



HAL
open science

Pédagogie et didactique des mathématiques liées au domaine architectural

Edith Crescenzi

► To cite this version:

Edith Crescenzi. Pédagogie et didactique des mathématiques liées au domaine architectural. [Rapport de recherche] 0750/91, Ecole Nationale Supérieure d'Architecture de Paris-La Villette; Ministère de l'équipement, du logement, des transports et de la mer / Bureau de la recherche architecturale (BRA). 1990. <hal-02971344>

HAL Id: hal-02971344

<https://hal.science/hal-02971344v1>

Submitted on 19 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

750

ECOLE D'ARCHITECTURE DE PARIS LA VILLETTE
144, rue de Flandre 75019 PARIS

PEDAGOGIE ET DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES LIÉES
AU DOMAINE ARCHITECTURAL

Quelques séquences didactiques pour l'enseignement des
mathématiques en architecture

Responsable scientifique: Edith CRESCENZI

Ministère de l'Équipement, du Logement, des Transports et de la Mer
Direction de l'Architecture et de l'Urbanisme
Sous-Direction des Enseignements et des Professions
Bureau de la Recherche Architecturale
Lettre de commande n° 82221 du 29.11.1990

ECOLE D'ARCHITECTURE DE PARIS LA VILLETTE
144, rue de Flandre 75019 PARIS

PEDAGOGIE ET DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES LIEES
AU DOMAINE ARCHITECTURAL

Quelques séquences didactiques pour l'enseignement des
mathématiques en architecture

Responsable scientifique: Edith CRESCENZI

Ministère de l'Équipement, du Logement, des Transports et de la Mer
Direction de l'Architecture et de l'Urbanisme
Sous-Direction des Enseignements et des Professions
Bureau de la Recherche Architecturale
Lettre de commande n° 82221 du 29.11.1990

QUELQUES SEQUENCES DIDACTIQUES POUR
L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES EN ARCHITECTURE

INTRODUCTION

Ce rapport est un panoramique de réflexions et d'expériences menées au cours de plusieurs années d'enseignement sur la transmission d'un savoir scientifique à des étudiants en Architecture.

La finalité de cette recherche est d'exposer et de proposer des séquences didactiques illustrant la dialectique Objet-Outil dans le domaine des Sciences Exactes, et destinées à sensibiliser l'étudiant à l'appréhension et à la manipulation des formes spatiales tant du point de vue conceptuel que du point de vue calcul.

Ce document traite des points suivants:

- Petite logique du bon usage de la Trigonométrie et du calcul vectoriel en Morphologie.
- Les coniques.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, revenons à l'aspect bivalent de tout concept mathématique. En effet, tout concept mathématique est "Objet", c'est le savoir identifié, mais il est également "Outil", c'est le mode opératoire ou encore son fonctionnement scientifique dans les divers problèmes qu'il permet de résoudre.

L'interaction, évidente, entre les deux modes d'un même concept engendre alors une dialectique Objet-Outil, D.O.O., dont nous allons parler.

De plus, soulignons également le fait que, bien souvent, ce ne sont pas les objets mathématiques qui sont nouveaux, même pour des étudiants en Architecture, mais leur mode opérationnel.

Si l'enclenchement d'une dialectique Objet-Outil a pour origine la bivalence de tout concept mathématique, cette situation ne peut cependant être réalisée que sous certaines conditions, que nous pouvons résumer comme suit :

d'une part,

- l'énoncé scientifique doit avoir un sens dans le champ de connaissances de l'étudiant;
- l'étudiant doit pouvoir envisager une solution au problème posé indépendamment de sa capacité à concevoir une stratégie de réponses.

d'autre part,

- le problème posé doit être "ouvert" tant par la diversité des questions que l'étudiant peut entrevoir que par la diversité des stratégies qu'il peut mettre en oeuvre pour y répondre.
- la connaissance du concept mathématique visée dans cet apprentissage est le moyen scientifique de répondre au problème, l'Objet devenant un Outil adapté.

En tout dernier lieu, nous devons tenir compte du paramètre "demande" qui est essentiel dans cette dialectique Objet-Outil, ou du moins ce qui lui sert de support: séquence didactique, animation scientifique.

Nous pouvons ainsi distinguer quatre types de demandes, d'où quatre catégories d'animations ou de séquences didactiques:

D1 : l'information est donnée, mais le public n'est pas demandeur; en conséquence le message pédagogique ne doit pas être complexe.

D2 : c'est le niveau immédiatement supérieur, il s'agit de sensibiliser un public qui n'est, lui, que faiblement demandeur.

D3 : nous nous plaçons dans l'hypothèse où il y a demande, l'information est une "initiation".

D4 : la formation qui sous-entend "apprentissage+assimilation" correspond au dernier stade: celui où la demande existe et est formulée.

Par la suite, pour élaborer des séquences didactiques, il nous appartiendra donc de juger du degré de la demande. Toutefois quel qu'en soit son degré, l'objet scientifique doit être auto-suffisant, il doit pouvoir être apprécié par son efficacité comme par sa spécificité.

Dans la suite de cet exposé, nous avons tenté de tenir compte du niveau de la demande en proposant des manipulations et des séquences progressives.

PREMIERE PARTIE

PETITE LOGIQUE DU BON USAGE DE LA TRIGONOMETRIE
ET DU CALCUL VECTORIEL

A - TRIGONOMETRIE

Aperçu historique - Situation de D.O.O - Séquences didactiques

APERCU HISTORIQUE

En se donnant les "moyens" d'évaluer les angles et les arcs à partir de la corde les sous-tendant, l'école grecque d'Alexandrie, avec Hipparque et Ptolémée, IIème siècle après J-C, avait "approché" la trigonométrie. Al-Batani, mathématicien à la Bayt al-Hikma, "Maison de la Sagesse", à la Cour de Bagdad introduit au IXème siècle la fonction trigonométrique, dite : "*sinus*", ainsi que sa fonction complémentaire, le "*cosinus*". Cet outil révolutionne la mathématique des triangles utilisée essentiellement dans les problèmes d'arpentage et d'astronomie.

SITUATION DE D.O.O.

Cette partie tente d'exposer un itinéraire où la résolution de chacun des problèmes nécessite la trigonométrie comme outil. Comme nous nous le sommes fixé, les exemples proposés sont donc des problèmes qui engendrent une dialectique Objet-Outil; ils sont évolutifs. Il y a là, en effet, un feed-back constant entre la compréhension du problème posé, cas concret se traduisant par un modèle ou schéma mathématique, et sa résolution mettant en oeuvre une stratégie mathématique qui, elle, permet de faire évoluer la compréhension du problème dans sa complexité.

De façon générale, précisons encore que quelque soit l'exemple traité, celui ci requiert un seuil de connaissances pré-requis en deça duquel il ne peut y avoir compréhension du problème, ni donc demande.

Dans la partie qui va suivre, le seuil de connaissances pré-requis est:

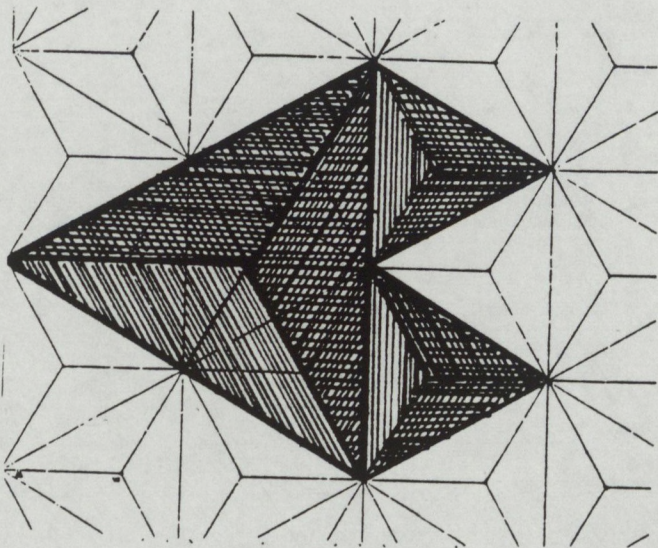
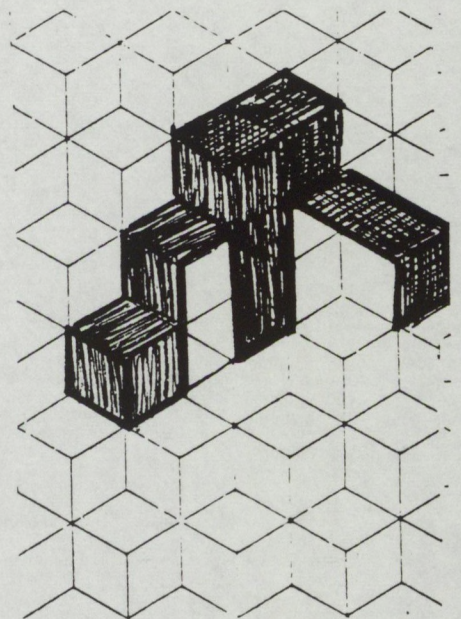
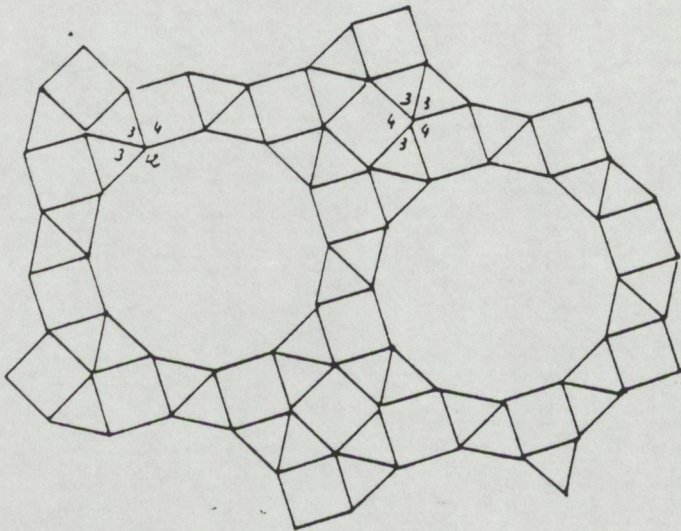
- relations trigonométriques dans le triangle rectangle ; relation de Pythagore en trigonométrie.
- relations métriques et angulaires dans les triangles, dans les polygones convexes.
- repère orthonormée 2D, 3D ; coordonnées cartésiennes, représentation en 2D, et 3D (axonométrie).

Création de trames régulières à partir de pavages réguliers ou semi-réguliers en 2D, ou 3D.

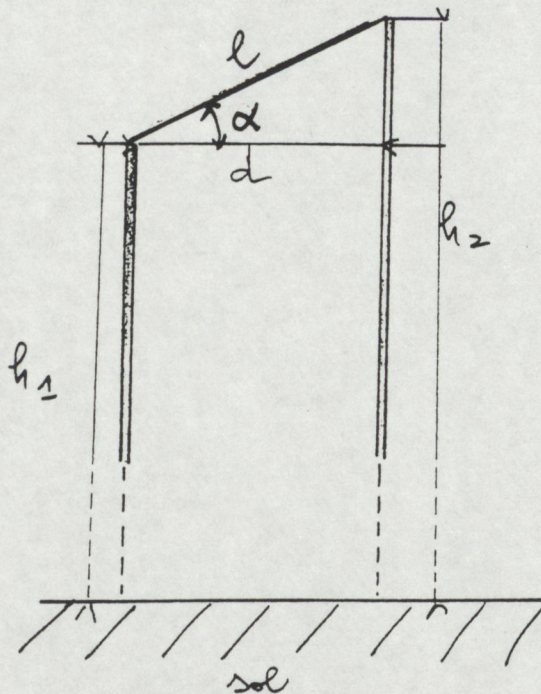
2D : les relations angulaires nous fournissent les conditions d'existence de ces pavages en 3D ;

3D : étude des structures prismatiques construites à partir des trames ci-dessus, recherche de rythme ; en construction, recherche de structures stables, de systèmes réticulés triangulaires,...

Cet exercice peut se prolonger dans de nombreux domaines :
architecture naturelle ;
cristallographie ;
symbolisme des formes ;



Évaluation des dimensions et de la pente d'une verrière reposant sur deux pans de murs verticaux, parallèles, de hauteur h_1 , h_2 et distants de d .



Il s'agit là d'évaluer la pente et de calculer " l " la longueur nécessaire dans la construction des châssis.

Cas concret, donc compréhensible ; la solution est immédiate à partir de la trigonométrie ; il faut ensuite sensibiliser l'étudiant sur les options possibles dans l'aspect constructif.

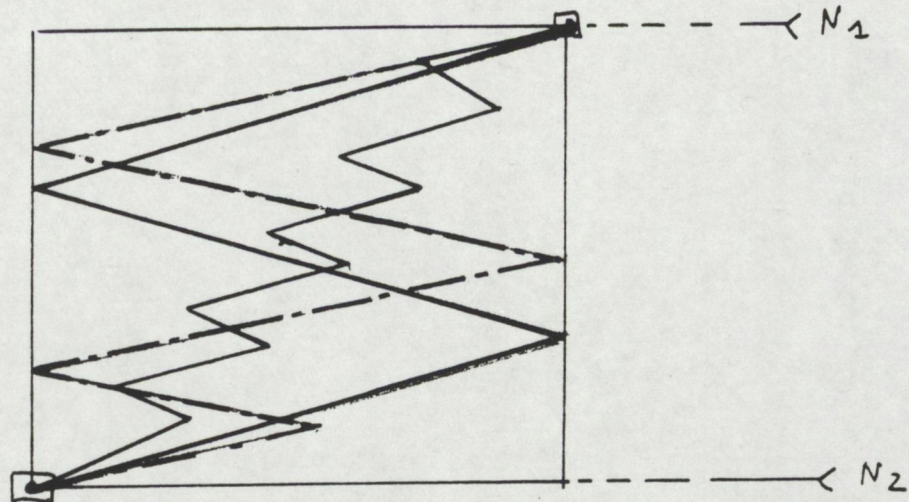
Montrer par exemple comment on peut agir sur les paramètres selon le cahier des charges :

$$\alpha = \alpha_0, \text{ mais } h_1 \text{ et } h_2 \text{ ne satisfont pas}$$

$$\text{tg } \alpha_0 = (h_2 - h_1) / d$$

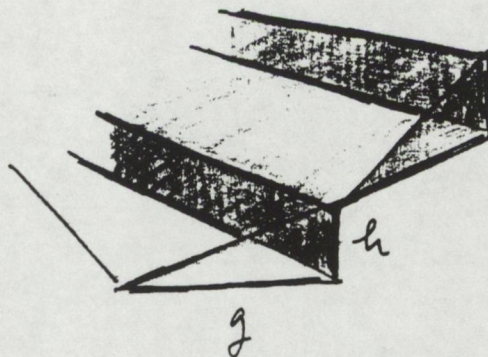
quelles solutions architecturales proposer ?

Construction d'une rampe pour piétons, ou véhicules en roue libre, entre deux niveaux.



Nous pouvons remarquer que les solutions sont nombreuses ; il s'agit là de rechercher des solutions optimales qui tiennent compte des contraintes de topographie, d'environnement, de paysage, de coût, etc...

Évaluation des différents paramètres dans la construction d'un escalier tournant.



Il s'agit là d'exprimer les relations existantes entre les différents paramètres : sa pente, la hauteur des marches, le giron, ...permettant de maîtriser les solutions constructives.

Troncature des objets tri-dimensionnels

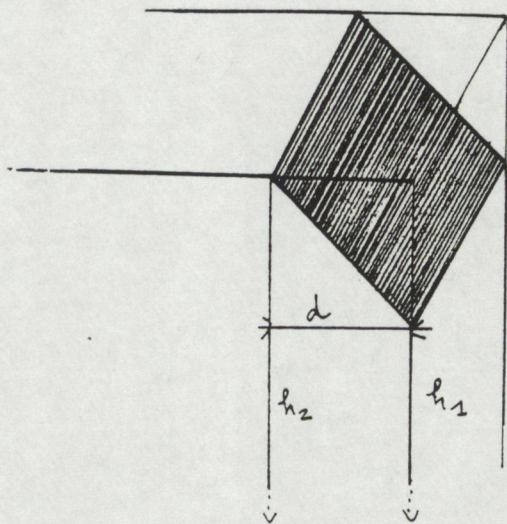
Nous partons dans ce paragraphe d'un objet spatial "architectural" élémentaire : le cube, ou le parallélépipède, dont nous tronquons la partie supérieure,

1. ou bien parallèlement à une arête,
2. ou bien obliquement par rapport à un sommet.

Objectif : Analyser ce qui se passe en 3D : comment maîtriser les différents paramètres propres à cette section ;

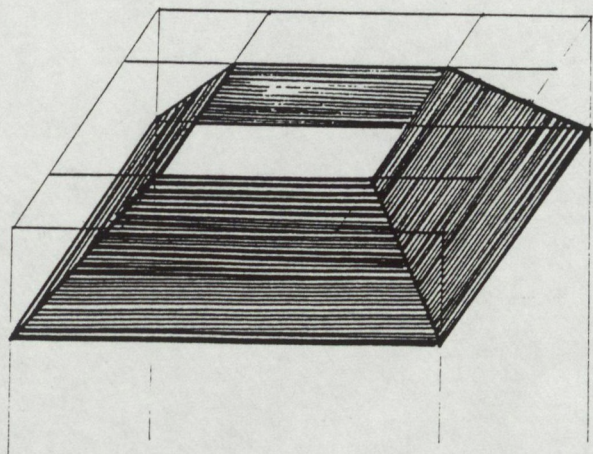
1. Troncature parallèlement à une arête :

dans quel(s) plan(s) de section étudier le problème ; montrer qu'en tout état de fait on est ramené au cas de la verrière.



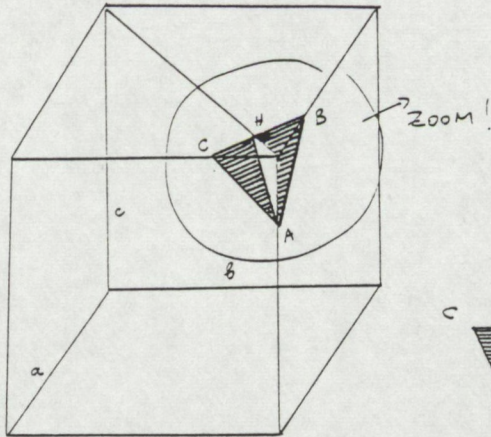
Itérer cette opération par rapport à chacune des arêtes de la face supérieure, et imaginer que ces plans de sections obliques se prolongent (vers le haut), en donner alors une représentation axonométrique simplifiée ;

Comment, de façon simple, déterminer les points particuliers ? Insister sur l'analyse logique des différents éléments dans l'espace, repérage des points "clés" ; de même envisager des variantes compte tenu d'un cahier des charges.

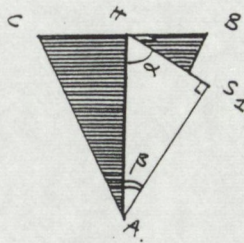


2. Troncature au 1/4 par rapport à chaque sommet.

Nous nous limiterons aux cas où l'objet spatial est un cube ou un parallélépipède à base carrée.



Dans ce cas, le plan diagonal est à BC, ce qui permet de calculer facilement les angles,

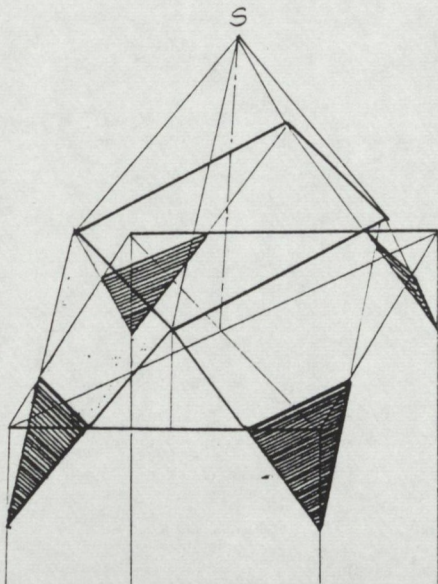


$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{S_{\Delta A}}{S_{\Delta H}} = \frac{2c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Nous pouvons encore nous demander comment choisir la troncature de façon à satisfaire $\alpha = \alpha_0$?

Itérer la même troncature par rapport à chacun des sommets de la face supérieure, et prolonger ainsi les panneaux obliques. Visualisation dans l'espace et représentation en 3D de ce nouvel objet.

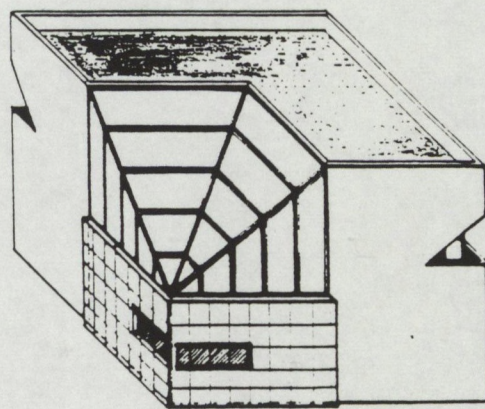
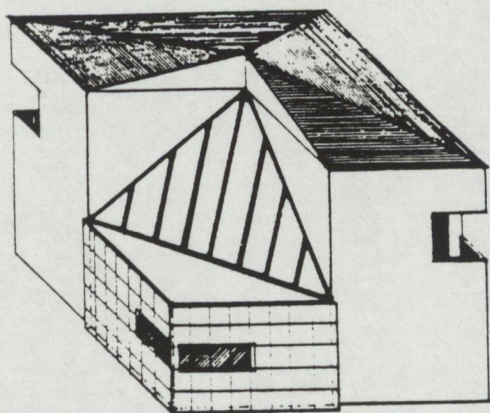
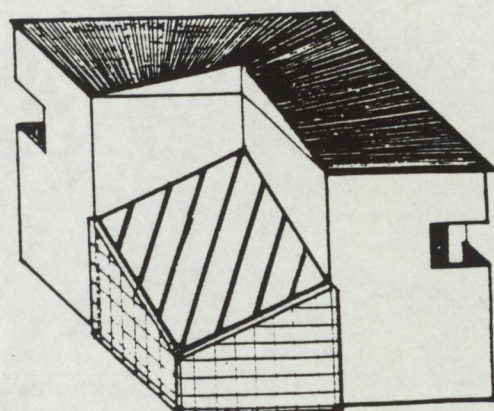
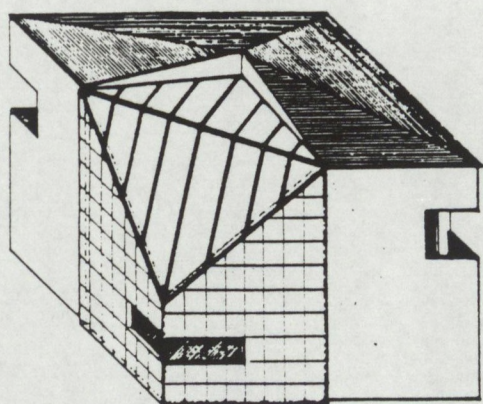
L'analyse de cette figure se conduit "pas à pas" : recherche des éléments communs à ces quatre panneaux ; montrer notamment qu'ils sont concourants en un point S que l'on précisera ; de même, repérer les autres points, B_1, C_1 ; évaluer les longueurs telles que B_1C_1 , les aires de chacun de ces panneaux. Inversement, une des contraintes pourrait être celle de la hauteur de S au dessus de la face supérieure, chaque panneau oblique devient en quelque sorte brisé, (au niveau des points B_1, C_1 de la figure)...



La séquence suivante s'appuie sur une série de schémas simples d'objets architecturaux. Nous pouvons imaginer que la forme initiale serait celle d'un cube dont une des parties aurait été traitée.

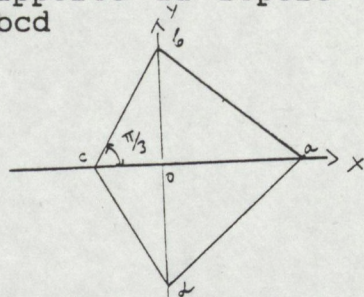
Là encore, nous utiliserons l'outil trigonométrique pour estimer les différents paramètres correspondant aux parties rayées, (verrières), sur les schémas ci-dessous ; dans le calcul des pentes relatives à ces panneaux, mettre l'accent sur le bon choix du plan d'étude, ou plan de section.

Il est évident que ces schémas servent de support à partir desquels on peut imaginer de nombreuses variantes architecturales.



