



HAL
open science

Journée "Robustesse" Petit memento des principes des bases

Maurice Pillet

► **To cite this version:**

Maurice Pillet. Journée "Robustesse" Petit memento des principes des bases. Journée Robustesse - Société Française de Statistique, Feb 1998, Paris, France. hal-02973108

HAL Id: hal-02973108

<https://hal.science/hal-02973108>

Submitted on 20 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Journée "Robustesse"

Petit mémento des principes des bases

Maurice Pillet¹
Université de Savoie – Annecy

1. Les notions de base

1.1. Notion de fonction perte

Cas des critères bilatéraux

Dans la plupart des entreprises, nous considérons qu'un produit est bon à l'intérieur des tolérances, mauvaise à l'extérieur, sans différence de nuance. En suivant ce raisonnement, un système de tri automatique éliminant systématiquement les pièces hors tolérances permettrait d'obtenir une production considérée comme parfaite. Pourtant si l'on considère la figure 1, quelle est la différence entre les pièces 1 et 2 en terme de coût de non-qualité ? Surtout si l'intervalle de tolérance a été fixé de façon arbitraire. Quelle est également la différence entre les pièces 2 et 3 ?

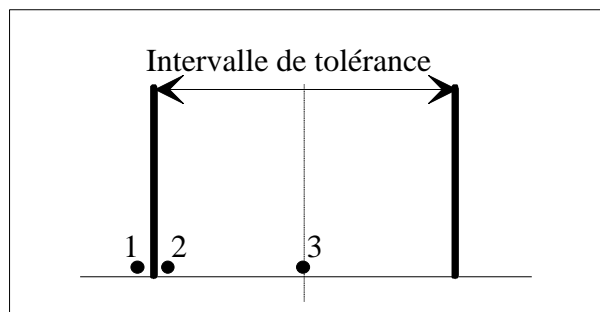


Figure 1 - Écart par rapport à la nominale et coût

Il est évident que la pièce n°3 permettra un fonctionnement parfait et n'engendrera pas de coût de non-qualité. Il n'en est pas de même pour la pièce n°2. Nous considérons cependant que la pièce 2 est classée avec la pièce 3 alors qu'à l'évidence elle est beaucoup plus proche de la pièce 1. En fait, la perte due à l'écart d'une caractéristique par rapport à une valeur nominale n'est pas nulle à l'intérieur de la tolérance pour se dégrader brutalement dès que l'on franchit la tolérance. On peut facilement considérer que la perte est nulle lorsque la caractéristique est égale à la cible, et croît lorsque la caractéristique s'éloigne de celle-ci. Le Dr Taguchi définit la fonction perte (figure 2) comme étant une fonction du second degré dans le cas où la caractéristique devrait suivre une nominale.

Elle s'écrit

$$L = K (Y - Y_0)^2$$

avec :

- K une constante qui dépend du problème posé ;
- Y₀ valeur nominale recherchée ;
- Y valeur prise par la caractéristique.

¹ Docteur Agrégé à L'université de Savoie, M. Pillet est l'auteur de l'ouvrage "Les plans d'expériences par la méthodes Taguchi" 1997 – Les éditions d'organisation

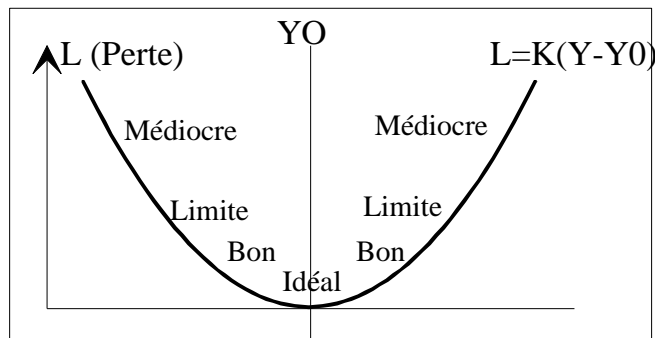
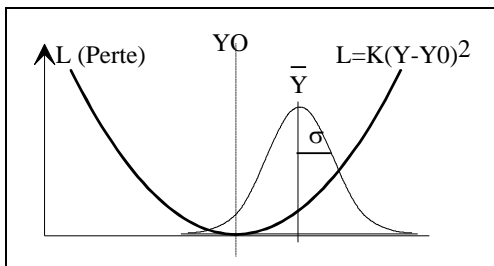


Figure 2 - Fonction perte de Taguchi

Perte dans le cas d'un échantillon



A partir de la définition de la fonction perte, il est intéressant de connaître la perte moyenne par pièce dans le cas d'un échantillon d'écart-type σ et de moyenne \bar{Y} .

te dans le cas d'un échantillon

On trouve	$\bar{L} = K(\sigma^2 + (\bar{Y} - Y_0)^2)$
-----------	---

Avec

- \bar{L} : perte moyenne par pièce ;
- σ : écart-type de l'échantillon ;
- \bar{Y} : moyenne de l'échantillon ;
- Y_0 : valeur cible.

Les autres cas recherche de mini et de maxi se généralisent très facilement.

