



HAL
open science

Infrastructures didactiques pour la formation des professeurs

Gisèle Cirade

► **To cite this version:**

Gisèle Cirade. Infrastructures didactiques pour la formation des professeurs: le cas de l'étude de praxéologies d'enseignement. *Educação Matemática Pesquisa*, 2019, 21 (4), pp.338-356. 10.23925/1983-3156.2019v21i4p338-356 . hal-03103879

HAL Id: hal-03103879

<https://hal.science/hal-03103879>

Submitted on 17 Jan 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Infrastructures didactiques pour la formation des professeurs : le cas de l'étude de praxéologies d'enseignement

GISELE CIRADE¹

Abstract. We propose to examine the question of didactic infrastructures that are useful or indispensable for the training of mathematics teachers, as part of a project aimed at fostering student engagement in the design of mathematical and didactic praxeologies, in a *scientifically based* way. After highlighting some of the *raisons d'être* for *praxeologies of corpus study*, we identify some of the conditions and constraints to the implementation of such a project in a teacher training institution.

Résumé. Nous proposons d'examiner la question des infrastructures didactiques utiles ou indispensables pour la formation des professeurs de mathématiques, dans le cadre d'un projet visant à favoriser l'engagement des étudiants dans un travail de conception des praxéologies mathématiques et didactiques de façon *scientifiquement fondée*. Après avoir mis en évidence quelques-unes des raisons d'être des *praxéologies d'étude de corpus*, nous dégagons certaines des conditions et contraintes pesant sur la mise en place d'un tel projet dans une institution de formation de professeurs.

1. La professionnalisation du métier

1.1. La formation des professeurs en France : un bref historique

Concernant la formation des maîtres en France, il est paru récemment un ouvrage rédigé sous la direction d'Antoine Prost (2014), que l'on présente rapidement par le biais du résumé proposé en quatrième de couverture :

L'Education nationale est-elle capable de former ses maîtres ? On peut en douter, car elle a recruté beaucoup d'enseignants sans juger nécessaire de les former. Elle a pourtant créé dans ce but plusieurs institutions : écoles normales d'instituteurs, centres de formation de PEGC, ENNA (Ecoles normales nationales d'apprentissage), CPR (Centres pédagogiques régionaux), MAFPEN (Missions académiques pour la formation des personnels de l'Education nationale) qui ont fusionné dans les IUFM (Instituts universitaires de formation des maîtres). Comment ces institutions ont-elles évolué ? Comment la formation des maîtres est-elle devenue une question centrale du débat sur l'école ? [...] Une équipe d'historiens propose ici une vue d'ensemble de la formation des maîtres dans sa diversité depuis 1940, dont la première histoire objective des IUFM.

Dans une note de lecture de cet ouvrage, Marcel Grandière (2015, p. 139) mentionne à propos de la section intitulée « Des débuts difficiles. Naissance et construction des IUFM, 1990-1997 » qu'il est « dommage que [...] les évolutions quant aux questionnements sur la formation et la professionnalisation ne soient pas abordées », avant de présenter la question de la « professionnalisation du métier d'enseignant » comme l'un des « quelques grands sujets » sur lesquels « d'autres études suivront sûrement ». La question est en effet de taille et, à cet égard,

¹ UMR EFTS, Université Toulouse Jean Jaurès, France – gisele.cirade@univ-tlse2.fr

El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza

Eje 4. *La formación docente ante el reto de la profesionalización del oficio de profesor: aportes de la TAD*

l'évolution du cadre institutionnel n'est pas neutre. Sans évoquer les soubresauts récents qui ont conduit en 2013 à la création des écoles supérieures du professorat et de l'éducation (ESPE), notons simplement que la loi du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école (2005) indique que « dans un délai maximum de trois ans à compter de la publication de la présente loi, les instituts universitaires de formation des maîtres sont intégrés dans l'une des universités auxquelles ils sont rattachés ». La question d'une « formation professionnelle d'université » (Chevallard & Cirade, 2009) se pose alors de façon insistante et c'est l'occasion de reformuler avec encore plus de force les liens entre la formation et la recherche :

L'université faillirait à sa mission si elle n'offrait à la formation des enseignants que des *lectores* à la science sûre, certes, mais sans portée d'intelligibilité contextuelle et d'efficacité concrète *en matière professionnelle*. C'est tout à rebours qu'il faut aller. Construire des réponses *R*[▼] appropriées impose d'élaborer à *nouveaux frais*, sans fausses économies, des *techniques* d'enseignement que l'on éprouvera de mille façons, des *technologies* qui projettent sur elles une intelligibilité adéquate, enracinées dans des *théories* dont on ne saurait attendre qu'elles existent toutes faites, intégralement, dans le royaume des savoirs académiques, et qu'il faudra donc bien continuer de produire. L'université ne doit pas se contenter de fournir à la formation des enseignants de sûrs *lectores*. Il est vital qu'elle accepte l'aventure exaltante de se muer en *auctor* collectif, sans arrogance, sans forfanterie, avec la générosité due à des professions qui, chaque jour, contribuent vaille que vaille à donner à la société sa propre intelligibilité et à chacun de ses membres l'intelligence des situations vécues. (p. 55)

C'est dans cette optique que nous proposons cette contribution.

1.2. Les compétences professionnelles du métier

Avec le « cahier des charges de la formation des maîtres en institut universitaire de formation des maîtres » (Ministère de l'Éducation nationale [MEN], 2007), une liste de « dix compétences » visées en « formation professionnelle initiale » est proposée². Cette liste fournit un découpage en grands types de tâches de l'équipement praxéologique du professeur :

- agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable ;
- maîtriser la langue française pour enseigner et communiquer ;
- maîtriser les disciplines et avoir une bonne culture générale ;
- concevoir et mettre en œuvre son enseignement ;
- organiser le travail de la classe ;
- prendre en compte la diversité des élèves ;
- évaluer les élèves ;
- maîtriser les technologies de l'information et de la communication ;
- travailler en équipe et coopérer avec les parents et les partenaires de l'école ;
- se former et innover. (*Ibid.*)

La liste de ces compétences sera ensuite reprise en 2010, sans évolution notable, puis en 2013, lorsque paraît le « référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation » (MEN, 2013) qui précise que « chaque compétence du référentiel est

2. Ce cahier des charges succède à un texte définissant la *mission du professeur* (MEN, 1997), proposant de « préciser quelles sont les compétences professionnelles générales du professeur », avec en substance un contenu peu différent de celui du cahier des charges.

accompagnée d'items qui en détaillent les composantes et en précisent le champ » et propose cinq « compétences communes à tous les professeurs », les trois dernières étant signalées comme s'adressant à eux en tant que « praticiens experts des apprentissages » :

P 1. Maîtriser les savoirs disciplinaires et leur didactique

P 2. Maîtriser la langue française dans le cadre de son enseignement

P 3. Construire, mettre en œuvre et animer des situations d'enseignement et d'apprentissage prenant en compte la diversité des élèves

P 4. Organiser et assurer un mode de fonctionnement du groupe favorisant l'apprentissage et la socialisation des élèves

P 5. Évaluer les progrès et les acquisitions des élèves (*ibid.*)

À titre d'exemple, considérons ici un item précisant la compétence P 3 :

– Savoir préparer les séquences de classe et, pour cela, définir des programmations et des progressions ; identifier les objectifs, contenus, dispositifs, obstacles didactiques, stratégies d'étayage, modalités d'entraînement et d'évaluation. (*Ibid.*)

