



HAL
open science

π 3.99 (Chaos, et Composition Musicale)

Mikhail Malt

► **To cite this version:**

Mikhail Malt. π 3.99 (Chaos, et Composition Musicale). Journées d'Informatique Musicale, May 1996, île de Tatihou, France. hal-02986055

HAL Id: hal-02986055

<https://hal.science/hal-02986055>

Submitted on 2 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

λ 3.99 (Chaos, et Composition Musicale)

Mikhail MALT,
IRCAM,
1, Pl. Igor Stravinsky
75004 Paris,
mmalt@ircam.fr

RÉSUMÉ: Ce papier est une réflexion artistique et théorique sur l'utilisation de modèles mathématiques, notamment les modèles chaotiques et la notion de système, en composition musicale assistée par ordinateur.

1. Introduction

Il n'existe pas, actuellement, beaucoup d'études sur les relations entre les caractéristiques conceptuelles et techniques des modèles mathématiques ainsi que sur l'écriture musicale qui se dégage par leur utilisation. En ce qui concerne, notamment, l'utilisation des modèles chaotiques, et même la notion de système, la vision de la plupart des compositeurs est encore très naïve. Ces modèles sont souvent utilisés soit comme des algorithmes compositionnels, soit comme des stimuli métaphoriques, pour l'imaginaire du compositeur, liés fréquemment aux images mentales suggérées par les mots "chaos" et "aléatoire" et par les "belles" représentations graphiques des orbites produites par ces systèmes.

Ces remarques ne veulent pas être des jugements de valeurs sur les musiques ainsi produites[1], mais veulent seulement montrer la méconnaissance qu'il existe, de la part des musiciens, au sujet des potentialités de ces modèles.

Finalement, notre but est de montrer l'existence de liens possibles entre, d'un côté des modèles formels calculables, comme par exemple les modèles non linéaires (dits du chaos) et de l'autre côté la composition et la conceptualisation musicale. Cette étude se fera dans le cas spécifique de la Composition Musicale Assistée par Ordinateur, où la notion de modèle[2] prend le sens d'instrument de formalisation ou de médiateur entre le monde conceptuel du compositeur et le monde numérique de l'ordinateur.

Pour ces réflexions nous avons choisi d'utiliser comme toile de fond la composition de Lambda 3.99, pièce pour guitare et synthétiseur MIDI[3].

2. Les bases théoriques

2.1 La notion de système dynamique

Nous définirons un système dynamique à états discrets S comme étant l'entité qui possède,

* Une fonction de transition G , qui détermine à chaque instant l'état dans lequel se trouve le système. G est fonction du temps:

$$G \Rightarrow G(t)$$

e

* Un ensemble finit E , des états possibles que le système peut assumer, où e désigne l'état du système au moment " t " calculé à partir de la fonction G .

$$E = \{e_0, e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

Chaque état e_i , peut être considéré comme étant une classe d'équivalence, pouvant être à son tour un système avec ses propres états et ses fonctions de transition.

Un système dynamique à états discrets finis, S , sera alors défini comme étant l'ensemble formé par une fonction de transition $G(t)$ et un ensemble d'états E :

$$S = \{E, G(t)\}$$

2.2 Les modèles dynamiques non-linéaires (chaotiques)

Nous appellerons de "modèle dynamique non-linéaire" tout modèle, avec rétroaction, de la forme

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

où la fonction $f(x)$ n'est pas linéaire, c'est-à-dire n'est pas de la forme $f(x) = \alpha \cdot x + b$.

Nous allons utiliser dans notre étude une équation qui est un classique dans les études sur la théorie du chaos, l'équation logistique:

$$x_{n+1} = x_n \cdot \lambda (1 - x_n)$$

variation de l'équation de Verhulst :

$$x_{n+1} = x_n + x_n \cdot \lambda (1 - x_n)$$

Cette équation (l'équation de Verhulst) a servi de modèle dynamique pour la croissance de populations. Il s'agissait d'un formalisme proposé par le mathématicien belge Pierre François Verhulst (en 1838) pour traduire mathématiquement la thèse de Adolphe Quetelet [4]:

"Si le développement a lieu au milieu d'obstacles qui tendent à l'arrêter et qui agissent d'une manière uniforme, c'est-à-dire si l'état social ne change point, la population n'augmente pas d'une manière indéfinie mais elle tend de plus en plus à devenir stationnaire."

