



HAL
open science

Les ingénieries de développement : à la recherche de déterminants de situations. Une étude de cas relative aux problèmes pour chercher.

Magali Hersant

► To cite this version:

Magali Hersant. Les ingénieries de développement : à la recherche de déterminants de situations. Une étude de cas relative aux problèmes pour chercher.. En amont et aval des ingénieries didactiques, 2, La Pensée Sauvage, pp.305-326, 2011. hal-03089649

HAL Id: hal-03089649

<https://hal.science/hal-03089649>

Submitted on 30 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MAGALI HERSANT¹

LES INGÉNIERIES DE DÉVELOPPEMENT : A LA RECHERCHE DE DÉTERMINANTS DE SITUATIONS, UNE ÉTUDE DE CAS RELATIVE AUX PROBLÈMES POUR CHERCHER

RÉSUMÉ

Dans son cours Perrin-Glorian (pp xx-xxx) définit une nouvelle forme d'ingénierie didactique tenant-compte des connaissances acquises dans le champ de la didactique des mathématiques sur les pratiques enseignantes et les classes ordinaires : les ingénieries de développement. Au sujet de ces ingénieries, une des questions qui se pose concerne le passage des situations didactiques produites dans le cadre d'ingénieries de développement à l'extérieur du groupe de production. Une des façons d'aborder cette problématique consiste à identifier les éléments des situations qui garantissent leur robustesse par rapport au savoir, ce que nous appelons les déterminants d'une situation. Dans le travail réalisé au cours de la 15^e école d'été de didactique des mathématiques, nous avons travaillé à l'identification des déterminants d'une situation relative à des « problèmes pour chercher ». Ce texte présente la méthodologie utilisée et les candidats déterminants identifiés pour cette situation. Il s'achève par une discussion sur ce qu'il conviendrait de retenir comme déterminants de cette situation et qui montre la difficulté de la tâche.

INTRODUCTION

Ce texte porte sur ce que Perrin-Glorian définit (pp xx-xxx) comme des *ingénieries didactiques de développement*, c'est-à-dire des ingénieries dont la finalité est la production de situations destinées à des classes « ordinaires ». Dans cette perspective, la question de la « migration » des situations didactiques produites dans le cadre de l'ingénierie à l'extérieur du groupe de production, est pensée et posée d'emblée. En particulier, obtenir une « migration réussie » d'une situation produite dans le cadre d'une ingénierie vers les classes ordinaires, consistant en une adaptation par les enseignants de cette situation à leurs contraintes et habitudes de fonctionnement tout en permettant que les élèves rencontrent la savoir visé, est un objectif majeur de ce travail d'ingénierie. Bien entendu, cette finalité n'exclut pas de dégager d'autres résultats pour la recherche ou de contribuer à la formation des enseignants, en particulier lorsque des enseignants participent à ces ingénieries.

Penser d'emblée la question d'une « migration réussie » des situations produites vers les classes ordinaires c'est poser la question du contrôle par la recherche du devenir des situations produites. Cela nécessite d'envisager autrement l'ingénierie didactique. En effet, dans les ingénieries didactiques *de première génération* le produit de la recherche est constitué de situations robustes du point de vue du milieu et du savoir qui cadrent fortement le déroulement en classe. Ces situations sont « testées » avec des enseignants chevronnés dont l'expertise permet qu'elles ne soient pas dénaturées (voir Perrin-Glorian, p. x). Les ingénieries de développement visent, quant à elles, la production de situations didactiques pour des classes tout venant. Il faut donc, d'une part, se donner les moyens de préserver les enjeux de savoir de la situation lors de sa réalisation en classe par des enseignants *lambda* (et en particulier, à l'école élémentaire, pas forcément spécialistes de mathématiques) et, d'autre part, compte tenu de ce que l'on sait actuellement des pratiques des enseignants dans les classes ordinaires, laisser des marges de manœuvre aux enseignants. Une condition pour

¹ IUFM des Pays de la Loire, CREN EA 2661, Université de Nantes, France

permettre cela consiste à identifier les éléments des situations qui garantissent leur robustesse par rapport au savoir (quelles sont les variables qui doivent faire l'objet d'un contrôle serré de la part du chercheur ?) sans pour autant obliger l'enseignant à observer scrupuleusement le déroulement d'une situation (quelles sont les variables dont la détermination peut, et doit, être laissée à la charge de l'enseignant ?). Nous nommerons *déterminants* ces variables de la situation qui garantissent sa robustesse et permettent une « migration réussie » vers les classes ordinaires ; ces déterminants correspondent en quelque sorte aux conditions à respecter pour préserver l'essence de la situation. Bien entendu, l'identification de l'ensemble des déterminants d'une situation est un idéal car se posent des problèmes d'exhaustivité et d'unicité. Ainsi, pour nous, une ingénierie de développement vise en particulier l'identification de déterminants d'une situation. Une fois ce travail effectué, on peut penser que la migration de cette situation vers les classes ordinaires fera l'objet d'une communication aux enseignants de plusieurs types d'informations : les éléments retenus comme correspondant à des déterminants de la situation, les raisons pour lesquelles le respect de ces variables de la situation est essentiel, et, éventuellement, un ou des exemples de modalités de déroulement très local de la situation qui préservent ces déterminants.

La recherche des déterminants d'une situation s'effectue dans un cadre théorique donné qui comprend et fixe des hypothèses sur les conditions d'apprentissage des élèves. Ici, notre principal cadre théorique est celui de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) dans lequel les apprentissages des élèves sont associés d'une part à un processus d'adaptation (situation a-didactique et dévolution) et, d'autre part, à un processus d'acculturation (contrat didactique et institutionnalisation) comme le rappelle Bessot (pp xx-xxx). A partir du moment où la construction d'une situation et les analyses de cette situation se font en référence à ce cadre théorique, il est prévisible que les déterminants identifiés seront en rapport avec le milieu de la situation, sa dévolution, le contrat didactique et l'institutionnalisation. Cela dit, il s'agit de les préciser.

Le travail proposé aux participants de la 15^e école d'été de didactique des mathématiques visait à identifier des déterminants de situations relatives aux « problèmes pour chercher » au cycle 3 et, plus précisément, à l'apprentissage de la nécessité en mathématique comme moyen de dégager des connaissances incontestables d'un point de vue scientifique sur un problème. Cette tâche est nouvelle pour les didacticiens des mathématiques (pour les autres didactiques aussi nous semble-t-il), elle s'est aussi avérée ardue. C'est pourquoi, dans un souci méthodologique, dans ce texte, nous identifions d'abord des éléments importants de la situation à partir d'une analyse empirique, comme cela a été fait lors du travail à la 15^e école d'été de didactique des mathématiques, avant de discuter de leur rapport avec des déterminants de la situation.

PRÉSENTATION DE L'INGÉNIERIE (CYCLE 3)

1. Contexte de l'étude

En 2002, les documents d'accompagnement des programmes pour l'enseignement primaire invitent les enseignants à réaliser dans leur classe des « problèmes pour chercher » qui, dans les faits, correspondent aux problèmes ouverts d'Arsac, Germain et Mante (1991 ou Arsac & Mante, 2007). Or, à cette époque, les problèmes ouverts sont surtout des objets de l'enseignement secondaire ; peu de ressources sont disponibles pour l'enseignement primaire

et peu de résultats de recherche en didactique des mathématiques sont disponibles sur la réalisation de problèmes ouverts à l'école primaire. En effet, J. Douaire n'a soutenu sa thèse (Douaire, 2006) sur les processus de preuve qu'en 2006 et nous considérons que les travaux de l'équipe ERMEL se situent plus à l'interface de la formation et de la recherche que dans le domaine de la recherche. Par ailleurs, l'objectif des problèmes ouverts est l'apprentissage de « la démarche scientifique » (Arsac & Mante 2007, p. 22) et l'on peut se demander si les enseignants du primaire qui sont polyvalents, et qui souvent n'ont pas de formation mathématique spécifique, seront à l'aise avec cet objectif. Nous avons donc constitué un groupe de recherche action (le Groupe IREM de Nantes – IUFM des Pays de la Loire « Problèmes pour chercher » qui contribue à la recherche INRP dirigée par C. Orange « Pratiques et mises en textes des savoirs ») avec l'objectif de développer des situations de type « problème pour chercher » à destination de classes ordinaires.

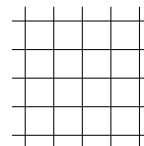
2. Objectif d'apprentissage de l'ingénierie, champ des problèmes

A partir d'une analyse épistémologique visant à identifier les savoirs en jeu dans les problèmes pour chercher (Hersant & Thomas, 2008) et d'une analyse de situations de classe (voir par exemple Hersant, 2008) nous avons choisi de travailler non pas sur l'apprentissage de la démarche scientifique mais plus précisément sur l'apprentissage de la nécessité mathématique au cycle 3 : nous souhaitons que les élèves comprennent et apprennent qu'en mathématiques le vrai et le faux sont liés à la nécessité. Plus particulièrement, nous souhaitons qu'ils apprennent et comprennent qu'en mathématiques les arguments du type « c'est impossible car j'ai beaucoup cherché et je n'ai pas trouvé » ne sont pas acceptables. Ce type d'argument qui relève de l'empirisme – où la connaissance provient de l'expérience et est contingente – constitue en effet à nos yeux un obstacle pour accéder au caractère apodictique des mathématiques dans la mesure où il est extrêmement prégnant et relativement économique par rapport à la recherche de nécessités. Aussi, il faut, nous semble-t-il, d'abord que les élèves apprennent que cet argument empirique n'est pas acceptable en mathématiques, puis qu'ils soient amenés à construire, de façon pratiquement concomitante, des preuves, basées sur des nécessités mathématiques et non des preuves ostensives (« c'est vrai car je l'ai fait »). Nous pensons qu'ils pourront ainsi identifier clairement la différence entre les deux types d'arguments et disposer d'un moyen d'argumenter qui « remplace » l'argument empirique.

