



**HAL**  
open science

# Extention des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton grâce à un opérateur fractionnaire pour la modélisation de l'hystérésis ferroélectrique dynamique

Bin Zhang, Benjamin Ducharne

## ► To cite this version:

Bin Zhang, Benjamin Ducharne. Extention des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton grâce à un opérateur fractionnaire pour la modélisation de l'hystérésis ferroélectrique dynamique. Symposium de Génie Electrique, Université de Lorraine [UL], Jul 2018, Nancy, France. hal-02983067

**HAL Id: hal-02983067**

**<https://hal.science/hal-02983067>**

Submitted on 29 Oct 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Extention des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton grâce à un opérateur fractionnaire pour la modélisation de l'hystérésis ferroélectrique dynamique

Bin Zhang<sup>1</sup>, Benjamin Ducharne<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Shandong University, School of Mechanical, Electrical & Information Engineering, 180 WenhuaXilu, Weihai, Shandong Province, China 264209.

<sup>2</sup>Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité – INSA de Lyon Bât. Gustave FERRIE, 8 rue de la physique, 69621 Villeurbanne cedex, France

**RESUME** – Cet article décrit l'extension des bien-connus modèles d'hystérésis quasi-statiques scalaires de Preisach et de Jiles-Atherton pour la prise en compte de l'hystérésis ferroélectrique dynamique. Les deux modèles étendus donnent de bons résultats pour des formes d'onde d'amplitudes et de fréquences fortement variables. Cette extension est possible grâce à une contribution dynamique, produit d'une constante  $\rho$  et de la dérivée fractionnaire de la polarisation  $P$ , l'ensemble est considéré dans la simulation comme un champ électrique équivalent. L'ordre fractionnaire peut être considéré comme un degré de liberté supplémentaire. En ajustant ce paramètre, des bons résultats de simulation peuvent être obtenus sur de larges bandes de fréquences ce qui n'est pas le cas via la considération classique dissipative du type pertes visqueuses ( $\rho \cdot dP/dt$ ) dont la précision se limite à une ou deux décades de fréquence.

*Mots-clés—Hystérésis, matériaux ferroélectriques, modèle de Preisach, modèle de Jiles-Atherton, dérivée fractionnaire.*

## 1. INTRODUCTION

Les dispositifs piézoélectriques disposent d'un large spectre d'applications (capteurs ou actionneurs) [1-5]. Une liste non exhaustive de l'ensemble de ces applications comprend: l'automatisation (dispositifs de positionnement de haute précision) [6]; les outils de bureau (imprimantes piézoélectriques injectables) [7]; la technologie biomédicale (transducteurs à ultrasons) [8]; la technologie automobile (vannes d'injection à partir d'actionneurs multicouches) [9]. Des forces extrêmement importantes jumelées à des pertes énergétiques quasi-statiques faibles, ainsi que d'excellentes propriétés dynamiques, rendent les actionneurs piézoélectriques particulièrement intéressants pour un large éventail de domaines d'application. Bien que de nombreux efforts scientifiques aient été récemment effectués pour développer des matériaux piézoélectriques flexibles, la plupart des applications actuelles sont toujours basées sur des matériaux massifs du type céramique (en règle générale des céramiques PZT, Titanate-Zirconate de Plomb, en raison de leur fort effet inverse)

Malheureusement pour les utilisateurs, les céramiques présentent des comportements extrêmement non linéaires (saturation, hystérésis, dépendance en fréquence) dès lors que le niveau d'excitation augmente (amplitude, fréquence), niveau en générale nécessaire pour de l'actionnement.

Le développement de nouveaux dispositifs piézoélectriques, ainsi que l'amélioration de ceux déjà existants, nécessitent des outils de simulation précis. La modélisation des actionneurs piézoélectriques a constitué un défi pour de nombreux chercheurs pendant plusieurs années et différentes approches ont été testées. Plusieurs propriétés intéressantes des matériaux piézoélectriques peuvent être vérifiées expérimentalement en mesurant l'évolution de la polarisation en fonction d'un champ électrique variant dans le temps. La méthode la plus commune d'observation de ces propriétés consiste à tracer les cycles d'hystérésis du champ de polarisation en fonction du champ électrique  $P(E)$ . On impose un champ électrique forte amplitude (contrôlé en fréquence) et on mesure de façon simultanée la densité de courant. Le champ de polarisation  $P$ , est calculé par intégration. A partir d'un grand nombre de cycles d'hystérésis pour des fréquences croissantes, on peut tracer l'évolution des champs coercitifs  $E_c(f)$  et/ou de l'aire du cycle d'hystérésis  $\langle A \rangle(f)$ . Les principales conséquences de l'effet de fréquence sur les cycles d'hystérésis sont: une augmentation de la valeur absolue des champs coercitifs; une diminution de la polarisation rémanente; un élargissement de l'aire du cycle d'hystérésis.

Différentes approches ont été testées numériquement pour tenir compte de la dépendance en fréquence du comportement diélectrique des matériaux ferroélectriques. À titre d'exemple, une dépendance logarithmique en fréquence est proposée dans [10]. Une autre solution possible est basée sur une contribution indépendante de la fréquence de l'hystérésis quasi-statique étendue à un terme de perte dépendant du temps, produit d'une résistance  $\rho$  et de la dérivée temporelle du champ de polarisation  $dP/dT$ . Malheureusement, pour cette simple expression, de rapides résultats expérimentaux suffisent à démontrer que cette modélisation est limitée à une précision modérée sur une bande passante de fréquences restreinte. En effet, en traçant l'évolution

de l'aire du cycle d'hystérésis en fonction de la fréquence,  $\langle A \rangle(f)$ , on voit rapidement que la courbe expérimentale augmente lentement à un rythme régulier alors que la courbe simulée avec le terme de dérivée du premier ordre présente une augmentation franche, un pic et une diminution rapide à hautes fréquences. Les divergences apparaissant quand on compare les courbes expérimentales et les simulations sont liées au fait que le terme dissipatif  $\rho \cdot dP/dT$  conduit à une surestimation de la partie haute fréquence sur la courbe de l'évolution de l'aire du cycle. Pour surmonter ce problème, il nous faut un nouvel opérateur qui considère les comportements basses et hautes fréquences différemment que le terme de premier ordre [11-14]. De tels opérateurs existent dans le domaine du calcul fractionnaire, on les appelle les dérivés « non-entières » ou fractionnaires.