Exercice type:

Dans le plan rapporté au repère orthonormée OXY on considère le quadrangle abcd

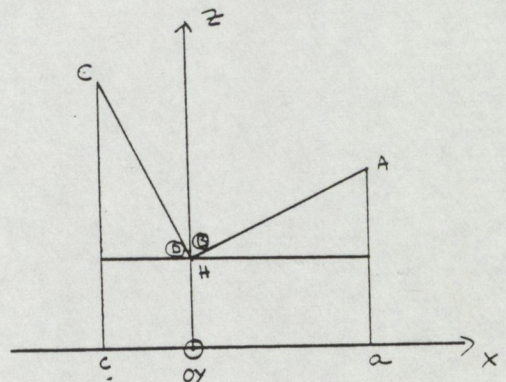


où $a(2,0)$ $c(-1,0)$

$b(0,y)$ $d(0,-y)$

- 1) déterminer y tel l'angle de bc avec OX soit égal à $\pi/3$
- 2) on élève au dessus de $abcd$ la structure couvrante $ABCD$ telle que $A(2,0,3)$; $B(0,y,1)$; $C(-1,0,z)$; $D(0,-y,1)$ déterminer la valeur de z de telle sorte que les triangles ABD et CBD soient égaux; donner une représentation spatiale de la figure correspondante dans le repère orthonormée $OXYZ$.
- 3) calculer l'angle des deux plans ABD et CBD en justifiant votre raisonnement par une coupe adéquate.
- 4) les triangles ABD et CBD ne sont plus égaux, mais leurs plans sont orthogonaux. quelle valeur donner alors à z_c du point C pour que cette condition soit réalisée?

La résolution des questions 2, 3 et 4 est immédiate dès lors qu'on se place dans le plan XOZ .



B - CALCUL VECTORIEL

Cette partie prolonge la précédente en ce sens qu'elle simplifie les calculs dans les structures tri-dimensionnelles parfois complexes grâce aux opérateurs de la géométrie vectorielle :

le produit scalaire,
le produit vectoriel,
le produit mixte.

Il y a cependant des cas de figures où la solution trigonométrique est plus rapide pourvu que le plan de coupe dans lequel le problème étudié se trouve ramené soit le bon! (cf : l'exercice type de la partie précédente, ou celui proposé en fin de cette partie).

Nous nous limiterons dans cette recherche à des séquences et manipulations sur des objets dits géométriques. Il reste entendu que des séquences didactiques resteraient à créer dans des champs concernant d'autres domaines, notamment celui de la construction, (Statique et Résistance des matériaux).

Le produit scalaire

$$\vec{U} \cdot \vec{V} = \|\vec{U}\| \|\vec{V}\| \cos(\vec{U}, \vec{V})$$

ou encore $\cos(\vec{U}, \vec{V}) = \frac{\vec{U} \cdot \vec{V}}{\|\vec{U}\| \|\vec{V}\|}$

Il nous renseigne essentiellement sur les directions :

- angle de deux droites entre elles, ou de deux axes ;
- angle d'une droite par rapport à un plan ;
- angle de deux plans entre eux ;

En aval du produit scalaire :

- les relations métriques dans un triangle quelconque, et en particulier la relation de Pythagore généralisée:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

- l'expression analytique d'un plan (P) passant par un point donné M_0 et orthogonal à une direction donnée N,

$$(P) = \left\{ M(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / M_0M \perp \vec{N} \right\}$$

et $\vec{N} = \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases}$

d'où la traduction analytique de $M_0M \perp N \Leftrightarrow \vec{M_0M} \cdot \vec{N} = 0$
ce qui induit l'expression algébrique suivante

$$(P) : \quad ax + by + cz + d = 0$$

Dans la partie précédente nous avons présenté un certain nombre de sections ou découpes de solides en nous plaçant dans des conditions idéales pour que les solutions immédiates puissent s'obtenir avec le calcul trigonométrique. Le cas d'un solide de forme parallélépipédique mais d'arêtes quelconques, $a \neq b \neq c$ se résoud plus aisément par le calcul vectoriel.

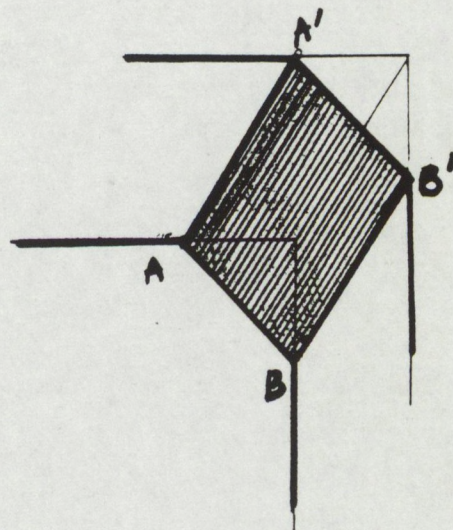
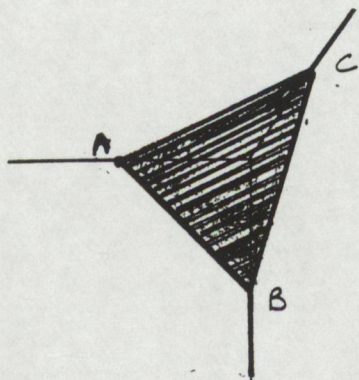
_ étape 1

On se donne un vecteur \vec{N} de composantes $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ normal au plan (P) cherché.

Montrer de façon tangible l'unicité d'un tel plan (P) dès lors que ce plan doit aussi passer par un point M_0 donné. On aboutit bien entendu à une expression analytique du plan qui est perçue comme quelque chose de très abstrait. Le problème qu'on peut se poser est alors comment visualiser un tel plan; autrement dit comment passer d'une expression algébrique à sa représentation.

par les sections avec les arêtes du solide

par ses traces sur les faces du solide



étape 2

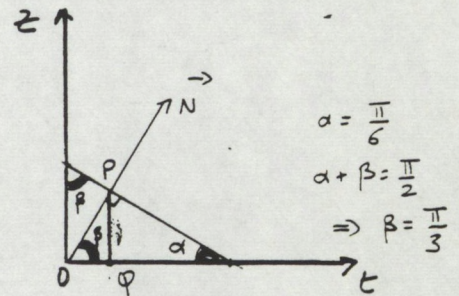
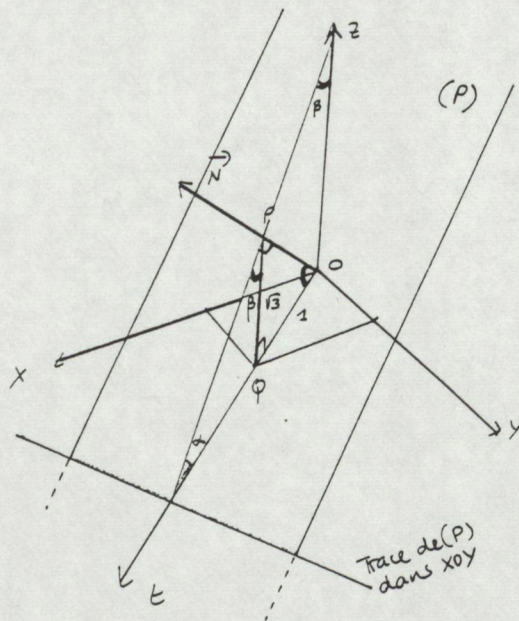
On se donne les moyens de repérer les points A, B, C sur les arêtes du solide.

Prenons un exemple concret:

Le plan (P) a une inclinaison α par rapport au plan horizontal on prendra pour simplifier les calculs $\alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$ et il passe par la point A de coordonnées $(a, (n-1/n).b, c)$.

Montrer que l'analyse logique de la figure dans l'espace tridimensionnel ne permet pas de définir de façon univoque le vecteur N ; en effet, toutes les génératrices d'un cône de

révolution de sommet O , d'axe OZ , et d'angle au sommet peuvent être considérées comme des supports de \vec{N} .
 Par contre, si on précise, cf. la figure, l'angle (OX, OQ) , alors \vec{N} est bien défini.



Les relations décrites entre α et β résultent du théorème des trois perpendiculaires;
 puis, sachant que $\text{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, et qu'on se place dans le cas où $(OX, OQ) = \frac{\pi}{4}$, on en déduit les valeurs des composantes de \vec{N} .
 Soit \vec{N} de composantes $u = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $v = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $w = \sqrt{3}$.
 Par suite l'expression algébrique du plan (P) sera de la forme:

$$u(x-x_0) + v(y-y_0) + w(z-z_0) = 0, \text{ avec}$$

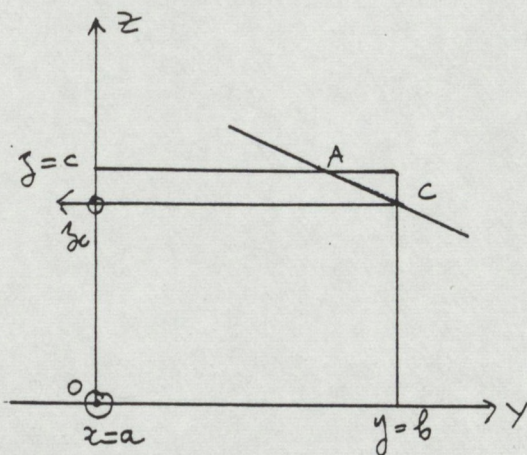
$$x_0 = a ; y_0 = (n-1/n).b ; z_0 = c$$

soit encore:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}.x + \frac{\sqrt{2}}{2}.y + \sqrt{3}.z - (\frac{\sqrt{2}}{2}.a + \frac{\sqrt{2}}{2}.(n-1/n).b + \sqrt{3}.c) = 0$$

Repérage des points B et C sur les arêtes.

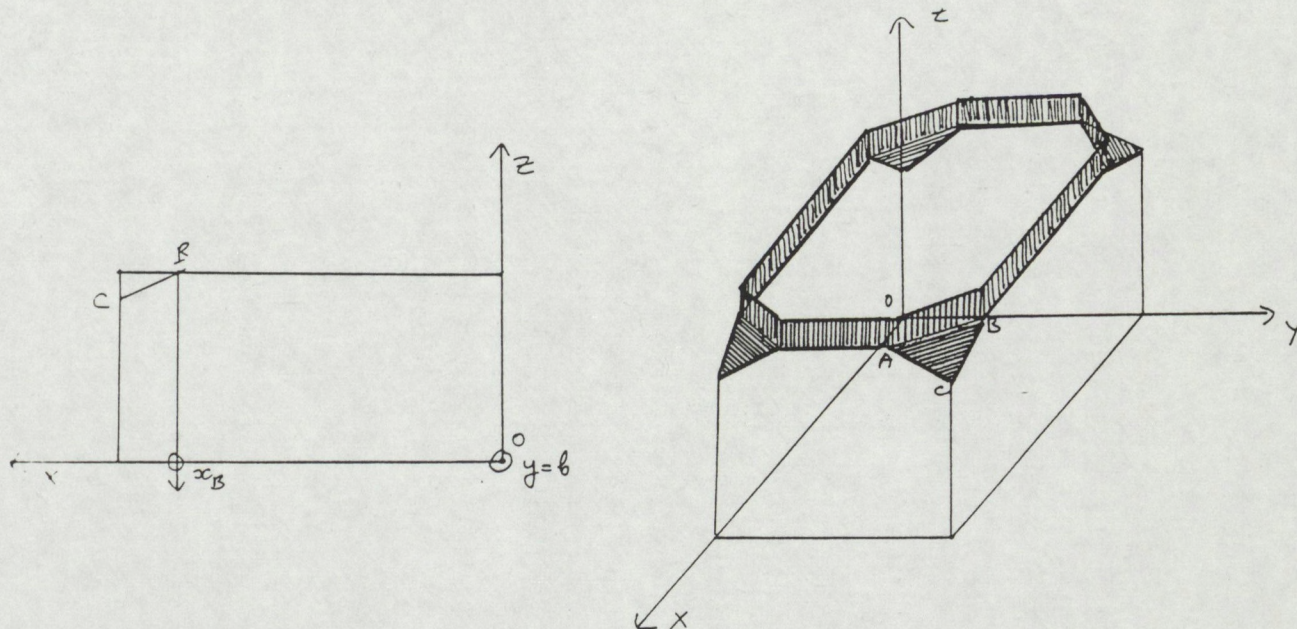
Tout revient à analyser ce qui se passe dans le plan $x = a$, (face avant du solide) :



la section est une droite, passant par le point A ; on peut en chercher son expression analytique, mais on peut aussi se contenter de déterminer seulement les coordonnées du point C; il suffit de remplacer x par a dans l'équation du plan (P) pour avoir l'équation de la droite, trace du plan sur la face avant, et de remplacer y par b pour trouver la position de C sur l'arête $y = b$ de cette face.

La résolution de ces identités donne :
 C : $x = a$; $y = b$; $z = c - (6/6.1/n.b)$

De même sur la face latérale d'équation $y = b$;
 on trouve en répétant le même procédé :
 B : $x = a - 1/n.b$; $y = b$; $z = c$



application numérique: $a = 8$; $b = 5$, $c = 4$ et $n = 4$;
 B ($x = 6.75$; $y = 8$; $z = 4$)
 C ($x = 8$; $y = 5$; $z = 3.49$)

L'intérêt de cette manipulation est de passer incessamment de l'analyse logique de la figure spatiale à son étude ramené dans un plan, ce qui permet de visualiser le calcul algébrique. On peut, comme précédemment itérer le même type de section en opérant par des symétries par rapport aux plans médians, etc...

Le produit vectoriel

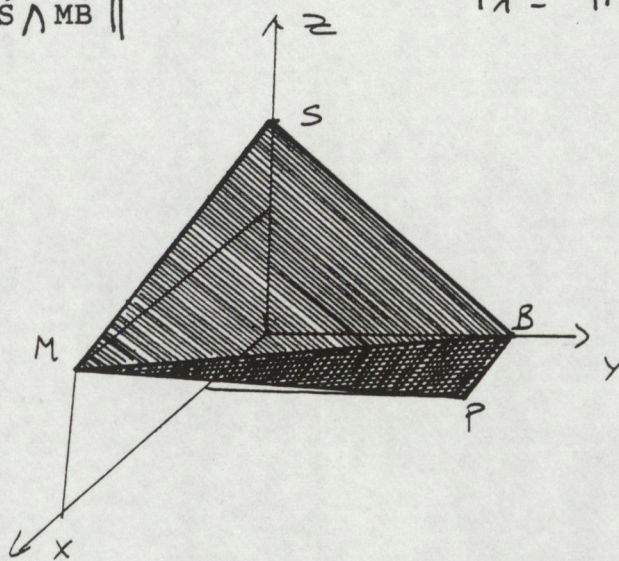
$\vec{U} \wedge \vec{V} = \vec{W}$ tel que sa direction est perpendiculaire au plan (\vec{U}, \vec{V})
 son sens est tel que le trièdre $(\vec{U}, \vec{V}, \vec{W})$ soit direct
 sa longueur $\|\vec{W}\| = \text{Aire du parallélogramme de côtés } (\vec{U}, \vec{V})$

étape 1

calcul de l'aire de surfaces décomposables en triangles dont on connaît les sommets.

$$\text{Aire } \bar{T}_1 = 1/2 \|\vec{MS} \wedge \vec{MB}\|$$

$\bar{T}_1 = \text{triangle MSB.}$

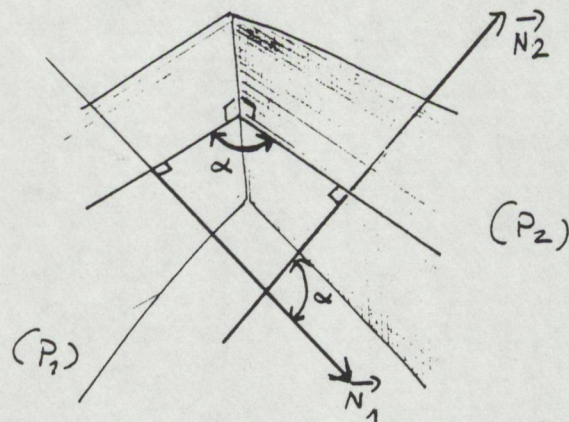


Là aussi, il y a d'autres méthodes qui permettent d'arriver au résultat, mais nous devons ici souligner que la démarche "scientifique" dans le calcul des aires et des angles est une des spécificités du calcul vectoriel.

Calcul de l'angle de deux plans

Nous savons que le produit scalaire permet de calculer l'angle dièdre de deux plans :

Soit α l'angle de deux plans P_1, P_2 , et \vec{N}_1 et \vec{N}_2 deux vecteurs normaux respectivement à chacun de ces deux plans ; nous savons que $\alpha = \text{angle}(P_1, P_2) = (\vec{N}_1, \vec{N}_2)$;



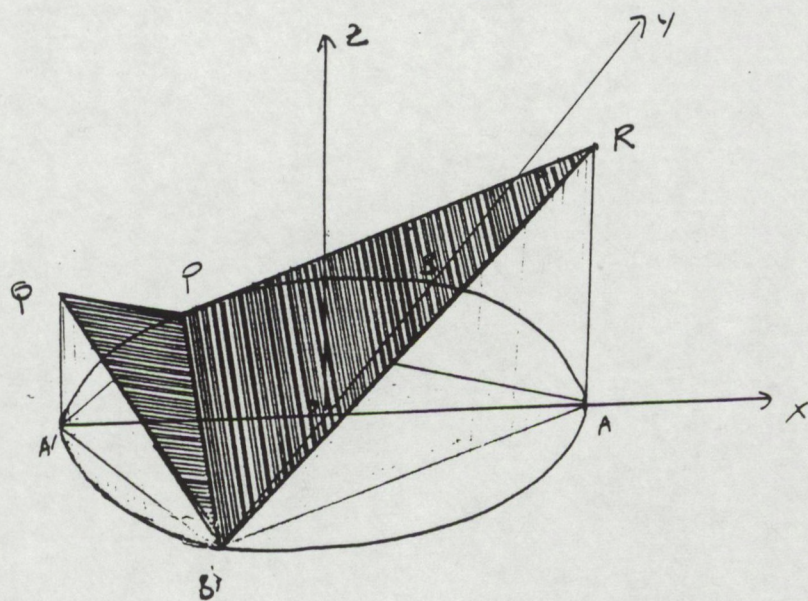
$$\text{d'où } \cos \alpha = \frac{\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2}{\|\vec{N}_1\| \cdot \|\vec{N}_2\|}$$

Considérons alors la structure couvrante composée de deux triangles ; ils ont un côté commun, leur base , qui serait une corde d'une ellipse d'axes AA' , BB' , et dont le troisième sommet se projette au sommet du grand axe de cette ellipse, R en A , et Q en A' .

Le propos est d'évaluer l'aire totale de cette structure couvrante, ainsi que l'angle des deux plans.

En considérant le schéma ci dessous :

soit T_1 = aire du triangle $B'PQ$
 T_2 = aire du triangle $B'PR$.



Les calculs sont alors immédiats ; on se donne les coordonnées des points A, A', B', P, R , et Q ;

$$\begin{aligned} \text{aire de } T_1 &= \overrightarrow{QB'} \wedge \overrightarrow{QP} \\ \text{aire de } T_2 &= \overrightarrow{RB'} \wedge \overrightarrow{RP} \end{aligned}$$

L'expression analytique de chacun de ces deux produits vectoriels fournit les composantes des vecteurs
 $\vec{N}_1 = \vec{QB}' \wedge \vec{QP}$, orthogonal au plan QB'P
 $\vec{N}_2 = \vec{RB}' \wedge \vec{RP}$, orthogonal au plan RB'P.

Rien de nouveau dans cette manipulation, il semble que l'acquisition et l'assimilation de certains concepts nécessitent la répétition de leur mise en oeuvre dans des situations qui ne sont qu'apparemment variées, car la résolution du problème utilise toujours le même modèle mathématique.

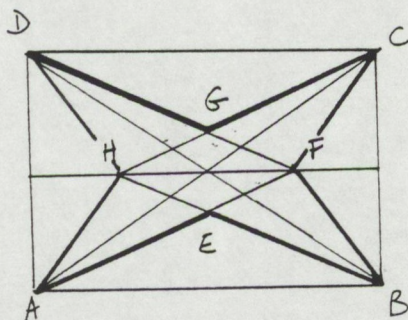
Dans cet exemple là, il est intéressant de montrer que la projection des deux triangles ne correspond pas au contour elliptique donné, et qu'en conséquence, en tant que volume on a à faire partiellement à une structure gauche ; (ces structures sont abordées en seconde année).

Nous pouvons donc varier à l'infini les exemples liés aux structures spatiales.

Exercice type

Nous présentons là une des options possibles de couverture partielle d'un rectangle de côtés a, b :

Le propos est toujours le même : savoir évaluer les différents paramètres de la structure constructive géométrique, de sommet S dont la projection est le centre du rectangle de départ, et dont les autres sommets sont les points précédemment indiqués sur le rectangle.



On construit H et F au 1/4 de l'axe de symétrie horizontal.

Puis on a $E = AF \cdot BH$

$G = DF \cdot CH$

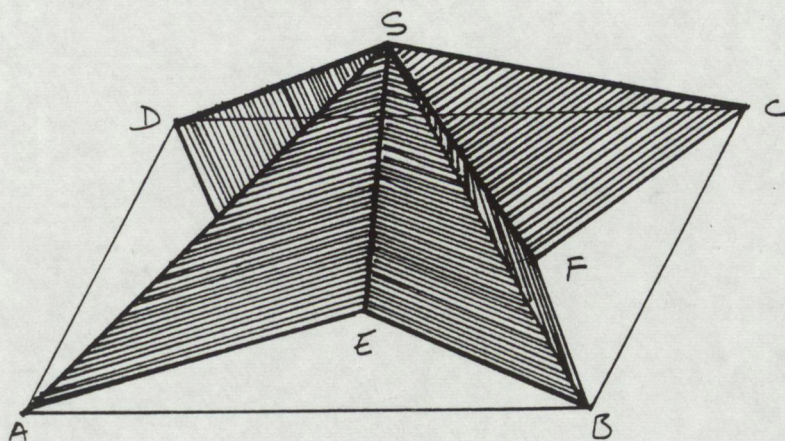
On prendra désormais comme base de la structure la ligne polygonale AEBFCGDH.

L'étudiant doit d'abord visualiser la structure spatiale, et se donner les moyens d'évaluer les différents paramètres de cette structure :

- recherche des coordonnées des points de base des triangles de la configuration spatiale ;
- montrer qu'on peut se limiter aux triangles SAE, SEB, SBF,

et que le produit vectoriel appliqué successivement aux vecteurs $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SE}$;
 $\overrightarrow{SE}, \overrightarrow{SB}$;
 $\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SF}$;

permet de déterminer tous éléments cherchés, à savoir aire totale de la structure, angle de triangles adjacents deux à deux, pente des triangles.



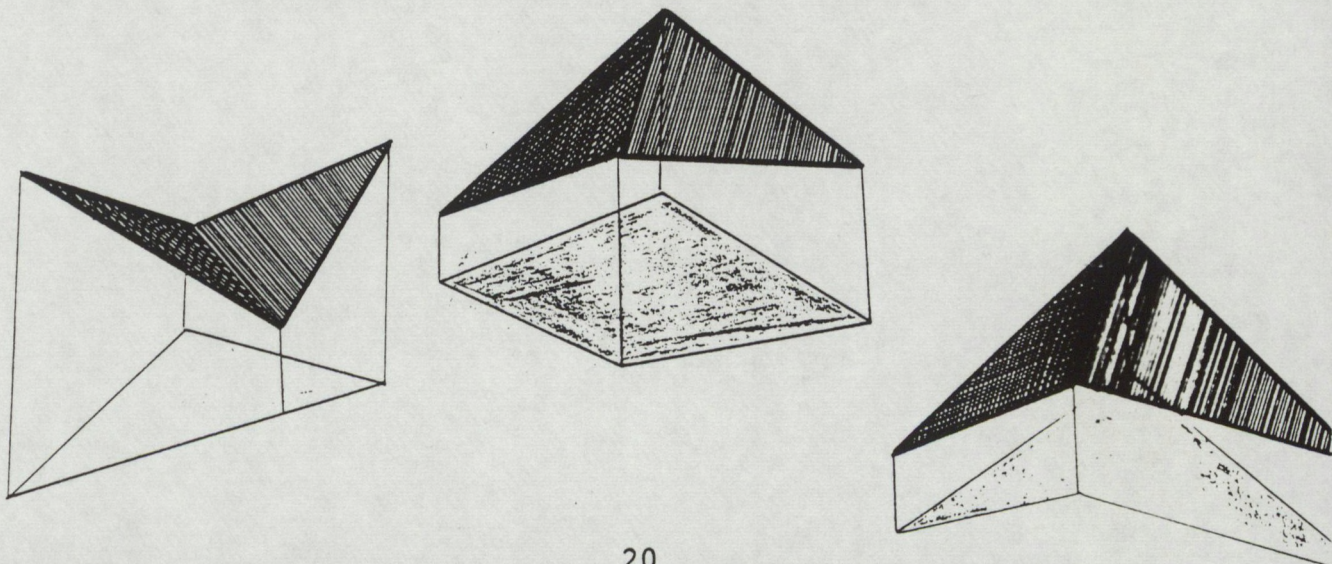
Montrer les relations entre z_S , angles θ_1 1 et θ_2 2 des triangles adjacents, SAE/ SEB et SEB/SBF, mais aussi avec leur pente.

