



Reconstruction polarimétrique d'environnements circumstellaires à partir des données ESO/VLT-SPHERE IRDIS

L. Denneulin, M Langlois, Nelly Pustelnik, Eric Thiébaud

► To cite this version:

L. Denneulin, M Langlois, Nelly Pustelnik, Eric Thiébaud. Reconstruction polarimétrique d'environnements circumstellaires à partir des données ESO/VLT-SPHERE IRDIS. GRETSI, Aug 2019, Lille, France. hal-03043878

HAL Id: hal-03043878

<https://hal.science/hal-03043878>

Submitted on 7 Dec 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Reconstruction polarimétrique d’environnements circumstellaires à partir des données ESO/VLT-SPHERE IRDIS.

Laurence DENNEULIN^{1,2}, Maud LANGLOIS¹, Nelly PUSTELNIK², Éric THIÉBAUT¹

¹ Univ Lyon, Univ Lyon1, Ens de Lyon, CNRS, Centre de Recherche Astrophysique de Lyon UMR5574

² Université de Lyon, ENS de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique

laurence.denneulin@univ-lyon1.fr

Résumé – La reconstruction des environnements des étoiles jeunes par imagerie directe est un défi car leur émission est noyée dans les résidus de lumière stellaire malgré l’utilisation d’un coronographe. Il est cependant possible de les démêler en exploitant leurs différences d’états de polarisation. Dans ce papier, nous présentons une méthode régularisée de reconstruction des environnements circumstellaires polarisés, à partir des données d’IRDIS (*Infrared Dual Imager and Spectrograph*), instrument de SPHERE (*Spectro-Polarimetric High-contrast Exoplanet REsearch*) installé sur l’un des télescopes du VLT (*Very Large Telescope*) de l’ESO (*European Southern Observatory*). Nous discutons des mérites de différentes régularisations selon le cas astrophysique étudié.

Abstract – The circumstellar environments reconstruction by direct imaging is challenging because of the dominating residual star light in spite of the coronagraph. Yet, separation of both signals is possible by using their polarization states differences. In this paper, we present a regularized reconstruction method of the circumstellar environments of ESO/VLT-SPHERE IRDIS’s polarimetric data. We then discuss the merit of various regularizations depending on specific astrophysical cases.

1 Introduction

Ces dernières décennies, l’évolution de l’instrumentation des très grands télescopes a occasionné d’importantes avancées dans l’étude des environnements circumstellaires et la découverte d’exoplanètes. Du fait du grand contraste avec l’étoile requis pour les observer, la reconstruction des environnements reste cependant un défi majeur. En effet, sur le détecteur, le signal d’intérêt est largement dominé par les résidus de lumière stellaire liés aux aberrations de phase. En exploitant les différences d’état de polarisation du signal d’intérêt et des fuites stellaires, l’imagerie en polarimétrie devrait permettre de procéder au nécessaire démêlage.

Les méthodes de l’état de l’art de reconstructions polarimétriques à haut contraste (double ratio et double différence [1]), en procédant par combinaison directe des données, sont plus simples que les algorithmes développés pour d’autres modalités d’imagerie polarimétriques (séparation de sources [2, 3] ou approche parcimonieuse [4]). Nous proposons de reconstruire le signal d’intérêt par approche inverse en maximisant la vraisemblance des données polarimétriques connaissant leur modèle sous contraintes. Le modèle des données prenant en compte la convolution par la réponse instrumentale (PSF), une régularisation est nécessaire pour éviter l’amplification du bruit dans la reconstruction.