1.2. Notion de bruit

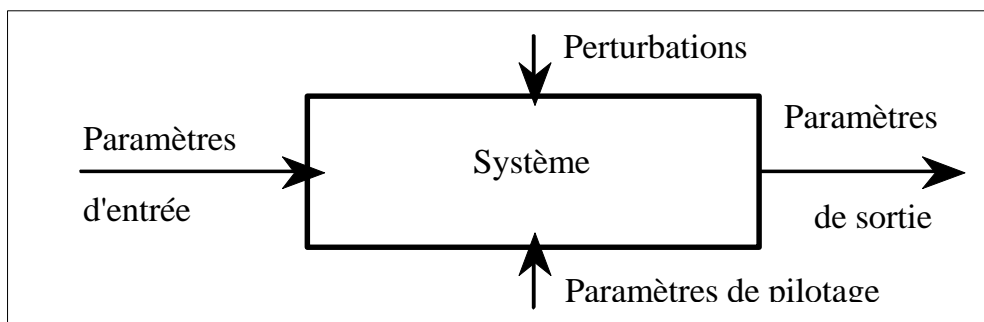


Figure 4 - Classification des paramètres

Si nous analysons l'ensemble des paramètres agissant sur un système, nous pouvons les classer en trois catégories (figure 5) qui sont :

- les paramètres d'entrées ;
- les paramètres de pilotage ;
- les paramètres de perturbation.

Pour illustrer cette classification, nous allons prendre le cas d'une machine destinée à transformer des produits, pilotée par un opérateur.

- **Les paramètres d'entrée** représentent les produits avant transformation.
- **Les paramètres de pilotage** sont ceux qui permettent de maîtriser le système. Ce sont les instruments de pilotage de l'opérateur dans le cas d'une machine.
- **Les paramètres de perturbation** sont tous ceux qui interviennent sur le procédé indépendamment de la volonté du régleur. C'est le cas de la température extérieure, des vibrations ambiantes...

1.3. Notion de robustesse

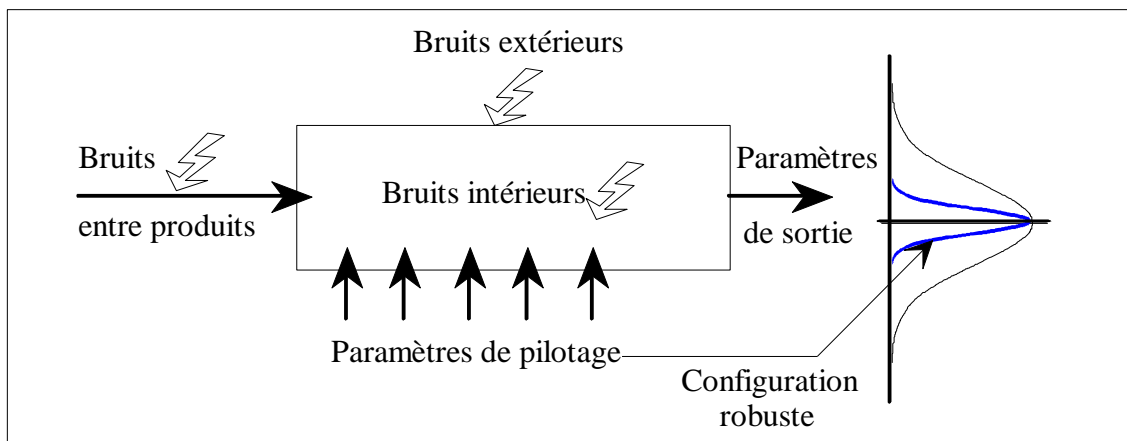


Figure 5 - Robustesse d'une solution

Un point fort dans l'ingénierie de la qualité selon Taguchi est cette notion de robustesse. Un produit sera robuste, si sa qualité n'est pas remise en question par des facteurs extérieurs non contrôlés, comme la température ou les vibrations. Il n'est pas suffisant qu'un produit fonctionne bien en laboratoire, il faut qu'il fonctionne bien dans un environnement bruité qui sera le sien lors de son utilisation quotidienne. La robustesse d'un produit est donc un élément-clé de sa qualité.

Lorsque le concepteur choisit les valeurs nominales des facteurs d'un produit ou d'un système, il importe de les fixer selon une double optimisation :

- fonctionnement optimal du système ;
- robustesse des résultats.

Trop souvent, nous négligeons l'optimisation en robustesse. Nous concevons alors des produits de laboratoire qui ont du mal à fonctionner correctement dans un environnement bruité. Dans le cas de la figure 5, la configuration des facteurs de pilotage la plus robuste sera la

configuration qui minimise l'influence des différents bruits agissant sur le système. La variance des paramètres de sortie sera plus faible, le système sera rendu insensible aux bruits. Par exemple, si nous étudions l'étanchéité d'un système par joint, celle-ci doit être effective quelles que soient les conditions extérieures telles que la température, le niveau vibratoire... Il faut donc choisir le joint qui élimine l'effet des facteurs extérieurs. Pour cela, on va utiliser les interactions entre les facteurs de pilotage et les facteurs bruits. En effet, dans le cas de la figure 6, on note que le joint 2 donne un fonctionnement plus robuste, l'étanchéité est moins sensible aux variations de température qu'avec le joint 1.

