



HAL
open science

Lacan et la connaissance commune : “ l’énigme des trois prisonniers ”

Tarik Tazdaït

► **To cite this version:**

Tarik Tazdaït. Lacan et la connaissance commune : “ l’énigme des trois prisonniers ”. *Erès. Réel de la Science, Réel de la Psychanalyse*, Pierre-Christophe Cathelineau, Jean-François Chassaing et Thierry Florentin, pp.229-246, 2020, 9782749266404. hal-03046505

HAL Id: hal-03046505

<https://hal.science/hal-03046505v1>

Submitted on 31 Oct 2024

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Lacan et la connaissance commune : « l'énigme des trois prisonniers »

Tarik Tazdaït¹

Tazdaït T. (2020), « Jacques Lacan et la Connaissance Commune : l'Enigme des Trois Prisonniers », in: P.C. Cathelineau, J.-C. Chassaing et T. Florentin (éds.), *Réel de la Science, Réel de la Psychanalyse*, Toulouse, éditions Erès, pp. 229-246.

1. Introduction

C'est en 1944 que paraît l'ouvrage fondateur de la théorie des jeux de John von Neumann et Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*. Toute l'originalité de cet ouvrage réside dans le fait qu'il y est proposé une approche mathématique qui permet d'analyser l'interaction d'individus placés en situation d'interdépendance. Cela peut tout autant concerner le jeu d'échec que des problèmes de nature économique, politique ou sociologique.

A quelques mois d'intervalle, en mars 1945, le psychanalyste Jacques Lacan publie un article intitulé « Le Temps Logique et l'Assertion de Certitude Anticipée. Un Nouveau Sophisme ». A sa parution, cet article passe complètement inaperçu tant son contenu tranche avec les précédents travaux de Lacan : il y traite, en effet, d'un problème de logique. Ajoutons que le manque de visibilité dont l'article a souffert est également dû à Lacan dans la mesure où, pendant près de 10 ans, il n'en fera aucune mention donnant l'impression qu'il correspond à une simple parenthèse. Il faudra attendre son Discours de Rome de 1953 (publié en 1956 sous le titre « Fonction et Champ de la Parole et du Langage en Psychanalyse ») et sa rupture avec la Société Psychanalytique de Paris pour qu'il y revienne et en souligne l'importance. Depuis, « Le Temps Logique » a été abondamment commenté, notamment par des psychanalystes et des philosophes. L'un des arguments généralement mis en avant pour justifier son originalité réside dans le mode de raisonnement développé par Lacan, celui-ci étant en lien avec la théorie des jeux.

Toutefois, malgré la place prise par cet article en psychanalyse, il reste encore méconnu tant par ceux qui développent la théorie des jeux que de ceux qui l'appliquent.

Une explication possible de cette méconnaissance tient au fait que la plupart des auteurs qui font référence à l'article de Lacan s'appuie sur la version qui a été reprise dans son principal ouvrage théorique publié en 1966, les *Ecrits* (voir, par exemple, Charraud, 1997) ; certains citant la réédition des *Ecrits I-II* de 1999 (comme, par exemple, Cléro, 2008). En associant « Le Temps Logique » à l'année 1966 (ou l'année 1999), ces auteurs l'amputent de son véritable argument d'originalité : pour avoir été publié en 1945, il est le premier article d'un non mathématicien en rapport avec la théorie des jeux. Cela est d'autant plus un argument d'originalité qu'il a fallu beaucoup de temps pour que la théorie des jeux soit acceptée dans les sciences sociales. A l'inverse, en s'en tenant à l'année 1966, « Le Temps Logique » n'est qu'un article parmi d'autres s'appuyant sur une approche (la théorie des jeux) qui a déjà pris son envol.

Un autre élément d'explication est que beaucoup des auteurs qui relèvent un lien entre l'article de Lacan et la théorie des jeux n'explicitent pas en quoi « Le Temps Logique » se rattache à la théorie des jeux et ne le situent pas dans le contexte des débats de l'époque. Cela a contribué à entretenir un flou (sur le contenu) qui n'incite pas à sa lecture.

