



HAL
open science

OPTIMISATION MULTI-SITES DE L'ORDONNANCEMENT DES COMMANDES ET DE LEURS MELANGES A PARTIR DE MINERAIS EXTRAITS

Hajar Hilali, V Hovelaque, Vincent Giard

► **To cite this version:**

Hajar Hilali, V Hovelaque, Vincent Giard. OPTIMISATION MULTI-SITES DE L'ORDONNANCEMENT DES COMMANDES ET DE LEURS MELANGES A PARTIR DE MINERAIS EXTRAITS. 13ème Conférence Francophone de Modélisation, Optimisation et Simulation- MOSIM'20, Nov 2020, Agadir, Maroc. hal-03005644

HAL Id: hal-03005644

<https://hal.science/hal-03005644v1>

Submitted on 14 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

OPTIMISATION MULTI-SITES DE L'ORDONNANCEMENT DES COMMANDES ET DE LEURS MELANGES A PARTIR DE MINERAIS EXTRAITS

H. HILALI^{a, b}, V. HOVELAQUE^{a, b}, V. GIARD^{a, c}

^a Mines-Université Mohammed VI Polytechnique, Benguerir, Maroc

^b Univ-Rennes, CNRS, CREM - UMR 6211, F-35000 Rennes, France

^c Paris-Dauphine, PSL Research University, 75016, Paris, France

{hajar.hilali, vincent.hovelaque, vincent.giard} @emines.um6p.ma

vincent.hovelaque@univ-rennes1.fr, vincent.giard@dauphine.psl.eu

RESUME: Cet article propose un modèle d'optimisation globale multi-sites des opérations de blending réalisées dans une chaîne logistique minière possédant trois mines à ciel ouvert, de structures géologiques et compositions chimiques différentes, et possédant chacune une unité de blending à sec. Le mélange de minerais (qualités sources, QS) réalisé dans ces unités doit respecter des contraintes de composition pour donner, dans certains cas, des qualités marchandes (QM) utilisables en l'état. Sinon, ce mélange est expédié dans des unités de lavage pour plusieurs traitements complémentaires afin de produire les QM demandées. Une sixième gamme de coproduction faisant intervenir une unité de calcination est à prendre en compte. Le problème posé est celui de la réalisation optimale d'un ensemble de commandes de QM à livrer dans des fenêtres de temps précises, en quantité donnée et en respectant une charte qualité précise. La réalisation permet de déterminer le site, la gamme et le blend (soit les QS à utiliser). Le modèle proposé est illustré sur un cas réel.

MOTS-CLES : Modélisation des systèmes continus, Recherche opérationnelle, chaîne logistique, Gestion de performance, Blending, Gammes alternatives

1 INTRODUCTION

Le groupe OCP est un leader mondial sur le marché du phosphate et de ses dérivés, et est organisé en trois axes indépendants dont le site de Gantour, objet de cet article. Il est composé de trois mines indépendantes, d'où sont extraits plus de 29 minerais ayant des caractéristiques chimiques différentes (voir figure 1).

Actuellement : *i*) la commande d'une QM est affectée à une mine et produite avec une gamme prédéfinie ; *ii*) et l'ordonnancement des commandes exécutées sur une unité de blending à sec est prédéterminé. Ces prédéterminations sont faites sans tenir compte ni de ce qui est disponible sur le gisement en temps réel sur les sites miniers (voir figure 1), ni de l'aspect variable de la composition chimique des QSs.

Cette approche : *i*) conduit à de multiples corrections pour répondre aux exigences du client final compte tenu des variations de la composition chimique des QSs et des changements qu'implique chaque unité de traitement dans les aspects chimiques et physiques du produit; *ii*) rend difficile le respect des dates de livraison des commandes en raison de la variation du temps moyen d'exécution de la commande en fonction de la mine sélectionnée et de la gamme alternative choisie, puisque la quantité de QSs utilisée dans le blending à sec dépend des traitements ultérieurs (notion de rendement). L'objectif de ce document est de proposer un modèle mathématique qui annule ces prédéterminations et qui satisfasse un carnet de commandes, où chaque ordre de fabrication est caractérisé par *i*) un type de QM défini par une charte qualité, *ii*) une

quantité, *iii*) une fenêtre de temps à respecter, tout en optimisant une fonction-objectif. Après un état de l'art en section 2, les caractéristiques globales puis le modèle mathématique sont décrits dans la section 3. De premiers résultats d'application sont fournis en section 4. La dernière section aborde la conclusion et les perspectives possibles du modèle.

2 REVUE DE LITTÉRATURE

De nombreuses études ont été menées dans la littérature pour aborder les problèmes d'ordonnancement et de planification des opérations de blending, appliqués aux industries de raffinage de pétrole et de la pétrochimie. Rigby *et al.* (1995) ont développé l'outil Starblend qui utilise un modèle de blending multi-période qui facilite l'incorporation des exigences futures dans les décisions de blending actuelles. Une approche d'optimisation à deux niveaux a été proposée par Glismann et Gruhn (2001) où un modèle non linéaire est utilisé pour l'optimisation des recettes tandis qu'un modèle linéaire à nombres entiers mixtes est utilisé pour le problème d'ordonnancement à court terme des processus de mélange. Le deuxième modèle reçoit en entrée les différentes recettes et choisit parmi elles pour élaborer le planning tout en minimisant le changement des recettes et les écarts positifs et négatifs par rapport à un objectif donné.

Jia et Ierapetritou (2003) ont élaboré un modèle linéaire à nombres entiers mixtes sur la base d'une représentation continue du domaine temporel. L'hypothèse de recettes privilégiées constantes est utilisée pour l'étape de mélange afin de maintenir la linéarité du modèle. Leur modèle a

ensuite été étendu (Jia et Ierapetritou, 2004) pour une gestion globale des opérations principales dans une raffinerie de pétrole, ceci en décomposant le problème en trois domaines : le déchargement du pétrole brut des navires, l'ordonnancement des unités de production et le mélange des produits finis et la fin de l'expédition de la raffinerie. L'article de Méndez et al. (2006) présente également un modèle linéaire à nombre entiers mixtes, basé sur une représentation discrète ou continue du domaine temporel. Une méthode itérative a été utilisée pour traiter la non linéarité des mélanges tout en préservant la linéarité des modèles. Li et al. (2010) ont développé une formulation linéaire en nombre entiers mixtes basée sur des créneaux de processus, pour un traitement intégré de la recette, des spécifications, du mélange et du stockage où ils incorporent de nombreuses caractéristiques réelles. En utilisant des corrélations de mélange linéaires, le modèle assure un taux de mélange constant par tranche horaire. Cette approche a ensuite été améliorée par Li et Karimi (2011) en un modèle multi-réseaux en temps continu utilisant des grilles de temps spécifiques à chaque unité et en incluant la plupart des contraintes opérationnelles rencontrées dans la pratique. Sur la base de ces deux travaux, Li et al. (2016) ont présenté une formulation non linéaire en nombres entiers mixtes à temps continu spécifique à l'unité, où les termes non linéaires proviennent de l'application de taux de mélange constants. Bengtsson et al. (2013) propose un modèle linéaire pour résoudre le problème de la planification à court terme des opérations de raffinage.

Le problème de la planification multi-périodes des mélanges de Kolodziej et al. (2013) a été formulé comme un modèle non linéaire non convexe en nombres entiers mixtes, une extension importante du problème de pooling afin de tenir compte des variations temporelles de l'offre et de la demande et des contraintes opérationnelles. Cerda et al. (2016 a) présentent un modèle linéaire mixte en nombres entiers en temps continu qui utilise des créneaux flottants alloués dynamiquement à des périodes de temps. Ce modèle a été ensuite étendu dans Cerda et al. (2016 b) en une programmation non linéaire mixte à temps continu, qui inclut des équations de mélange non linéaires pour une meilleure prédiction des principales propriétés des mélanges. Lotero et al. (2016) ont proposé une formulation alternative basée sur la programmation disjonctive généralisée qui comprend des contraintes redondantes pour améliorer la relaxation linéaire du problème de la planification multi-périodes des mélanges. La résolution se fait en deux étapes, la première étape est une relaxation en un programme linéaire du modèle non linéaire original et la deuxième étape est un modèle non linéaire plus petit dans lequel certaines des variables binaires du modèle non linéaire original sont fixées. Plusieurs travaux ont été publiés par Castillo et Mahalec en 2016 et 2017 pour planifier les opérations de blending. Récemment, Neiro et al. (2019) ont proposé et évalué deux approches utilisant des modèles non linéaires mixtes afin de répondre au fait que les réservoirs ont des sorties multiples.