Le nombre et les performances des algorithmes de déconvolution n’a cessé d’augmenter. Les méthodes de type Quasi-Newton [5] sont très rapides mais ne peuvent être appliquées pour des pénalisations non-lisses. Dans ce cas, les méthodes

telles que l’algorithme explicite-implicite (forward-backward) ou Douglas-Rachford sont à même d’obtenir une solution [6, 7]. Les algorithmes de type primal-dual [8, 9] permettent de combiner facilement plusieurs termes non-différentiables et des opérateurs linéaires. Nous avons choisi l’algorithme de Condat-Vũ [8] car il prend en compte des fonctions différentiables à gradient Lipschitz auxquelles s’ajoutent autant de contraintes que nécessaire tout en gardant la même structure algorithmique. Ceci rend les comparaisons plus aisées car le même algorithme peut être utilisé pour une grande diversité de régularisations. Compte tenu du type d’objet d’intérêt, nous avons choisi d’exploiter des régularisations telles que la Variation Totale (TV), la norme de Shatten sur l’opérateur hessien [10], la Variation Totale Généralisée (TGV) [11] où une pénalisation hybride $TV + \ell_1$ à l’instar de pénalisation utilisées dans l’analyse d’images texture+géométrie [12, 13].

L’article est organisé ainsi : Nous décrivons d’abord notre modélisation des données d’après la physique de l’instrument. Nous énonçons ensuite la fonction objectif que nous minimisons et l’algorithme associé. Nous présentons enfin les résultats obtenus sur des données simulées et sous différentes régularisations, la qualité des résultats étant jugée d’après le taux de polarisation retrouvé et le niveau de contraste.

2 Méthodologie

La polarisation de la lumière décrit le comportement de son champ électrique au cours du temps et peut être représentée

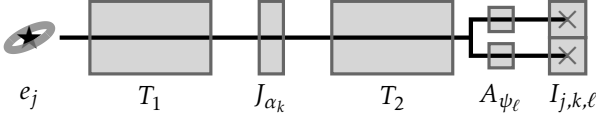


FIGURE 1 – Schéma simplifié de l'instrument ESO/VLT-SPHERE IRDIS. En entrant dans le télescope, le champ électrique e_j est transmis par un premier ensemble de composants optiques, dont l'effet est représenté par la matrice de Jones T_1 , puis par une lame demi-onde, représentée par la matrice J_{α_k} , ensuite par un second ensemble de composants optiques, représenté par la matrice T_2 , avant d'être divisé en deux. Les champs électriques résultants sont ensuite projetés par deux analyseurs perpendiculaires, représentés par les vecteurs de Jones A_{ψ_ℓ} (pour $\ell \in \{1, 2\}$), pour enfin atteindre chacun une partie différente du détecteur qui enregistre l'intensité associée $I_{j,k,\ell}$, en nombre de photo-électrons, au pixel j de l'image numéro $k \in \{1, \dots, n\}$.

par un vecteur complexe, normal à la direction de propagation de l'onde, composé d'une amplitude et d'une phase. La lumière de l'étoile est *non-polarisée*, l'amplitude et la phase de son vecteur de polarisation variant aléatoirement au cours du temps. Une partie la lumière de l'environnement est issue de la réflexion de la lumière de l'étoile sur la poussière qui compose l'environnement. Elle est de ce fait *partiellement polarisée linéairement* : l'amplitude et la phase du vecteur de polarisation de la composante linéairement polarisée sont constantes au cours du temps et ce vecteur peut s'écrire $(a \cos \theta, a \sin \theta)^\top$, où $a \in \mathbb{R}$ est l'amplitude et $\theta \in [0, 2\pi[$ la phase ou l'angle de polarisation linéaire.

2.1 Modèle direct

Soit $(e_j)_{j \in \{1, \dots, N \times N\}}$, la somme de deux champs électriques, non-polarisé et polarisé linéairement, entrant dans l'instrument ESO/VLT-SPHERE IRDIS et atteignant un pixel j du détecteur. Les transformations s'appliquant à e_j dans l'instrument sont représentées par des matrices de Jones, sous-ensemble de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ (cf. figure 1). La lame demi-onde module la polarisation selon le cycle d'angles $\alpha_k \in \{0, \pi/2, \pi/4, 3\pi/4\}^{n/4}$ où k est le numéro d'image de la séquence. Lors du passage dans les analyseurs, le champ électrique polarisé ainsi modulé est simplement projeté par $A_{\psi_\ell} = (\cos \psi_\ell, -\sin \psi_\ell)^\top$, où $\psi_1 = 0$ et $\psi_2 = \pi/2$, tandis que le champ électrique non-polarisé est moyenné. Cette moyenne est identique quelque soit le numéro d'image k , permettant ainsi le démélange. L'intensité acquise en un pixel j du détecteur pour une orientation α_k de la lame demi-onde et un angle ψ_ℓ d'analyseur est alors donnée par :