Est-il simple de résoudre simultanément des contraintes d'ordre constructif et des contraintes d'ordre esthétique ?

La séquence suivante est un prologue de la dernière manipulation.

Il s'agit, pour l'étudiant, de chercher les diverses combinaisons de triangles non coplanaires ayant une arête commune, angle saillant, rentrant, tout en tenant compte de leur projection sur un plan horizontal.

L'étudiant peut observer qu'il y a un nombre limité de solutions et que les projections de ces combinaisons sont les triangles ou bien des quadrilatères convexes ou concaves. (Chercher à formuler dans chacun des cas la propriété géométrique correspondante).



Plus précisément, transposons ce problème dans la situation suivante :

A partir d'une configuration de pavages réguliers ou semi-réguliers, ou de la configuration duale proposer un projet architectural de structure couvrante constituée de combinaisons de triangles deux à deux non coplanaires et dont les points d'appui correspondraient aux noeuds de la configuration choisie, éventuellement de la juxtaposition de la configuration et de sa duale.

Ainsi posé, ce problème nécessite de se donner deux hauteurs d'appui, mais pour varier les combinaisons nous en imposerons un minimum de trois.

Il fallait cependant souligner le fait que le choix d'une configuration (au sol) et du parti tri-dimensionnel proposé infléchit la fonction de l'ensemble du projet spatial.

Objectifs :

"Concevoir" un projet architectural dont la maîtrise passera par les modèles mathématiques.

Ce projet est très circonscrit, mais il laisse à l'étudiant la possibilité d'exprimer son talent de créateur :

- dans la recherche de rythme lié aux combinaisons de hauteurs choisies (h_1, h_2, h_3) ceci nécessite de pouvoir visualiser le volume projeté, et aussi d'en rechercher les bonnes coupes.
- il fait appel également à son imaginaire, puisqu'il s'agit de mettre le volume en "situation".

"Réaliser" le projet puisque la maîtrise des modèles mathématiques étudiés lui permettent d'en évaluer les différents paramètres.

Cet exemple montre assez bien comment l'outil mathématique assure la maîtrise et la réalisation du projet, et bien évidemment permet d'en modifier la phase finale si besoin est.

Nota : il est seulement regrettable que dans la plupart des rendus les étudiants se soient cantonnés à des projets dont les évaluations n'utilisaient que le calcul trigonométrique !
En annexe, nous donnons à titre d'exemple trois rendus d'étudiants.

Conclusion

Cette première partie a donc exposé quelques séquences didactiques visant à l'assimilation de la notion de rapport trigonométrique et d'éléments provenant de la géométrie vectorielle.

Pour ce faire, nous avons considéré des objets géométriques bi ou tri-dimensionnels que nous avons "traités" de façon à en proposer une lecture "architecturale".

Nous sommes alors en situation (schématique) d'un parti architectural dont on a, tel quel, à évaluer tous les paramètres, ou bien encore dont on peut proposer un autre traitement, (prolongement de l'exercice, projet prenant appui sur les données).

Dans les deux cas, la réalisation du projet, c'est à dire la résolution du problème mathématique, sous-entend la capacité de la part de l'étudiant de faire appel à un modèle mathématique et de le faire opérer. C'est, bien entendu, le but de la manipulation.

Par ailleurs, tout au long de cet exposé la D.O.O n'a été mise en valeur qu'au premier degré, en ce sens que, l'outil mathématique étant défini, ce sont les "situations", ou cas concrets, qui sollicitent son mode opérationnel.

Il resterait à élaborer des situations plus complexes nécessitant des "chaînes" de D.O.O.

DEUXIEME PARTIE

LES CONIQUES

APERCU HISTORIQUE

Les mathématiciens grecs de l'Ecole de Platon connaissaient la plupart des solides géométriques et leurs propriétés.

L'étude des sections coniques fut plus particulièrement traitée par l'un d'eux: le mathématicien Apollonius (IIIème siècle avant J-C). Dans son traité, Apollonius distinguait les trois types de sections, dites coniques, selon que l'orientation du plan de section par rapport à l'axe du cône. Les mathématiciens français, La Hire au XVIIème siècle puis Dandelin au XIXème, reprirent à leur compte les résultats énoncés par Apollonios, et, se plaçant dans le plan même de la section, ils redéfinirent les coniques et en analysèrent leurs propriétés.

Le propos de cette partie n'est pas de présenter les coniques, ni d'exposer le passage des sections coniques de l'espace tridimensionnel à l'étude de ces coniques dans le plan. Au contraire, comme c'est l'objet de cette étude, nous chercherons à développer une D.O.O à partir de quelques unes des propriétés des coniques afin d'exécuter, de justifier des tracés géométriques, voire des projets architecturaux qui intègrent de tels tracés.

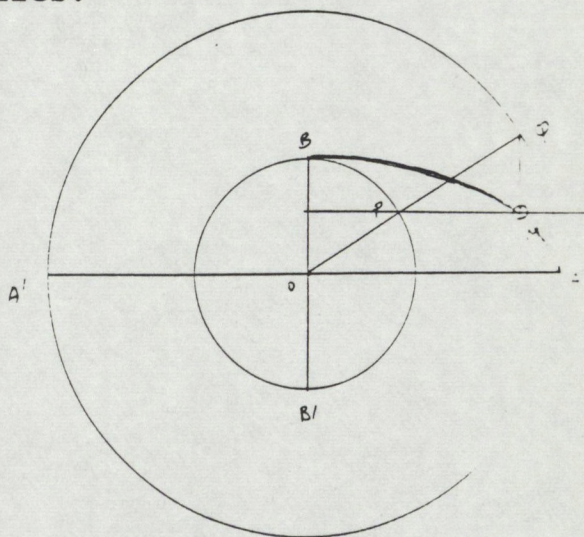
SEQUENCES DIDACTIQUES

Nous rappelons le tracé géométrique, point par point, d'une ellipse d'axes $AA' = 2a$, $BB' = 2b$.

Ce tracé fait intervenir les deux cercles de diamètre respectivement, AA' , BB' ;

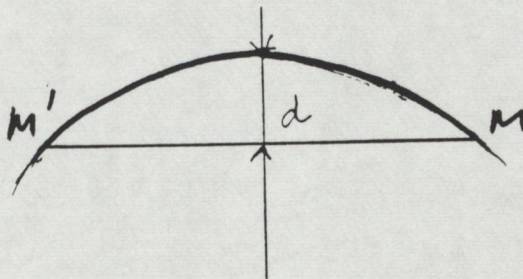
puis on considère un rayon quelconque qui rencontre le premier cercle en P , le second en Q ; de P on trace la parallèle à l'axe AA' , de Q la parallèle à l'axe BB' , ces deux droites se rencontrent en un point M , qui par construction est un point de l'ellipse d'axes AA' , BB' .

Cette assertion est justifiée d'une part, par l'équation de l'ellipse, d'autre part l'expression des coordonnées du point M , ainsi construit, en polaires.

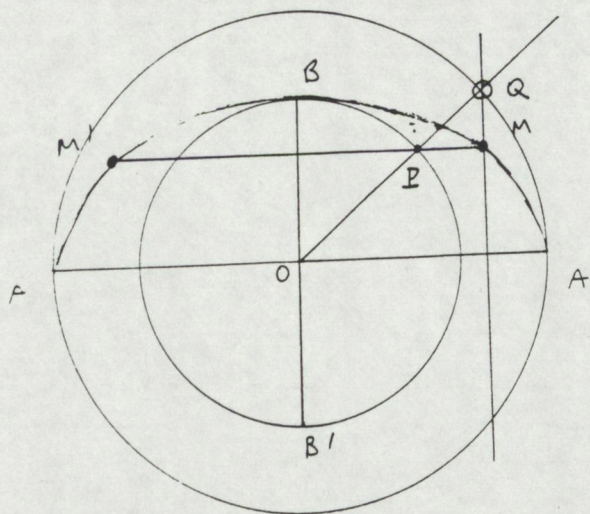


Que se passe-t-il si on ne connaît qu'un des deux axes ?
Montrer qu'il y a ainsi une infinité d'ellipses, et que par conséquent on doit définir "quelque chose d'autre" pour obtenir un seul tracé.

Par exemple, on cherche à construire un profil elliptique admettant un axe de symétrie, et s'appuyant sur une corde $M'M$ perpendiculaire à l'axe de symétrie ; par ailleurs, on sait que la hauteur de la flèche par rapport à la corde $M'M$ est " d ".



Là encore le problème n'est pas totalement défini pour le résoudre; nous verrons plus tard, en faisant appel à des propriétés sur les tangentes à l'ellipse comment construire ce profil elliptique ; toujours est-il qu'il sera nécessaire de préciser la position de la tangente en M. Donnons-nous une valeur "b", $b > d$, fixée arbitrairement, et déroulons en sens inverse le "fil d'Ariane".



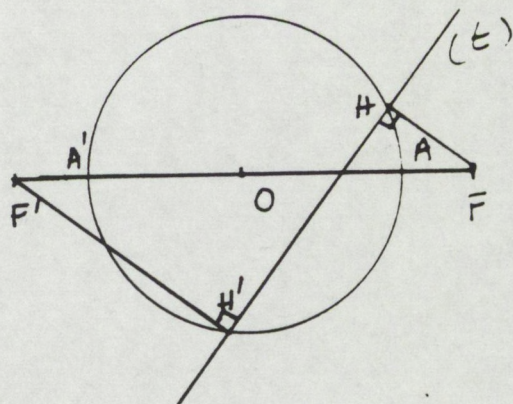
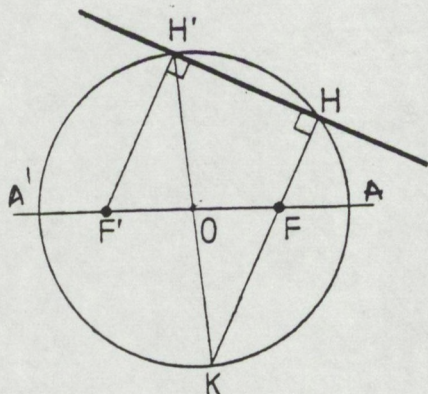
O à la médiatrice de $M'M$, on trace alors le cercle (O, b) ; $M'M$ rencontre ce cercle en P, la droite OP rencontre la perpendiculaire en M à $M'M$ en Q $OQ = a$.

Supposons maintenant que l'on connaisse l'autre axe, AA' , et une droite (t) tangente à la conique.

Faire remarquer que selon les points d'intersection de (t) avec AA' , à l'intérieur du segment, ou à l'extérieur, la conique sera une hyperbole dans le premier cas, ou une ellipse dans le second cas.

Dans les deux cas la propriété qui entre en jeu est la suivante:

"Les projections orthogonales des foyers d'une conique sur toute tangente appartiennent au cercle principal de la conique."



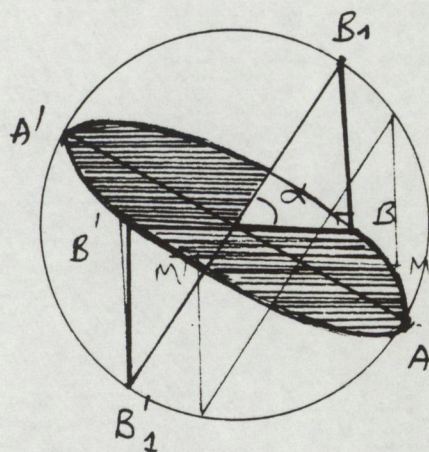
Pour être plus concret, donnons nous l'axe AA' , et une droite (t) rencontrant la droite AA' à l'extérieur du segment AA' .

Il suffit de considérer les points H et H' d'intersection de (t) avec le cercle (O,a), et de mener par ces points les perpendiculaires à (t) qui rencontrent l'axe AA' en F et F', les deux foyers de l'ellipse.

La construction de la conique, se fait par enveloppe tangentielle ; la propriété énoncée plus haut devenant opérationnelle.

"La projection orthogonale d'un cercle de centre O_1 , de rayon R sur un plan quelconque, est une ellipse, de grand axe AA', parallèle à la droite d'intersection des deux plans, $AA' = 2a = 2R$, et de petit axe BB', $BB' = 2b$."

On démontre facilement que $b = a \cos \alpha$, où α est l'angle des deux plans.



Par ailleurs, le cercle est l'ellipse de grand axe fixe donné, égal à $2a$, ayant la plus grande superficie.

Le problème posé est le suivant :

On cherche à créer une ouverture dans la partie supérieure, supposée horizontale, d'un édifice.

Cette ouverture est une structure de type cylindrique à base elliptique et d'axe vertical.

La section au niveau du plan horizontal est une ellipse, pour un parti purement esthétique, dont on connaît, ou ne connaît pas les caractéristiques ; la partie supérieure du cylindre, partiellement extérieure à l'édifice sera un cercle, (on peut penser à un maximum de rayonnements).

Le modèle mathématique correspondant est celui de déterminer pour un cylindre elliptique l'angle β du plan de section par rapport à l'axe du cylindre.

On a $\cos \alpha = b/a$, avec α et β complémentaires.

Le problème devient un peu plus complexe si on impose la hauteur maximale du cylindre, ce qui en d'autres termes peut

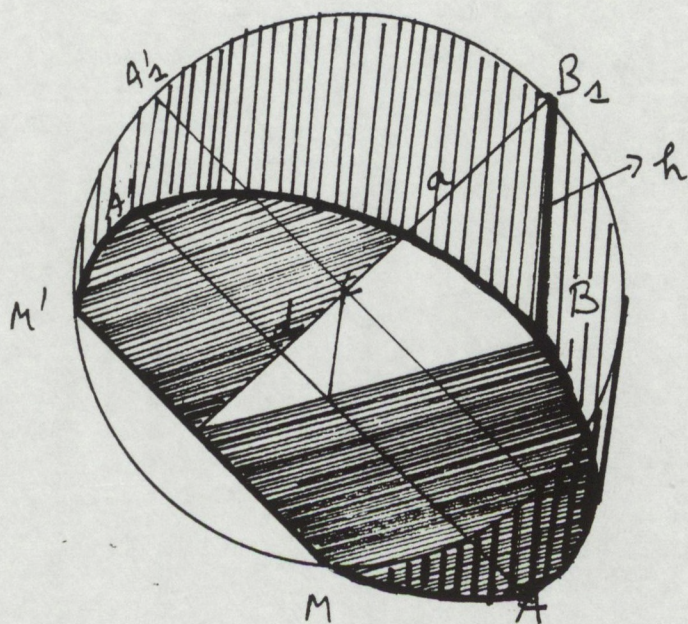
signifier que celui-ci ne sera que partiellement extérieur à l'édifice; et si en ce qui concerne l'ellipse, seul le grand axe est donné, soit $AA' = 2a$.

Schématiquement, nous voyons que le problème n'est pas encore totalement défini ; pour ce faire, précisons la corde $M'M$ commune au cercle et à l'ellipse cherchés.

Alors si on désigne par "h" la hauteur extrême de la section circulaire de notre cylindre elliptique, et par "d" la distance O_1 à la corde MM' ,

$$\text{on a } \sin \alpha = h/(a+d)$$

d'où les constructions point par point de l'ellipse et du cercle.



Sachant que toute onde, thermique, acoustique, optique issue d'un des foyers de la conique se réfléchit (sur la conique) en passant par l'autre foyer, trouver des illustrations de cette propriété, ou des applications dans des domaines variés, y compris dans le domaine architectural.

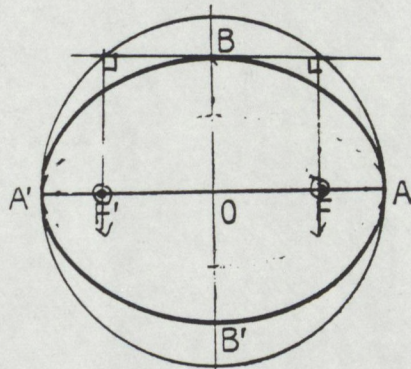
Beaucoup d'étudiants pensent aux antennes paraboliques, ou encore au profil pseudo-elliptique des tunnels du métro. Les encourager à en trouver d'autres.

Nous présentons ici la maquette, réalisée par un étudiant en première année, qui est celle d'une lampe diffusant la lumière de façon rasante le long d'une paroi : le filament lumineux est placé au foyer d'un cylindre parabolique réfléchissant !

Il s'agit de construire les points M_1, M_2 sur la demi-ellipse d'axes $2a, 2b$ tels que leurs tangentes à cette courbe fassent un angle de $\pi/6$ avec le grand axe.

On utilise alors la propriété rappelée plus haut sur les tangentes aux coniques :

Pour cela il faut déjà déterminer les foyers ; on trace la tangente en B à l'ellipse, elle rencontre le cercle principal en deux points H et H', desquels on mène les perpendiculaires à cette droite, HH', les points de rencontre avec le grand axe sont par construction les deux foyers F et F'

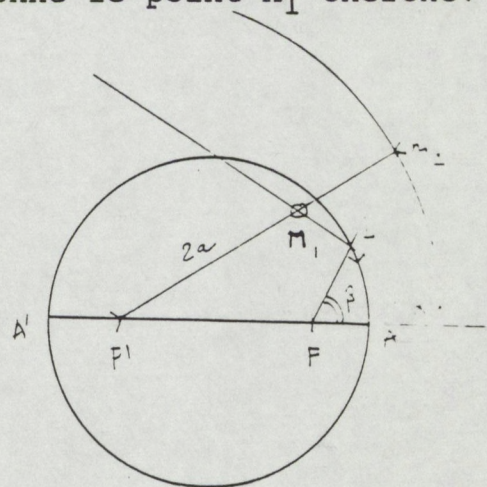


Soit (t_1) la tangente en M_1 , faisant un angle $\pi/6$ avec AA' ; H_1 la projection orthogonale de F sur (t_1) , alors si β est l'angle de FH_1 avec AA' , et α celui de (t_1) avec AA' , ces angles ont bien entendu complémentaires.

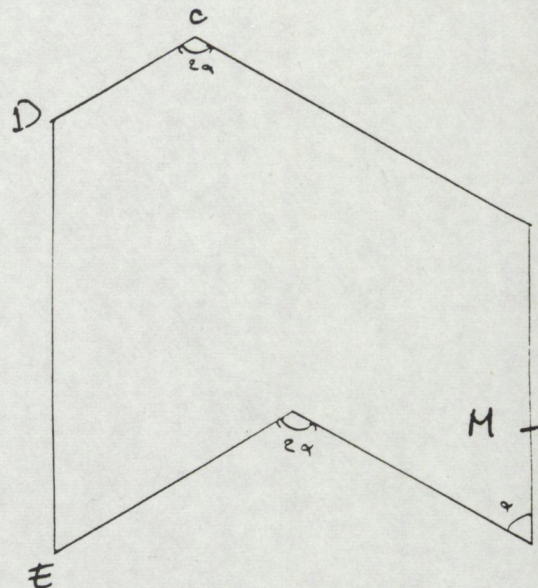
On construit d'abord une droite passant par F et faisant un angle de $\pi/3$ avec AA' , celle-ci rencontre le cercle (O, a) en un point H_1 , la droite (t_1) cherchée est la perpendiculaire à FH_1 en H_1 ,

pour construire avec précision, c'est à dire géométriquement le point M_1 , on fait appel au cercle directeur $(F', 2a)$;

FH_1 prolongée le rencontre en point m_1 , l'intersection de $F'm_1$ et de la tangente (t_1) construite donne le point M_1 cherché.



On se donne le "terrain" suivant :



$AB \parallel DE$ et un point $M \in AB$ tel que $AM = 3$

Modifier l'aspect polygonal de ce terrain, en gérant au mieux les angles.

Pour cela on propose des raccordements de segments de droites avec des arcs de cercle, dont on précisera le centre et le rayon, et des arcs d'ellipse, en construire au moins une ; pour cette dernière courbe on impose que O en soit également son centre, et l'un des deux axes de l'ellipse soit perpendiculaire à une arête du pourtour polygonale.

Mettre en situation cette forme géométrique ainsi construite.

Objectif de cet exercice :

Mettre en application les raccordements de courbes vus en cours ; le fait d'imposer un point sur cette nouvelle lecture permet d'initialiser la recherche ; il n'en reste pas moins valable que les projets sont variés.

Par ailleurs, la construction de l'ellipse n'est pas évidente et demande une bonne analyse de la figure et la connaissance des tracés antérieurs.

Nous laissons au lecteur, dans les exemples présentés, le choix de juger de la compréhension du problème, de sa maîtrise, et de l'originalité du projet.

Conclusion

L'étudiant en Architecture est censé connaître les coniques, leur définition et quelques unes des propriétés permettant ou justifiant certains tracés géométriques.

Aussi, dans cette partie nous avons tenté de créer des séquences didactiques mettant en valeur le "savoir-faire" de l'étudiant en ce qui concerne le tracé de ces courbes sous certaines conditions.

Nous avons mis l'accent sur le nombre optimal de ces conditions. En d'autres termes, étant donné une situation, les conditions données sont-elles suffisantes ou non pour construire la conique, ou bien alors, si elles sont trop nombreuses, quelles relations doivent-elles, elles mêmes, satisfaire ?

En effet, nous savons que les connaissances des objets géométriques pour les étudiants en Architecture se limitent, bien souvent, à la droite, au triangle, au carré, cercle, et quelques polygones simples. En ce qui concerne les coniques, l'étudiant a du mal à les "voir" en tant qu'objet géométrique, mais a plutôt l'habitude d'en voir une représentation à partir de leurs expressions algébriques.

C'est donc à la conique, en tant qu'objet géométrique que nous sommes attachés, et ce sont ses propriétés géométriques qui ont été utilisées comme "outil" pour les générer... éventuellement sous certaines conditions.

Si nous cherchions à analyser, donc à évaluer la transmission du savoir, il semble que les étudiants aient été "inspirés" par ces formes, et leur mode de construction, puisque tous ont réalisé des projets intégrant ces tracés, sous un mode libre, ou en en acceptant des contraintes.

CONCLUSION

GÉNÉRALE

Le propos de ce rapport était d'exposer des séquences didactiques visant à l'assimilation de certains concepts mathématiques nécessaires à des étudiants en Architecture.

Les thèmes abordés peuvent paraître, pour certains, d'un niveau assez élémentaire, cependant l'expérience prouve qu'il n'en est rien, car ces concepts ne seront assimilés que s'ils permettent de résoudre des problèmes et, mieux encore, d'en poser d'autres !

Pour cela, il faudra répéter et varier les situations où l'"objet" mathématique va être actif, c'est-à-dire opérationnel.

Les séquences proposées admettent de nombreuses variantes auxquelles on peut facilement penser; on peut également en imaginer de nombreux prolongements. C'est ce que j'appelais auparavant des exercices de type "ouvert" : l'orientation est suggérée par les premières questions, l'étudiant a la possibilité de travailler sur le "terrain", et de prendre à son compte le final de son projet tout en étant capable d'en maîtriser son exécution (calcul des paramètres de la structure, connaissance des tracés, ..).

Ce genre d'exercice peut être un des facteurs d'évaluation dans l'acquisition du savoir transmis. Il est certain que lorsque j'avais proposé l'exercice sur les trames, après de nombreux exercices sur le calcul vectoriel, je pensais que la plupart des étudiants y auraient eu recours ; l'outil trigonométrique limitant la complexité des projets !

Par ailleurs, un des objectifs de ces séquences, est aussi de faire appel à l'imaginaire des étudiants : projets, et, par là, de montrer que la connaissance mathématique est "créatrice" de formes géométriques, plastiques, architecturales que l'étudiant est à même d'analyser, de combiner.

Il resterait à souhaiter que cette recherche puisse se compléter tant dans sa rédaction que dans sa production de séquences utilisant d'autres supports (audio-visuel par exemple), et que par ailleurs elle puisse s'étendre et se poursuivre sur d'autres thèmes mathématiques, liés au domaine architectural, et tout aussi féconds en réflexions et porteurs de dialectique objet-outil.