Globalement, la problématique de planification des opérations de blending peut être traitée soit en deux étages à

travers l'optimisation des recettes puis l'ordonnancement des commandes, soit en un seul étage en se basant sur des recettes fixes ou sur un nombre déterminé de recettes. Cependant, dans le cas d'une chaîne logistique minière, les inputs proviennent d'un gisement naturel. En effet, les quantités et la composition chimique des inputs disponibles varient au cours du temps. Ce papier présente un modèle d'optimisation dynamique des recettes et de l'ordonnancement des commandes, les principales caractéristiques de ce modèle sont explicitées dans la section suivante.

3 FORMULATION MATHÉMATIQUE

Nous proposons un modèle linéaire en nombres entiers mixtes, pour répondre à la problématique de planification des opérations de blending en industrie minière. Le modèle incorpore de nombreuses caractéristiques réelles et originales décrites dans la section suivante telles que les sites miniers (unités de blending) sont non identiques, la présence des gammes alternatives, la présence d'une co-production etc.

3.1 Description du problème

Chaque mine dans l'axe centre peut produire un ensemble de blends à sec en mélangeant des QSs. Pour différencier les inputs présents dans chaque site minier, nous avons introduit un tableau qui donne le numéro du site où la QS est disponible. Nous abordons donc le problème dynamique de la production de K commandes ($k = 1 \dots K$) dans un horizon de planification, divisé en T périodes ($t = 1 \dots T$) avec les dates de livraison de chaque commande.

- *Caractéristique a)* le modèle présenté dans ce document, propose une planification multi-sites des opérations de blending. Le blending est fait au niveau des sites miniers. À partir d'un carnet de commandes du client final avec des fenêtres de temps de livraison, le modèle détermine pour chaque commande dans quelle mine le blend va être réalisé ainsi que sa date de fin de production.

- *Caractéristique b)* le modèle étudié intègre le blending comme étant la première opération de six gammes alternatives possibles. h étant l'indice de gamme alternative, les gammes existantes sont les suivantes: 1) Gamme $h=1$, blending à sec, 2) Gamme $h=2$, blending à sec suivi d'un traitement de lavage uniquement, 3) Gamme $h=3$, blending à sec suivi d'un traitement de lavage comprenant le lavage et de la flottation, 4) Gamme $h=4$, blending à sec suivi d'un lavage puis d'un processus de séchage, 5) Gamme $h=5$, blending à sec suivi d'un lavage-flottation puis d'un processus de séchage, 6) Gamme $h=6$, blending à sec suivi du processus de calcination avec une particularité explicitée en *caractéristique d)*. Pour faciliter la lecture du diagramme des flux présenté en Figure 2, il convient de noter que l'indice h_s représente la sous-gamme du processus de préchauffage. La gamme utilisée pour chaque commande est déterminée par le modèle d'optimisation.

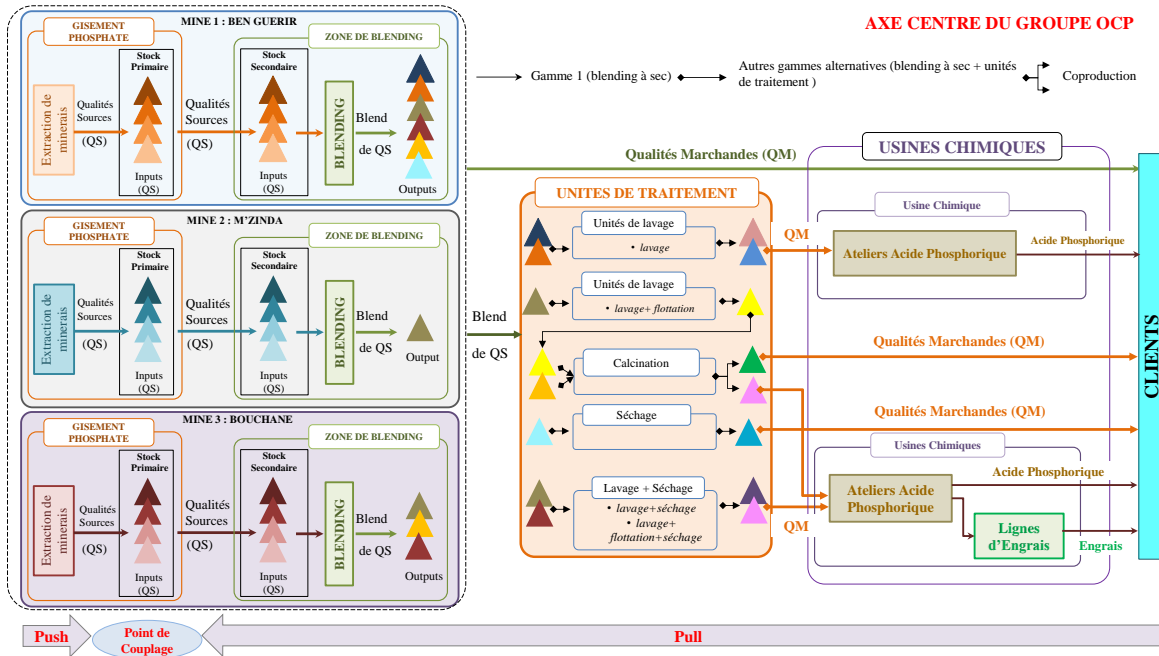


Figure 1 : Axe centre du groupe OCP

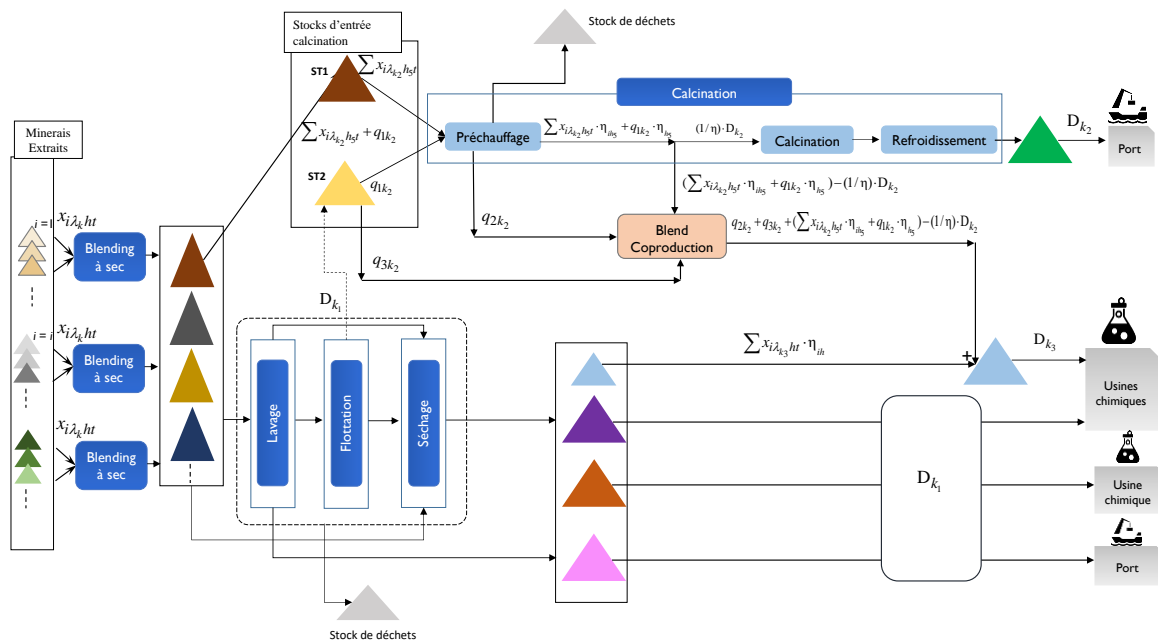


Figure 2 : Diagramme de flux de l'axe Gantour

- *Caractéristique c*) Une QM est produit à partir d'une seule mine et d'une seule gamme alternative ; deux commandes d'une même QM peuvent être satisfaites par des gammes alternatives différentes.

