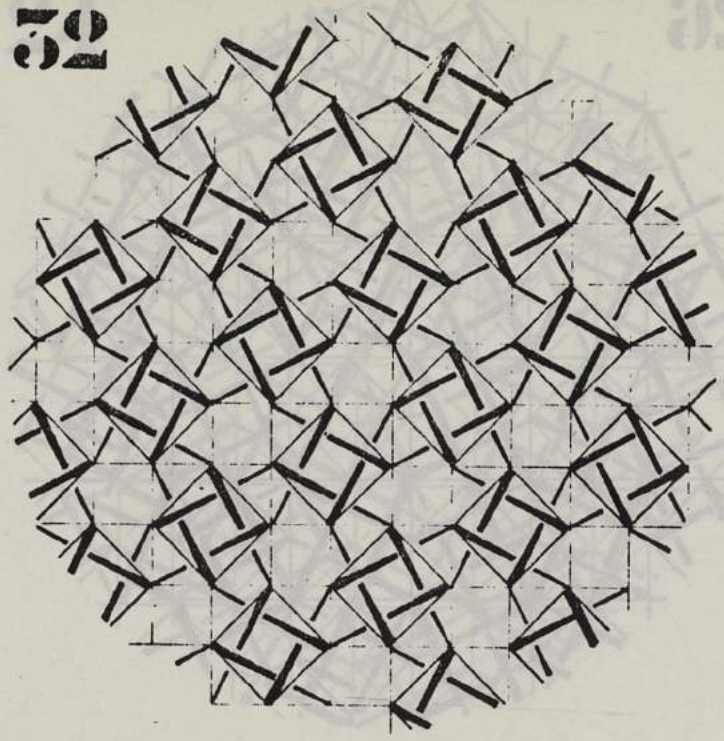
29



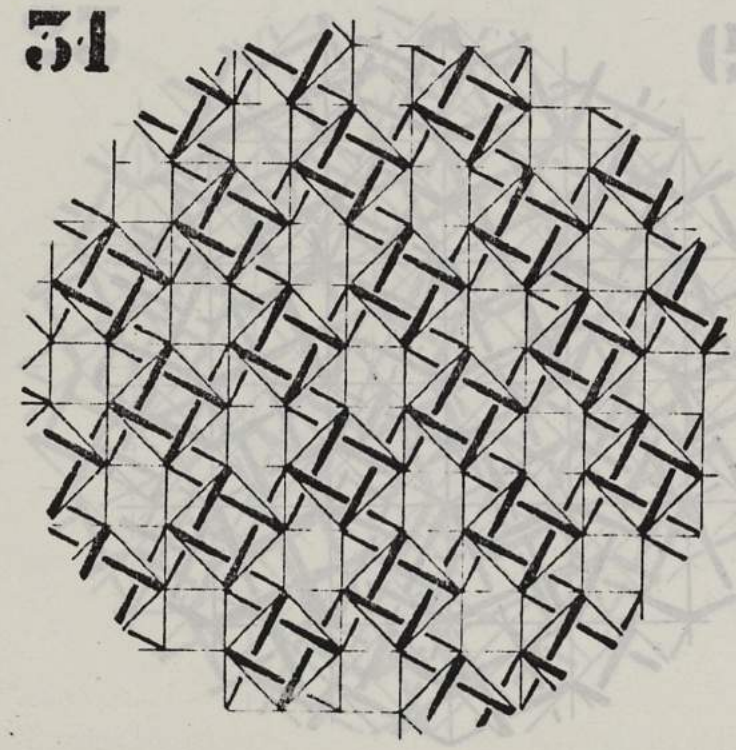
50



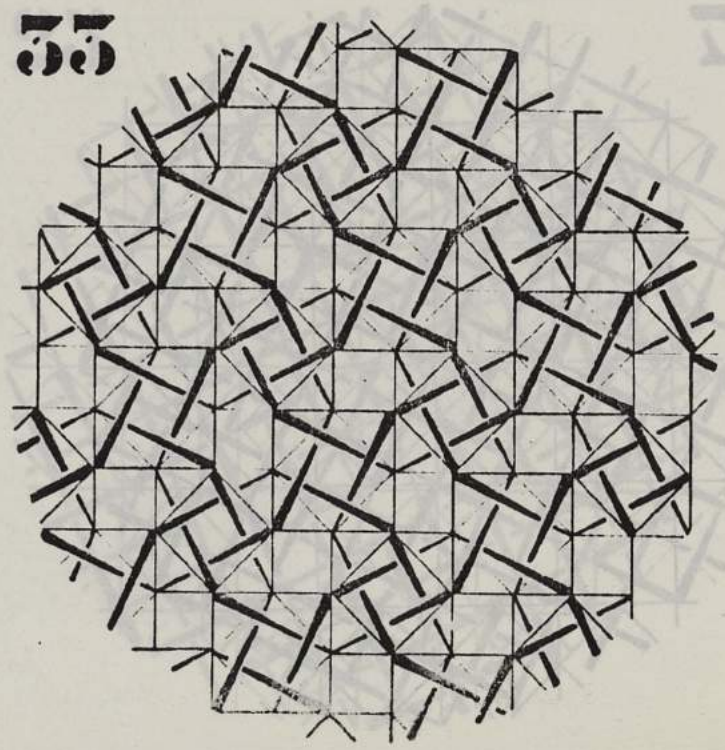
52

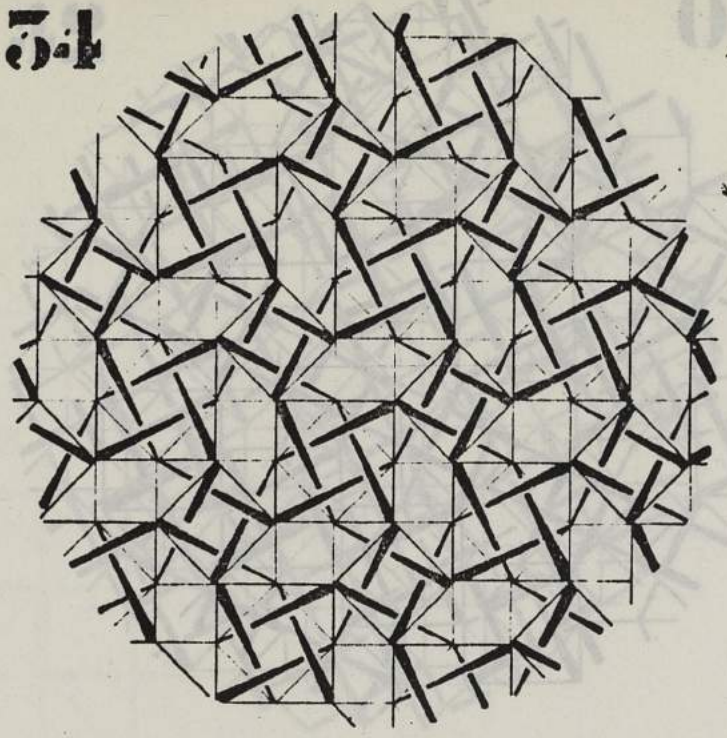


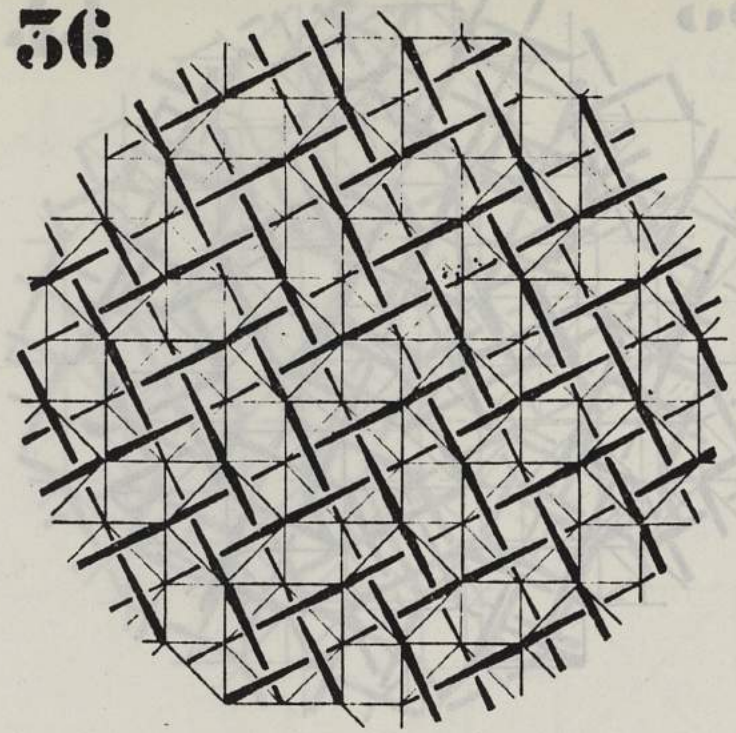
51

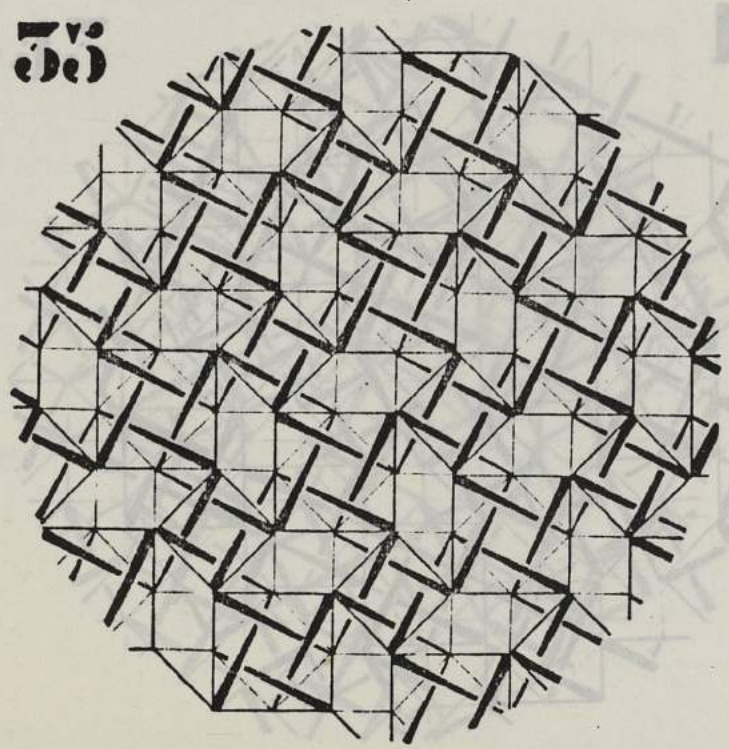


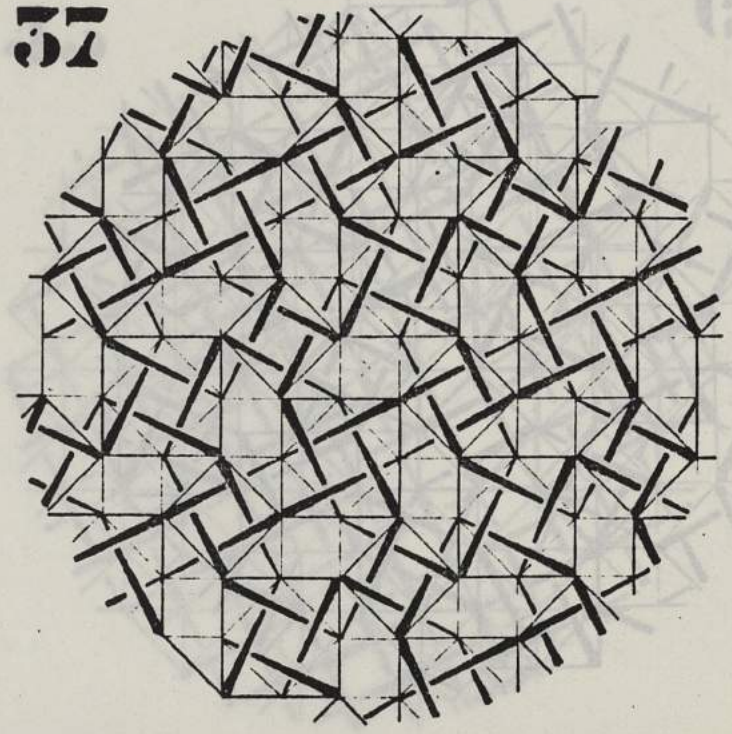
53



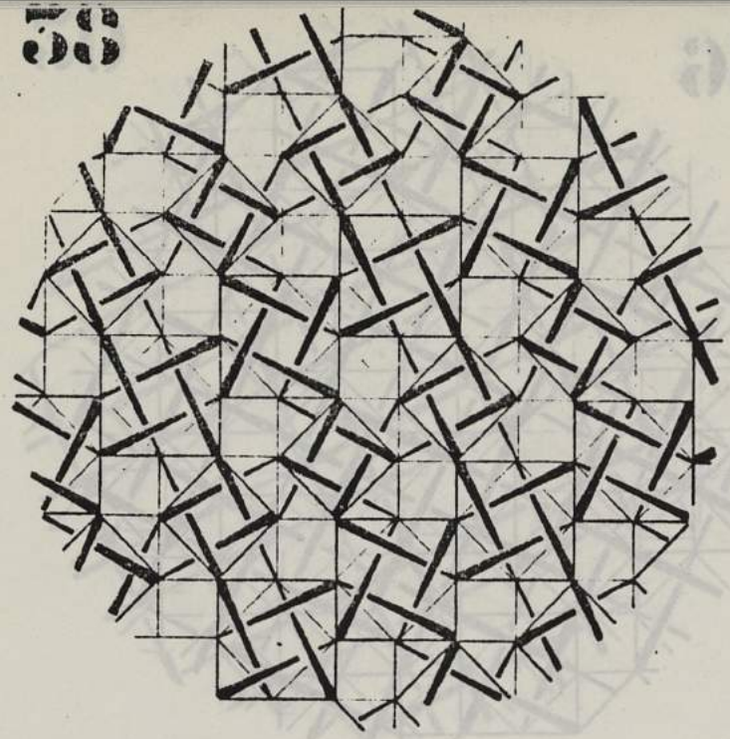




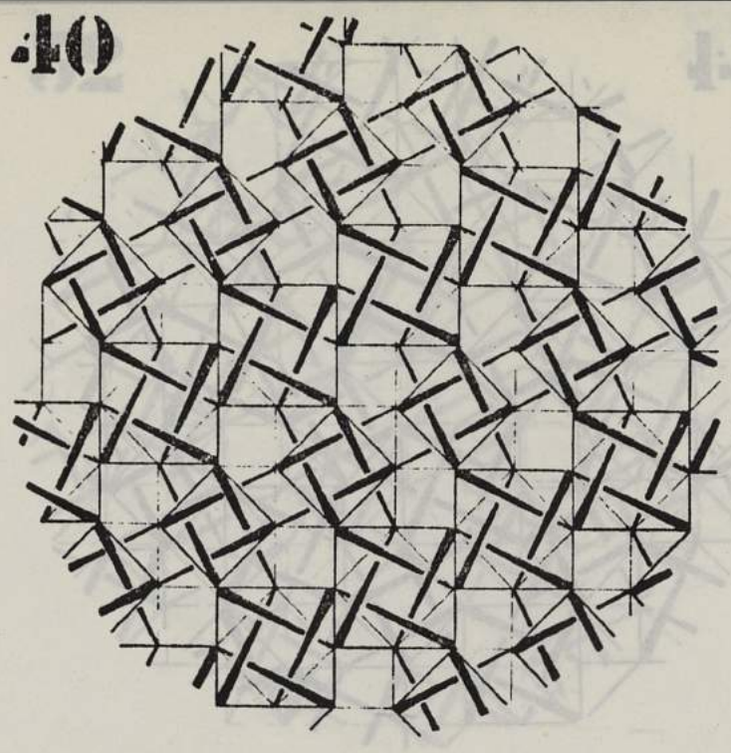




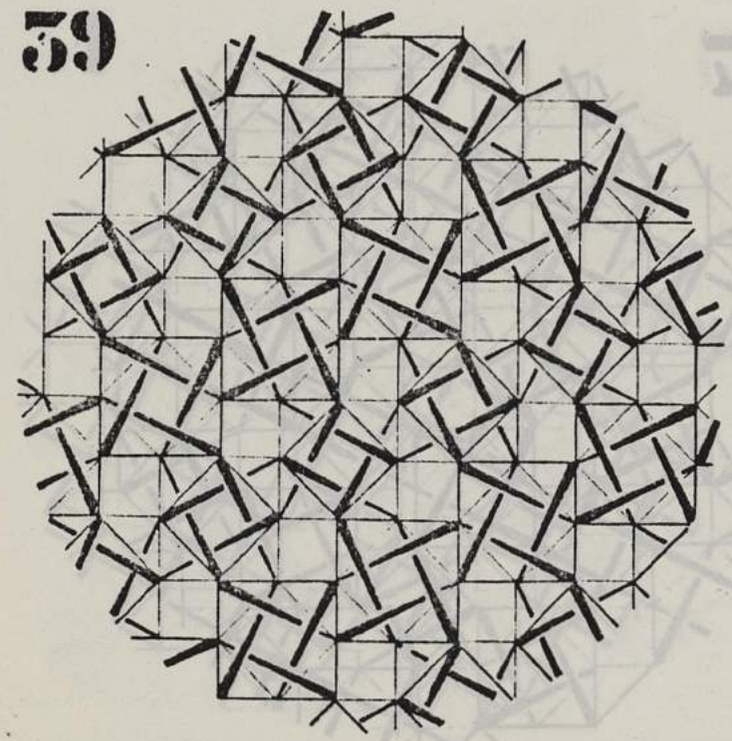
38



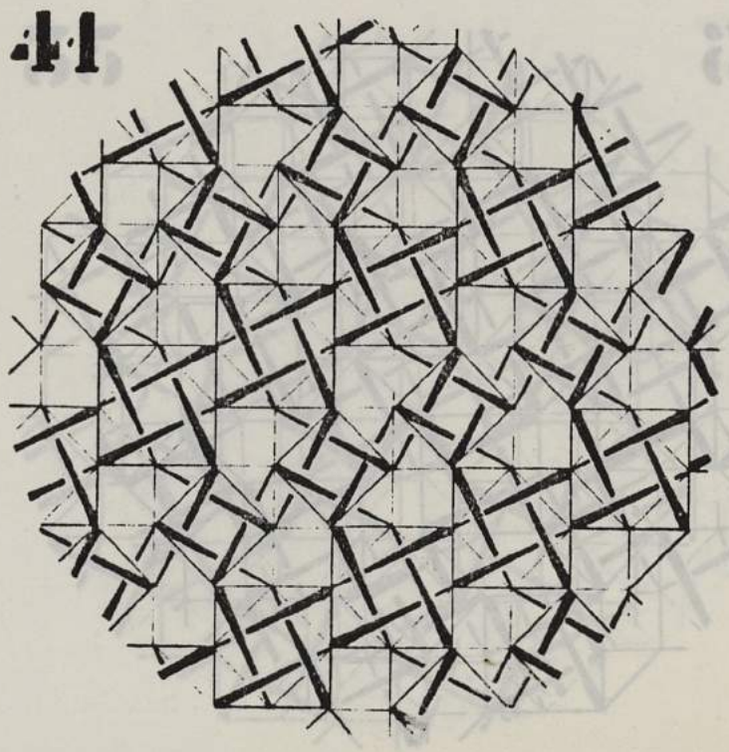
40



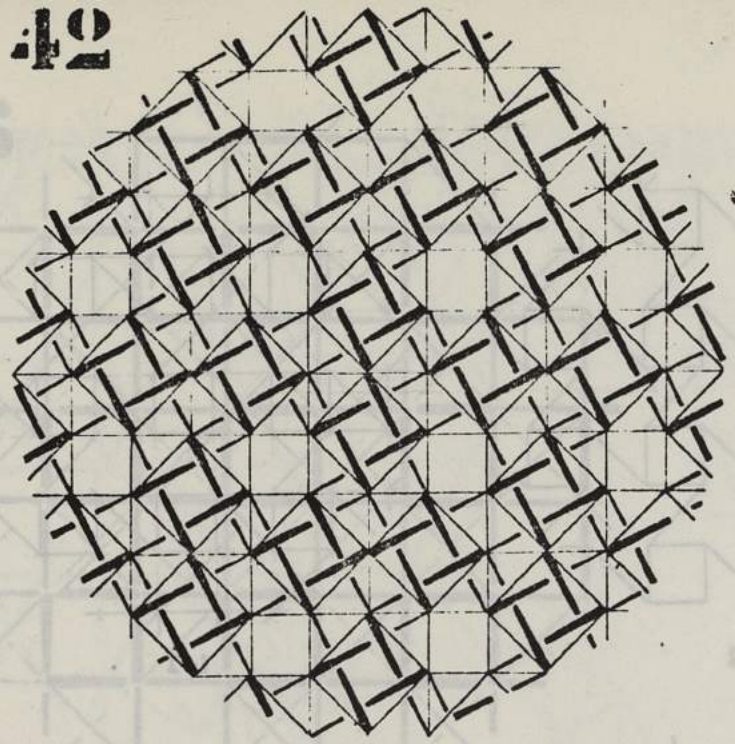
39



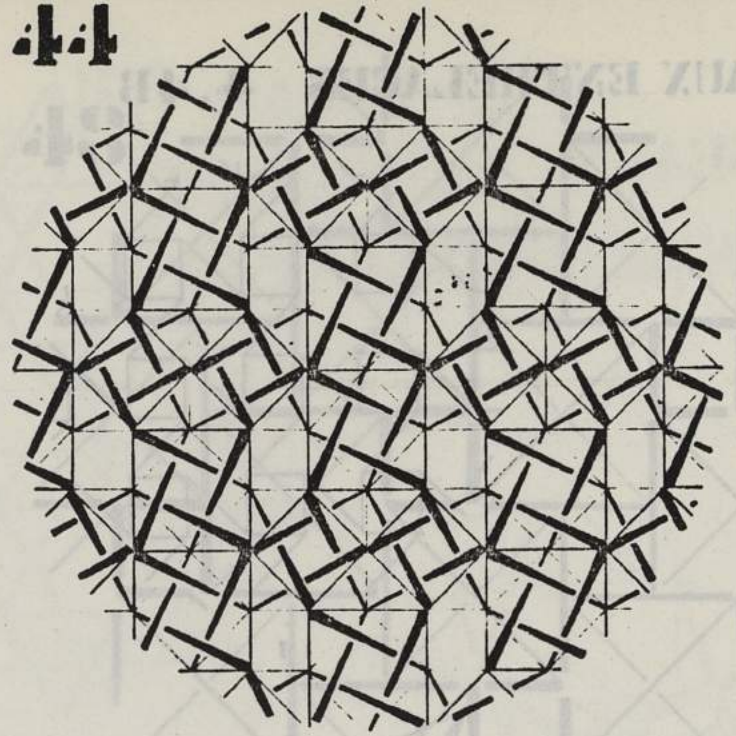
41



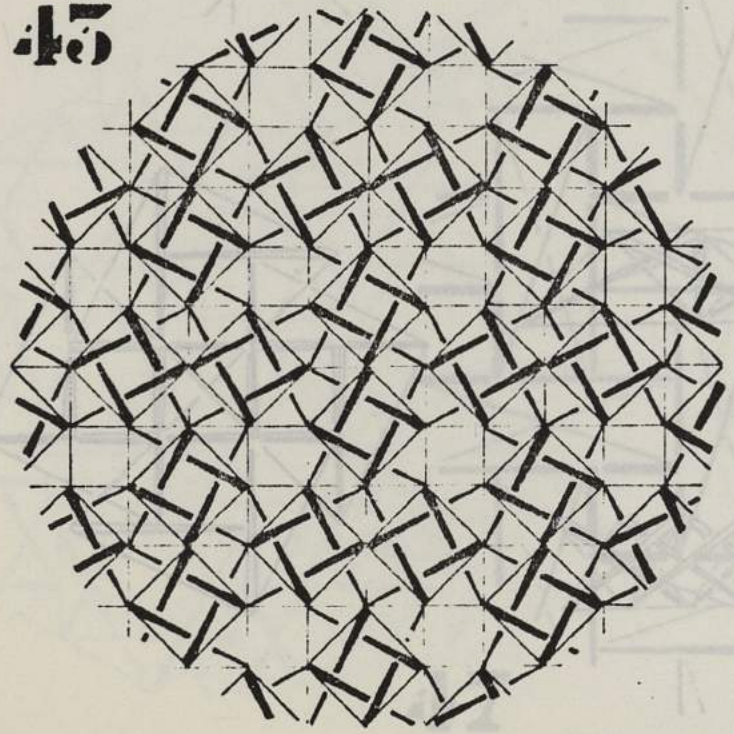
42



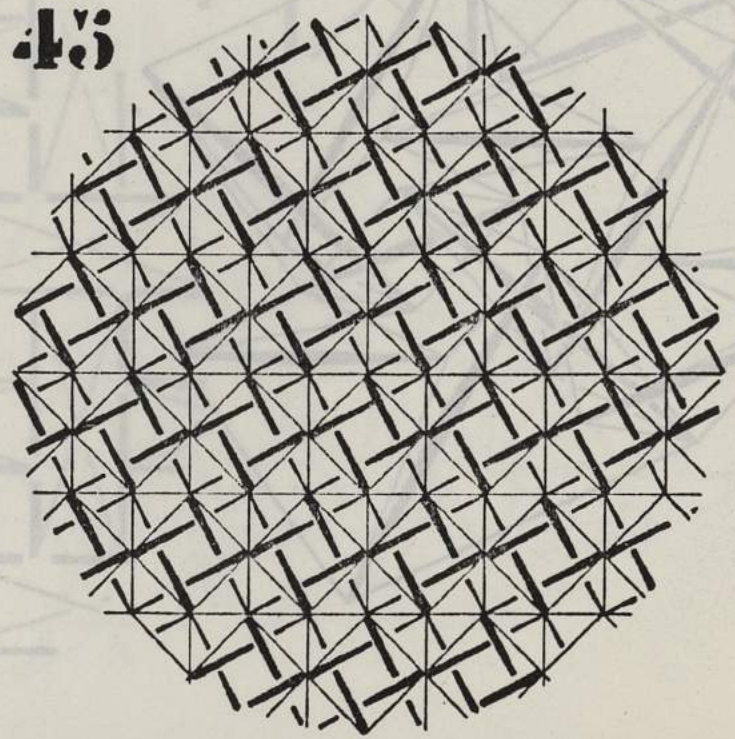
44



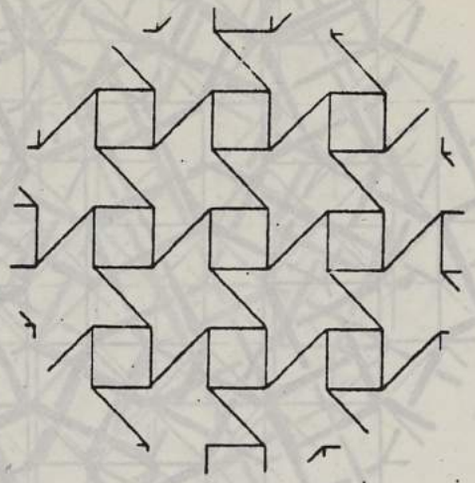
45



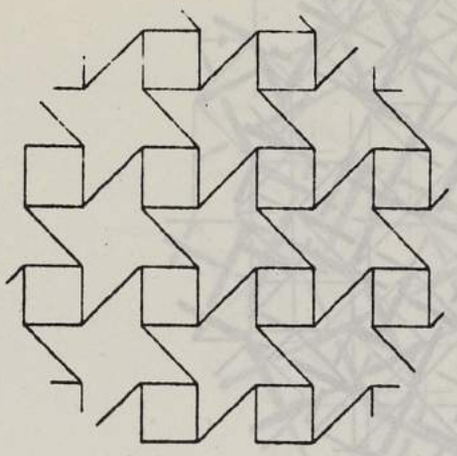
46



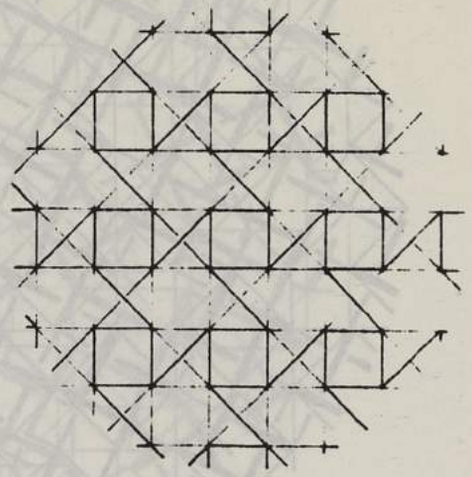
RESEAUX ENTRELACES 4.4B



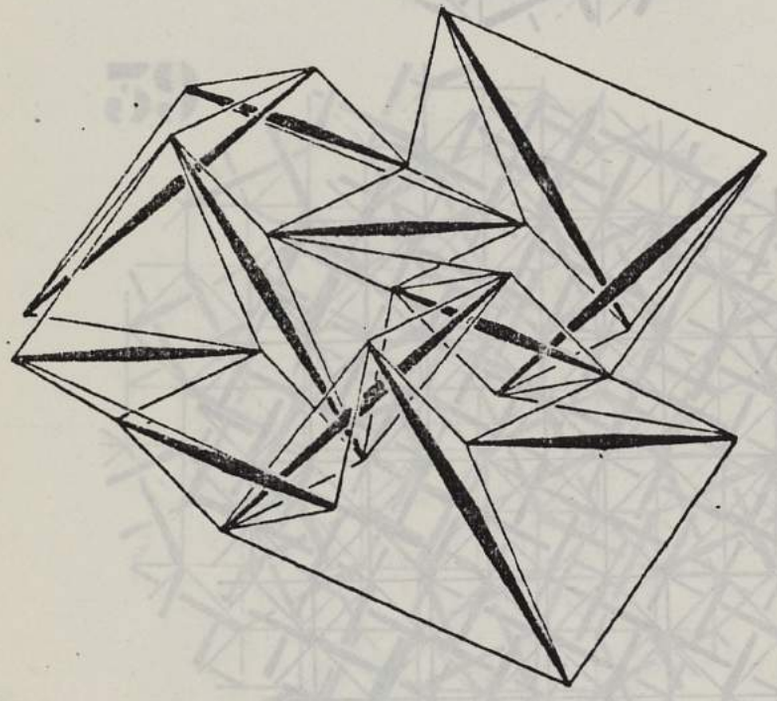
1



2

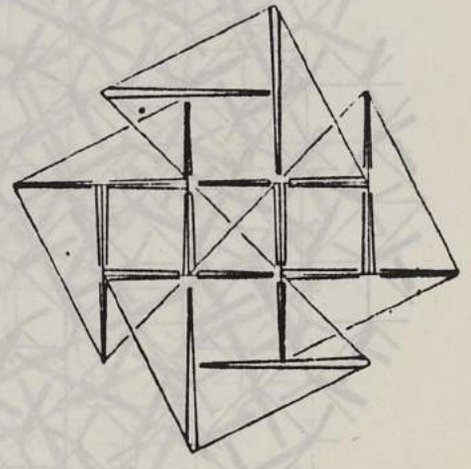


1+2

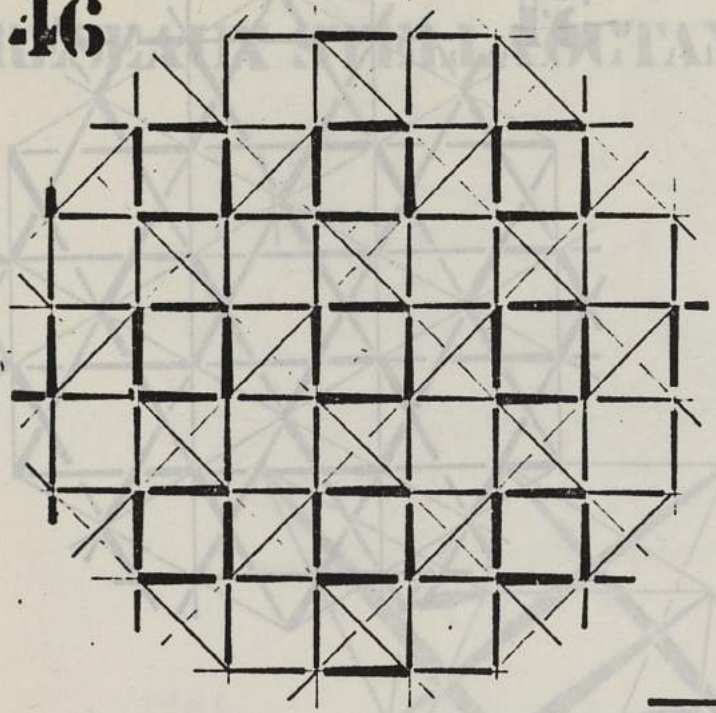




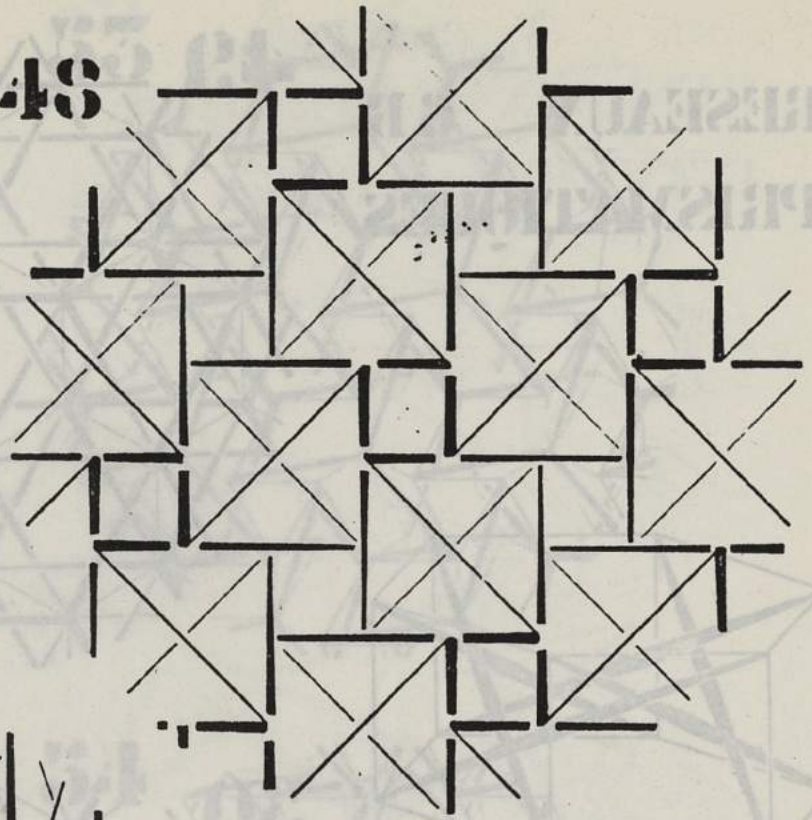


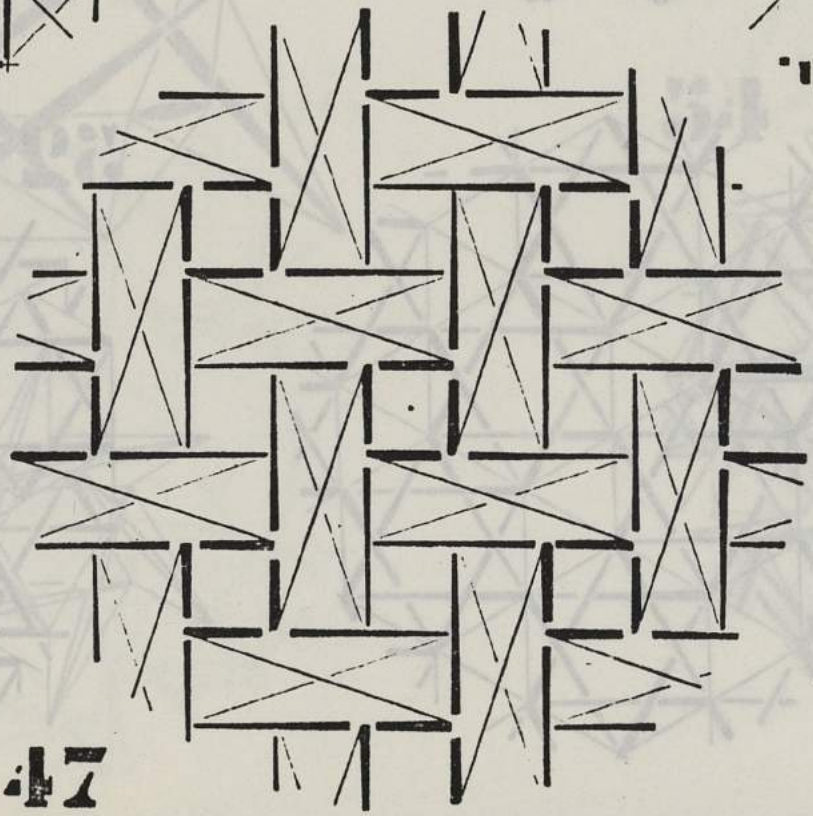


46



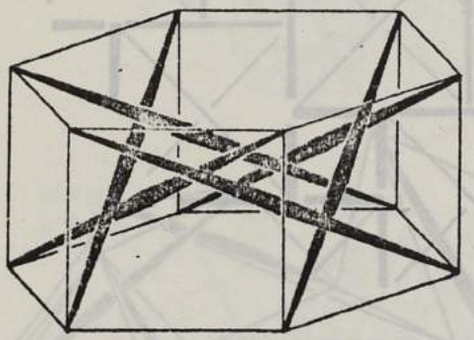
48

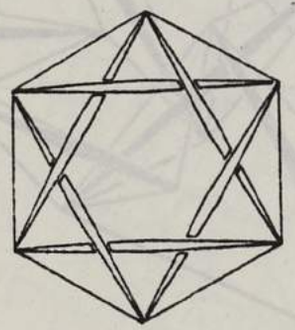




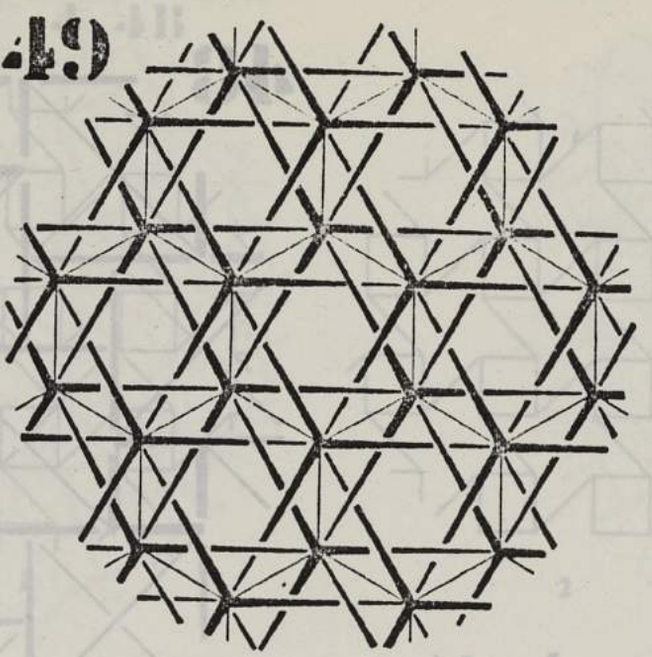
47

RESEAUX 6B PRISMATIQUES

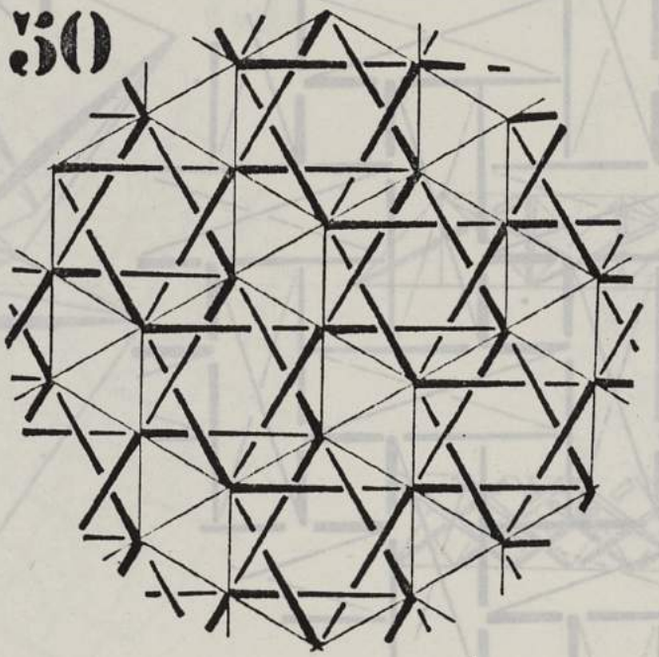




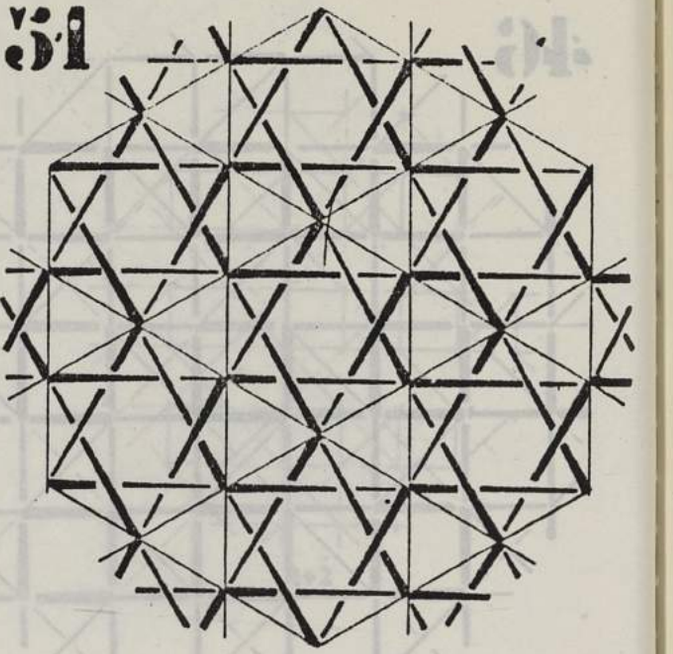
49



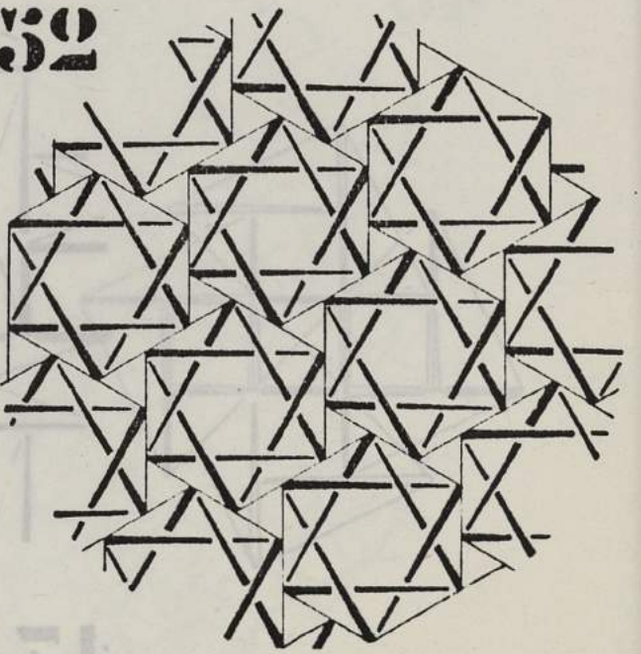
50



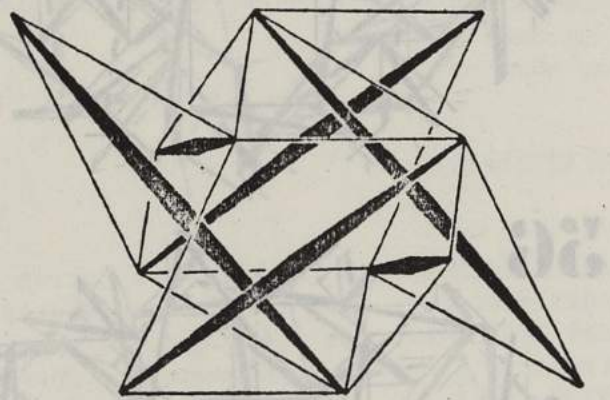
51

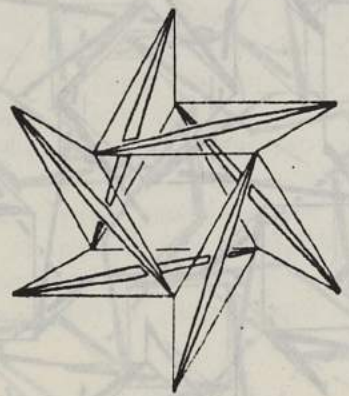


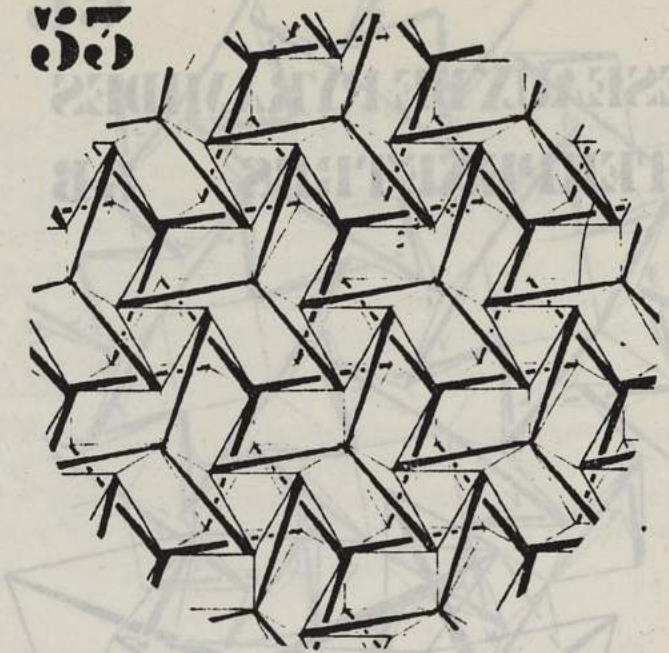
52

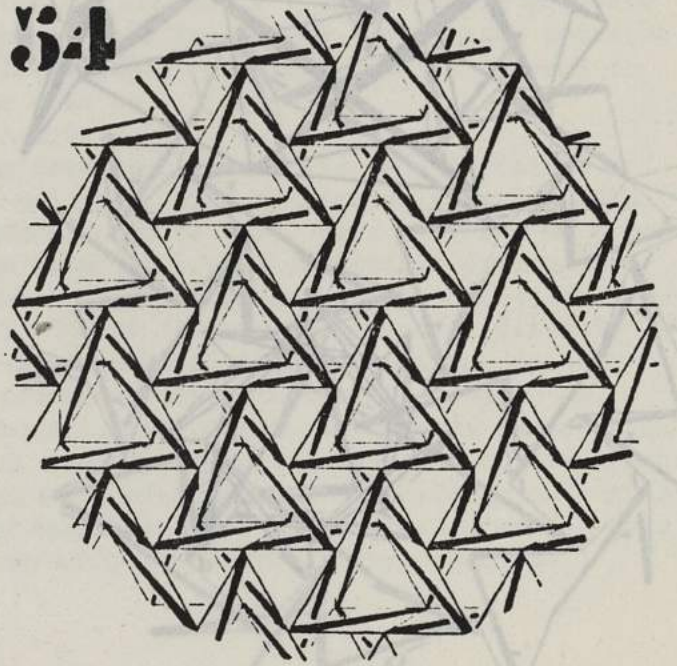


RESEAUX STELLAOCTANGULA 6B

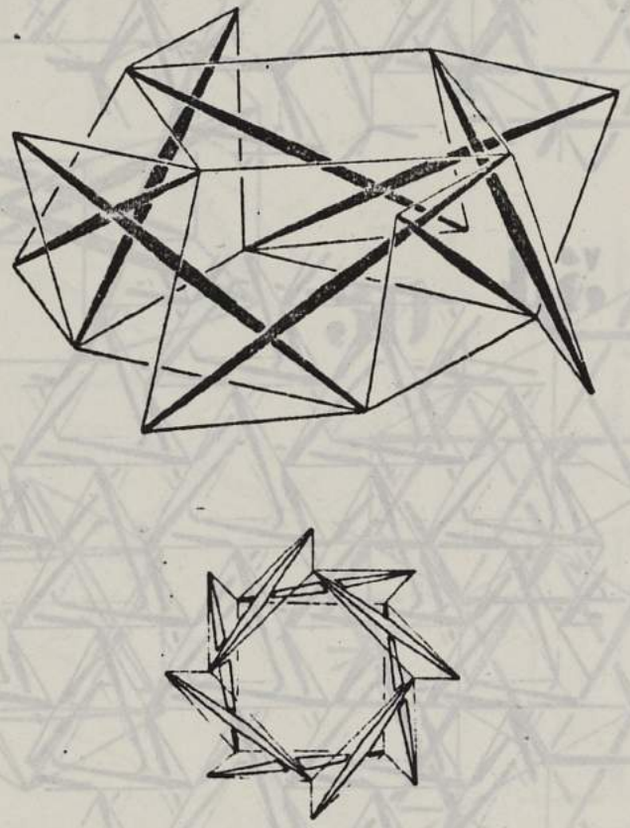


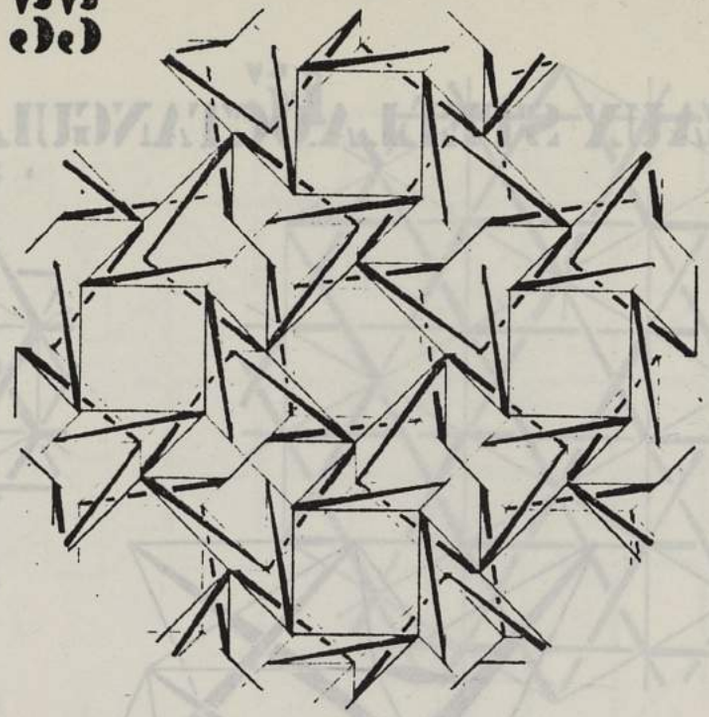


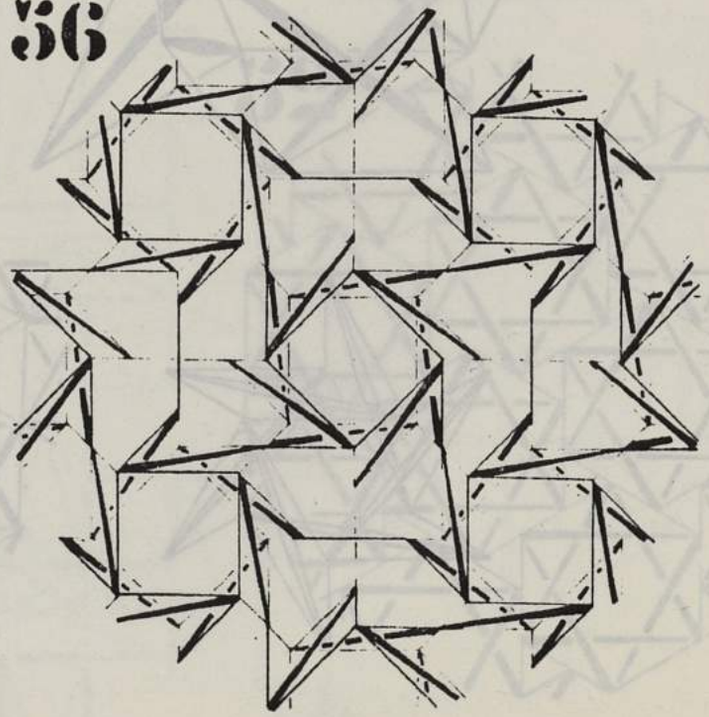




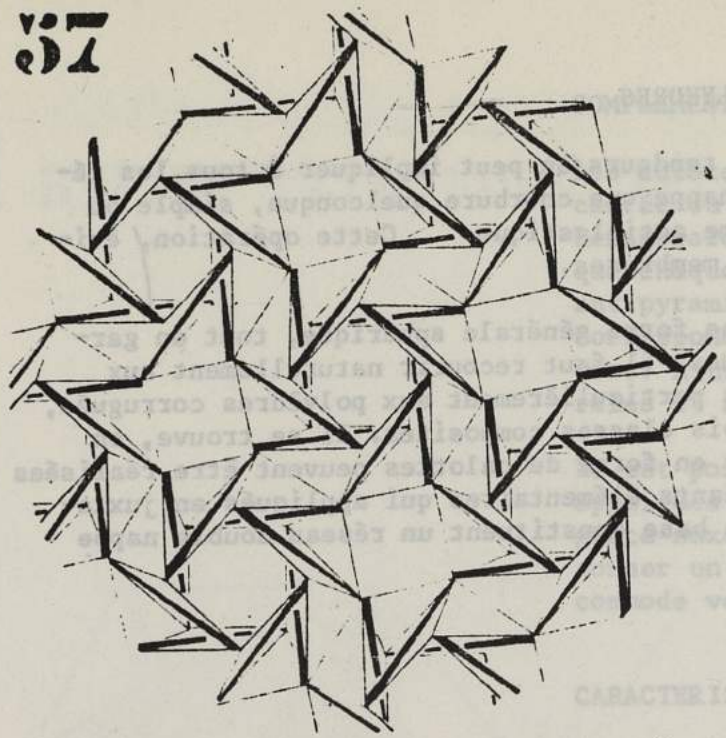
RESEAUX DE PYRAMIDES INTERPENETRES 8B



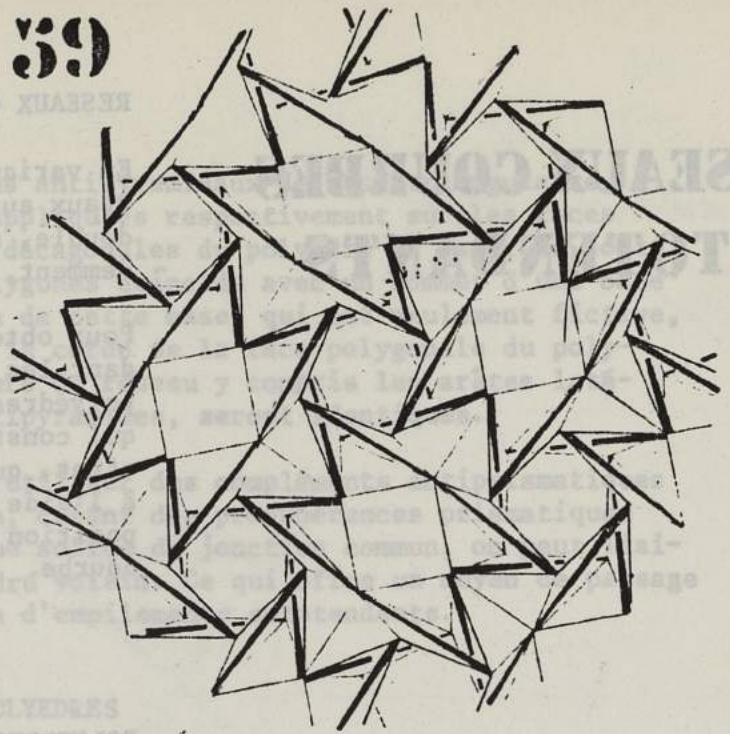




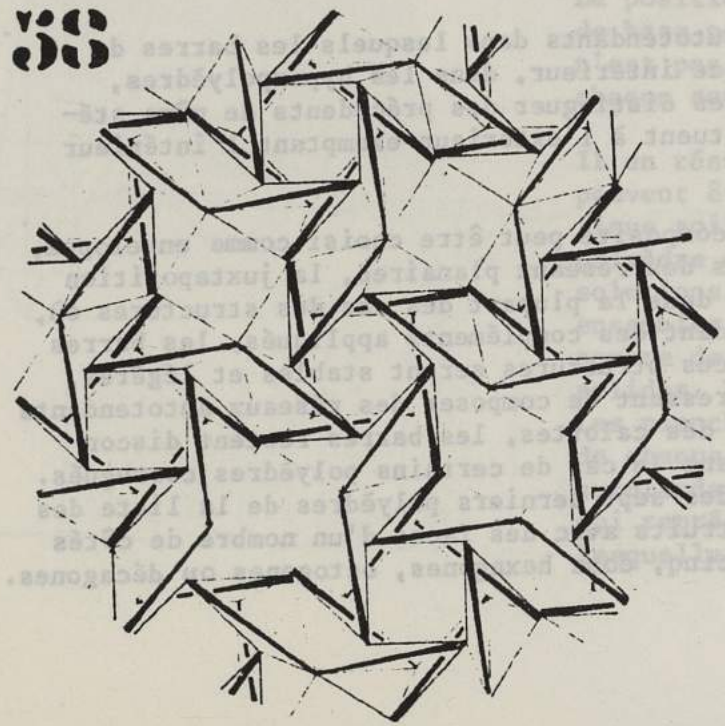
57



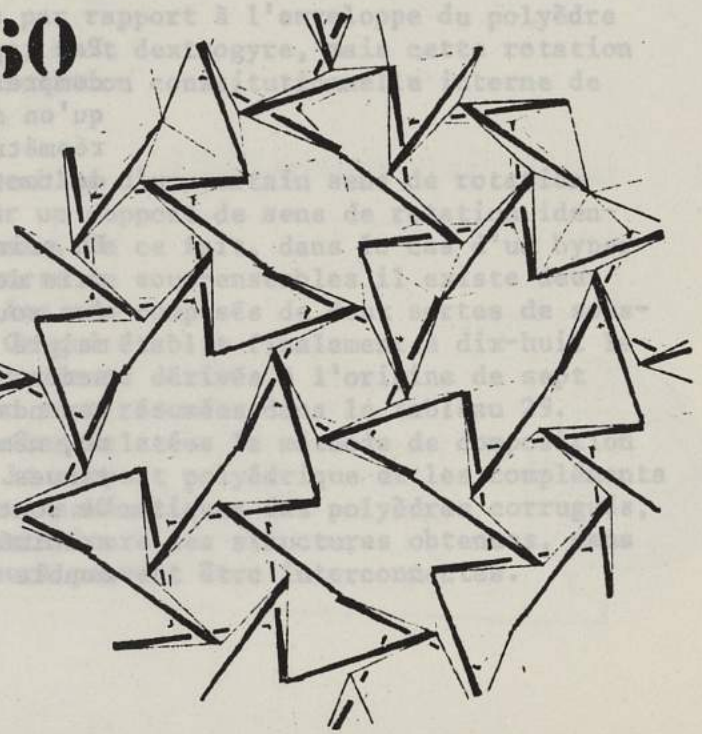
59



58



60