Cette citation s'oppose frontalement à la thèse malthusienne de croissance exponentielle des populations, qui n'est, en fait, qu'applicable

au cours de périodes de forte expansion d'une population, tel comme la colonisation de terres vierges.

Beaucoup plus tard (1976) ce même modèle sera repris par Robert M. May dans son célèbre article "Simple mathematical models with very complicated dynamics" dans la revue "NATURE"[\[5\]](#).

Un fait important pour la compréhension du fonctionnement de ces modèles est de se rendre compte qu'ils sont des résolutions numériques d'équations différentielles. L'équation de Verhulst présentée, n'est que la forme issue de l'algorithme d'Euler pour résolution d'équations différentielles de première ordre avec un incrément temporel égal à 1 (un)[\[6\]](#):

$$\frac{dx}{dt} = \lambda * x * (1 - x)$$

pour $x = x(t)$.

Une bonne partie des caractéristiques, dites chaotiques, de ces modèles dérive de l'utilisation de méthodes numériques pour leur résolution. Cela signifie que, ce sont des systèmes très sensibles aux erreurs d'approximation: L'équation de Verhulst en est un bon exemple. Pendant que sa résolution par des méthodes numériques diverge pour certaines valeurs de λ (entre 2.1 et 3.0), sa résolution analytique présente la solution explicite:

$$x(t) = 1 - (1 - x_0) * e^{-\lambda t}$$

qui converge vers "1" quand t tend à l'infini!

Nous n'allons pas nous étendre sur la description de ces modèles vu l'existence de bon nombre d'ouvrages vers lesquels le lecteur intéressé pourra se diriger.

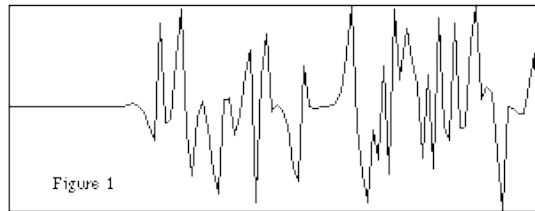
3. Les modèles chaotiques, caractéristiques et potentialités (l'équation logistique)

Ce qui nous intéresse, en premier lieu, c'est de pouvoir étudier certaines caractéristiques de ces modèles pour pouvoir saisir comment elles pourront nous aider à formaliser, ou représenter certains concepts musicaux. L'intérêt principal n'est pas de dresser un catalogue complet de propriétés, ce que par ailleurs nous pouvons trouver dans les textes techniques spécialisés, mais de montrer comment nous pourrions représenter et formaliser des concepts musicaux en utilisant quelques unes de ces caractéristiques.

3.1 Sensibilité aux conditions initiales

La caractéristique la plus importante est la sensibilité aux conditions initiales. Ces systèmes sont très sensibles aux erreurs. Il est possible de calculer un coefficient d'amplification des erreurs, pour chaque itération, par la mesure de l'exposant de Ljapunov[\[7\]](#). Pour l'équation logistique ce coefficient est de 0.693. Étant ce coefficient, "grosso-modo", le logarithme du coefficient d'amplification des erreurs nous pourrions dire qu'à chaque itération les petites erreurs sont, en moyenne, multipliées par deux ($\ln 2 = 0.69314\dots$).

Voici une représentation graphique de l'évolution des différences entre les valeurs générées par deux équations logistiques avec $\lambda = 4.0$, valeur initiale égale à 0.1 et une différence initiale de 10^{-9} .



Le comportement de cette équation n'étant pas linéaire il n'est pas possible de prévoir le décalage entre les deux systèmes pour une erreur initiale donnée. Il semble paradoxale qu'un système déterminé puisse présenter des "indéterminations", puisque pour une même valeur initiale, pour un même paramètre λ et pour un même environnement[\[8\]](#) la série sera totalement déterminée[\[9\]](#).

3.2 Les points stables:

Pour pouvoir bien comprendre d'autres caractéristiques telles que l'existence des "points stables" une représentation géométrique du processus d'itération sera fort utile. Soit la résolution numérique du système

$$x_{n+1} = \lambda * x_n * (1 - x_n)$$

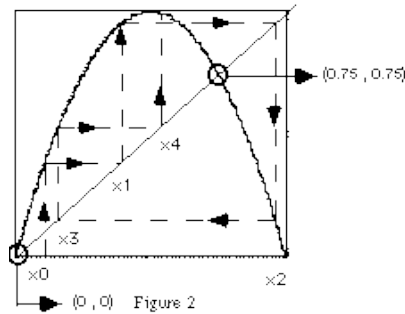
cette résolution peut être vue comme étant une "interaction" entre la fonction

a) $f(x) = \lambda * x - \lambda * x^2$ et la fonction

b) $f(x) = x$

puisque la rétroaction peut se représenter géométriquement comme étant un transfert d'informations entre ces deux équations.