Annexe 1

Travaux d'étudiants sur le calcul de structures régulières

1. Projeet et Execution.

1a. Axonométrie

1b. Coupes

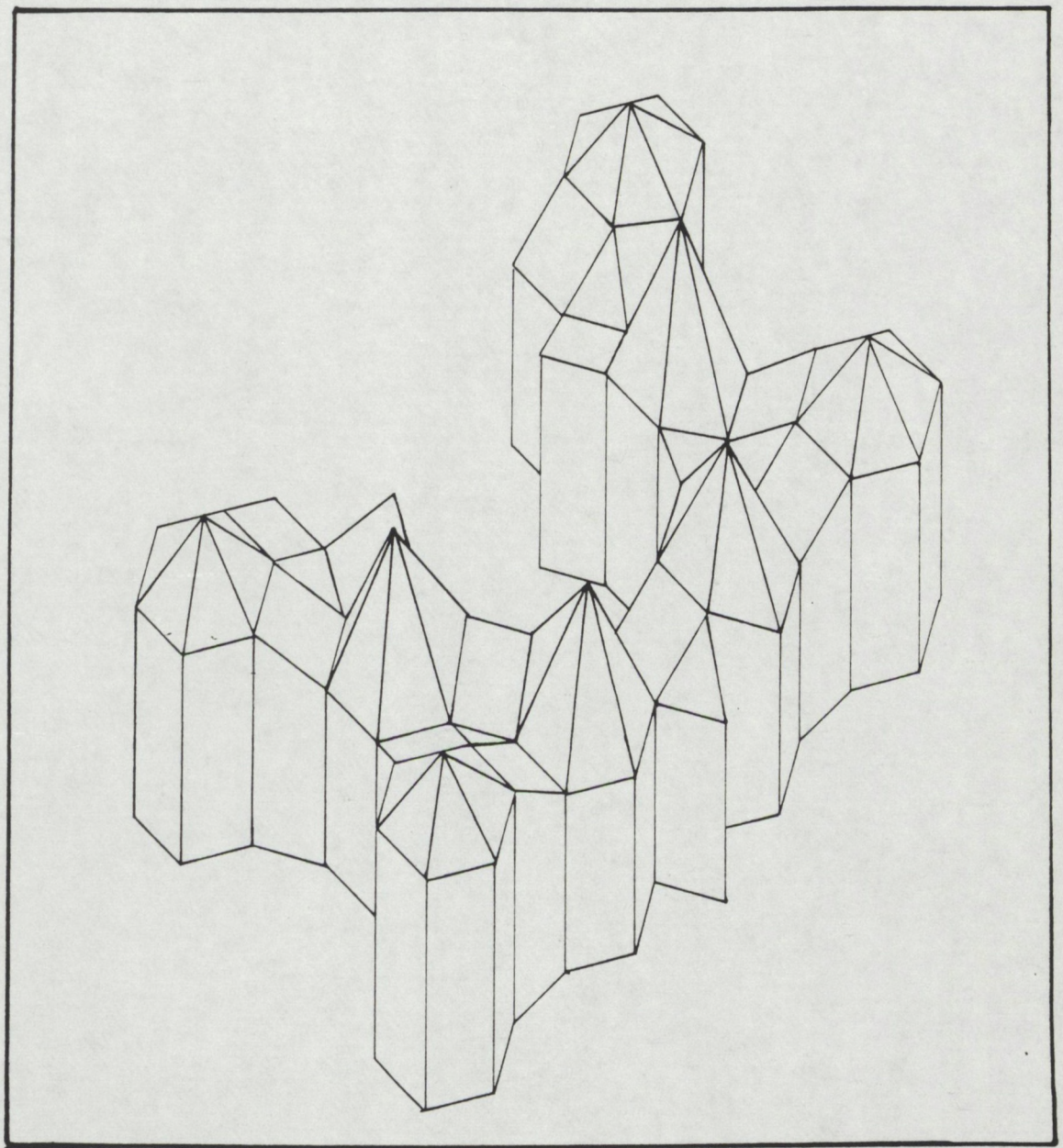
• longitudinale

• transversale

1c. Plan

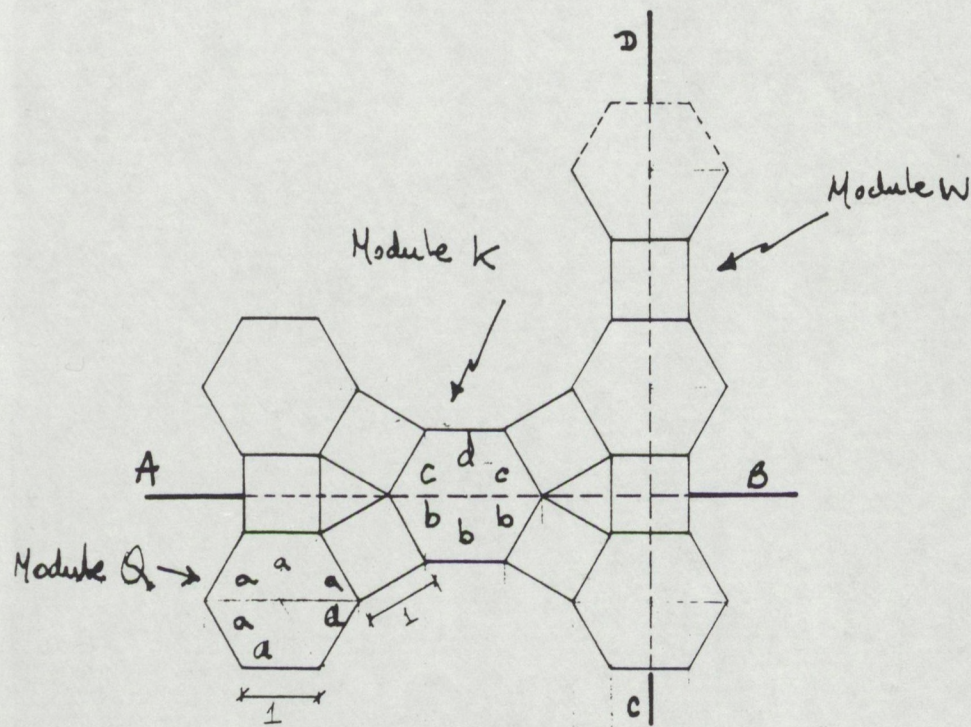
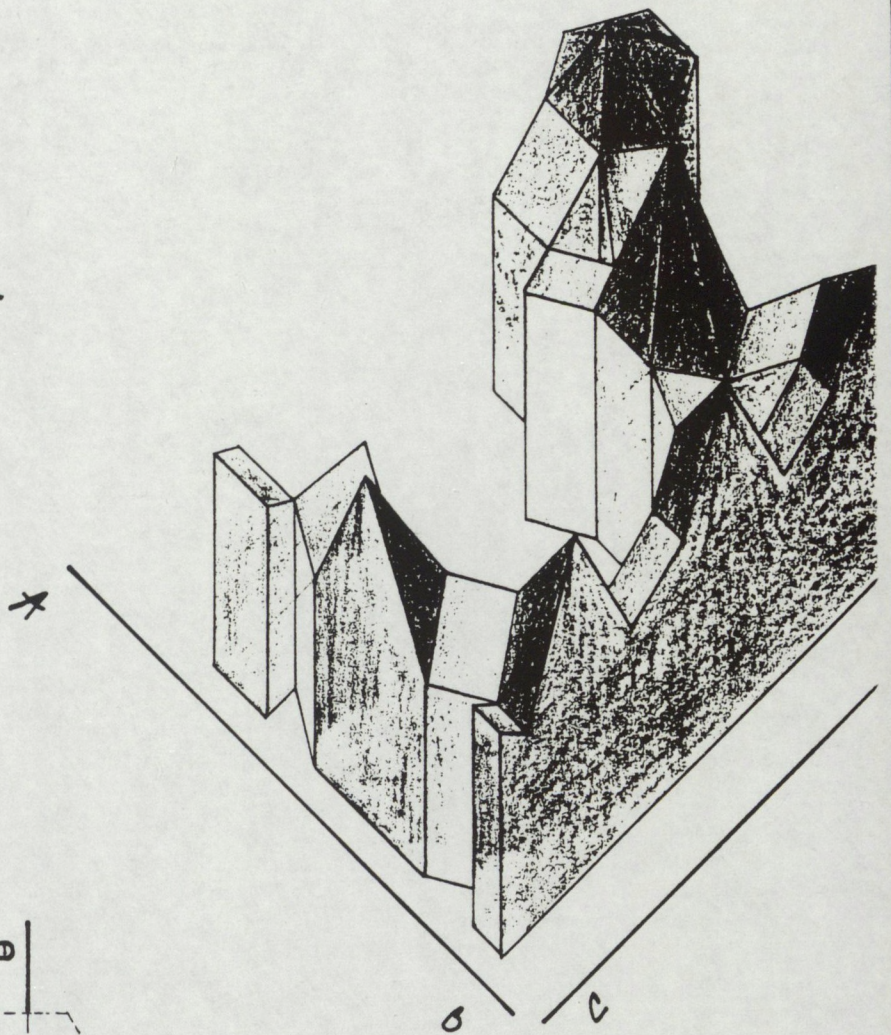
1d. Elevation

Maria Corina
RAMIREZ.

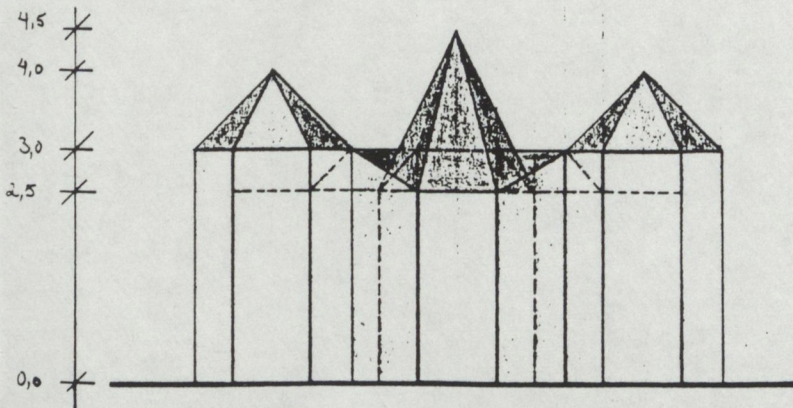


Coupe Transversale AB

Coupe Longitudinale CD



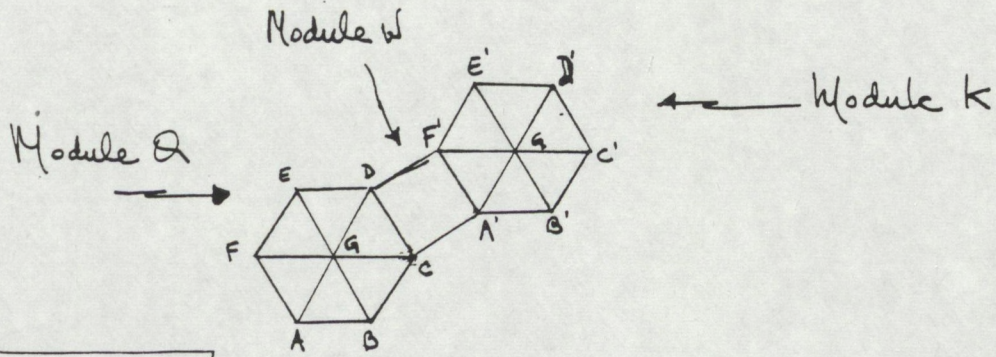
Plan du Projet



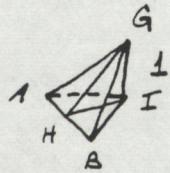
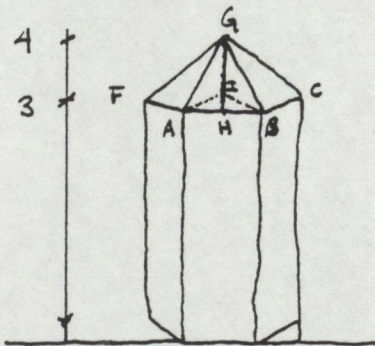
Elevation façade AB

2a- Evaluation de la Surface Courante

2b.- Evaluation des Directrices de l'Ensemble

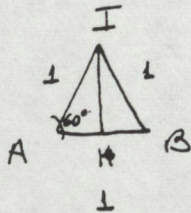


Module Q



Superficie du toit = 6 fois l'aire du triangle AB

$$\text{Aire du } \triangle ABG = \frac{AB \times HG}{2} = \frac{1 \times HG}{2}$$



$$HI = \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$$

$$\text{Aire du } \triangle HIG = \frac{0,87 \times 1}{2} = 0,43$$

$$6 \left(\frac{AB \times HG}{2} \right) = 6 \left(\frac{1 \times 1,32}{2} \right) = 6(0,66)$$

$$HG^2 = HI^2 + GI^2$$

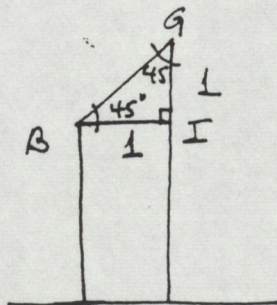
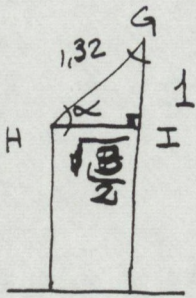
$$HG^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + 1$$

$$\text{Superficie Courante} = \text{Aire du toit} = 3,97 \text{ m}^2$$

$$HG^2 = \frac{3}{4} + 1$$

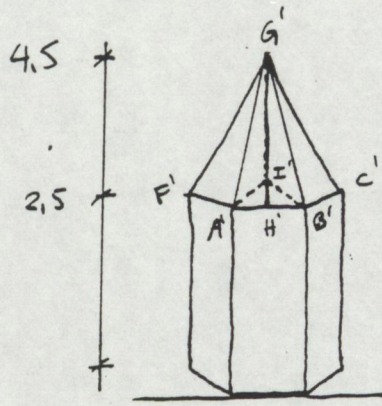
$$HG = \sqrt{\frac{7}{4}} = 1,3$$

Pente des triangles ABG = l'angle α

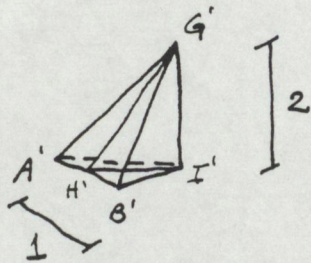


Module K

... Suite ...

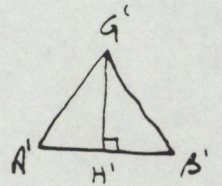


I- Triangles $F'G'A' = A'G'B' = B'G'C'$



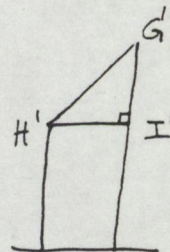
① ... $AG' = BG'$
 $A'G'^2 = 2^2 + 1^2 = 5$
 $AG' = \sqrt{5} = 2,24$

② ... $H'I'^2 = 1^2 - 0,5^2$
 $H'I'^2 = 1 - 0,25$
 $H'I' = \sqrt{0,75} = 0,87$



③ ...

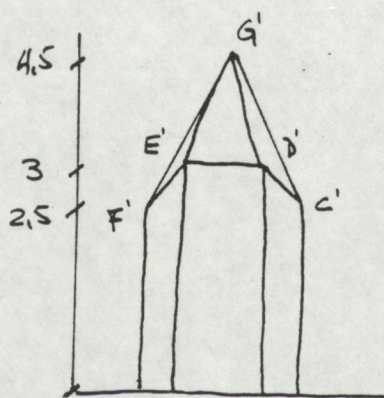
$G'H'^2 = 2^2 + \sqrt{0,75}^2$
 $G'H'^2 = 4 + 0,75$
 $G'H' = \sqrt{4,75} = 2,18$



Aire d'un des triangles $F'G'B' = \frac{A'B' \times G'H'}{2} = \frac{1 \times 2,18}{2}$

$A'G'B' = 1,09$

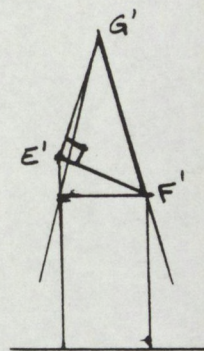
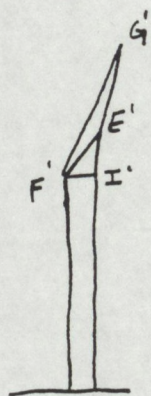
... Suite ...



II Triangles $F'G'E' = C'G'D'$

① ... $F'G' = A'G' = B'G' = C'G' = \sqrt{5} = 2,25$

② ... $F'E'^2 = E'I'^2 + F'I'^2$
 $F'E'^2 = 0,5^2 + 1^2$
 $F'E'^2 = 0,25 + 1$
 $F'E' = \sqrt{1,25} = 1,12$



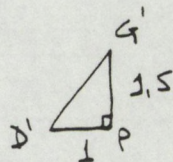
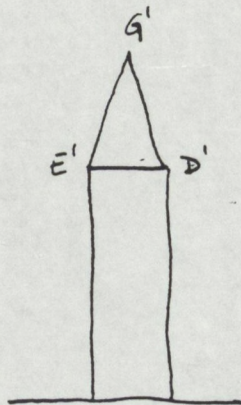
③ ... $E'G' = D'G' = 1,8$

Aire d'un triangle $F'G'E' = \frac{E'F' \times E'G'}{2} = \frac{1,12 \times 1,8}{2} = 1$

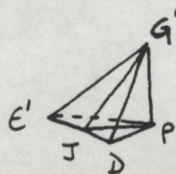
III Triangle $E'G'D'$

① ... $E'D' = 1$

② ... $E'G' = D'G'$
 $D'G'^2 = 1,5^2 + 1^2$
 $D'G'^2 = 2,25 + 1$
 $D'G'^2 = 3,25$
 $D'G' = \sqrt{3,25} = 1,8$



③ ... $G'J'$



$G'J'^2 = E'G'^2 - E'J'^2$
 $G'J'^2 = \sqrt{3,25}^2 - 0,5^2$
 $G'J'^2 = 3,25 - 0,25$
 $G'J'^2 = 3$
 $G'J' = \sqrt{3} = 1,73$

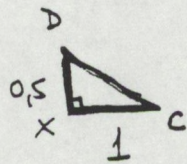
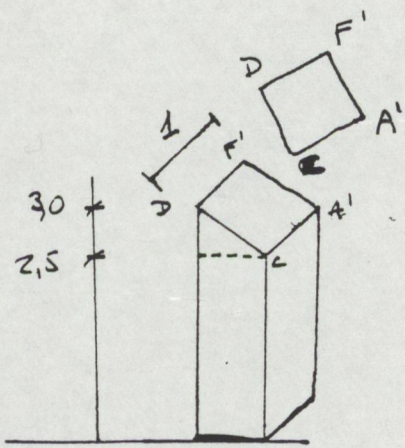
... Suite...

$$\text{alors l'aire du triangle } E'G'D' = \frac{E'D' \times G'D'}{2} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2} \\ = 0,87 //$$

Superficie du toit Module K = Σ des aires des Δ

$$\text{Aire des } \Delta_s = \underbrace{F'G'A'} + \underbrace{A'G'B'} + \underbrace{B'G'C'} + \underbrace{F'G'E'} + \underbrace{C'G'D'} + E'G \\ = 1,09 + 1,09 + 1,09 + 1 + 1 + 1,8 \\ = 7,07 //$$

Module W:



Selon Pythagore:

$$DC^2 = xC^2 + xD^2$$

$$DC^2 = 1 + 0,25$$

$$DC = \sqrt{1,25} = 1,12 //$$

Aire du toit du Modul w =

$$CA' \times DC = 1 \times 1,12 = 1,12 //$$

Superficie Couvrante de l'Ensemble:

$$\begin{aligned} \rightarrow & 4 \text{ fois Superficie du toit Module Q} \\ & = 4 (3.97 \text{ m}^2) = \underline{15.88 \text{ m}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} & 2 \text{ fois Superficie du Toit Module K} \\ & = 3 (1.09 \text{ m}^2) + 2 (1 \text{ m}^2) + 1 (0.87 \text{ m}^2) \\ & = 3.27 \text{ m}^2 + 2 \text{ m}^2 + 0.87 \text{ m}^2 \\ & = \underline{6.14 \text{ m}^2} \end{aligned}$$

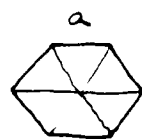
$$\begin{aligned} \xrightarrow{+} & 7 \text{ fois toit du Module W} \\ & = 7 (1.12 \text{ m}^2) \\ & = \underline{7.84 \text{ m}^2} \end{aligned}$$

$$\text{Superficie Couvrante Totale} = \underline{29.86 \text{ m}^2}$$

Directrice de l'Ensemble:

→ Directrices Module Q et k : $n=6$
 $a=1$

$$A = \frac{1}{4} n \cdot a^2 \frac{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$



$$A = \frac{1}{4} (6) \times (1)^2 \cdot \frac{\cos 30}{\sin 30}$$

$$A = \frac{3}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}/2}{1/2}$$

$$A = \frac{3}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2,6$$

→ Directrice Module W :



$$A = a^2 = 1$$

Directrices de l'ensemble

$$[6 \times \text{Aire Module Q (k)}] + (7 \times \text{Aire Module W})$$

$$6 (2,6) + 7 (1) = 15,6 + 7 = 22,6 \text{ m}^2$$

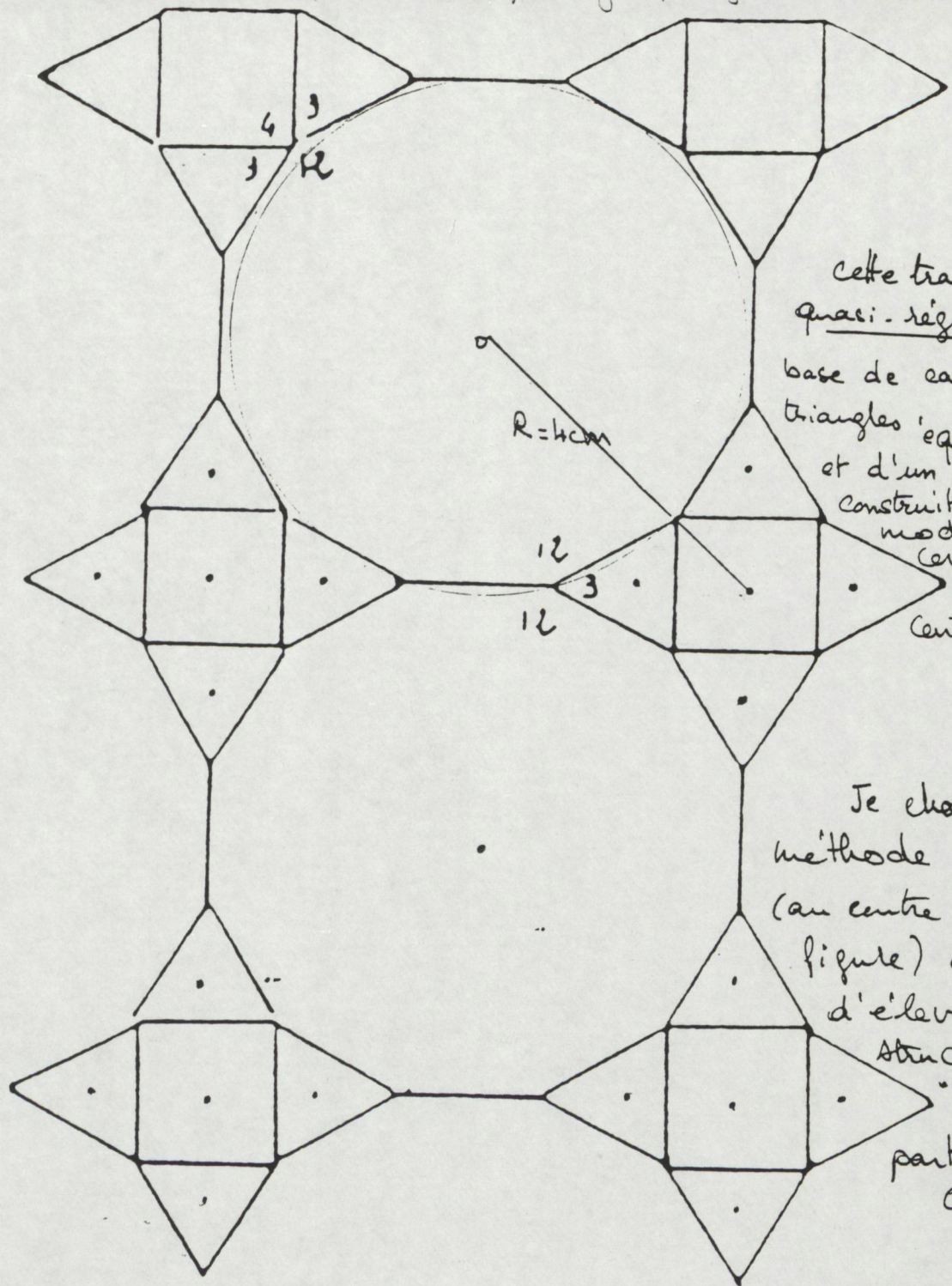
$$\text{Superficie du sol} = 22,6 \text{ m}^2$$

$$\text{Superficie du toit} = 29,86 \text{ m}^2$$

LES Polygones

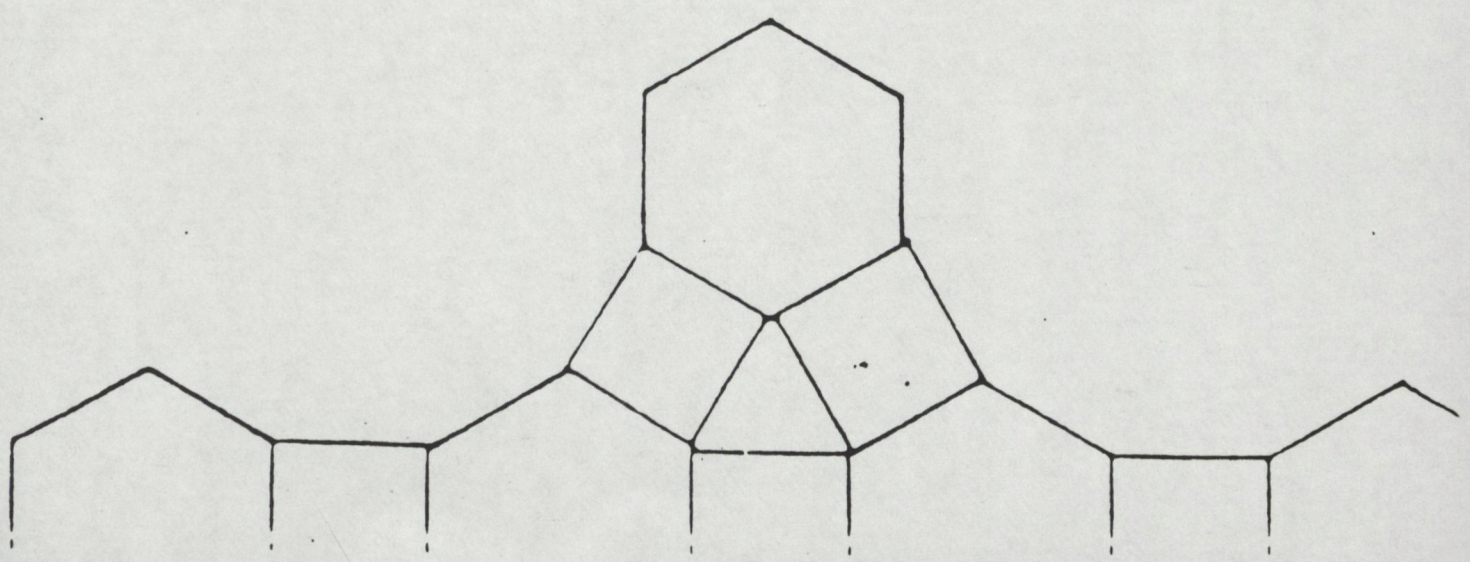
Projet d'élevation de "toiture" à base de triangle à partir d'une trame semi ou quasi régulière de pavage.