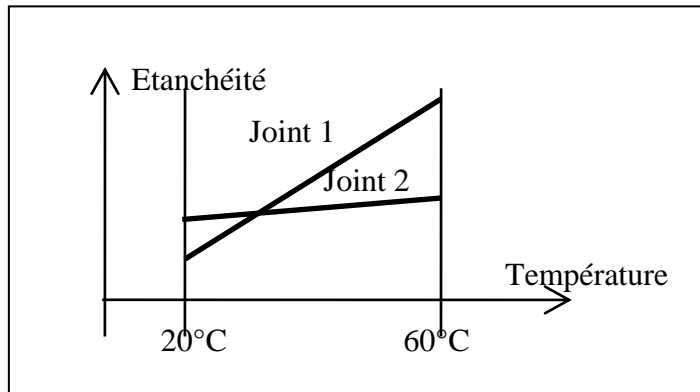


Figure 6 - Interaction joint/température

Pour trouver la configuration robuste, Taguchi propose de séparer les facteurs en deux catégories :

- les facteurs pilotables (principaux) ;
- les facteurs bruits.

Par une combinaison originale de deux plans d'expériences, on va chercher à étudier de façon globale toutes les interactions entre les facteurs principaux et les facteurs bruits. Taguchi nous propose d'optimiser le système non seulement en position mais également en dispersion par l'utilisation d'un indicateur signal sur bruit. L'optimisation de cet indicateur assurera non seulement le fonctionnement optimal du système, mais également la robustesse de cette solution face aux facteurs bruits.

Pour illustrer ce principe, prenons deux combinaisons de facteurs principaux et deux facteurs bruits. Pour chacune des combinaisons, nous répétons les essais pour toutes les combinaisons des facteurs bruits.

A	B	C	Facteurs bruits R et S				Moyenne	Ecart-type
			11	12	21	22		
2	2	1	6	10	8	16	10	3,74
1	2	2	9	10	10	11	10	0,71

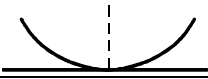


La combinaison 1 2 2 est la plus robuste, car les valeurs sont beaucoup moins dispersées que pour la combinaison 2 1 1. Il y a donc interaction entre les facteurs principaux ABC et les facteurs bruits RS puisque l'on minimise l'effet de R et S par une configuration des facteurs ABC.

On note l'intérêt de cette présentation qui permet d'optimiser globalement le procédé sans avoir à calculer et à déterminer les interactions entre les facteurs principaux et les facteurs bruits. Cette notion de robustesse face aux facteurs bruits est extrêmement riche, et doit être appliquée à chaque développement de produits nouveaux.





1.4. Optimisation du système

Pour optimiser le système, il faut faire une double optimisation en moyenne et en Variance. Pour simplifier cette double optimisation, Taguchi propose de calculer un ratio S/N que l'on doit maximiser. Il existe un ratio S/N pour chaque situation de fonction perte.

Les différentes pertes

Type	Graphe	Perte par produit	Perte moyenne
Cible		$L = K (Y - Y_0)^2$	$\bar{L} = K(\sigma^2 + (\bar{Y} - Y_0)^2)$
Mini		$L = K \cdot Y^2$	$L = K \cdot (\bar{Y}^2 + \sigma^2)$
Maxi		$L = \frac{K}{Y^2}$	$L = \frac{K}{\bar{Y}^2} \left[1 + 3 \left(\frac{\sigma^2}{\bar{Y}^2} \right) \right]$

Les différents ratios S/N

Type	Graphe	Ratio S/N
Nominal Type 1		$v_i = -10 \log \left[\sum (Y_i - \text{cible})^2 \right] = -10 \log \left[(\bar{Y} - \text{cible})^2 + \sigma^2 \right]$
Nominal Type 2		$v_i = 10 \log \left(\frac{\bar{Y}^2}{\sigma^2} \right)$
Mini		$v_i = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} Y_{ij}^2 \right] = -10 \log [\sigma^2 + \bar{Y}^2]$
Maxi		$v_i = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{1}{Y_{ij}^2} \right) \right] = -10 \log \left[\frac{1}{\bar{Y}^2} \left(1 + 3 \frac{\sigma^2}{\bar{Y}^2} \right) \right]$

Taguchi a détaillé de nombreuses autres situations qui ne seront pas décrites dans cet ouvrage.

2. Exemple d'optimisation d'un système

Pour illustrer notre propos, nous allons nous appuyer sur un exemple particulièrement simple : un petit vérin.

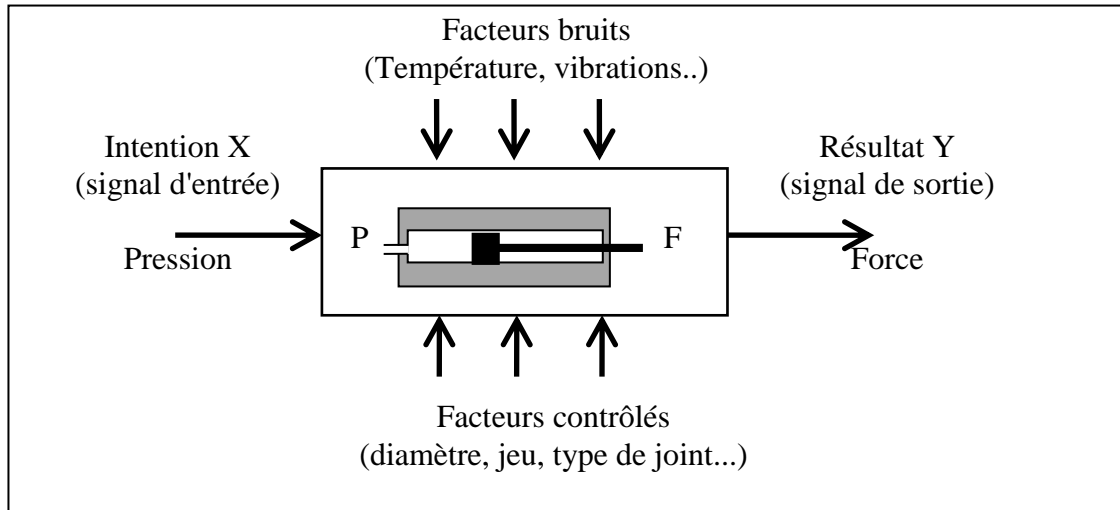


Figure 7 - Principe du vérin

L'objectif de ce vérin est de transformer une pression en effort mécanique. Pour optimiser la conception du vérin, on veut étudier le comportement de l'effort en sortie de vérin en fonction des paramètres de conception. Pour cela, on réalise un plan produit à partir des facteurs principaux et des facteurs bruits.