Dans [11], on nous explique comment réussir la simulation des cycles  $P(E)$  dynamiques d'une céramique piézo-électrique typique grâce à l'extension dynamique fractionnaire d'une contribution quasi-statique basée sur l'analogie entre les mouvements des parois des domaines ferroélectriques et des frottements secs mécaniques.

Chacun de ces frottements secs mécaniques internes se caractérise par ses propres seuils de déplacement (champs coercitifs) et de son propres poids dans la reconstruction du cycle moyen. L'ensemble de ces poids est compilés dans une fonction de distribution appelée «spectre». Une procédure d'obtention de cette distribution a été proposée et testée dans l'article référencé [11]. La solution proposée consiste en la dévolution d'une courbe de première polarisation mesurée par une courbe anhystérétique pré calculée à partir d'un cycle d'hystérésis majeur. Grâce à cette technique, il est possible d'obtenir de façon systématique les paramètres de notre modélisation quasi-statique "frottements secs".

Dans [10-12], les auteurs ont limité la validation expérimentale à une composition PZT douce typique (P188 de chez quartz & silice, France). Même si le modèle quasi-statique « frottement sec » semble prometteur quand on observe les comparaisons simulations/résultats expérimentaux de ces articles, de nouvelles comparaisons testées sur des matériaux de natures différentes ont démontré certaines limitations. En particulier, la définition de la fonction spectre de distribution semble très sensible. Une attention toute particulière doit être accordée à l'acquisition des données expérimentales, car de petites erreurs dans la définition de cette fonction peuvent conduire à une grande surestimation dans la reconstitution du cycle d'hystérésis. Pour surmonter ces limitations, dans cette nouvelle étude nous avons décidé de tester deux nouveaux modèles de l'hystérésis scalaires quasi-statiques. Les modèles de Preisach [15-16] et de Jiles-Atherton [17-18]) ont donc été utilisés pour fournir la contribution quasi-statique requise par le modèle complet. Ces deux modèles d'hystérésis quasi-statiques sont décrits dans la première partie de l'article, ensuite des extensions dynamiques sont proposées à partir de contributions dynamiques fractionnaires. A la fin de l'article, des comparaisons avec des mesures expérimentales sont proposées. Cette vérification expérimentale doit permettre de comparer la robustesse des modèles proposés.

## 2. MODELISATION

### 2.1. Modélisation quasi-statique : Preisach

Au-delà d'une fréquence seuil (dans la direction décroissante), la valeur périodique cumulative des pertes diélectriques devient indépendante de la fréquence. Ce comportement est appelé état quasi-statique et est observable en

traçant l'évolution de la polarisation diélectrique moyenne spontanée  $P$ , en fonction du champ d'excitation électrique  $E$  en dessous de la limite de fréquence basse ( $f < 1\text{Hz}$  pour une céramique douce typique). Différentes approches sont disponibles dans la littérature pour la simulation du comportement de l'hystérésis quasi-statique. Parmi celles-ci, le modèle de Preisach présente quelques propriétés particulièrement intéressantes, dont entre autres:

- une bonne précision dans la reconstitution du comportement en régime dissymétrique (courbe de première polarisation, cycles mineurs...);

- des besoins expérimentaux qui peuvent se limiter à un cycle d'hystérésis majeur et une courbe de première polarisation dans le cas de l'utilisation de la technique et Biorci & al. [19-20];

Le modèle de Preisach est relativement facilement réversible.  $E$  peut être facilement remplacé par  $P$  comme entrée du modèle. Historiquement, le modèle de Preisach a été utilisé dans un premier temps pour décrire les phénomènes d'hystérésis dans les matériaux magnétiques [15], beaucoup plus récemment, le modèle a été validé pour des applications ferroélectriques. Le modèle de Preisach suppose que la polarisation du matériau soit obtenue à partir de la contribution d'un ensemble de boucles d'hystérésis élémentaires rassemblé dans une fonction de distribution à travers le triangle de Preisach. Plus précisément, il suppose [15] que le comportement du matériau testé peut être décrit par un ensemble de boucles d'hystérésis élémentaires  $E(\alpha, \beta)$  où  $\alpha$  et  $\beta$  sont, respectivement, les champs de commutation supérieur et inférieur avec  $\alpha \geq \beta$ . La polarisation  $P$  est déterminée à partir de la contribution de l'ensemble de ces particules élémentaires réunies dans une fonction de distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  constituant le triangle de Preisach dans le plan  $(\alpha, \beta)$  (voir figure 1).

$$P = P_s \cdot \int_{\alpha} \int_{\beta} h(\alpha, \beta) \cdot \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (1)$$

Avec

$$\int_{\alpha} \int_{\beta} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = 1 \quad \text{and} \quad -E_s \leq \alpha \leq E_s, \quad \beta \leq \alpha$$

$P_s$  est la valeur de polarisation lorsque  $E = E_s$ . Figure 1, l'utilisation du modèle de Preisach donne les cycles centrés de magnitude  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  (figure 2) obtenus par intégration de la fonction de distribution sur, respectivement, les triangles 1, 2 et 3.