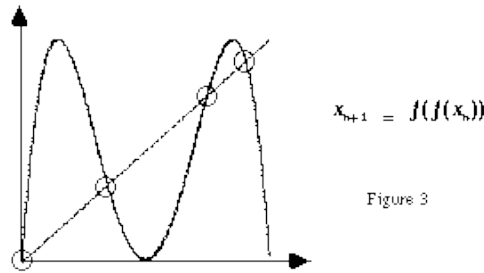
$$x_{n+1} = f(f(x_n))$$



En regardant la figure 2 nous pouvons remarquer que les deux fonctions 'a' et 'b' se coupent en deux points : (0 , 0) et (0.75 , 0.75). Ces deux points constituent ce que nous appelons des points stables du système puisque au moment qu'ils sont atteints le système y reste: $f(0) = 0$ et $f(0.75) = 0.75$.

Il est possible de créer d'autres points stables en utilisant des formes "conjuguées" de l'équation logistique. Dans ces cas notre fonction "a" sera une fonction du quatrième ou du huitième degré ce qui permettra l'apparition d'autres points stables.

Par exemple pour $x_{n+1} = f(f(x_n))$ nous aurons les points suivants: (0 , 0), (0.3455... , 0.3455...), (0.75 , 0.75) et (0.9045..., 0.9045...):

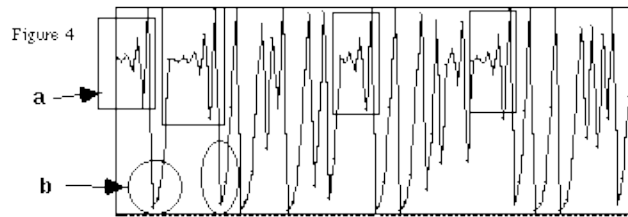


La connaissance de l'existence de ces points pourrait être très importante du point de vue musicale. Comme nous le verrons ensuite, ces points sont la cause de l'apparition de certaines régularités et certaines morphologies qui pourraient être utilisés pour organiser le matériau musical.

3.3 l'existence de symétries (égalités spatiales) dues à l'existence des "points stables" (visualisation géométrique)

Une bonne partie des caractéristiques dites "chaotiques" de certains systèmes non-linéaires vient du fait qu'ils sont des résolutions numériques d'équations différentielles, ce qui veut dire en d'autres termes que nous essayons d'atteindre la résolution par des approximations et non par des résolutions explicites. A chaque itération il existe l'introduction d'une erreur d'approximation due au fait que nous travaillons avec des nombres flottants et avec des machines numériques. Pratiquement ceci veut dire qu'il est très peu probable que le système atteigne la valeur exacte de 0.75 (ce qui dépend bien sûr de la valeur initiale). Lorsqu'une valeur très proche de 0.75 est atteinte le système "tourne", pour ainsi dire, autour du point (0.75 , 0.75) et diverge aussitôt. L'introduction de "petites" erreurs à chaque interaction empêche le système de converger.

En regardant une représentation graphique d'une série de valeurs générées par l'équation logistique (lambda = 4.0, x0 = 0.75), nous pouvons remarquer que cette propriété finit par générer des symétries (au sens d'égalités spatiales) dans l'ensemble des valeurs générées (voir figure 4).



Nous remarquerons, avec un certain étonnement, que finalement les valeurs générées par un système dit chaotique sont plutôt "thématiques"! Il existe une répétition non-régulière de certains schémas morphologiquement typés. Dans la figure 4 nous pouvons repérer deux de ces schémas. Un premier (a) dû à l'oscillation autour de la valeur de 0.75 , et un deuxième autour du point 0.0.

3.4 D'autres propriétés

Ils existent d'autres caractéristiques, dont nous ne parlerons pas ici, telles que "les attracteurs étranges", les "intermittences", etc..., sur lesquelles il y a encore beaucoup de recherche à faire.