$$I_{j,k,\ell} = \mathbb{E}_t \left[| \langle A_{\psi_\ell}, T_2 J_{\alpha_k} T_1 e_j \rangle_{\mathbb{C}^2} |^2 \right], \quad (1)$$

où $\mathbb{E}_t[\dots]$ dénote la moyenne temporelle sur le temps de pose. En posant $v^{k,\ell} = (T_2 J_{\alpha_k} T_1)^* \cdot A_{\psi_\ell}$, où $*$ représente l'opérateur adjoint, et en développant l'expression, on obtient :

$$I_{j,k,\ell} = \frac{1}{2} \|v_{k,\ell}\|_{\mathbb{C}^2}^2 I_j^u + | \langle v_{k,\ell}, c_{\theta_j} \rangle_{\mathbb{C}^2} |^2 I_j^p, \quad (2)$$

où $I^u \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$ et $I^p \in \mathbb{R}_+^{N \times N}$ sont les cartes d'intensités non-polarisées et polarisées linéairement (soit les moyennes temporelles quadratiques des champs électriques non-polarisés

et polarisés pendant la pose) et $c_{\theta_j} \equiv (\cos \theta_j, \sin \theta_j)^\top$ avec $\theta_j \in [0, 2\pi[$ l'angle de polarisation au pixel j .

L'intensité acquise en un pixel j du détecteur suit une loi de Poisson de paramètre $I_{j,k,\ell}$ exprimé en photo-électrons par pixel par image. Ce nombre étant élevé, nous approximations la distribution du bruit par une loi gaussienne indépendante centrée de variance $I_{j,k,\ell}$. Au bruit de Poisson s'ajoute un bruit de lecture supposé centré gaussien de variance σ_{roj}^2 . D'où le modèle des données suivant :

$$D_{j,k,\ell} = I_{j,k,\ell} + \beta_{j,k,\ell}, \quad (3)$$

où $\beta_{j,k,\ell} \sim \mathcal{N}(0, I_{j,k,\ell} + \sigma_{\text{roj}}^2)$ est un terme de bruit. Il est à noter qu'un terme d'attache aux données de type divergence de Kullback semblerait plus approprié même si cette approximation possède des limitations [14]. En pratique, l'approximation gaussienne proposée ici conduit à une pénalisation quadratique donnant de bon résultats en termes de qualité de reconstruction pour des calculs plus rapides [15]. Sans prendre en compte la déconvolution, les paramètres I_j^u , I_j^p et θ_j pourraient être estimés en maximisant la vraisemblance des données connaissant le modèle ce qui revient à résoudre un problème non-linéaire mais séparable et s'écrivant de façon hiérarchique :

$$\min_{\theta_j} \left\{ \min_{I_j^u \geq 0, I_j^p \geq 0} \sum_{k,\ell} w_{j,k,\ell} \left(I_{j,k,\ell} (I_j^u, I_j^p, \theta_j) - D_{j,k,\ell} \right)^2 \right\}, \quad (4)$$

pour tout pixel j et avec $w_{j,k,\ell} = \left(I_{j,k,\ell} (I_j^u, I_j^p, \theta_j) + \sigma_{\text{roj}}^2 \right)^{-1}$. La possibilité de prendre en compte les données manquantes grâce aux poids $w_{j,k,\ell}$ est un avantage sur les méthodes de l'état de l'art qui ne peuvent fonctionner que sur un cycle complet d'angle de lame demi-onde.