¹ CIRED – CNRS – EHESS – Ecole des Ponts ParisTech

Dans cette courte note, nous nous proposons d'analyser le mode de raisonnement adopté par Lacan dans le « Temps Logique » afin de montrer combien il a été novateur. Nous verrons ainsi que, même si cela n'est pas encore reconnu, Lacan a parfaitement sa place dans l'histoire de la théorie des jeux.

2. L'énigme des trois prisonniers

Tout comme Freud avant lui et comme la plupart des psychanalystes de sa génération, Lacan a suivi des études de médecine en se spécialisant en psychiatrie, il était donc apte à une certaine ouverture à l'égard d'une discipline comme les mathématiques. En outre, il a fait sienne la recommandation de Freud selon laquelle « l'enseignement analytique engloberait aussi des spécialités qui sont étrangères au médecin et qu'il ne rencontre pas dans son activité professionnelle : histoire des civilisations, mythologie, psychologie des religions et littérature » (Freud, 1985/1926, p. 133). Lacan est donc en accord avec l'idée que la pratique de la psychanalyse nécessite de s'enrichir des apports des autres disciplines, lui-même privilégiant la littérature et la philosophie. Ainsi, au cours de ses études de médecine il fréquentera les surréalistes (devenant proche de Breton). Après avoir soutenu sa thèse en 1932 (relative au problème de la psychose paranoïaque), il se rapprochera du philosophe Alexandre Kojève dont il suivra les conférences sur Hegel à l'École Pratique des Hautes Études (au même titre que Aron, Bataille, Breton, Caillois, Merleau-Ponty, Queneau et d'autres encore). Dans ses premiers écrits qui concernent des enjeux théoriques et pratiques de psychiatrie et de psychanalyse, on retrouve l'influence du surréalisme et de la philosophie. Toutefois, on n'observe aucune trace susceptible de témoigner d'un quelconque intérêt pour les mathématiques.

Pendant la seconde guerre mondiale, il s'abstiendra de toute activité d'écriture. Cette activité reprendra avec deux articles publiés successivement en 1945 et 1946 dans la revue *Les Cahiers d'Art*. Ces articles marquent un changement par rapport à ses précédents écrits dans la mesure où ils concernent des problèmes de logique dont ils se proposent de tirer des leçons pour la psychanalyse. Le premier, « Le Temps Logique et l'Assertion de Certitude Anticipée. Un Nouveau Sophisme », consiste en un traitement logique de l'anticipation du sujet. Le second, « Le Nombre Treize et la Forme Logique de la Suspicion » traite d'un problème qui s'inscrit dans le domaine des mathématiques récréatives. Bien que publié en 1946, ce dernier article avait été rédigé avant celui de 1945 (Porge, 2000). Or, on apprend de Lacan (1946) que le problème de mathématiques récréatives auquel il se réfère avait été développé par le mathématicien François Le Lionnais. Il précise également qu'il en a eu connaissance par l'intermédiaire de l'écrivain Raymond Queneau. Ainsi, tout porte à croire que c'est au contact de Queneau, qu'il s'est décidé à porter une certaine attention aux mathématiques ; Queneau étant lui-même un littéraire féru de mathématiques et entouré de mathématiciens².

Notons, au passage, que les articles de 1945 et 1946 s'articulent autour d'un même enjeu, en l'occurrence la manière dont les individus devraient raisonner dans les situations auxquelles ils font face. Le point de différence porte sur les approches privilégiées, à quoi on peut ajouter que le problème envisagé dans « Le temps Logique » est un problème original introduit (et résolu) par Lacan et non repris de la littérature existante.