On peut ici identifier un type de tâches emblématique : préparer une séquence, ainsi qu'un autre, qui lui est directement lié : définir une programmation et une progression. On voit aussi apparaître des sous-types de tâches³ du premier : identifier les objectifs, identifier les contenus⁴, etc. Sans poursuivre l'analyse des compétences professionnelles susmentionnées, on note que l'on voit se dégager ce qui va constituer l'enjeu de l'étude en formation des professeurs. Nous allons maintenant poser le problème autrement, en partant, non pas des « compétences » à acquérir, mais des « questions à étudier dans les systèmes didactiques de formation des enseignants [qui] sont principalement produites par la question Q_f : comment occuper la position de professeur dans les systèmes didactiques scolaires ? » (Artaud, Bourgade, Cirade & Sémidor, 2016) :

Cela suppose d'identifier un certain nombre de types de tâches $T_{\pi i}$ à accomplir dans cette position et de répondre aux questions $Q_{\pi i}$, « Comment accomplir $T_{\pi i}$ » ? [*sic*] Le problème de la transposition didactique des praxéologies à enseigner se pose alors comme dans tout système didactique, et se déploie [*sic*] en de multiples sous-problèmes parmi lesquels on peut citer : Quelles sont les questions à étudier ? Quelles sont les réponses à apporter ? D'où viennent-elles ? Quelles conditions et quelles contraintes influent sur la diffusion de questions et de réponses constituées dans les institutions de production des savoirs pertinents, et notamment la recherche en didactique ?

Précisons ce que sont les types de tâches $T_{\pi i}$ en reprenant la modélisation proposée par Yves Chevillard (2002) du « problème praxéologique du professeur ». Après avoir indiqué que « le professeur de mathématiques a mission de réaliser des tâches d'un type *unique*, T_{π} », où T_{π} consiste à « *mettre en place*, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine *organisation de savoir* "mathématique" » (p. 5), Y. Chevillard précise que « le type de tâches T_{π} se déploie en une multiplicité de types de tâches $T_{\pi}^{(k)}$ » (p. 6). Ce sont ces types de tâches $T_{\pi}^{(k)}$ qui sont ici notés $T_{\pi i}$.

3. Au sens défini par Michèle Artaud : on dit que T est un sous-type de tâches de T' dans une certaine institution si T entre dans l'accomplissement de la technique relative à T' .

4. On n'interrogera pas ici les termes séquence, programmation, progression, objectif, contenu, etc.

Il s'agit là de questions relatives aux praxéologies d'*enseignement* et la question se pose alors des praxéologies de *formation*, que les auteurs précédemment cités présentent ainsi : « Comment aider la communauté d'étude à étudier les questions Q_{π} ? Tel est le second problème auquel doit s'affronter le formateur, problème qui n'est pas sans lien avec le précédent. »

1.3. Les difficultés du métier de formateur

Nous allons maintenant considérer une réflexion à propos des *difficultés* rencontrées par les formateurs⁵ dans l'exercice de leur métier. Avant de prendre connaissance de la teneur de cette réflexion, arrêtons-nous un instant sur la question des *difficultés* que l'on peut rencontrer *dans l'exercice d'un métier*, en notant qu'« une difficulté ayant été reconnue par une personne ou une institution ξ , elle peut se transmuier, pour une personne ou une institution ξ^* , en une *question* à laquelle il convient d'apporter une *réponse* » et que « la reconnaissance qu'une difficulté affecte l'exercice du métier, sa transmutation en une question Q , la construction d'une réponse R et le contrôle de la validité et de la valeur de cette réponse relèvent par définition de la *noosphère du métier* » (Chevallard, 2013, p. 88). Signalons que si, dans la suite de son texte, Yves Chevallard se centre sur le métier de *professeur* (de mathématiques), il se place en fait tout d'abord dans le cadre plus général de l'exercice d'un métier. Nous choisirons ici de nous placer dans le cadre du métier de *formateur* et nous considérerons maintenant la réflexion mentionnée plus haut⁶ :

J'ai des grandes difficultés pour justifier aux étudiants se préparant au métier de professeur la nécessité d'effectuer une analyse praxéologique mathématique – expliciter les types de tâches, les techniques et les technologies d'une organisation mathématique – ainsi que l'analyse praxéologique didactique et la relation entre les deux. Les étudiants trouvent ce travail excessif. Il faudrait développer comment faire l'analyse didactique dans le cadre de la TAD.

On peut distinguer, dans cet énoncé, deux aspects : tout d'abord, la question des *raisons d'être* d'une analyse didactique ; ensuite, la question de la *technique* à mettre en œuvre pour réaliser une analyse didactique. Notons bien évidemment que, par-delà la technique à mettre en œuvre, c'est la praxéologie elle-même qu'il faudra étudier. Et aussi qu'il faudra resituer cette question dans un cadre plus large, celui de l'équipement praxéologique de cette institution qu'est le métier de professeur. Pour étudier cette question, nous nous placerons dans le cadre de la problématique *primordiale*, que l'on peut énoncer ainsi :

Étant donné un projet d'activité Π_0 dans lequel telle institution ou telle personne U_0 envisage de s'engager, quel est, pour cette institution ou cette personne, l'équipement praxéologique $\{\wp\}$ qui peut être jugé indispensable ou simplement utile dans la conception et l'accomplissement de ce projet ? (Chevallard, 2011, p. 12)

Considérons le cas où U_0 est une institution de formation de professeurs et Π_0 le projet consistant à former des professeurs. La question est d'étudier les praxéologies \wp utiles ou indispensables pour réaliser un tel projet. Bien entendu, l'institution U_0 et le projet Π_0 vont être déterminants dans cette étude, mais dans tous les cas il s'agit, dans cette institution didactique U_0 , de mettre en place des praxéologies d'enseignement. On peut considérer qu'un système

5. Dans toute la suite, par *formateur* on entendra *formateur de professeurs* (de mathématiques).

6. Cette réflexion a été proposée par l'un des participants au congrès. On pourra aussi consulter en annexe 1 quelques questions posées par d'autres participants sur la formation des professeurs.

didactique se crée autour d'une question Q , avec des étudiants X et des aides à l'étude Y , pour réunir un milieu d'étude M et s'y confronter afin de produire une réponse R^\heartsuit , ce que l'on modélise par le schéma herbartien, présenté ici sous sa forme semi-développée :

$$[S(X; Y; Q) \rightarrow M] \rightsquigarrow R^\heartsuit.$$

Le milieu de l'étude, M , qui est réuni est évolutif : il s'enrichit au fur et à mesure du processus d'étude. Il est constitué d'œuvres O parmi lesquelles on distingue des œuvres particulières, des réponses R_i^\diamond et des questions Q_j , ce que l'on note $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, Q_{n+1}, \dots, Q_m, O_{m+1}, \dots, O_p\}$,

où

les symboles R_i^\diamond sont toujours des réponses « toutes faites », présentes dans la culture (et par exemple sur Internet), dont la valeur (et, en particulier, la validité) n'est bien sûr pas garantie. Les symboles Q_j désignent les questions engendrées par l'étude de Q , tandis que les symboles O_k sont d'autres œuvres (dont l'emploi soulèvera d'autres questions). (Chevallard, 2017, p. 47)

On peut partir d'une grande question *génératrice*, comme la suivante : « Comment mettre en place, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine organisation de savoir mathématique ? » On aura ici reconnu Q_π . Mais, comme on le verra ultérieurement, on peut aussi choisir de considérer comme question Q toute question engendrée par l'étude de Q_π .