2.2 Modèle linéarisé

La non-linéarité du modèle que nous considérons devient problématique lorsque que la convolution par la PSF est prise en compte. Le problème n'étant alors plus séparable pixel-à-pixel, il est bien plus lourd à résoudre en terme de complexité algorithmique. Nous proposons donc une version linéarisée du modèle en les paramètres de Stokes (I, Q, U) qui s'écrit :

$$I_{j,k,\ell} (I_j, Q_j, U_j) = v_{k,\ell}^{\text{norm}} I_j + v_{k,\ell}^{\text{diff}} Q_j + v_{k,\ell}^{\text{real}} U_j, \quad (5)$$

$$\text{où } \begin{cases} I_j = I_j^u + I_j^p, \\ Q_j = I_j^p \cos 2\theta_j, \\ U_j = I_j^p \sin 2\theta_j, \end{cases} \quad \text{et } \begin{cases} v_{k,\ell}^{\text{norm}} = (1/2) \|v_{k,\ell}\|_{\mathbb{C}^2}^2, \\ v_{k,\ell}^{\text{diff}} = (1/2) (|v_{k,\ell}^x|^2 - |v_{k,\ell}^y|^2), \\ v_{k,\ell}^{\text{real}} = \Re(v_{k,\ell}^x v_{k,\ell}^y). \end{cases}$$

La relation inverse s'écrit :

$$\begin{cases} I_j^p = \sqrt{Q_j^2 + U_j^2}, \\ \theta_j = (1/2) \arctan(U_j/Q_j), \\ I_j^u = I_j - I_j^p. \end{cases} \quad (6)$$

2.3 Fonction objectif

Afin de passer du domaine des cartes reconstruites au domaine des données, on définit $V_k^\ddots = V_{k,1}^\ddots K_1 + V_{k,2}^\ddots K_2 \in \mathbb{R}^{N \times 2N}$

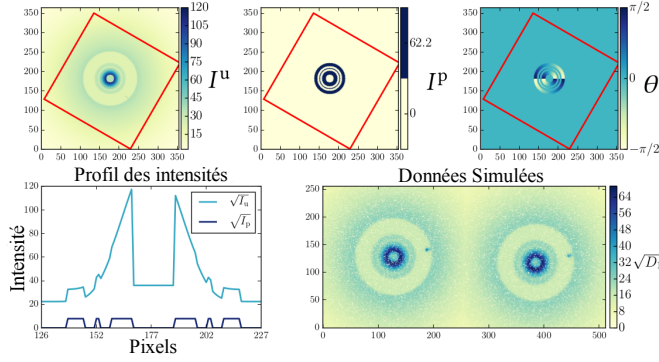


FIGURE 2 – Simulations pour $\tau_{\text{disk}} = 10\%$. Sur la première ligne, de gauche à droite, sont affichées les cartes I^u , I^p et θ . En dessous sont présentées, à gauche les profils de I^u et I^p , montrant la différence importante d'intensité entre les deux composantes, à droite les données simulées à partir des cartes.

où $K_1 = (1, 0)^\top \otimes \text{Id}_N$ et $K_2 = (0, 1)^\top \otimes \text{Id}_N$, $\otimes$ représentant le produit de Kronecker. Le terme d'attache aux données correspond alors à la norme de Mahalanobis :

$$\sum_{k=1}^n \|D_k - \mathcal{H}(I \cdot v_k^{\text{norm}} + Q \cdot v_k^{\text{diff}} + U \cdot v_k^{\text{real}})\|_{W_k}^2, \quad (7)$$

où $W_k = w_{k,1} K_1 + w_{k,2} K_2$. L'opérateur $\mathcal{H}$ contient les transformations linéaires s'appliquant à toutes les cartes (translation, rotation du champ et convolution par la PSF).

Quelque soit le pixel j , la contrainte de positivité sur les intensités impose que $I_j^u \geq 0$ et $I_j^p \geq 0$. D'après l'expression de I_j^p dans (6), cette dernière inégalité est toujours vraie par construction. Pour que la première inégalité soit vérifiée il faut explicitement imposer que $I_j \geq I_j^p$ ce qui revient à imposer la contrainte épigraphique $I_j \geq (Q_j^2 + U_j^2)^{1/2} = \|(Q_j, U_j)^\top\|_2$.