Ce qui précède ne doit pas laisser croire que nous souhaitons un recours exclusif aux raisonnements que l'on peut appeler « hypothético-déductifs ». Au contraire, nous avons choisi des problèmes (Hersant & Thomas, 2008) qui permettent de montrer que certaines vérités et certitudes proviennent de l'expérience (par exemple, pour prouver l'existence d'une solution, il suffit d'exhiber une telle solution) tandis que d'autres nécessitent le recours à un « petit raisonnement »).

Le champ des problèmes d'optimisation discrète est une source de problèmes permettant de travailler cet objectif. Nous avons donc développé un ensemble de situations didactiques reposant sur des problèmes d'optimisation discrète (Hersant, Thomas, 2008, pour des exemples de tels problèmes). Il s'agit ici de travailler sur les déterminants de l'une d'elles, souvent la première proposée aux élèves, la situation « Pas trois points alignés » associée au problème mathématique suivant.

Placez le plus possible de points sur les intersections de cette grille sans former aucun alignement de trois points.



3. La situation « Pas trois points alignés »

La présentation ci-dessous vise à permettre aux lecteurs de comprendre le problème mathématique et les grands traits d'un déroulement possible en classe de la situation associée. Elle est volontairement brève et, nécessairement, elle ne correspond pas aux déterminants de la situation car l'identification de ces éléments constitue l'objet de la partie suivante de l'article.

Déroulement

La situation associée à ce problème est souvent une des premières proposées aux élèves. Comme les autres situations, elle comporte trois phases principales :

1. recherche empirique (individuelle, en petits groupes puis en groupe classe) pour obtenir une ou des meilleure(s) solution(s) de la classe ;
2. lorsque l'amélioration empirique de la ou des solutions s'essouffle, il s'agit de savoir si « ça vaut la peine de chercher encore » pour basculer vers la recherche de nécessités, au besoin articulée avec la recherche empirique précédente ;
3. la conclusion permet de faire la synthèse sur l'état de résolution du problème, selon les problèmes et les travaux des élèves elle permet ou non de clore le problème, c'est aussi l'occasion de poser des éléments d'institutionnalisation.

Enjeux

La recherche « à la main » effectuée lors de la première phase permet aux élèves de disposer assez facilement 8 voire 9 points en respectant les contraintes. Il est souvent nécessaire de préciser ce que signifie « alignés ». En effet, pour certains élèves, les points sont alignés s'ils sont sur une ligne du quadrillage (horizontale ou verticale) ou sur une diagonale des carrés de la grille seulement.

Au cours de cette recherche, les élèves utilisent, plus ou moins implicitement, le fait qu'on ne peut placer trois points sur une même ligne de la grille : ils essaient alors de placer deux points sur chaque ligne et contrôlent le respect de la contrainte d'alignement dans les autres directions. Dans cette phase, c'est d'ailleurs la question des alignements hors lignes et colonnes (en biais) qui est problématique et qui demande le plus de vigilance. Ils effectuent de nombreux essais.

Il est difficile de disposer 10 points sans en aligner 3. Au bout d'un certain temps, la recherche dans la classe commence à s'essouffler et la question « est-ce que ça vaut la peine de chercher encore ? » se pose. Des élèves pensent qu'il est inutile de continuer car « on a déjà beaucoup cherché et on n'a pas trouvé », d'autres pensent qu'en cherchant on a réussi, petit à petit, à placer de plus en plus de points donc en poursuivant on pourra placer encore d'autres points.

Un premier enjeu est alors de faire basculer les élèves de la recherche d'une disposition « optimale » des points sur la grille à la recherche de raisons et de nécessités, ainsi le passage

de la phase 1 à la phase 2 n'est pas un simple changement de tâche pour les élèves. Il correspond en particulier aux passages, du dessin à la figure (en géométrie), du particulier au générique puis au général, au basculement d'une recherche orientée vers la recherche d'une solution du problème à la recherche des conditions et des nécessités associées du problème (Orange, 2005). Pour les élèves, ces changements entraînent trois modifications dépendantes au niveau du savoir. La première concerne le changement de statut de la connaissance « on ne peut pas mettre trois points sur une ligne ». Cette connaissance implicite pour l'action doit prendre le statut de nécessité (« forcément il n'y aura pas plus de deux points sur chaque ligne »). La seconde concerne le dépassement d'un registre de connaissance empirique (faits observés, résultats d'expérience, phénomènes identifiés) pour une mise en correspondance de ce registre avec un registre de connaissance apodictique associé à une réduction du doute et du domaine des possibles concernant la solution du problème. Ce changement de registre de fonctionnement de la connaissance est étroitement lié à un changement de contrat didactique qui constitue la troisième modification : il s'agit de passer d'un contrat de vérification associé en partie à l'empirisme (« c'est possible parce que j'ai réussi à le faire / c'est impossible parce que je n'ai pas réussi à le faire ») à un contrat de preuve (« c'est vrai parce que j'ai réussi à le faire / c'est impossible parce qu'on ne peut pas avoir plus de deux points par ligne »). Ce changement de contrat est, pour nous, assez proche du changement de contrat souvent pointé en géométrie lors du passage à la démonstration au collège : du « c'est vrai car je le vois, je le vérifie sur la figure » au « c'est vrai car je l'ai prouvé ».

Un second enjeu est de permettre l'émergence, autant que possible adidactique, de l'argument correct « on ne peut pas placer plus de 10 points sur la grille car il y a au plus 2 points par ligne. »

MÉTHODOLOGIE UTILISÉE

Le but du travail était d'identifier des déterminants de la situation qui, communiqués à des enseignants extérieurs au groupe de production, avec d'autres types d'informations garantiront une « migration réussie » de cette situation, c'est-à-dire une mise en œuvre en classe robuste par rapport au savoir. Nous nous sommes principalement intéressés au passage de la phase 1 à la phase 2 où se nouent les enjeux de la situation.

Il existe probablement plusieurs moyens d'identifier les variables importantes d'une situation qui pourraient constituer des déterminants. Par exemple, certaines variables du problème, et donc de la situation, sont importantes pour permettre la rencontre des élèves avec le savoir. Pour la situation « Pas trois points alignés » choisir une grille 7 x 7 n'est pas judicieux (trop difficile). De plus, l'expérience nous a montré qu'avec une grille 4 x 4 les élèves peuvent trouver une solution à 8 assez facilement (ce qui ne constitue pas vraiment un problème, au contraire) mais, surtout, certains élèves pensent que la solution est 8 car « 4 fois 4 font 16 et 16 divisé par 2 donne 8 » ! Argument difficile à démanteler qui risque d'empêcher les élèves d'accéder au savoir visé et qu'on ne retrouve pas lorsque l'on a un nombre impair de lignes et de colonnes. D'où le choix de travailler avec une grille 5 x 5. Par ailleurs, on peut penser que certains déterminants peuvent être envisagés dans une analyse préalable, de façon un peu générique. En particulier, nous l'avons évoqué précédemment, on peut dire, *a priori*, que certains déterminants d'une situation ont à voir avec le contrat didactique à mettre en place et l'organisation du milieu. Mais, quelles relations précises entre déterminants, milieu et contrat didactique ?

Les variables du problème qui peuvent constituer des déterminants de la situation s'apparentent plus aux variables qu'il s'agit d'identifier dans les ingénieries de première génération. Mais le travail d'identification de déterminants d'une situation relève de la problématique des ingénieries de seconde génération, et plus particulièrement des ingénieries de développement : quand nous disons que les déterminants d'une situation sont des conditions à respecter pour préserver l'essence de la situation, cela sous-entend que certaines de ces conditions sont à tenir au cours du déroulement de la situation. C'est pourquoi, aux conditions initiales de la situation liées en particulier aux choix des variables du problème il faut ajouter des conditions associées au déroulement de la situation. C'est à ces variables que nous nous sommes particulièrement intéressés au cours du travail.

De ce point de vue, l'utilisation d'une méthode empirique (à partir de l'étude de réalisations en classe) pour identifier des déterminants est intéressante. En effet, la mise œuvre dans une classe de la situation par *un* enseignant permet la confrontation à la contingence (point de vue des élèves) et montre *une* « appropriation » de la situation par *cet* enseignant dont la pratique est singulière. Elle donne donc à voir *une* réalisation possible de la situation dans *une* classe, avec ses éventuelles « dérives » par rapport au savoir. C'est pourquoi le travail proposé au cours de la 15^e école d'été de didactique des mathématiques s'est effectué à partir des transcriptions de deux déroulements de la situation « Pas trois points alignés » (voir annexes). Les séances ont été réalisées par deux enseignants du groupe mais à des époques différentes (resp. décembre 2007, octobre 2008) avec des niveaux de classe différents (resp. CE2, CM2). Dans l'année qui s'est écoulée entre les deux séances, nous avons retravaillé la situation, notamment à partir de la séance filmée en décembre 2007. Les deux enseignants ne disposaient donc pas des mêmes informations. D'une certaine façon, la séance de 2007 a permis d'identifier des « dysfonctionnements » dans le déroulement de la première situation qui ont fait l'objet d'un travail dans le groupe tandis que la séance d'octobre 2008 a permis de tester les « améliorations » apportées pour répondre à ces « dysfonctionnements ».