Un tel processus d'étude va introduire dans le milieu M des praxéologies d'enseignement, que l'on aura à analyser et à évaluer dans le but de développer des produits didactiques. Pour les systèmes didactiques étudiés ici, une réponse R_i^\diamond peut être le compte rendu d'une séance en classe, un extrait de manuel, un site internet de professeur, etc. Il va donc falloir *observer*, *analyser* et *évaluer* des corpus⁷, qui peuvent être de nature diverse, et on voit que, en sus des praxéologies d'enseignement *stricto sensu*, on est amené à intégrer dans le milieu M des *praxéologies d'étude de corpus* : il s'agit là d'un enjeu de taille au niveau de la formation.

2. Les raisons d'être de l'analyse didactique

Reprenons maintenant la difficulté signalée plus haut, en ne gardant que la première partie de son énoncé : « Il est très difficile de justifier aux étudiants se préparant au métier de professeur la nécessité d'effectuer une analyse praxéologique mathématique [...] ainsi que l'analyse praxéologique didactique et la relation entre les deux. » La question porte sur les *raisons d'être* de l'analyse didactique – et sur la façon de les mettre en évidence. C'est ce point que nous allons étudier dans ce qui suit, où nous aborderons à la fois l'*analyse praxéologique de l'œuvre* et l'*analyse praxéologique de la direction d'étude*, qui passera notamment par le repérage des moments de l'étude, par le biais de quelques exemples qui s'appuient sur des travaux réalisés dans le cadre de la formation des professeurs à l'ESPE Toulouse Midi-Pyrénées.

2.1. Les moyennes pondérées en classe de 4^e

Nous allons prendre un premier exemple portant sur les *mathématiques à enseigner*. En reprenant le schéma herbartien (voir la section 1.3), il se constitue alors en formation un système

7. Un *corpus* est un ensemble de documents utilisés pour une étude. Dans le cas qui nous intéresse ici, à savoir l'étude de praxéologies d'enseignement, on peut proposer une petite liste (non exhaustive) de types de corpus : « [Comptes rendus] de séances en classe (tapuscrit ou vidéo). Traces écrites d'une séquence. Mémoire professionnel. Questions posées par des élèves professeurs. Réponses à des questionnaires. Rapports de maîtres de stage (tuteur). Site internet de professeurs. Ouvrages pour la classe, documents ressources, etc. » (Artaud & Cirade, 2012).

didactique autour d'une question Q du type « Quelles sont les mathématiques à enseigner ? », qui sera étudiée dans le cas du calcul de la moyenne au collège. Au fur et à mesure de l'étude, le milieu M s'enrichira de réponses R_i^\diamond – un extrait de programme, des extraits de manuel, etc. –, de questions Q_j – « Que dit le programme de la classe à ce sujet ? », « Qu'appelle-t-on une moyenne pondérée ? », « Qu'en disent les manuels ? », etc. –, ainsi que d'œuvres O_k . Parmi ces œuvres, on note un ouvrage intitulé *Les moyennes*, mais d'autres œuvres sont introduites, qui sont peut-être moins « visibles » mais qui sont essentielles car ce sont elles qui vont permettre l'analyse des documents susmentionnés (l'extrait de programme, les extraits de manuels, l'ouvrage, etc.) : ce sont les praxéologies d'analyse de corpus – que nous ne ferons que mentionner ici.

Partons d'un extrait du programme de la classe de 4^e (élèves de 13-14 ans) en vigueur à la rentrée 2009 (MEN, 2008, p. 27). Dans le domaine *Organisation et gestion de données, fonctions*, le secteur *Traitement des données* propose un thème intitulé *Moyennes pondérées* présenté comme suit :

Connaissances

Moyennes pondérées.

Capacités

- Calculer la moyenne d'une série de données.
- Créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.
- Créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul.

Commentaires

Les élèves sont confrontés à des situations familières où deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre :

- somme des n données divisée par n ,
- *moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs*.

Les élèves doivent savoir calculer, pour de petits effectifs, une moyenne par la procédure de leur choix. Pour des effectifs plus grands, cette procédure est basée sur l'usage du tableur ou de la calculatrice.

L'analyse praxéologique va notamment passer par l'identification des types de tâches à étudier. Dans le cas considéré, le principal type de tâches est donné dans la première ligne des *Capacités* : « Calculer la moyenne d'une série de données. » Les commentaires proposent quant à eux des indications techniques, en précisant que « deux procédés de calcul différents de la moyenne sont mis en œuvre : somme des n données divisée par n , *moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs* », le deuxième procédé renvoyant à la mention *Moyennes pondérées* figurant dans les connaissances. Il s'avère que cette mention crée une certaine confusion, ainsi qu'on peut le constater en formation et, comme nous allons le voir, par le biais de l'analyse de certains manuels.

Avant cela, revenons sur la technique à mettre en œuvre pour calculer une moyenne. À la lumière des commentaires qui sont proposés, on peut sommairement l'analyser en distinguant trois cas :

- on connaît la liste des données et les valeurs correspondantes sont (presque) deux à deux distinctes : additionner les données et diviser leur somme par l'effectif total de la série ;

- on connaît la liste des données et les valeurs correspondantes sont nettement en plus petit nombre que les données : dresser le tableau de distribution des effectifs et procéder comme dans le cas suivant ;
- on connaît le tableau de distribution des effectifs : calculer le produit de chaque valeur par l'effectif correspondant, additionner ces produits et diviser la somme obtenue par l'effectif total.

Dans les deux derniers cas, la moyenne de la série est effectivement obtenue en calculant la *moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs* au sens de la définition proposée dans un ouvrage intitulé *Les moyennes* (Antoine, 1998), où il est indiqué qu'« il est parfois intéressant de privilégier certains éléments d'une liste dont on désire la moyenne » et qu'« une méthode possible et fréquemment utilisée consiste à “pondérer” ces éléments » (pp. 97). L'auteur passe ensuite à la définition (très large) que l'on reproduit ci-après :

Définition. On appelle p -moyenne pondérée dans A (selon la loi $*$ supposée associative), toute application notée \tilde{m} de E^p dans E , vérifiant les axiomes :

$$\text{Ax. 1. } \forall \alpha_i \in A, 1 \leq i \leq p \text{ avec } \sum_{i=1}^p \alpha_i \neq 0 \text{ et } \forall a_i \in E$$

l'équation $\alpha_1 x * \dots * \alpha_p x = \alpha_1 a_1 * \dots * \alpha_p a_p$ admet une unique solution dans E notée $\tilde{m}(\alpha_1 a_1, \dots, \alpha_p a_p)$.

$$\text{Ax. 2. } \inf(a_1, \dots, a_p) \leq \tilde{m}(\alpha_1 a_1, \dots, \alpha_p a_p) \leq \sup(a_1, \dots, a_p).$$

L'élément $\tilde{m}(\alpha_1 a_1, \dots, \alpha_p a_p)$ est appelé moyenne de la liste (a_1, \dots, a_p) pondérée respectivement par $(\alpha_1, \dots, \alpha_p)$. (p. 98)

On peut par exemple calculer la moyenne de la liste (12, 8, 14, 8, 8, 16) pondérée⁸ respectivement par (5, 2, 3, 8, 7, 1), mais cela ne correspond pas à une moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs, ce que l'on peut constater avec le tableau suivant, qui n'est clairement pas un tableau de distribution des effectifs :

12	8	14	8	8	16
5	2	3	8	7	1

Examinons maintenant ce qui est proposé dans les manuels, par le biais de deux d'entre eux⁹. Commençons par un manuel de la collection Transmath (Maze et al., 2007), qui propose une rubrique intitulée *Cours. Les connaissances fondamentales* dont nous reproduisons ci-dessous deux extraits (figure 1). L'analyse praxéologique permet de mettre en évidence que le manuel ne propose pas de *définition* de la moyenne d'une série, mais qu'elle fournit une *technique* permettant de la calculer – dans le premier cas quand la série est donnée par *une liste*, dans le second par *un tableau de distribution des effectifs*.