RESEAUX COURBES AUTOTENDANTS

En variant la longueur des tendeurs on peut impliquer à tous les réseaux autotendants double nappe une courbure quelconque, simple ou double, synclastique ou même anticlastique. Cette opération, évidemment, rend inégales les membrures.

Pour obtenir un réseau d'une forme générale sphérique, tout en gardant les membrures identiques, il faut recourir naturellement aux polyèdres réguliers et plus particulièrement aux polyèdres corrugués, qui constituent une des trois classes composites. Il se trouve, en effet, que les corrugations en forme de calottes peuvent être réalisées à l'aide des trois autotendants élémentaires qui appliqués en juxtaposition sur le polyèdre de base constituent un réseau double nappe courbe.

POLYEDRES DE BASE

Par rapport aux polyèdres autotendants dans lesquels les barres de compression occupent l'espace intérieur, dans les hyperpolyèdres, qu'on a appelé ainsi pour les distinguer des précédents de même stéréométrie, les barres se situent à l'extérieur exemptant l'intérieur de tout encombrement.

En principe, tout polyèdre composite peut être choisi comme enveloppe, mais de même que dans le cas des réseaux planaires, la juxtaposition des sous-ensembles produira dans la plupart des cas des structures où, malgré le caractère autotendant des compléments appliqués, les barres seront en contact. Certes, ces structures seront stables et légères, cependant, il est plus intéressant de composer des réseaux autotendants où, même après l'assemblage des calottes, les barres restent discontinues. Ceci est possible dans le cas de certains polyèdres corrugués. Ce sont ceux qui dérivent des sept derniers polyèdres de la liste des archimédiens, qui sont construits avec des faces d'un nombre de côtés double de trois, quatre ou cinq, donc hexagones, octogones ou décagones.

COMPLEMENTS AUTOTENDANTS