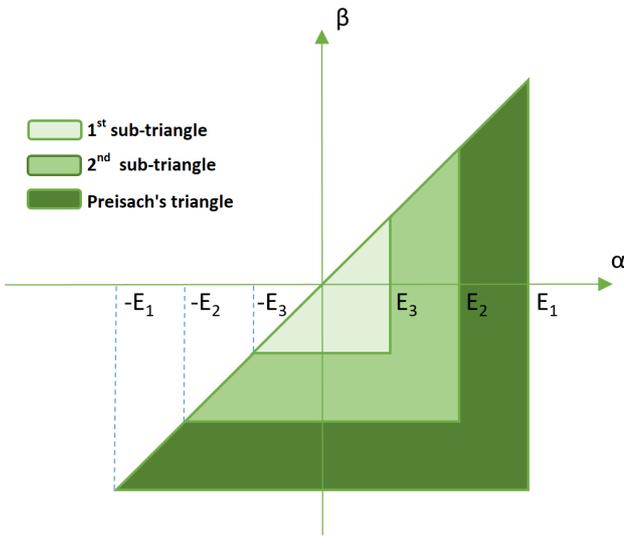


Fig. 1 Triangle de Preisach, sous triangle 1 et 2.

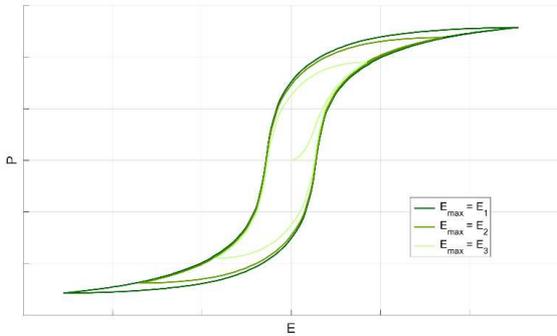


Fig. 2 Cycles centrés simulés.

Pour modéliser avec précision le comportement du matériau diélectrique, il est nécessaire de déterminer finement la fonction de distribution à partir des données expérimentales. Il existe principalement deux méthodes pour déterminer cette fonction de distribution. La première suppose que la fonction de distribution a une forme particulière (Lorentz, gaussienne) et les paramètres de la fonction sont optimisés pour représenter correctement le comportement hystérique moyen. La deuxième méthode discrétise la fonction de distribution en un ensemble fini de valeurs déterminées à partir de données expérimentales appropriées. Dans cette étude, la deuxième option a été choisie, ceci devrait offrir une plus grande précision.

Deux techniques ont été testées pour l'acquisition de cette fonction de distribution discrète: la technique des cycles centrés [22] et la méthode de Biorci [19, 20]. Les deux techniques fournissent des résultats de simulation relativement corrects. Un plus grand nombre de données expérimentales est requis par la première technique, mais un comportement correct peut être atteint avec une taille inférieure de distribution discrète (triangle de Preisach) et par conséquent une gestion de la mémoire plus simple et réduite.

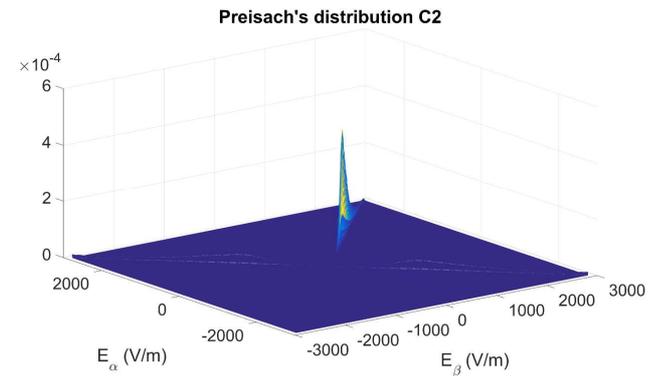
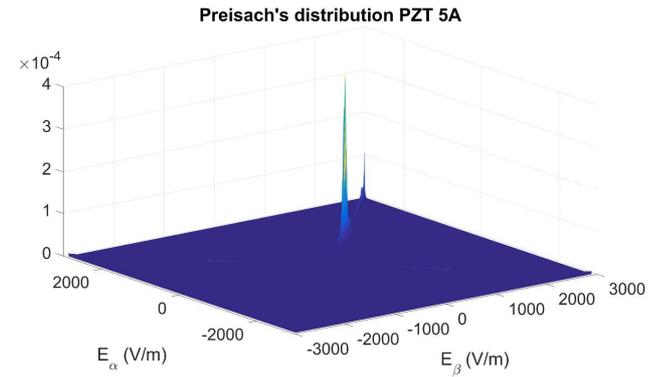
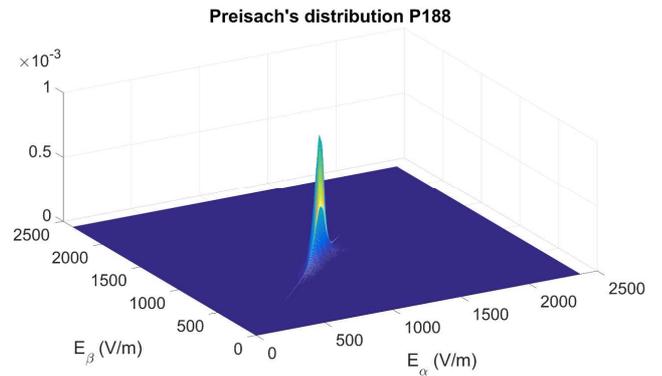


Fig. 3. Distribution du modèle de Preisach, pour les céramiques piézo-électriques P188, PZT5A et C2.

Dans cette étude et pour l'extension du comportement dynamique, le modèle de Preisach a été utilisé dans sa configuration inverse, la polarisation  $P$  est utilisée comme entrée du modèle. Pour limiter les problèmes numériques dans le paramétrage du modèle, la distribution de Preisach utilisée est la même que celle du modèle direct  $P(E)$ . Pour un temps  $t$  donné,

$P(t)$  est imposé dans la simulation. Si  $dP/dt(t)$  est positif, une valeur de " $E_{high}$ " limite haute est déterminée sur le triangle de Preisach discrétisé (partie croissante) et correspond à une valeur de " $P_{high}$ " juste supérieure à  $P(t)$ . La " $E_{low}$ " est donnée par l'étape discrète précédente, et correspond à une valeur de polarisation juste inférieure à  $P(t)$ . Une fois les limites basse et haute de  $P$  calculées, nous supposons que  $P$  va varier linéairement de sa valeur inférieure " $P_{low}$ " à sa valeur supérieure " $P_{high}$ " et un  $P(t)$  précis est obtenu grâce à une interpolation linéaire

$$E(t) = E_{low} + (P(t) - P_{low}) \cdot \frac{E_{high} - E_{low}}{P_{high} - P_{low}} \quad (2)$$

Si  $dP/dt(t)$  est négatif, le même protocole est utilisé (détermination des limites " $E_{high}$ " et " $E_{low}$ "), mais cette fois  $E$  est lue dans la direction décroissante du triangle Preisach (figure 4).

