



HAL
open science

Singularité

Quentin Rodriguez

► **To cite this version:**

| Quentin Rodriguez. Singularité. Abécédaire de la rupture, 2020. hal-02975554

HAL Id: hal-02975554

<https://hal.science/hal-02975554>

Submitted on 22 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Singularité

Dans la langue courante, une singularité désigne le caractère *singulier* d'une chose prise dans un ensemble plus large. Un instant, un individu, un phénomène singulier se distingue de ses acolytes. Il sort du rang et révèle une qualité propre permettant de l'identifier de façon unique parmi ses semblables. Ainsi la singularité s'oppose à la *régularité* : le singulier ne suit pas la règle, et fait pour ainsi dire irruption dans l'ordre des choses.

Dans les sciences mathématisées, l'étude d'une succession – dans le temps, dans l'espace... – se fait généralement au moyen d'une *fonction*, un outil mathématique qui associe des nombres aux éléments d'un ensemble de départ. On peut représenter graphiquement par des points ces associations entre éléments de départ et nombres, et ces points mis bout-à-bout nous donnent le *graphe* de la fonction. On peut ainsi représenter l'intensité d'une propriété physique quelconque dans l'espace, dans le temps, voire les deux ensemble, par une telle fonction, et donc par une succession de points sur un graphique. Lorsque l'intensité physique étudiée suit une loi relativement simple, et que les points de la fonction sont réguliers, la courbe qu'ils forment sera suffisamment *lisse*. Les choses deviennent délicates lorsque cette fonction présente une singularité. La représentation graphique de la fonction montre alors une rupture de régime.

On parle plus précisément de singularité mathématique lorsqu'une fonction n'est plus proprement définie en un point. Elle peut par exemple présenter une *discontinuité* en « sautant » abruptement d'une valeur à une autre. Elle peut également *diverger*, lorsque les valeurs se mettent à croître indéfiniment jusqu'à ce que la fonction « disparaisse » à l'infini à l'endroit de la singularité (voir la fonction carrée inverse sur la figure 17a, page suivante).

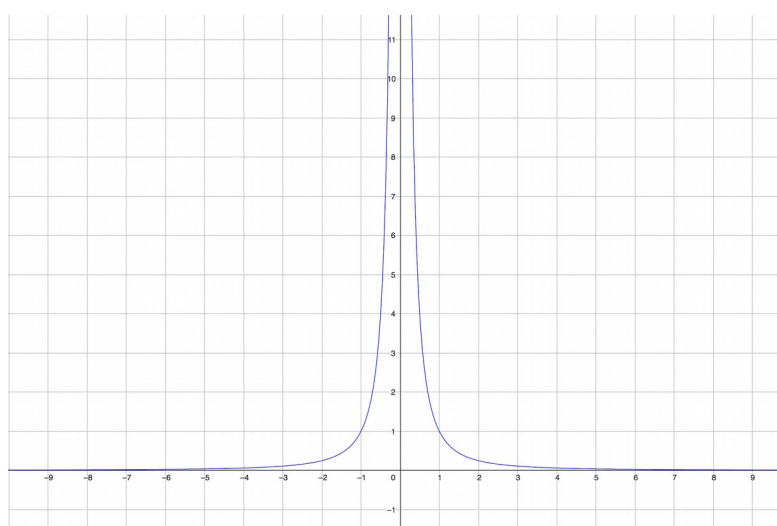


Figure 17a - Représentations graphiques de fonctions mathématiques présentant des singularités

Des formes plus étranges encore de singularités mathématiques existent, comme lorsqu'une fonction périodique voit sa fréquence augmenter indéfiniment à l'approche d'un point (voir la fonction sinus inverse sur la figure 17b page de droite).

Non seulement la fonction n'est plus proprement définie à l'endroit de la singularité, mais elle ne possède même pas de limite : la fonction ne tend plus vers quoi que ce soit, pour ainsi dire.

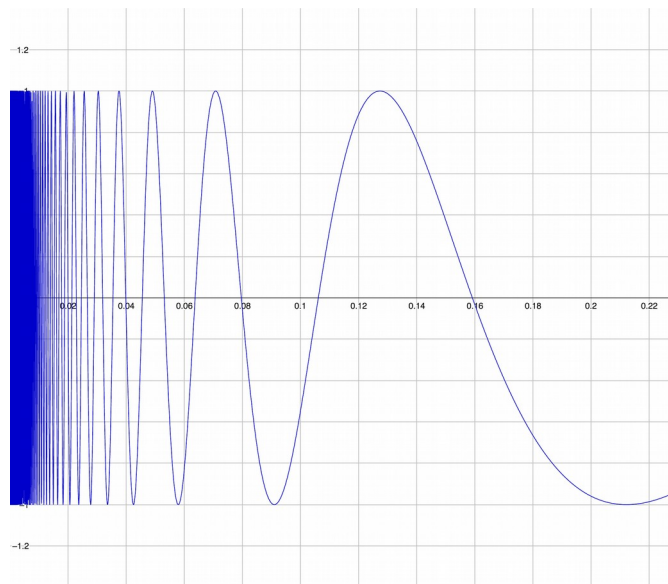


Figure 17b - Représentations graphiques de fonctions mathématiques présentant des singularités