8. Les pondérations sont ici entières, mais on aurait pu faire un autre choix.

9. Le premier de ces manuels est paru en 2007, mais le programme en vigueur à l'époque ne présentait pas de différences significatives pour ce qui nous importe ici.

1 Moyenne des valeurs d'une série

Pour calculer la moyenne des valeurs d'une série :

- on additionne toutes les valeurs de la série,
- puis on divise cette somme par l'effectif total de la série.

2 Moyenne pondérée

Pour calculer la moyenne des valeurs d'une série, pondérées par leurs effectifs :

- on multiplie chaque valeur par son effectif,
- on additionne tous les produits obtenus,
- puis on divise cette somme par l'effectif total de la série.

Figure 1. Moyenne et moyenne pondérée (*ibid.*, p. 168).

Aucun lien n'est fait entre ces deux techniques, présentées comme permettant d'accomplir deux types de tâches différents. C'est l'analyse de l'environnement technologico-théorique qui va permettre de faire émerger la *justification* de la première technique, avec la *définition* de la moyenne, ainsi que celle de la deuxième technique, qui renvoie à une *propriété* que l'on peut exprimer comme suit : la moyenne d'une série statistique est égale à la *moyenne pondérée des valeurs par leurs effectifs*, au sens donné dans l'ouvrage de C. Antoine (1998). Propriété qu'il faudra bien évidemment justifier.

Poursuivons notre analyse avec un manuel de la collection Triangle (Chapiron et al., 2011). La rubrique *Connaissances* propose une page divisée en deux sections, *Moyenne* et *Moyenne pondérée*, avec dans chaque cas une définition (figure 2).

1 Moyenne Exercices 18 à 22 p. 134

DÉFINITION
La **moyenne** d'une série de valeurs est le nombre obtenu en additionnant ces valeurs et en divisant par le nombre de valeurs.

2 Moyenne pondérée Exercices 23 à 29 p. 135

Lorsqu'on donne un coefficient à chaque valeur, on peut alors calculer la moyenne pondérée.

DÉFINITION
La **moyenne pondérée** d'une série de valeurs est le nombre obtenu en additionnant les produits de chaque valeur par son coefficient et en divisant le résultat par la somme des coefficients.

Figure 2. Moyenne et moyenne pondérée (*ibid.*, p. 130).

On retrouve ici la même distinction au niveau du type de tâches que dans le manuel précédent, mais la suite du deuxième extrait est instructive (figure 3).

➤ **Exemple :** À un concours, les mathématiques ont un coefficient 5, la physique un coefficient 3 et la géologie un coefficient 2.
Carine a eu 11 en mathématiques, 9 en physique et 12 en géologie. Quelle est sa moyenne ?
Somme des produits de chaque valeur par son coefficient :
 $11 \times 5 + 9 \times 3 + 12 \times 2 = 106.$
La somme des coefficients est :
 $5 + 3 + 2 = 10.$
On a $\frac{106}{10} = 10,6.$
La moyenne de Carine est donc 10,6.

Figure 3. Moyenne pondérée (*ibid.*, p. 130).

Car il s'agit ici d'une autre sorte de moyenne que l'on calcule, la moyenne d'une liste de nombres *pondérée* par une liste de coefficients. Dans le manuel précédent, même si la présentation peut prêter à confusion, il s'agit dans les deux cas du type de tâches « Calculer la

moyenne d'une série de données » et la technique est présentée en distinguant le cas où la série est donnée sous forme de liste et celui où elle est donnée par le biais de son tableau de distribution des effectifs. Ici, même si dans les deux cas il s'agit du même type de tâches, « Calculer une moyenne », on a deux sous-types de tâches différents, le second étant relatif à des données *pondérées par des coefficients*. Bien sûr, dans le cas considéré les coefficients sont entiers et on peut toujours se ramener à une série, en l'occurrence (11, 11, 11, 11, 11, 9, 9, 9, 12, 12). Mais il s'agit d'une modélisation qui ne doit pas masquer une interprétation du texte du programme qui manque de pertinence.

Ce qui importe ici, c'est que la question initiale à laquelle un (élève) professeur est confronté, à savoir « Quelles sont les mathématiques à enseigner ? », peut s'étudier *scientifiquement* : la notion de praxéologie fournit un *modèle* permettant d'analyser, et donc de mieux *comprendre*, ce qui est proposé dans le programme, ce que l'on trouve dans les manuels, etc. Dans le cas considéré ici, les questions que l'on va (se) poser porteront, de façon non indépendante, sur les quatre composantes de la praxéologie considérée, même si cette dernière n'apparaît pas immédiatement comme étant ponctuelle. On voit ainsi : que le type de tâches est le même ; que les différences entre moyenne et moyenne pondérée sont de nature technique et tiennent à la série (notamment à sa taille mais, surtout, à la façon dont on la connaît : liste, tableau de distribution des effectifs, graphique) ; que l'on a, non pas deux définitions, mais une définition et une propriété, et que la propriété se justifie ; que, dans tous les cas, on résume une série de valeurs par un nombre qui équirépartit les valeurs dans la population ; etc. L'analyse praxéologique permet de faire évoluer le rapport des étudiants aux objets considérés – ici aux mathématiques à enseigner.

2.2. La médiane (statistique) en classe de 3^e

Passons maintenant à un deuxième exemple, portant sur la détermination de la médiane qui figure au programme de la classe de 3^e (élèves de 14-15 ans) à la rentrée 2009. Comme précédemment, il se constitue en formation un système didactique autour d'une question *Q* du type « Quelles sont les mathématiques à enseigner ? ». Mais on verra que, dans ce cas, l'analyse des corpus recueillis va permettre de faire émerger une question portant sur la *mise en place* de ces mathématiques, et l'étude de cette (nouvelle) question va pouvoir se faire en introduisant dans le (nouveau) milieu le modèle des moments de l'étude.

Concernant la section intitulée *Statistique*, le programme indique dans la colonne *Capacités* : « Une série statistique étant donnée (sous forme de liste ou de tableau ou par une représentation graphique) : *déterminer une valeur médiane de cette série et en donner la signification* [...] » (MEN, 2008, p. 34).

Examinons un manuel de la collection Phare¹⁰ (Brault et al., 2008). Il est subdivisé en chapitres qui sont eux-mêmes subdivisés en différentes rubriques présentées en début d'ouvrage (p. 3) ; nous retiendrons trois d'entre elles avec la présentation qui en est faite :

- *Activités*. Les activités permettent de revoir et de découvrir des notions.
- *Cours*. Il est nécessaire d'apprendre son cours avant de l'utiliser dans les exercices.

10. Ce manuel de la collection Phare a été publié en 2008, mais le programme alors en vigueur était le même concernant ce que nous examinons.

– *Savoir-faire*. Cette rubrique propose un exercice corrigé qui te servira à résoudre des exercices du même type.

Dans la rubrique *Activités*, on trouve des énoncés censés permettre de faire émerger les praxéologies mathématiques, comme par exemple celle qui est constituée autour du type de tâches *T* : « Déterminer une valeur médiane ». Ce manuel propose ainsi une activité dont nous reproduisons le début de l'énoncé (figure 4).