- ①. choisir une partie de la trame de pavage.
- ②. Recouvrir cette trame par des triangles 2 à 2 adjacents non coplanaires.
- ③. En donner une représentation axonométrique vues et coupes dans des plans choisis.
- ④. On a nécessairement 2 hauteurs h_1 et h_2 (éventuellement h_3), Afin d'évaluer la surface de la structure couvrante ainsi que l'angle entre les triangles -
- ⑤. Dans le cas de l'utilisation en dua du pavage, il y a "déformation" à cause de l'élevation.
le nœud est situé au centre du polyg. dans l'ancien pavage -
les arêtes sont la liaison entre 2 nœuds si ils proviennent de 2 polygones adjacents.



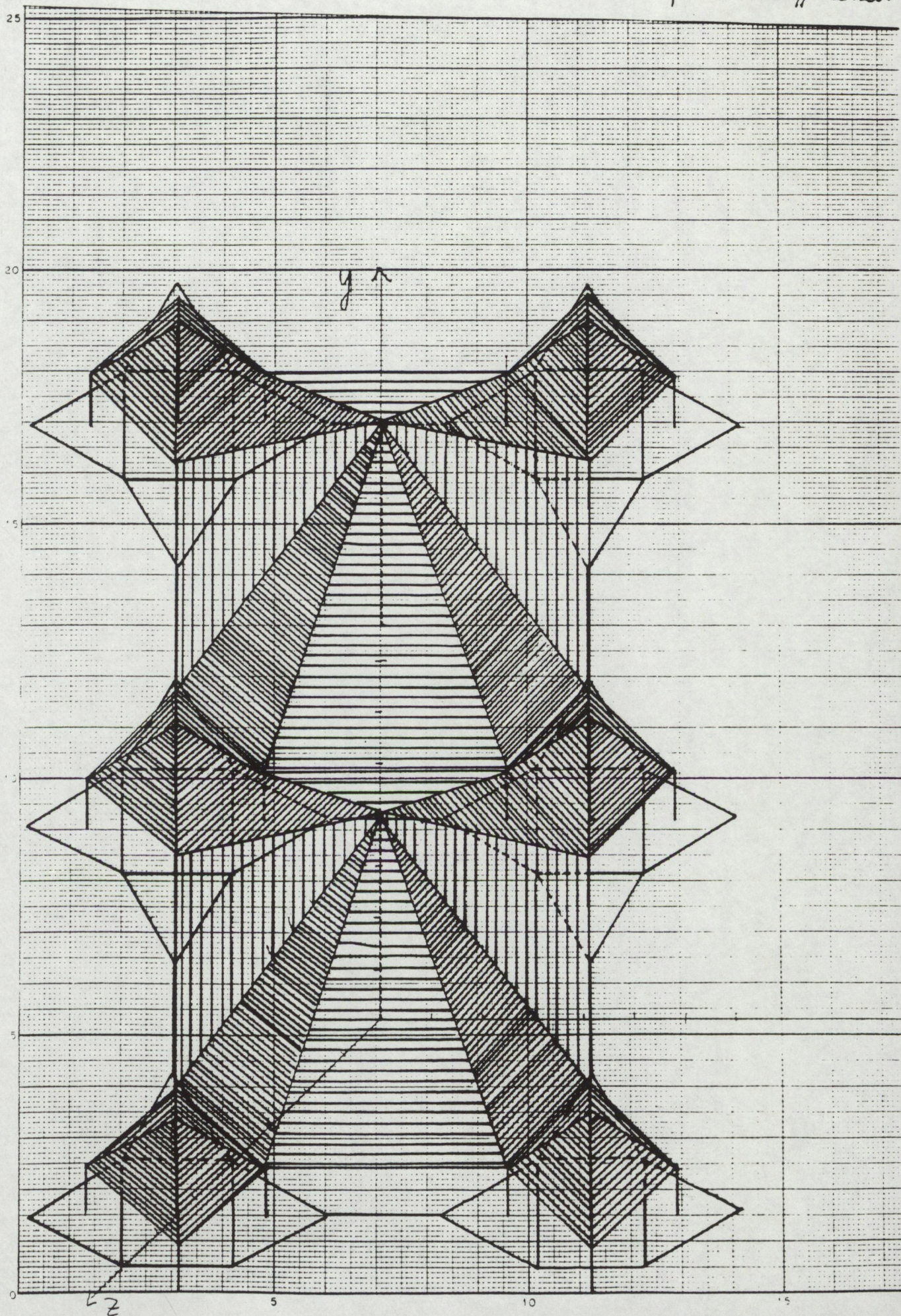
Cette trame est
quasi-régulière :
 base de carrés, de
 triangles équilatéraux
 et d'un dodécaèdre
 construit sur le
 modèle de
 cercle de
 4 et d
 Centre O

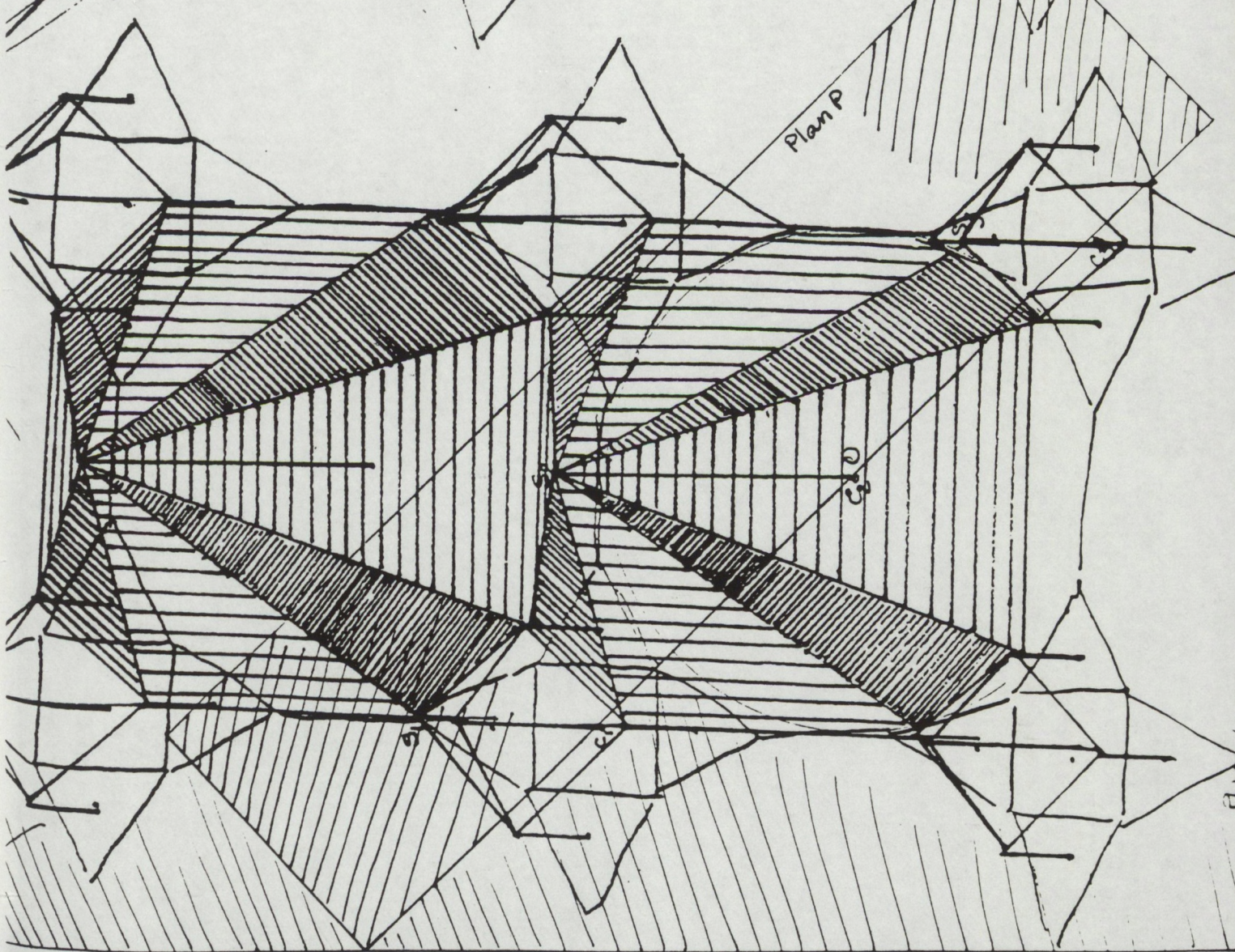
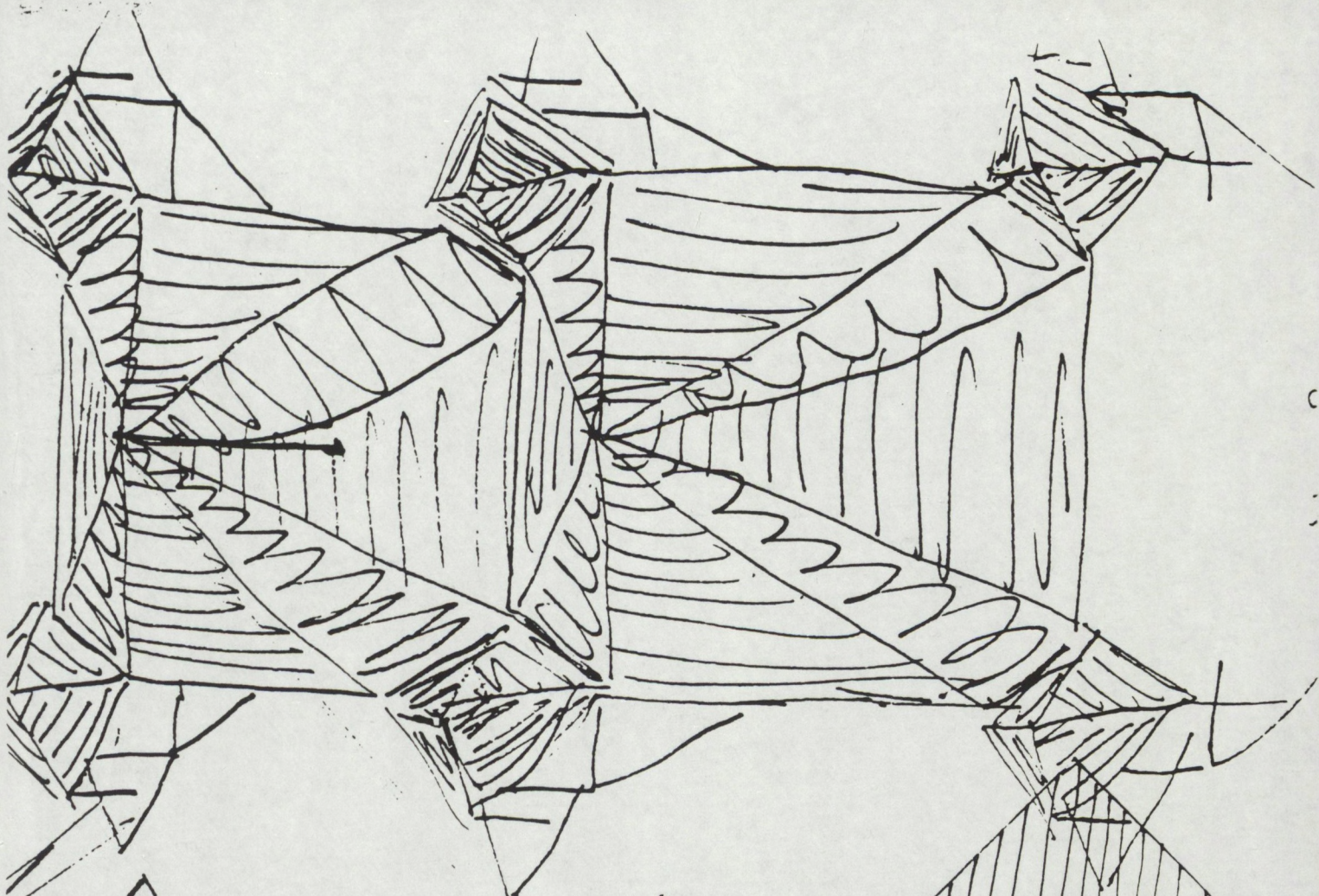
Je choisis la
 méthode des ϵ
 (au centre de la
 figure) afin
 d'élever ma
 structure
 "pilote"
 partant de
 centres



C. REPRESENTATION de mon elevation.

Utilisation de trois triangles distincts
pour la toiture,
soit trois hauteurs de pilotis différentes.





Arch 11.01

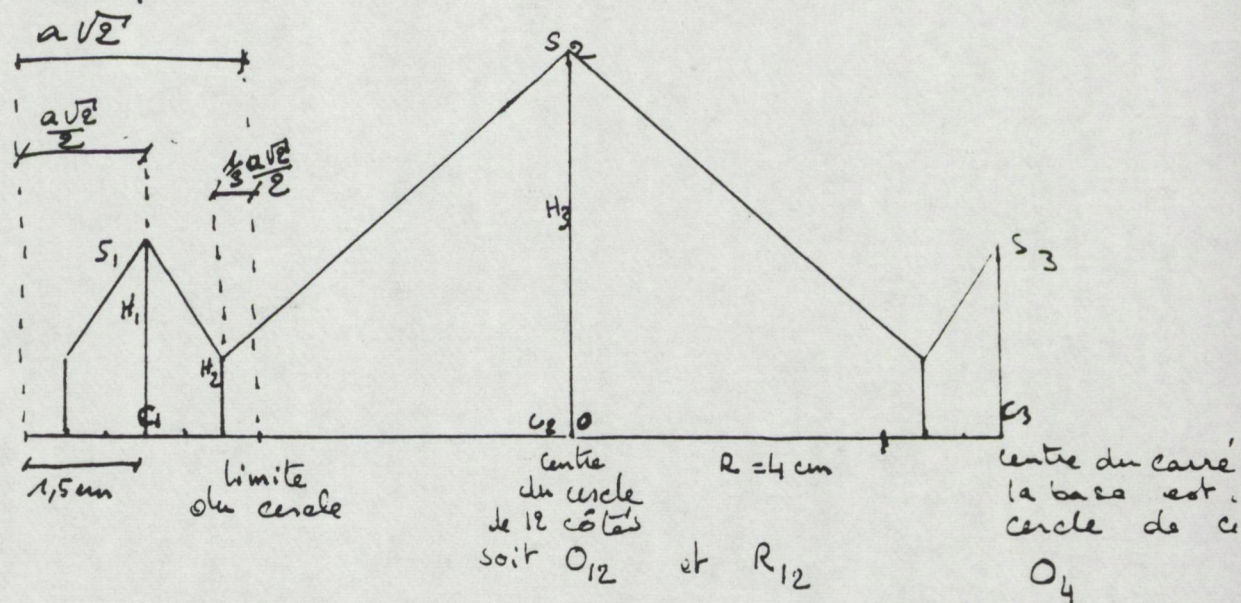
④ - Choisissons de travailler
sur la figure 2 :

* le pavage initial se trouve dans le plan horizontal

* Opérons une coupe à l'aide du Plan P perpendiculaire au plan horizontal, et passant par le centre (duals) ^{des figures} du pavage initial : à savoir le milieu d'un premier carré, le milieu du dodécagone C_2 (ou centre du cercle), le milieu du carré diamétralement opposé au premier C_3 .

* La coupe étant perpendiculaire au pavage, elle passe non seulement par les centres C_1, C_2 mais aussi par les sommets qui les accompagnent S_1, S_2 et S_3 .

(voir page suivante)



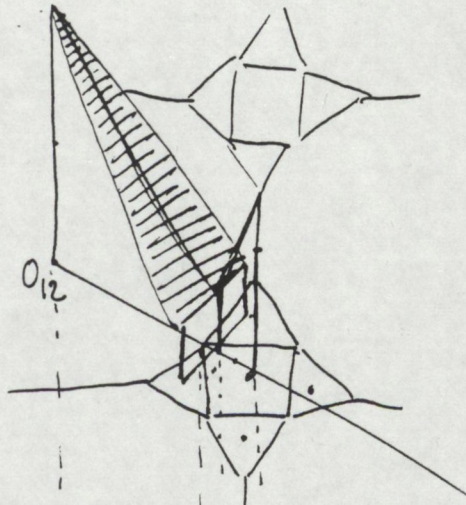
* les différentes hauteurs des pilotis

sont $H_1 = 2,5 \text{ cm}$

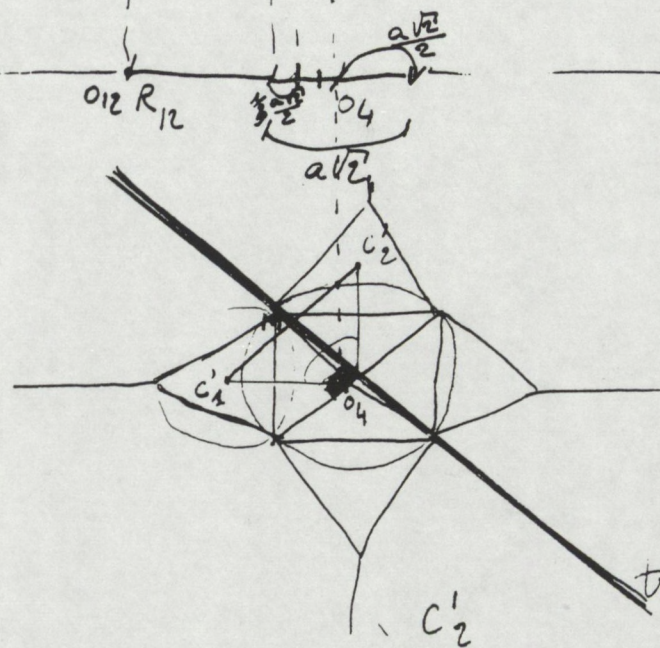
$H_2 = 1 \text{ cm}$

$H_3 = 5 \text{ cm}$

Suite du ④ - Courbe (Rembours, Sommets, centres)



* en rouge, trajet de la courbe
* Bleu, élévation.

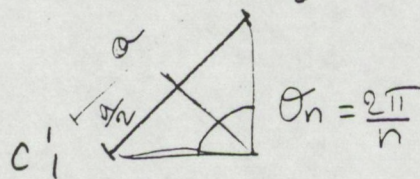


$$\widehat{C_1' O_4 C_2'} = 45^\circ$$

$$C_1' C_2' = a$$

$$\frac{a}{2} = \widehat{C_2' O_4 M} = \widehat{M C_2'}$$

trajet de la courbe

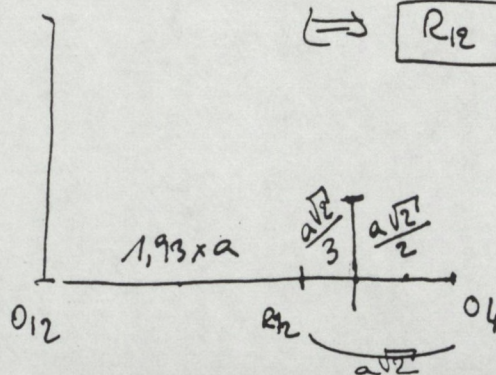


$$\text{Or } \sin \frac{\theta_n}{2} = \frac{a/2}{R_{12}}$$

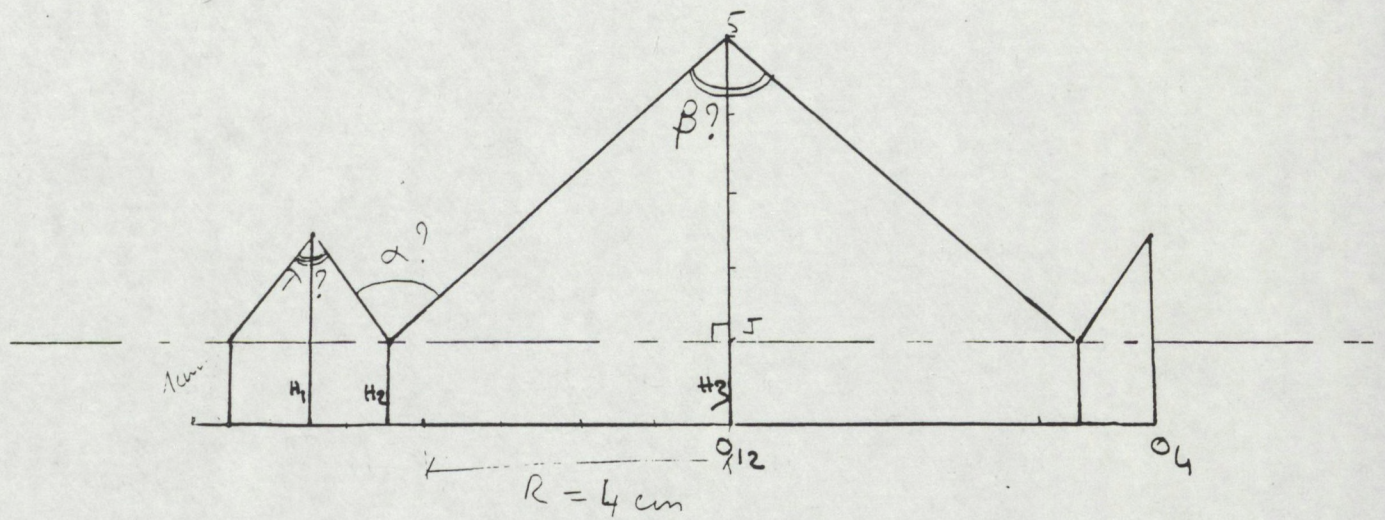
$$\Leftrightarrow R_{12} = \frac{a}{2} \times \frac{1}{\sin \frac{\theta_n}{2}}$$

$$\Leftrightarrow R_{12} = \frac{a}{2} \times \frac{1}{\sin \frac{\pi}{12}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{R_{12} = a \times 1,93}$$



Suite du 4 - Angles



* Nous avons 3 hauteurs $H_1 = 2,5 \text{ cm}$
 $H_2 = 1 \text{ cm}$
 $H_3 = 5 \text{ cm}.$