- *Caractéristique d*) la particularité de la gamme calcination vient de la présence d'une coproduction. En effet, la gamme calcination génère deux coproduits, le premier destiné à l'export et le second alimente les lignes de production chimique. La gamme calcination telle qu'elle est présentée dans la Figure 2 ci-dessus est constituée de trois sous-processus : le préchauffage, la calcination et le refroidissement. À l'entrée de la gamme calcination (préchauffage), deux flux sont fusionnés : (i) un blending à

sec (gamme $h=1$) provenant des sites miniers et alimentant le stock ST1 et (ii) un input supplémentaire présent dans le stock ST2. Au niveau du processus de préchauffage, on distingue trois flux, le premier est celui des particules fines transportées par les gaz, le deuxième se réfère aux déchets stockés ailleurs et le troisième correspond au produit qui alimente le calcinateur et le blend du coproduit. À ce dernier, s'ajoute une partie des particules fines récupérées lors du processus de préchauffage et une partie de l'input présent dans le stock ST2. Le produit récupéré après le calcinateur est ensuite refroidi pour être exporté vers le client via le port. Tout produit passant par le calcinateur subit le même coefficient de réduction de poids, noté η .

- *Caractéristique e)* Afin de prendre en compte tous les flux possibles, trois catégories de commandes sont définies. Le premier sous-ensemble ξ_1 présente le cas général des commandes. Le deuxième sous-ensemble ξ_2 comprend les commandes en mobilisant la calcination et destinées à l'exportation. Le dernier sous-ensemble ξ_3 correspond aux commandes qui alimentent une partie des lignes de production d'acide phosphorique et obtenues à partir du coproduit de la calcination et d'une production issue d'un blending à sec provenant d'une des mines et passant par les unités de traitement.

- *Caractéristique f)* la date de fin de production des commandes liées au sein du sous-ensemble ξ_3 doit être la même.

- *Caractéristique g)* en raison de l'humidité de l'input présent dans le stock ST2 et pour éviter tout colmatage des installations, la quantité de cet input ne doit pas dépasser une limite techniquement définie, qu'il s'agisse de la quantité utilisée à l'entrée du préchauffage ou même dans le blending du coproduit.

- *Caractéristique h)* les particules fines transportées par les gaz lors du processus de préchauffage sont contraintes par une quantité maximale récupérée.

- *Caractéristique i)* l'activité d'extraction considérée comme un système "push" permet d'avoir le programme de préparation du phosphate au niveau du site minier, cette préparation constitue des stocks primaires prêts à être transportés. Ainsi, la production de QSs mélangés tire l'alimentation des QSs directement disponibles dans les stocks primaires.

- *Caractéristique j)* la capacité totale du stock secondaire de chaque mine est limitée.

- *Caractéristique k)* le nombre de convoyeurs utilisés pour transporter les QSs du stock primaire au stock secondaire est de deux pour la mine 1 et d'un pour les mines 2 et 3.

- *Caractéristique l)* lors de l'extraction du phosphate, le passage à la couche inférieure est conditionné par le retrait des QSs qui ont été préparés au-dessus dans un délai déterminé.

- *Caractéristique m)* les caractéristiques i, j, k et l peuvent entraîner le stockage temporaire de QS dans le gisement de la mine, créant ainsi des opérations coûteuses sans valeur ajoutée. Le modèle proposé permet d'éviter ces coûts en pénalisant la possibilité d'une telle création.

- *Caractéristique n)* chaque mine a une structure géologique différente, la composition chimique d'une QS varie d'un endroit à l'autre au sein d'un même gisement minier. Cette variation entraîne la création de QSs supplémentaires une fois que la composition chimique du QS change et qui est également stocké séparément. Cela permettra de garantir que les résultats du modèle sont basés sur des données fiables en matière de composition chimique.

- *Caractéristique o)* les QMs alimentent les lignes de production d'acide phosphorique doivent, en plus du respect de la charte de qualité, assurer la stabilité chimique des lots successifs envoyés autour des valeurs cibles déterminées par le gestionnaire des lignes phosphoriques. L'instabilité de ces lots entraîne une détérioration matérielle coûteuse des lignes de production.

L'ensemble \mathcal{F} concerne les QMs qui alimentent les usines chimiques. Il comprend les commandes du sous-ensemble ξ_3 et une partie des commandes du sous-ensemble ξ_1 .

- *Caractéristique p)* les deux caractéristiques précédentes conduisent à la création d'une variété de QSs au niveau du stock secondaire. Cette variété doit être gérée.

Il convient de noter que l'ordonnancement découle de la solution optimale. En effet, l'une des variables de décision binaires explicitées dans la partie suivante permet d'obtenir l'assignation de la commande au site minier ainsi que la date de fin d'exécution de la commande.

3.2 Modélisation

Ensemble d'indices

\mathcal{T} : ensemble de périodes, indice t

\mathcal{S} : ensemble de sites miniers, indice s

\mathcal{I} : ensemble d'inputs, indice i

L'indice $i = 1, \dots, I-1$ traite tous les inputs existant dans tous les sites miniers et I est l'intrant supplémentaire présent dans le stock ST2 à l'entrée de la gamme calcination.

\mathcal{C} : ensemble de composants chimiques, indice c

\mathcal{J} : ensemble d'outputs (QMs), indice j .

\mathcal{H} : ensemble des gammes, indice h .

\mathcal{K} : ensemble de commandes à satisfaire, indice k ; λ_k est l'indice de l'output $j = \lambda_k$ à produire pour la $k^{\text{ème}}$ commande (qui porte sur un seul output).

Paramètres

α_{ci} : Pourcentage du poids du composant c dans le poids total de l'input i

ζ_c : Pourcentage du poids du composant c dans le poids de fines particules récupérées pendant le processus du préchauffage de la gamme calcination.

η_{ih} : Taux de réduction poids de l'input i via la gamme h ($\eta_{ih} \leq 1$).

η : Taux de réduction poids de tout produit passant par le calcinateur.

γ_{cih} : Taux de distorsion de la proportion initial α_{ci} du composant c dans l'input i utilisant la gamme h .

γ_c : Taux de distorsion du composant c de tout produit passant par le calcinateur.

A_i : Indice du site minier de l'input i .

U_{jh} : Paramètre Boolean égale à 1 si la gamme h existe pour l'output j .

D_k : Quantité (en tonne) de l'output λ_k à produire pour satisfaire la commande k .

F_k : Catégorie de la commande k , ($F_k = l$) $\equiv (k \in \xi_l)$ avec $l = 1, \dots, 3$.

G_k : Indice de la commande liée à la commande k , si $F_k \in \{2, 3\}$; 0 sinon.

β_{cj}^{Min} : Pourcentage minimal du poids du composant c dans le poids total de l'output $j \rightarrow \beta_{c\lambda_k}^{\text{Min}}$ pourcentage minimal du composant c dans l'output λ_k de la commande k .

β_{cj}^{Max} : Pourcentage maximal du poids du composant c dans le poids total de l'output $j \rightarrow \beta_{c\lambda_k}^{\text{Max}}$ pourcentage maximal du composant c dans l'output λ_k de la commande k .

v_{hst} : Estimation du temps de production du blending à sec de la commande k sur le site s en utilisant la gamme h .

L_k : Date de livraison au plus tard de la commande k du site s après blending à sec.