2 Je découvre la médiane d'une série statistique

Deux groupes d'élèves d'une classe de 3^e ont été évalués en salle informatique. Voici les deux séries de notes obtenues :

Groupe 1	Groupe 2
15; 4; 13; 6; 3; 19; 15; 15; 4; 15; 5; 12; 4	18; 12; 6; 7; 18; 7; 17; 9; 7; 8; 6; 13; 7; 5

Figure 4. La rubrique *Activités* (*ibid.*, p. 180).

La rubrique *Cours*, qui a pour objectif de faire une synthèse des résultats dégagés, propose ensuite une définition de la médiane ainsi qu'une technique pour la déterminer en s'appuyant sur deux spécimens (figure 5).

• Cas où *N* est impair

EXEMPLE : *N* = 7

8; 10; 12; **13**; 14; 15; 18

3 données 3 données

↑
médiane

La médiane de cette série est 13.
Cela signifie qu'il y a autant de données inférieures ou égales à 13 que de données supérieures ou égales à 13.

• Cas où *N* est pair

EXEMPLE : *N* = 10

1; 2; 5; 7; 9; **10**; 11; 11; 16; 17

5 données 5 données

↑
médiane

La médiane est la demi-somme de 9 et 10.
 $\frac{9+10}{2} = \frac{19}{2} = 9,5$
La médiane est donc 9,5.

Figure 5. La rubrique *Cours* (*ibid.*, p. 182).

Dans la rubrique *Savoir-faire* qui vient après, on trouve deux sections : 1. J'apprends à étudier une liste de données ; 2. J'apprends à étudier un tableau de données. La deuxième section propose la détermination de la médiane dans un cas jusqu'alors inédit, celui où la série est donnée sous forme de tableau (figure 6).

2 J'APPRENS À Étudier un tableau de données

Énoncé : On a demandé à 20 élèves d'une classe, leur nombre de frères et sœurs.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	4
Effectif	5	7	6	2

- Calculer la moyenne de cette série.
- Déterminer la médiane de cette série. Justifier la réponse.
- Interpréter les résultats obtenus aux questions précédentes.

Figure 6. La rubrique *Savoir-faire* (*ibid.*, p. 187).

On peut alors noter que la rubrique *Cours* proposée par le manuel de la collection Phare n'explique la technique que dans le cas où la série est donnée par une (petite) liste, et qu'il faut attendre la rubrique *Savoir-faire* du manuel pour voir d'autres types de séries mentionnés par le programme, celles qui sont données sous forme de tableau ou par une représentation graphique (ce dernier cas est proposé à l'étude dans la rubrique *Savoir-faire*, par le biais d'un énoncé sans éléments de correction).

Dans un tel cas, le travail réalisé en formation commence comme précédemment par l'analyse praxéologique des mathématiques proposées à l'étude dans le manuel, et on note à nouveau l'importance de distinguer les divers sous-types de tâches, correspondant ici aux différentes façons dont la série statistique est définie. Mais un élément surgit alors, qui est maintenant d'ordre didactique et que l'analyse à l'aide des moments de l'étude va permettre de mettre au jour. La rubrique *Savoir-faire* vise en fait à réaliser à la fois un (nouvel) épisode du

moment exploratoire et un épisode du *moment du travail* de l'organisation praxéologique, mais sans que les aménagements que l'on est amené à apporter à la technique soient ensuite repris dans la synthèse (qui est déjà faite et sur laquelle on ne reviendra pas : le *moment de l'institutionnalisation* est déjà réalisé sur le papier). Un travail peut alors s'engager en formation, afin de préciser les *fonctions* des différents moments de l'étude et l'importance de les réaliser tous d'une façon qui permette de mettre en place une organisation mathématique robuste. Cela permet notamment de travailler sur la réalisation temporelle des moments, et donc sur l'agencement des épisodes qui permettent d'avancer dans l'étude : on est clairement dans le cas d'une technique (didactique) qui n'a rien de linéaire, pour laquelle il faut accepter de réaliser les épisodes de façon éclatée dans le temps, de différer volontairement certains d'entre eux, notamment en ne réalisant pas trop tôt le moment de l'institutionnalisation, etc. Autant d'aspects qui s'avèrent difficiles à gérer, notamment mais pas exclusivement, pour des débutants.

2.3. Le triangle rectangle et son cercle circonscrit en classe de 4^e

Les deux corpus que nous venons d'exploiter sont issus de manuels scolaires et permettent de mettre en évidence des raisons d'être de l'analyse didactique dans le cadre de la formation des professeurs. Nous allons maintenant choisir un compte rendu d'observation d'une séance en classe, ce qui présente l'avantage de donner à voir le processus d'étude. Une telle séance est une réponse R_i^\diamond à une question du type : « Comment mettre en place [...] une certaine organisation de savoir mathématique ? », et le compte rendu est une des pièces du corpus sur lequel l'étude va pouvoir s'appuyer. Lors du processus d'étude en formation, le milieu M va venir s'enrichir de questions Q_j portant sur les praxéologies mathématiques enseignées, sur celles qui sont visées dans les énoncés des « exercices » proposés aux élèves, sur la direction de l'étude mise en œuvre par le professeur, sur les scénarios alternatifs possibles, etc. Au titre des autres œuvres O_k , on citera notamment – en ne nommant que les éléments technologiques – les activités d'étude et de recherche (AER), le modèle des moments de l'étude, les différents paradigmes de l'étude, etc.

La séance¹¹ a été réalisée en janvier 2015 dans une classe de 4^e (élèves de 14-15 ans) ; elle porte sur la géométrie plane, plus précisément sur le triangle rectangle et son cercle circonscrit, thème à propos duquel le programme en vigueur cette année-là comporte notamment les mentions suivantes (MEN, 2008, p. 30) :

Connaissances

Triangle rectangle : cercle circonscrit.

Capacités

Caractériser le triangle rectangle par son inscription dans un demi-cercle dont le diamètre est un côté du triangle. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.

L'observation *in situ* a permis la rédaction d'un compte rendu qui, sans s'attacher à reproduire *verbatim* les échanges qui ont eu lieu lors de la séance, permet de dégager des éléments pertinents pour l'analyse didactique, comme nous allons le voir. Commençons tout d'abord par présenter très brièvement la séance. La première partie est basée sur la consigne suivante, notée

11. Cette séance, d'une durée théorique de 55 minutes, a été réalisée par un élève professeur de l'ESPE Toulouse Midi-Pyrénées ; elle a été observée lors d'une visite effectuée par un formateur de l'ESPE.

au tableau par le professeur : « Placer un point M appartenant au cercle de diamètre [AB]. Tracer les côtés du triangle AMB. Que peut-on constater ? » Cette phase de l'étude dure un peu moins d'une demi-heure et est suivie d'une deuxième phase qui s'appuie successivement sur deux énoncés (figure 7). Dans le premier cas, la question 3 n'est pas abordée ; dans le deuxième cas, la classe produit une réponse et la construction est réalisée au tableau.

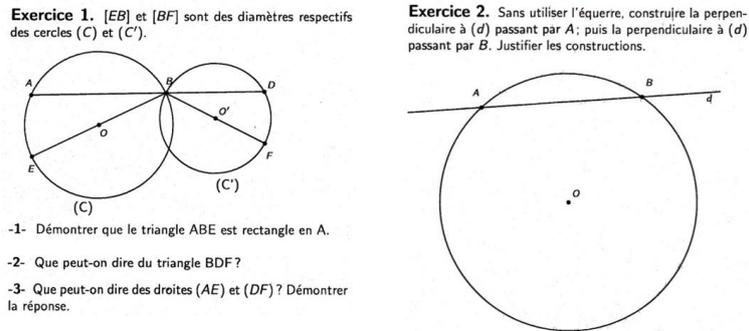


Figure 7. Les énoncés proposés pendant la deuxième phase de la séance.