Facteurs principaux		Facteur Bruit	
A	Jeu entre l'axe et l'alésage	R	Température extérieure
B	Type de graisse choisie		

L'optimisation classique consiste à faire le plan pour une pression de fonctionnement figée. La pression est fixée à deux bars pour réaliser ce plan d'expériences. On dit que l'on fait une **optimisation statique en recherche de nominale**.

Le plan produit serait :

N°	Jeu	Graisse	Tempér 1	Tempér 2	Moy	Var	S/N
1	Mini	Graisse 1	250	220	235	225	-47,44
2	Mini	Graisse 2	350	235	292,5	3306	-49,49
3	Maxi	Graisse 1	320	300	310	100	-49,83
4	Maxi	Graisse 2	390	290	340	2500	-50,72

L'optimisation consiste maximiser la sortie et à minimiser la variance.

Les trois graphes d'effet sont les suivants :

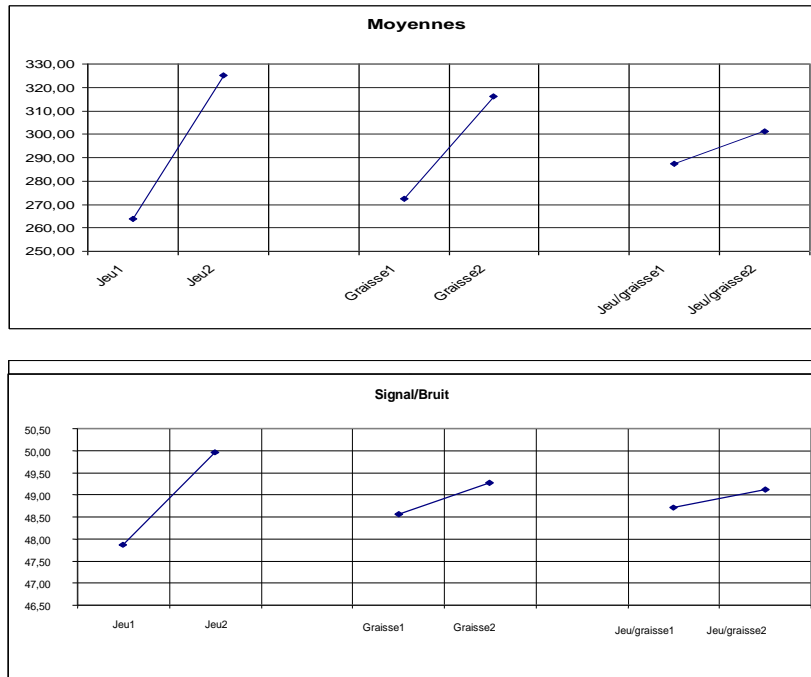


Figure 8 - Graphes des effets

L'optimum est la meilleure combinaison entre une moyenne forte et une variance faible. Il est donné directement par le ratio Signal/Bruit pour $A = 2$ et $B = 1$.

Dans cette optimisation statique, nous n'avons pas recherché la fonction idéale du produit. Nous avons simplement recherché le point de fonctionnement qui optimise la valeur de l'effort de sortie en fonction de la dispersion relative pour une pression de 2 bars.

3. Le temps comme un facteur bruit

Parmi les essais souvent réalisés, figurent les tests de fiabilité. Dans ce type de test, le facteur “temps” intervient sous différentes formes, le temps avant dégradation, le nombre de cycles...

Pour étudier ce facteur particulier, Taguchi considère le facteur temps comme un facteur bruit. En effet, son action modifie les caractéristiques du produit souvent de façon irréversible. Il est donc indispensable d’intégrer le temps afin de concevoir des produits robustes face à l’action du temps.

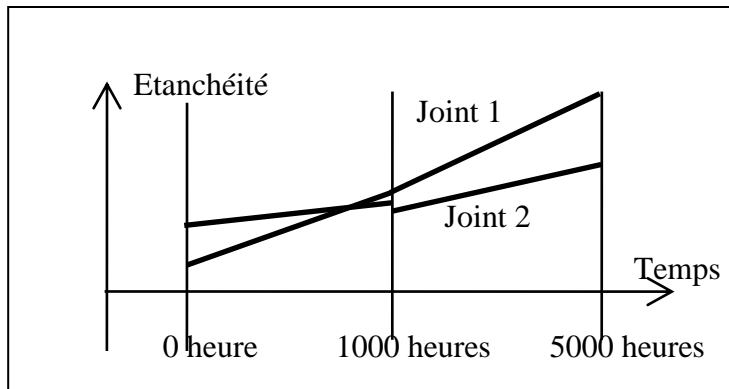


Figure 9 - Interaction temps/joint

La figure 9 montre que le choix du joint 1 qui donne une meilleure étanchéité lorsque le produit est neuf, n’est pas satisfaisant. En effet, cette caractéristique se dégrade vite dans le temps. Par contre, le joint 2 offre une meilleure robustesse du produit. C’est celui que devrait choisir le technicien.