Le choix de notre méthodologie pour l'identification des déterminants est étroitement lié à la façon dont nous travaillons dans notre groupe : à partir d'une ou plusieurs mises en œuvre d'une « même » situation nous envisageons des « améliorations » que nous testons ensuite dans d'autres classes avant de penser la migration à des classes ordinaires. Remarquons que, dans ce dispositif, le choix des enseignants qui participent à la recherche est important : il ne faut pas se réduire à des enseignants chevronnés sinon on prend le risque de ne pas observer de « dysfonctionnements ».

A LA RECHERCHE DE DÉTERMINANTS : IDENTIFICATION DE POINTS IMPORTANTS DANS LES DÉROULEMENTS EN CLASSE

Dans cette situation, les élèves rencontreront le savoir visé à, au moins, deux conditions qui constituent des points délicats à gérer pour l'enseignant :

1. la réussite du passage du registre empirique au registre apodictique ;
2. l'émergence de la connaissance « on ne peut pas mettre plus de deux points par ligne sinon il y a forcément trois points alignés ».

Examinons le déroulement de chacune des séances du point de vue des conditions d'émergence du savoir relativement à ces deux aspects pour dégager des éléments importants et discriminants dans les déroulements observés. Nous envisagerons ensuite leur rapport à des

déterminants de la situation. Pour faciliter la lecture, dans cette étude, nous respectons l'ordre chronologique d'apparition dans les séances.

1. Le dépassement du registre empirique

L'étude comparative des deux séances met en évidence plusieurs éléments importants pour la réussite de l'articulation du registre empirique et du registre apodictique. Ces éléments concernent le milieu et le contrat didactique de la situation et en particulier l'introduction de la question « peut-on placer x points sur la grille sans en aligner 3 ? » (avec x un nombre supérieur ou égal à 26) dans le milieu objectif de la situation.

Mettre à distance les grilles pour abandonner la recherche empirique

Dans la classe de CM2, l'enseignant demande aux élèves de ranger leurs feuilles de recherche dans leur bureau et précise « on n'est plus en train de faire des dessins ». Cela permet de marquer le changement de tâche puisque les élèves n'ont plus sous les yeux le support matériel de la tâche « placer le plus de points possible », même si les grilles qui représentent les travaux des groupes sont encore affichées au tableau.

Dans la classe de CE2, la grille qui représente la meilleure solution trouvée la veille pour l'ensemble de la classe est affichée au tableau. L'enseignante rappelle son statut et pose la question « est-ce que vous pensez qu'on peut en mettre plus ? ». Les élèves proposent d'améliorer cette solution, cela les empêche de basculer vers le registre apodictique. L'enseignante s'en aperçoit d'ailleurs car elle retourne l'affiche et dit « ce n'est peut-être pas une bonne idée de repartir de celle-ci » et puis « je ne redonne pas les grilles ».

La mise à distance de la feuille de recherche facilite l'abandon de la tâche « recherche à la main de solutions » qui risque de cantonner les élèves au registre empirique mais ne suffit pas : il faut aussi permettre l'entrée dans la nouvelle tâche « chercher des raisons » associée au registre apodictique.

Introduire la question « peut-on placer x points ? (avec x un nombre supérieur ou égal à 26) » dans le milieu objectif de la situation

Dans la classe de CM2, une fois qu'il a demandé aux élèves de ranger leur grille, l'enseignant attire leur attention sur la suite des nombres de 1 à 26 qu'il a écrite au tableau (« et puis je vais écrire quelque chose, vous allez voir, **vous n'avez jamais vu** » ; « ce que **vous n'avez jamais vu** c'est ce que je vais en faire » ; c'est nous qui soulignons) et qui va permettre de résumer l'état de connaissance sur le problème dans la classe. Ce support s'avère très important pour l'enseignant qui peut y faire référence dans la suite de la séance mais, surtout, l'introduction de cette suite numérique modifie profondément le milieu de la situation. En effet, avant son introduction, pour de nombreux élèves, le milieu comprend ce que l'on sait positivement sur le problème (on peut placer 9 points) ; la suite numérique permet d'y introduire explicitement, de façon permanente et pour l'ensemble des élèves de la classe, ce que l'on ne sait pas (et qu'on voudrait bien savoir), au-delà de l'expérience réalisée par les élèves, c'est-à-dire l'indéterminée dans le problème. Ainsi, l'introduction de cette suite numérique constitue une modalité pour introduire dans le milieu objectif de la situation la question « peut-on placer 26 points sur la grille ? ». C'est cela qui va contraindre les élèves à la fois à abandonner la recherche empirique et à entrer dans un contrat didactique de preuve non ostensive. En effet, d'une part, c'est une demande de preuve d'impossibilité qui force le

changement de tâche et le passage au registre apodictique et, d'autre part, la raison convoquée, sans être celle que l'on souhaite que les élèves produisent *in fine* dans la situation, relève de la preuve non ostensive. *Ainsi l'introduction de cette question dans le milieu objectif de la situation est essentielle, dans ce déroulement de la situation pour la réussite du passage du registre empirique au registre apodictique.*

Notons qu'il ne s'agit pas forcément d'introduire explicitement cette question dans le milieu objectif de la situation. On peut envisager des modalités plus ou moins ouvertes : demander aux élèves de dire ce qu'ils pensent être des nombres possibles et ce qu'ils pensent être des nombres impossibles, introduire explicitement la suite des nombres jusqu'à 26 comme dans la classe de CM2, poser directement la question « est-ce qu'on peut placer 26 points sur la grille sans en aligner 3 ? »,

Signifier l'entrée dans un contrat de preuve

Même si les élèves ont perçu le changement de tâche, il faut leur signifier, aussi, en quelque sorte, les nouvelles règles du jeu pour les placer de façon pérenne dans un contrat de preuve. De ce point de vue, le discours de l'enseignant pour signifier aux élèves ses attentes est extrêmement important. Dans la classe de CM2, l'enseignant situe nettement son discours dans le registre de la preuve comme moyen de savoir avec certitude, de réduire le doute. Il justifie qu'on peut placer 9 points (nous indiquons en gras ce qui concerne le registre apodictique ; « C'est clair, **la preuve**, on n'a qu'à regarder là, on a réussi ») ; il affirme que l'on ne peut pas placer 26 points et un élève justifie (« je sais bien, je confie ça à un grand savant et je le laisse chercher pendant des années, il n'arrivera pas à en placer 26 ; **forcément**, il n'y a que 25 points ») puis pose aux élèves la question de la certitude (universelle) concernant la possibilité ou l'impossibilité de placer plus de 9 points (« jusqu'où on peut faire des croix comme ça ? Est-ce qu'on est **sûr** que **personne** ne pourra faire 21, 20 ou... est-ce qu'on est **sûr** que **personne** ne pourra faire 10, que **personne** ne pourra faire 11 ? (...) y'a des choses on est **sûr** que **personne** ne pourra **jamais** les faire. »).

Dans la classe de CE2, le discours de l'enseignante se situe plutôt dans le registre de l'opinion (« Est-ce que vous **pensez** qu'on peut en mettre plus ? » ; « Qui **pense** « oui » ? »). Il n'est pas très congruent avec la recherche d'un contrat de preuve.

Ces différences de registre dans les deux séances induisent pour nous une différence importante au niveau du contrat didactique : dans la classe de CM2, l'enseignant signifie avec ce choix de registre langagier que la certitude de l'impossibilité ne peut provenir que d'une preuve et non d'un constat de non réussite, d'une conviction ou d'une opinion.

2. L'émergence de la connaissance souhaitée

Une fois qu'on a montré qu'il est impossible d'avoir plus de 25 points sur la grille (parce qu'il n'y a que 25 places), il faut affiner la réponse (dire que, par exemple, on sait qu'on peut placer plus que 9 points et moins que 25 sans en aligner 3 n'est pas très satisfaisant !) et obtenir l'émergence de la connaissance : « sur une ligne, je peux placer au plus 2 points sans en aligner 3. ».

Faire porter le travail sur l'impossibilité

Si la consigne donnée aux élèves concerne la possibilité de faire mieux que la meilleure solution trouvée dans la classe (par exemple, classe de CE2 : « Est-ce que vous pensez qu'on peut en mettre plus ? »), les élèves risquent de rester dans le registre empirique (poursuite de la recherche à la main) car le passage au registre apodictique – nouveau pour eux - est extrêmement coûteux. Cette difficulté est perceptible dans la classe de CE2. Il faut donc, en quelque sorte, forcer ce passage en demandant aux élèves de (dé)montrer une impossibilité.

Dans la classe de CE2, où l'enseignante ne dispose pas de la suite numérique écrite au tableau, l'espace de recherche n'est pas explicité pour les élèves et il est plus difficile de formuler une consigne d'impossibilité sans spécifier l'étude à un cas particulier. L'enseignante est alors contrainte de déclarer « moi, je peux vous dire, on n'en mettra pas 12 » et de demander aux élèves d'expliquer pourquoi. La preuve ne pourra donc fonctionner pour réduire le doute.