Les autotendants élémentaires antipyramidaux de base triangulaire, carrée ou pentagonale sont appliquées respectivement sur les faces hexagonales, octogonales ou décagonales du polyèdre de base, de sorte que chaque sommet de ces polygones coïncide avec un sommet d'une base antipyramidale. La dimension de cette base, qui est seulement fictive, correspond à la longueur de la corde de la face polygonale du polyèdre. Ainsi, tous les tendeurs du réseau y compris les arêtes latérales et supérieures des antipyramides, seront identiques.

Il est possible également d'utiliser des compléments antiprismatiques appliqués de la même manière, créant des protubérences prismatiques grâce auxquelles, en tant que solide de jonction commun, on peut liaisonner un autre hyperpolyèdre voisin. Ce qui offre un moyen de passage commode vers la constitution d'empilements autotendants.

CARACTERISTIQUES DES HYPERPOLYEDRES

La position des sous-ensembles par rapport à l'enveloppe du polyèdre de base peut être soit lévogyre, soit dextrogyre, mais cette rotation n'est pas à confondre avec la rotation constitutionnelle interne de chaque sous-ensemble.

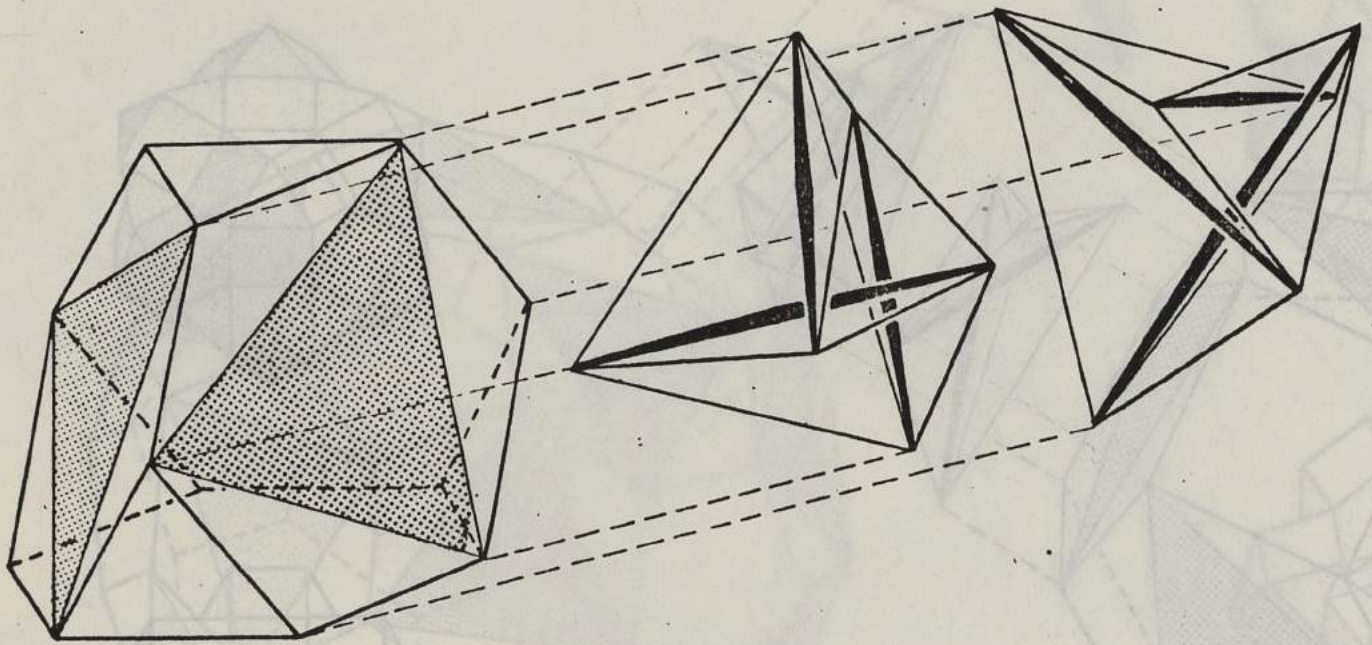
Il en résulte que des sous-ensembles d'un certain sens de rotation peuvent être appliqués soit sur un support de sens de rotation identique soit d'une rotation opposée. De ce fait, dans le cas d'un hyperpolyèdre composé d'une seule sorte de sous-ensembles il existe deux solutions allomorphes et dans les cas composés de deux sortes de sous-ensembles quatre allomorphes. Ce qui établit finalement à dix-huit le nombre des hyperpolyèdres autotendants dérivés à l'origine de sept solides. Leurs caractéristiques sont résumées dans le tableau 29.
Les planches montrent par des vues éclatées la méthode de composition de chaque hyperpolyèdre, avec le support polyédrique et les compléments autotendants, ainsi que les vues schématiques des polyèdres corrugués, qui représentent l'enveloppe extérieure des structures obtenues, dans lesquelles les sommets extérieurs peuvent être interconnectés.