Mais qu'en est-il lorsque l'on transporte ces mathématiques dans le domaine empirique ? Les physiciens ont trouvé pléthore de phénomènes suffisamment particuliers pour leur appliquer cette idée de singularité. Lorsque l'eau connaît une *transition de phase*, en passant de l'eau liquide à la glace, sa densité présente par exemple une discontinuité. À 0°C, le réarrangement soudain des molécules d'eau change brutalement le nombre de molécules par unité de volume, et l'on passe d'un état liquide à un état solide. Que la glace solide flotte à la surface de l'eau est alors la signature de sa densité nettement plus faible. Dans un autre registre, lors d'une *réaction en chaîne*, si certains réactifs sont produits plus vite qu'ils ne sont consommés par la réaction, on obtient un phénomène « d'emballement » qui se traduit par une divergence. C'est le principe d'une explosion nucléaire. Le *mur du son* est encore un autre phénomène traduisant une singularité : l'onde de choc créée par l'avion supersonique correspond alors à une onde dont la fréquence tend vers l'infini, comme la fonction de la figure 17b.

Mais les singularités physiques les plus célèbres sont probablement celles issues de l'étude de l'Univers. Ainsi, les *trous noirs* présentent en leur sein une singularité gravitationnelle, où la densité et l'intensité de la gravitation divergent, et les notions mêmes d'espace et de temps perdent toute définition. Cette singularité gravitationnelle est localisée dans l'espace, alors qu'une autre singularité gravitationnelle, située dans le temps, pourrait être à l'origine de notre Univers lui-même, en ayant provoqué le fameux *Big Bang*.

En fin de compte, ce que la notion de singularité permet de penser mathématiquement, c'est la production du discontinu à partir d'une description continue. Mais ces étranges propriétés mathématiques nous disent-elles véritablement quelque chose du monde réel, ou ne sont-elles que des approximations adéquates au physicien ? Le discontinu peut-il exister dans le monde physique, ou seulement dans le monde idéal des formes géométriques

pures ? C'est un fait que l'existence de ces singularités pose nombre de problèmes conceptuels au physicien. Pour n'en prendre qu'un, citons le déterminisme : en présence d'une singularité, les lois de la mécanique peuvent prédire une indétermination intrinsèque des évolutions futures. De fait beaucoup de physiciens pensent que de telles singularités « pures » ne peuvent exister dans la nature, et qu'il ne peut s'agir que d'idéalisations dues à nos façons de simplifier le réel pour mieux le comprendre. Les transitions de phase authentiquement discontinues ne peuvent se produire au sens strict que dans des systèmes de taille infinie, les réactions en chaîne divergentes s'épuisent lorsque tout le réactif initial a été consommé... Un facteur limitant vient toujours « atténuer » la singularité.

Même les singularités gravitationnelles présentes au cœur des trous noirs se dissimulent en pratique derrière un « horizon des événements » qui empêche tout retour en arrière au voyageur imprudent. Le futur d'un tel voyageur qui se dirigerait vers la singularité gravitationnelle serait proprement *indéfini*, mais grâce à la frontière invisible de l'horizon des événements, tout ce qui peut se dérouler ensuite à cet endroit, caché à l'abri du trou noir pour l'éternité, n'aura définitivement plus aucune influence sur nous autres, situés de l'autre côté de la frontière. La singularité est « hors de vue » ! Et c'est heureux, car si tout objet peut finir par disparaître de l'existence dans une singularité gravitationnelle, alors sans cette frontière à sens unique, par symétrie, tout objet quelconque pourrait aussi sortir spontanément de cette singularité, venant à l'existence *ex nihilo*. Nous serions face à une sorte de « fontaine à futurs arbitraires » réduisant à néant toute régularité dans l'univers qui l'entoure. Les physiciens Olivier Penrose et Stephen Hawking ont même proposé une hypothèse controversée dite de « censure cosmique », pour interdire l'existence de singularités nues, c'est-à-dire dépourvues d'horizons des événements pour les dissimuler dans des trous noirs.

En fin de compte, même si ces singularités ne relevaient que d'idéalisations que le monde réel ne ferait qu'approcher, elles impliquent une forme d'incommensurabilité entre le phénomène produit, et ce qui le produit. Cette forme d'incommensurabilité contraint fortement la façon dont le phénomène va approcher la singularité. Cette hypothèse a poussé certains philosophes des sciences comme Robert Batterman à faire des singularités une base pour repenser la question de l'émergence dans les sciences physiques.

Quentin RODRIGUEZ

Références bibliographiques

Robert BATTERMAN, *The Devil in the Details: Asymptotic Reasoning in Explanation, Reduction, and Emergence*, Oxford, Oxford University Press, 2002.

Thema Pour la science, « Les trous noirs. Des objets qui défient l'imagination », *Pour la science*, n°7, 2019 : <https://pouirlascience.fr>

René THOM, *Stabilité structurelle et morphogénèse : Essai d'une théorie générale des modèles*, Paris, Interéditions, 1977.