Contrairement à ce qui se pratique souvent, les tests de fiabilité doivent être réalisés dès les premières phases d’une étude. La robustesse face au temps doit être recherchée conjointement à la robustesse face aux facteurs bruits. En effet, dans le cas de la figure 9, le choix d’un type de joint va entraîner des usinages particuliers, des graisses adaptées, et il sera difficile de remettre en question ces choix à la fin de l’étude.

Séparer S/N et S/T

Taguchi propose de considérer le facteur temps comme un facteur bruit. Dans le cas où on combine les facteurs bruits dans un plan produit, il faut alors rajouter aux facteurs bruits classiques le facteur temps.

Au contraire, Sylvain Rochon dans un travail remarquable propose de séparer les facteurs bruits des facteurs temps. On étudiera donc deux ratios, le ratio S/N (Signal/Bruit) et le ratio S/T (Signal/Temps)².

² Sylvain Rochon - *Méthodologie de conception fiable des produits industriels associant l’approche expérimentale et l’expertise* - Thèse de doctorat - Université de Savoie - Juillet 1996.

En effet, la robustesse face aux bruits est parfois contradictoire avec la robustesse face au temps. En considérant le temps comme un facteur bruit, on trouve un optimal global qui dépend du poids relatif qui a été donné au temps et aux bruits.

Si dans le plan d'expériences, on a choisi des niveaux très éloignés pour les facteurs bruits classiques, et des niveaux relativement proches pour le facteur temps, le signal bruit global calculé sera nécessairement plus sensible au facteur qui est à la source de la dispersion. Dans ce cas, en optimisant le ratio S/N global, on optimisera le système face aux facteurs bruits, parfois au détriment du facteur temps.

Exemple d'application

Supposons que nous étudions le système suivant :

- Facteurs principaux : 3 facteurs A, B, C ;
- Facteur bruit : 1 facteur R ;
- Facteur temps : 1 facteur T.

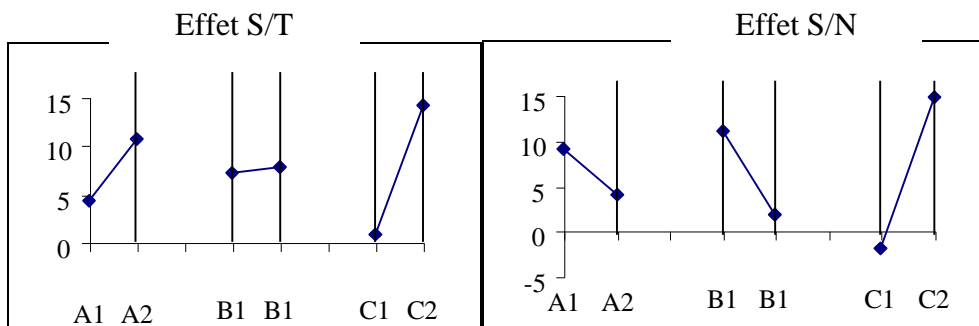
Tous les facteurs sont placés à deux niveaux. On suppose qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Le plan produit s'écrit facilement.

N°	A	B	C	T1		T2		S/N _{Bruit}	S/T _{Temps}	S/N _{Global}
				R1	R2	R1	R2			
1	1	1	1	4	5	0,5	1	5,11	-2,62	-6,17
2	1	2	2	8	12	2	6	12,81	11,40	5,54
3	2	1	2	11	10	10	9	16,96	16,96	14,17
4	2	2	1	3	3	-2	-2	-9,03	4,42	2,34
Moyennes										

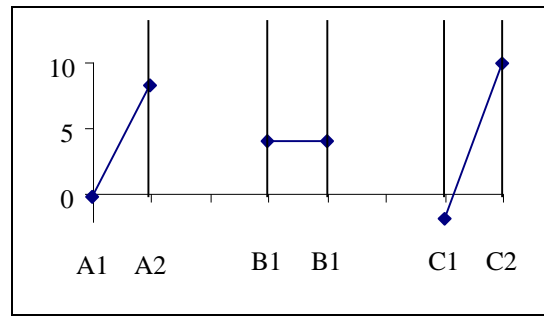
On calcule le ratio S/T en faisant les moyennes des colonnes où T est à 1 et à 2, on trouve :

	T1	T2	S/T
1	4,5	0,75	-2,62
2	10	4	11,40
3	10,5	9,5	16,96
4	3	-2	4,42

↙ -10



Effet S/(N+T)



On note dans le cas de figure présenté que l'optimisation globale ne rend pas compte de la différence de comportement des facteurs par rapport à la robustesse aux bruits et par rapport à la fiabilité, c'est-à-dire leur robustesse au temps.

4. Caractéristiques statiques et dynamiques

4.1. Les limites de l'optimisation statique

Dans les plans produits simples, toutes les optimisations ont été réalisées pour un seul point de fonctionnement. Or, il est bien rare qu'un produit ne doit fonctionner qu'en un seul point, il fonctionne en général sur une plage donnée.

Pour illustrer notre propos, reprenons l'exemple du vérin. L'objectif de ce vérin est de transformer une pression en effort mécanique. On peut donc définir la fonction idéale par une droite passant par zéro telle que le montre la figure 10.