4. La conceptualisation et formalisation musicale

La question maintenant est: Comment faire le lien entre ces caractéristiques mathématiques et des possibles utilisations musicales? Quels sont, enfin, les liens possibles entre une conceptualisation musicale et une formalisation logique?

Pour essayer de comprendre cela, voyons de plus près l'application de ces concepts à la composition de la pièce Lambda 3.99 pour guitare et synthétiseur.

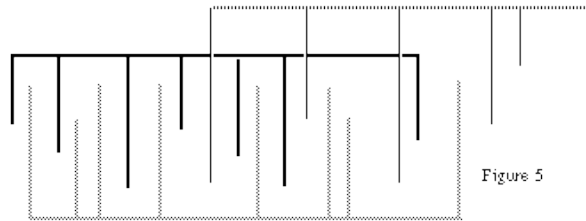
4.1 La conceptualisation musicale (polyphonie virtuelle)

Dans le cas de Lambda 3.99, une des idées clés était le concept de polyphonie virtuelle.

Il est possible, à partir d'un jeu strictement séquentiel, de simuler une polyphonie, c'est-à-dire de faire le système auditif associer certains

événements dans le temps, et dans l'espace des hauteurs, de façon à construire des flux auditifs (se rappeler des suites, sonates et partitas pour instruments seuls de J.S.Bach). Dans ce cas précis ce concept serait alors appliqué non à la note isolée, mais à des structures plus complexes.

Nous savons, même si seulement par l'intuition, que les effets perceptifs d'un son, d'une séquence ou d'un objet musical quelconque dépendent du contexte musical dans lequel il s'inscrit. La perception de plusieurs paramètres musicaux associés à un son, tel que la hauteur, le timbre, l'intensité, l'articulation, la durée, le tempo, etc. sont largement influencés par les caractéristiques des sons qui le précèdent, qui coïncident avec lui et même avec ceux qui le suivent dans le temps. Il est possible, alors pour le compositeur, de se servir de ce phénomène et de constituer des flux musicaux.



Un "flux" est une organisation psychologique qui représente mentalement une source physique comme une séquence d'événements acoustiques émanant d'un même endroit. [12], et possédant une certaine cohérence ou continuité interne, ce qui permettra à cette séquence d'être interprétée comme un tout. Un des points importants pour le compositeur est de savoir quand s'opère la scission d'une séquence en flux plus petits. Quels sont les paramètres à manipuler?

McAdams [13], nous montre que la formation de flux est conditionnée par certains facteurs:

- Les grands écarts au niveau des fréquences induisent le système perceptif à grouper des événements par registres.
- Plus le tempo est rapide, plus le degré de rupture ou de décomposition de la séquence en flux plus petits est grand.
- Des discontinuités timbriques induisent aussi la formation de flux.

C'est à partir de ces données que nous avons formalisé et construit une dizaine de gestes de base qui devrait permettre à l'audition de les grouper et constituer des flux auditifs qui se superposent virtuellement. Pour cela chaque geste a été construit de façon à posséder certaines caractéristiques propres:

- a) une morphologie de hauteurs,
- b) une articulation,
- c) une dynamique d'intensités et de hauteurs,
- d) une structure temporelle locale propre et
- e) une texture propre qui découle de la conjonction des paramètres antérieures.

qui résultèrent en dix gestes, ou organismes de base (g.b.),

- a) des accords percutés,
- b) des accords arpégés
- c) des trémolos percussifs
- d) des nodules
- e) des nuages de points
- f) des séquences mélodiques
- g) des notes répétées
- i) des appoggiatures
- j) des fragments mélodiques
- k) des séquences mélodiques statiques (en septolet)

Chacun de ces organismes évolue continuellement pendant le déroulement de la pièce [14].

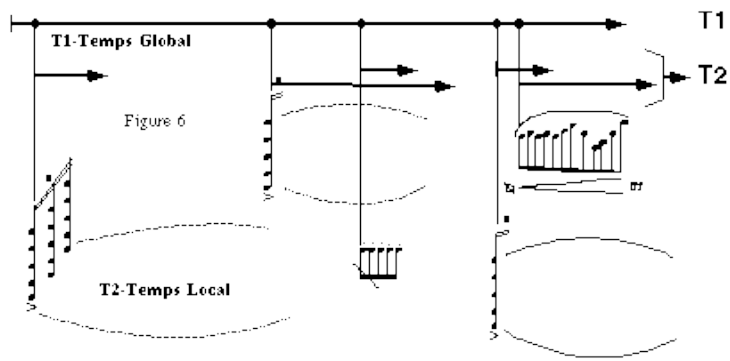
En établissant cette première conceptualisation nous pouvons déduire l'existence de deux couches temporelles (voir figure 6):

- a) un temps local défini par les caractéristiques structurelles de chaque organisme et
- b) un temps global qui gère l'évolution des ces mêmes organismes.