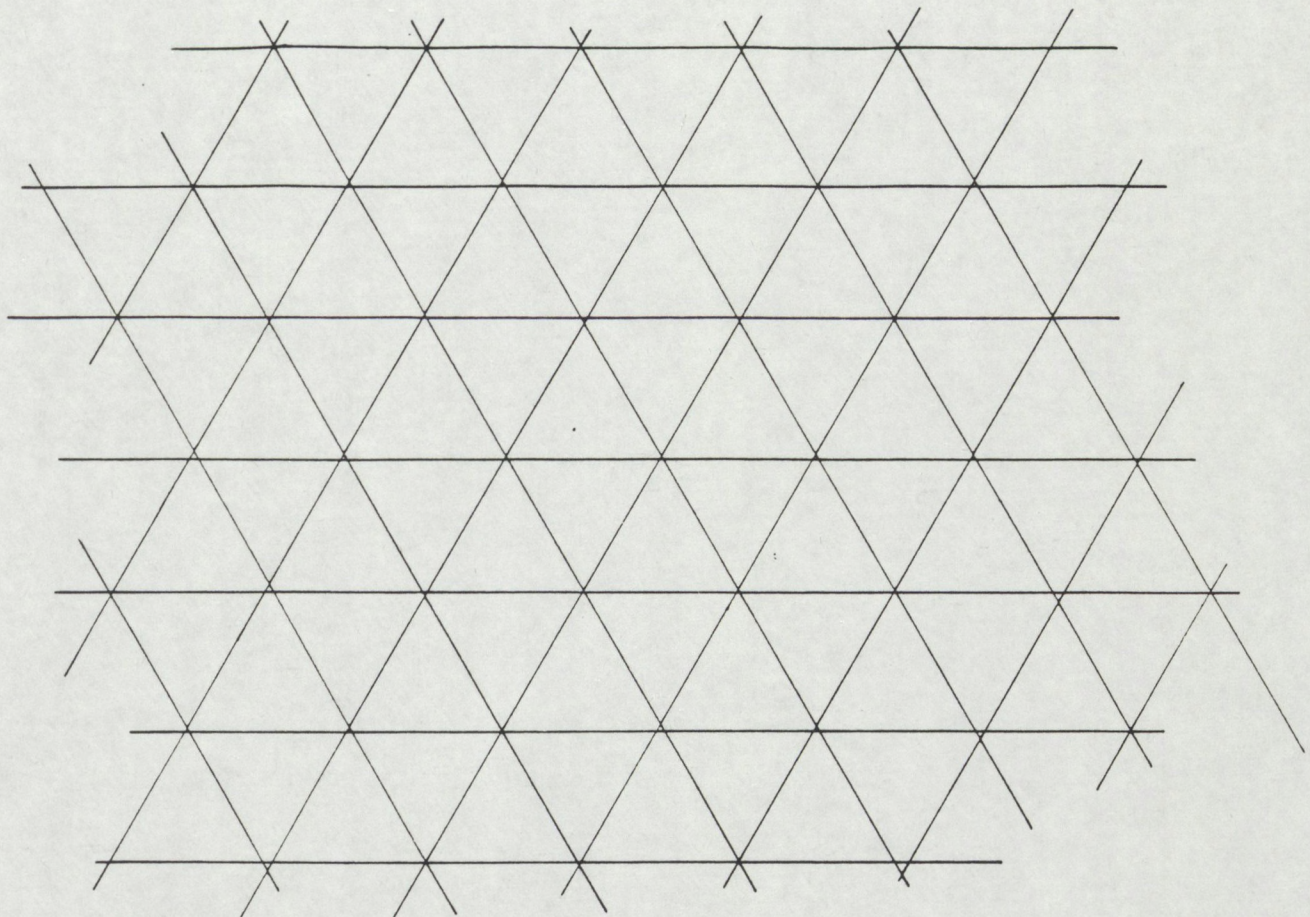
* Nous avons 3 angles inconnus qui articulent les
 toitures : α , β , λ .

$$\begin{cases} \alpha = 83^\circ \\ \beta = 97,5^\circ \\ \lambda = 73^\circ \end{cases}$$

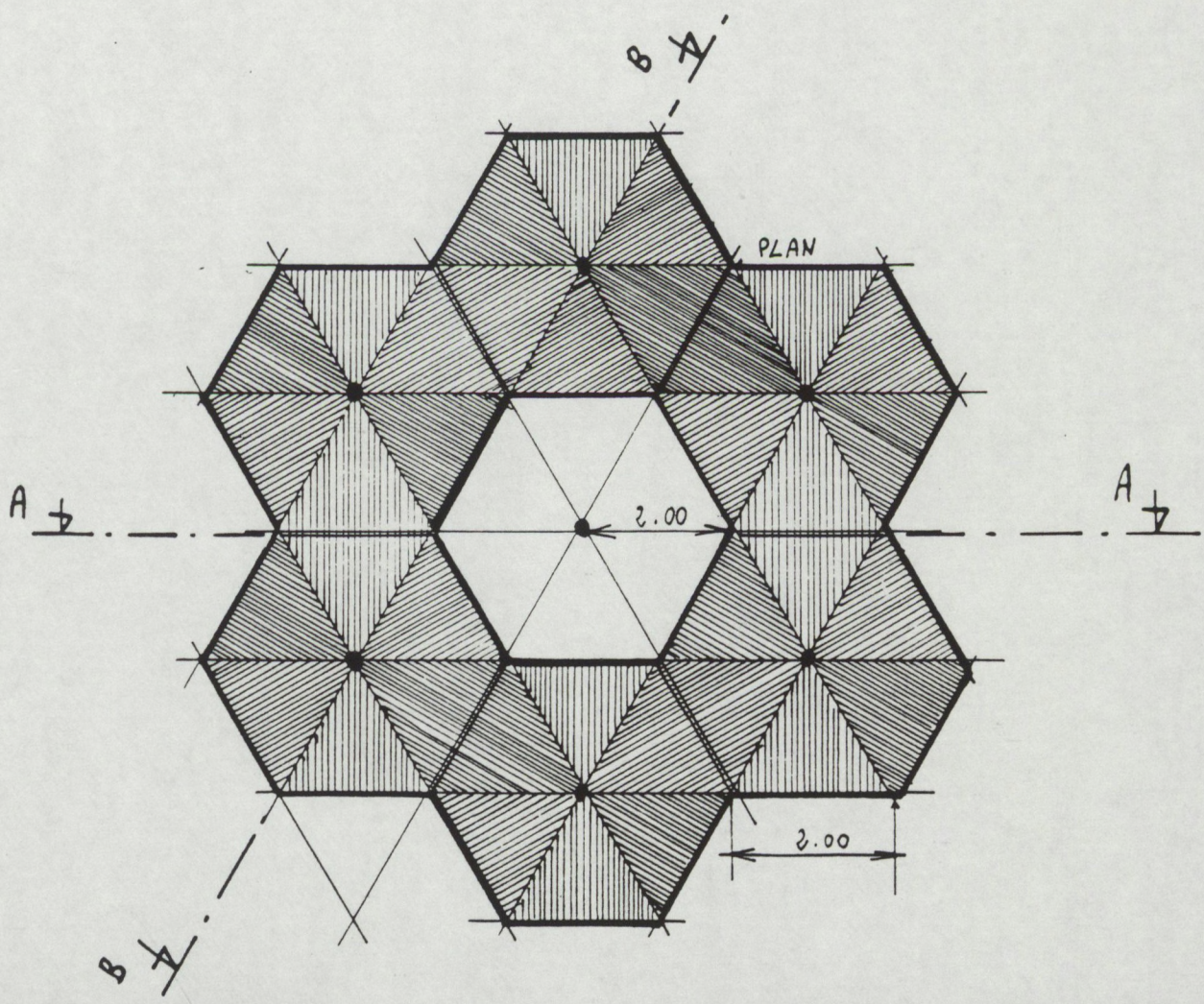
STAND D'EXPOSITION.

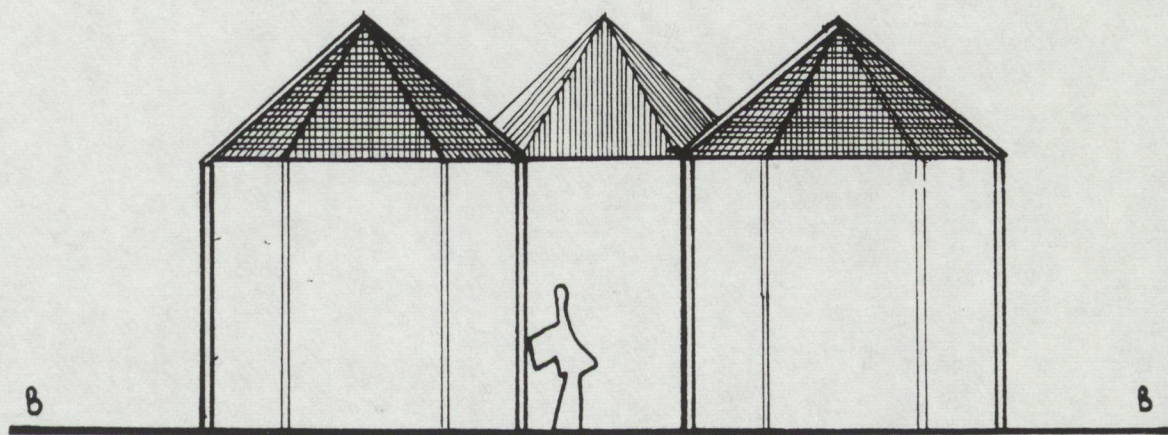
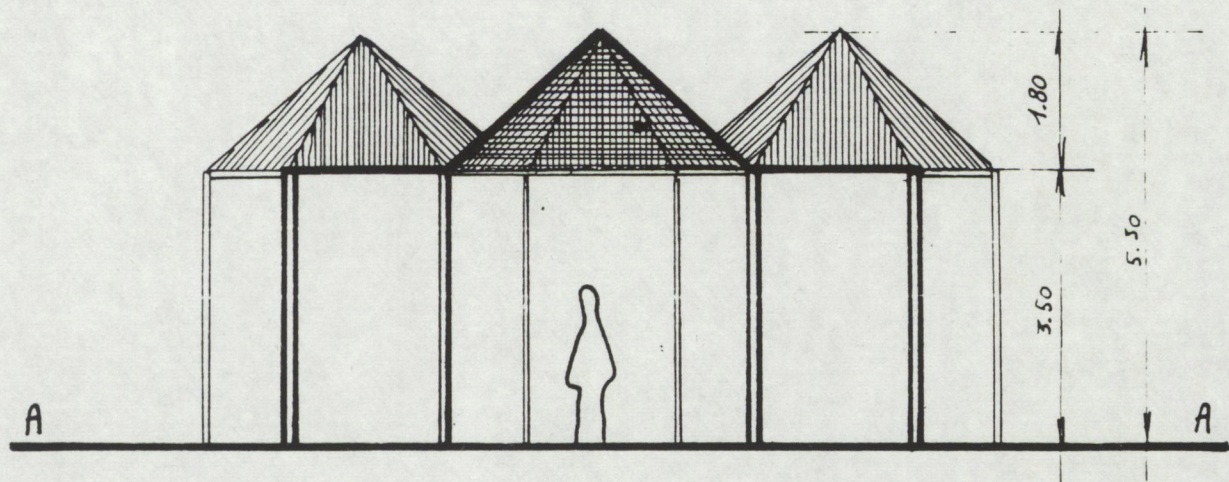
Création d'un petit stand d'exposition dont la couverture repose sur une trame régulière.

Frédéric FRÉDOUT

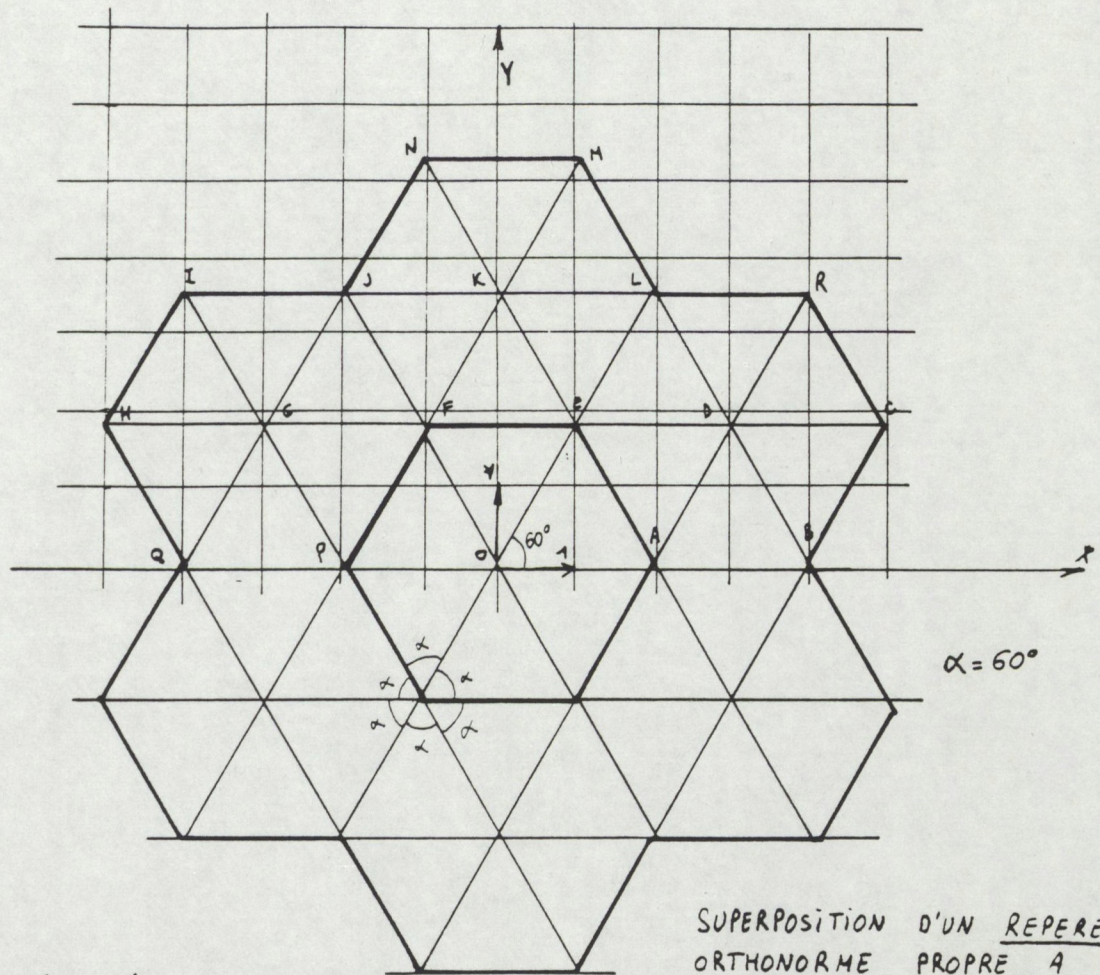


TRAME DE BASE

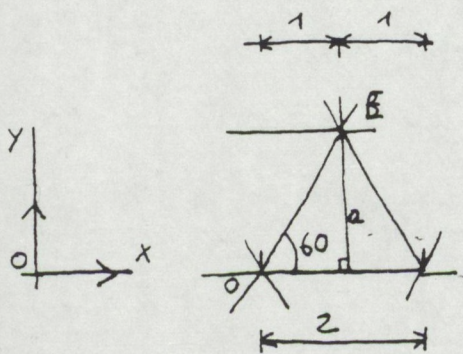




CALCULS POUR VISUALISATION INFORMATIQUE



SUPERPOSITION D'UN REPERE
ORTHONORME PROPRE A
LA SAISIE INFORMATIQUE
DES POINTS



Utilisation des calculs trigonométriques pour déterminer les coordonnées des points.

$$\tan 60 = \frac{a}{1}$$

donc $a = 1,7$

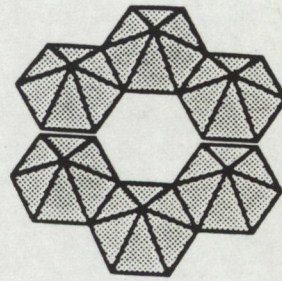
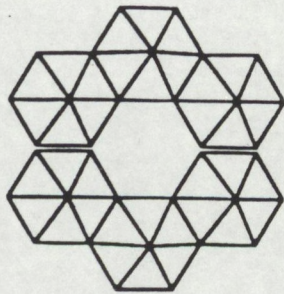
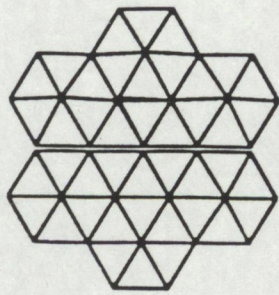
$E(1; 1,7) \dots \text{etc} \dots$

POINTS	X	Y	Z
A	2	0	0
B	4	0	0
C	5	1,7	0
D	3	1,7	2
E	1	1,7	0
F	-1	1,7	0
G	-3	1,7	2
H	-5	1,7	0
I	-4	3,4	0

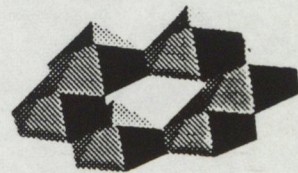
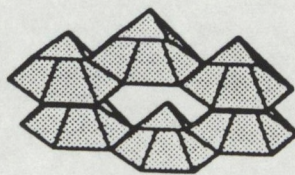
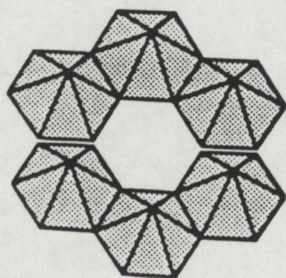
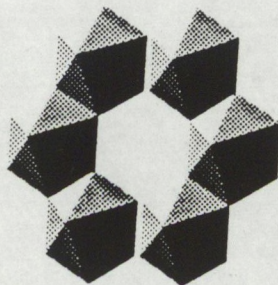
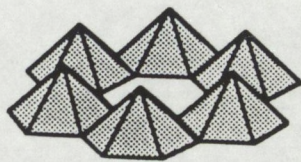
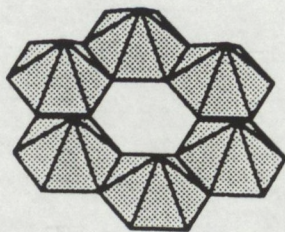
POINTS	X	Y	Z
J	-2	3,4	0
K	0	3,4	2
L	2	3,4	0
M	1	5,1	0
N	-1	5,1	0
O	0	0	0
P	-2	0	0
Q	-4	0	0
R	4	3,4	0

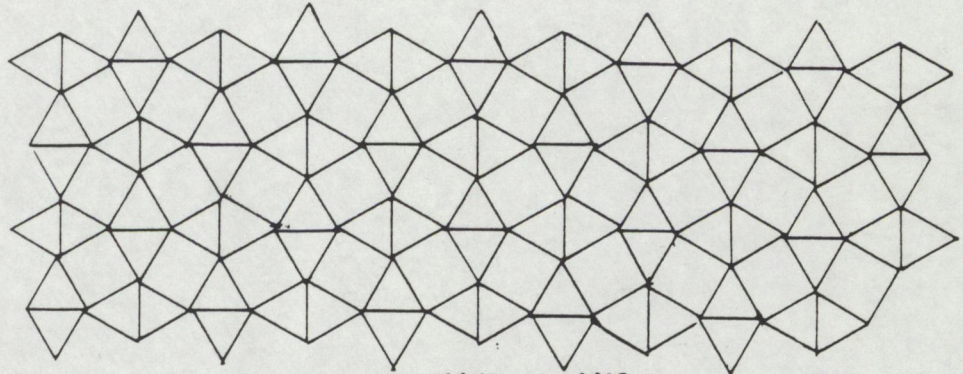
MARCHE COUVERT

Couverture d'une place de marché dont la structure est appuyée sur une trame quasi-régulière.