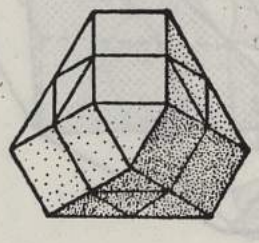
TABLEAU 29 HYPERPOLYEDRES

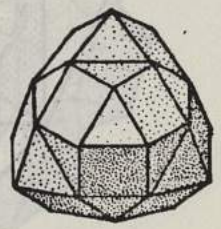
N°	Hyper-	dérivé de	nombre des compléments autot. 3B	4B	5B	nombre des éléments barre	tirant	noeud	polyèdres corrugués n°				nombre d' allomorphie
1	tétraèdre tronqué	366	4			12	42	24	1	2			2
2	tétrakaïdécaèdre	466	8			24	84	48	3	4			2
3	icosaèdre tronqué	566	20			60	150	120	5	6			2
4	cube tronqué	388		6		24	84	48	15	16			2
5	dodéca. tronqué	31010			12	60	210	120	30	31			2
6	grd.rhombicubocta.	468	8	6		48	168	96	11	12	13	14	4
7	grd.rhombicosidodéca.	4610	20		12	120	380	240	23	24	25	26	4

1 HYPER TETRAEDRE TRONQUE

366+4.3333



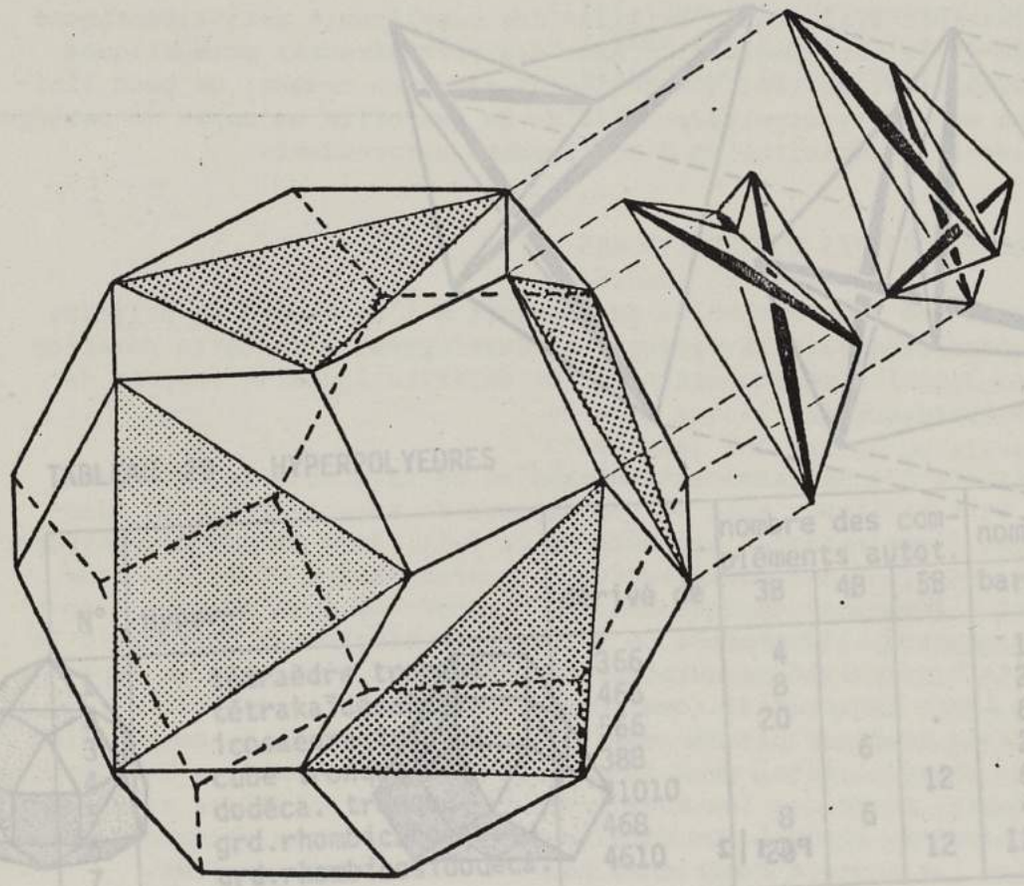


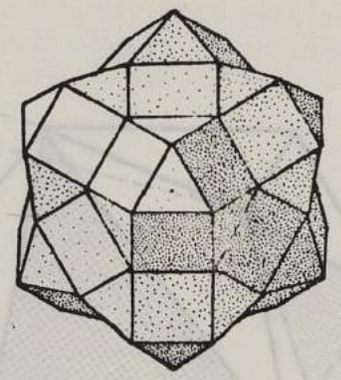


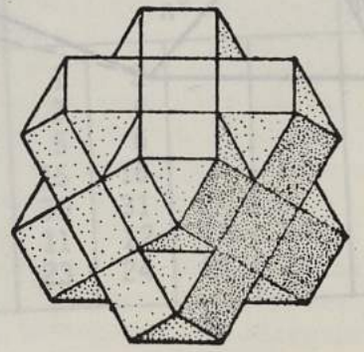
PC 1 | 2

2 HY. OCTAEDRE TRONQUE

466+8.3333



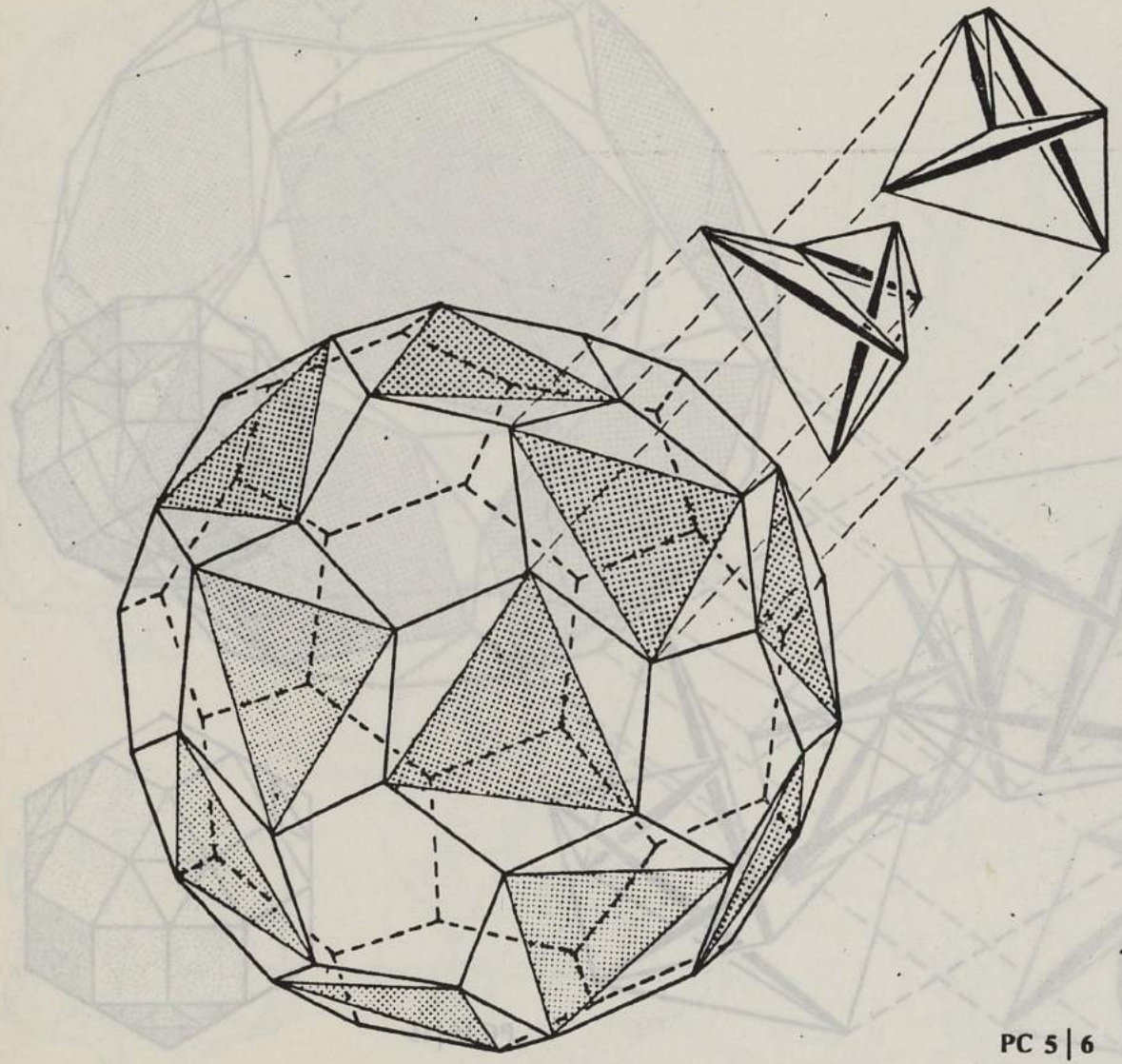


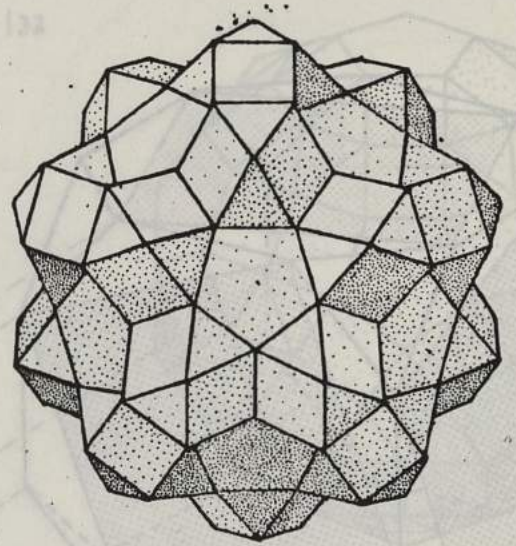


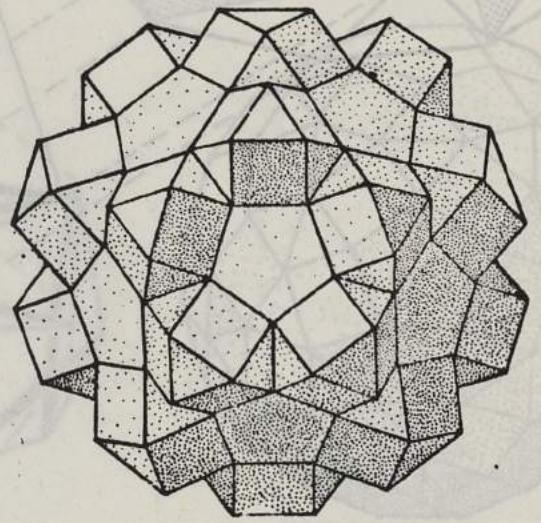
PC3|4

5 HY. ICOSAEDRE TRONQUE

366+20.3333



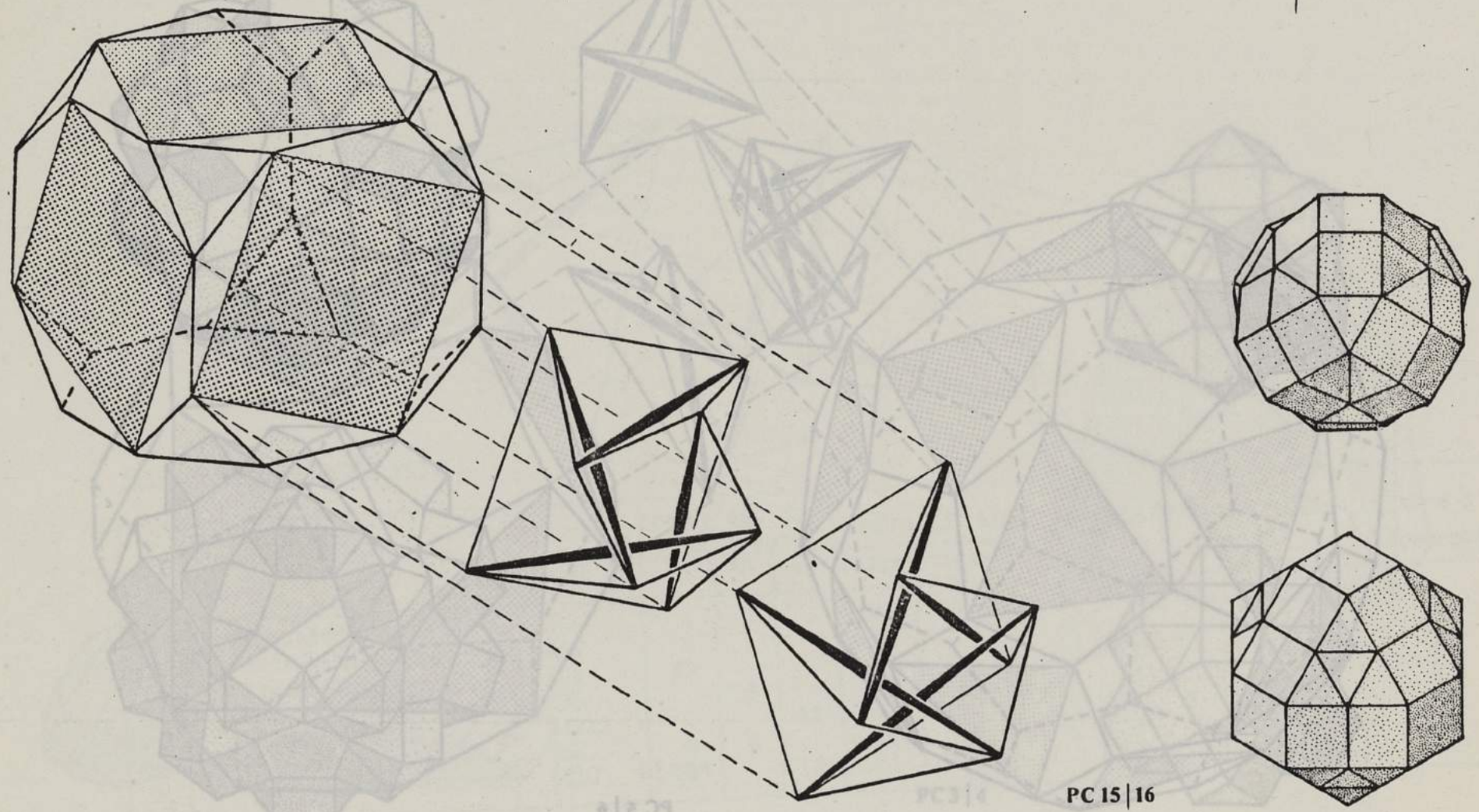




PC 5 | 6

4 HY. CUBE TRONQUE

588+6.3334

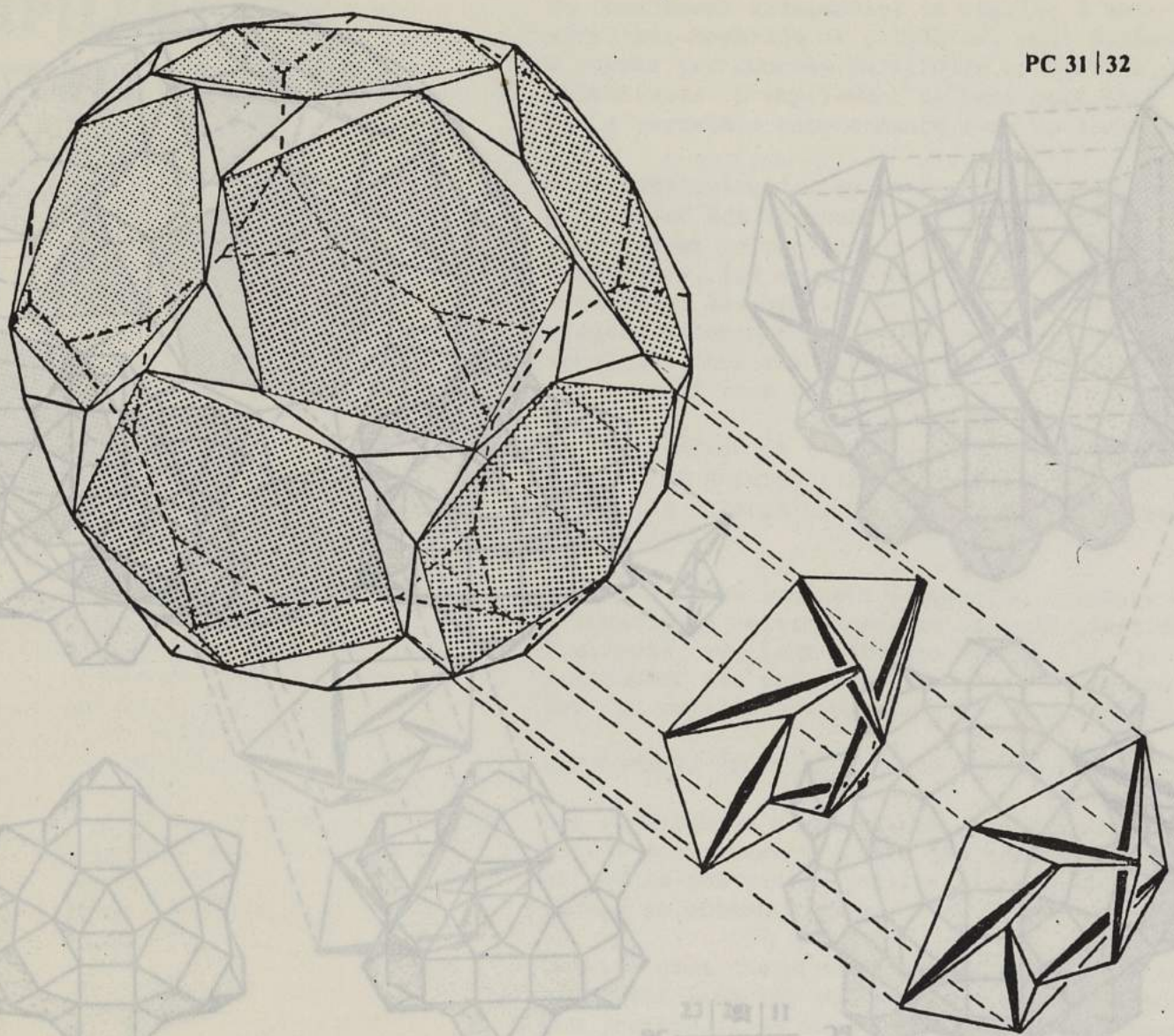


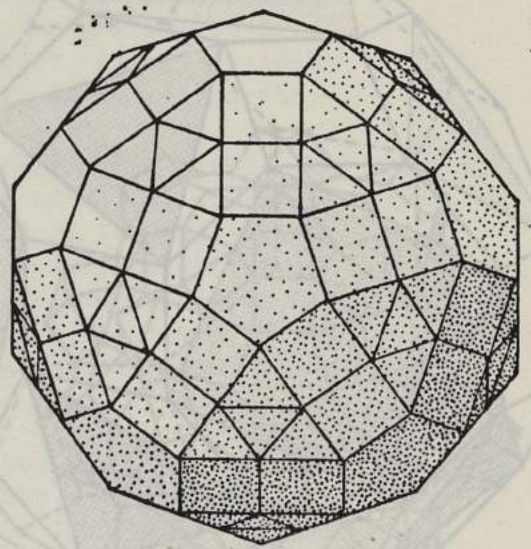
PC 15|16

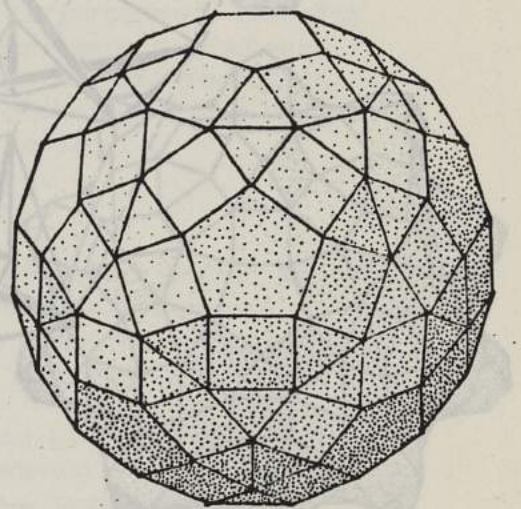
HY. DODECAEDRE TRONQUE

3 10 10 + 12 . 3 3 3 5

PC 31 | 32

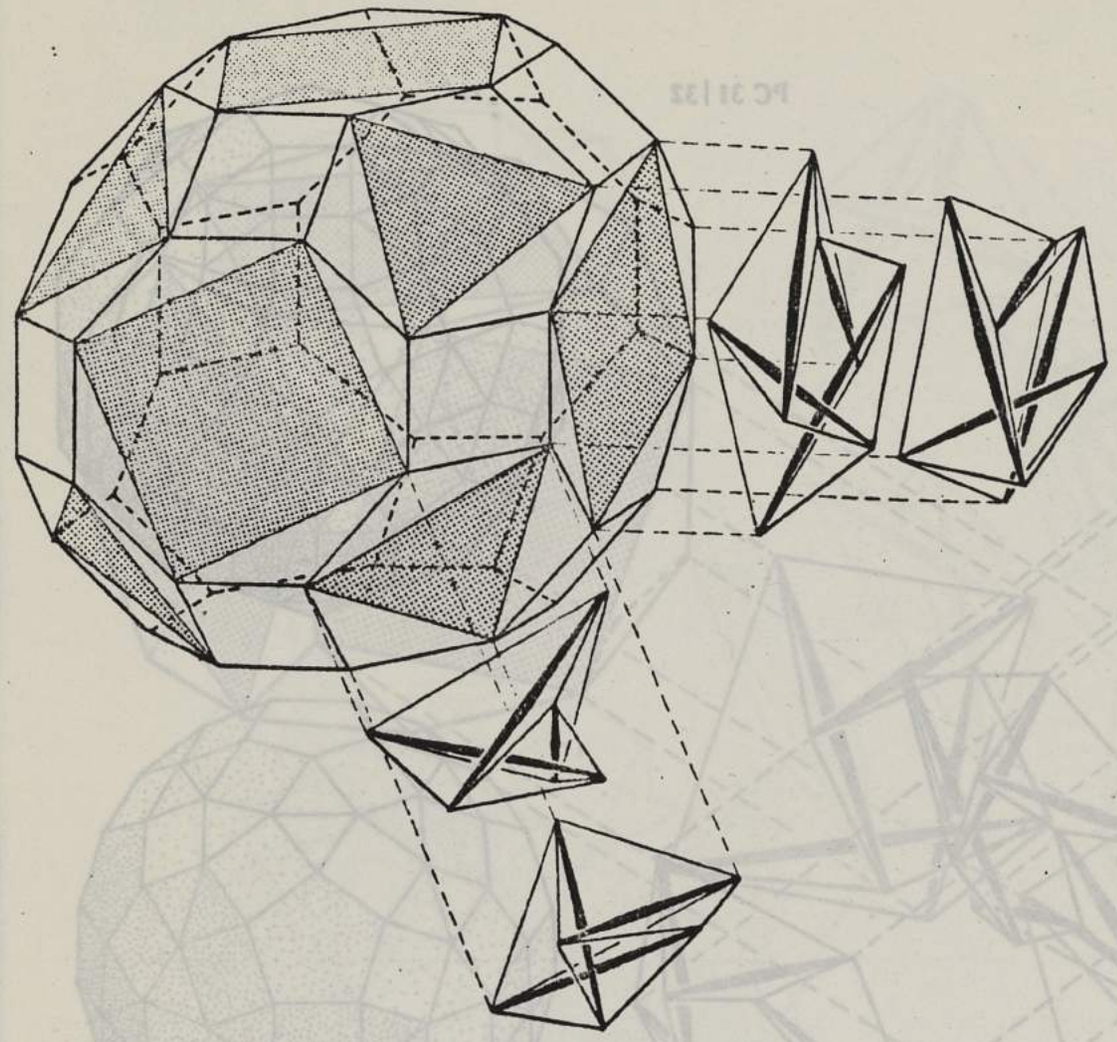


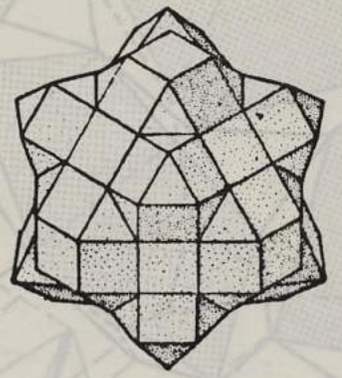


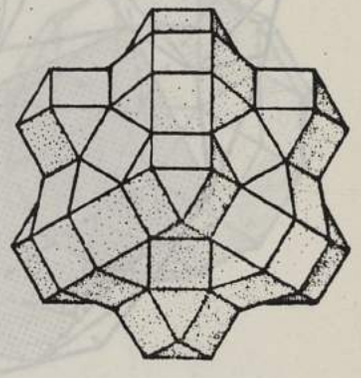


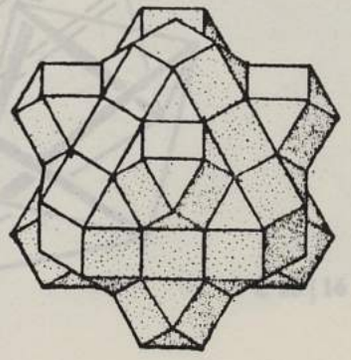
6 HY. GRAND RHOMBICUBOCTA

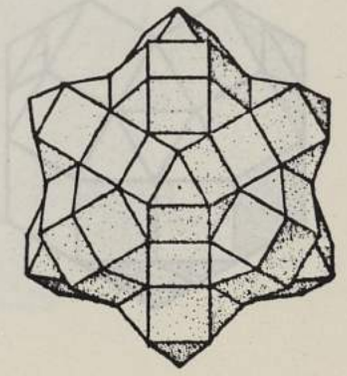
468+8.3333 +6.3334







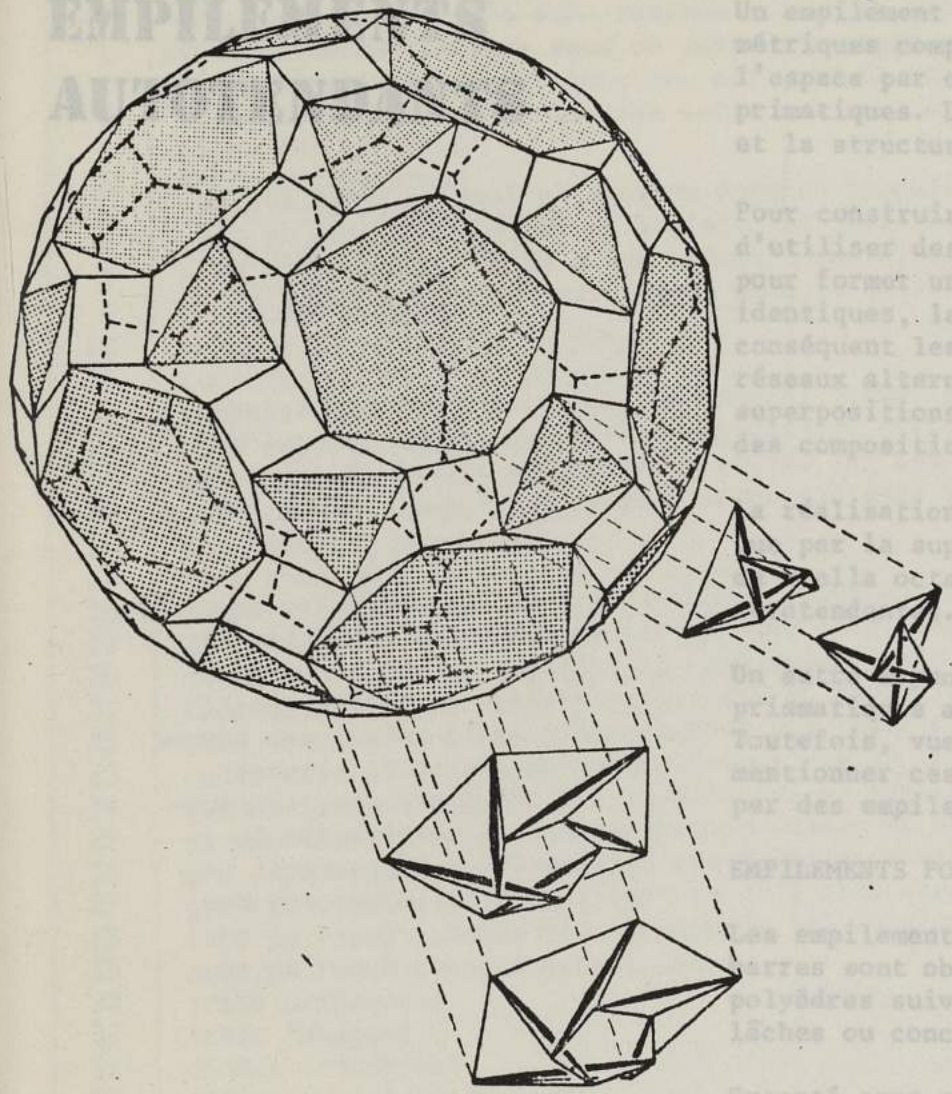


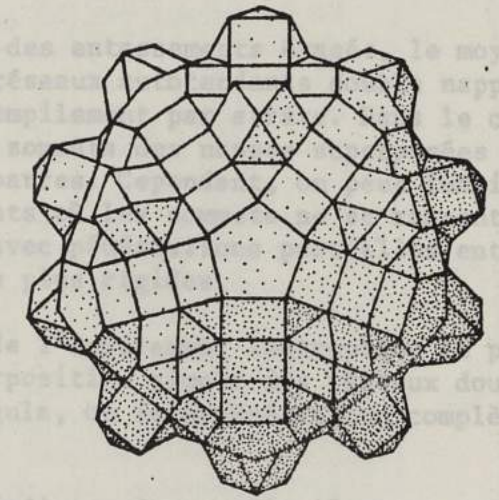


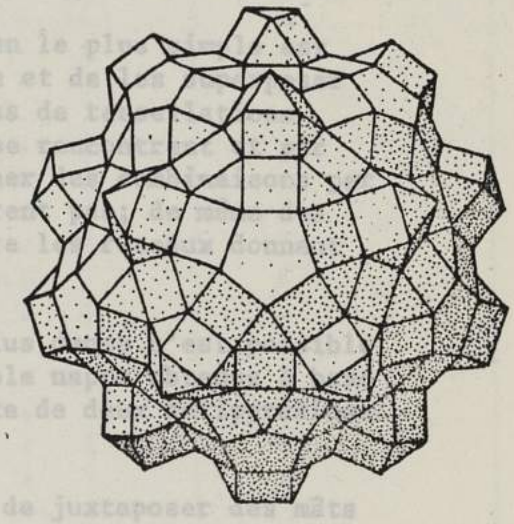
PC $\frac{11 \mid 12}{13 \mid 14}$

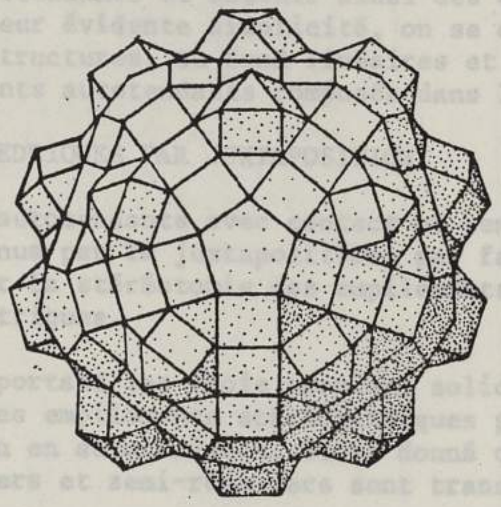
7 HY. GRAND RHOMBICOSIDODECA

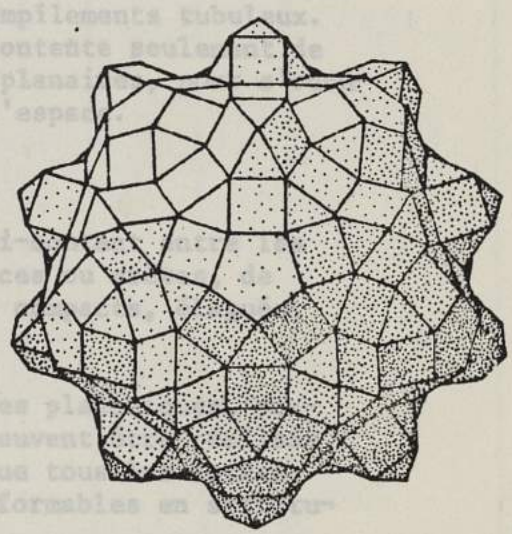
4610+20.5555 +12.5554



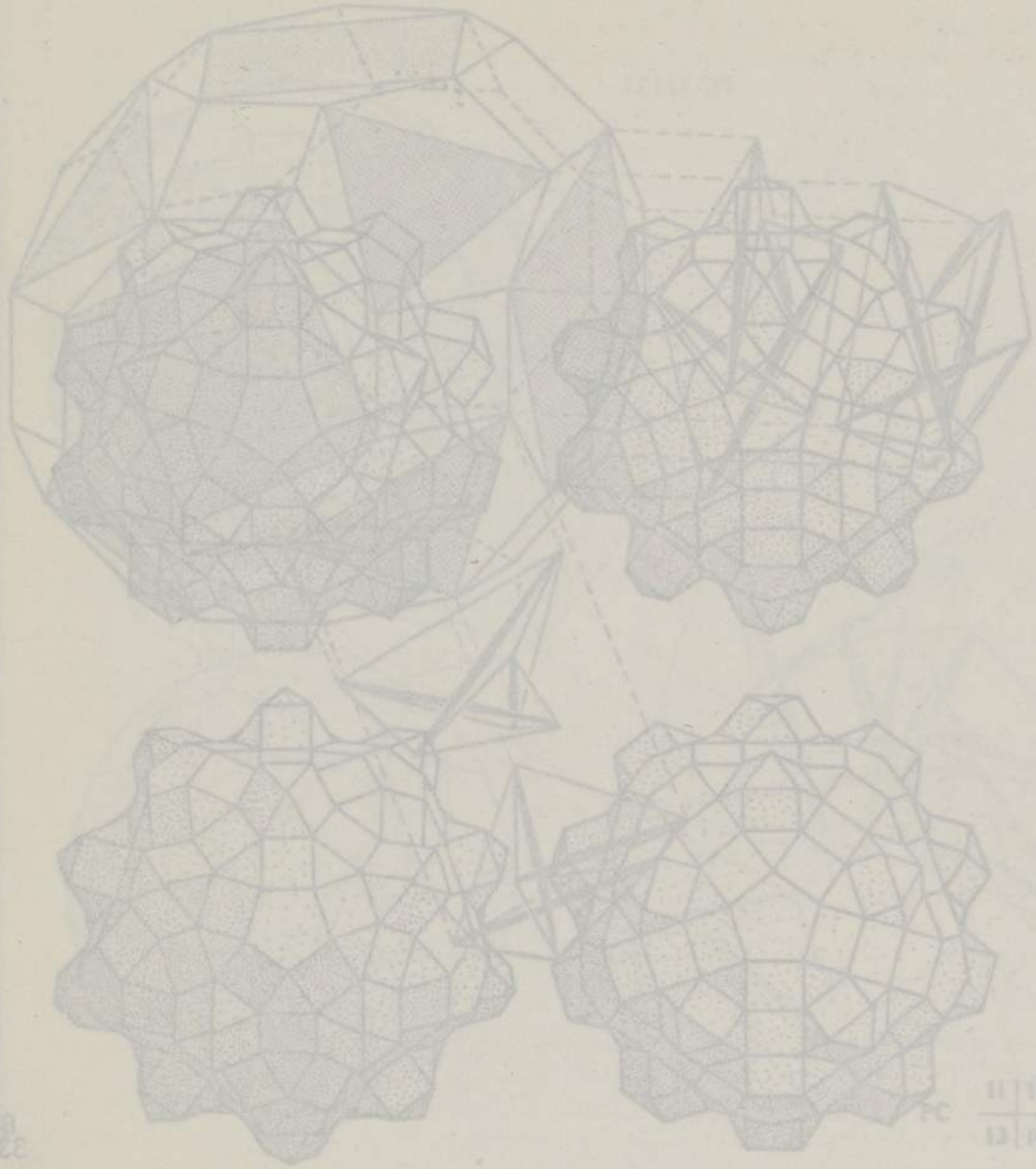


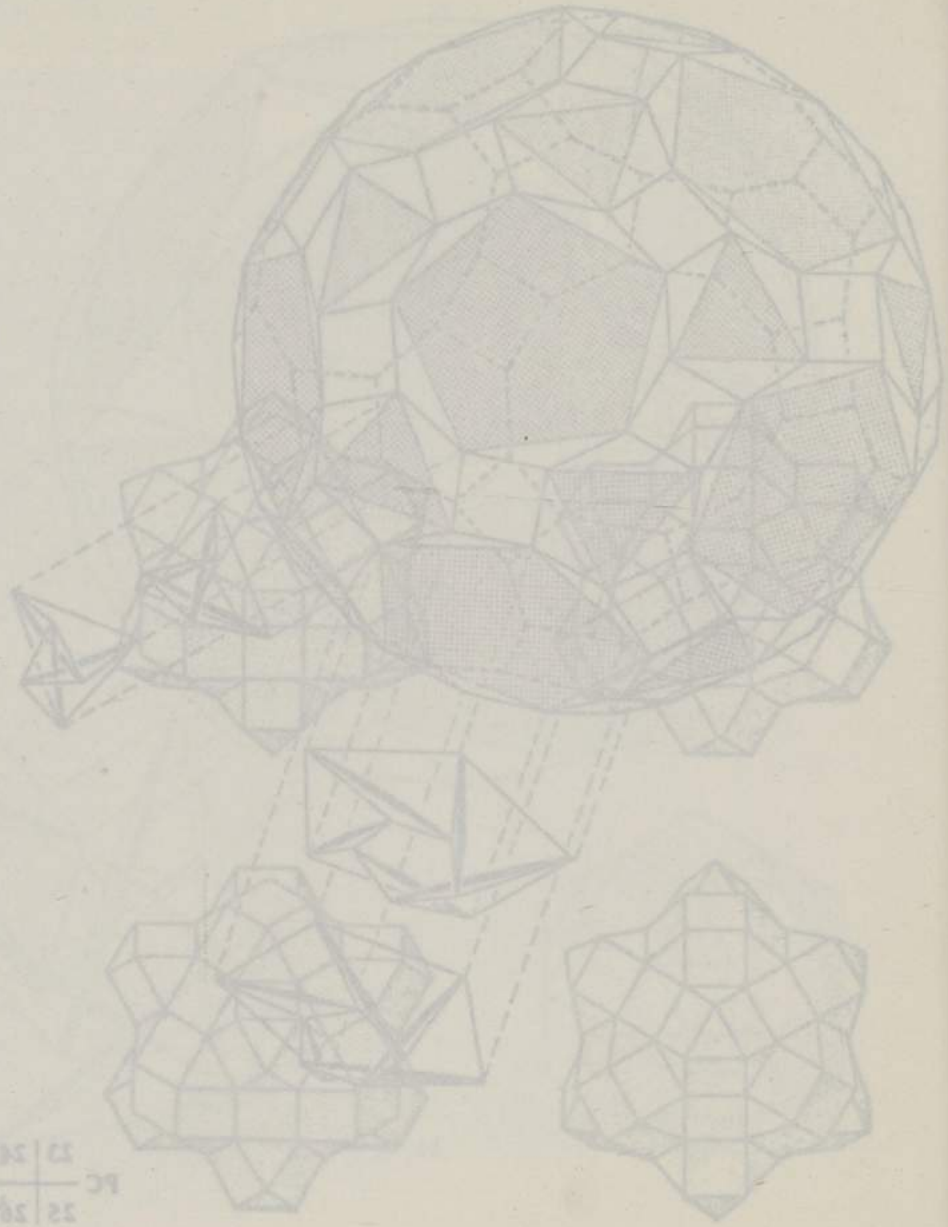






PC 23 | 24 / 25 | 26





EMPILEMENTS AUTOTENDANTS

Un empilement autotendant se réalise à base des équipartions stéréométriques composés de polyèdres, mais également par le découpage de l'espace par couches parallèles ou strates, ou même par des boyaux primatiques. L'empilement de base peut être compact, élagué ou lâche et la structure autotendante avec ou sans contact entre les barres.

Pour construire des entassements étagés, le moyen le plus simple est d'utiliser des réseaux autotendants double nappe et de les superposer pour former un empilement par strate. Dans le cas de tessellations identiques, les sommets des nappes superposées se rencontrent et par conséquent les barres. Cependant, on peut imaginer des combinaisons par réseaux alternants où les sommets ne se rencontrent pas; de même des superpositions avec pénétrations partielles entre les réseaux donnant des compositions plus rigides.