Dans la classe de CM2, la référence à la suite numérique écrite au tableau et à la preuve produite pour 26 permet à l'enseignant de formuler une consigne plus ouverte qui confère à la preuve le sens de réduction du doute : « La question que je vais vous poser ce n'est pas, est-ce qu'on peut faire 10, est-ce qu'on peut faire 11 ? Ce n'est pas du tout la question. La question c'est : « est-ce que vous êtes sûr qu'on ne peut pas faire ... ? » « Est-ce que je suis sûr que je ne peut pas faire 12 ? Je peux expliquer pourquoi. Par exemple, je pense que tout le monde est bien convaincu que personne ne peut faire 26. On peut dire pourquoi c'est sûr. Donc il faut quelque chose, on cherche quelque chose pour dire pourquoi. Comme y'a que 25 places, j'arriverai pas à en mettre 26. Là ça n'est pas difficile. Bon, alors, par exemple, Dimitri, tu peux nous dire on ne peut pas faire combien ? »

Se ramener à un sous-problème du type : « combien de points peut-on placer sur la grille sans en aligner 3 points horizontalement » ?

Un point crucial dans cette situation est de faire formuler par les élèves (si possible de façon adidactique) la connaissance : « sur une ligne, je peux placer au plus 2 points sans en aligner 3. ». C'est, d'une certaine façon, le cœur de la situation.

L'usage d'un petit tableau où l'on indique en face de chacune des lignes de la grille « sur cette ligne, je peux placer 0 ou 1 ou 2 points » facilite la formulation de cette connaissance par les élèves. En effet, cela permet de libérer les élèves des contraintes d'alignement en dehors des lignes. L'introduction de ce petit tableau permet de modifier le milieu pour se ramener à un sous-problème du type « combien de points peut-on placer sur la grille sans en aligner 3 horizontalement ? ». ce qui permet la formulation d'une condition nécessaire du problème. En effet, la condition nécessaire qui fournit le nombre maximum de croix pour ce sous-problème correspond exactement à la condition nécessaire qui donne le maximum du problème posé aux élèves car, ici, il y a le même nombre de lignes et de colonnes. Notons, par ailleurs, qu'on pourrait tout aussi bien se ramener à un sous-problème sur les colonnes.

Une difficulté majeure est de réaliser ce changement de point de vue de façon adidactique. En effet, cette connaissance constitue pour la majorité des élèves un théorème-en-acte (Vergnaud, 2007) lors de la recherche à la main du problème : nous l'avons observé, à partir d'un moment, lorsque les élèves cherchent à placer le plus de points possible sur la grille, ils ne disposent pas plus de deux points par ligne. Mais ce n'est pas pour autant que, lorsqu'on

leur demande ensuite si on peut placer 12 points, ils mobilisent ce théorème-en-acte pour formuler une condition nécessaire du problème.

Un élément de formulation important

Du point de vue de la formulation de cette condition nécessaire, il est important de pointer la différence entre des formulations suivantes : « sur cette ligne, je peux placer un ou deux points » ; « sur cette ligne, je ne peux pas placer 3 points sans en aligner 3 mais je peux en placer 0, 1 ou 2 seulement » et « sur cette ligne, je place 2 points ». Cette dernière formulation qui est erronée du point de vue des mathématiques est utilisée par l'enseignante dans la classe de CE2, ce qui n'est pas sans conséquence sur la suite du déroulement de la situation.

DISCUSSION : QUELS DÉTERMINANTS POUR CETTE SITUATION ?

Rappelons la définition du mot « déterminant » d'une situation que nous avons posée initialement : ce sont des conditions à respecter pour préserver l'essence de la situation. Lorsque l'on utilise cette définition pour identifier des déterminants d'une situation plusieurs difficultés surviennent. D'abord, il est certainement plus juste de dire qu'un déterminant est une condition qui contribue à préserver l'essence d'une situation car la réalisation d'une condition ne peut garantir cela. D'où des questions par rapport aux relations que peuvent entretenir les déterminants d'une situation et une éventuelle solidarité/hierarchie entre déterminants. Par ailleurs, il semble que, pour une situation donnée plusieurs types de déterminants peuvent être distingués.

1. Conditions sur le problème

Certaines variables du problème sont importantes pour permettre aux élèves de rencontrer le savoir visé car elles déterminent le milieu de la situation. Dans le problème étudié, par exemple, le choix du nombre de lignes et de colonnes de la grille est essentiel : il s'agit de prendre un nombre identique pour les lignes et les colonnes, choisir ce nombre impair et tel qu'il permette aux élèves, dans la première phase de la situation, d'envisager qu'une recherche à la main conduit à la solution du problème. Ces variables qui correspondent plutôt, nous semble-t-il, à des variables que l'on cherche à identifier dans une ingénierie de première génération sont des conditions sur le problème, et donc sur la situation, qui contribuent à préserver l'essence de la situation. En ce sens, ce sont des déterminants. D'autres déterminants correspondent à des conditions à tenir au cours du déroulement de la situation, ils sont plus spécifiques, de notre point de vue, de la problématique des ingénieries de seconde génération.

2. Plus largement, conditions sur la situation

En utilisant une méthode empirique basée sur la comparaison de deux déroulements en classe d'une même situation, l'une ayant servi à l'amélioration de l'autre, nous avons identifié des différences dans les déroulements de la situation « Pas trois points alignés » importantes quant à la rencontre des élèves avec le savoir. À partir de ces différences, nous avons identifié des possibilités de gestion de la situation qui contribuent à préserver l'esprit de la situation. D'autres gestions sont possibles, nous en donnons d'ailleurs quelquefois. La question qui se pose maintenant est la suivante : parmi ces points importants lesquels correspondent à des

déterminants de la situation ? Cette question en génère une seconde : comment décrire de façon générique un déterminant ? C'est-à-dire finalement : sous quelle forme décrire un déterminant si l'on ne veut pas se restreindre à une modalité de réalisation qui nous est apparue déterminante dans la gestion que nous avons étudiée ? Cette question n'est pas tout à fait tranchée ; nous essayons ici de décrire des déterminants de la situation par ce que l'on souhaite voir apparaître chez les élèves en rapport avec la connaissance visée, en quelque sorte les « passages obligés » de la situation, du point de vue des élèves. Ce choix permet de se dégager de la contingence des déroulements analysés et des modalités de réalisation et donc d'associer les déterminants aux situations plus qu'aux gestions des enseignants.

Pour le passage du registre empirique au registre de la preuve, il faut obtenir des élèves :

- le dépassement de la recherche empirique vers l'élaboration de nécessités ;
- une exploration du problème au-delà de leur expérience sur les grilles c'est-à-dire non plus une exploration des possibles empiriques mais une exploration des impossibles ;
- un positionnement dans le registre de la preuve non ostensive.

Ces conditions sur la situation sont dépendantes les unes des autres : l'exploration des impossibles conduit à la recherche de preuves non ostensives et force à quitter le registre empirique. Ainsi, l'exploration des impossibles pourrait constituer le seul déterminant de la situation. Mais si les élèves ont abandonné la recherche empirique et se sont positionnés dans le registre de la preuve non ostensive, il y a de fortes chances qu'ils envisagent les impossibles ! Ces trois éléments dépendants ne sont pas à hiérarchiser, ils peuvent donc tous les trois correspondre à des déterminants de la situation. Plusieurs actions, de plusieurs natures, de l'enseignant sont probablement nécessaires pour obtenir cela : mise à distance des grilles qui participe à la dévolution, modification du milieu objectif de la situation, négociation d'un contrat de preuve avec les élèves.

Pour ce qui concerne l'émergence de la connaissance visée, il faut, d'une façon ou d'une autre, que les élèves explicitent une connaissance qui est disponible chez eux de façon implicite : sur une ligne ou une colonne, on ne peut pas placer plus de 2 points sans en aligner trois. Une fois cette condition réalisée, ils pourront produire la condition nécessaire cherchée, c'est pourquoi nous pensons que cette explicitation constitue un déterminant de la situation. Il s'agit donc, en quelque sorte, de les amener à une restriction du problème. Le point du déroulement de la situation qui est associé à ce déterminant est l'introduction du sous-problème « combien de points peut-on placer sur la grille sans en aligner 3 points horizontalement ? ».

Les conditions que nous avons identifiées comme des déterminants de la situation sont-elles les seules pour cette situation ? Certainement pas. En effet, nous nous sommes exclusivement intéressés au processus de dévolution - qui a toute son importance dans la rencontre de l'élève avec le savoir - mais le processus d'institutionnalisation est aussi très important dans cette rencontre. Des déterminants y sont-ils associés ? Lesquels ? Ce travail est en cours. Par ailleurs, pour préciser des déterminants de la situation, nous nous sommes placés du point de vue des élèves. Est-ce judicieux ? Ce choix génère une question : *quid* des conditions sur les formulations utilisées par les enseignants ? Ces formulations contribuent en particulier à la négociation d'un contrat de preuve avec les élèves et on peut se demander dans quelle mesure les conditions sur la formulation ne nuisent pas à l'essence des situations, par exemple lorsque l'enseignant situe son discours dans un registre d'opinion non congruent avec l'esprit de la preuve.