En quoi consiste le contenu de l'article de 1945 ? Lacan y décrit une situation, que l'on pourrait nommer « l'énigme des trois prisonniers »³, dont il propose une résolution qui est en rapport avec la notion de connaissance commune. Il ne fait aucunement référence à von Neumann et Morgenstern et on peut aisément s'en douter puisque la notion de connaissance commune n'a fait l'objet de véritables investigations que bien plus tard, le terme étant d'ailleurs le fait de David Lewis (1969). Toujours est-il que le raisonnement que Lacan avance est en tout point en cohérence avec la logique inhérente à la

² Soulignons que Queneau et Le Lionnais seront en 1960, avec le mathématicien Claude Berge, les membres fondateurs du groupe Oulipo (« OUVroir de Littérature Potentielle ») dont la particularité est d'envisager la littérature à l'aune des mathématiques.

³ Cette « énigme des trois prisonniers » est à distinguer du « problème des trois prisonniers » qui se trouve être un problème de probabilité bayésienne introduit par Frederick Mosteller (1965).

théorie des jeux. Ainsi, indépendamment du travail de von Neumann et Morgenstern, après des années de silence, Lacan reprend la parole en étant guidé, sans le savoir, par un mode de réflexion empreint de l'approche de la théorie des jeux.

Dans son article Lacan cherche à montrer que « le collectif n'est rien, que le sujet de l'individuel »⁴ (1966/1945, p. 213). Ici le terme de « collectif » ne doit pas être pris dans son sens usuel car il ne correspond pas à une communauté ou à un groupe mais à des individus aux intérêts divergents (pour ne pas dire des adversaires). Sous cette acceptation, la sentence de Lacan suggère que c'est au regard de ce qui est anticipé du comportement des autres que chacun détermine son propre comportement, ce qui est en droite ligne avec ce que la théorie des jeux se propose de modéliser. Pour donner sens à sa thèse, il s'appuie sur une énigme (qu'il présente comme étant un nouveau sophisme) dont la trame concerne trois prisonniers qui voient le directeur de la prison s'adresser à eux en leur tenant le propos suivant :

« Vous êtes trois ici présents. Voici cinq disques qui ne diffèrent que par leur couleur : trois sont blancs, et deux noirs. Sans lui faire connaître duquel j'aurai fait choix, je vais fixer à chacun de vous un de ces disques entre les deux épaules, c'est-à-dire hors de la portée directe de son regard, toute possibilité indirecte d'y atteindre par la vue étant également exclue par l'absence ici aucun moyen de se mirer. »

« Dès lors, tout loisir vous sera laissé de considérer vos compagnons et les disques dont chacun d'eux se montrera porteur, sans qu'il vous soit permis, bien entendu, de vous communiquer l'un à l'autre le résultat de votre inspection. Ce qu'au reste votre intérêt seul vous interdirait. Car c'est le premier à pouvoir en conclure sa propre couleur qui doit bénéficier de la mesure libératoire dont nous disposons. »

« Encore faudra-t-il que sa conclusion soit fondée sur des motifs de logique, et non seulement de probabilité. À cet effet, il est convenu que, dès que l'un d'entre vous sera prêt à en formuler une telle, il franchira cette porte afin que, pris à part, il soit jugé sur sa réponse. » (Lacan, 1966/1945, p.)

Etant donné ces règles, il est supposé que chacun des prisonniers est ensuite paré d'un disque blanc. Pour déterminer la solution de cette énigme et, par là même, le comportement de chacun, il est proposé d'adopter le point de vue d'un des prisonniers. Il nous est alors indiqué que son choix s'établit selon le raisonnement suivant :

« Je suis un blanc, et voici comment je le sais. Etant donné que mes compagnons étaient des blancs, j'ai pensé que si j'étais un noir, chacun d'eux eût pu en inférer ceci : « Si j'étais un noir moi aussi, l'autre, y devant reconnaître immédiatement qu'il est un blanc, serait sorti aussitôt, donc je ne suis pas un noir ». Et tous deux seraient sortis ensemble, convaincus d'être des blancs. S'ils n'en faisaient rien, c'est que j'étais un blanc comme eux. Sur quoi, j'ai pris la porte pour faire connaître ma conclusion » (Lacan, 1966/1945, p. 198).