La réalisation de l'empilement isotropique le plus dense n'est possible que par la superposition simple des réseaux double nappe obtenus à base de stella octangula, ou interpénétration complète de deux antipyramides autotendantes.

Un autre moyen indirect de remplir l'espace est de juxtaposer des mâts prismatiques autotendants et obtenir ainsi des empilements tubuleux. Toutefois, vue leur évidente simplicité, on se contente seulement de mentionner ces structures, au fond linéaires et planaires, pour s'occuper des empilements autotendants composés dans l'espace.

EMPILEMENTS POLYEDRIQUES PAR JUXTAPOSITION

Les empilements autotendants avec contact ou semi-contact entre les barres sont obtenus par la juxtaposition, par faces ou arêtes, de polyèdres suivant la stéréotomie des empilements compacts, élagués, lâches ou concentriques.

Excepté ceux comportant les trois premiers solides platoniques, pratiquement tous les empilements stéréométriques peuvent être réalisés par juxtaposition en autotendants, étant donné que tous les autres polyèdres réguliers et semi-réguliers sont transformables en structure autotendante.

Evidemment, la substitution directe de chaque solide ou même une partie des solides juxtaposés d'un empilement par autant de polyèdres autotendants produit une structure où les sommets et par conséquent les barres des volumes voisins seront en contact. Cet effet peut être atténué par l'utilisation en tant que schéma de base spatial des empilements élagués ou des empilements lâches, les uns comportant des vides artificiellement créés, les autres des vides naturels préexistants.

En se basant sur un empilement compact composé de deux ou trois sortes de solides, on peut en réaliser la totalité ou une partie, dans ce cas il existe plusieurs compositions dérivées selon qu'on transforme l'un ou l'autre type de polyèdres, ou même deux sortes à la fois quand il y a trois types de solides.

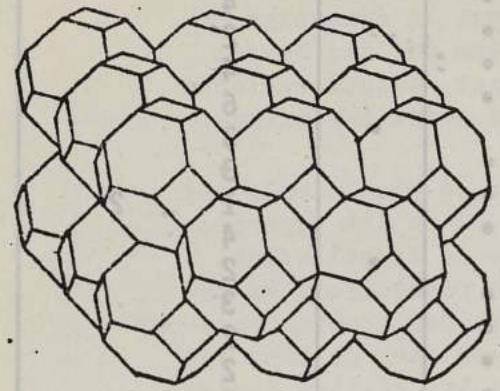
En se basant sur les empilement lâches, et plus particulièrement sur ceux où le mode d'assemblage se fait par arêtes, on trouve un seul arrangement possible, qui est par nature relativement allégé. D'ailleurs, un empilement lâche peut être également élagué, augmentant encore les vides relatifs.

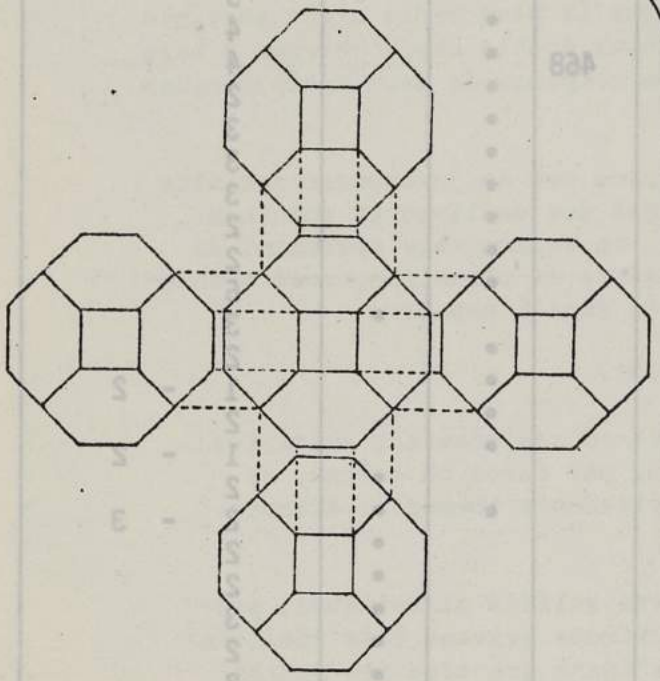
En résumé, en négligeant les deux polyèdres torses, dits adoucis, on a répertoriés quelques trente huit empilements autotendants possibles par juxtaposition. Ils sont récapitulés dans le tableau 30, qui indique les empilements stéréométriques de base, les polyèdres autotendants utilisés, le mode d'assemblage: par face ou arête et le nombre des barres se rencontrant par sommet. Un empilement platonique de cette classe, le tétrakaïdécaédrique élagué, a été élaboré à titre d'exemple; la planche correspondante montre le schéma axonométrique, la vue éclatée du mode d'assemblage et la perspective d'une agglomération composée de cinq polyèdres autotendants dont l'un en position centrale entouré des quatre autres orientés suivant les sommets du tétraèdre.