3. D'autres questions encore...

A l'issue de ce travail d'autres questions se posent encore. Une première est d'ordre théorique : nous avons identifié ici des déterminants d'une des situations de notre ingénierie didactique, en quoi retrouve-t-on des rapports entre ces déterminants et ceux des autres situations ? C'est, finalement, la question de la genericité / spécificité des déterminants par rapport à un ensemble de situations qui visent l'apprentissage d'une connaissance donnée. D'autres questions sont d'ordre (plus) « pratique ». Certaines sont très contextualisées. Par exemple : dans la mesure où cette décision n'est pas neutre, que dire aux enseignants sur le moment auquel il convient de réaliser ces conditions de la situation ? Ainsi, dans le cas étudié, après combien de temps de recherche des élèves l'enseignant doit-il décider de « faire quelque chose » pour permettre aux élèves de se ramener à un sous-problème ? D'autres sont plus génériques. Par exemple, dans ce texte, nous nous adressons à la communauté de la recherche en didactique des mathématiques mais quel écrit communiquer aux enseignants pour permettre la « migration réussie » de cette situation ? Un écrit peut-il suffire ? Dans le cas des problèmes pour chercher, et plus spécifiquement de ceux que nous avons développés, nous répondrons par la négative. En effet, l'appropriation des raisonnements en jeu dans ces problèmes est difficile et nous avons observé des erreurs, notamment dans les phases de conclusion (Hersant, 2010). De plus, l'épistémologie des enseignants qui est dévoilée par leur discours n'est pas toujours adaptée à la gestion d'un contrat de preuve, comme nous l'avons évoqué à partir du déroulement dans la classe de CE2. Pour toutes ces raisons, nous pensons que la transmission de ces situations lors d'une formation, par exemple par homologie, est nécessaire.

RÉFÉRENCES

- ARSAC G., GERMAIN G. ET MANTE M. (1991), *Problèmes ouverts et situations-problèmes*. Lyon : IREM de Lyon
- ARSAC, G., MANTE M. (2007), *Les pratiques du problème ouvert*. Lyon : CRDP Lyon, scéren édition.
- ARTIGUE M. (1989), Ingénierie didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*. 9(3), 281-308
- BROUSSEAU 1998
- ERMEL (1999), *Vrai ? Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3*. Paris : INRP édition.
- DOUAIRE J. (2006), *Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 de l'école primaire*, IREM Paris 7
- DUVAL R. (1991), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*. 5 37-65.
- HERSANT, M. (2008), Problèmes pour chercher : des conduites de classes spécifiques. *Grand N*. 81 57-75
- HERSANT M., THOMAS Y. (2008), Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas de problèmes d'optimisation au cycle 3. *Actes du 35^e colloque Copirelem*. Bordeaux : IUFM de Bordeaux
- HERSANT M. (2010), Finalités, conditions, intérêts et limites d'une collaboration enseignants, formateurs et chercheur. Un exemple en mathématiques à propos d'une injonction institutionnelle adressée aux enseignants du primaire, *Recherches en éducation*. Hors série 1, 60-70.
- ORANGE C. (2005), Problèmes et problématisation dans l'enseignement scientifique. *ASTER*. 40, 1-7.
- VERGNAUD G. (2007), Représentation et activité : deux concepts étroitement associés. *Recherches en Education*. 4, 9-22, disponible à l'adresse : <http://www.cren-nantes.net/spip.php?article61>

ANNEXE 1
« PAS TROIS POINTS ALIGNÉS »

Dans ces extraits de transcriptions, ce qui est noté en italique correspond à des commentaires et non à des choses dites par les enseignants ou les élèves ; P désigne l'enseignant ; pe désigne plusieurs élèves ; e désigne un élève ; quelques repères temporels sont donnés en gras.

EXTRAITS DE LA SÉANCE RÉALISÉE DANS UNE CLASSE DE CM2, OCTOBRE 2008

Une grille 5 lignes 5 colonnes est au tableau, « Pas trois points alignés » est aussi écrit au tableau.

P : alors le premier problème, voilà. Il s'appelle « Pas trois points alignés » et il s'agit de faire la chose suivante. [...] placer sur cette grille des points, alors des points... *P prend un aimant qu'il va placer sur la grille et le montre aux élèves* alors, moi c'est des aimants mais vous les ferez au crayon ou au stylo. Sur les intersections, hein, comme ça donc heu pas au milieu *il montre en même temps* pas à côté ou au milieu d'une case, sur les intersections et d'en placer le plus possible. *Deux aimants sont placés côte à côte sur une même ligne horizontale de la grille* Jusque là c'est pas difficile mais attention il y a une contrainte que je vous ai écrit là *il entoure avec son doigt la contrainte écrite au tableau et laisse un petit temps, pour que les élèves lisent* il ne faut pas qu'il y ait trois points alignés. Alors, par exemple, *place un troisième aimant sur la même ligne horizontale que les deux autres* est-ce que ça je peux ?

pe : non

P : ben, non, ils sont alignés. *P place les trois aimants alignés selon une diagonale de carreau du quadrillage.* Est-ce que ça je peux ?

ee : non

P : non plus. *P fait glisser un des aimants le long d'une petite diagonale.* Est-ce que ça je peux ?

ee : oui / non

P : alors faudrait qu'on se mette d'accord justement, là, je ne peux pas non plus parce que c'est vrai *se déplace pour prendre la règle* si on joue à puissance 4 ou des jeux comme ça, on dit pas ça, on dit pas que c'est aligné [...] mais là *place la règle* je peux prendre ma règle et tracer une droite qui passe pas mes trois points. Donc en mathématiques, on dit qu'ils sont alignés. Donc je ne peux pas. Ca va ? Et là je ne peux pas non plus, même s'ils ne sont pas, même si je pourrais les mettre plus près les uns des autres et même s'ils sont là. Et là ?

e : oui / non

p : oui, ça veut qu'ils sont alignés ou qu'on a le droit ?

pe : ils sont alignés

p : *place sa règle* là, bien pareil, ils sont alignés, ils sont sur une même droite donc je ne peux pas les mettre comme ça. Martin lève la main Alors heu, y'avait heu... Juliette.

Juliette : est-ce que par contre il y'a le droit d'avoir deux points alignés ?

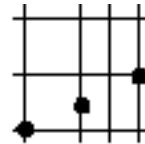
P : ah, alors là... c'est...alors très très bonne question. [...] Bon alors, en tout cas, on va pouvoir arrêter là puisque même si vous pensez que c'est possible d'en mettre deux sans que se soit alignés – je ne suis pas sûr que ça soit possible – mais de toute façon, deux c'est autorisé, s'il y'en a deux alignés, ça ne pose pas de problème, on a le droit. Trois alignés on n'a pas le droit. Ca va ? Alors, on va faire comme ça, je vais vous donner un petit papier sur lequel, sur le papier il y a six grilles. Vous n'êtes pas obligés de remplir les six, c'est juste que la première fois si vous avez par exemple placé 6 points et que vous trouvez que c'est pas beaucoup, vous n'êtes pas obligés d'effacer, vous pouvez recommencer sur celle d'à côté, hein. Donc, on cherche tout seul mais on a le droit de s'aider, on a le droit... c'est pas un problème, ce n'est pas une évaluation. [...] ben, vous pouvez vous y mettre on essaie de mettre le plus possible de points sans mettre trois points alignés le plus qu'on peut. **6 min 30**

[...] 14 min 30 P : Bon. Stop. On va faire un petit arrêt là. Vous posez vos crayons [...] parce que de toute façon... il faut bien arrêter à un moment donné. On pourrait toujours continuer à chercher... on arrête pour l'instant [...] on va faire des groupes *formation des groupes*. A chaque groupe, je vais vous donner une affiche comme ça. Vous allez regarder ce que vous avez fait les uns et les autres. Vous allez choisir la ou la meilleure des... imaginons qu'il y ait un dans le groupe, tout seul, qui a réussi à placer, par exemple, 11 croix, les autres ont réussi à en placer 9. On reproduit celui qui a placé 11 croix. S'il y en a, par exemple, deux qui ont réussi 9, et les autres en on placées 8, on choisit une des deux qui a placé 9, au hasard. On prend une des meilleures réponses mais attention, on la vérifie, on regarde [...] on essaie, avant de la reproduire, on vérifie qu'on est bien d'accord, qu'il n'y a pas trois points alignés. Ca va ? Et donc on recopie en faisant des croix au feutre pour qu'on les voit bien de loin. On recopie par groupe le mieux qu'on a.

Minute 16, début du « travail de groupe »

P : on vient de me poser deux fois la question suivante *place des aimants sur la grille au tableau* est-ce que ces points là, alors c'est peut-être pas exactement ceux là mais la disposition est pareille, est-ce que ces points là sont alignés ?

Pe : oui



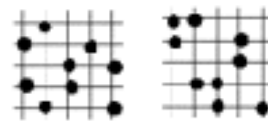
P : est-ce qu'on a le droit de les mettre comme ça ?

ee : oui / non

P : alors heu c'est vrai que tout à l'heure je n'ai pas pris d'exemple comme ça, mais on aurait pu. Mais alignés en maths ça veut juste dire, si je peux tracer avec la règle une droite qui passe par les trois points a placé la règle avec ces, avec cette position je peux bien tracer avec la règle une droite qui passe par les trois points, alors je dis qu'ils sont alignés. Du coup, s'il y 'en a 3 placés comme ça, ça ne marche pas. D'accord ? [...].

19 minutes 30, reprise du travail ; 26 minutes 30, les affiches des groupes sont disposées au tableau.