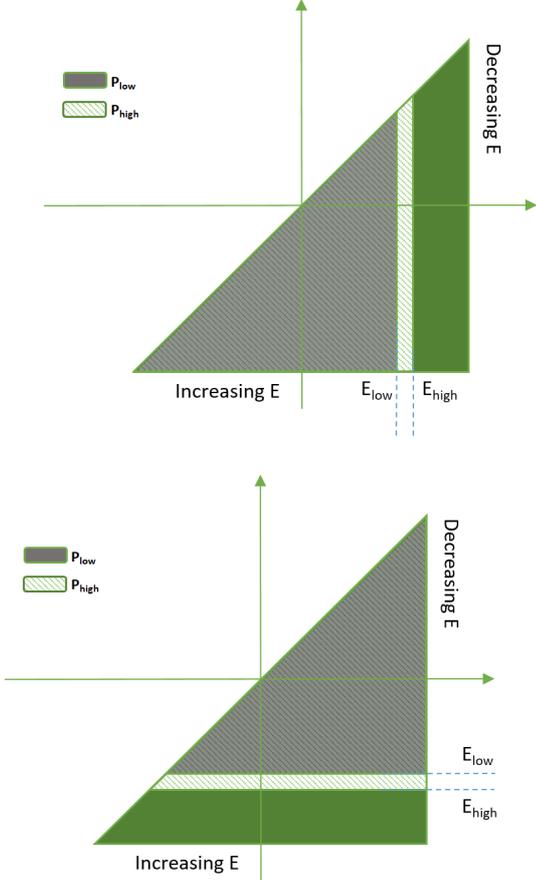


Fig. 4. Illustration pour le modèle de Preisach inverse, polarisation  $P$  croissante (en haut) et décroissante (en bas).

## 2.2. Modélisation quasi-statique : Jiles-Atherton

Les modèles de Preisach et de Jiles-Atherton (J-A) sont les modèles les plus populaires pour obtenir le comportement de l'hystérésis quasi-statique des matériaux ferroélectriques. Ces deux modèles ont été développés à l'origine pour décrire les phénomènes d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques [17]. Dans cette partie, nous allons discuter du modèle de Jiles-Atherton J-A. Le modèle de J-A présente des propriétés particulièrement intéressantes:

\_ Le stockage de la mémoire du matériau est négligeable, l'histoire du matériau se limite à la valeur du champ de polarisation au temps  $t-dt$ .

\_ Le modèle est complètement décrit à l'aide d'uniquement cinq paramètres.

\_ Les cinq paramètres du modèle sont reliés à des propriétés micro structurelles, ceci permet une interprétation physique de la modélisation.

\_ Comme pour le modèle Preisach, le modèle de J-A est facilement réversible, il est relativement facile de passer de  $E$  à  $P$  comme entrée du modèle.

Comme le modèle de Preisach, le modèle de J-A a été développé à l'origine pour décrire les phénomènes d'hystérésis des matériaux ferromagnétiques [17].

Dans la version d'origine du modèle de Jiles-Atherton, la polarisation  $P$  est décomposée en une composante réversible  $P_{rev}$  et irréversible  $P_{irr}$  [17]. Ces deux contributions sont reliées via la relation suivante:

$$P_{rev} = c(P_{an} - P_{irr}) \quad (3)$$

La polarisation anhystérétique  $P_{an}$  peut être définie à l'aide du fonction de Langevin:

$$P_{an} = P_s \left[ \coth\left(\frac{Ee}{a}\right) - \frac{a}{Ee} \right] \quad (4)$$

avec:

$$\frac{dP_{irr}}{dE_e} = \frac{P_{an} - P_{irr}}{k\delta} \quad (5)$$

ou  $Ee = E + \alpha P$  est le champ effectif.

$P_s$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $c$  et  $k$  sont les paramètres du modèle. Ces paramètres sont obtenus à partir de cycles d'hystérésis expérimentaux:  $P_s$  – Polarisation à saturation du matériau,  $\alpha$  – le couplage inter domaine à travers le matériau diélectrique,  $a$  – la densité des parois des domaines ferroélectriques,  $c$  – la réversibilité de polarisation,  $k$  – l'énergie moyenne nécessaire pour briser un site d'ancrage, et  $\delta$  – est un paramètre directionnel qui vaut + 1 si  $E(t)/dt > 0$  et -1 if de  $E(t)/dt < 0$ .

En combinant les équations précédentes, l'équation principale du modèle de J-A peut être obtenue:

$$\frac{dP}{dE} = \frac{(1-c) \frac{dP_{irr}}{dEe} + c \frac{dP_{an}}{dEe}}{1 - \alpha(1-c) \frac{dP_{irr}}{dEe} - \alpha c \frac{dP_{an}}{dEe}} \quad (6)$$

L'équation différentielle (6) permet d'obtenir l'évolution de la variation du champ de polarisation  $P$  en fonction de celle du champ électrique  $E$ . Cependant, dans la plupart de nos applications, la polarisation  $P$  est connue avant le champ  $E$ . Dans [21] est détaillée une version inverse du modèle de J-A pour les matériaux ferromagnétiques où l'entrée du modèle est le champ d'induction  $B$ . Le modèle inverse que nous allons utiliser dans notre étude repose sur les mêmes fondements. L'équation principale de notre modèle inverse pour les matériaux ferroélectriques devient:

$$\frac{dP}{dE} = \frac{(1-c) \frac{dP_{irr}}{dPe} + c \frac{dP_{an}}{dEe}}{1 - \epsilon_0(1-\alpha)(1-c) \frac{dP_{irr}}{dPe} - c(1-\alpha) \frac{dP_{an}}{dPe}} \quad (7)$$

ou:

$$\frac{dP_{irr}}{dP_e} = \frac{P_{an} - P_{irr}}{\mu_0 k \delta} \quad (8)$$

ici  $Pe = \epsilon_0 Ee$  est la composante effective de polarisation.