E_k : Date de livraison au plus tôt de la commande k du site s après blending à sec.

ρ_s : Débit des convoyeurs du site s .

S_{i0} : Stock initial (en tonne) de l'input i dans la zone du blending (stock secondaire).

R_{st} : Nombre de convoyeurs disponibles pendant la période t dans le site s .

B_{it} : Disponibilité cumulée libre (en tonne) de l'input i à la fin de la période t dans le stock primaire, indépendamment des retraits d'input i , à partir du stock initial B_{i0} .

B_{it}^c : Disponibilité cumulative limitée (en tonne) de l'input i à la fin de la période t dans le stock primaire.

S_i^{Min} : Stock de sécurité prévu (en tonne) de l'input i à la fin de la période t .

S_i^{Max} : Stock maximal (en tonne) de l'input i à la fin de la période t dans le stock secondaire.

S_s^{Max} : Capacité de stockage global dans le stock secondaire du site s .

ζ : Pourcentage maximal de particules fines récupérées pendant le processus de préchauffage.

ψ : Taux maximal de la quantité du stock ST2 à inclure dans le blending du coproduit.

ι : Taux maximal de la quantité du stock ST2 à introduire en entrée du préchauffage de la gamme calcination.

θ_i : Coût fictif d'une unité de l'input i à la fin de la période T , lorsque son niveau est inférieur au stock de sécurité prévu.

K_s^{Max} : Nombre maximal d'inputs disponibles dans le stock secondaire à la fin de la période T sur le site s .

κ : Coût fictif élevé permettant d'éliminer les solutions menant au stockage intermédiaire de l'input i lorsque la partie du stock secondaire consacrée à l'input i est complète.

τ_{cj} : Pourcentage cible du poids du composant c dans le poids total de l'output j .

σ_c : Coût de déviance pour un écart absolu (en tonnes) entre le poids requis du composant c dans la quantité de l'output λ_k à produire pour répondre à la commande k , et le poids obtenu par le blending optimal d'inputs.

M : Valeur élevée.

Variables

x_{ijht} : Variable de décision – Quantité (en tonne) de l'input i (dans le site $s = A_i$) utilisée dans la production de la commande k (qui concerne l'output $j = \lambda_k$) via la gamme h , dont la production se termine à la période t .

o_{skht} : Variable de décision binaire; $o_{skht} = 1$ si la commande k est produite dans le site s avec la gamme h , la production se terminant à la date t . Cette variable n'existe que si $U_{\lambda_k h} = 1$.

q_{1k} : Variable de décision – Quantité (en tonne) à prélever sur l'input présent dans le stock ST2 et qui alimentera le processus de préchauffage.

q_{2k} : Variable de décision – Quantité (en tonne) des particules fines; récupérées pendant le processus de préchauffage de la gamme calcination et à inclure dans le blend du coproduit.

q_{3k} : Variable de décision – Quantité (en tonne) à prélever sur l'input présent dans le stock ST2 et à inclure dans le blend du coproduit.

Il convient de noter que q_{1k}, q_{2k}, q_{3k} n'existent que si le numéro de l'output associé à la commande k appartient au sous-ensemble \mathcal{E}_2 (Soit, $F_k = 2$).

y_{it} : Variable de décision binaire; $y_{it} = 1$ si l'alimentation de l'input i dans le stock secondaire de la zone du blending, à partir du stock primaire, a lieu pendant la période t (sinon 0). Existence de la variable de décision y_{it} est soumis à une disponibilité cumulative libre B_{it} .

Les variables suivantes sont des variables auxiliaires

S_{it} : Stock (en tonne) de l'input i dans le stock secondaire à la fin de la période t .

w_{it} : Quantité manquante (en tonne) de l'input i dans le stock secondaire à la fin de la période t lorsque son niveau est inférieur au stock de sécurité prévu.

z_{it} : Quantité (en tonne) de l'input i envoyé au stockage intermédiaire à la fin de la période t , car il ne peut pas être stocké dans le stock secondaire par manque de place.

u_i : Variable binaire égale à 1 si l'input i est toujours présent dans le stock secondaire $S_{iT} > 0$ à la fin de l'horizon de planification T , et nulle sinon.

Δ_{ck} : Ecart absolu (en tonnes) entre le poids requis du composant c dans la quantité de l'output λ_k à produire pour répondre à la commande k , et le poids obtenu par le blending optimal d'inputs.

Avec toutes ces notations et définitions, le modèle mathématique (appartenant à la classe PLNEM) est défini comme suit. La fonction-objectif peut être exprimée sous la forme suivante

$$\text{Min} \left(\sum_i \sum_t \theta_i \cdot w_{it} + \kappa \cdot \sum_i \sum_t z_{it} + \sum_{k|\lambda_k \in \mathcal{E}} \sum_c \sigma_c \cdot \Delta_{ck} + \sum_{s,k,t,h|F_k \in \{1,3\} \wedge h > 1} \varphi_h \cdot o_{skht} \right) \quad (1)$$

Sous contraintes

$$\sum_{s,h,t|U_{\lambda_k h}=1} o_{skht} = 1, \forall k \quad (2)$$

$$\left| \begin{aligned} \sum_{i,h|h < h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} = \\ D_k \cdot \sum_{h|U_{\lambda_k h} = 1} o_{skht}, \forall s, \forall t, k | F_k = 1 \\ (\sum_{i,h|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} + q_{1k} \cdot \eta_{h_5}) \cdot \eta > \\ D_k \cdot \sum_{h|h = h_5 \wedge U_{\lambda_k h} = 1} o_{skht}, \forall s, \forall t, k | F_k = 2 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left| \begin{aligned} \sum_{i,h|h < h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} < \\ D_k \cdot \sum_{h|h < h_5 \wedge U_{\lambda_k h} = 1} o_{skht}, \forall s, \forall t, k | F_k = 3 \end{aligned} \right.$$

$$\sum_{h|h = h_5 \wedge U_{\lambda_k h} = 1} o_{skht} = \sum_{h|h < h_5 \wedge U_{\lambda_k h} = 1 \wedge G_c = k} o_{sk'ht}, \forall s, \forall t, k | F_k = 2 \quad (4)$$

$$\sum_{s,i,h|A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} + \sum_{s,i,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} + q_{1k} \cdot \eta_{h_5} - D_k / \eta + q_{2k} + q_{3k} = D_k, \forall k, \forall k' | F_k = 2 \wedge G_k = k \quad (5)$$

$$\left| \begin{aligned} \beta_{c\lambda_k}^{\text{Min}} \cdot D_k \leq \sum_{i,s,h,t|h < h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} \omega_{cjh} \cdot x_{i\lambda_k ht} \leq \\ \beta_{c\lambda_k}^{\text{Max}} \cdot D_k, \forall c, k \in |F_k \in \{1, 3\} \\ \beta_{c\lambda_k}^{\text{Min}} \cdot D_k \leq (\sum_{i,s,h,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} \omega_{cjh} \cdot x_{i\lambda_k ht} + \omega_{cjh_5} \cdot q_{1k}) \cdot \eta \cdot \gamma_c \leq \\ \beta_{c\lambda_k}^{\text{Max}} \cdot D_k, \forall c, k | F_k = 2 \end{aligned} \right. \quad (6)$$

$$\left| \begin{aligned} \beta_{c\lambda_k}^{\text{Min}} \cdot D_k \leq \sum_{i,s,h,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1 \wedge G_c = k} \omega_{cjh} \cdot x_{i\lambda_k ht} + \omega_{cjh_5} \cdot q_{1k} \cdot \\ + \alpha_{lc} \cdot q_{3,k} + \zeta_c \cdot q_{2,k} \leq \beta_{c\lambda_k}^{\text{Max}} \cdot D_k, \forall c, k | F_k = 3 \end{aligned} \right.$$

$$q_{1k} \leq \iota \cdot \sum_{i,s,h,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht}, \forall k | F_k = 2 \quad (7)$$