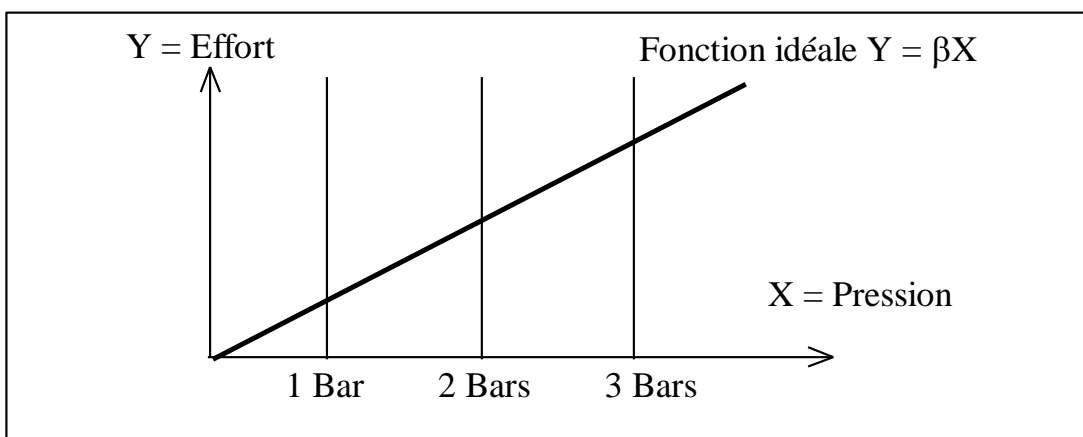


Figure 10 - Fonction idéale pour le vérin

4.2. L'optimisation dynamique

Principe

L'optimisation dynamique de ce système consisterait à faire l'optimisation sur toute la plage de fonctionnement par rapport à la fonction idéale (voir figure 11). Pour de nombreux produits, la fonction idéale est tout simplement $Y = \beta X$, soit une droite passant par l'origine et de coefficient directeur β , correspondant à une réponse proportionnelle au signal.

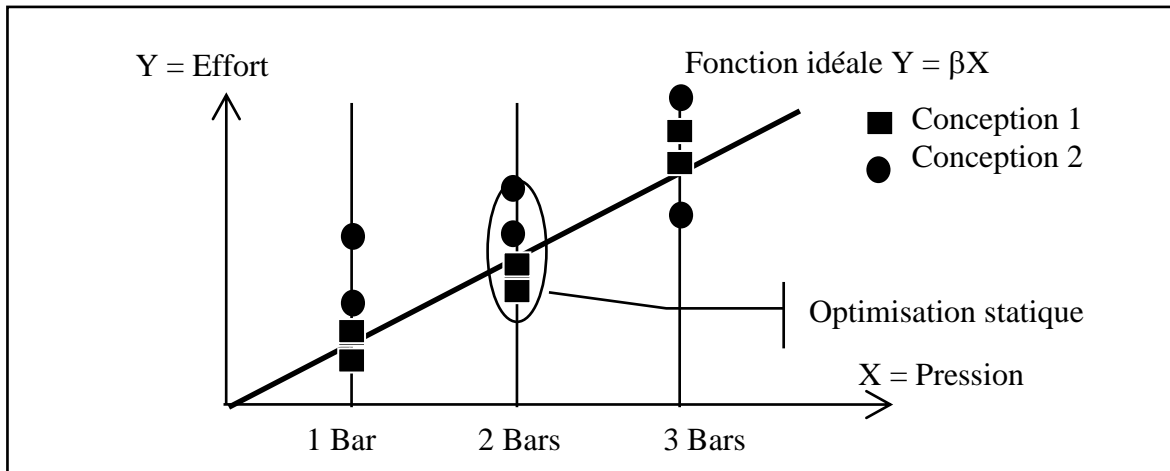


Figure 11 - Optimisation dynamique d'un système

Remarque : même si la fonction idéale ne passe pas par l'origine, il est toujours possible de se ramener à ce cas de figure par un changement d'origine.

Pour optimiser un système en dynamique, il faut faire varier le facteur de signal (ici la pression) sur au moins trois niveaux. On optimise ainsi les paramètres de conception (ici le jeu et la graisse) afin de minimiser les écarts dus aux bruits (la température) par rapport à la fonction idéale (droite $Y = \beta X$).

Dans la figure 11, il est clair que la conception 1 donne un résultat plus robuste par rapport à la fonction idéale que la conception 2. Les écarts entre les points et la fonction idéale sont plus faibles.

Notion de fonction perte dans le cas dynamique

Dans le cas dynamique, la perte moyenne se détermine non plus par rapport à la cible comme dans le cas d'une recherche de nominale, mais par rapport à la fonction idéale.

On calcule aisément la perte pour une mesure : $L = k (Y_i - \beta X)^2$.

et la perte moyenne $L = \frac{k}{n} \sum (Y_i - \beta X_i)^2$

Pour faire l'optimisation, on introduit une dimension orthogonale supplémentaire qui est donnée par le signal. Le plan d'expériences qu'il faut réaliser est donc le suivant :

N°	Facteurs contrôlés		Facteur signal		Facteur bruit		Facteur bruit	
	Jeu	Graisse	Pression = 1		Pression = 2		Pression = 3	
			Temp 1	Temp 2	Temp 1	Temp 2	Temp 1	Temp 2
1	Mini	Graisse 1	75	50	250	220	290	250
2	Mini	Graisse 2	140	75	350	235	400	315
3	Maxi	Graisse 1	150	135	320	300	450	430
4	Maxi	Graisse 2	160	120	390	290	520	440

L'optimisation statique cherche à optimiser le système sur un point de fonctionnement. L'optimisation dynamique cherchera à l'optimiser sur toute sa plage de fonctionnement.