Comme le raisonnement du prisonnier est valable pour chacun des autres, chacun est alors amené à inférer que le disque qu'il porte est blanc ; c'est pourquoi, tous sortiront simultanément pour faire part de leur réponse.

Dans la mesure où le « collectif » a été représenté par un nombre donné de prisonniers, Lacan insiste pour souligner que son énigme peut se généraliser à un nombre quelconque de sujets. Pour cela, une condition doit néanmoins être vérifiée, en particulier l'attribut négatif (ici le disque noir) « ne peut intervenir qu'en un nombre égal au nombre des sujets moins un » (1966/1945, p. 212-213). Pour nous

⁴ Cette sentence n'apparaît pas dans la version initiale de 1945. Lacan l'a rajouté dans la version qui figure dans les *Ecrits*. On peut penser que c'est après avoir pris connaissance du lien entre son article et la théorie de jeux que Lacan l'introduit. En outre, il fait figurer la sentence tout en fin de la version de 1966 car il est nécessaire de lire l'ensemble du contenu pour vraiment comprendre sa signification (tant il joue sur l'ambiguïté du terme « collectif »).

en convaincre, il traite succinctement du cas à quatre prisonniers, quatre disques blancs et trois disques rouges. Il nous montre ainsi que le raisonnement à tenir est parfaitement analogue.

3. L'enjeu de la connaissance commune.

En quoi cet article de Lacan est-il lié à la notion de connaissance commune ? C'est en référence à la position du directeur de la prison que nous pouvons en donner la réponse. Celui-ci n'intervient pas dans la situation considérée dans le sens où il n'a aucun intérêt en jeu, et pourtant son rôle est primordial. Tout en étant en dehors de la situation (ou extérieur à la situation), il contribue au résultat qui en découle. Il est vrai que cela ne ressort pas de façon flagrante dans la mesure où l'information qu'il livre sur la distribution des disques (entre les blancs et les noirs) ne semble pas constituer une information majeure. En annonçant publiquement la distribution des disques, il apprend aux prisonniers qu'au moins un disque blanc est porté alors que chacun d'eux le sait puisque chacun observe qu'au moins un disque blanc est porté. Pourtant c'est bien à ce niveau que la position du directeur prend tout son sens : s'il n'avait pas rendu public la distribution des disques, aucun des prisonniers n'aurait pu déterminer la couleur du disque qu'il porte.

Pour le voir, distinguons les prisonniers en les nommant i, j et k , et plaçons-nous, par exemple, du point de vue de i . En l'absence d'annonce du directeur, i voit tout de même que j et k sont parés d'un disque blanc. Il sait donc qu'il y a deux ou trois prisonniers parés d'un disque blanc. Il sait également que j voit un ou deux prisonniers parés d'un disque blanc et que k voit un ou deux prisonniers parés d'un disque blanc. Ajoutons que pour i , si j (resp. k) voit deux prisonniers parés d'un disque blanc, il sait alors que j (resp. k) pense que k (resp. j) voit un ou deux prisonniers parés d'un disque blanc. De même, pour i , si j (resp. k) ne voit qu'un prisonnier paré d'un disque blanc, il sait alors que j (resp. k) pense que k (resp. j) voit zéro ou un prisonnier paré d'un disque blanc. Or, sur la base de cette argumentation, il n'est pas possible pour i de déterminer la couleur du disque qu'il porte. L'explication est la suivante : en observant que j et k portent un disque blanc, i sait qu'au moins un disque blanc est porté, mais il ne sait pas si j (resp. k) sait que k (resp. j) sait qu'au moins un disque blanc est porté. Cette limite dans l'argumentation est également valable si l'on avait envisagé le raisonnement du point de vue de j ou de k .