$$q_{2k} \leq \zeta \cdot (\sum_{i,s,h,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} + q_{1k}), \forall k | F_k = 2 \quad (8)$$

$$q_{3k} \leq \psi \cdot (q_{2k} + (\sum_{i,s,h,t|h = h_5 \wedge A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1} x_{i\lambda_k ht} \cdot \eta_{ih} + q_{1k} \cdot \eta_{h_5}) - (1/\eta) \cdot D_k), \forall k | F_k = 2 \quad (9)$$

$$S_{i,t} = S_{i,t-1} + \rho_s \cdot y_{it} - \sum_{k,h,t'=t+V_{khs}-1}^{k,h,t'=t+V_{khs}-1} x_{i\lambda_k ht'} / v_{khs}, \forall i, s | A_i = s, \forall t > 1 \quad (10)$$

$$S_{it} \geq 0, \forall i, s | A_i = s, \forall t \quad (11)$$

$$\sum_{i|A_i = s \wedge B_{it}^c > 0} y_{it} \leq R_{st}, \forall s, t \quad (12)$$

$$B_{it} \geq \rho_s \cdot \sum_{t' \leq t} y_{it'}, \forall i, s | A_i = s, \forall t \quad (13)$$

$$B_{it} - \rho_s \cdot \sum_{t' \leq t} y_{it'} \leq B_{it}^c, \forall i, s | A_i = s, \forall t \quad (14)$$

$$\sum_{i|A_i = s} S_{it} < S_s^{\text{Max}}, \forall t, s \quad (15)$$

$$\left| \begin{aligned} w_{it} \geq 0, \forall i, t \\ w_{it} \geq S_i^{\text{Min}} - S_{it}, \forall i, t \end{aligned} \right. \quad (16)$$

$$\left| \begin{aligned} z_{it} > 0, \forall i, t \\ z_{it} > S_{it} - S_i^{\text{Max}}, \forall i, t \end{aligned} \right. \quad (17)$$

$$\left| \begin{aligned} S_{iT} < M \cdot u_i, \forall i \\ \sum_{i|A_i = s} u_i \leq K_s^{\text{Max}}, \forall s \end{aligned} \right. \quad (18)$$

$$\left| \begin{aligned} \Delta_{ck} \geq \sum_{i,h,t|U_{\lambda_k h} = 1 \wedge A_i = s} \omega_{cjh} \cdot x_{i\lambda_k ht} - \tau_{c\lambda_k} \cdot D_k \\ \Delta_{ck} \geq \tau_{c\lambda_k} \cdot D_k - \sum_{i,h,t|U_{\lambda_k h} = 1 \wedge A_i = s} \omega_{cjh} \cdot x_{i\lambda_k ht} \end{aligned} \right. \quad \forall c, k | k \in \mathcal{F} \quad (19)$$

$$\sum_k \sum_{h,t'=t+V_{khs}-1}^{h,t'=t+V_{khs}-1} o_{skht'} \leq 1, \forall t, s \quad (20)$$

$$E_k \leq \sum_{s,t,h} t \cdot o_{skht} \leq L_k, \forall k \quad (21)$$

Commentaires

- La relation (2) indique que la commande ne peut être produite qu'à partir d'un seul site et d'une seule gamme. La production se terminant à la date t .

- Les relations (3) relient les deux variables de décision $x_{i\lambda_k ht}$ et o_{skht} : La production de la commande k est obtenue en mélangeant les inputs $x_{i\lambda_k ht}$ pour produire les outputs λ_k requis par la commande k en utilisant une gamme alternatives h avec une date t correspondant à la fin de production de la commande, cette date étant la même que celle donnée pour $o_{skht} = 1$ quand $x_{i\lambda_k ht} > 0$. La variable de décision $x_{i\lambda_k ht}$ existe si l'input i existe sur le site s ($A_i = s$) et si la gamme h existe techniquement pour l'output j (tableau de booléens U_{jh}), ce qui conduit à introduire des contraintes d'existence $|A_i = s \wedge U_{\lambda_k h} = 1$ dans les relations utilisant $x_{i\lambda_k ht}$. La première égalité se réfère au cas général du modèle $F_k = 1$, la deuxième inégalité concerne le deuxième sous-ensemble tel que $F_k = 2$ mobilisant la gamme $h = 6$; blending à sec suivi de la calcination. La partie gauche de l'inégalité de la troisième équation se réfère à ce qui provient de l'une des trois mines et utilise une gamme alternative. Cette quantité est inférieure à la demande D_k car une partie de cette demande est coproduite dans la calcination.

- La relation (4) garantit que la commande utilisant la gamme $h = 6$ (calcination) et la commande à laquelle elle est liée, ont la même date de fin de production (*Caractéristique f*).

- La relation (5) traduit le respect de la quantité totale demandée d'outputs tels que $F_k = 1$. Cette quantité doit être égale à ce qui est coproduit dans la calcination et ce qui est produit ailleurs.

- La relation (6) énonce les contraintes relatives au respect des exigences de la charte de qualité client. Pour les commandes dont le numéro d'output appartient au sous-ensemble \mathcal{E}_3 ($F_k = 3$) utilisant la gamme h , le poids du composant c provenant de l'input i dans le poids total D_k est $x_{i\lambda_k ht} \cdot \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$ qui devient $x_{i\lambda_k ht} \cdot \omega_{cjh}$, en notant $\omega_{cjh} = \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$. Les bornes de la plage de pourcentage en poids du composant c pour l'output j (β_{cj}^{Min} et β_{cj}^{Max}) est indépendant de la gamme et du site minier où la commande a été mélangée. La première inégalité est valable

- La relation (7) garantit que la commande utilisant la gamme $h = 6$ (calcination) et la commande à laquelle elle est liée, ont la même date de fin de production (*Caractéristique f*).

- La relation (8) traduit le respect de la quantité totale demandée d'outputs tels que $F_k = 1$. Cette quantité doit être égale à ce qui est coproduit dans la calcination et ce qui est produit ailleurs.

- La relation (9) énonce les contraintes relatives au respect des exigences de la charte de qualité client. Pour les commandes dont le numéro d'output appartient au sous-ensemble \mathcal{E}_3 ($F_k = 3$) utilisant la gamme h , le poids du composant c provenant de l'input i dans le poids total D_k est $x_{i\lambda_k ht} \cdot \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$ qui devient $x_{i\lambda_k ht} \cdot \omega_{cjh}$, en notant $\omega_{cjh} = \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$. Les bornes de la plage de pourcentage en poids du composant c pour l'output j (β_{cj}^{Min} et β_{cj}^{Max}) est indépendant de la gamme et du site minier où la commande a été mélangée. La première inégalité est valable

- La relation (10) traduit le respect de la quantité totale demandée d'outputs tels que $F_k = 1$. Cette quantité doit être égale à ce qui est coproduit dans la calcination et ce qui est produit ailleurs.

- La relation (11) énonce les contraintes relatives au respect des exigences de la charte de qualité client. Pour les commandes dont le numéro d'output appartient au sous-ensemble \mathcal{E}_3 ($F_k = 3$) utilisant la gamme h , le poids du composant c provenant de l'input i dans le poids total D_k est $x_{i\lambda_k ht} \cdot \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$ qui devient $x_{i\lambda_k ht} \cdot \omega_{cjh}$, en notant $\omega_{cjh} = \alpha_{ci} \cdot \eta_{ih} \cdot \gamma_{cjh}$. Les bornes de la plage de pourcentage en poids du composant c pour l'output j (β_{cj}^{Min} et β_{cj}^{Max}) est indépendant de la gamme et du site minier où la commande a été mélangée. La première inégalité est valable

pour le cas général ainsi que pour la partie du sous-ensemble ξ_3 qui n'est pas coproduite en calcination. La deuxième concerne les outputs passant par la gamme calcination ξ_2 et la dernière assure le respect de la charte de qualité pour le reste du sous-ensemble ξ_3 qui est le coproduit.

- Les relations (7) et (9) décrivent les quantités maximales à prélever sur l'intrant I présent dans le stock ST2 (*caractéristique g*).