Dégageons maintenant quelques éléments d'analyse. L'enjeu de l'étude est constitué autour du type de tâches T : « Démontrer qu'un triangle est rectangle et déterminer le sommet en lequel il est rectangle. » La technique τ peut se laisser analyser ainsi : « Identifier le cercle circonscrit au triangle et déterminer si l'un des côtés du triangle est un diamètre de ce cercle. Si c'est le cas, conclure que le triangle est rectangle en celui des points qui n'est pas l'une des extrémités de ce diamètre. » La technologie θ , quant à elle, est centrée autour de l'élément θ^\heartsuit que l'on peut énoncer de la façon suivante : « Si un point M appartient au cercle de diamètre [AB] tout en étant distinct de A et B, alors le triangle ABM est rectangle en M. » Passons maintenant à l'analyse de la direction de l'étude impulsée par le professeur pour mettre en place la praxéologie $\wp = [T / \tau / \theta / \Theta]$. Si l'on reprend le déroulement de la séance, on assiste tout d'abord à l'émergence de certains éléments technologiques, essentiellement de θ^\heartsuit : il s'agit là d'un épisode du moment technologico-théorique. Dans la deuxième phase – qui, par le biais de l'exercice 2, permet notamment de faire émerger la praxéologie \wp –, on assiste à des épisodes, quelquefois très brefs, de réalisation du moment de première rencontre, du moment exploratoire, du moment technologico-théorique et du moment du travail.

Dans ce cas, c'est l'organisation temporelle des (épisodes des) différents moments de l'étude qu'il va être intéressant d'étudier ; cela va notamment permettre de travailler sur l'organisation ternaire de l'étude – activités d'étude et de recherche (AER), exercices et problèmes, synthèses –, tout particulièrement sur ce qu'est une AER et quelles en sont les fonctions. Car l'analyse révèle que, pour faire émerger cette praxéologie \wp , le professeur commence par un épisode du moment technologico-théorique : l'élément technologique θ^\heartsuit apparaît dans la séance sans être (mathématiquement) motivé, dans le sens où aucun bloc pratico-technique avec lequel il pourrait être mis en relation n'a déjà (plus ou moins bien) émergé – en fait, θ^\heartsuit viendra ensuite, dans la deuxième phase de la séance, *produire* la technique τ . À cet égard, l'énoncé proposé pour faire émerger θ^\heartsuit est d'ailleurs tout à fait significatif : derrière la question « Que peut-on constater ? » posée par le professeur, on peut entendre une autre question, « Quelle *propriété* peut-on constater ? » Le « problème » mis en avant par le professeur en début de séance est avant tout destiné à faire émerger un élément technologique, alors que « le point de départ d'une

AER se trouve, en principe, dans l'évocation (au moins), voire dans la réalisation dans la classe (au plus) d'une *situation du monde* $s = \{\sigma ; ; x, x', x'', \dots\}$ » (Chevallard, 2007, p. 735), et que

pour accomplir la tâche, censée être d'un type culturellement – sinon pratiquement – familier aux élèves [...], les acteurs de la situation du monde sont amenés à devoir accomplir une certaine tâche t , supposée pour eux *problématique* [...] Et c'est cette tâche problématique t , d'un type T qui est « à étudier » qu'il sera demandé aux élèves de chercher à accomplir en lieu et place des acteurs évoqués par l'énoncé du « problème ». (*Ibid.*, p. 736)

Aucune tâche t problématique, d'un certain type T à étudier, n'apparaît durant la première phase de la séance, la « constatation » qu'un triangle inscrit dans un demi-cercle est rectangle relevant de la technologie.

Si l'on analyse la suite de la séance, on constate que chacun des énoncés proposés lors de la phase 2 pourrait être choisi comme support d'activité d'étude et de recherche : dans le premier cas, la tâche consiste à déterminer la position relative de deux droites et l'on est amené à montrer que ABE est rectangle en A (tâche t) ; dans le second cas, elle consiste à construire la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné, et l'on est amené à montrer que BAB' est rectangle en A, où B' est le point diamétralement opposé à B (tâche t). Tous les matériaux sont réunis pour pouvoir proposer une AER – même si rien n'est joué pour autant, une difficulté (de taille) résidant dans la façon de diriger l'étude.

Cela nous renvoie aux « questions caractéristiques de la *problématique écologique* » (Chevallard, 1998) : « Qu'est-ce qui *existe*, et *pourquoi* ? Qu'est-ce qui *n'existe pas*, et *pourquoi* ? Et qu'est-ce qui *pourrait* exister ? Sous quelles *conditions* ? Quels *objets* sont poussés à vivre, ou au contraire sont empêchés de vivre, sous tel ensemble de conditions ? » On se trouve ici devant un cas, classique, d'objets qui sont empêchés de vivre dans les conditions actuelles, mais pour lesquels « le questionnement écologique permet de penser que, bien que soumis à de fortes contraintes, le réel peut subir des modifications d'un coût acceptable qui créent localement un nouvel état stable » (*ibid.*).

3. Les difficultés de l'analyse didactique

Dans la section précédente, nous avons exposé quelques-unes des raisons d'être de l'analyse didactique qu'il nous semble pertinent de mettre en évidence dans une formation (initiale) de professeurs. Plus largement, se pose la question des *infrastructures didactiques* en formation, au double sens de l'enjeu de l'étude (les praxéologies d'enseignement) et de la direction de l'étude (les praxéologies de formation), que nous allons maintenant aborder très succinctement. Pour cela, considérant un projet Π_0 visant à favoriser l'engagement des étudiants dans un travail de conception des praxéologies mathématiques et didactiques *de façon scientifiquement fondée*, nous allons dégager quelques conditions sous lesquelles ce projet devrait actuellement se développer.

3.1. Des conditions liées aux praxéologies d'étude de corpus

Comme nous l'avons signalé précédemment, l'introduction en formation du geste professionnel constituant à effectuer une analyse (évaluative) de corpus amène à introduire dans le milieu M des œuvres O_k permettant cette analyse, autrement dit des *praxéologies d'étude de corpus*. Nous nous placerons ici dans le cas où le corpus est un compte rendu de séance et, comme toujours,

L'analyse didactique va s'effectuer de façon dialectique selon deux axes, l'enjeu de l'étude et la direction de l'étude : c'est le *processus didactique* que l'on observe et les deux analyses sont indissociables. Nous partirons de difficultés rencontrées par les élèves professeurs lors de l'analyse didactique en nous restreignant ici à celles qui sont rencontrées dans l'analyse du type de tâches enjeu de l'étude. Si elles s'estompent généralement au fil du temps, ces difficultés doivent être prises en charge de façon adéquate dans le cadre de la formation.