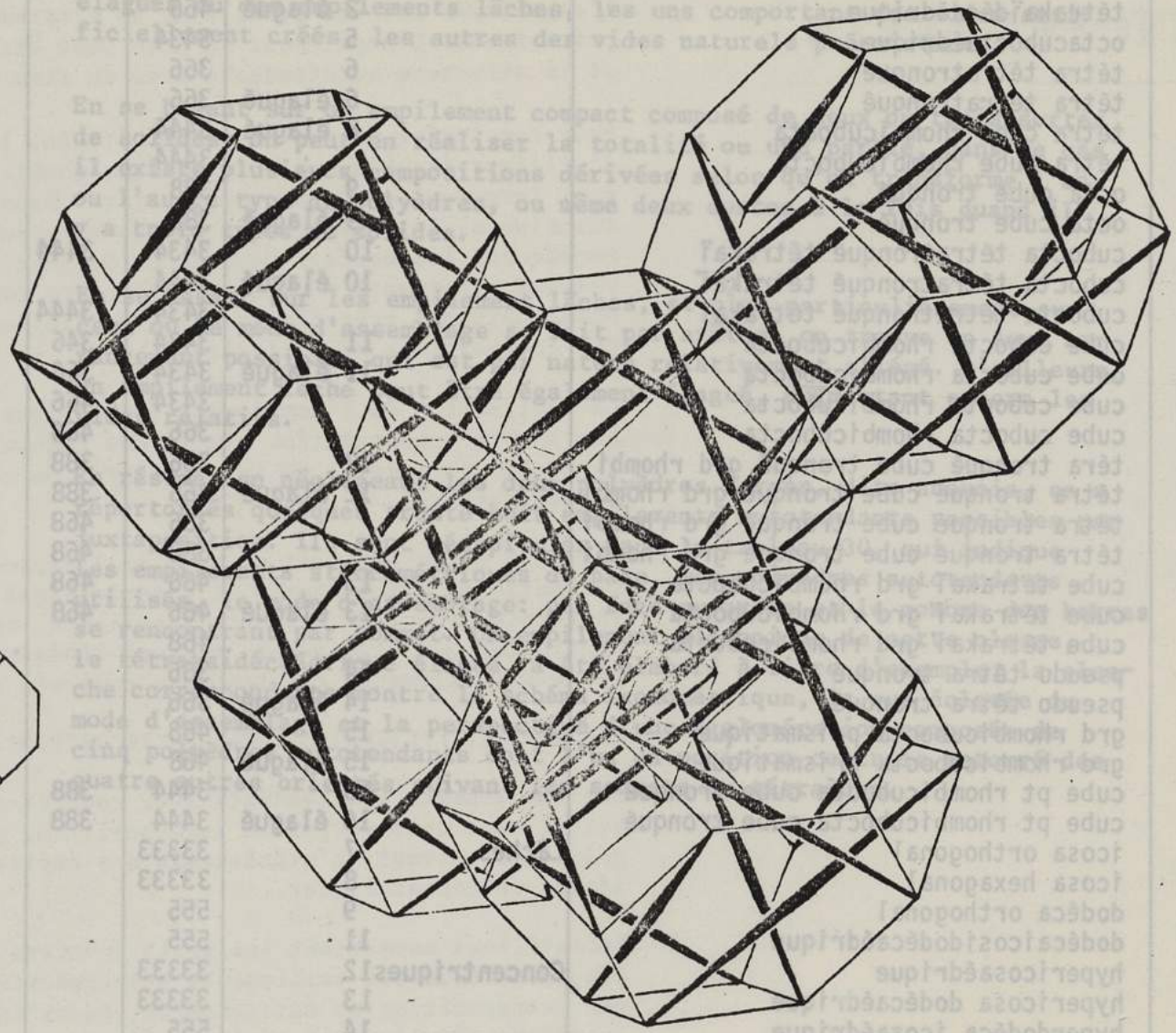
TABLEAU 30 EMPILEMENTS AUTOTEDANTS PAR JUXTAPOSITION

N°		empilement de base		polyèdres autoten. 1	2	3	mode d'assemblage faces	arêtes	nombre de barres par noeuds
1	tétrakaïdécaédrique	Compacts	2	466			•		4
2	tétrakaïdécaédrique		2 élagué	466			•		2
3	octacuboctaédrique		5	3434			•		4
4	tétra tétratronqué		6	366			•		6
5	tétra tétratronqué		6 élagué	366				•	3
6	tétra cube rhombicubocta		8 élagué	3444			•		3
7	tétra cube rhombicubocta			3444			•		1 - 2
8	octa cube tronqué		9	388			•		4
9	octa cube tronqué		9 élagué	388				•	2
10	cubocta tétratronqué tétrakaï		10	3434	3444		•		3
11	cubocta tétratronqué tétrakaï		10 élagué	3444			•		2
12	cubocta tétratronqué tétrakaï			3434	3444		•		2
13	cube cubocta rhombicubocta		11	3434	346	366	•		5
14	cube cubocta rhombicubocta		11 élagué	3434	366		•		3
15	cube cubocta rhombicubocta			3434	466		•		3
16	cube cubocta rhombicubocta			366	466		•		4
17	téra tronqué cube tronqué grd rhombi		12	366	388	468	•		4
18	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi		12 élagué	366	388		•		2
19	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi			366	468		•		3
20	tétra tronqué cube tronqué grd rhombi			388	468		•		3
21	cube tétrakaï grd rhombicubocta		13	466	468		•		3
22	cube tétrakaï grd rhombicubocta		13 élagué	466	468		•		2
23	cube tétrakaï grd rhombicubocta			468			•		2
24	pseudo tétra tronqué		14	366				•	6
25	pseudo tétra tronqué		14 élagué	366				•	3
26	grd rhombicubocta prismatique		15	468			•		2
27	grd rhombicubocta prismatique		15 élagué	468			•		1 - 2
28	cube pt rhombicubocta cube tronqué		16	3444	388		•		2
29	cube pt rhombicubocta cube tronqué		16 élagué	3444	388		•		1 - 2
30	icosa orthogonal	Lâches	7	33333				•	2
31	icosa hexagonal		8	33333			•	•	2 - 3
32	dodéca orthogonal		9	555				•	2
33	dodécaicosidodécaédrique		11	555				•	2
34	hypericosaédrique	Concentriques	12	33333				•	3
35	hypericosa dodécaédrique		13	33333				•	2
36	hyperdodéca icosaédrique		14	555				•	2
37	hyperdodéca dodécaédrique		15	555				•	2
38	hyper icosi dodéca dodécaédrique		16	555				•	2

2 TETRAKAIDECAEDRIQUE PAR JUXTAPOSITION







EMPILEMENTS A BARRES DISCONTINUES

De même que dans le cas des autres configurations autotendantes, les solutions les plus satisfaisantes, du moins intellectuellement, sont celles qui gardent non seulemnt au niveau des sous-ensembles mais aussi au niveau des assemblages une parfaite discontinuité entre les éléments comprimés.

La construction des empilements autotendants sans conctact entre les barres part de nouveau d'un empilement stéréométrique de base et des sous-ensembles polyédriques ou hyperpolyédriques autotendants, mais au lieu de juxtaposer ceux-ci par leurs faces directement, il faut les faire tourner ou interpénétrer de sorte que les sommets soient dissociés; a peu près de la même manière que les mâts autotendants, où les sous-ensembles antiprismatiques étaient assemblés par dérotation ou par entrelacement. La seule différence est qu'il s'agit ici d'exécuter ces opérations dans plusieurs directions à la fois. Les empilements à barres discontinues sont donc obtenus par un mode d'assemblage indirect des polyèdres: juxtaposition ou interpénétration avec dérotation; entrelacement avec une barre commune entre deux polyèdres voisins; entrelacement avec un sous-ensemble commun entre hyperpolyèdre. Les schémas stéréométriques de base sont soit des empilements compacts élagués, soit des empilements lâches.

EMPILEMENTS PAR DEROTATION

Les sous-ensembles polyédriques sont assemblés par l'intermédiaire d'un polygone de jonction commun à deux volumes voisins. Le polyèdre autotendant d'origine est légèrement modifié afin que l'assemblage puisse avoir des tendeurs tous identiques. Ceci est possible si les faces mises en contact ont une longueur d'arête correspondant à la corde fictive du polygone de jonction, dont les côtés seront ainsi identiques aux autres arêtes du polyèdre.

Le nombre de côtés du polygone de jonction est évidemment le double du nombre des côtés de la face polyédrique originale. Un cas exceptionnel est le polygone de jonction carré, provenant non pas de la dérotation, l'un par rapport à l'autre, de deux polygones, mais de celle de deux arêtes diamétralement opposées en croix, voir l'empilement dérivé de l'assemblage orthogonale des icosaèdres. Les polygones de jonction sont généralement planaires, mais en cas de connections supplémentaires et encore plus en cas de saturation, on peut créer une pénétration plus ou moins accentuée, afin d'augmenter la rigidité de la structure.

EMPILEMENT PAR ENTRELACEMENT A BARRE COMMUNE

A base des empilements élagués ou lâches, où deux polyèdres voisins se rencontent uniquement par une arête commune, et à l'aide des polyèdres autotendants ayant une barre assez proche de l'arête, on obtient des empilements par entrelacement. Les volumes autotendants s'interpénètrent deux par deux au point qu'une barre devient commune à deux solides. Ces liaisons organiques par entrelacement rendent possible la réalisation autotendante des "explosions" concentriques.

Cinq hyperpolyèdres, parmi les sept principaux existants, peuvent être employés pour composer les neuf empilements autotendants de cette classe, dont quatre sont constitués par deux sortes d'hyperpolyèdres, mais, en fait, de sous-ensembles prismatiques identiques.

Ces structures spatiales sont particulièrement intéressantes par le fait que les barres composant les prismes interstitiels sont relativement petites par rapport aux grands volumes polyédriques vides, autour desquels les sous-ensembles forment, par des parois en réseaux autotendants double nappe, une sorte d'hyperempilement.

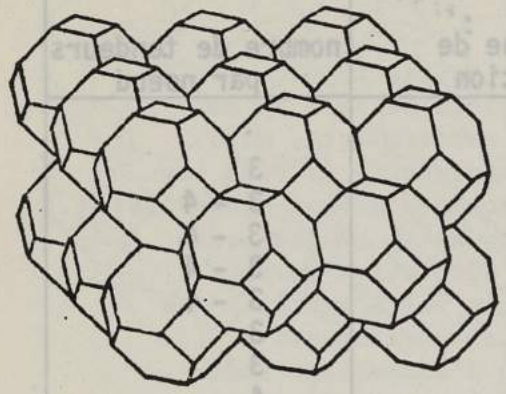
EMPILEMENT PAR HYPERPOLYEDRES ENTRELACES

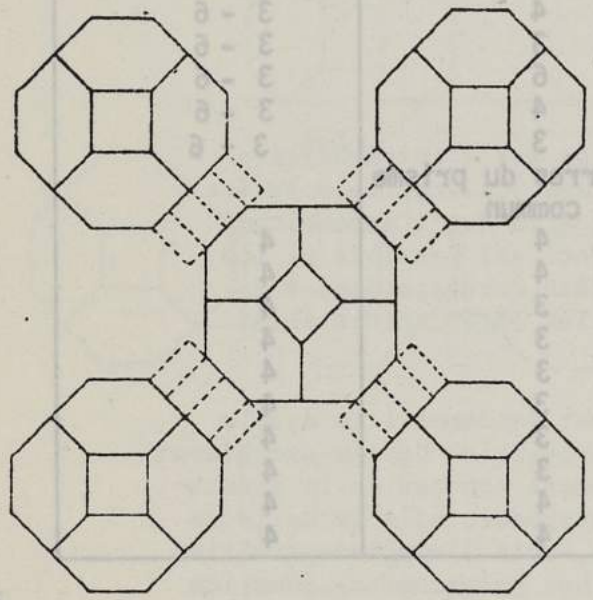
Ces configurations autotendantes sont construites à base des empilements prismatiques comme schéma stéréométrique et à partir des hyperpolyèdres qui sont assemblés également par entrelacement, de sorte que chaque sous-ensemble antiprismatique soit commun à deux hyperpolyèdres adjacents. Parmi les empilements prismatiques utilisables, on compte aussi les partitions contenant le cube. Dans ces schémas, seuls les volumes prismatiques sont réalisés, étant donné que les hyperpolyèdres sont définis par des sous-ensembles à l'origine antiprismatiques assemblés sans contact autour d'un noyau polyédrique vide. Après avoir assemblés, par dérotation et à l'aide d'un polygone de jonction, les bases de l'antiprisme avec les deux volumes voisins, l'antiprisme se transforme, ses sommets définissant un prisme, comme cela se produit dans le cas des mâts prismatiques.

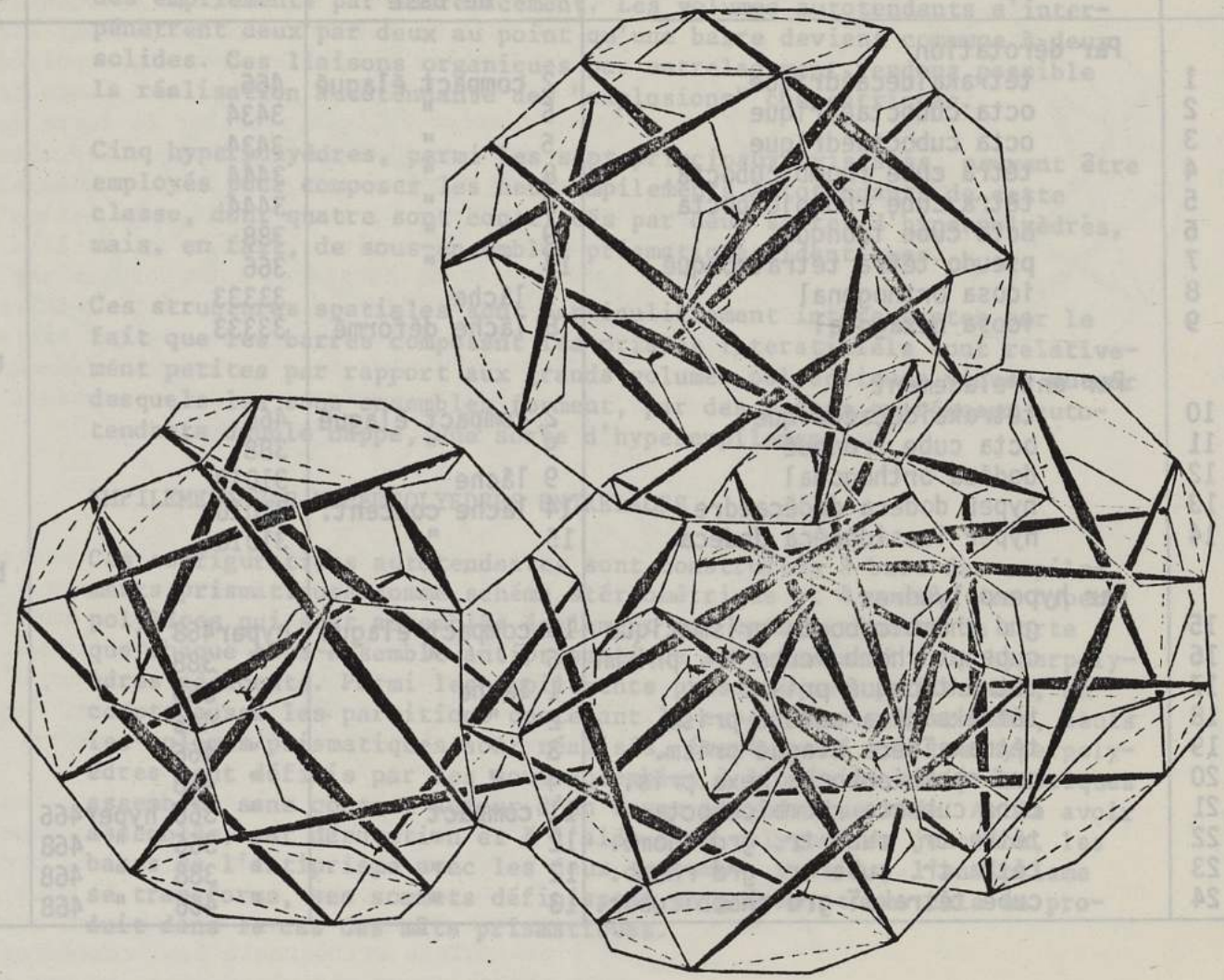
TABLEAU 31 EMPILEMENTS AUTOTENDANTS A BARRES DISCONTINUES

N°		empilement de base	polyèdres autot.	polygone de jonction	nombre de tendeurs par noeud
	Par dérotation				
1	tétrakaïdécaédrique	2 compact élagué	466	8	3
2	octa cuboctaédrique	5 "	3434	6	3 - 4
3	octa cuboctaédrique	5 "	3434	8	3 - 4
4	tétra cube rhombicubocta.	8 "	3444	6	3 - 4
5	tétra cube rhombicubocta	8 "	3444	8	3 - 4
6	octa cube tronqué	9 "	388	6	3
7	pseudo tétra tétratronqué	14 "	366	6	3
8	icosa orthogonal	7 lâche	33333	4	4
9	icosa hexagonal	8 lâche déformé	33333	6	4
				nombre de barres communes	
	Par entrelacement				
10	tétrakaïdécaédrique	2 compact élagué	466	4	3 - 6
11	octa cube tronqué	9 "	388	3	3 - 6
12	dodéca orthogonal	9 lâche	31010	6	3 - 6
13	hyper dodeca dodécaèdre	14 lâche concent.	31010	4	3 - 6
14	hyper icosidodéca dodéca.	15 "	31010	3	3 - 6
				barres du prisme commun	
	Par hyperpolyèdres				
15	grd rhombicubocta prismatique	15 compact élagué	hyper468	4	4
16	cube pt rhomb. cube tr. prism.	16 "	" 388	4	4
17	tétra tronqué prism.	1 lâche	" 366	3	4
18	tétrakaïdéca saturé prism.	2 "	" 466	3	4
19	tétrakaïdéca élagué prism.	3 "	" 466	3	4
20	grd rhombicubocta hexa.pris.	4 "	" 468	3	4
21	cube cubocta rhombicubocta	11 compact	" 366 hyper466	3	4
22	tétra tr. cube tr. grd rhomb.	12 "	" 366 " 468	3	4
23	tétra tr. cube tr. grd rhomb.	12 "	" 388 " 468	4	4
24	cube tétrakaï grd rhombicuboc.	13 "	" 466 " 468	4	4

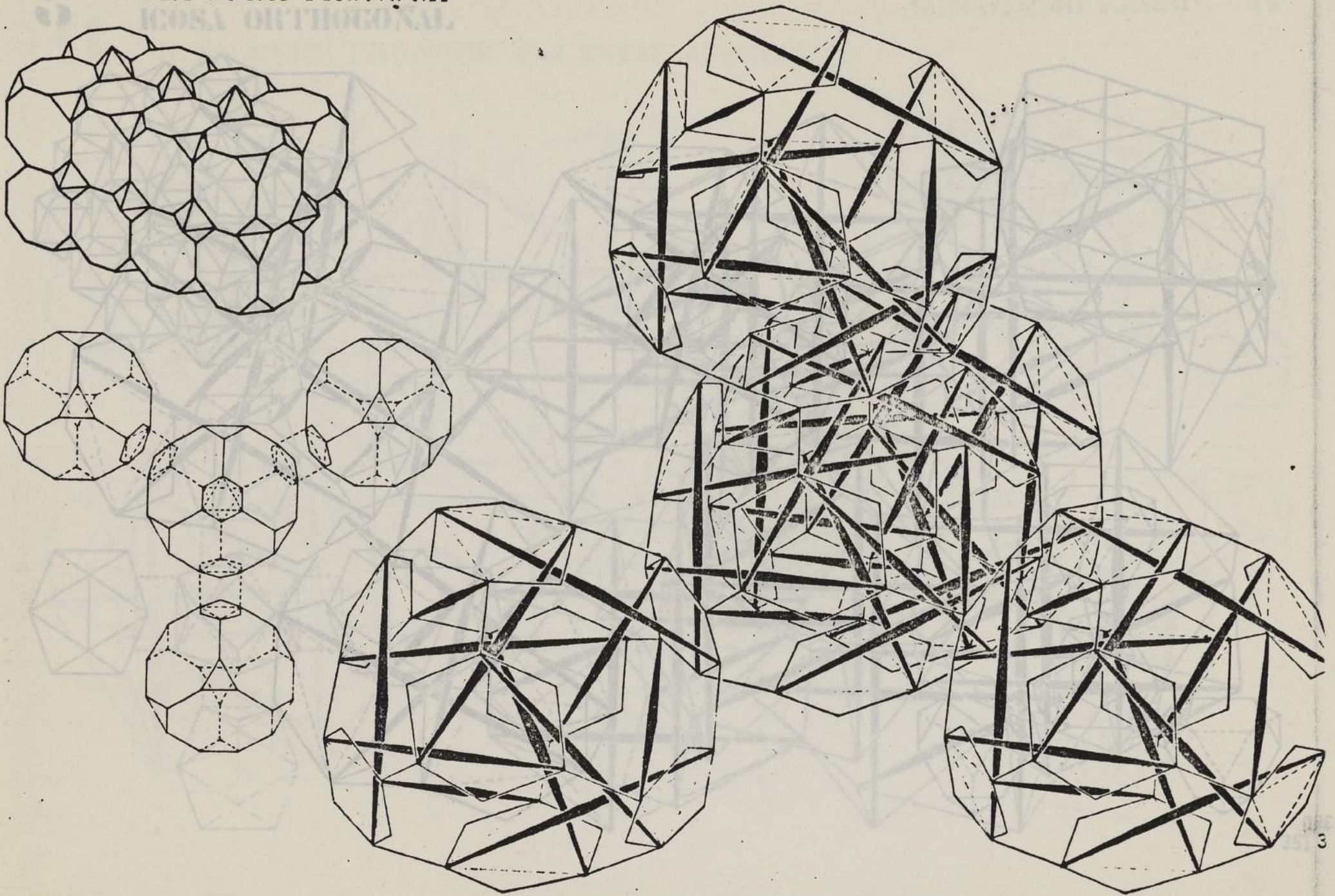
1 TETRAKAIDECAEDRIQUE ELAGUE PAR ROTATION