On peut donc considérer que l'optimisation dynamique est une généralisation de l'optimisation en recherche de nominale que nous avons développée au chapitre 5.

5. L'optimisation dynamique

5.1. Les différents types de facteurs

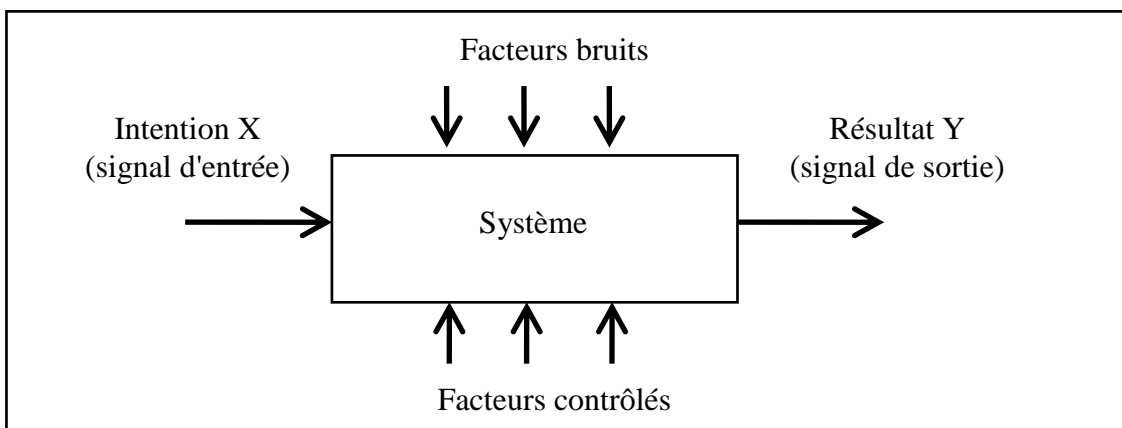


Figure 12 - Les différents types de facteurs

Dans l'optimisation dynamique, nous retrouverons bien sûr les différents types de facteurs que nous avons l'habitude de rencontrer et qui sont :

Les facteurs contrôlés à déterminer : ce sont ceux qui seront placés dans le plan principal. L'objectif de l'optimisation est de déterminer à quels niveaux il faut les placer pour minimiser l'influence des facteurs bruits tout en ayant la meilleure réponse possible.

Les facteurs contrôlés figés : ce sont des facteurs qui influent sur la réponse mais qui ne sont pas étudiés dans le plan d'expériences. On aura le souci de figer ces facteurs pendant la réalisation du plan.

Les facteurs bruits : ce sont les facteurs que l'on ne peut pas ou que l'on ne veut pas contrôler. On les utilisera dans le plan d'expériences afin de rendre la conception robuste vis-à-vis des facteurs bruits.

Outre ces trois types de facteurs, on aura également un nouveau type de facteurs, **les facteurs signaux d'entrée**.

Les facteurs signaux d'entrée : ce sont les variables que l'on va utiliser pour adapter la sortie du système sur la sortie désirée. Donnons quelques exemples simples :

- sur un four à micro-ondes, le facteur signal est le temps de chauffe ;
- sur une voiture, c'est l'accélérateur ;
- sur un fer à repasser, c'est la position du potentiomètre ;
- sur une souris d'ordinateur, c'est le déplacement ;
- sur une machine-outil c'est le déplacement de l'axe demandé par le programme ;
- sur un système de régulation de chauffage, c'est la température affichée ;
-

5.2. Robustesse dans le cas dynamique

La notion de robustesse dans le cas d'une caractéristique dynamique est légèrement différente que dans le cas d'une caractéristique statique.

On cherche à obtenir une fonction idéale que l'on décrit par une droite d'équation : $Y = \beta X$.

Rendre robuste une conception dans ce cas, c'est agir selon 3 directions :

- diminuer la dispersion autour de la fonction idéale ;
- linéariser la réponse ;
- augmenter la sensibilité du système.

La figure 13 décrit ces trois axes de robustesse. Dans les deux premiers cas, il est évident que la figure la plus robuste est celle qui minimise la somme des écarts par rapport à la fonction idéale, il faut donc minimiser les ε .

On cherchera donc à diminuer la variance $V_e = \sigma_e^2$ autour de la droite $Y = \beta X$.