C'est l'annonce que le directeur fait sur la distribution des disques qui permet aux prisonniers de mener à bien leur argumentation. En effet, cette annonce garantit qu'il sera connaissance commune qu'au moins un des disques blanc est porté. Ainsi, par son annonce, le directeur en vient à créer de la connaissance commune. Rappelons que pour qu'un événement soit connaissance commune, il n'est pas seulement nécessaire que chacun le connaisse, il faut également que chacun sait que chacun le connaît, et que chacun sait que chacun sait que chacun le connaît, et ainsi de suite. Robert Aumann (1976) a proposé une formalisation de la connaissance commune (en termes d'état du monde) qui permet d'en étudier les implications. C'est justement en s'appuyant sur le cadre formel défini par Aumann (1976) qu'Antoine Billot (2008) a confirmé la pertinence de la réflexion de Lacan.

La démonstration de Billot (2008) répond aux termes suivants⁵. Comme un état du monde décrit les couleurs des disques des trois prisonniers, on recense huit états du monde possibles, ainsi qu'il l'est indiqué ci-dessous où B (resp. N) désigne un disque blanc (resp. noir).

		Etats du monde							
Prisonnier	i	B	B	B	B	N	N	N	N
	j	B	B	N	N	B	B	N	N
	k	B	N	B	N	B	N	B	N

⁵ Nous tenons à remercier Philippe Solal et Bertrand Crettez pour nous avoir appris l'existence de l'article de Billot (2008).

En l'absence d'annonce du directeur, chaque prisonnier observe les disques portés par les deux autres mais ne connaît pas la couleur du disque qu'il porte. Aussi, les partitions d'information des trois prisonniers (qui correspondent à ce que les prisonniers pourraient savoir au début de la situation) sont données par :

$$\begin{aligned} P_i &= \{(\underline{BBB}), (\underline{NBB})\} - \{(BBN), (NBN)\} - \{(BNB), (NNB)\} - \{(BNN), (NNN)\} \\ P_j &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BNB})\} - \{(BBN), (BNN)\} - \{(NBB), (NNB)\} - \{(NBN), (NNN)\} \\ P_k &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BBN})\} - \{(BNB), (BNN)\} - \{(NBB), (NBN)\} - \{(NNB), (NNN)\} \end{aligned}$$

Il est précisé en souligné les états que chacun des prisonniers est susceptible de voir quand l'état réel est (BBB). Par exemple, le prisonnier j est informé de $\{(BBB), (BNB)\}$ car il sait que les disques des deux autres sont blancs mais ne sait pas quelle est la couleur du disque qu'il porte et donc il ne peut distinguer (BBB) de (BNB).

Avec l'annonce du directeur sur la distribution des disques, il devient connaissance commune que chaque prisonnier peut distinguer l'état (NNN) de tous les autres. Par conséquent, il devient connaissance commune pour les trois prisonniers que leurs partitions sont les suivantes :

$$\begin{aligned} P_i &= \{(\underline{BBB}), (\underline{NBB})\} - \{(BBN), (NBN)\} - \{(BNB), (NNB)\} - \{(BNN)\} - \{(NNN)\} \\ P_j &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BNB})\} - \{(BBN), (BNN)\} - \{(NBB), (NNB)\} - \{(NBN)\} - \{(NNN)\} \\ P_k &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BBN})\} - \{(BNB), (BNN)\} - \{(NBB), (NBN)\} - \{(NNB)\} - \{(NNN)\} \end{aligned}$$

Ici nous pouvons dire que le prisonnier i ne connaît la couleur de son disque que dans les états (BNN) et (NNN). De même, le prisonnier j ne connaît la couleur de son disque que dans les états (NBN) et (NNN), et le prisonnier k dans les états (NNB) et (NNN).