P : ce qu'on va vérifier là. Ca y'est ? Vous en avez combien là ? 9 ? Maintenant, ce qu'on va faire c'est vérifier. C'est-à-dire que, d'après ce que nous disent les groupes, le mieux qui a été trouvé dans la classe, c'est 9. Mais, après tout, comme c'est pas facile, on peut avoir trouver 9 et puis s'être trompé. On va commencer par regarder de très près les groupes qui disent qu'ils en ont mis 9. On en a deux. Et puis, voir si vraiment... d'abord, voir s'il y en a 9 mais c'est facile à vérifier compte mais est-ce que vraiment il n'y a pas de points alignés ?



ee : si

P : et on commence par celui-là. Si quelqu'un voit trois points alignés [...] Si quelqu'un voit trois points alignés sur ce dessin là, il nous en fait part. *une élève lève la main* Tu viens *P lui donne une règle transparente* alors lesquels sont alignés ? Mets-toi sur le côté que les autres voient bien. *P l'aide à placer la règle* alors si j'essaie avec ces points là... alors ce qui compte c'est l'intersection qui est dessous, hein. Ils ont fait des points un peu gros. Ces trois là ne sont pas alignés. *Plusieurs vérifications* [...] Alors, on va dire, on pense qu'il n'y a pas de points alignés sur celui-là, et sur celui-là. Après tout, si d'ici un quart d'heure quelqu'un en voit un bon bah... Alors, du coup, posez vos crayons, vous allez ranger dans votre casier... dessous le papier. On n'est plus en train de faire des dessins. Le papier est rangé et je vous explique la suite du travail. *fait de la place au tableau* Je vais vous écrire quelque chose vous allez voir, quelque chose que vous n'avez jamais vu. *il écrit la suite numérique de 1 à 26* je m'arrête là, je n'ai plus de place. **34 minutes** [...] et puis ce que vous n'avez jamais vu, c'est ce que je vais en faire. Alors doit y'avoir de la craie verte *entoure le 9 en vert* le rond vert ça veut dire, on est capable de mettre 9 points sans en alignés 3. C'est clair, la preuve, on n'a qu'à regarder là, on a réussi. On peut mettre aussi 8 *entoure le 8* parce que si on sait faire 9, on peut prendre un de 9 on en enlève un, on en a 8. On peut faire 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Un point sans en aligner, ça c'est pas trop difficile, sans en aligner 3. *rires* alors 2 points sans en alignés 3 c'est pas trop difficile non plus. *P a entouré les nombres* Mais attendez, plus difficile maintenant, l'autre code, je prends la craie rouge *barre 26 en rouge* ça, ça veut dire [...] : je sais bien, je confie ça à un grand savant et je le laisse chercher pendant des années, il n'arrivera pas à en placer 26.

e : non y'a que 25 cases.

P : Forcément, il n'y a que 25 points. *P barre 25* et même 25, il n'y arrivera pas parce que s'il en met 25 il faut qu'il en mette sur tous les points, forcément si tous les points sont occupés, il y en aura trois alignés, bien plus que ça il y en aura 5 alignés. Ca va ? La question que je vais vous poser maintenant qu'il n'y a plus de dessin, c'est : tiens, est-ce qu'on peut ...jusqu'ou est-ce qu'on peut faire des croix comme ça ? Est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 21, 20 ou est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 10, que personne ne pourra faire 11 ? *une main se lève* alors vous pouvez refaire des groupes, réfléchir à cette question là, est-ce qu'on peut faire des croix sur 10, sur 11, sur... y'a des choses, on est sûr que personne ne pourra jamais le faire. Ca va comme question ? Et puis, dans 5 min on essaiera de voir. **Minute 36 [...] Minute 40, fin du travail de groupe**

e : 10, on peut en faire 10. / 11

P : ce n'est pas la peine de dire des nombres. Je peux dire 27 si vous ne savez pas de quoi je parle c'est pas intéressant. La question que je vais vous poser ce n'est pas est-ce qu'on peut faire 10, est-ce qu'on peut faire 11 ? C'est pas du tout la question. La question c'est : « est-ce que vous êtes sûr qu'on ne peut pas faire... ? », « est-ce que je suis sûr qu'on ne peut pas faire 12 ? » Je peux expliquer pourquoi. Par exemple, je pense que tout le monde est bien convaincu que personne ne peut faire 26. On peut dire pourquoi c'est sûr. Donc, il faut quelque chose, on cherche quelque chose pour dire pourquoi, comme y'a que 25 places, j'arriverai pas à en mettre 26. Là c'est pas difficile. Bon alors, par exemple, heu, Dimitri, tu peux nous dire on ne peut pas faire combien ?

Dimitri : on ne peut pas faire plus de 10 parce que ben...

P : donc on ne peut pas faire 11.

Dimitri : oui. Comme y'a 5 lignes, comme t'as pas le droit d'en aligner trois tu dois en mettre obligatoirement pas plus de deux par ligne et heu...

P : bon alors

Dimitri : 2 fois 5 et ben, ça fait 10.

P : pas plus de deux par ligne alors ça veut dire *a positionné au tableau une grille vierge, fait une flèche en face la première ligne de la grille et commence à écrire* : « sur la première ligne je peux mettre » alors par exemple, là, sur cette ligne là. Je peux mettre combien de points ?

Dimitri : 2

P : alors 0 ou 1

pe : ou 2

P : ou 2.

L : etc

P : mais nous pas etc. Si j'ai bien compris justement ce que disait Dimitri, justement c'est que c'est pas etc c'est 0 ou 1 ou 2 mais je ne peux pas en mettre trois. Si j'en mets 3 sur cette ligne là, ils sont alignés. Est-ce que vous êtes d'accord avec ce que dit Dimitri là. C'est bien ça que tu dis Dimitri ?

ee : oui

P : sûr ? T'es pas en train de raconter une bêtise là ?

pe : nan / si

P : alors je vais essayer d'en mettre 3 trois pour voir. *place 3 points sur la 1ère ligne*. Je peux en mettre trois là ?

pe : non

P : et si je les place comme ça *autre position*, toujours sur la même ligne ?

e : si, si

P : je peux en mettre trois sur cette ligne là sans qu'ils soient alignés ?

e : ah, non.

P : ah, non. Si j'en mets trois sur la ligne ben, ils sont alignés forcément, ils sont sur la même ligne. Et sur cette ligne là *deuxième* je peux en mettre combien ?

pe : 2

P : pareil. Peut-être 0, peut-être 1, peut-être 2, ça dépend comment je les place mais en tout cas pas 3. Et sur celle-là troisième ?

pe : 2 / 0 1 2

P : 2 maxi. ça veut dire que si on est d'accord avec Dimitri et ben, on ne pourra pas en mettre 11. Parce que le mieux qu'on pourrait envisager ce serait deux là, plus deux là, quatre, plus deux là, six, plus deux là, huit, plus deux là, 10. Ça ne marchera peut-être pas parce que peut-être qu'on aurait fait sans le faire exprès des alignements comme ça en diagonale ou en vertical, etc... Mais en tout cas, on ne fera pas plus de 10. Vous êtes d'accord, je peux barrer en rouge là *plusieurs mains sont levées* ?

pe : oui

P : sûr ?

ee : oui / sûr

P : alors attendez, je vais vous demander encore deux minutes. Je vais le redire là, est-ce que Dimitri, est-ce que j'ai bien dit les choses ou est-ce que j'ai... est-ce que c'était ton idée ou est-ce que je l'ai transformée ?

Dimitri : oui, j'ai dit que

P : t'es d'accord ? parce que comme c'est moi qui l'ai redit c'est bien ça que... je t'avais bien compris ?

Dimitri : oui, tu ne peux pas en mettre plus que 10 parce que 2 fois 5 ça fait 10.

P : donc je le redis une fois pour tout le monde et puis après [...] vous allez prendre le temps de vous le redire avec vos mots dans votre tête tout ça pour voir s'il n'y a pas un piège quelque part. Ce n'est pas impossible qu'il y ait une petite astuce et qu'il y ait anguille sous roche. Je redis l'idée de Dimitri et après votre travail c'est de vous dire : « oh, lala, est-ce que c'est bien sûr ? est-ce qu'il n'y a pas un piège quelque part ? ». L'idée c'était : sur la première ligne, pas plus que 2, peut-être 2 ou 1 ou 0 mais pas plus que 2 ; sur la deuxième ligne, pas plus que 2, sur la troisième ligne pas plus que 2, sur celle-là pareil, sur celle-là pareil. En tout, ben ça fera, au mieux 5 fois 2, dix mais pas plus parce qu'il n'y a jamais plus que 2 nulle part. Hein, vous y réfléchissez deux minutes et après vous dites si vous êtes vraiment d'accord. *laisse un temps* Je vais vous reposer la question d'une autre façon, on va dire qu'on confie le problème à des chercheurs, on va leur laisser un an pour réfléchir qu'à ce problème là, ma question c'est : qui pense que eux, ils arriveront peut-être à faire 11 ? Je redis bien, qui pense que des chercheurs, hein, bien calés, si on leur laisse un an pour chercher ce problème là, ils arriveront peut-être à en placer 11 sans aligner trois points bien sûr ? *4 mains levées* Les autres vous êtes convaincus que même des grands savants, de toute façon, c'est impossible, c'est impossible pour tout le monde ?

pe : oui

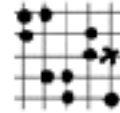
P : alors, moi je peux dire, je suis d'accord avec la position de Dimitri. Je pense que son explication était bonne, hein. Si on ne peut pas en mettre plus de deux là, plus de deux là, plus de deux là, plus de deux là, plus de deux là et ben, on ne pourra pas, je cherche ma craie rouge pour barrer, effectivement personne ne pourra en placer 11. Mais est-ce que vous pensez qu'on pourrait en mettre 12 ?

ee : non

P : non, on ne peut déjà pas en mettre 11, donc ni 12, ni 13, ni 14 *barre au fur et à mesure tout le reste c'est barré*. Et puis il reste une zone embêtante là le 10 parce que pour l'instant, hein, 10, 9 on sait qu'on peut y arriver, 11 on sait qu'on ne peut pas y arriver mais 10 on ne sait pas. [...]