### 2.3. Contribution dynamique

A basses fréquences, les modèles scalaires de l'hystérésis quasi-statiques fournissent des simulations précises de l'évolution de la polarisation diélectrique  $P$  en fonction du champ électrique  $E$ . Malheureusement pour ces modèles, d'énormes différences apparaissent dès lors que les conditions quasi-statiques expirent. Des améliorations mineures peuvent être obtenues en ajoutant une contribution dynamique simpliste, comme un terme dissipatif proportionnel à la dérivée temporelle du champ de polarisation  $P$ .

Ce terme dissipatif est homogène à un champ d'excitation  $E$  équivalent. Malheureusement, cette simple amélioration ne fournit des résultats de simulation corrects que sur une bande passante de fréquence étroite. Il semble qu'un simple terme de perte visqueuse  $dP/dt$  conduit à des surestimations dans la zone hautes fréquences de la courbe d'évolution de l'aire du cycle d'hystérésis en fonction de la fréquence. D'autres corrections du modèle doivent être effectuées pour atteindre des résultats de simulation corrects sur une large bande passante de fréquence.

Un opérateur mathématique gérant les parties basse et haute fréquence différemment qu'une dérivée temporelle classique est nécessaire. Ces opérateurs existent dans le domaine du calcul fractionnaire; ils sont connus sous le nom de dérivés non-entières ou dérivées fractionnaires. La dérivée temporelle fractionnaire ( $d^n$ ), où  $n$  est un nombre réel positif, peut être considérée dans notre modèle à partir des définitions de Grünwald Letnikov ou de Riemman-Liouville [22-25].

Ces deux définitions sont des cas particuliers d'un opérateur d'ordre fractionnaire plus général: la première définition représente une dérivée d'ordre  $n$ , tandis que l'autre représente une intégrale d'ordre  $m$  (avec  $m = -n$  négatif). La définition de Riemman Liouville est plus générale (la fonction ne doit pas forcément être intégrable) que celle de Grünwald-Letnikov. Dans cette étude, la définition de Riemman Liouville pour  $n \in [0,1]$  a été utilisée.

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} = D_t^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-n)} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^t (t-\tau)^{-n} f(\tau) d\tau \quad (9)$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma. D'après l'équation précédente (Eq. 9), la dérivée fractionnaire d'une fonction intégrable arbitraire  $f(t)$  peut également être considérée comme la convolution d'une fonction  $f(t)$  et  $t^n/\Gamma(1-n)$ . Ici,  $n$  est l'ordre de la dérivation fractionnaire. En observant l'équation (9), il est évident que le calcul de dérivé fractionnaire tient compte d'un effet mémoire à travers l'influence des termes correspondants aux états précédents. D'un point de vue spectral, une propriété intéressante du calcul fractionnaire est que le spectre de fréquence  $f(\omega)$  de  $f(t)$  sera multiplié par  $(j\omega)^\alpha$  au lieu de  $j\omega$  pour une dérivation classique du premier ordre [15] [16]. Par conséquent,  $\alpha$  constitue un nouveau degré de liberté disponible dans la simulation. En l'ajustant, on peut satisfaire aux exigences de l'équilibre observé expérimentalement, c'est-à-dire l'évolution de l'aire du cycle d'hystérésis quand la fréquence augmente.

Le dérivé fractionnaire est introduit dans le modèle d'hystérésis quasi-statique, par une contribution dynamique. Le terme  $\rho.dP/dt$  est simplement remplacé par  $\rho.d^n P/dt^n$  et cette contribution est ensuite ajoutée à la contribution quasi-statique, Eq. 10.

$$\rho \cdot \frac{d^n P(t)}{dt^n} = E_{dyn}(t) - f_{static}^{-1}(P(t)) \quad (10)$$

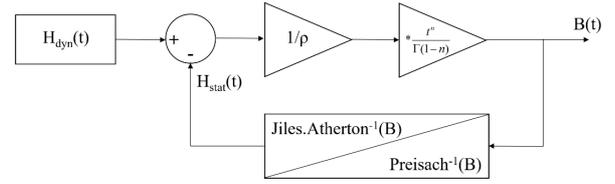


Fig. 1. Schéma bloc de la modélisation complète.

### 3. BANC DE CARACTERISATION

Des déplacements de charge électrique dans un matériau ferroélectrique peuvent être induits par un champ électrique externe, par une contrainte mécanique via l'effet piézoélectrique et par un changement de température via l'effet pyroélectrique. Réciproquement, une contrainte mécanique peut être induite par un champ électrique via l'effet piézoélectrique inverse, par une contrainte externe ou par un changement de température en raison de l'expansion thermique du matériau. Ces couplages imposent des contraintes expérimentales importantes sur la mesure des propriétés physiques. Trois compositions PZT douces typiques ont été utilisées pour la validation expérimentale de cette étude (le tableau 1 présente les données des fabricants pour les matériaux testés).

Parameters	Symbol	Units	Typical Values		
			P188 (Quartz Silice)	C2 (Fuji)	PZT 5A (Morgan Matroc)
Density	$\rho$	103kg.m <sup>-3</sup>	7.7	7.6	7.7
Poisson's constant	$\sigma$		0.3	0.3	0.3
Curie point	Tc	°C	340	300	365
Dielectric permittivity	$\epsilon_{33}^T/\epsilon_0$		1850	1460	1700
Piezo-electric coefficient	$d_{31}$	pC/N	425	367	530

Tab. 1. Données constructeur.