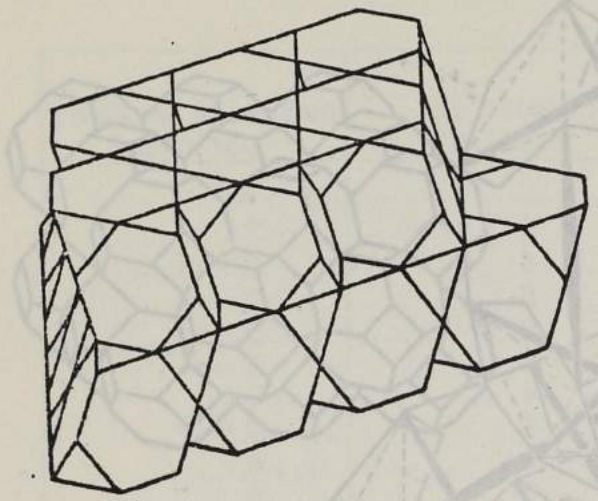


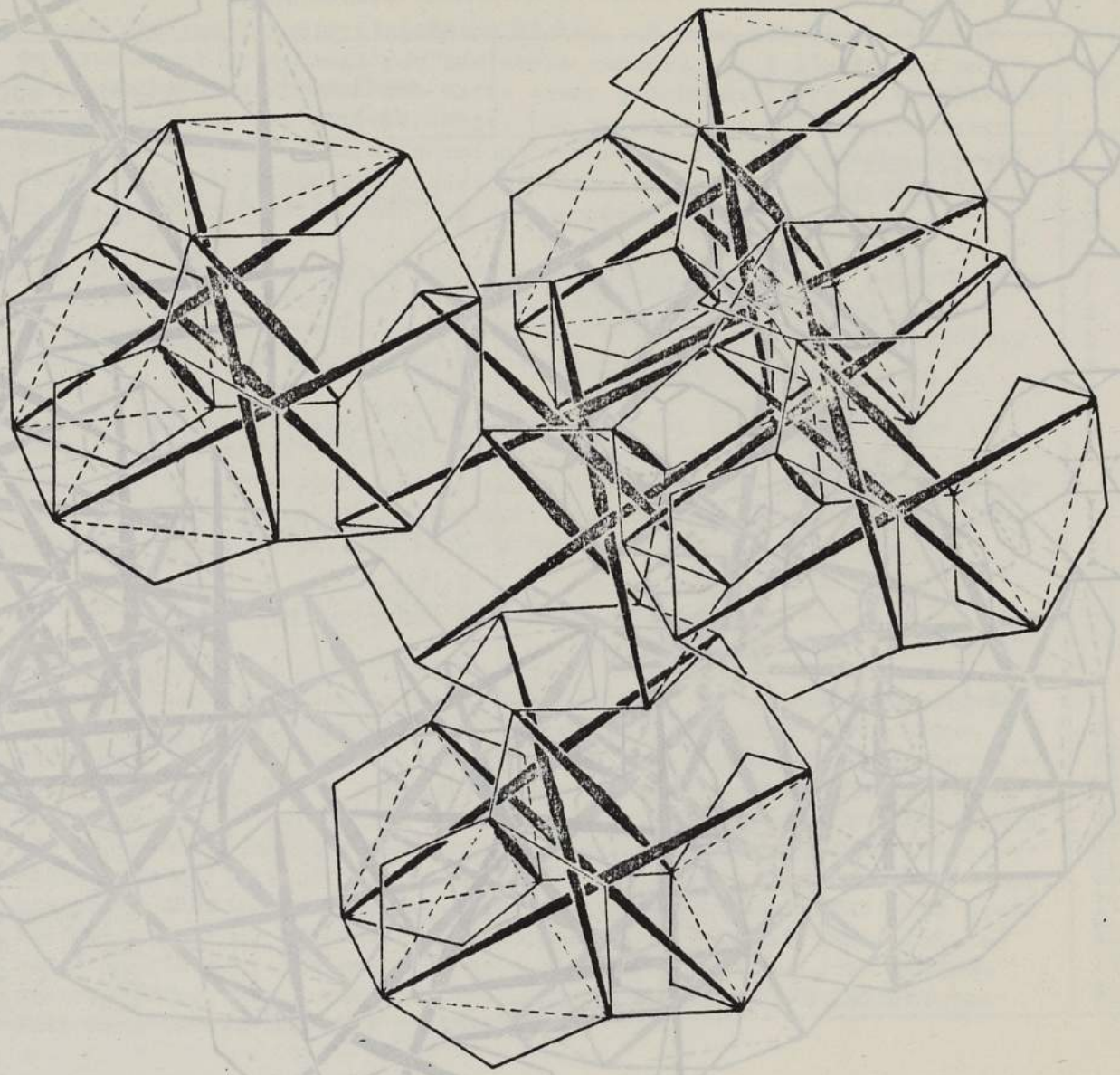


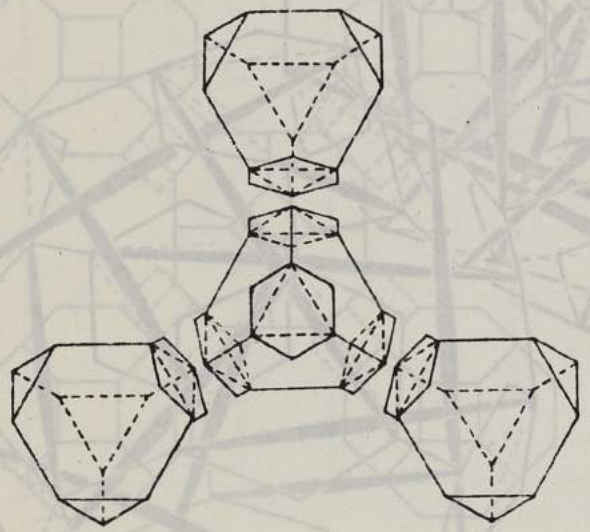
6 OCTA CUBE TRONQUE



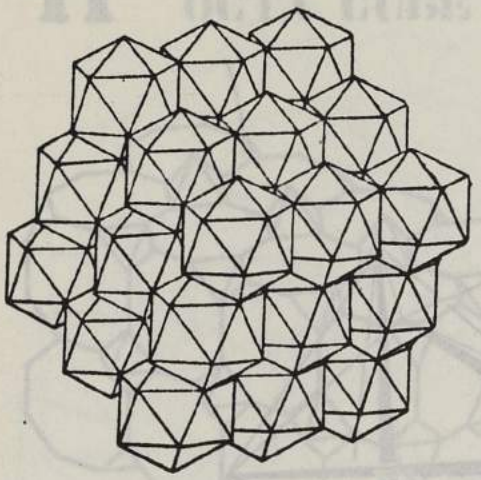
7 PSEUDO TETRA TETRA TRONQUE

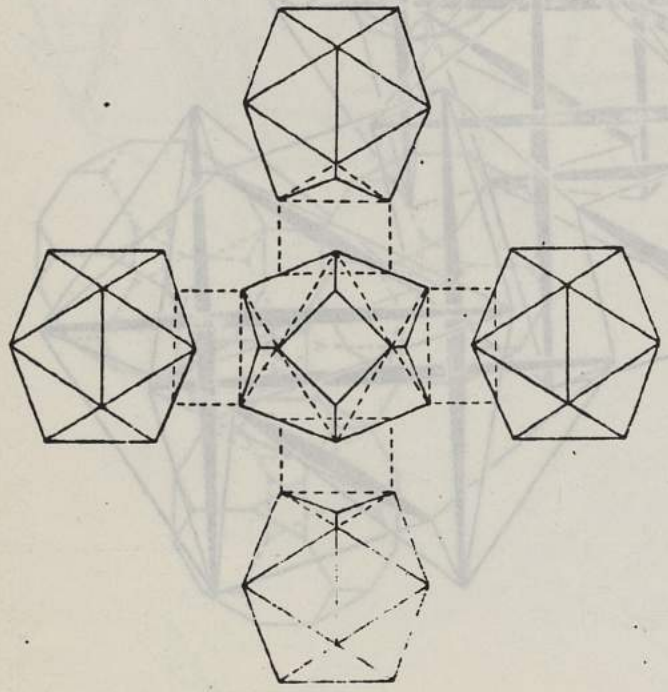


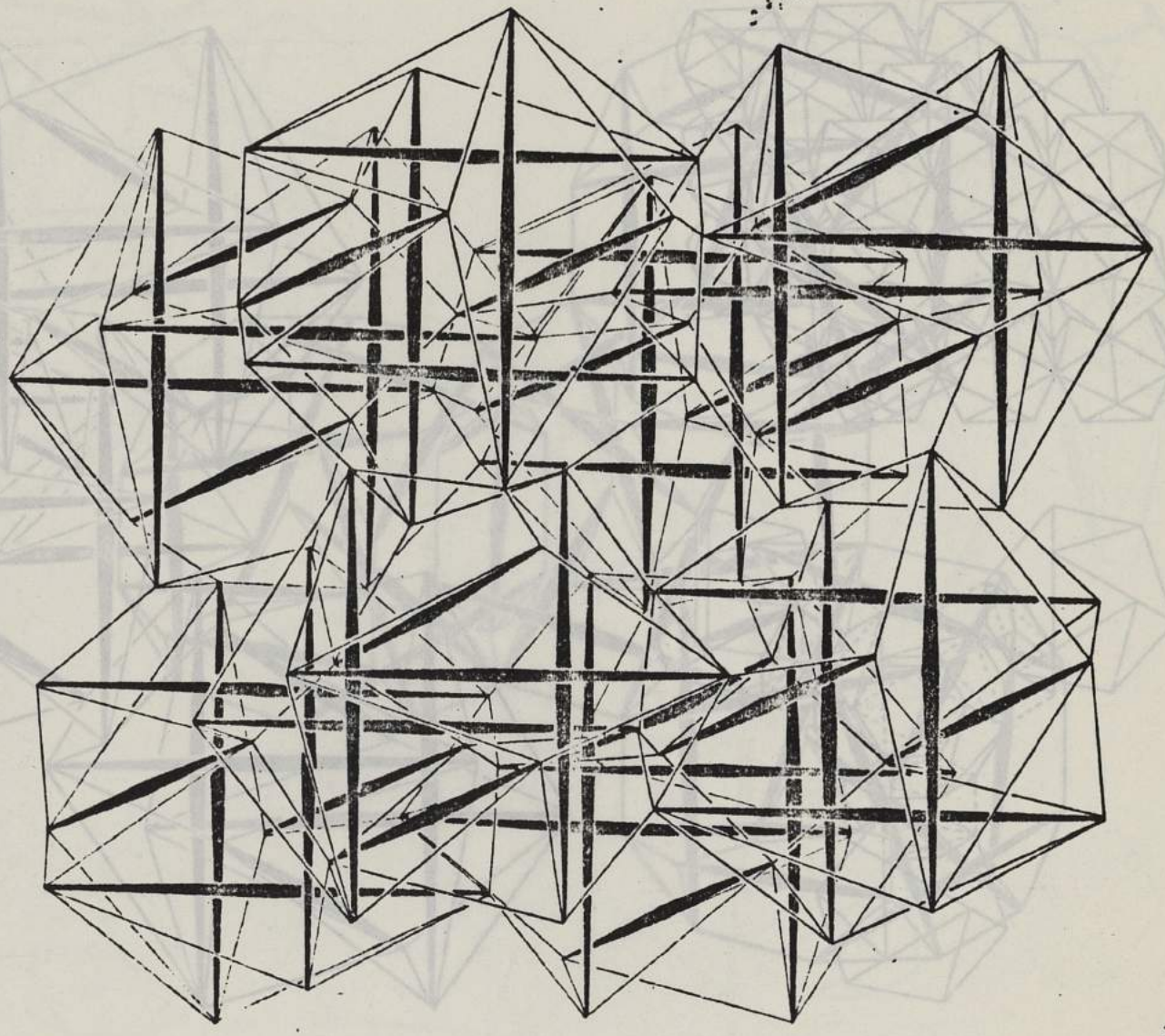




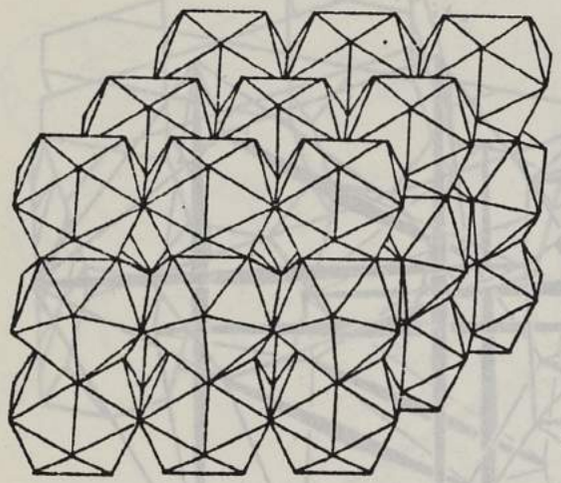
8 ICOSA ORTHOGONAL

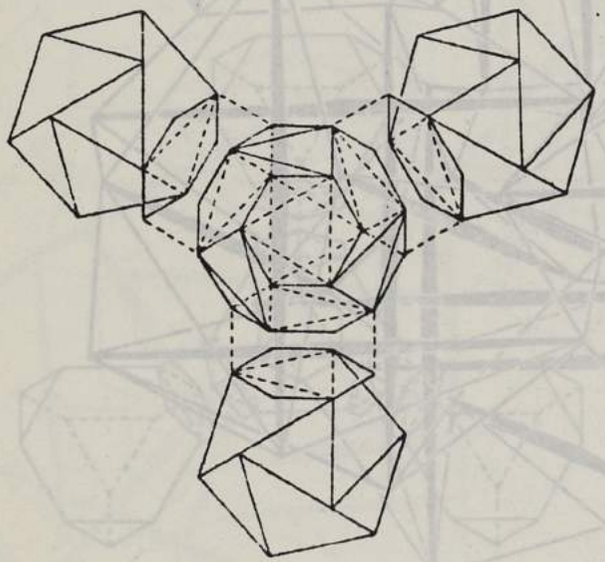


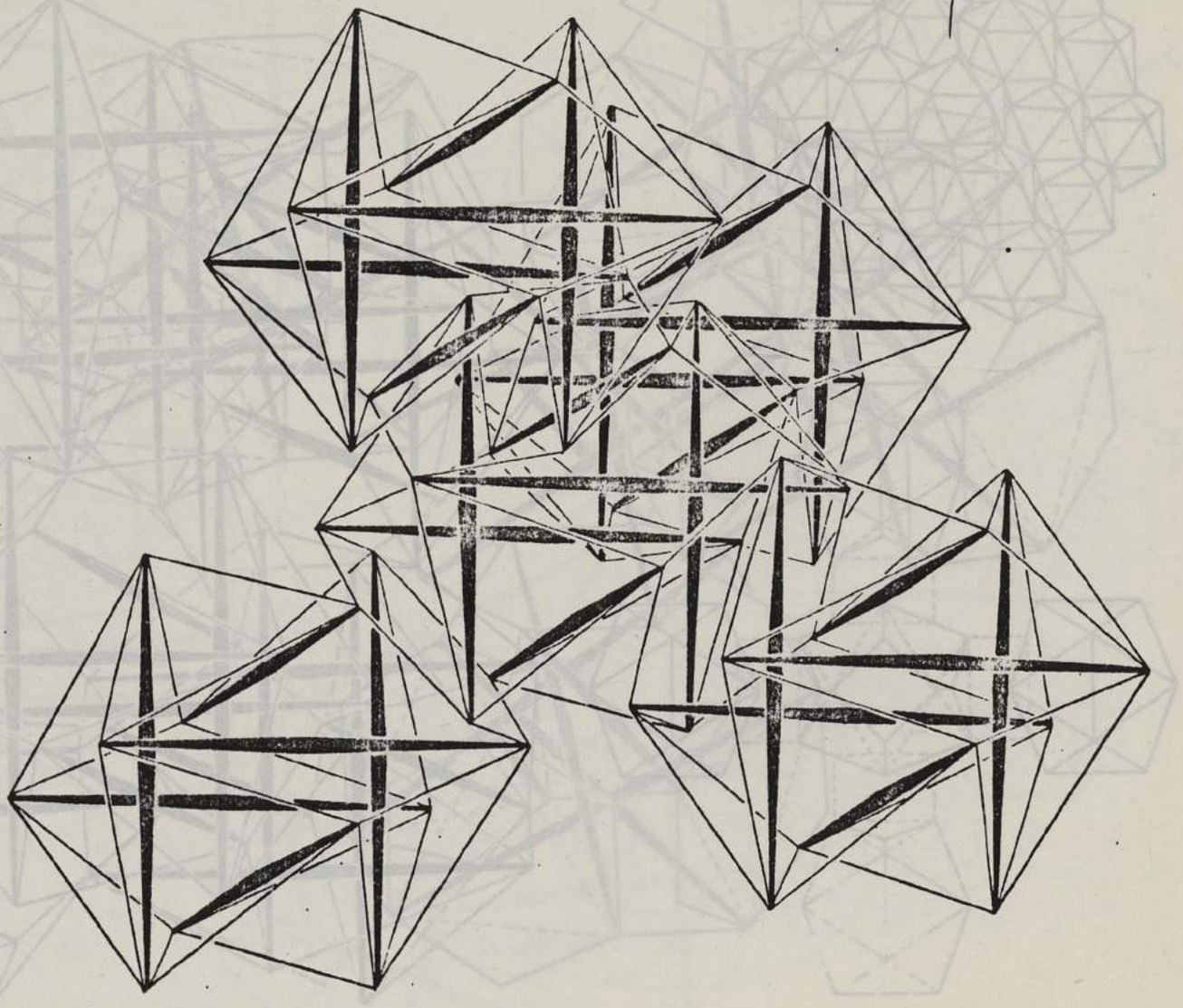




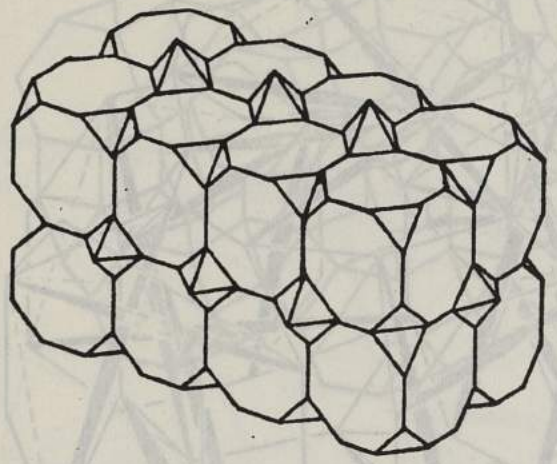
9 ICOSA HEXAGONAL

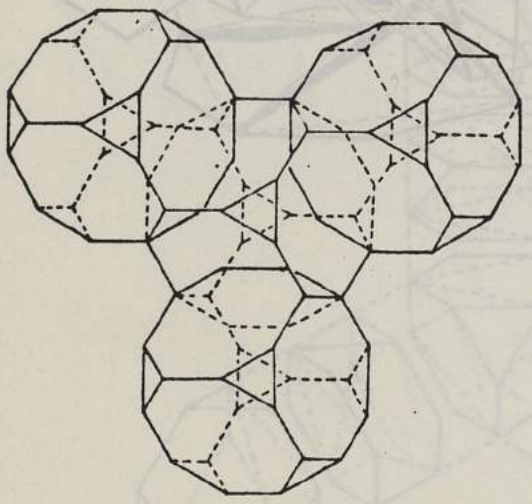


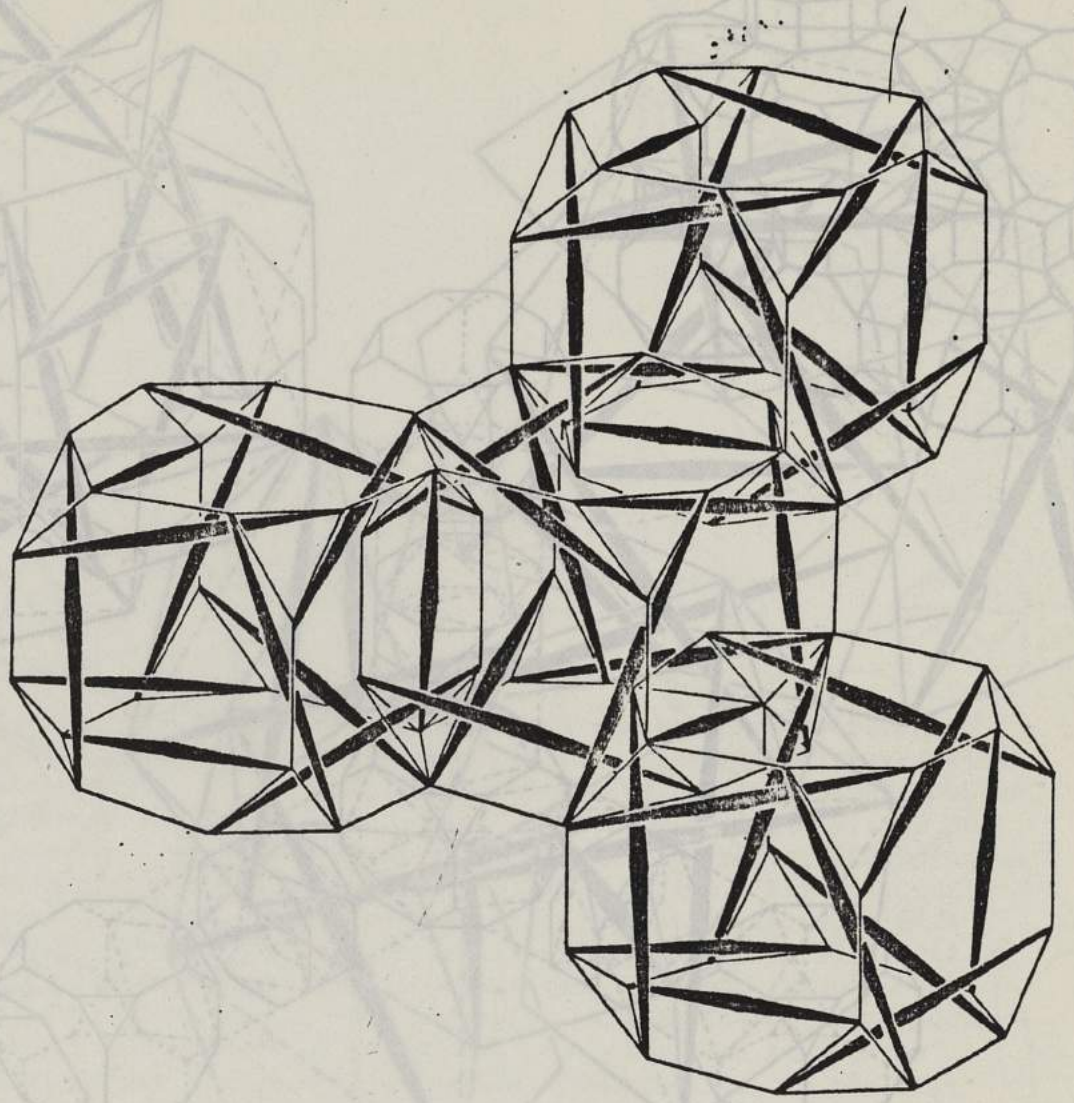




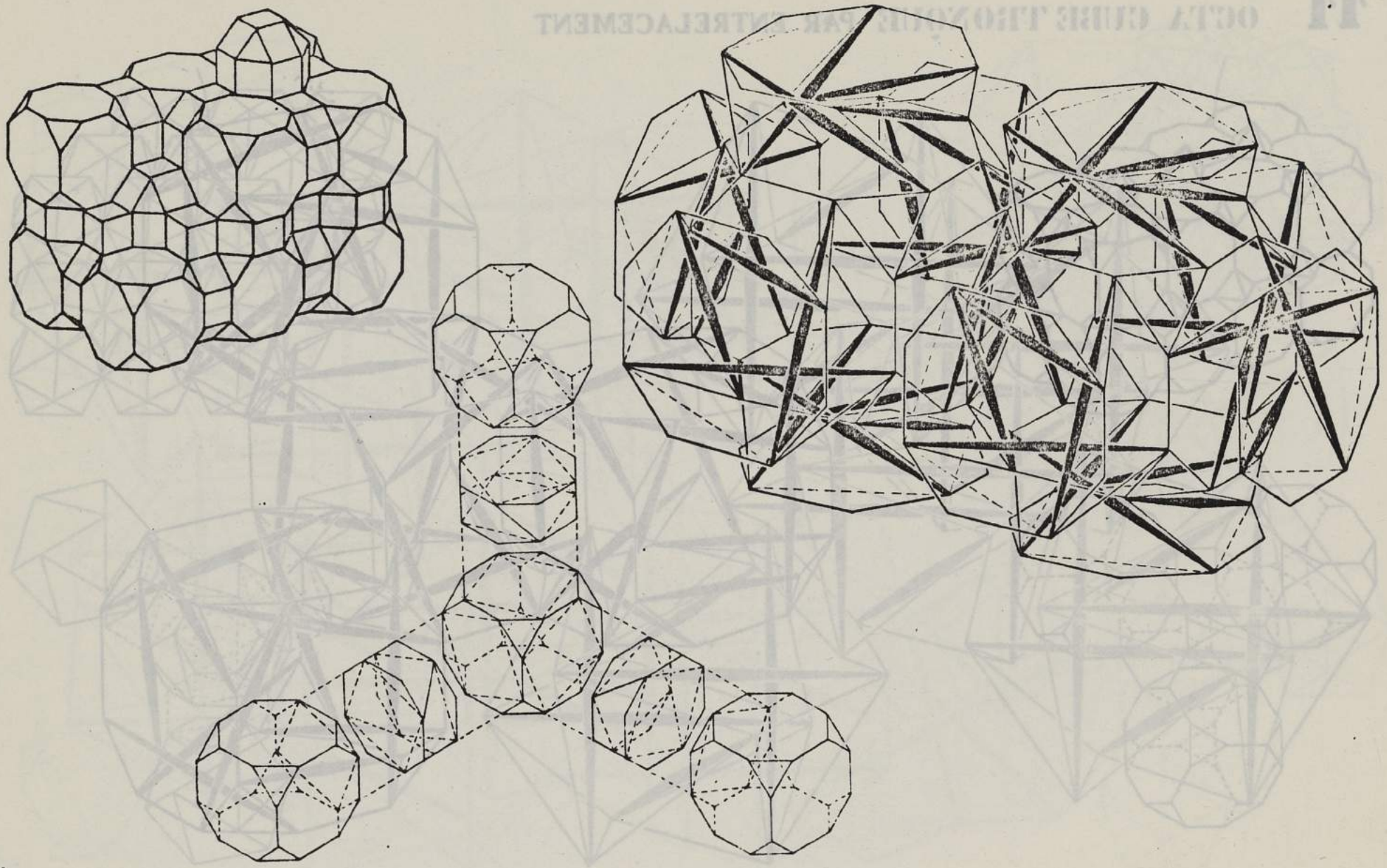
41 OCTA CUBE TRONQUE PAR ENTRELACEMENT



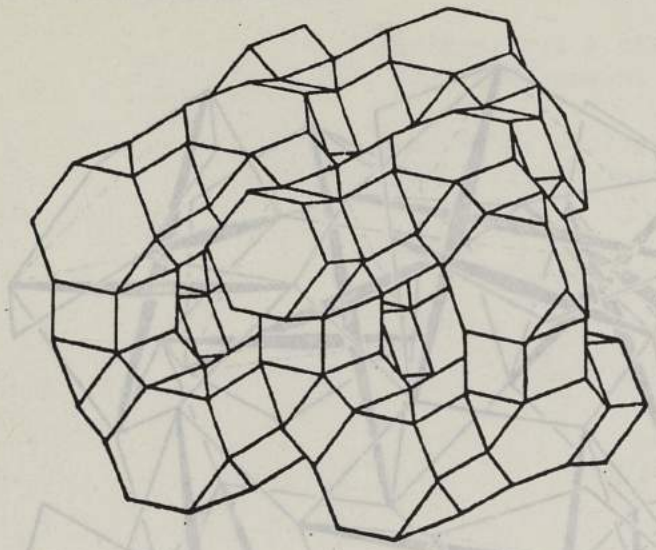


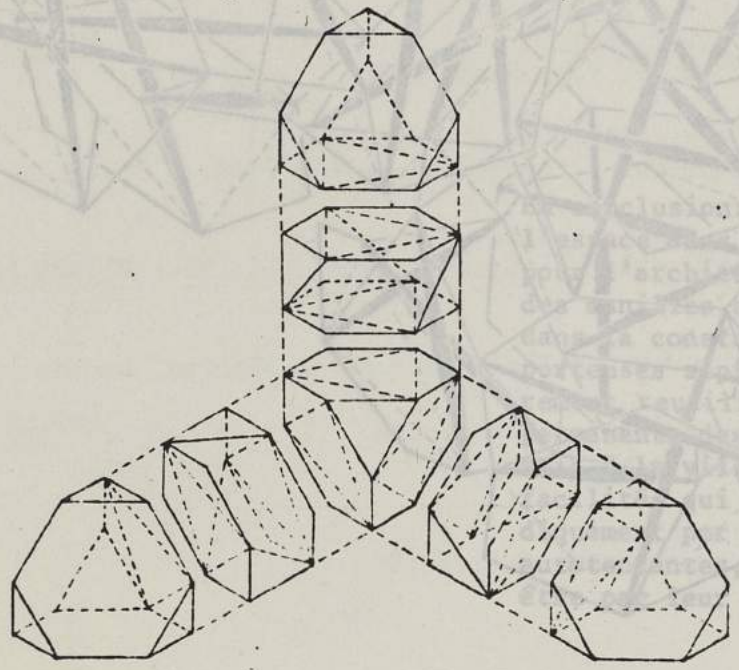


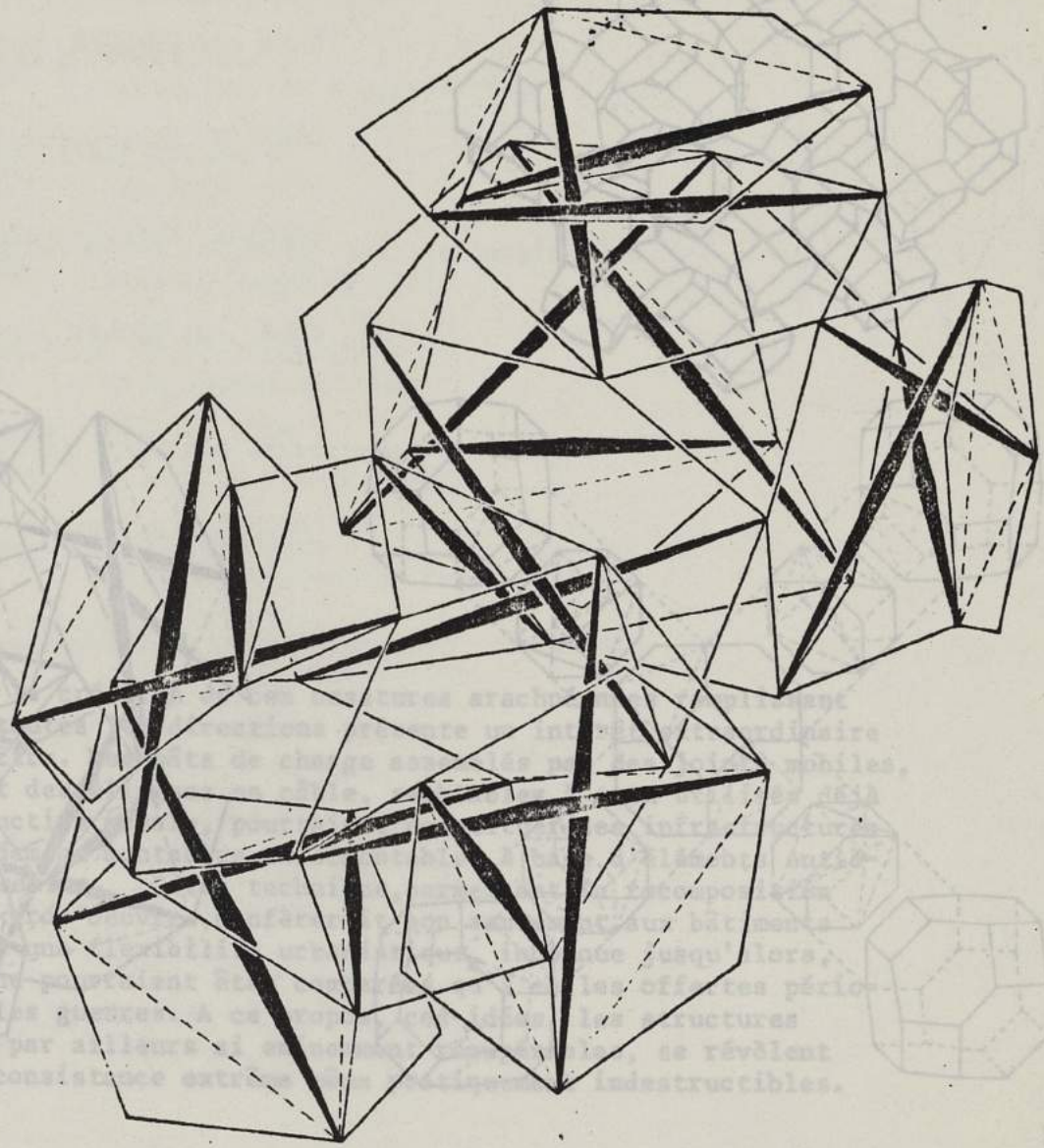
16 CUBE Pt RHOMBICUBOCTA CUBE TRONQUE PRISMATIQUE



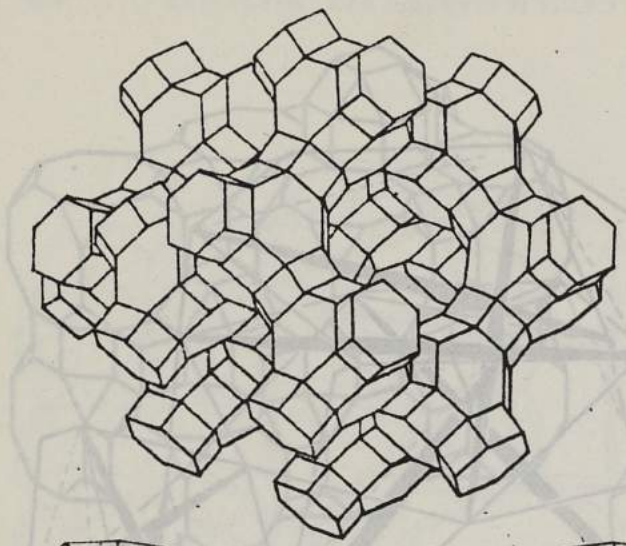
17 TETRA TRONQUE PRISMATIQUE

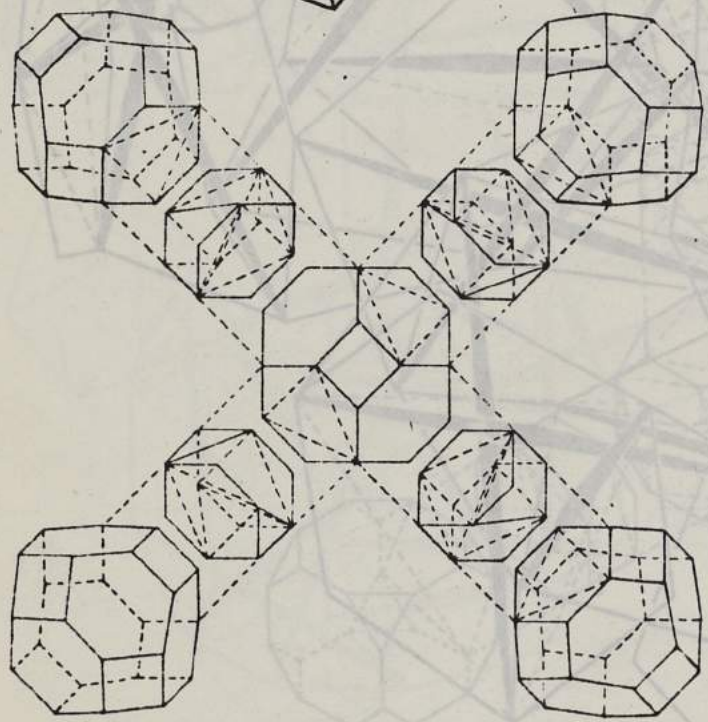


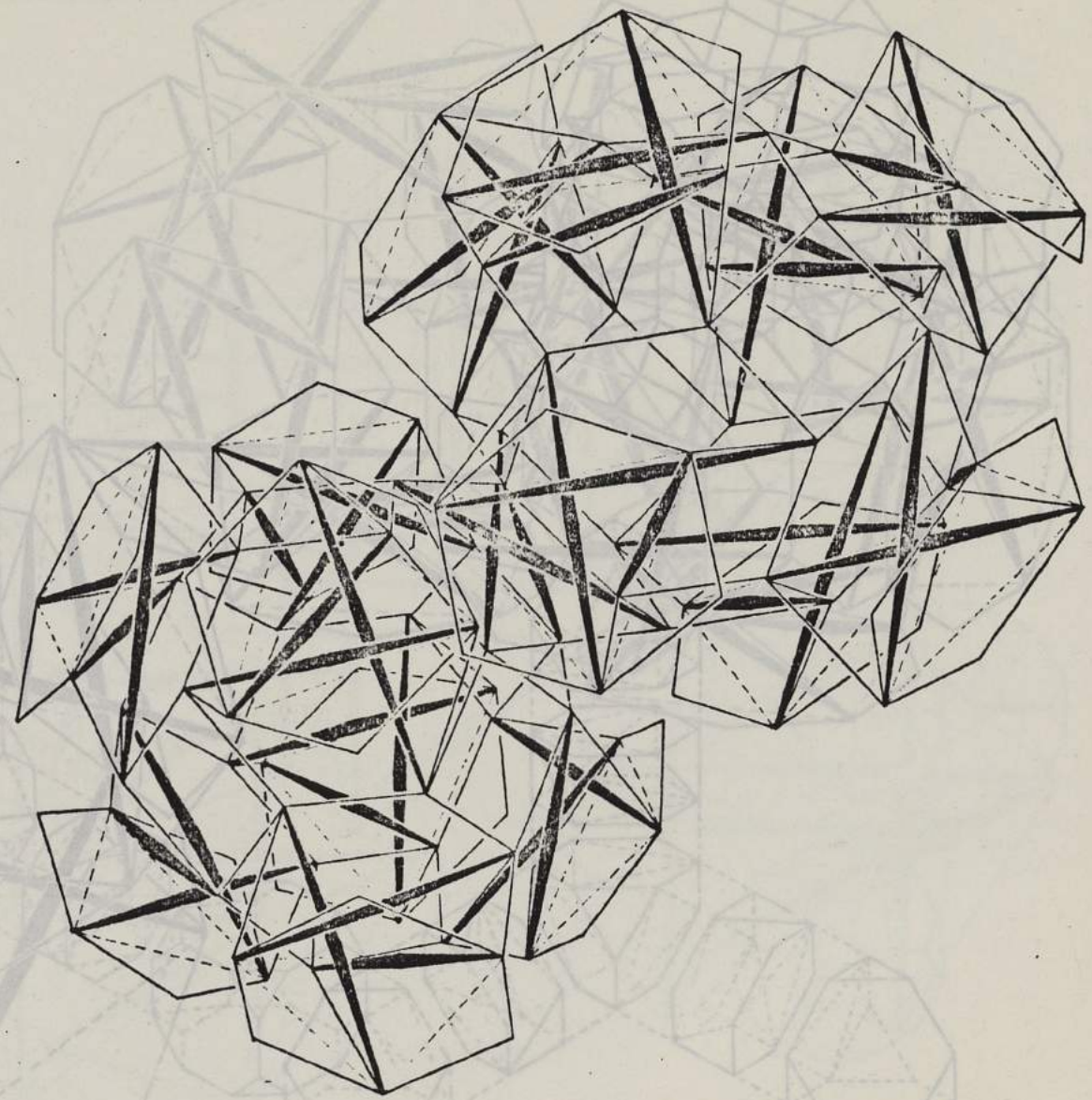




19 TETRAKAIDECA ELAGUE PRISMATIQUE







CONCLUSION

En conclusion: la création de ces ossatures arachnéennes remplissant l'espace dans toutes les directions présente un intérêt extraordinaire pour l'architectre. Des mâts de charge assemblés par des joints mobiles, des manilles et des élingues en câble, semblables à ceux utilisés déjà dans la construction navale, pourraient constituer des infrastructures porteuses rapidement montables et démontables à base d'éléments entièrement reutilisables. Cette technique,permettant la recomposition permanente des gros-oeuvres,confèrerait non seulement aux bâtiments mais à la ville une flexibilité urbanistique, inconnue jusqu'alors, facilités qui ne pourraient être comparées qu'à celles offertes périodiquement par les guerres. A ce propos, ces idées, les structures autotendantes, par ailleurs si eminemment récupérables, se révèlent être par leur consistance extrême même pratiquement indestructibles.

BIBLIOGRAPHIE

ANDREINI Sulle Reti Poliedri Regulari e Semiregulari
Soc. Ital. Delle Scienza Vol. XIV 1907

BALL and COXETER Mathematical Recreations and Essays
University of Toronto Press 1974

COXETER Introduction to Geometry
John Wiley and Sons New- York 1961

COXETER Regular Polytopes
Mac Millan New-York 1963

CUNDY and ROLLET Mathematical Models
Clarendon Oxford 1961

D'ARCY THOMPSON On Growth and Form
Cambridge University Press 1942

FOURREY Curiosités Géométriques
Vuibert et Nony Paris 1907

EMMERICH Structures Stéréométriques et Réseaux
Techniques et Architecture N°5 1963; N°1 1965

EMMERICH Constructions Autotendantes
Architecture d'Aujourd'hui N° 115 1964; N° 309 1976