- La relation (8) décrit la quantité maximale de particules fines transportées par les gaz pendant le processus de préchauffage (*caractéristique h*).

- La relation (10) reflète la contrainte de conservation des flux. La quantité totale d'inputs i prélevés pour produire un output λ_k dépend de la gamme choisie h . En effet, la durée moyenne estimée des prélèvements d'inputs utilisés dans la production de la commande k sur le site minier s via la gamme h est v_{khs} . En raison des contraintes d'alimentation du stock secondaire, un input i donné ne peut être transporté, au cours de la période t , par plus d'un convoyeur, tous les convoyeurs liés à un site minier s ayant le même taux de transfert ρ_s . On peut remarquer que la commande k se termine à la fin de la période $\sum_{s,h,t|U_{\lambda_k h}=1} t \cdot o_{skht}$ et commence au début de la période $\sum_{s,h,t|U_{\lambda_k h}=1} (t - v_{khs} + 1) \cdot o_{skht}$. Au cours de chaque période de production de cette commande, nous fournissons la quantité $x_{i\lambda_k ht} / v_{khs}$ de l'input i du site s ($A_i = s$). S_{it} dépend de son niveau antérieur $S_{i,t-1}$, augmenté des alimentations $\rho_s \cdot y_{it'}$ au cours des périodes $t' \leq t$ et diminué de la consommation de cet intrant au cours des périodes $t' \leq t$. On suppose que la consommation de tous les inputs utilisés pour produire une commande k donnée est linéaire sur sa durée de production. Ainsi, la consommation de l'input i par la commande k au cours de la période t est égale à $x_{i\lambda_k ht} / v_{khs}$.

- La relation (11) indique que S_{it} doit être positif (stock).

- Les décisions prises en amont de la chaîne d'extraction définissent les approvisionnements et les prélèvements possibles des stocks primaires vers les stocks secondaires. Comme ces informations sont disponibles en même temps que les extractions quotidiennes du gisement, nous sommes en mesure de définir la disponibilité cumulative libre B_{it} de l'input i à la fin de la période t dans le stock primaire, indépendamment des retraits de l'input i du stock initial B_{i0} . L'existence de la variable de décision y_{it} est soumise à la disponibilité cumulative libre B_{it} ($B_{it} = 0 \rightarrow y_{it} = 0$). Le processus de retrait d'inputs des stocks primaires vers les stocks secondaires est limité par le nombre de convoyeurs disponibles R_{st} pendant la période t dans le site s (Relation 12) et par une accumulation disponible suffisante (Relation 13) (*caractéristiques i & k*).

- le programme d'extraction tactique implique qu'à un moment donné, une partie de la matière première disponible doit être retirée. Cette contrainte peut être exprimée en termes de disponibilité B_{it}^c cumulative qui limite le volume de retrait de l'input i par le biais de la relation (14) (*caractéristique l*).

- La relation (15) est une contrainte sur le stockage global par site s pour le maintenir en dessous S_s^{Max} (*caractéristique j*).

- Il existe un stock de sécurité S_i^{Min} pour faire face à une demande imprévue. Il faut utiliser la relation (16) pour ne pas empêcher le modèle de trouver une solution faisable en s'appuyant sur les niveaux de stock de sécurité mis en place, où w_{it} est l'absence de stock de sécurité.

- Le stockage intermédiaire d'input i a lieu chaque fois que le stock i dépasse le seuil S_i^{Max} , ce qui implique un coût supplémentaire important pour le minerai qui sera transporté ultérieurement du stockage intermédiaire vers le stock secondaire. La variable z_{it} détermine cet excédent par rapport à la relation (15) (*caractéristique m*).

- L'ensemble des inputs change au fil du temps, en raison de la modification de leurs compositions chimiques d'une parcelle du gisement à l'autre. Il est nécessaire de limiter le nombre d'inputs différents stockés dans le stock secondaire dans chaque site minier s à K_s^{Max} à la fin de l'horizon de planification T. Cela nous amène à introduire la relation (18), où M est un grand nombre, qui impose la limitation des différents intrants stockés à la fin de la période T (*caractéristique n*).

- La relation (19) permet de déterminer, pour une commande k telle que $k \in \mathcal{F}$, l'écart absolu entre le poids du composant c de l'output λ_k , et sa composition cible ($\tau_{c\lambda_k} \cdot D_k$). Un coût de déviance σ_c est affecté Δ_{ck} permettant la stabilisation de la composition des lots successifs des outputs destinés aux lignes de production d'acides phosphoriques et d'engrais.

- La relation (20) est une contrainte disjonctive. La commande k est traitée sur l'intervalle $[t_k - v_{ksh} + 1; t_k]$ avec $t_k = \sum_{s,t,h} t \cdot o_{skht}$. La commande k est en cours de production sur la période t , via la gamme h sur le site s si $\sum_{h,t'=t-v_{ksh}+1}^{h,t'=t} o_{skht'} = 1$. Le rang des commandes passées sur s est déduit des dates de fin des commandes programmées en s (*caractéristique o*).

- La relation (21) garantit le respect des délais de livraison.

- La relation (1) est la fonction objectif constituée par la somme de quatre coûts : un coût de non-respect du stock de sécurité ($\sum_i \theta_i \cdot w_{it}$), un coût de stockage en stock intermédiaire ($\kappa \cdot \sum_t \sum_i z_{it}$), un coût de déviation des produits immédiatement utilisés, en aval, pour produire de l'acide phosphorique ($\sum_{k|\lambda_k \in \mathcal{E}} \sum_c \sigma_c \cdot \Delta_{ck}$) et un coût pré-

sentant une pénalité pour l'utilisation des gammes alternatives autres que le blending à sec ($\sum_{s,k,l,h} \varphi_h \circ_{skth}$). Ainsi, le modèle global de l'ordonnancement des opérations du blending intégrant les sites miniers, les gammes alternatives et le problème de coproduction est un problème linéaire en nombre entiers mixte.

4 ETUDE DE CAS

Les données utilisées sont celles de l'OCF Gantour. Le processus de blending prend en compte 5 composants chimiques pour caractériser 29 inputs (SOs) provenant de trois mines à ciel ouvert afin de produire 8 outputs (MOs) alimentant le pôle SAFI (exportation et usines chimiques). Afin de limiter la taille des tableaux affichés, nous n'utilisons que 4 outputs et 4 gammes (blending à sec, lavage, lavage + flottation, calcination). Les caractéristiques des inputs peuvent varier légèrement en fonction du lieu d'extraction; les inputs extraits sélectionnés pour cette étude de cas sont inclus dans le Tableau 1. Les compositions chimiques de l'input supplémentaire présent dans le stock ST2 (q_{1k}, q_{3k}) et les particules fines q_{3k} sont listées dans le Tableau 2. Pour des raisons de confidentialité, des taux moyens de réduction poids et de distorsion similaires pour les différents inputs sont utilisés dans cette illustration numérique, en d'autres termes $\eta_{ih} = \eta_h, \forall i$ et $\gamma_{cih} = \gamma_{ch}, \forall i$ (Tableau 3). La charte qualité des quatre outputs est présentée dans le Tableau 4.