4.2 La formalisation musicale

En ce qui concerne la formalisation nous avons trois hypothèses de base qui guidaient notre travail [15]:

- a) Tout processus musical peut être analysé comme étant l'évolution de plusieurs formes indépendantes, ayant chacune une évolution propre,
- b) Il serait possible de représenter ce type d'évolution par un modèle de système dynamique discret [16].
- c) Les modèles chaotiques pourraient être un bon choix pour les fonctions de transition G d'un système dynamique, tel que nous l'avons défini.



4.3 Polyphonie virtuelle et système

En fonction du cadre que nous venons de définir, nous avons généré une polyphonie virtuelle par le séquençage de petits gestes, indexés à des états d'un système dynamique à états discrets, où notre fonction G sera de la forme,

$$G(t + 1) = \lambda G(t)[1 - G(t)]$$

L'utilisation de l'équation logistique comme fonction de transition semblait être un bon choix. Certaines des propriétés vues, comme les symétries et les morphologies dues aux points stables, pourraient être utiles pour organiser l'évolution des gestes de base. Une fonction de transition qui génère des schémas semblables avec une oscillation entre répétition et renouveau, nous permettrait non seulement d'avoir un ensemble de données organiques mais aussi simuleraient, en quelque sorte, une des caractéristiques de l'acte compositionnel, c'est-à-dire, d'être un processus qui essaye toujours d'avancer en ayant des traces du passé et en introduisant progressivement des éléments nouveaux. Ceci pourrait bien fonctionner pour une période courte de temps, mais nous nous trouverions vite confrontés à une certaine immobilité. Il faut alors donner une direction (un sens) à l'évolution de ce système. Pour résoudre ce problème la fonction de transition G a été modifiée,

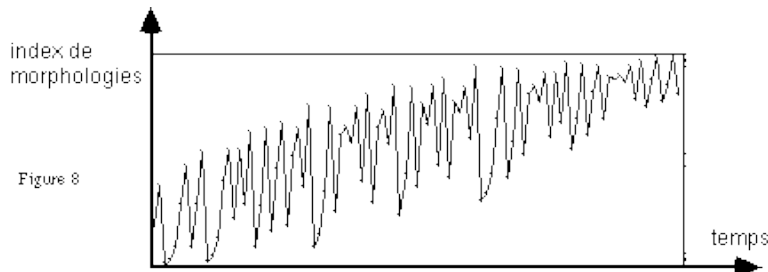
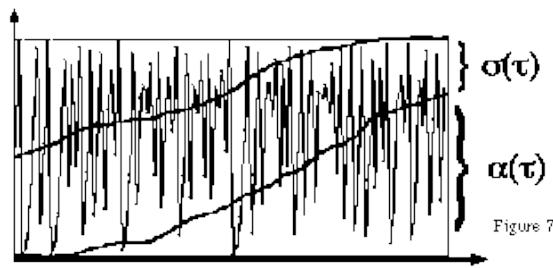
$$G(t) = \sigma(t)F(t) + \alpha(t)$$

avec

$$F(t) = F(t - 1)\lambda[1 - F(t - 1)], \text{ comme condition initiale } F(0) = 0.512 \text{ et } \lambda = 3.99 \text{ [17]}$$

où $\sigma(t)$ est une fonction de contraction et $\alpha(t)$ est une fonction de décalage.

Ceci revient à appliquer deux fonctions $\sigma(t)$ et $\alpha(t)$ [18] sur l'ensemble des valeurs générées de manière à donner une direction à l'évolution du système (figure 7). Même si ce que nous pouvons affirmer est que la transformation que nous avons appliqué à la fonction $F(t)$ (qui gère l'évolution des index de morphologies), n'est que localement linéaire, la structure résultante présente encore des morphologies analogues à celles générées par les "points stables", mais ayant en même temps une direction dans l'espace des index (figure 8). Ce type de procédure a été utilisé dans toute la pièce pour créer un processus d'évolution en transformation continue; soit pour contrôler l'évolution des index des gestes, soit pour contrôler l'évolution de chaque geste [19]. La partie électronique étant une partie de l'évolution du système et non seulement un accompagnement de la partie instrumentale.