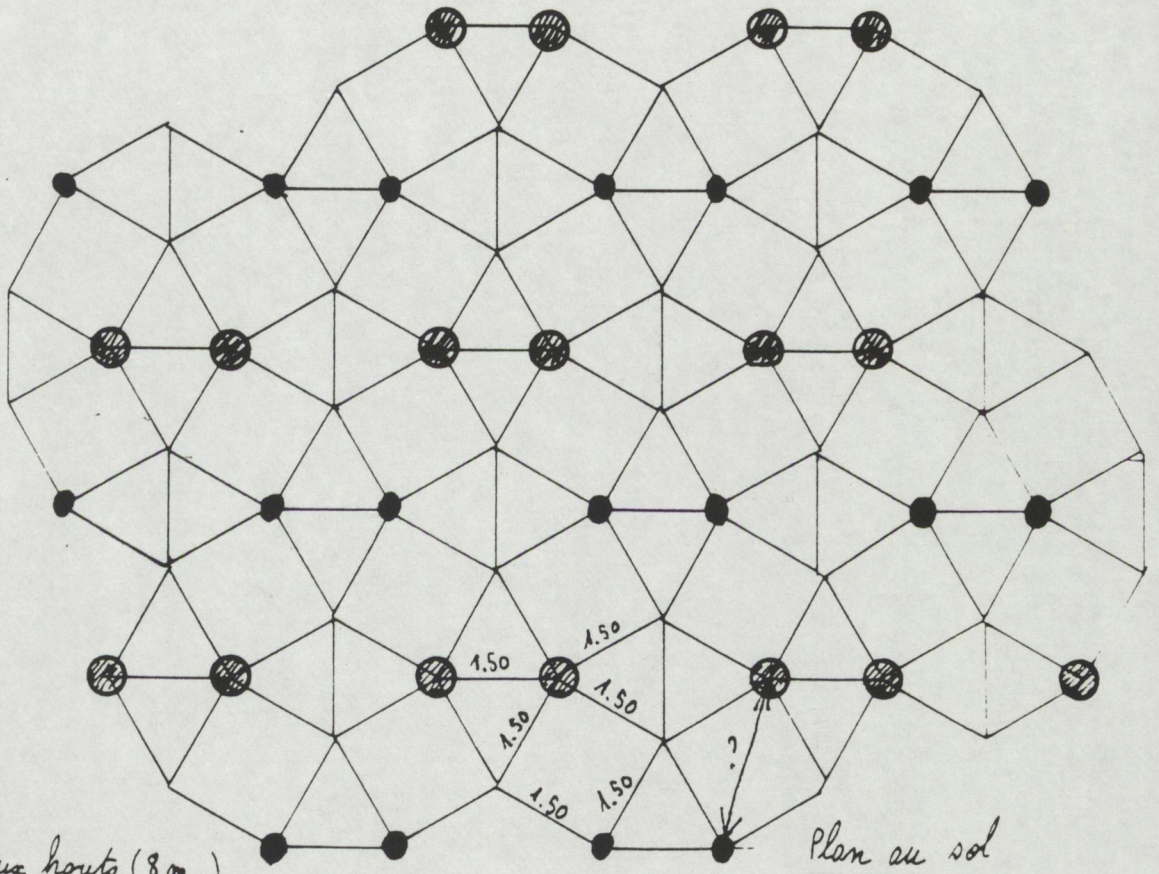



VISUALISATION INFORMATIQUE






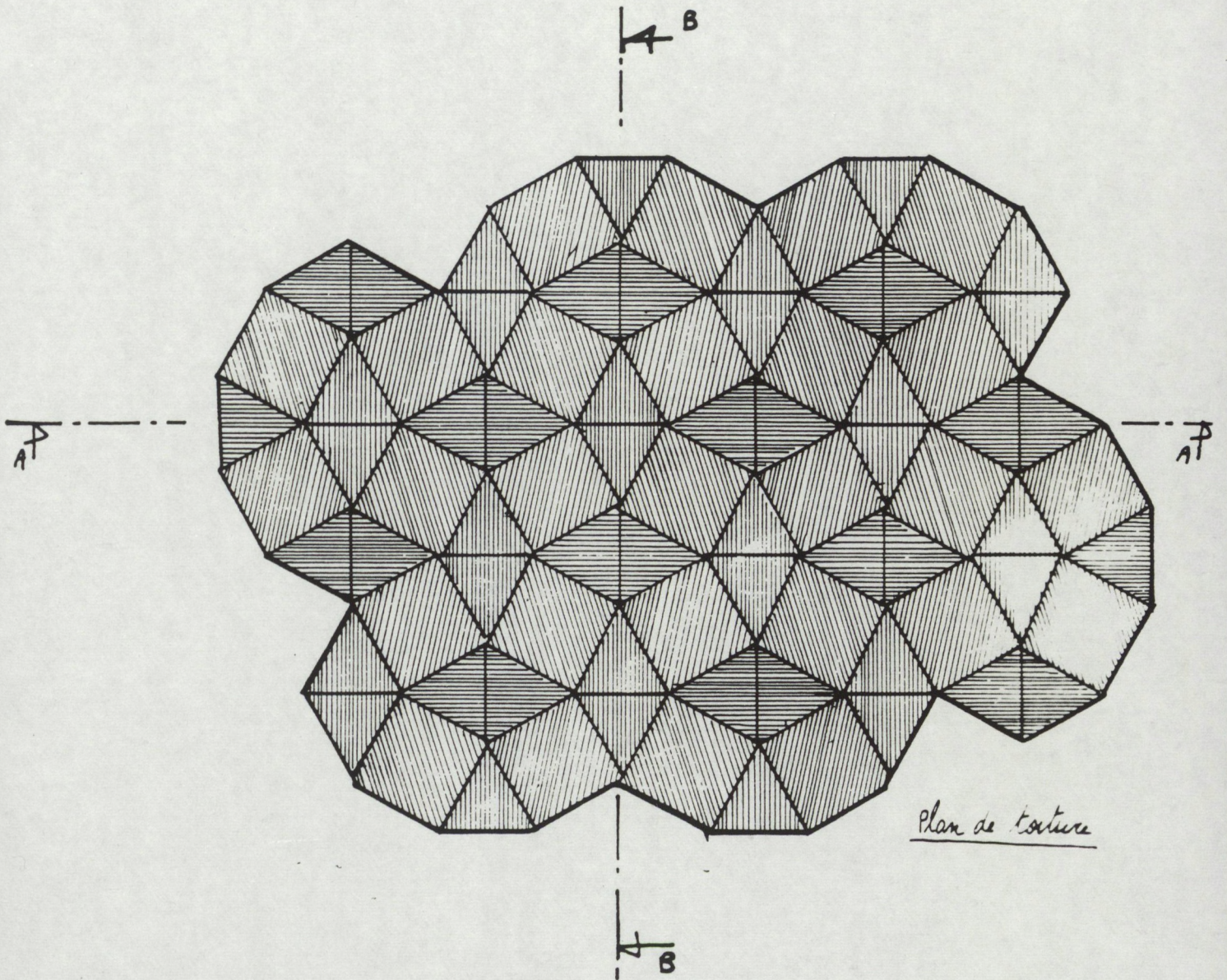
TRAME DE BASE



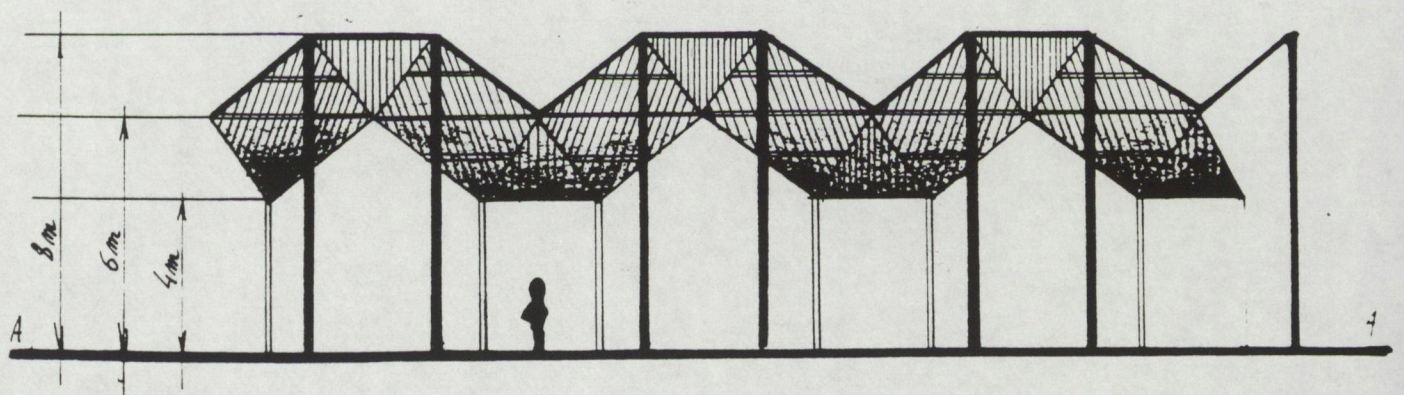
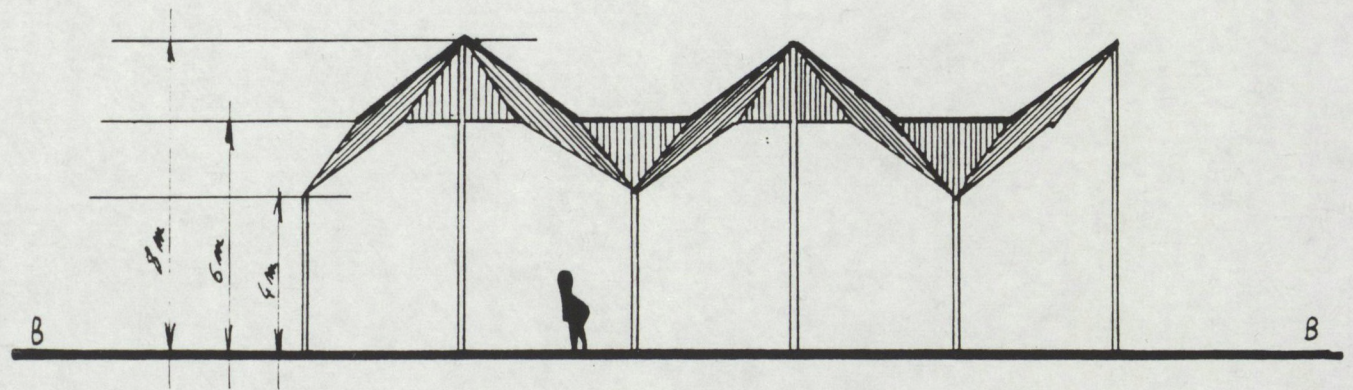
 Poteaux hauts (8 m)

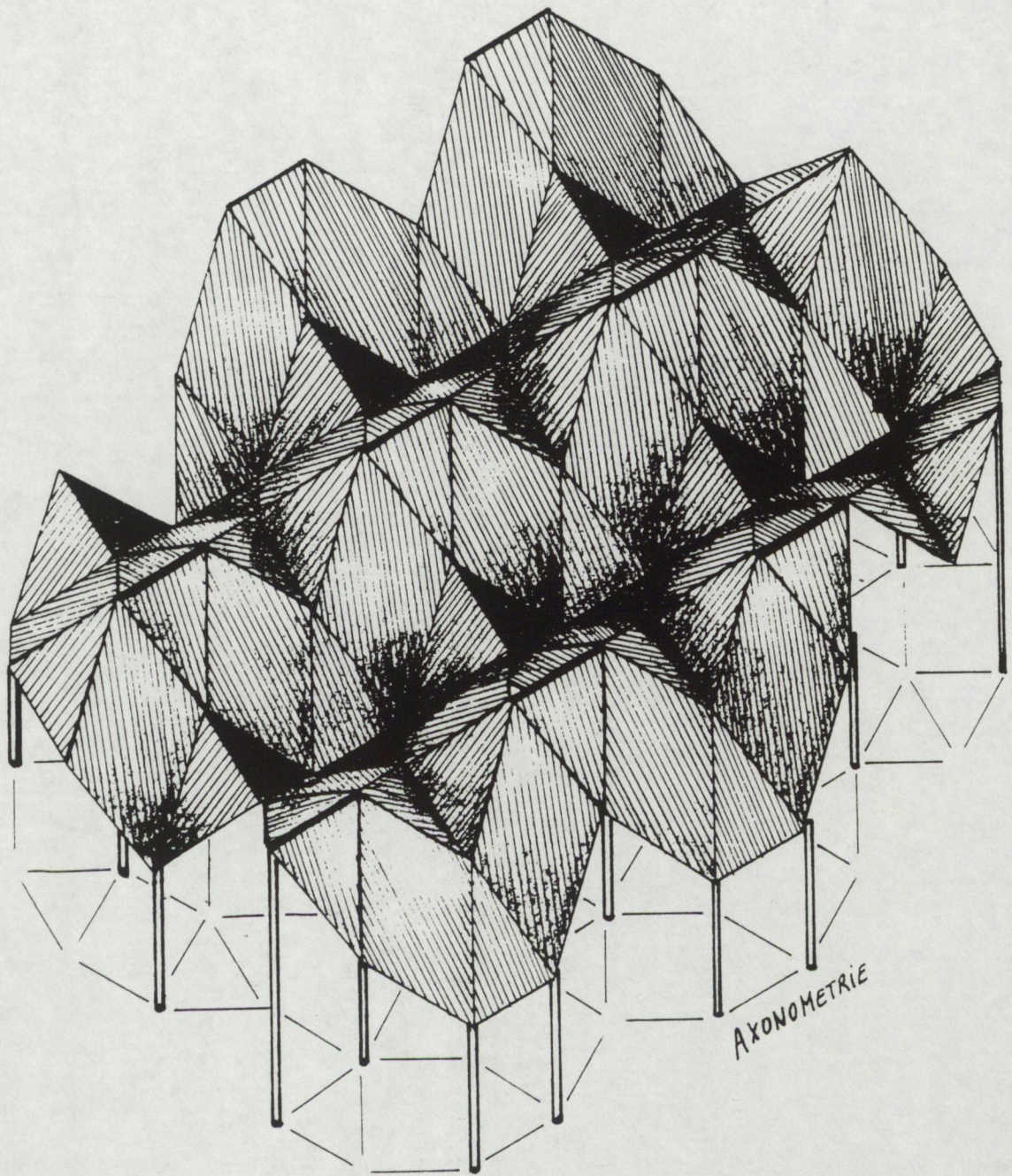
 Poteaux bas (4 m)

Plan au sol



Plan de toiture





AXONOMETRIE

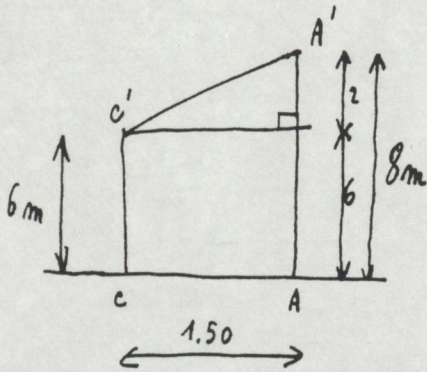
. Calculons $A'B'$.

$$(A'B')^2 = (2.12\text{ m})^2 + (4\text{ m})^2$$

$$A'B' = 4.52\text{ m}$$

. Calculons $A'C' = C'B' = A'D' = B'D'$

Prenons $A'e'$



$$(A'C')^2 = (1.50)^2 + (2)^2$$

$$A'C' = 2.5\text{ m}$$

Les modules "carrés" ont une surface de $2.5 \times 2.5 = 6.25\text{ m}^2$
Ils sont inclinés à 63° par rapport au sol suivant l'axe
qui est la diagonale.

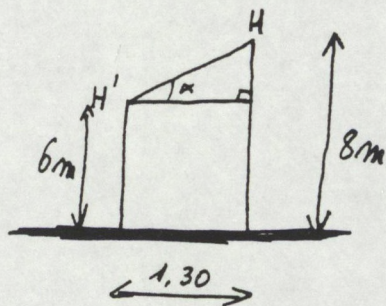
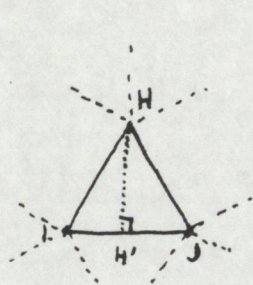
Les cotés de ces modules mesurent 2.5 m .

Nous comptons sur le bâtiment 27 modules "carrés"

$$\text{donc } 27 \times 6.25\text{ m}^2 = 168.75\text{ m}^2$$

La surface couvrante des modules carrés est de 168.75 m^2 .

Calculons donc un seul de ces modules



$$\tan \alpha = \frac{\text{coté opposé}}{\text{coté adjacent}} = \frac{2 \text{ m}}{1,30} \approx 1,53$$

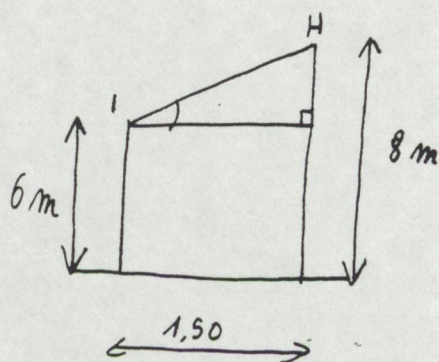
$$\alpha \approx 56,97^\circ$$

Calculons HH'

$$(HH')^2 = (2)^2 + (1,30)^2 \text{ donc } HH' = 2,38 \text{ m}$$

Calculons l'un des cotés du triangle, non parallèle au plan du sol. // IJ // au plan du sol.

calculons HI ou HJ



$$(HI)^2 = (1,50)^2 + (2)^2$$

$$HI = 2,50 \text{ m}$$

Calculons la surface couvrante d'un triangle.

$$\frac{1,50 \times 2,38}{2} = 1,785 \text{ m}^2$$

d'où on compte 54 triangles sur le bâtiment donc la surface couvrante constituée par les triangles est de

$$1,785 \text{ m}^2 \times 54 = 270 \text{ m}^2$$

SURFACE COUVRANTE TOTALE

$$270 \text{ m}^2 \text{ (triangles)} + 168,75 \text{ m}^2 \text{ (carrés)} = \underline{438,75 \text{ m}^2}$$

Nous avons vu dans les deux exercices architecturaux précédents ; les apports d'un travail d'architecture basé sur une trame mathématique polygonale.

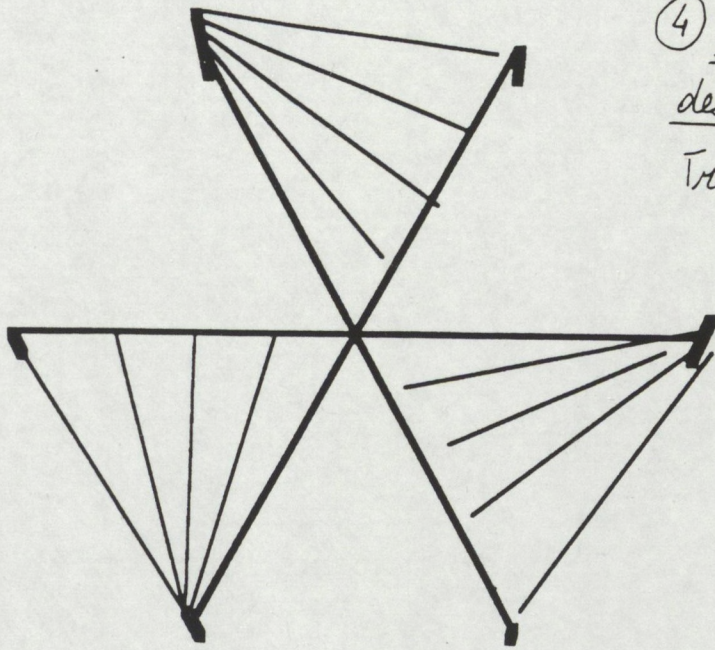
- . Facilité de construction.
- . Support créatif
- . Facilité de calculs
 - surfaces couvertes
 - surfaces courantes
 - Angles
 - longueursdonc coûts ; mise en œuvre
- . Facilité de saisie informatique

Ainsi, cette liaison entre géométrie et architecture, à peine ébauchée ici peut constituer une méthode de travail porteuse et efficace ; qui ouvre de nombreuses possibilités.

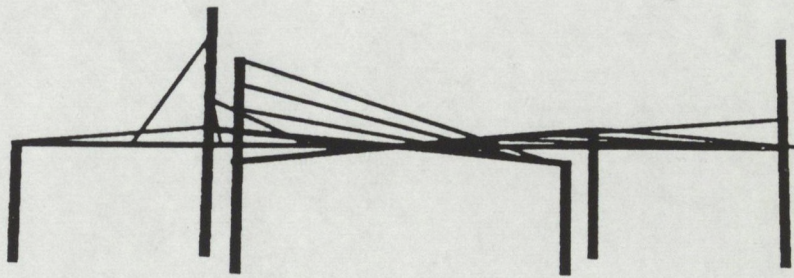
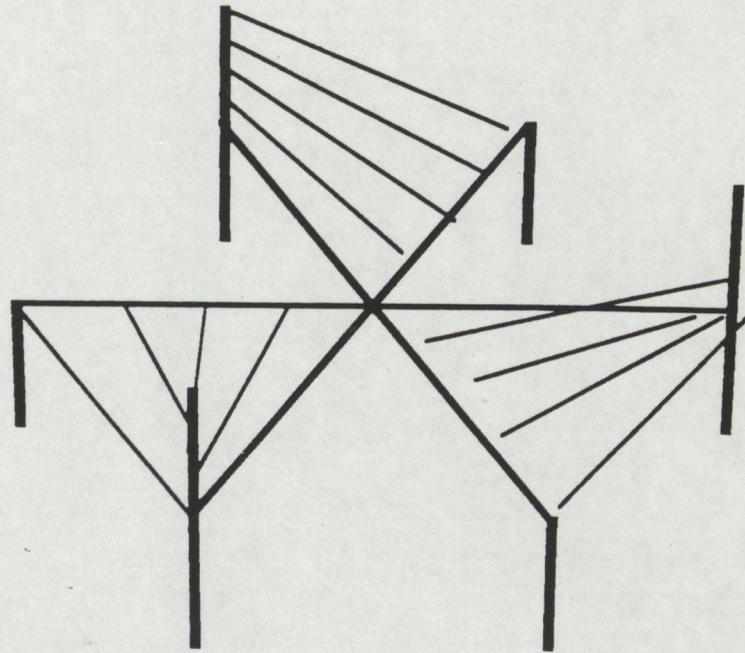
In guise de conclusion ; voici une petite modélisation informatique d'un projet personnel appuyé sur une trame polygonale - Projet non terminé ; non déterminé, réalisé par la réalisation de ce dossier.