Les termes de l'énigme définissant un cadre statique, nous pouvons continuer l'analyse en nous plaçant du point de vue d'un des prisonniers, par exemple le prisonnier i . Dans l'état (BBB), i ne peut distinguer (BBB) de (NBB). Il en déduit alors que les prisonniers j et k sont capables de distinguer l'état (BNN) de tous les autres. Les partitions d'information se réécrivent donc :

$$\begin{aligned} P_i &= \{(\underline{BBB}), (\underline{NBB})\} - \{(BBN), (NBN)\} - \{(BNB), (NNB)\} - \{(BNN)\} - \{(NNN)\} \\ P_j &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BNB})\} - \{(BBN)\} - \{(BNN)\} - \{(NBB), (NNB)\} - \{(NBN)\} - \{(NNN)\} \\ P_k &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BBN})\} - \{(BNB)\} - \{(BNN)\} - \{(NBB), (NBN)\} - \{(NNB)\} - \{(NNN)\} \end{aligned}$$

Maintenant i sait que j connaît la couleur du disque qu'il porte dans les états (BBN), (BNN), (NBN) et (NNN). Aussi i sait que le comportement que j va adopter (entre sortir pour donner sa réponse ou rester) devient une source d'information importante pour k puisque celui-ci va pouvoir en déduire l'ensemble des états possibles où l'état réel est susceptible de se trouver. En effet, si j sort cela signifie qu'il connaît la couleur de son disque et qu'il pense qu'il est dans l'un des quatre états précédents. En revanche, s'il ne sort pas c'est qu'il ne connaît pas la couleur de son disque et qu'il pense qu'il est dans l'un des quatre autres états que sont (BBB), (BNB), (NBB) ou (NNB). Sachant cela, i sait alors que k va affiner sa partition, d'où :

$$\begin{aligned} P_i &= \{(\underline{BBB}), (\underline{NBB})\} - \{(BBN), (NBN)\} - \{(BNB), (NNB)\} - \{(BNN)\} - \{(NNN)\} \\ P_j &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BNB})\} - \{(BBN)\} - \{(BNN)\} - \{(NBB), (NNB)\} - \{(NBN)\} - \{(NNN)\} \\ P_k &= \{(\underline{BBB}), (\underline{BBN})\} - \{(BBN)\} - \{(BNB)\} - \{(BNN)\} - \{(NBB)\} - \{(NBN)\} - \{(NNB)\} - \{(NNN)\} \end{aligned}$$

Ainsi, i constate que k est en mesure de donner la couleur du disque qu'il porte pour chacun des états possibles du monde. Dans la mesure où le cadre de l'énigme est statique et que les prisonniers j et k raisonnent de la même manière que i , ils finissent tous les trois par en déduire simultanément que le monde réel est (BBB) et sortent donc en même temps.

Bien que l'argument de Lacan soit de l'ordre du narratif il aboutit au résultat formel mis en valeur par Billot, ce qui était à prévoir tant sa réflexion repose sur un mode de résolution hypothético-déductif. On

notera que Lacan assimile le mode de raisonnement des prisonniers à un raisonnement logique et son énigme lui semble si imbriquée dans le domaine de la logique que les termes « logique » et « logiquement » parsèment son article en apparaissant plus de 80 fois. Cependant, son raisonnement logique correspond en réalité à un raisonnement fondé sur la connaissance commune.

4. Les éléments d'originalité

Il nous faut maintenant relever ce qui fait l'originalité du travail de Lacan. Aussi loin que l'on remonte dans la littérature, les premières références à un raisonnement fondé sur la connaissance commune sont généralement associées à John Littlewood (1953) et à George Gamow et Marvin Stern (1958). Ce n'est que bien plus tard que la littérature prendra l'aspect formel qu'on lui connaît aujourd'hui. Par conséquent, étant donné l'antériorité du « Temps Logique » (et en l'état des connaissances sur le développement de la théorie des jeux), on peut le situer dans la littérature comme la première réflexion s'appuyant sur l'hypothèse de connaissance commune.