Exemple 1. Un premier geste possible pour dégager le type de tâches consiste à s'appuyer sur la consigne qui est donnée aux élèves – soit oralement, soit par le biais d'un support écrit. Cela peut permettre de dégager la tâche (ou les tâches) à accomplir et de déterminer le type de tâches qui paraît modéliser adéquatement l'enjeu de l'étude – il faudra bien entendu s'assurer, en poursuivant l'analyse du compte rendu, que le modèle dégagé convient bien. Prenons comme exemple le cas d'une séance de géométrie en classe de 5^e (élèves de 12-13 ans), où la professeure propose aux élèves la consigne suivante : « Le sommet C du parallélogramme ABCD est sorti des limites de la feuille. Tracer la partie visible de la droite (AC). » On peut alors proposer comme type de tâches : « Le sommet C d'un parallélogramme ABCD est sorti des limites de la feuille. Tracer la partie visible de la droite (AC). » Cela dit, on notera que la distinction entre tâche et type de tâches s'avère difficile à mettre en place en géométrie, sans doute du fait qu'une tâche est alors perçue comme emblématique du type de tâches – une figure géométrique apparaissant comme un « générateur », brouillant donc les cartes entre tâche et type de tâches ¹².

Cet exemple n'épuise bien évidemment pas le sujet, notamment dans le cas où l'énoncé proposé à la classe est constitué de nombreuses questions et sous-questions, mais nous allons passer maintenant à un cas où, dans l'énoncé, les tâches à accomplir renvoient à tout autre chose qu'un type de tâches enjeu de l'étude.

Exemple 2. Dans le compte rendu d'une séance réalisée en classe de 2^{de} (élèves de 15-16 ans) en 2011-2012 sur les fonctions du second degré, le professeur commence par la correction d'un travail que les élèves avaient à réaliser hors classe et dont on reproduit ci-dessous l'énoncé (figure 8).

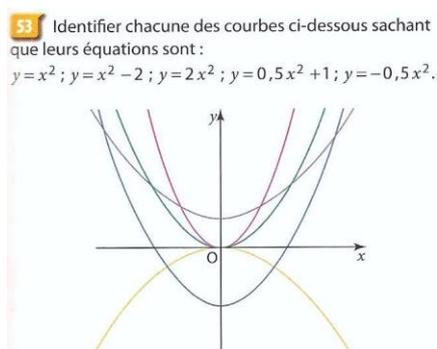


Figure 8. Extrait d'un compte rendu d'une séance en classe de 2^{de}.

Les interactions qui ont lieu lors de la correction permettent de mettre en évidence que ce sont essentiellement des éléments technologiques qui constituent ici l'enjeu de l'étude : lien entre

12. Le recours au numérique permet généralement de faire avancer l'étude de ce point de vue. Il est par contre plus facile de faire émerger la notion de technique dans un cadre géométrique, notamment en choisissant des problèmes de construction, sans doute du fait que des points apparaissent plus « générateurs » du type de tâches que des nombres.

signe du coefficient dominant et variations ; lien entre coordonnées du sommet et forme canonique ; etc. On a là un cas où le support proposé, s'il laisse voir des tâches à accomplir, permet essentiellement de contribuer au moment du travail de la technologie.

Ce compte rendu avait servi de support pour le mémoire professionnel d'une équipe d'élèves professeurs en 2012-2013, et la première analyse faite par l'équipe (version 2 du mémoire) avait fait apparaître le type de tâches suivant comme enjeu de l'étude : « Reconnaître la représentation graphique d'une fonction du second degré de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ parmi d'autres. » Dans la version 4, l'équipe indique :

Le type de tâches rencontré ici, « identifier chacune des courbes ci-dessous... » n'est qu'un prétexte pour travailler la technologie sur les coefficients d'un polynôme du second degré. On entre dans l'organisation par la technologie et non pas par le type de tâches, on travaille d'abord la technologie autour d'un type de tâches artificiel qu'on ne rencontrera plus dans la suite du travail.

avant de poursuivre en « [décrivant] donc uniquement la technique et la technologie associée [sic] », c'est-à-dire en considérant quand même ces tâches comme relevant d'un type de tâches enjeu de l'étude, et non pas comme permettant de *réaliser un épisode du moment du travail* de la technologie.

Exemple 3. Terminons avec un compte rendu d'une séance réalisée en classe de 3^e (élèves de 14-15 ans) en 2011-2012 et portant sur le calcul du PGCD, où des tâches accomplies par les élèves lors de la séance peuvent aussi être malencontreusement considérées par les élèves professeurs comme relevant de l'enjeu de l'étude. La classe a déjà travaillé sur le PGCD et la professeure est en mesure d'indiquer assez rapidement : « On cherche le PGCD. Donc pour ça je veux que vous utilisiez l'algorithme des soustractions successives qu'on a vu la semaine dernière. Si vous ne vous en rappelez pas, vous pouvez regarder le cours. » On arrive ensuite à la conclusion qu'il faut calculer le PGCD de 268 et 288 et les interactions se poursuivent dans la classe pour aboutir à des égalités dont nous n'avons reproduit que le début et la fin :

$$\begin{aligned} \text{PGCD}(288 ; 268) &= \text{PGCD}(268 ; 288 - 268) = \text{PGCD}(268 ; 20) \\ &= \text{PGCD}(20 ; 268 - 20) = \text{PGCD}(20 ; 248) \\ &= \text{PGCD}(20 ; 248 - 20) = \text{PGCD}(20 ; 228) \\ &\dots \\ &= \text{PGCD}(20 ; 28 - 20) = \text{PGCD}(20 ; 8) \end{aligned}$$

Si le type de tâches T_{PGCD} : « Calculer le PGCD de a et b . », par l'intermédiaire de la tâche t_{PGCD} : « Calculer le PGCD de 268 et 288. », est bien constitutif de l'enjeu de l'étude, ce n'est pas le cas des différentes tâches qui consistent à passer de $\text{PGCD}(288 ; 268)$ à $\text{PGCD}(268 ; 20)$, de $\text{PGCD}(268 ; 20)$ à $\text{PGCD}(20 ; 248)$, etc. Ces tâches relèvent d'un type de tâches qui, encore récemment, constituait un enjeu de l'étude dans la classe. Mais elles jouent maintenant le rôle de *tâches didactiques*, qui vont permettre de faire *émerger une nouvelle technique*¹³, celle de l'algorithme d'Euclide, ainsi que l'exemple proposé dans le « cours » à la fin de la séance le confirme (figure 9) :

13. La classe a déjà étudié l'algorithme des soustractions et la professeure souhaite mettre en place l'algorithme d'Euclide en choisissant un exemple où le nombre d'égalités à établir est beaucoup moins important dans la deuxième technique que dans la première : pour arriver à écrire que $\text{PGCD}(268 ; 288) = \text{PGCD}(20 ; 8)$, il faut 2 égalités avec l'algorithme d'Euclide, alors qu'il en fallait 14 avec l'algorithme des soustractions.

Exemple :
 Calcul du PGCD de 602 et 3780.
 $3780 = 602 \times 6 + 258$
 $602 = 258 \times 2 + 86$
 $258 = 86 \times 3 + 0$
 $\text{PGCD}(3780 ; 602) = \text{PGCD}(602 ; 258) = \text{PGCD}(258 ; 86) = 86$

Figure 9. Extrait d'un compte rendu d'une séance en classe de 3^e.

Comme dans l'exemple précédent, les *tâches* considérées sont *didactiques* ; elles font partie du milieu de l'étude sans relever de l'enjeu de l'étude, et permettent de *réaliser un épisode du moment exploratoire*.