Du fait de la nature relativement lisse des disques circumstellaires, nous avons choisi d'utiliser les régularisations TV, Shatten [10], qui évite les aplats, et TGV [11], qui est compromis entre TV et Shatten. Sous ces régularisations, la restitution de points sources très brillants est cependant difficile et peut résulter en une perte d'information autour des points sources ou en une sous-régularisation du problème. Nous proposons donc une pénalisation hybride $\text{TV} + \ell_1$ qui consiste à séparer les termes à estimer en une composante lisse et une composant parcimonieuse, e.g. $X = X_1 + X_2$, et à régulariser par $\text{TV}(X_1) + \|X_2\|_1$, permettant la déconvolution des points sources sans perte d'information.

Finalement, la fonction objectif du problème à résoudre est :

$$\min_{I, Q, U} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \|D_k - \mathcal{H}(I \cdot v_k^{\text{norm}} + Q \cdot v_k^{\text{diff}} + U \cdot v_k^{\text{real}})\|_{W_k}^2 + \lambda_1 \mathcal{L}_1(I) + \lambda_2 \mathcal{L}_2(Q) + \lambda_3 \mathcal{L}_3(U) + \iota_{I \geq \|(Q, U)\|_2}(I, Q, U) \right\} \quad (8)$$

où $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$ et $\mathcal{L}_3$ sont les régularisation appliquées à I , Q et U , de paramètres respectifs λ_1 , λ_2 et λ_3 . Après résolution de l'équation (8) avec l'algorithme proximal primal-dual de Condat-Vũ [8], retrouver les paramètres d'intérêt revient à appliquer (6).

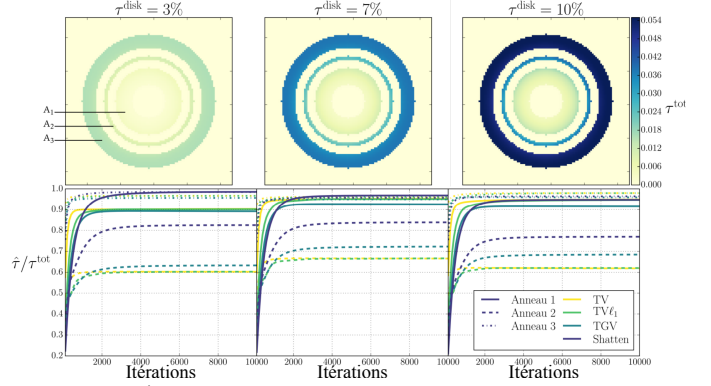


FIGURE 3 – Évolution de $\hat{\tau}/\tau_{\text{tot}}$ moyens sur chaque anneaux pour les différents τ_{disk} . Sur la première ligne sont affichées les cartes des τ_{tot} pour les différents τ_{disk} . En dessous sont tracés les évolutions des $\hat{\tau}/\tau_{\text{tot}}$ moyens associés, pour chaque régularisation, en fonction des itérations.

3 Résultats

L'intérêt de notre approche est double : d'une part, restituer précisément les points sources et, d'autre part, estimer au mieux l'intensité polarisée. Pour ce second critère, nous avons donc choisi de juger l'efficacité de la régularisation d'après le taux de polarisation estimé. Nous avons simulé des données pour un taux de polarisation $\tau_{\text{disk}} = I^p/(I_{\text{disk}}^u + I^p)$ donné pour la lumière de l'environnement. Ce taux n'est pas estimable en pratique car I_{disk}^u est comprise dans I^u , aussi nous définissons $\tau_{\text{tot}} = I^p/(I^u + I^p)$, estimable sur des données réelles. Un rapport moyen entre $\hat{\tau} = \widehat{I^p}/(\widehat{I^u} + \widehat{I^p})$ estimé et τ_{tot} implémenté proche de 1 sera notre critère de qualité. Les jeux de données simulés pour τ_{disk} valant 10%, 7% et 3%, correspondent respectivement à un cas simple, moyen et difficile, une intensité polarisée faible étant plus facilement noyée dans le bruit de photons. Les données sont composées de trois anneaux $\{A_1, A_2, A_3\}$, de mêmes intensités mais de τ_{tot} et de taille différentes. Deux points sources sont ajoutés dans I^u . Les images simulées sont ensuite combinées d'après (2), convoluées, bruitées et altérées par l'ajout de 10% de pixels non valides pris au hasard. Chaque jeu de données est constitué de $n = 64$ réalisations du bruit. La figure 2 montre les cartes créées et les données simulées associées dans le cas $\tau_{\text{disk}} = 10\%$.