Des éprouvettes cylindriques (diamètre 6,35 mm, hauteur 4 mm) sont soumises à un champ électrique via un amplificateur haute tension OPTILAS Trek; Nous supposons des conditions thermiques conservées et la liberté mécanique de l'échantillon. Pour éviter les claquages diélectriques, les spécimens sont isolés électriquement à l'aide de graisse de silicium. Le déplacement électrique est obtenu via des mesures de charge (amplificateur Kistler 5011), et la polarisation diélectrique est calculée par intégration des mesures de charge.

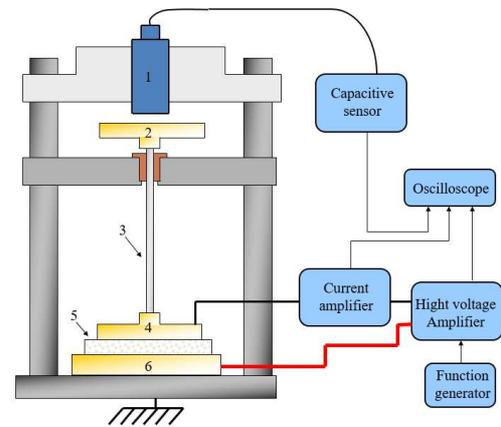


Fig. 2. Banc de caractérisation

### 4. COMPARAISON SIMULATIONS

Pour valider le modèle sur une grande échelle, une étude prospective sur des céramiques piézo-électriques de différentes origines a été réalisée. Les premiers résultats de simulation

présentés ici (figure 7) montrent des comparaisons de simulations/mesures dans des conditions quasi-statiques.

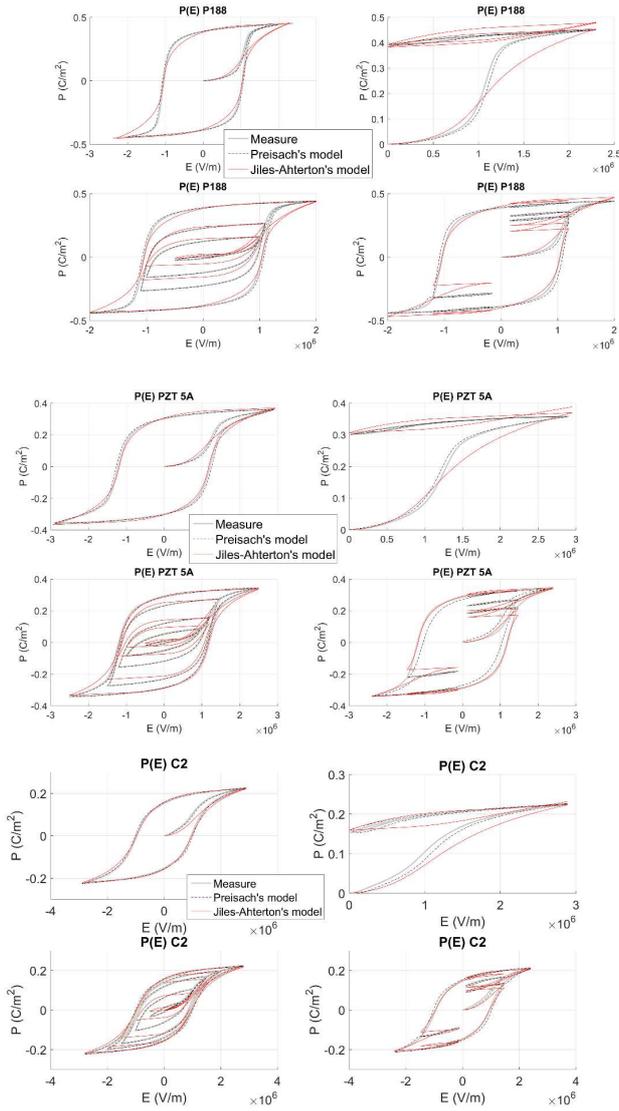


Fig. 7. Comparaison simulations (Preisach – ligne continue grise et J-A – ligne pointillée noires) / mesures (ligne rouge continue) sous différentes formes d’onde quasi-statique et pour les trois matériaux testés.

Pour ces premières validations expérimentales du modèle, trois matériaux différents ont été testés. Les tests ont été effectués dans des conditions quasi-statiques ( $f < 10$  mHz), et les deux modèles de Preisach et de Jiles-Atherton ont été vérifiés. Les situations suivantes ont été testées:

- \_ Cycle d’hystérésis majeur (en haut à gauche).
- \_ Excitation unipolaire (en haut à droite).
- \_ Cycles centrés (en bas à gauche).
- \_ Fondamental + 75% d’harmonique 5 (en bas à droite).

Les distributions de Preisach utilisées sont celles affichées figure 3, et les paramètres J-A sont résumés dans le tableau 2.

J-A's parameters P188	Value	J-A's parameters PZT 5A	Value	J-A's parameters C2	Value
a	$1.9 \cdot 10^6$	a	$1.3 \cdot 10^6$	a	$1.1 \cdot 10^6$
$\alpha$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$\alpha$	$6.8 \cdot 10^{-5}$	$\alpha$	$7.6 \cdot 10^{-5}$
k	$1.1 \cdot 10^6$	k	$1.3 \cdot 10^6$	k	$1.1 \cdot 10^6$
c	0.01	c	0.01	c	0.001
$P_s$	$8.1 \cdot 10^{10}$	$P_s$	$5.7 \cdot 10^{10}$	$P_s$	$3.2 \cdot 10^{10}$

Tab. 2. Tableau de paramètres pour le modèle de Jiles-Atherton.

Pour obtenir ces paramètres, un code d’optimisation a été développé à partir de la minimisation d’une fonction d’erreur. Cette fonction d’erreur compare des cycles d’hystérésis majeurs simulés et expérimentaux dans des conditions de fréquence quasi-statique.

Il convient de noter que des corrélations assez bonnes ont été observées entre les résultats expérimentaux et les simulations. Le modèle Preisach semble un peu plus précis dans des conditions dissymétriques. L’étape suivante consiste à vérifier le comportement des deux modèles étendus pour des champs d’excitation de fréquences supérieurs. Ces résultats sont tracés figure 8.