On peut encore aller plus loin en rappelant que l'ouvrage de von Neumann et Morgenstern (1944) a eu un impact rapide auprès de certains mathématiciens. Les premières contributions qui font suite à l'ouvrage sont publiés dès 1945 dans la revue *Annals of Mathematics* : dans le numéro d'avril pour Abraham Wald et dans le numéro de juillet pour Irving Kaplansky. Il en va tout autrement en sciences sociales. Le constat de l'économiste Martin Shubik (1953) est à ce sujet édifiant, nous apprenant que huit ans après la publication de l'ouvrage, rares sont les départements d'économie et de sciences sociales à avoir enseigné la théorie des jeux et lorsque des ouvrages en font mention c'est pour en dire des généralités ou se contenter de brefs commentaires en notes de bas de pages. Autant dire que, sans s'en rendre compte, Lacan s'est installé dans le prolongement direct de von Neumann et Morgenstern, bien avant tout le monde. C'est là un élément particulièrement significatif et qui n'a jamais été souligné.

Une autre source d'originalité tient à la présence du directeur de la prison. En effet, en raison de sa position, on retrouve à travers l'énigme de Lacan des caractéristiques logiques communes à l'exemple qui figure généralement dans les manuels (quand on évoque la connaissance commune) et qui est inspiré de l'ouvrage de Littlewood (1953), « l'exemple des chapeaux rouges » dont le déroulement est séquentiel⁶. Dans celui-ci, un enseignant fait asseoir trois enfants en cercle dans une salle et pose sur la tête de chacun d'eux un chapeau qui peut être rouge ou blanc. Chacun des enfants voit le chapeau porté par les autres mais ne peut voir le sien. Il est néanmoins admis que tous portent un chapeau de couleur rouge. Quand l'enseignant demande, successivement, à chacun des enfants s'il connaît la couleur du chapeau qu'il porte, chacun à leur tour répond par la négative puisqu'aucun d'eux ne voit le chapeau qu'il porte.

Supposons maintenant que l'enseignant leur annonce publiquement qu'au moins l'un des chapeaux portés est rouge. Là encore, nous pourrions dire que l'information fournie par l'enseignant ne semble pas primordiale puisqu'il est dit aux enfants qu'au moins l'un d'entre eux porte un chapeau rouge quand chacun d'eux l'observait déjà.

Pourtant, comme nous pouvons le montrer, le résultat change. En posant de nouveau au premier enfant la question de savoir s'il connaît la couleur de son chapeau, celui-ci ne peut répondre. Il en va de même pour le deuxième enfant quand la question lui est posée. Seul le troisième est en mesure d'avancer que son chapeau est rouge. En effet, le premier enfant voit deux chapeaux rouges (et voit donc qu'il y a au moins un chapeau rouge porté) mais ne peut rien en déduire quant à la couleur de son chapeau. Aussi, les deux autres enfants savent que le premier n'a pas vu deux chapeaux blancs car si cela avait été le cas, en raison de l'information fournie par l'enseignant il aurait été en mesure de déterminer avec certitude la couleur de son chapeau. Ils savent donc que l'un d'entre eux porte un chapeau rouge. Quand

⁶ Il existe dans la littérature différentes variantes de « l'exemple des chapeaux rouges ». Pour des présentations détaillées de cet exemple et de ses variantes, voir par exemple, Ken Binmore et Adam Brandenburger (1990), John Geanakoplos (1994) ou Billot (2008).

vient le tour du second enfant de répondre à la question, il ne peut lui aussi donner de réponse car il observe un chapeau rouge sur la tête du troisième et cela ne lui permet pas d'en déduire la couleur de son chapeau. Quand le troisième doit se prononcer, il sait que s'il portait un chapeau blanc, en raison de l'information fournie par l'enseignant, le second en aurait déduit qu'il est celui qui porte un chapeau rouge et aurait donné la réponse à la question posée. Comme le second n'a donné aucune réponse, le troisième enfant en déduit que celui-ci n'a pas observé de chapeau blanc et sait alors qu'il est l'enfant qui porte un chapeau rouge. Ainsi, tout comme pour l'énigme de Lacan, le dénouement de « l'exemple des chapeaux rouge » résulte de l'annonce publique de l'enseignant qui rend connaissance commune l'information qu'au moins l'un des chapeaux portés est rouge.