3.2. Des conditions plus génériques

Nombreuses sont les conditions qui doivent être prises en compte lors de l'étude d'un projet tel que Π_0 , et l'on peut par exemple citer la primauté donnée à la technologie, considérée comme devant *produire* les techniques plutôt que *justifier* une technique en cours d'émergence, ou encore la non-disponibilité dans la profession de supports didactiques permettant de concevoir des collections d'AER. Bien sûr, les exemples précédemment fournis n'épuisent pas, loin de là, le travail à réaliser pour dégager les conditions liées aux praxéologies d'étude de corpus, et il serait important de le poursuivre en explorant d'autres niveaux de l'échelle de codétermination didactique. Pour ne donner qu'un exemple, en se situant au niveau le plus profond de l'échelle, on pourrait se placer à un niveau autre que celui du thème ou du sujet pour étudier les conditions liées aux secteurs, aux domaines et à la discipline (mathématique) elle-même. Cela dit, d'autres conditions sont très prégnantes. Par exemple, *le déni du besoin d'avoir un équipement praxéologique scientifiquement fondé*, qui nous semble être essentiellement dû à la péjoration du didactique dans nos sociétés, constitue selon nous l'une des contraintes les plus importantes dans le cadre d'un tel projet, car dans le métier de professeur et, plus largement, dans la semi-profession correspondante, la situation décrite par Y. Chevallard (1997) nous apparaît toujours d'actualité :

... on doit constater l'absence d'un langage assez riche et assez largement partagé pour permettre une analyse objective (et non pas simplement personnelle) des situations professionnelles même les plus courantes, avec en conséquence une faible capacité collective et individuelle à communiquer, à débattre, à penser même, à propos des objets d'une activité qui se laisse aisément enfermer, pour cela, dans la répétition du geste et le solipsisme technique. (p. 23)

Cela pèse très fortement sur la formation des professeurs et engendre nombre de difficultés auxquelles se heurtent les formateurs, comme celle que nous avons citée au début qui évoque la difficile justification auprès des étudiants de la nécessité de s'appuyer sur des outils scientifiquement fondés – notons que la question ne se pose pas concernant la discipline qu'ils sont censés enseigner.

Mais là ne s'arrête pas la source de ces difficultés qui tiennent bien évidemment à la complexité de l'enjeu de l'étude en formation, à savoir les *praxéologies d'enseignement*, mais aussi au faible développement des *praxéologies de formation*, et donc à la quasi-absence d'infrastructures didactiques pour la formation des professeurs. À travers les exemples que nous avons présentés, nous avons dégagé quelques éléments pouvant permettre de favoriser l'engagement des étudiants dans un travail scientifiquement outillé de conception des

praxéologies mathématiques et didactiques, mais il faudrait bien entendu poursuivre ce travail et multiplier les exemples pour arriver à développer ces infrastructures, en dégageant les principaux phénomènes didactiques à mettre en évidence, en proposant des situations qui montrent la force de l'utilisation des outils d'analyse (et d'évaluation) pour le développement des praxéologies d'enseignement, etc. Il s'agirait là d'étudier des conditions en tenant compte des contraintes liées à la position de formateur dans l'institution considérée. On retrouve ici, pour le chercheur qui souhaite travailler sur ces infrastructures, la problématique de base. Le chantier est immense.

Remerciements

Je tiens à remercier Michèle Artaud, à la fois pour les nombreux échanges que nous avons eus à l'occasion de la préparation de ma communication au 5^e congrès international sur la TAD et pour le travail que nous avons effectué ensemble sur les praxéologies d'étude de corpus (Artaud & Cirade, 2012), ainsi que Tomás Sierra pour son soutien indéfectible tout au long de ce travail.

Références

- Antoine, C. (1998). *Les moyennes*. Paris : PUF.
- Artaud, M., Bourgade, J.-P., Cirade, G. & Sémidor, P. (2016, mars). *Analyser des praxéologies de formation : apports de la TAD*. Symposium conduit lors du 4^e colloque international de l'ARCD, « Analyses didactiques des pratiques d'enseignement et de formation : quelles perspectives ? », Toulouse, France.
<https://arcd2016.sciencesconf.org/browse/session?sessionid=17180>
- Artaud, M. & Cirade, G. (2012, octobre). *Constituer et étudier un corpus : praxéologies issues de la théorie anthropologique du didactique (TAD)*. Conférence présentée lors des journées scientifiques du CCLEPoDI, « Curricula, didactiques, formation des enseignants : analyse de pratiques de classes. », Toulouse, France.
- Brault, R., Daro, I., Ferrero, C., Perros-Raimbourg, D. & Telmon, C. (2008). *Mathématiques 3^e* (collection Phare). Paris : Hachette.
- Chapiron, G., Mante, M., Mulet-Marquis, R. & Pérotin, C. (2011). *Mathématiques 4^e* (collection Triangle). Paris : Hatier.
- Chevallard, Y. (1997). Familiale et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3), 17-54.
- Chevallard, Y. (1998). La problématique écologique. Un style d'approche du didactique (Introduction). Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz & M.-H. Salin (Éds), *Actes de la IX^e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 101). Caen, France : ARDM et IUFM.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaen : Publicaciones de la Universidad de Jaén.
- Chevallard, Y. (2011). *Journal du Séminaire TAD/IDD 2010-2011* (Séance 2).
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=176

- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. Structures & fonctions. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Éds), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 3-22). Grenoble : La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (2013). L'évolution du paradigme scolaire et le devenir des mathématiques. Questions vives et problèmes cruciaux. Dans A. Bronner et al. (Éds), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage* (pp. 85-120). Grenoble, France : La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (2017). La TAD et son devenir : rappels, reprises, avancées. Dans G. Cirade et al. (Éds), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société* (pp. 27-65). <https://citad4.sciencesconf.org>
- Chevallard, Y. & Cirade, G. (2009). Pour une formation professionnelle d'université. Éléments d'une problématique de rupture. *Recherche et formation*, 60, 51-62.
- Grandière, M. (2015). PROST Antoine (dir.). La formation des maîtres de 1940 à 2010. Rennes : Presses universitaires de Rennes, 2014, 296 p. *Revue française de pédagogie*, 190, 135-139.
- LOI n° 2005-380 du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école (2005).
- Maze, M., Planchat, C., Puigredo, F. & Sérès, P. (2007). *Mathématiques 4^e* (collection Transmath). Paris : Nathan.
- Ministère de l'Éducation nationale. (1997). Mission du professeur exerçant en collège, en lycée d'enseignement général et technologique ou en lycée professionnel. *Bulletin officiel n° 22 du 29 mai 1997*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2007). Cahier des charges de la formation des maîtres en institut universitaire de formation des maîtres. *Bulletin officiel n° 1 du 4 janvier 2007*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2008). Programmes du collège. Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008*.
- Ministère de l'Éducation nationale. (2013). Référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation. *Bulletin officiel n° 30 du 25 juillet 2013*.
- Prost, A. (Éd.). (2014). *La formation des maîtres de 1940 à 2010*. Rennes, France : Presses universitaires de Rennes.

Annexe 1

Questions posées par les participants au 5^e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique sur les apports possibles de la TAD dans la formation des professeurs :

- Profesionalización de docentes en ejercicio.
- Quel devrait être, dans le cadre de la formation des professeurs de mathématiques de collège et de lycée, un parcours d'étude et de recherche visant l'analyse praxéologique d'une situation didactique ?
- In France, does TAD make part of the initial training of teachers?
- Est-ce que la TAD peut être utilisée dans la formation des enseignants ? Como utilizar a TAD na formação de professores?
- Comment utiliser la TAD dans une formation performante d'enseignants de lycée ?
- Quel serait l'utilité du modèle praxéologique dans la formation des futurs enseignants ?
- Je m'interroge sur l'utilisation de la TAD dans la formation des enseignants et les potentialités de cette approche sur l'évolution des pratiques enseignantes en particulier dans la prise en compte de l'enseignant des besoins d'apprentissage réels de ses élèves.