Un élève complète la grille au tableau avec un 10^{ème} point sans alignement de 3 points

P : Ah, je crois, alors on n'a plus beaucoup de temps pour vérifier mais je crois vraiment qu'il n'y a pas d'alignement de trois points [...] mais alors, du coup, là le problème, il est fini. Puisque on sait en mettre 10 et on sait que personne ne réussira jamais à faire mieux, ben c'est terminé.



CE2, DEUXIÈME SÉANCE, DÉCEMBRE 2007

P a dans les mains la solution à 9 trouvée la veille.

P : [...] on avait trouvé que celui-là, c'était celui, hein, c'était la solution qu'on avait qui était la bonne solution. D'accord ? On en avait mis 9. Est-ce que vous pensez qu'on peut en mettre plus ?

e : oui. / je sais pas

P : je ne sais pas, dites-moi. Qui pense « oui » ? 5 élèves Qui pense « non » ? 3 ou 4 élèves Qui ne sait pas ? beaucoup. D'accord. Ah, vous êtes nombreux à douter. Alors, ceux qui pensent oui, relevez le doigt. Essayez de me dire pourquoi... Vous avez bien une idée. Benjamin ? *P va afficher la solution à 9 en haut du tableau.*

Benj : ben, heu

P : tu penses oui comme ça seulement ? [...] oui, Juliette ?

Juliette : bah, heu avant-hier on avait dit qu'on pouvait en faire 8.

e : ouais mais là, y'en a 9.

Juliette : oui avec

P : tu veux dire que comme on en avait trouvé 8 et qu'on a vu qu'on en avait 9 la meilleure solution était à 8 puis a été améliorée à 9 on peut en mettre encore plus... nan ? [...] Non, c'est pas ça. Oui, Benjamin ?

Benj : moi je pense qu'on pourrait prendre les autres résultats que les autres groupes avaient faits et essayer de placer où les points sont sur l'autre heu... essayer de placer sur la même pour voir si ça marche.

P : alors, reprendre les autres et essayer de les déplacer pour voir, mais on en n'avait que 8. Moi, le but, c'est d'en avoir plus. Alors Justine a une idée.

Justine : est-ce que je peux montrer ?

P : tu peux montrer ? Oui. Ce n'est pas que ça aide beaucoup mais *Justine se déplace au tableau.*

Justine : on peut en mettre là. *en proposant un point.*

pe : nan, nan.

P : il y en a trois là un, deux, trois. *Une main se lève. C'est peut-être pas une bonne idée de repartir de celle-là, hein, je l'enlève enlève la feuille. Des doigts se lèvent.*

Max : j'ai une idée.

P : une idée Max ?

Max : il faudrait prendre les autres et les assembler pour avoir d'autres idées pour en trouver d'autres.

P : *les mains derrière le dos.* Oui, mais moi je ne redonne pas les grilles ! *claquement de langue. Rire des élèves.*

[...] Non, faites marcher votre cerveau, je ne redonne pas les grilles. A votre avis, je donnerai ça à des gens qui chercheraient beaucoup, à des grands experts en mathématiques, est-ce qu'ils réussiraient à en mettre plus que 9, eux ?

e : oui / non *des élèves lèvent leur doigt.*

P : ben, si vous levez votre doigt, vous me dites « oui » ou « non » et vous me dites pourquoi. Oui, non, ça ne suffit pas, hein ? Des grands mathématiciens, est-ce qu'ils pourraient en mettre plus, Titouan ?

Titouan : moi, je dis oui parce que heu nous on est des simples enfants donc c'est normal qu'on trouve environ 9 ou 10 ou *il se reprend* d'autres choses mais eux si c'est vraiment des experts ils peuvent peut-être trouver plus heu un nombre supérieur à 9.

P : parce que ce seraient des experts ? *des réactions non compréhensibles*

e *interrogé* : moi, c'est pareil que Titouan.

P : Oui, et toi Morgane ?

Morgane : ben, oui parce que on peut déplacer les points à d'autres endroits, comme ça y'aura plus de place pour en mettre plusieurs des qui sont pas alignés.

P : ben, moi je vous dis *Diane proteste car P ne lui a pas donné la parole.* Ben, vas-y, une petite dernière. [...]

Diane : ça se peut pas parce que forcément il faut quand même de la place, si on en met beaucoup ben forcément, on aura plus de place et puisque on n'a pas le droit plus de trois et ben ça doit pas être possible.

P : donc, toi tu penses que les chercheurs ne réussiraient pas mieux que nous. Margaux ?

Margaux : moi, je pense que si on en ... si on avait le droit à plus que trois je pense qu'on pourrait en rajouter plus que...

Diane : *interrompt Margaux* bien sûr, mais là...

P *interrompt Diane* : oui, mais, on ne change pas la règle [...]. Non, non, je ne change pas la feuille et je ne change pas la règle... Bien, moi je vous dis, je ne suis pas une grande experte en mathématiques mais pourtant moi je peux vous dire, et ben, on n'en mettra pas ... 12 Non ! *réactions d'élèves.*

e : on peut en mettre 10 ?

P : ah, ça je ne sais pas, mais en tout cas, je suis sûr, on n'en mettra pas 12... . Ben, je vous le montre, je vous le montre. *Vers le tableau.*

e : on peut en faire ! / ben oui. *P écrit au tableau, sans rien dire « Sur la première ligne, je place 4 points »*

e : ben, non / on n'a pas le droit. / on n'a pas le droit. /

P : on n'a pas le droit ?

e : ben, non. / si ! / non, non / c'est pas plus que 2. / ah ! non ! / pas plus que 2.

P : pas plus que 2 ? donc je ne peux pas ? *Certains disent « si ! », d'autres « non ! »*

e : ah, moins que tu nous montres comment tu fais ! *P écrit : « sur la deuxième ligne, je mets*

e : c'est possible donc on peut en mettre 10. / ben, non ! *les élèves interagissent beaucoup, début d'un débat*

e : mais oui, forcément ! / mais oui !

P : Réfléchissez. Chut. *elle finit d'écrire pour les 3 premières lignes et se retourne.* Est-ce que je peux faire ça ?

ee : oui / non / je sais pas. [...]

Titouan : sur les deux premières lignes non, et sur la troisième, oui.

P : sur les deux premières lignes non, et sur la troisième oui. *temps.*

pe : j'ai compris, on ne peut pas

P : pourquoi ce n'est pas possible. Pourquoi vous me dites, sur la première, sur les deux premières me dit Titouan, sur les deux premières lignes, tu mets ça, ce n'est pas possible, sur la troisième je suis d'accord. Pourquoi ? Levez votre doigt les enfants.

e : on peut pas mettre plus de trois... points sur heu...

P : plus de trois ?

e : oui / pas plus de deux.

P : on ne peut pas mettre plus de deux.

e : oui, c'est pour ça que ça va pas. Comme on peut pas mettre plus de deux on peut en mettre de deux points, y'a que la dernière *inaud*

P : exact. Là, je ne peux pas en mettre plus de deux, donc c'est pour ça je suppose que Titouan disait là je suis d'accord mais là, c'est pas possible. Bon, ben vous allez chercher. Vous allez chercher tout seul [...] **Minute 15**

Alors chut, chut. La consigne n'a peut-être pas été très claire. Qu'est-ce qu'on va faire sur cette feuille [...] ?

Elie : on doit dire comment placer bah... les croix *inaud* pour déterminer le maximum de points qu'on peut mettre sur une ligne.

P : sur une ligne seulement ?

Elie : non sur les 5 lignes

P : exactement, il faut essayer de trouver [...] Tout ça parce qu'on essaie toujours de résoudre le même problème : trouver le plus possible de points que je vais pouvoir mettre et on sait qu'on en est déjà *suspension volontaire*

e : 2. / ben, 9

P : 9 hein. Moi, je dis 9 c'est possible et j'ai dit : 12 c'est pas possible.

e : *bas mais assez fort pour que P entende* c'est 10.

P : *bas*, si c'est 10, je ne sais pas. Si c'est 11. Trouvez. Seulement, cette fois-ci je ne vous ai pas donné de grille, réfléchissez, combien vous pouvez en mettre. [...] *Les élèves cherchent. P complète au tableau.* [...]

P : à un élève trois plus deux 5 et un 6. C'est moins bien. à un autre élève 2 4 5 6 7, c'est moins que 9 ! **encore une autre 2 4 6 7 8, c'est moins que 9 ! 18 min 45**

P : bien, je vais prendre quelques feuilles... [...] Alors en voici une. [...]. Si je compte, ça me fait 3 et 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Là il a mis 11 points dans son *inaud*.

e : mais heu, c'est pas possible

P : mais heu, ben si c'est pas possible vous levez votre doigt. [...] Alors, voyons. Manon ?

Manon : moi, je ne suis pas d'accord pour la 5ème et la 2ème parce que heu, on n'a pas le droit de mettre heu... on n'a pas le droit de mettre trois ... points sur la même ligne.