Ajoutons enfin que chez Lacan l'histoire ne dit pas ce qu'il est advenu des trois prisonniers, mais dans la mesure où seul l'un d'entre eux devait être libéré et que les trois ont la bonne réponse, il est impossible au directeur de répondre à la demande qui lui a été faite de n'en libérer qu'un, d'où un paradoxe. Peut-être que ce qui semble être un paradoxe ne l'est pas vraiment et que les règles définies par le directeur de la prison traduisent ses préférences, c'est-à-dire qu'il lui est demandé de libérer un prisonnier alors qu'il ne souhaite pas le faire. Il aurait ainsi proposé des règles qui conduisent au résultat qu'il recherche. Sur ce point, la question reste totalement ouverte, témoignant par là même de l'actualité de l'énigme proposé par Lacan.

Références

Aumann R.J. (1976), « Agreeing to Disagree », *Annals of Statistics*, 4, pp. 1236-1239.

Binmore K., Brandenburger A. (1990), « Common Knowledge and Game Theory », in: Binmore K. (ed.), *Essays on the Foundation of Game Theory*, Oxford, Basil Blackwell, pp. 105-150.

Billot A. (2008), Le Raisonnement Spéculaire (Ce que Aumann Doit à Lacan), in: Walliser B. (éd.), *Economie et Cognition*, Paris, Maison des Sciences de l'Homme, pp.115-146.

Charraud N. (1997), *Lacan et les Mathématiques*, Paris, Anthropos.

Cléro J.-P. (2008), « Lacan et les probabilités », *Revue de Synthèse*, 129(2), pp. 297-319.

Freud S. (1985/1926), *La question de l'Analyse Profane*, Paris, Gallimard.

Gamow G., Stern M. (1958), « Forty Unfaithful Wives », in: *Puzzle Math*, Gamow G. et Stern M., New York, The Viking Press, pp. 20-23.

Geanakoplos J. (1994), « Common Knowledge », in: Aumann R., Hart S. (eds.), *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, vol 2, Amsterdam, Elsevier, pp. 1437-1496.

Kaplanski I. (1945), « A Contribution to Von Neumann's Theory of Games », *Annals of Mathematics*, 46(3), pp. 474-479.

Lacan J. (1946), « le Nombre Treize et la Forme Logique de la Suspicion », *Les Cahiers d'Art*, pp. 389-393.

Lacan J. (1966/1945), « Le Temps Logique et l'Assertion de Certitude Anticipée. Un Nouveau Sophisme » in: *Ecrits*, Lacan J., Paris, Seuil, pp. 197-213 (initialement publié dans *Les Cahiers d'Art*, 1940-1944, pp. 32-42, 1945).

Lacan J. (1966/1953), « Fonction et Champ de la Parole et du Langage en Psychanalyse », in: *Ecrits*, Lacan J., Paris, Seuil, pp. 237-322 (initialement publié dans *La Psychanalyse*, n° 1, pp. 81-166, 1956).

Lewis D.K. (1969), *Convention: A Philosophical Study*, Cambridge Mass., Harvard University Press.

Littlewood J. E. (1953), *A Mathematician's Miscellany*, London, Methuen.

Mosteller F. (1965), *Fifty Challenging Problems in Probability with Solutions*, Reading, MA, Addison-Wesley.

Porge E. (2000), *Jacques Lacan, Un Psychanalyste : Parcours d'un Enseignement*, Toulouse, Erès.

Schubik M. (1953), The Role of Game Theory in Economics, *Kyklos*, 6(1), pp. 21-34.

Von Neumann J., Morgenstern O. (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, Princeton University Press.

Wald A. (1945), « Generalization of a Theorem by v. Neumann Concerning Zero Sum Two Person Games », *Annals of Mathematics*, 46(2), pp. 281-286.