		Poids α_{ci} (%) du composant c ($c < 5$) dans le poids total de l'input i																											
		Mine 1							Mine 2							Mine 3							Input (QS) i						
Composant c	$c=1$ BPL	$i=1$ C3sam	$i=2$ S&2	$i=3$ C3G	$i=4$ C1	$i=11$ C3sam	$i=12$ C1Ean	$i=13$ C2Ean	$i=14$ C3	$i=15$ C3	$i=16$ C3	$i=20$ C6m	$i=21$ C6lad	$i=22$ S&2	$i=26$ C1	$i=27$ S&2m	$i=28$ C2	$i=29$ C2Med	$i=20$ C6m	$i=21$ C6lad	$i=22$ S&2	$i=26$ C1	$i=27$ S&2m	$i=28$ C2	$i=29$ C2Med				
				50.01	55.87	56.99	59.5	...	64	65.5	65.5	65.72	59.73	52.67	...	55.11	54.49	56.81	...	69.39	62.71	56.81	48.29						
		3.7	7.74	5.36	4.5	...	4.95	5.9	4.61	4.95	7.85	10.33	...	6.44	7.79	5.33	...	5.5	6.63	5.65	5.45								
		24	8	17.19	9.5	...	10	7.5	8	6	10.59	10.37	...	15	13.28	11.24	...	2.78	9.72	15.82	21.5								
		0.99	0.65	0.94	1.15	...	1.12	0.8	0.65	1.23	0.9	1.12	...	0.62	0.97	1.89	...	0.91	0.65	0.87	1.96								
		7	16	6	11	...	5	12	13	9	12	15	...	14	15	16	...	9	36	46	22								

Tableau 1 : Compositions chimiques α_{ci} des inputs (%)

Composant c	$i=I$ (q_{1k}, q_{3k})	
	$c=1$ BPL	65.6
$c=2$ CO ₂	6	9
$c=4$ SiO ₂	6.5	15.5
$c=3$ MgO	0.7	2
$c=5$ Cd/B	13	41

Tableau 2 : Compositions chimiques α_{ci} and ζ_c (%)

Composant c	Gamme h				
	$h=1$	$h=2$	$h=3$	$h=4$	
	Taux de réduction poids η_h via la gamme h				
	1	0.73	0.59	0.66	0.93
Taux de distorsion γ_{cih} du composant c via la gamme h					
$c=1$	1	1.059	1.21	1.055	1.073
$c=2$	1	0.933	0.76	0.87	0.40
$c=3$	1	0.77	0.44	0.75	0.80
$c=4$	1	0.57	0.55	0.73	0.86
$c=5$	1	0.7	0.65	0.85	0.78

Tableau 3 : Taux de réduction poids et de distorsion chimique

Contraintes sur le poids β_{cj} (%) du composant c dans le poids total de l'output j

Composant c	Output (QM) j			
	$j=1$ (Tess)	$j=2$ (Stand)	$j=3$ (Ycc)	$j=4$ (G10)
$c=1$	$65.12 < \beta_{11} < 66.80$	$65.12 < \beta_{12} < 66.80$	$73 < \beta_{13} < 74.5$	$65.5 < \beta_{15} < 66.80$
$c=2$	$5.00 < \beta_{21} < 6.50$	$5.00 < \beta_{22} < 6.50$	$2.2 < \beta_{23} < 3$	$6.00 < \beta_{25} < 6.50$
$c=3$	$5.5 < \beta_{31} < 8.5$	$5.5 < \beta_{32} < 8.5$	$\beta_{33} < 3$	$\beta_{35} < 6.5$
$c=4$	$\beta_{41} < 0.65$	$\beta_{42} < 0.65$	$\beta_{43} < 0.75$	$\beta_{45} < 0.75$
$c=5$	$\beta_{51} < 6.50$	$\beta_{52} < 8.00$	$\beta_{53} < 18$	$\beta_{55} < 18$

Tableau 4 : Charte qualité des outputs (QMs) en %

La division temporelle utilisée ici est le jour. Le modèle détermine simultanément : l'affectation de chaque commande à un site minier, le choix de la gamme, la date de fin d'exécution de la commande, les alimentations du stock secondaire pour chaque site minier et les blends optimaux des inputs, pour répondre à un carnet de 5 commandes durant une période 28 jours ($\rightarrow T = 28$). Les stocks secondaires d'inputs sont alimentés à partir des stocks primaires par deux convoyeurs pour la mine 1 avec un débit de 4000 tonnes/jour et un convoyeur pour les deux autres mines avec un même débit de 4600 tonnes/jour, sachant que le même input ne peut être transporté par plus d'un convoyeur, afin d'éviter des problèmes techniques lors de l'alimentation du stock d'inputs concerné. Pour des raisons de place, les contraintes de disponibilité cumulative libre B_{it}^c et de stocks minimaux sont écartées. Le Tableau 5 décrit le programme de production.

Commande k	1	2	3	4	5
Output (QM) λ_k	4	2	3	1	2
Demande D_k	76,000	30,000	22,000	30,000	30,000
Date de livraison au plus tôt E_k	5	10	9	11	18
Date de livraison au plus tard L_k	19	18	19	18	28
Catégorie de la commande k F_k	3	1	2	1	1
Indice de la commande liée à k G_k	3	0	1	0	0

Tableau 5 : Spécifications du carnet de commande

Les exemples de cette section ont été résolus à l'aide du solveur FICO's Xpress-IVE AML (Algebraic Modeling Language) sur un PC (Intel® Xeon® CPU E3-1 240 v5 @ 3.50 GHz - 64 Go RAM). Le temps de calcul est inférieur à la minute (25 secondes en moyenne).

Au niveau de la fonction objectif, les coûts unitaires κ , θ_i , σ_c et φ_h utilisés sont fictifs et définis pour orienter la solution vers ce qui peut être considéré comme préférable. Dans le respect de la charte de qualité et dans l'ordre des

préférences, le coût utilisé pour éviter le stockage intermédiaire doit refléter cette priorité absolue. Ensuite, le coût est déterminé pour le maintien (si possible) d'un stock de sécurité afin d'obtenir une protection minimale contre le risque. Enfin, les coûts associés aux outputs utilisés pour produire de l'acide phosphorique sont définis de manière à ce que l'écart des composants par rapport à leurs objectifs soit le plus faible possible, tandis que, pour les outputs exportés, le coût φ_h est introduit pour éviter, si possible, l'utilisation coûteuse d'installations de lavage. Ainsi, la fonction-objectif choisie vise à éviter le stockage intermédiaire et à réduire au minimum l'écart entre les lots envoyés des QMs directement utilisés dans l'alimentation des lignes de production d'acide phosphorique, en utilisant arbitrairement $\sigma_c = 1, \forall c$. La résolution de ce problème d'optimisation conduit à obtenir pour chaque commande, le site minier où elle sera exécutée, la gamme alternative qu'elle suivra et sa date de fin d'exécution (Figure 3). Pour la commande $k=3$ utilisant la gamme $h=5$ notamment la calcination, on note que le coproduit se rapporte à la commande $k=1$, ce qui signifie que la nouvelle demande pour la commande $k=1$ est la demande totale moins ce qui a été coproduit en calcination. Tous ces paramètres sont pris en compte dans le modèle. L'affectation des commandes aux sites miniers et leur séquençement sont illustrés graphiquement dans la figure

suivante. On peut voir que les commandes liées ($G_k \neq 0$) ont la même date de fin de production. Le Tableau 6 présente les valeurs optimales des variables de décision q_{1k}, q_{2k}, q_{3k} relatives à la gamme calcination ainsi que la quantité totale coproduite.

Commande k	3	
Output (QM) λ_k	3	
Catégorie de la commande k F_k	2	
Indice de la commande liée à k G_k	1	
Calcination routing variables (ton)	q_{1k}	23,482
	q_{2k}	0
	q_{3k}	19,812
	Quantité coproduite	56,158

Tableau 6 : Valeurs optimales q_{1k}, q_{2k}, q_{3k}

Par exemple, la demande totale pour la commande $k=1$ lié à l'ordre $k=3$ en utilisant la gamme calcination selon le Tableau 5 est de 76,000 T, dont 56,158 T ont été coproduits compte tenu des résultats présentés dans le tableau 8, ce qui signifie que la nouvelle demande pour cet ordre est de 19,842 T. Les blends optimaux des QMs sont présentés dans le Tableau 7.