P : on n'a pas le droit de mettre trois points sur la même ligne, donc tu dis ici « ça ne marche pas », et ici « ça ne marche pas ». Quelqu'un a quelque chose à rajouter ? Attention, si c'est pour dire la même chose ce n'est pas la peine, hein. [...] bien fort Morgane.

Morgane : en fait, c'est que je trouve que le trois ça se peut pas parce que si on le met pas dans la même ou pas dans le même sens pour que se soit en ligne, ça se peut.

P : donc, toi tu dis ça c'est possible

Morgane *interrompt P* : mais heu aussi, la deuxième et la cinquième je suis d'accord.

P : d'accord, ça c'est pas possible, par contre celle-ci en effet, on peut en mettre 2 si on fait attention qu'il n'y ait pas d'alignement, on peut mettre deux points sur une ligne.

e : mais sur la 5ème ligne, elle a dit qu'il y avait... trois points. C'est toujours sur la même ligne alors, il y en a toujours 3.

P : oui, c'est ce que nous a dit Manon. Elle a dit, celle-là et celle-là c'est pas possible parce que justement sur une même ligne, pas plus de 2 points. [...] donc toi, tu penses que celle-là c'est possible ?

e : non, mais là toutes les deux elles sont pas possibles.

P : voilà, toutes les deux là, c'est pas possible. Donc est-ce que ça c'est une solution qui est possible ?

pe : non

P : non, hein. Donc, celle-là ça ne marche pas. Je vous en propose une autre. [...] Alors Kinnie, t'en penses quoi ?

Kinnie : c'est pas possible.

P : alors dis-moi pourquoi.

Kinnie : ben, parce que on a dit qu'il fallait pas mettre heu... plus de trois sur la même heu... ligne

P : plus de trois ? Ah, j'ai jamais dit ça. On a dit plus de deux. [...] exactement, on a le droit à deux mais pas à trois. Pas plus de deux.

Kinnie : et là, y'a plus de deux et y'a trois aussi et ça on avait pas le droit.

P : donc, ça c'est pas possible. Kinnie c'est bien ça ? et celle-là non plus ?

Kinnie : oui. Il y en a 4.

P : D'accord. Oui, Mathilde, tu veux rajouter quelque chose ?

Mathilde : ben, moi je ne suis pas d'accord pour le 3. *inaud elle compte bizarrement les points d'une ligne.*

P : [...] Ça ça n'est pas une solution qui marche. Tiens, j'ai celle-ci aussi. Je sais que vous allez me dire que c'est pas possible. Ah, je suis d'accord avec vous : là c'est pas possible, là c'est pas possible.

e : et il reste plus qu'un point.

Diane : c'est qui ? c'est qui ?

P : et il ne reste plus qu'un point, oui. [...] Nan, nan, moi je pense qu'il y a des choses à dire là aussi.

e : on peut pas parce qu'on avait dit qu'il fallait plus que 9 et puis là y'avait que un.

e : y'a que un.

P : oh, bah, si tu veux, pas de problème, si tu veux je vais mettre, je vais mettre ça.

e : non

P : ah, bah, je suis désolée, vous m'avez dit : pas plus de deux. [...] Là, moi j'en ai pas plus de deux. J'en ai pas plus de deux, j'en ai pas plus de deux *en montrant les lignes*, j'en ai pas plus de deux, j'en ai pas plus de deux, tout va bien. *des élèves réagissent.* [...] Pourquoi ça vous fait rire et pourquoi vous dites : ah, non ça marche pas ? Je suis d'accord avec vous mais expliquez moi pourquoi. Pourquoi Titouan ?

Titouan : ben, sur la *inaud* ligne, on peut en mettre plus.

P : là, on peut en mettre plus. Tiens, eh bien alors je vais donner cette solution là. *écrite au tableau*

pe : celle-là elle est bien

P : Chut. Vous en pensez quoi ?

e : bah, c'est bien. / e : elle marche. **Minute 27**

P : elle marche. Mais attention, elle marche... je rappelle ma consigne, placer le plus de points possibles et je sais déjà que je peux en mettre 9, donc maintenant je cherche si je peux en mettre 10, 11...

e : 11 ça ne se peut pas. / ben, en fait, elle fait 8,

P *interrompt e* : elle fait 8

e : Donc, comme on avait réussi à faire 9, on peut faire plus que 9.

P : on peut faire plus, très bien. Alors heu, est-ce que avec mon système là, on pourra en mettre 11, par exemple.

Parce que je vous ai dit, 12 c'est sûr c'est pas possible. Alors 11 ?

e *bas* : c'est pas possible.

P : alors faut m'expliquer pourquoi c'est pas possible. Si tu as « dix », alors lève ton doigt et dis, je sais que je ne peux pas mettre plus parce que... il faut m'expliquer pourquoi. Lucie, tu ne veux pas nous expliquer pourquoi, Kim ou Chloé.

Chloé : moi je veux bien [...] moi, je pense qu'on peut pas parce que si on met deux points sur chaque ligne ça fait déjà 10, donc on ne peut pas mettre plus. On ne pourra pas mettre plus que 2 points sur chaque ligne.

P : donc, là je peux en mettre plus, vous êtes d'accord ?

pe : oui.

P : et là, je mets combien ?

pe : 2

P : là, je mets 2, hein Antoine. D'accord ? et là en bas, Antoine, je mets combien ? [...]

Antoine : 1

P : Je mets 1 ? Qu'est-ce que vous en pensez ? Benjamin ?

Benjamin : on peut en mettre plus, on peut en mettre 2.

P : on peut en mettre 2. [...] Et Chloé me dit : ben si j'en mets deux, j'ai le droit, par ligne, là j'en mets 2, là j'en mets deux, là j'en mets 2, là j'en mets 2, j'en mets 2 et ça m'en fait ?

pe : 10

P : ça m'en fait 10. Est-ce que je peux en mettre 11 Antoine ? *non réponse* [...] Ellie, est-ce que je peux en mettre 11 ?

Ellie : non **Min 24**

P : alors, pourquoi est-ce que je ne peux pas en mettre 11 Antoine ? *non réponse* qui peut l'aider ? qui peut lui expliquer pourquoi je peux pas en mettre 11 ? Juliette ?

Juliette : parce que *inaud*

P : parce que pour en mettre 11, il faut que j'en mette ici par exemple 3. Et si je mets un trois ici, vous allez me dire, c'est pas possible. Si je mets un trois ici, vous allez me dire, t'as pas le droit, là non plus, là non plus et là

non plus. Donc, je suis obligée d'en mettre que deux par ligne. Donc sur la première ligne j'en mets 2, sur la 2ème j'en mets, sur la 3ème j'en mets 2, sur la 4ème j'en mets 2 et tout cela ça me fait que 10 points possibles. Je ne peux pas en mettre 11. **Min 30** oui ?

e : mais y'a par contre heu... [...] je sais pas trop comment expliqué mais heu [...] si y'a 6 lignes, 5 lignes ... je peux aller montrer [...] heu... je me suis trompée.

P : tu t'es trompée. [...] Oui, Chloé, tu avais quelque chose à rajouter ?

Chloé : ben, moi. Je peux montrer au tableau ? Parce que je me suis aperçue qu'en fait on peut pas parce que là, là et là, y'a qu'un seul point mais là on peut pas parce que sinon ça fait trois, là on peut pas parce que sinon ça fait 3, là on peut pas parce que sinon ça fait 3, là on peut pas parce que sinon ça fait 3 et là aussi, donc on peut pas en mettre 10 en fin de compte. *Elle cherche à placer un 10ème point sur une grille à neuf.*

P : alors... si. On peut. On sait qu'on peut mais est-ce qu'on a trouvé la solution à 10 ?

e : non

P : non. On ne l'a pas cherchée, on ne l'a pas trouvée. Et pourtant c'est faisable parce qu'on sait que heu, quelque part il doit y avoir une solution : on en met 2 sur une ligne, on en met deux sur une autre, on en met 2, mais peut-être que c'est pas là qu'il faut les mettre. Ce... cette chose là elle nous aide pas. Il faudrait refaire une grille et d'ailleurs je vais vous en redonner, je vais vous les laisser et vous allez chercher, et promis, on peut. Donc, dans sa tête on sait qu'on peut par contre, on n'a pas encore trouvé la solution [...] mais elle existe, mais est-ce qu'on va chercher la solution pour en mettre 11 ?

pe : non

P : non. Ça on sait que c'est pas la peine, on perdrait notre temps, ça ne sert à rien. D'accord ?

e : donc on ne peut en mettre que 10.

P : on sait qu'on peut en mettre que 10. Mais vous voyez, dans ce problème, on n'a pas la solution

e : ben, non

P : on a... on sait qu'on peut faire, mais on n'a pas trouvé encore.

e : ben, non

P : mais est-ce que c'est pour ça que le problème n'est pas fait ?

e : ben, non

P : ben, non. Non, il est pas fait *puis pour se reprendre* il est fait quelque part, on sait... on sait combien on peut en trouver, on sait qu'on ne peut pas aller plus loin, maintenant à vous de trouver la vraie solution sur la grille. Donc, je vous laisserai des grilles et puis on verra, [...] Vous verrez qu'en plus, y'en a pas qu'une. [...] Ca paraît difficile comme ça, hein, et puis en fait il suffira de chercher. Et promis, y'aura une solution avec les 10. **Minute 33** [...] Vous chercherez. Voilà, mon problème est fini. Vous chercherez.