



HAL
open science

Nouvelle formulation en PLNE pour le problème classique du Bin Packing

Khadija Hadj Salem, Yann Kieffer

► **To cite this version:**

Khadija Hadj Salem, Yann Kieffer. Nouvelle formulation en PLNE pour le problème classique du Bin Packing. Congrès Annuel de la Société Française de Recherche Opérationnelle et Aide à la Décision (ROADEF 2019), Feb 2019, Le Havre, France. hal-03006116

HAL Id: hal-03006116

<https://hal.science/hal-03006116v1>

Submitted on 15 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Nouvelle formulation en PLNE pour le problème classique du Bin Packing

Khadija HADJ SALEM¹, Yann KIEFFER²

¹ Université de Tours, LIFAT EA 6300, CNRS, ROOT ERL CNRS 7002, 64 avenue Jean Portalis, 37200 Tours

khadija.hadj-salem@univ-tours.fr

² Univ. Grenoble Alpes, Grenoble INP, LCIS, 26000 Valence, France

yann.kieffer@lcis.grenoble-inp.fr

Mots-clés : *Bin-Packing, PLNE, Contraintes de rupture de symétrie, Coupes*

La version classique en dimension 1 du problème du **Bin-Packing** consiste à déterminer combien de boîtes de capacité C sont nécessaires pour ranger n objets de tailles $(w_i)_{i=1,\dots,n}$. Ce problème d'optimisation combinatoire est NP-difficile au sens fort.

La formulation classique en PLNE de ce problème utilise deux séries de variables binaires :

- y_j : est égale à 1 si la boîte j est utilisée, et 0 sinon, pour tout $j \in \{1, \dots, n\}$
- $x_{i,j}$: est égale à 1 si l'objet i est rangé dans la boîte j , et 0 sinon, pour tout $i, j \in \{1, \dots, n\}$

$$\text{BPPO: } \min \sum_{j=1}^n y_j \quad (1)$$

$$s.c. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n w_i * x_{ij} \leq C * y_j \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \quad (4)$$

La formulation BPPO n'est généralement pas considérée comme efficace pour résoudre réellement des instances du **Bin-Packing**, et il est généralement considéré que les formulations directes en PLNE ne peuvent rivaliser avec des formulations plus élaborées [2]. Or l'ensemble des solutions réalisables pour cette formulation possède de nombreuses symétries, et il est connu que les symétries peuvent être une entrave à la performance pour les résolutions par séparation/évaluation.

Les symétries de solution auxquelles nous nous intéressons proviennent de l'identité des boîtes : en échangeant les objets placés dans la boîte i et ceux de la boîte j , nous obtenons une solution de même valeur objective, et moralement équivalente. De plus, la plupart des solutions réalisables n'utilisent pas toutes les boîtes, et le choix de savoir quelles boîtes resteront vides génère d'autres symétries.

Briser les symétries concernant les boîtes vides est obtenu en rajoutant l'inégalité :

$$y_j \geq y_{j+1}, \quad \forall j \in \{1, \dots, n-1\} \quad (5)$$

Nous considérons également des contraintes de rupture de symétrie proposées dans le contexte de l'ordonnancement [3]. Ces contraintes, adaptées au **Bin-Packing**, comme suggéré dans [4], sont données ci-dessous :

$$x_{ij} \leq \sum_{p=1}^{i-1} x_{p,j-1}, \quad \forall (i, j), 2 \leq j \leq i \quad (6)$$

$$\sum_{s=j}^{\min\{i,n\}} x_{is} \leq \sum_{p=1}^{i-1} x_{p,j-1}, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, \forall j \in \{1, \dots, n\}, i \geq j \quad (7)$$

Ces contraintes imposent que dans une solution, les boîtes soient triées en fonction des indices des objets qu'elles contiennent.

A notre connaissance, aucune expérimentation numérique évaluant l'intérêt de l'intégration de ces contraintes supplémentaires au BPP0 n'a été publiée. C'est pourquoi, nous avons effectué une étude théorique et numérique sur ces différentes contraintes de rupture de symétrie. Cette étude nous a alors amenés à envisager une nouvelle formulation directe en PLNE pour le **Bin-Packing**.

Dans la formulation BPP1, un seul ensemble de variables binaires est utilisé : x_{ij} , avec $i \geq j$:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si le plus petit indice d'un objet présent dans la même boîte que l'objet } i \text{ est } j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Contrairement à la formulation classique BPP0 qui modélise la relation entre les objets et les boîtes, cette nouvelle formulation BPP1 identifie directement une partition des objets.

$$\text{BPP1: } \min \sum_{i=1}^n x_{ii} \quad (8)$$

$$s.c. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^i x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\} \quad (9) \\ \sum_{i=j}^n w_i * x_{ij} \leq C * x_{jj}, \quad \forall j \in \{1, \dots, n\} \quad (10) \\ x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, i\} \quad (11) \end{array} \right.$$

Dans cette formulation, la fonction objectif est donnée par l'équation (8). La contrainte (9) a la même signification que la contrainte (2). La contrainte (10) implique que lorsque $x_{ij} = 1$, avec $i \geq j$, alors nécessairement $x_{jj} = 1$, ce qui signifie que j est le plus petit indice d'un objet de cette boîte. Autrement dit, chaque boîte est identifiée par le plus petit indice parmi les objets qui y sont placés. Il est donc possible de compter les boîtes en faisant la somme des variables diagonales x_{ii} .

Cette formulation a la particularité de ne présenter aucune des symétries mentionnées ci-dessus. Nous avons également pu établir des coupes pour renforcer cette formulation.

Nous avons mené des expérimentations numériques afin de jauger l'efficacité des ruptures de symétrie pour BPP0, mais aussi pour comparer BPP1 à ces formulations enrichies. Pour cela, nous avons utilisé des instances de la BPPLIB [1]. Nous présenterons les résultats de ces tests, ainsi qu'une analyse de l'impact de l'ordre de sélection des variables et de l'introduction des coupes pour BPP1.

Références

- [1] Delorme, M. and Iori, M. and Martello, S. *BPPLIB : a library for bin packing and cutting stock problems. Optimization Letters*, 12(2) : 235–250, 2018.
- [2] Delorme, M. and Iori, M. and Martello, S. *Bin packing and cutting stock problems : Mathematical models and exact algorithms. European Journal of Operational Research*, 2016.
- [3] Denton, B.T and Miller, A.J and Balasubramanian, H.J and Huschka, T.R. *Optimal allocation of surgery blocks to operating rooms under uncertainty. Operations research*, 58 (4-part-1) : 802–816, 2010.
- [4] Ostrowski, J. and Anjos, M.F. and Vannelli, A. *Symmetry in scheduling problems. Citeseer*, 2010.