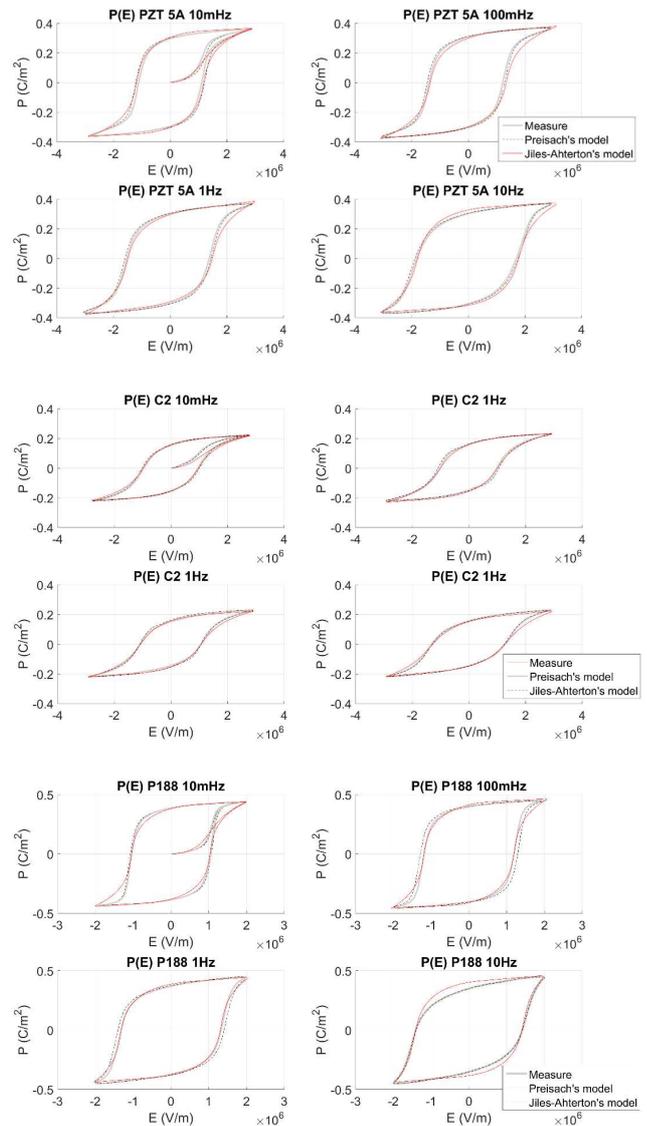


Fig. 8. Comparaison simulations (Preisach – ligne continue grise et J-A – ligne pointillée noires) / mesures (ligne rouge continue), cycles d’hystérésis majeurs, pour des fréquences variant de 10 mHz à 10 Hz.

Dynamic parameters P188		Value	Dynamic parameters PZT 5A		Value	Dynamic parameters C2		Value
p		12100	p		11600	p		10300
n		0.48	n		0.49	n		0.42

Tab. 3. Paramètres dynamique.

Les paramètres de la contribution dynamique pour les trois matériaux testés sont donnés dans le tableau 3. Les deux modèles étendus ont été testés pour les trois matériaux et pour 4 niveaux de fréquences différents du champ d’excitation E: 0,01, 0,1, 1 et 10 Hz. L’observation des comparaisons simulations/résultats expérimentaux a conduit à la conclusion

que les niveaux de précision sont bons avec les deux modèles. Les temps de simulation ainsi que les pas d'échantillonnage requis par les deux modèles pour obtenir de bons résultats de simulation sont présentés dans le tableau 4.

	Frequency (Hz)	Time step (s)	Simulation time
Jiles-Atherton's extended model	1	0,0000025	74
Preisach's extended model	1	0,00001	5200

Tab. 4 Temps de simulation et pas de discrétisation pour les modèles de Preisach et de Jiles-Atherton.

## 5. CONCLUSIONS

Dans cet article, nous avons étudié les versions étendues à l'aide de contributions dynamiques des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton. Pour ces modèles, des extensions dynamiques utilisant des dérivées fractionnaires ont été définies et testées. Pour les deux modèles, les meilleurs résultats de simulation ont été obtenus à l'aide de dérivées fractionnaires proche de  $n \approx 0.5$

Après comparaison des deux modèles, nous pouvons conclure que pour le modèle Preisach, un résultat de simulation correct est obtenu avec un nombre inférieur de pas de discrétisation mais un temps de simulation plus élevé. La différence entre les temps de simulation est principalement liée à la gestion du triangle de distribution de Preisach qui nécessitait un contrôle de la mémoire de matériau chronophage. L'ordre de la dérivée fractionnaire offre un nouveau degré de liberté dans la simulation. La figure 9 illustre l'influence de cet ordre en montrant l'évolution de l'aire du cycle d'hystérésis  $\langle A \rangle$  en fonction de la fréquence et de l'amplitude du champ électrique pour quatre valeurs différentes de  $n$ .

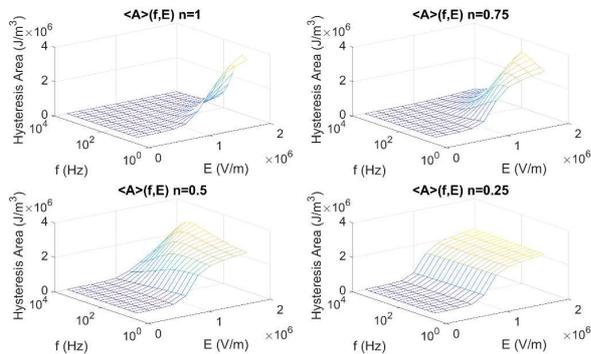


Fig. 9. Evolution de l'aire du cycle en fonction de la fréquence et de l'amplitude du champ électrique  $\langle A \rangle(f,E)$  pour le modèle de Jiles-Atherton étendu et pour un ordre fractionnaire variant de 0.25 à 1.