EMMERICH Réseaux
Int. Conf. on Space Structures Blackwel London 1966

EMMERICH Géométrie Constructive Morphologie
Grande Masse Paris 1967

FEJES TOTH Regular Figures
Pergamon Press Oxford 1964

GHEORGHIU et DRAGOMIR La Représentation des Structures Constructives
Eyrolles Paris 1968

HAJOS Bevezetes a Geometriaba
Tankonyvkiado Budapest 1966

HARESH HALVANI Trans Polyhedra
New-York 1977

HILBERT and COHN-VOSSEN Geometry and tne Imagination
Chelsea New-York 1952

HILTON Mathematical Crystallography
Dover New-York 1963

HOLDEN and SINGER Crystals and Crystal Growing
Doubleday New-York 1960

HOLDEN Shapes Space and Symmetry
Columbia University Press 1971

JAMNITZER Perspectiva Corporum Regularum Nuremberg 1568
Alain Brieux Paris 1964

KEPLER Harmonices Mundi Libri V
Linz 1619 in folio

LIETZMAN Anschauliche Topologie
Oldenburg Munchen 1955

LINES Solid Geometry
Dover New-York 1965

LYUSTERNIK Convex Figures and Polyhedra
Dover New-York 1963

PHILLIPS An Introduction to Crystallography
Longman New-York 1971

RADUREAU Mémoires sur les Figures Isocèles
Journal de l'Ecole Polytechnique Paris 1881

SOMMERVILLE An Introduction to the Geometry of N Dimensions
Dover New-York 1958

STEINHAUSS Mathématiques en Instantanés
Flammarion Paris 1964

STEINITZ et RADEMACHER Vorlesungen Uber Die Theorie Der Polyeder
Springer Berlin 1934

VIOLLET-LE-DUC Entretiens sur l'Architecture
Morel Paris 1863

WACHMAN, BURT, KLEINMANN Infinite Polyhedra
Technion Haïfa 1974

WELLS The Third Dimension in Chemistry
Oxford University Press 1956

WELLS Three Dimensionnal Net and Polyhedra
Wiley New-York 1977

WENNINGER Polyhedron Models
Cambridge University Press 1971

WEYL Symmetry
Princeton University Press 1952

ZALGALLER Convex Polyhedra with Regular Faces
Mathematical Institut Leningrad 1969

TABLE DES MATIERES

	page
INTRODUCTION	3
SYSTEMES STEREOMETRIQUES	15
POLYGONES ET TESSELLATIONS	17
Assemblage des polygones	18
Tessellations régulièers, semi-régulières, composites	28
Tessellations automorphes	70
POLYEDRES	79
Polyèdres isocèles	82
Polyèdres réciproques	102
Polyèdres composites	112
RESEAUX	141
Corrugations	142
Réseaux double nappe plans	149
Réseaux double nappe courbes	160
EMPILEMENTS	163
Empilements compacts	166
Empilements lâches et Hyperpolyèdres	191
STRUCTURES AUTOTENDANTES	215
CONSTRUCTION AUTOTENDANTE	217
Autotendants élémentaires	223
Autotendants composites	230
Polyèdres	250
MATS	275
Mâts juxtaposés	280
Mâts interpénétrés	288
Mâts entrelacés	298
RESEAUX DOUBLE NAPPE	305
Réseaux plans	305
Réseaux courbes	330
EMPILEMENTS AUTOTENDANTS	341
Empilements par juxtaposition	341
Empilements à barres discontinues	345
BIBLIOGRAPHIE	358