Un bon exemple de l'utilisation de cette procédure est la partie centrale de Lambda 3.99, où le processus commence avec une séquence mélodique :

et évolue, en passant par d'autres "gestes"[\[20\]](#),

jusqu'à arriver à des accords "rasgado":

Dans notre cas précis, chacune de ces formes définissait une classe d'équivalence, ceci pour éviter la répétition et favoriser une perception d'évolution de chaque forme. Par exemple sur un geste "note répétée" la forme choisie n'était pas toujours la même. Il existait un ensemble de base qui définissait la classe "note répétée", comme le montre la figure 12.

Évidemment les gestes n'étaient pas pris dans l'ordre linéaire de leur "évolution" comme défini dans l'ensemble de base, mais dans un ordre similaire à l'évolution globale des formes, cela revient à dire que pour chaque forme nous avons défini un ensemble d'états (générés à partir d'une évolution linéaire du geste) et une fonction de transition G comme pour l'évolution globale, transformée avec des fonctions de compression et décalage.

5. Conclusion

L'important, de notre point de vue, n'est pas d'avoir trouvé des correspondances universelles, mais de vouloir attirer l'attention vers une utilisation des modèles mathématiques, spécialement en ce qui concerne la composition assistée par ordinateur, qui tienne compte d'une conceptualisation musicale. Une attitude que nous tenons à éviter est de conférer aux modèles et aux symboles un privilège par rapport aux processus qu'ils représentent, ce qui voudrait dire en d'autres termes qu'une logique formelle n'implique pas forcément en une logique musicale. Un modèle mathématique ne peut être utilisé en composition musicale que si il est soutenu par une conceptualisation et une pensée musicale.

Appliqué à l'expérience que nous venons de décrire, ceci voudrait dire que les propriétés morphologiques de l'ensemble de valeurs, générées par l'équation logistique, n'ont pas de signification musicale si elles sont déconnectées d'une réalité perceptive. Cet ensemble numérique n'a pris sens qu'au moment qu'il a été utilisé pour formaliser des notions comme celles de la mémoire au sein d'un processus musical. Les morphologies, créées par le phénomène des "points stables", ont été utilisées pour créer des relations, dans le temps, entre le matériau musical qu'elles contrôlaient, soit les gestes. De cette manière la répétition irrégulière des morphologies a été associée à ce mouvement qui opère dans la composition où chaque choix est préparé par des sélections, d'autres choix, et des explicitations antérieures opérées à plusieurs niveaux, du plus élémentaires au essentiel. Ainsi chaque choix doit aussi préparer les choix suivants, chaque choix a une mémoire et il est prémonitoire[\[21\]](#). Nous pourrions dire que cette caractéristique a été utilisée pour essayer de formaliser la mémoire dans un processus musical.

D'autre part, nous avons aperçu une émergence de nouvelles formes par l'association de deux ou trois gestes. Les symétries contenues dans l'ensemble de valeurs générées par l'équation logistique ont contribué à faire ressortir de nouvelles configurations, par la répétition de certaines séquences (par exemple "note répétée", "séquence statique", etc.) qui ont gagné à leur tour une vie propre. Du fait d'avoir appliqué des transformations à la fonction de transition, en donnant une direction au processus, ces "nouvelles configurations" finissent elles aussi par évoluer en suivant l'évolution des schémas graphiques (voir figure 8).

En ce qui concerne la notion de système le problème est le même. Cette notion a été aussi utilisée pour formaliser une des hypothèses de base de notre travail : "tout processus musical peut être analysé comme étant l'évolution de plusieurs formes indépendantes, ayant chacune une évolution propre"; et pour permettre de représenter le concept que nous avons nommé de "polyphonie virtuelle".

Finalement, le sens qui se dégage par l'utilisation d'un modèle mathématique, en composition musicale, est la conjonction d'un ensemble de facteurs, tels que les concepts musicaux qu'il est censé représenter, la manière dont l'ensemble des paramètres a été conduit dans le temps, et sans doute le contexte esthétique du compositeur. Cependant, il nous a paru clair que les seules caractéristiques d'un modèle ne

sont une condition suffisante pour créer un sens musical.