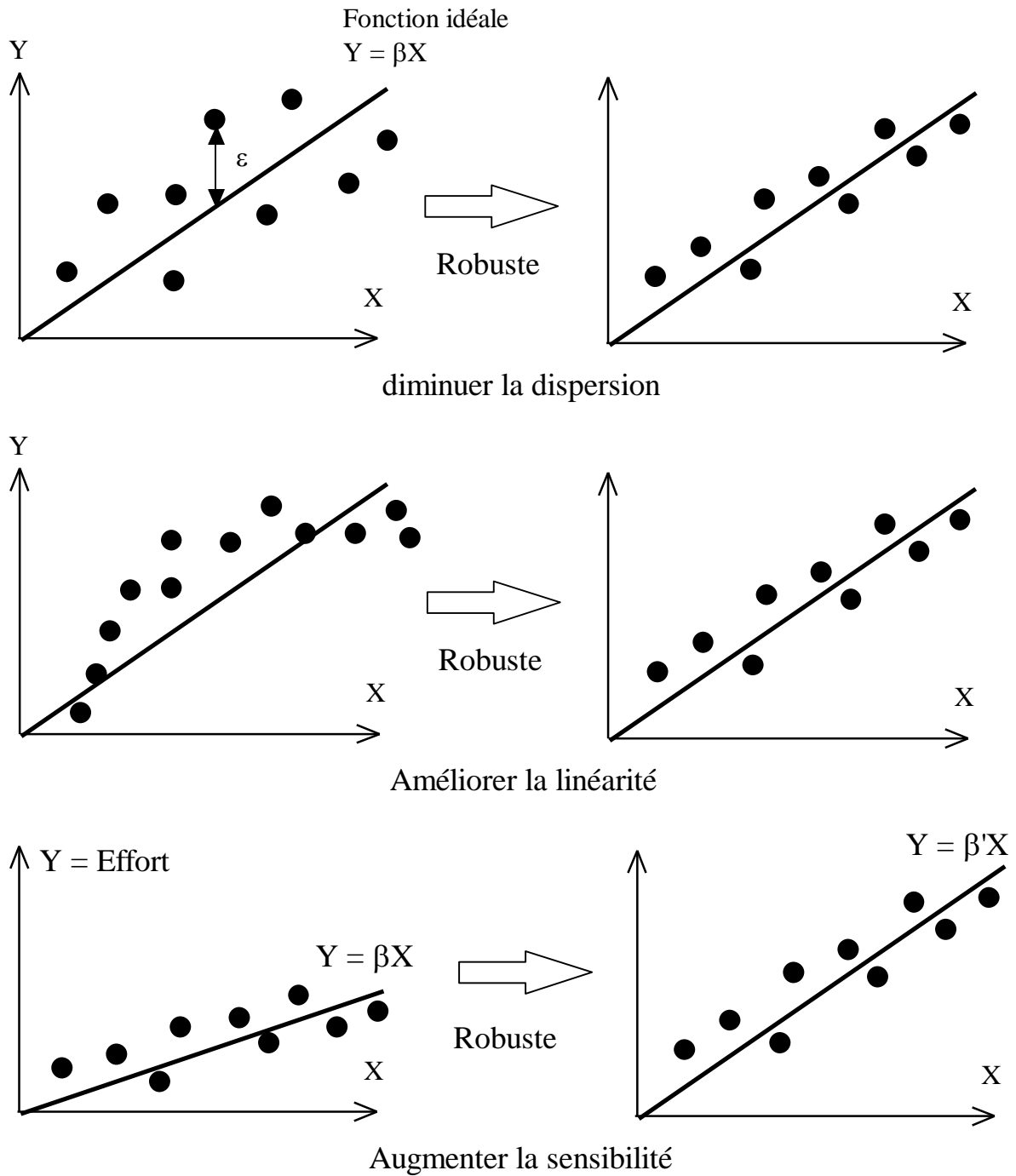


Figure 13 - Les trois axes de la robustesse

Bibliographie

- Alexis J.
Pratique industrielle de la méthode Taguchi - Afnor 1995
- American Supplier Institute, Inc
Orthogonal arrays and linear graphs - ASI - 1987
- Benoist D.
Notions sur les plans d'expériences - Technip - 1974
- Benoist D. Toubier Y. - Germain S.
Plans d'expériences : construction et analyse - Lavoisier Tec. et doc. – 1994
- Courtois A. Martin Bonnefous C. Pillet M.
Gestion de Production - Les Éditions d'Organisation - 1997
- Duret D. – Pillet M.
Qualité en Production - Les Éditions d'Organisation - 1998
- Ealey Lance A.
Quality by design - ASI Press - 1988
- Goupy J.
La méthode des plans d'expériences - Dunod - 1988
- Pillet M.
Appliquer la Maîtrise Statistique des Procédés (MSP/SPC) - Les Éditions d'Organisation - 1997
- Pillet M.
Les plans d'expériences par la méthode Taguchi - Les Éditions d'Organisation - 1997
- Phadke M.
Quality engineering using robust design - Prentice-Hall international - 1989
- Rochon S.
Méthodologie de conception robuste et fiable des produits industriels associant l'approche expérimentale et l'expertise, Thèse Université de Savoie - 1996
- Rochon S. - Pillet M. - Courtois A.
“Méthode de calcul de fiabilité prévisionnelle associant plans d'expériences et jugements d'experts” - 2^e Congrès Qualité - Angers 1997
- Sisson J. C.
Support de séminaire - Vigier conseil international - 1990
- Sado G. - Sado M. G.
Les plans d'expériences : de l'expérimentation à l'assurance qualité - Afnor Technique - 1991
- Souvay P.
Plan d'expérience, Méthode Taguchi - Afnor collection A savoir - 1996
- Taguchi G.
System of experimental design (tomes I et II) - Unipub/Kraub - 1987
- Taguchi G. - Konishi S.
Orthogonal arrays and linear graph - American Supplier Institute Press - 1987
- Taguchi G. - Elsayed A. - Hsiang T.
Quality Engineering in production system - Mc Graw-Hill international - 1989
- Vigier M.
Pratique des plans d'expériences - Les Éditions d'Organisation - 1988