Sur la figure 3, le taux estimé en régularisant par Shatten apparaît plus précis pour les cas difficiles, i.e. un taux de polarisation faible ou un anneau fin. À l'inverse, pour les zones étendues avec un taux de polarisation élevé, e.g. A_3 avec $\tau_{\text{disk}} = 10\%$, TV et $\text{TV} + \ell_1$ donnent les meilleurs résultats. Si TGV donne de bon résultats visuellement au niveau des zones étendues, comme on peut le voir pour I^p sur la figure 4, il n'aboutit pas à la meilleure restitution de τ_{tot} . La table 1 permet de confirmer cela. On voit également que les méthodes de l'état de l'art ont tendance à surestimer le taux de polarisation dans les cas les plus simples. Pour ce qui est de la déconvolution des points sources, la figure 4 montre l'efficacité de $\text{TV} + \ell_1$ par rapport aux autres régularisations. Les points sources sont bien restitués avec des valeurs très proches des valeurs vraies.

TABLE 1 – SNR moyens de chaque anneaux, avec $\text{SNR} = I^P(n/(I^U + I^P + \sigma_{\tau_0}^2))^{1/2}$, et rapports $\widehat{\tau}/\tau_{\text{tot}}$ estimés avec les différentes régularisations, la méthode non linéaire et les méthodes de l'état de l'art.

τ_{disk}		SNR	TV	TGV	Shatten	TV- ℓ_1	Non-Lin.	Dbl. Ratio	Dbl. Diff.
3 %	A ₁	1,69	0,904	0,890	0,986	0,903	0.886	0.956	0.956
	A ₂	3,23	0,602	0,633	0,825	0,602	0.492	0.499	0.493
	A ₃	4,08	0,967	0,957	0,985	0,967	0.860	0.889	0.859
7 %	A ₁	4,11	0,955	0,924	0,968	0,954	0.941	1.086	1.086
	A ₂	7,80	0,665	0,725	0,839	0,662	0.540	0.558	0.539
	A ₃	9,68	0,962	0,950	0,957	0,962	0.855	0.899	0.853
10%	A ₁	6,05	0,950	0,914	0,948	0,950	1.293	1.570	1.570
	A ₂	11,45	0,618	0,685	0,770	0,618	0.697	0.720	0.688
	A ₃	14,17	0,980	0,959	0,964	0,980	0.912	1.037	0.908

4 Conclusions et perspectives

Nous avons donc mis au point un modèle linéaire des données polarimétriques de l'instrument ESO-VLT/SPHERE IRDIS permettant de résoudre les problèmes de reconstruction et de démixage associés avec différents termes de régularisations. Nous avons comparé leurs efficacités en étudiant le rapport entre taux de polarisation estimés et taux simulés. Nous avons remarqué que pour les cas difficiles, les meilleurs reconstructions sont obtenues avec une régularisation par Shatten, tandis que pour les cas faciles, c'est TV qui donne le meilleur résultat. Enfin, nous avons vu qu'une alliance de TV et ℓ_1 permettait une meilleure restitution des points sources.

Dans l'optique d'améliorer la méthode, e.g. pour les disques vus de face autour d'une seule étoile, il est possible d'inclure un *a priori* sur l'angle de polarisation se traduisant par l'ajout d'une contrainte angulaire, améliorant ainsi l'estimation du taux de polarisation. Le taux de polarisation estimé dépendant également des paramètres de régularisation, une étude plus fine de cette dépendance doit être menée. Cependant, la convergence étant lente et dépendant des poids de la norme de Mahalanobis, une accélération de la méthode par préconditionnement est également envisagée.