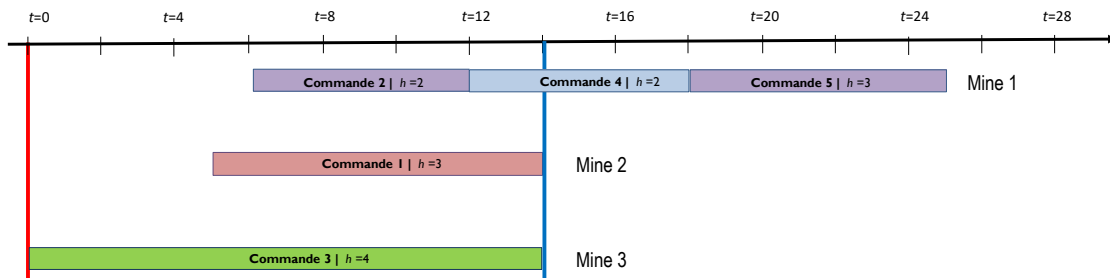


Figure 3 : Ordonnancement des commandes

X_{iht}	Input (SO) i																$\sum_i X_{iht}$		
	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$	$i=6$	$i=8$	$i=10$	$i=11$	$i=12$	$i=13$	$i=16$	$i=18$	$i=19$	$i=20$	$i=24$		$i=25$	$i=26$
$k=1 \rightarrow j=\lambda_k=4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4600	9100	1722	18208	0	0	0	33630
$k=2 \rightarrow j=\lambda_k=2$	0	8000	4552	0	0	6943	0	0	9600	0	12000	0	0	0	0	0	0	0	41096
$k=3 \rightarrow j=\lambda_k=3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32100	491	34500	67091
$k=4 \rightarrow j=\lambda_k=1$	537	0	0	7072	15144	0	0	8000	0	10343	0	0	0	0	0	0	0	0	41096
$k=5 \rightarrow j=\lambda_k=2$	31463	0	0	0	5476	6089	7820	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50847
Σ	32000	8000	4552	7072	20620	13032	7820	8000	9600	10343	12000	4600	9100	1722	18208	32100	491	34500	233760
$i_{\text{min}} \sum_{h=1}^H (X_{iht})$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	14%	27%	5%	54%	0%	0%	0%	100%
$k=1 \rightarrow j=\lambda_k=4$	0%	19%	11%	0%	0%	17%	0%	0%	23%	0%	29%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%
$k=2 \rightarrow j=\lambda_k=2$	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	48%	1%	51%	100%
$k=3 \rightarrow j=\lambda_k=3$	1%	0%	0%	17%	37%	0%	0%	19%	0%	25%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%
$k=4 \rightarrow j=\lambda_k=1$	62%	0%	0%	0%	11%	12%	15%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	100%

Tableau 7 : Blends optimaux

5 CONCLUSION

Dans ce document, nous avons présenté un modèle d'optimisation multi-sites pour planifier les opérations de blending dans une chaîne logistique minière, en tenant compte des gammes alternatives, des caractéristiques et

contraintes opérationnelles du système et du problème lié à la coproduction. Le problème d'optimisation est traité comme une programmation linéaire mixte en nombre entiers. Le modèle combine l'optimisation des recettes (blending) et l'ordonnancement dans une seule optimisation globale, il permet ainsi d'obtenir pour un carnet de commande donné: i) l'affectation de chaque commande à

un site minier ainsi que sa recette optimale exacte; *ii*) la gamme alternative que la commande suivra ; *iii*) La date de fin d'exécution de la commande.

Le modèle d'optimisation globale proposé a été testé et validé sur le terrain. Une efficacité élevée avec un faible temps de résolution ont pu être prouvées en résolvant plusieurs problèmes avec différentes instances.

Le modèle dans sa version actuelle fait l'hypothèse (réaliste car constatée sur le terrain) qu'il n'y a jamais plus d'un bateau dans le port pour charger les QMs. Le problème de possibilité de chevauchement des QM au niveau des unités de lavage constitue l'une des extensions du modèle.

Dans l'exemple numérique, la déviance des QMs destinées à la production d'acide phosphorique est nulle. Un deuxième scénario a été testé en négligeant la minimisation de la déviance, celle-ci est passée à 1489 T pour une baisse du coût global de 190,000\$. Néanmoins, la déviance peut provoquer des surcoûts en aval de la production dans les usines chimiques. Ainsi, dans les perspectives d'évolution de ce modèle se posera la question de l'arbitrage entre coût de déviance et coût de production dans les usines.

6 REFERENCES

- Bengtsson, J., Bredström, D., Flisberg, P., Rönnqvist, M., 2013. Robust planning of blending activities at refineries. *Journal of the Operational Research Society* 64, 848–863.
- Castillo, P.A.C., Castro, P.M., Mahalec, V., 2017. Global optimization of nonlinear blend-scheduling problems. *Engineering* 3, 188–201.
- Castillo, P.A.C., Mahalec, V., 2014a. Inventory pinch based, multiscale models for integrated planning and scheduling-part I: Gasoline blend planning. *AIChE J.* 60, 2158–2178.
- Castillo, P.A.C., Mahalec, V., 2014b. Inventory pinch based, multiscale models for integrated planning and scheduling-part II: Gasoline blend scheduling. *AIChE J.* 60, 2475–2497.
- Castillo-Castillo, P.A., Mahalec, V., 2016a. Improved continuous-time model for gasoline blend scheduling. *Computers & Chemical Engineering* 84, 627–646.
- Castillo-Castillo, P.A., Mahalec, V., 2016b. Inventory pinch gasoline blend scheduling algorithm combining discrete- and continuous-time models. *Computers & Chemical Engineering* 84, 611–626.
- Cerdá, J., Pautasso, P.C., Cafaro, D.C., 2016a. A cost-effective model for the gasoline blend optimization problem. *AIChE J.* 62, 3002–3019.
- Cerdá, J., Pautasso, P.C., Cafaro, D.C., 2016b. Optimizing gasoline recipes and blending operations using nonlinear blend models. *Ind. Eng. Chem. Res.* 55, 7782–7800.
- Glismann, K., 2001. Short-term scheduling and recipe optimization of blending processes. *Computers and Chemical Engineering* 8.
- Jia, Z., Ierapetritou, M., 2004. Efficient short-term scheduling of refinery operations based on a continuous time formulation. *Computers & Chemical Engineering* 28, 1001–1019.
- Jia, Z., Ierapetritou, M., 2003. Mixed-integer linear programming model for gasoline blending and distribution scheduling. *Ind. Eng. Chem. Res.* 42, 825–835.
- Kolodziej, S.P., Grossmann, I.E., Furman, K.C., Sawaya, N.W., 2013. A discretization-based approach for the optimization of the multiperiod blend scheduling problem. *Computers & Chemical Engineering* 53, 122–142.
- Li, J., Karimi, I.A., 2011. Scheduling gasoline blending operations from recipe determination to shipping using unit slots. *Ind. Eng. Chem. Res.* 50, 9156–9174.
- Li, J., Karimi, I.A., Srinivasan, R., 2009. Recipe determination and scheduling of gasoline blending operations. *AIChE J.*
- Li, J., Xiao, X., Floudas, C.A., 2016. Integrated gasoline blending and order delivery operations: Part I. short-term scheduling and global optimization for single and multiperiod operations. *AIChE J.* 62, 2043–2070.
- Lotero, I., Trespalacios, F., Grossmann, I.E., Papageorgiou, D.J., Cheon, M.-S., 2016. An MILP-MINLP decomposition method for the global optimization of a source based model of the multiperiod blending problem. *Computers & Chemical Engineering* 87, 13–35.
- Méndez, C.A., Grossmann, I.E., Harjunkoski, I., Kaboré, P., 2006. A simultaneous optimization approach for off-line blending and scheduling of oil-refinery operations. *Computers & Chemical Engineering* 30, 614–634.
- Neiro, S.M. da S., Murata, V.V., Jahn, B., Roland Seixas, R., Horn Hollmann, E., Salgado Pereira, C., 2019. Dealing with multiple tank outflows and in-line blending in continuous-time crude oil scheduling problems. *Ind. Eng. Chem. Res.* 58, 4495–4510.
- Rigby, B., Lasdon, L.S., Waren, A.D., 1995. The Evolution of Texaco's Blending Systems: From OMEGA to StarBlend. *Interfaces* 25, 64–83.