La connaissance des caractéristiques et du comportement d'un modèle, de même que la connaissance des caractéristiques d'un instrument musical, sont importantes pour pouvoir l'asservir à la pensée et non pour asservir cette pensée au joug d'un système formel quelconque.

6. Bibliographie

[BARNESLEY 1988] BARNESLEY Michael (1988)– *Fractals Everywhere*, Academic Press, Inc.

[BIDLACK 1992] BIDLACK, Rick (1992)– "*Chaotic Systems as Simple (but complex) Compositional Algorithms*", in *Computer Music Journal*, vol 16, ndeg. 3, Fall 1992.

[CVITANOVIC 1989] CVITANOVIC, Predrag (1989)– *Universality in Chaos*, Adam Hilger, Grande –Bretagne.

[DALMENICO 1992] DALMENICO, A. D. ; CHABERT, J. L. et CHEMLA, K. (sous la direction de) (1992) – *Chaos et Déterminisme*, Ed. du Seuil, Paris.

[DI SCIPIO 1990] DI SCIPIO A. (1990) – *Composition by Exploration of Non-Linear Dinamic Systems*, in *ICMC Proceedings 1990*.

[GOGINS 1991] GOGINS M. (1991) – *Iterated Functions Systems Music*, in *Computer Music Journal*, vol 15, ndeg. 1 1991.

[MALT 1994] MALT, M.(1994), "*Modêlos Matemáticos e composição Assistida por Computador, Sistemas Estocásticos e Sistemas Caóticos*", in *Primeiro Simposio de Computação e Música*, Caxambu, MG, Brésil.

[MALT 1993] MALT, Mikhail (1993)– *Introduction à Patchwork* , IRCAM, Paris, France.

[MALT 1994] MALT, Mikhail (1994)– *Chaos-librairie de modèles chaotiques et de fractales* , IRCAM, Paris, France.

[MALT 1996] MALT, Mikhail (1996) – *Le compositeur et ses modèles* , Conférence dans le cadre du Ile Congrès International d'Ontologie", sous le patronage de l'UNESCO, San Sebastian, Espagne.

[MAY 1976] MAY Robert M. (1976) – *Simple mathematical models with very complicated dynamics* in *Nature* , vol 261 ndeg. 5560 pp. 459–467; in [CVITANOVIC 1989]

[MAYER-KRESS 1992] MAYER-KRESS G., BARGAR R., CHOI I. (1992) – *Musical Structures in Data from Chaotic Attractors*, Center for Complex System Research, The Beckman Institute, University of Illinois, Urbana.

[MAYER-KRESS 1993] MAYER-KRESS G., CHOI I., WEBER N., BARGAR R., HÜBLER A. (1993) – *Musical Signals from Chua's Circuit*, Center for Complex System Research, The Beckman Institute, University of Illinois, Urbana.

[MAYER-KRESS 1993] MAYER-KRESS G., CHOI I., BARGAR R. (1993) – *Sound Synthesis and Music Composition using Chua's Oscillator*, Center for Complex System Research, The Beckman Institute, University of Illinois, Urbana.

[Mc ADAMS 1987] Mc ADAMS S. et Bregman A. (1987)– *L'audition des flux musicaux*, in *Marsyas*, Institut de pédagogie musicale et choréographique, La Villette, Paris (3–4) décembre 1987, PP 97–118.

[MESNAGE 1988] MESNAGE M., RIOTTE A., (1988) – *Un modèle informatique d'une pièce de STRAVINSKY*, in *Analyse Musicale*, ndeg.10, Paris.

[NELSON 1994] NELSON G. L. (1994) – *Real Time Transformation of Musical Material with Fractal Algorithms*, papier obtenu avec le compositeur, fnelson@oberli.edu.

[PEITGEN 1993] PEITGEN H. O. , JÜRGENS Harmut, SAUPE Dietmar (1993) – *Chaos and Fractals*, New Frontiers of Science, Springer-Verlag, New York.

[QUETELET 1835] QUETELET A. (1835) – *Sur l'homme et le développement de ses facultés*, dans HILLION A. (1986) *Les Théories Mathématiques des Populations* , Que-Sais-Je?, P.U.F., France.

[RIOTTE 1996] RIOTTE A., (1996) – *Formes variables, quelques expériences*, in *Simposium, Composition, Modélisation et Ordinateur*, 12 et 13 avril 1996, IRCAM.

[WALLISER 1977] WALLISER Bernard (1977)– *Systèmes et Modèles*, Editions du Seuil, Paris.