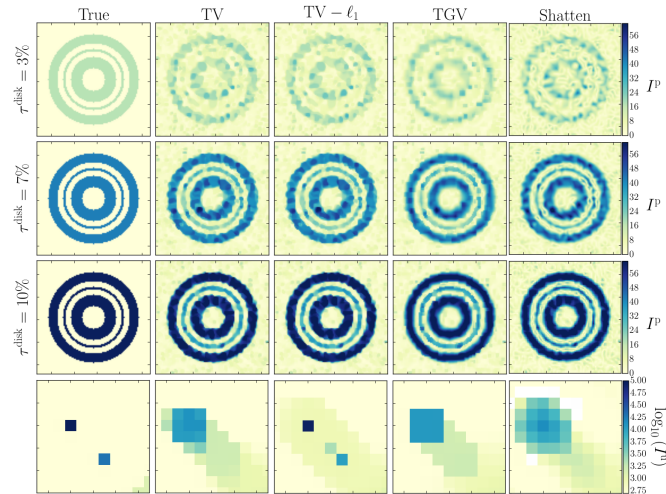


FIGURE 4 – Comparaison des cartes de I^P obtenues pour les différentes régularisation en fonction de τ_{disk} . Sur la dernière ligne, comparaison de la restitution des points sources.

Références

- [1] H. Avenhaus et al. : Structures in the protoplanetary disk of HD142527 seen in polarized scattered light. *The Astrophysical Journal*, 781(2), p. 87, janv. 2014.
- [2] M. Tristram et al. : Iterative destriping and photometric calibration for Planck -HFI, polarized, multi-detector map-making. *Astronomy & Astrophysics*, 534, p. A88, oct. 2011.
- [3] Planck Collaboration et al. : Planck 2015 results: VIII. High Frequency Instrument data processing: Calibration and maps. *Astronomy & Astrophysics*, 594, p. A8, oct. 2016.
- [4] J. Birdi, A. Repetti, et Y. Wiaux : Sparse interferometric Stokes imaging under polarization constraint (Polarized SARA), *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018.
- [5] S.J. Benson et J.J. Moré : A limited memory variable metric method in subspaces and bound constrained optimization problems. in *Subspaces and Bound Constrained Optimization Problems*, 2001.
- [6] H. H. Bauschke et P. L. Combettes : *Convex analysis and monotone operator theory in Hilbert spaces*. New York : Springer, 2011.
- [7] N. Pustelnik, A. Benazza-Benhayia, Y. Zheng, J.-C. Pesquet : Wavelet-based Image Deconvolution and Reconstruction. *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, Feb. 2016.
- [8] L. Condat : A Primal-Dual Splitting Method for Convex Optimization Involving Lipschitzian, Proximal and Linear Composite Terms. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 158(2), p. 460-479, août 2013.
- [9] A. Chambolle et T. Pock, A First-Order Primal-Dual : Algorithm for Convex Problems with Applications to Imaging. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 40(1), p. 120-145, mai 2011.
- [10] S. Lefkimmiatis, J.P. Ward, M. Unser : Hessian Schatten-Norm Regularization for Linear Inverse Problems. *IEEE Transactions on Image Processing*, 22(5), p.1873–1888, mai 2003.
- [11] K. Bredies, K. Kunisch, et T. Pock : Total Generalized Variation. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 3(3), p. 492-526, janv. 2010.
- [12] L. M. Briceño-Arias, P. L. Combettes, J.-C. Pesquet, and N. Pustelnik : Proximal algorithms for multicomponent image processing. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 41(1), p. 3-22, Sep. 2011.
- [13] Jean-Francois Aujol, Guy Gilboa, Tony Chan, and Stanley Osher : Structure-Texture Image Decomposition - Modeling, Algorithms, and Parameter Selection. *International Journal of Computer Vision*, 67(1), p. 111-136, Avril 2006.
- [14] R. Gribonval : Should Penalized Least Squares Regression be Interpreted as Maximum A Posteriori Estimation? *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(5), p. 2405-2410, mai 2011.
- [15] J. Boulanger, N. Pustelnik, L. Condat, T. Piolot, L. Sengmanivong : Nonsmooth convex optimization for Structured Illumination Microscopy image reconstruction. *Inverse Problems*, 34(9), 2018.