A SUIVRE

④ Modélisation rapide
des éléments de toiture
Travail à partir du pt

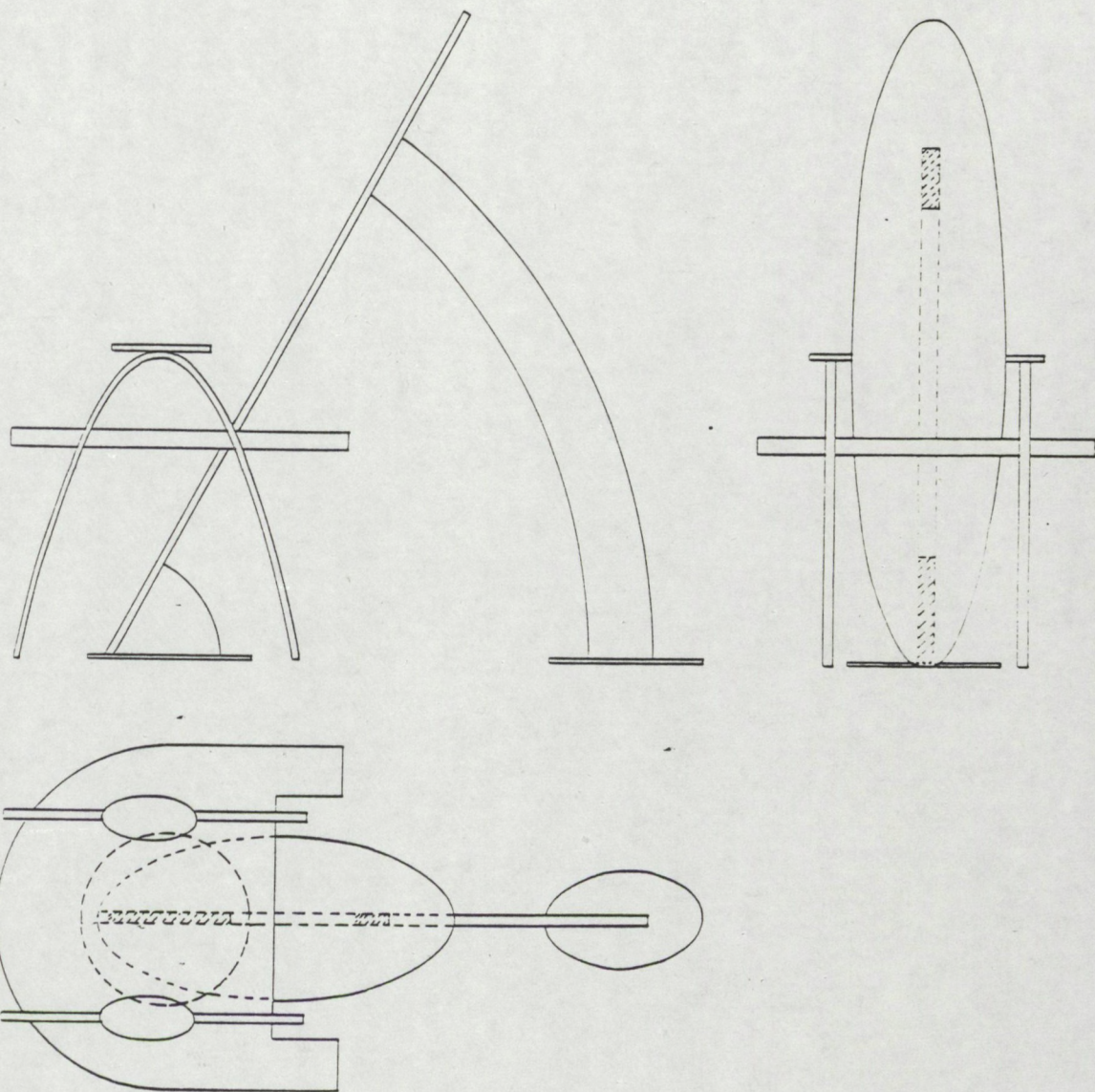


⑤ Verrouillage
par rotation



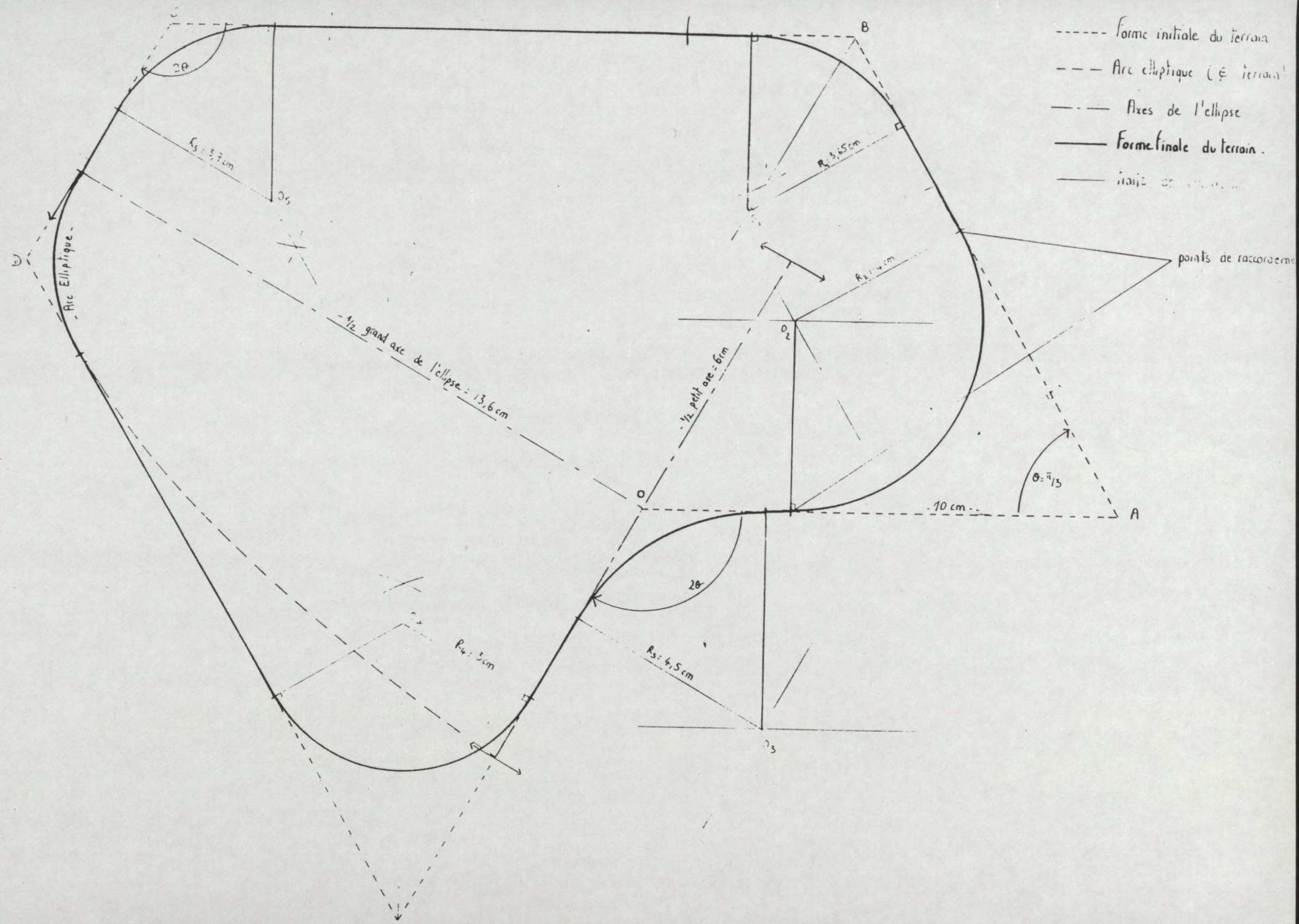
Annexe 2

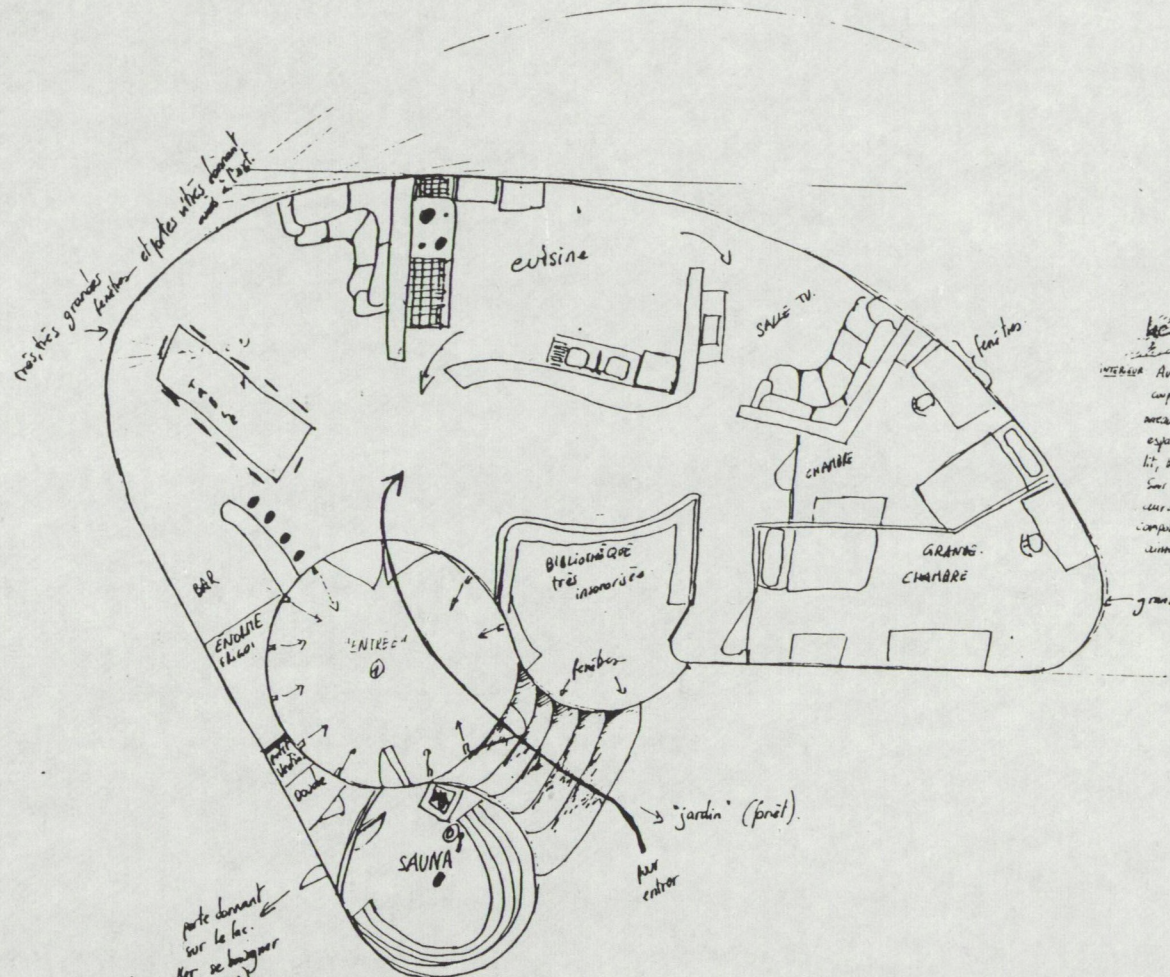
Travaux d'étudiants sur les coniques



Marina RAMIREZ.

- Forme initiale du terrain
- - - - Arc elliptique (de terrain)
- Axes de l'ellipse
- Forme finale du terrain
- traits de construction





maîtrise grandes fenêtres - of lakes with...
 →

aspect visuel extérieur

planches et des verticales peintes en rouge à partir des toitures
 extérieurement, portes et fenêtres
 bas joint en blanc. portes et fenêtres
 et bas joint.
 tout à blanc.
 avec une coupole (verrière au
 niveau de l'entrée) qui part le
 plus haut de la toiture puis se fait
 relever en allant vers l'arrière
 avec une face de l'arrière.



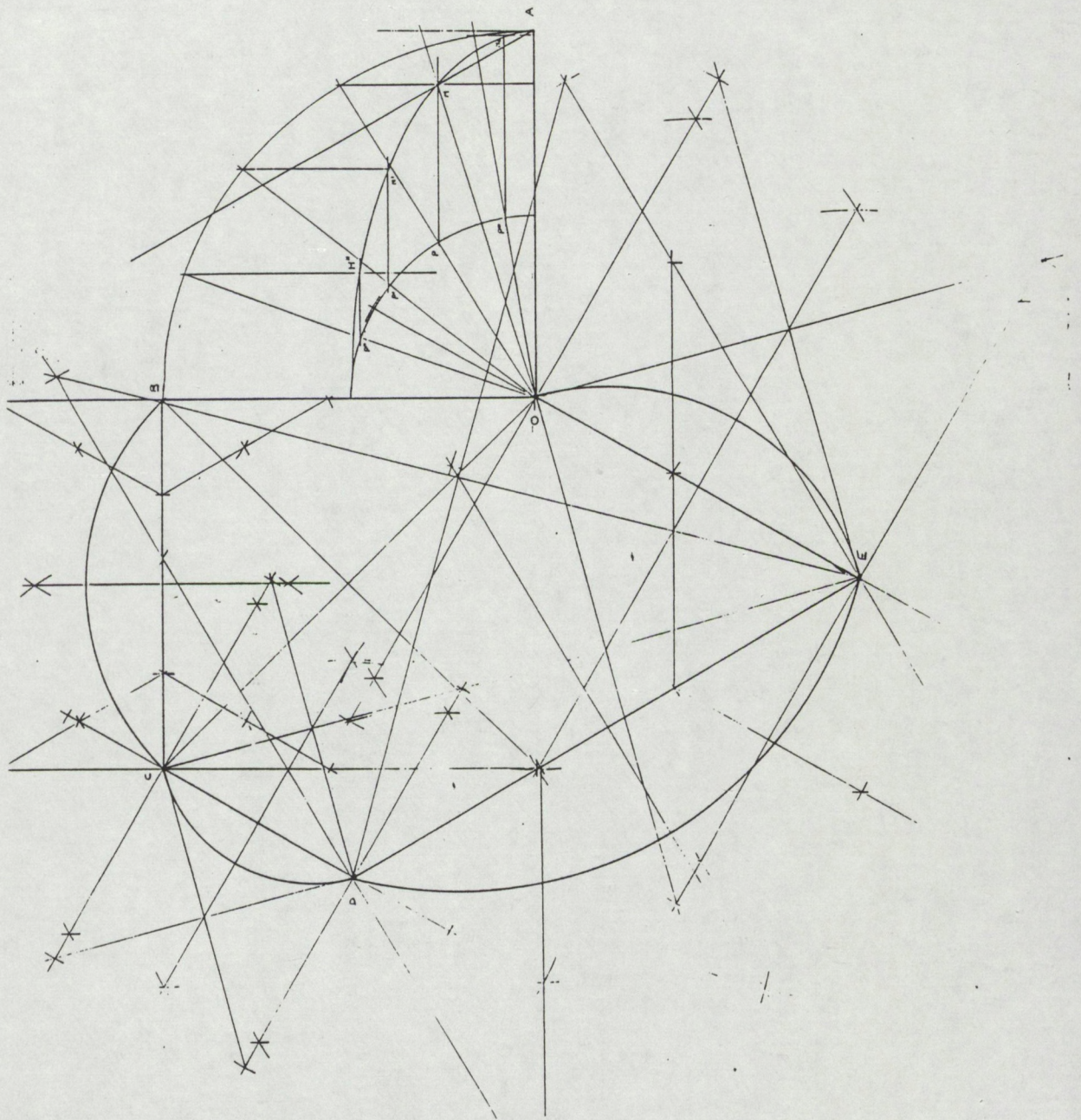
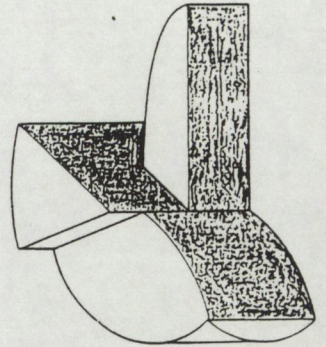
interieur Au deuxième étage sur la voûte
 couple: une salle de jeu, club-cabine en
 bois d'ébène très vaste et un autre
 espace pour séjour au premier avec deux
 lits, bibliothèque, etc.
 Sur la coupole au 2ème étage et qui
 aura également un espace avec
 composé de parcs de verre isolant
 avec pontier en amorce "carrée"
 au 3ème étage intérieur.

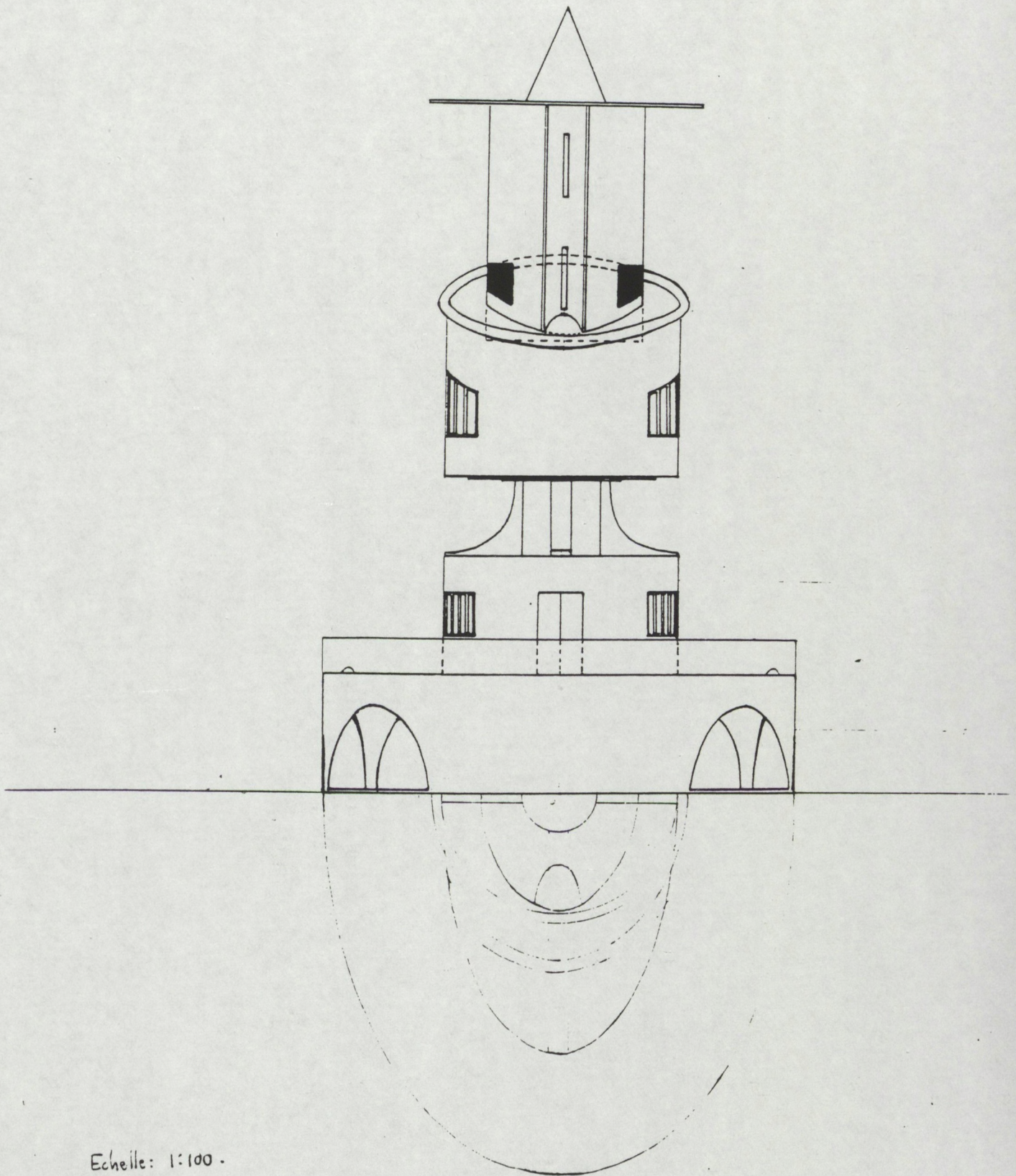
porte donnant
 sur le lac.
 (pour aller de la baignoire
 après le SAUNA).
 (et oui, nous sommes
 en Finlande!!)

⊙ dans, si l'on préfère, on peut rester
 en ⊙ car, après le SAUNA,
 des jets d'eau glacés vous arrivent
 de tous côtés.

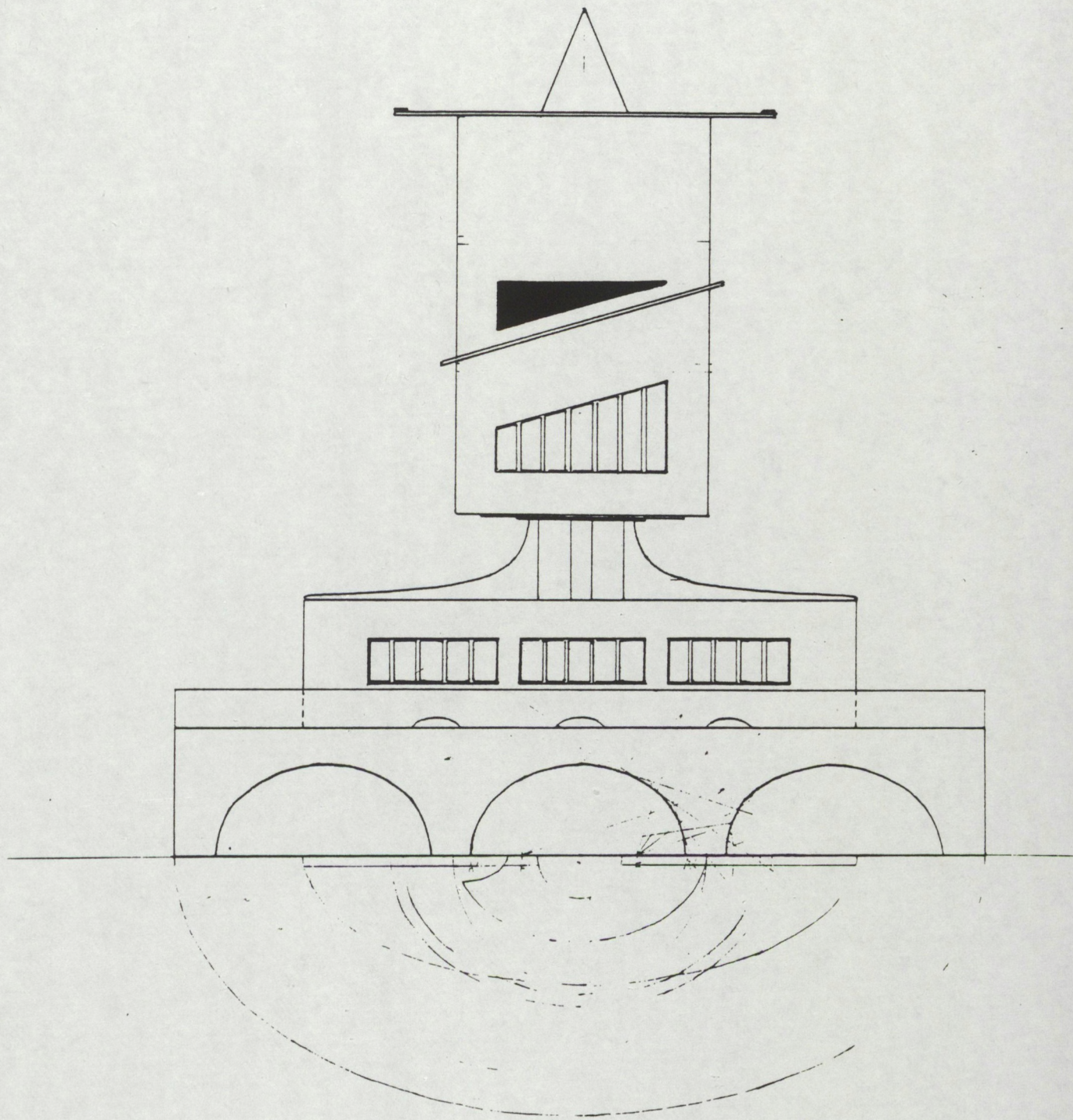
↑ par ouvrir

CARRÉS
 FREDERICK





Echelle: 1:100.



Echelle: 1:100.

se fixe a et b d'où :

$a^2 = b^2 + c^2$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$= \sqrt{(\frac{13}{2})^2 - 6^2} = 7,36$

ait donc la position des foyers FF'

action pts par pts :

la mise de la suite F' et r = 2a = 13.

soit pt de E

[F', B] et [F, B']

la médiatrice Δ

[F]

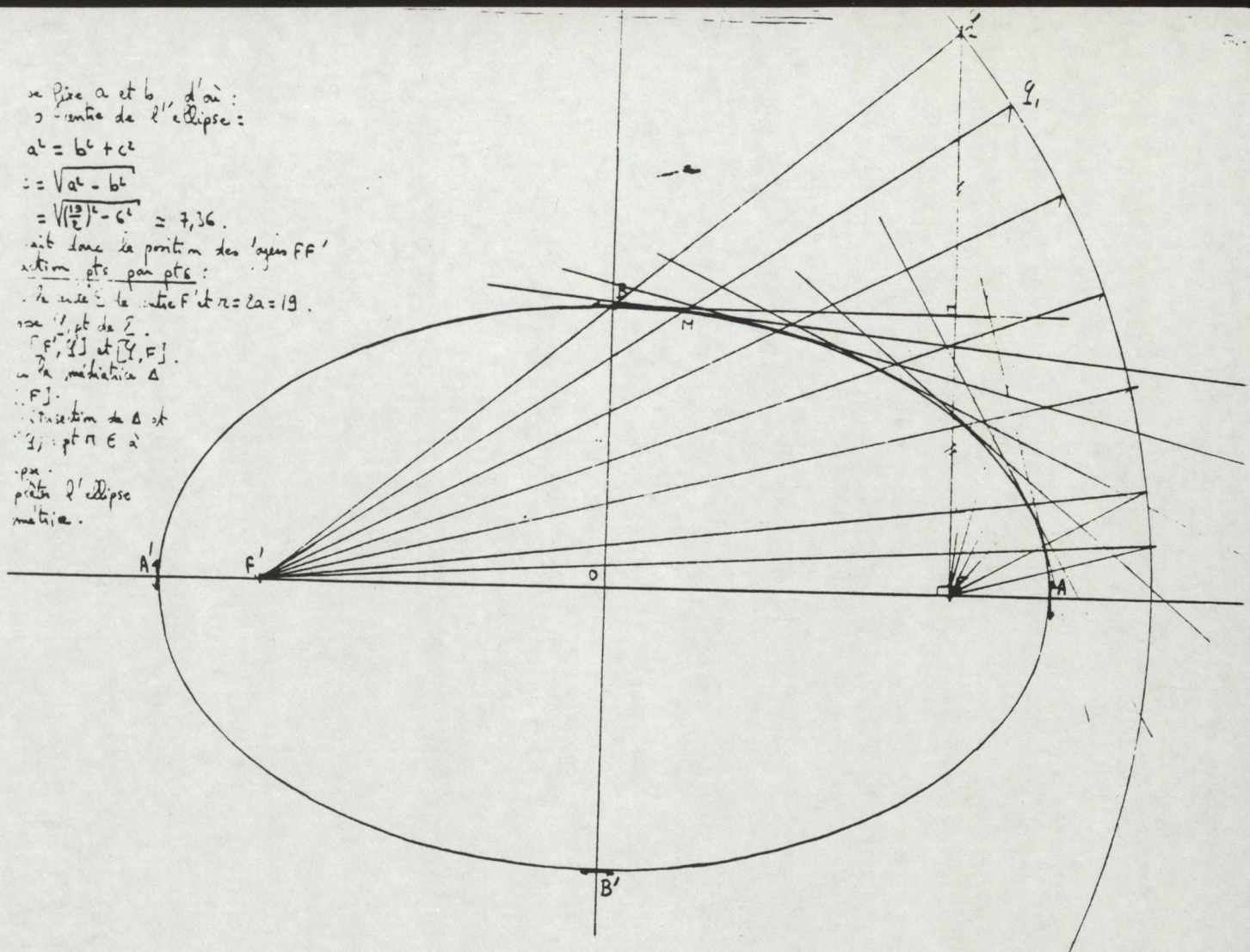
l'intersection de Δ et

[F] : pt M ∈ Δ

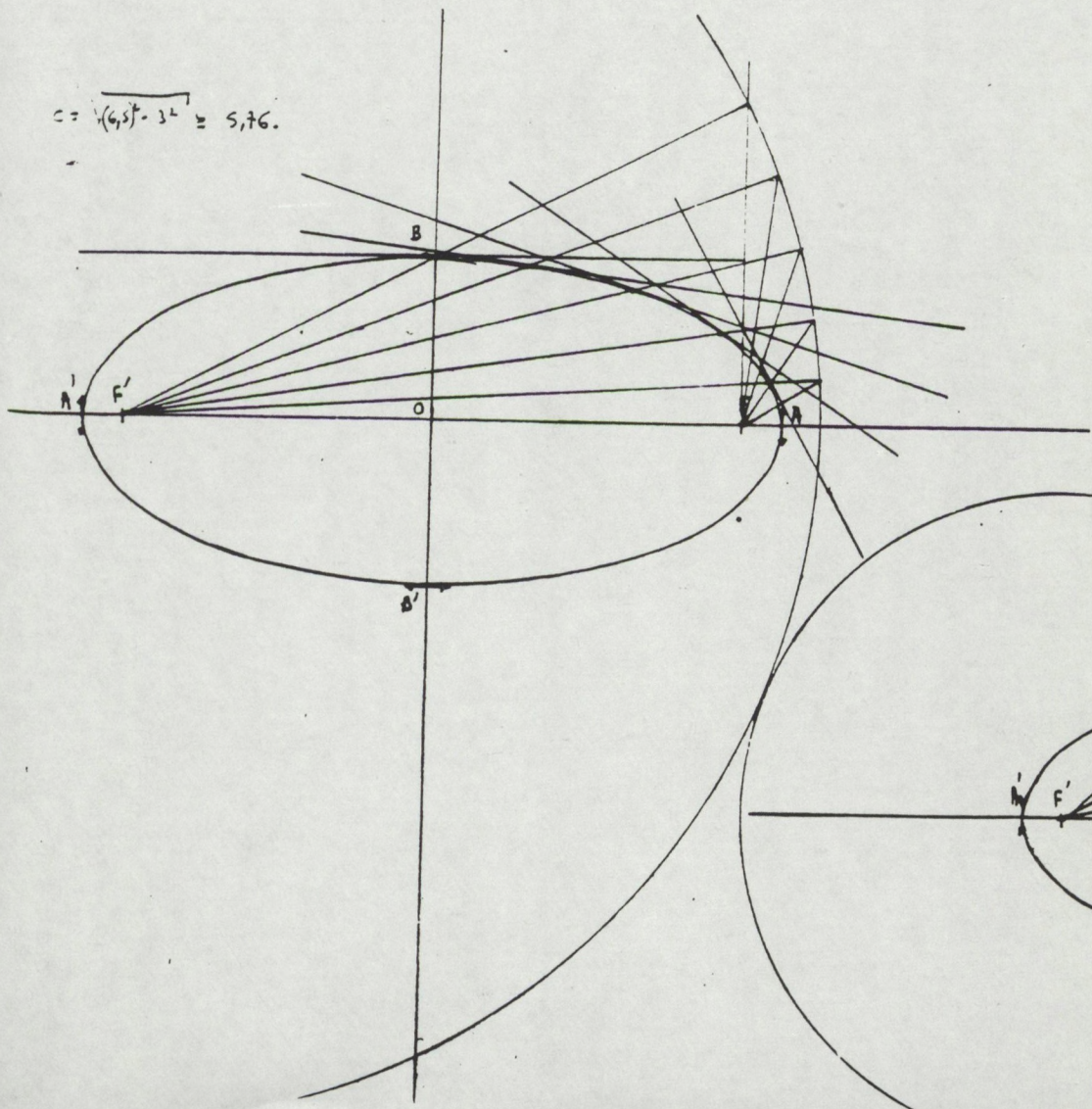
px

précis l'ellipse

matrice.



$c = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,76$



$c = \sqrt{3^2 - 2^2} =$