Comme on peut le constater figure 9, un ordre fractionnaire inférieur conduit à des variations plus douces de l'aire du cycle d'hystérésis pour une amplitude de champ électrique donnée, ceci signifie une influence limitée de la fréquence.

Enfin, après observation de l'ensemble des comparaisons simulations/mesures, nous pouvons affirmer que la simulation de l'évolution de la polarisation diélectrique dynamique des matériaux ferroélectriques a été permise grâce à l'extension dynamique fractionnaire des modèles bien connus de Preisach et de Jiles-Atherton. Le modèle de Preisach semble donner de meilleurs résultats de simulation dans des conditions d'excitation dissymétriques telles que les cycles mineurs, mais le modèle de Jiles-Atherton est plus rapide et son paramétrage est plus simple. Un dernier aspect intéressant du modèle de J-A

provient du fait qu'il est maintenant disponible dans la dernière version du logiciel @Matlab.

## 6. REFERENCES

- [1] Hall D. A., "Review nonlinearity in piezoelectric ceramics", J. Mater. Sci., 36 4575, 2001.
- [2] Stocum A., "Precision Machine Design" (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall) pp 666–74, 1992.
- [3] Prins M. W. J., Zinnemers S. E., Cillessen J. F. M. and Giesbers J. B., "Depletion-type thin-film transistors with a ferroelectric insulator", Appl. Phys. Lett. 79 458, 1997.
- [4] Dimmler K., Parris M., Butler D., Eaton S., Pouligny B., Scott J.F. and Ishibashi Y., "Switching kinetics in  $\text{KNO}_3$  ferroelectric thin-film memories", J. Appl. Phys. 61 5467, 1987.
- [5] Ducharme B., Garbuio L., Lallart M., Guyomar D., Sebald G. and Gauthier J.Y., "Nonlinear technique for energy exchange optimization in piezoelectric actuators", IEEE Transactions on power electronics, Vol. 28, Iss. 8, pp. 3941-3948, 2013.
- [6] Liu Y. T., Higuchi T., "Precision positioning device utilizing combined piezo-VCM actuator", J. Jpn. Soc. Precision Eng., vol. 67, no. 1, pp. 70-75, 2001.
- [7] Crowley K. H., Morrin A., Shepherd R. L., In het Panhuis M., Wallace G. G., M.R. Smyth and A.J. Killard, "Fabrication of Polyaniline-Based Gas Sensors Using Piezoelectric Inkjet and Screen Printing for the Detection of Hydrogen Sulfide", IEEE Sensors J., vol. 10, N° 9, 2010.
- [8] Smith W. A., "The Role of Piezocomposites in Ultrasonic Transducers", Proceedings of the 1989 IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 755-765, 1989.
- [9] Gellert J.U., Injection molding valve pin actuator mechanism - US Patent 4, 212, 627, 1980.
- [10] Damjanovic D., "Logarithmic frequency dependence of the piezoelectric effect due to pinning of ferroelectric-ferroelastic domain wall", Phys. Rev. D, Condensed Matter, vol. 55, n°2, 1997.
- [11] Guyomar D., Ducharme B. and Sebald G., "The use of fractional derivation in modeling ferroelectric dynamic hysteresis behavior over large frequency bandwidth", Journal of Applied Physics 107(11): 114108, 2010.
- [12] Ducharme B., Zhang B., Guyomar D. and Sebald G., "Fractional derivative operators for modeling piezoceramic polarization behaviors under dynamic mechanical stress excitation". Sensors and Actuators A: Physical 189: 74–79, 2013.
- [13] Guyomar D., Ducharme B. and Sebald G., "Time fractional derivatives for voltage creep in ferroelectric materials: theory and experiment". Journal of Physics D: Applied Physics 41(12): 125410, 2008
- [13] Ducharme B., Guyomar D., Sebald G., "Low frequency modelling of hysteresis behaviour and dielectric permittivity in ferroelectric ceramics under electric field", Journal of Physics D: Applied Physics, vol. 40, iss. 2, pp. 551-555, 2007.
- [14] Preisach F., "Über die magnetische Nachwirkung". Zeitschrift für Physik, 94: 277-302, 1935.
- [15] Mayergoyz I.D., "Mathematical models of hysteresis", Phys. Rev. Lett, 56, pp1518-21, 1986.
- [16] Jiles D.C., Atherton D.L., "Theory of ferromagnetic hysteresis". J. App. Pjys. 55, pp. 2115, 1984.
- [17] Chwastek K., and Szczyglowski J., "An alternative method to estimate the parameters of Jiles Atherton model", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 314, pp. 47-51, 2007.
- [18] Biorci G., Pescetti D., "Analytical Theory of the behaviour of ferromagnetic materials", Il Nuovo Cimento, vol .7, n°6, pp 829-843, 1958.
- [19] Pescetti D., "Mathematical modelling of hysteresis", Il Nuovo Cimento, 1989 Springer.
- [20] Della Torre E., "Hysteresis modeling", COMPEL, Vol. 17, pp. 682-9, 1998.
- [21] Leite J.V., Sadowski N., Kuo-Peng P., Batistela N.J. and Bastos J.P.A., "The inverse Jiles–Atherton hysteresis model parameters identification", IEEE Trans. Magn., vol. 39, pp. 1397–1400, 2003.
- [22] Grünwald A.K., "Ueber begrenzte derivationen und deren Anwendung", Zeitschrift für mathematik und physik, XII(6), pp.441-480, 1867.
- [23] Riemann B., "Gesammelte werke", 1892.
- [24] Liouville J., "Mémoire sur le calcul des différentielles à indices quelconques", J. Ecole Polytech., vol.13(21), pp. 71-162, 1832.
- [25] Ducharme B., Litak G., Zhang B., Gupta B., Multiscale characterization and model for the dynamic behavior of ferroelectric materials using fractional operators, in Applications in Dynamics of Complex Systems, Eds. Tas K, Baleanu D, Machado JAT., Springer Berlin, 2018.