



**HAL**  
open science

## Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Sebastian Rezat

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Sebastian Rezat. Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik. DAD-Multilingual, 2020. hal-02962875

**HAL Id: hal-02962875**

**<https://hal.science/hal-02962875>**

Submitted on 9 Oct 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik

Autoren: Luc Trouche, Ghislaine Gueudet & Birgit Pepin

Übersetzer: Birgit Pepin

Co-Übersetzer: Sebastian Rezat

## Abstract

Der 'Dokumentarische Ansatz zur Didaktik' ist ein Eintrag in der Encyclopedia of Mathematics Education 1. Dieser Artikel ist eine Aktualisierung dieses Eintrags. Übersetzungen und Anpassungen wurden in 14 Sprachen gesammelt (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik ist eine mathematikdidaktische Theorie. Sein Ziel ist es, die professionelle Entwicklung von Lehrern anhand der Interaktion mit Ressourcen, die im und für den Unterricht entwickelt und werden, zu verstehen, indem. In diesem Text beschreiben wir kurz die Entstehung des Ansatzes, seine theoretischen Quellen, die Hauptkonzepte und die damit verbundene Methodik. Wir veranschaulichen diese Aspekte anhand von Beispielen aus verschiedenen Forschungsprojekten. Diese synthetische Zusammenfassung ist sowohl für Forscher geschrieben, als auch für angehende Lehrenden (z.B. Masterstudenten), die an einer ersten Auseinandersetzung des Dokumentationsansatzes interessiert sind.

## Schlüsselwörter

Unterrichtsmaterialien; digitale Ressourcen; dokumentelle Genese; operative Invarianten; Ressourcen-Systeme; Ressourcen für das Unterrichten; Kollektive Arbeit von Lehrern; professionelle Entwicklung von Lehrern.

## Abstract

The 'Documentation Approach to Didactics' is an entry of the Encyclopedia of Mathematics Education (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). This entry has been updated in 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This article is a German adaptation of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

The documental approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers' professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documental approach

## Keywords

Curriculum materials; Digital resources; Documentational geneses; Operational Invariants; Resource systems; Resources in/for teaching; Teachers' collective work; Teacher professional development.

## Einleitung

In ihrer täglichen Arbeit interagieren Mathematiklehrer mit Lehrplänen, Lehrbüchern und mit anderen Lehr-Lern-Ressourcen. Zu ihrer Arbeit mit den Ressourcen gehört das Auswählen, Ändern und Erstellen neuer Ressourcen. Dies erfolgt sowohl während des Unterrichts als auch außerhalb des Klassenzimmers (z.B. bei ihren Unterrichtsvorbereitungen). Diese kreative Arbeit wird als *Dokumentationsarbeit von Lehrenden* und deren Ergebnis als *Lehrerdokumentation* bezeichnet.

Typische Lehr-Lern-Ressourcen umfassen Textressourcen (z. B. Lehrbücher, Lehrpläne und Richtlinien, Arbeitsblätter), oder digitale Lehr-Lern-Ressourcen (z. B. digitale interaktive Lehrbücher). Trotz der Möglichkeit eines fast unbegrenzten Zugriffs auf Ressourcen im Internet, sind Lehrenden oft ratlos, wie sie didaktisch und qualitativ geeignete Ressourcen für ihren Mathematikunterricht finden und auswählen können. Daher ist die Interaktion mit Ressourcen und die Arbeit der Mathematiklehrenden mit diesen Ressourcen zu einem wichtigen Forschungsgegenstand geworden (z.B. Pepin, Gueudet & Trouche 2013). Hinzu kommt, dass im Zuge von Lehrplanreformen in vielen Ländern reformorientierte Lehrbücher und Unterrichtsmaterialien bereit gestellt werden, um die Lehrenden bei der Implementation der neuen Lehrpläne in den Unterricht zu unterstützen.

Die Arbeit von Lehrenden mit Lehr-Lern-Ressourcen wurde bereits aus vielen Blickwinkeln und theoretischen Perspektiven untersucht (z.B. Remillard 2005; Pepin *et al.* 2013), zum Beispiel im Zusammenhang mit dem Begriff des implementierten Curriculums in der Anglo/Amerikanischen Forschungsliteratur. In Kontinentaleuropa ist der Begriff der „*Didaktik*“ ein gängiges Konzept (z.B. Pepin *et al.* 2013). Dieser Eintrag beschreibt, erklärt und illustriert den *dokumentarischen Ansatz zur Didaktik (DAD)*, der seine Wurzeln in der französisch-europäischen Didaktik hat.

## 2. Quellen des Ansatzes

Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik (DAD) wurde erstmals von Ghislaine Gueudet und Luc Trouche (Gueudet & Trouche 2009; Gueudet 2019) entwickelt und in Zusammenarbeit mit Birgit Pepin (Gueudet, Pepin & Trouche 2012) weiterentwickelt. DAD ist ursprünglich in der französischen mathematikdidaktischen Tradition verwurzelt (Trouche 2016), wo Konzepte wie *didaktische Situation*, *institutionelle Zwänge* und *Schema* zentral sind. Gleichzeitig stützt er sich auch auf soziokulturelle Theorien, einschließlich deren Konzepte wie *Mediation* (Vygotsky 1978) als Konstitutive jeden kognitiven Prozesses. Darüber hinaus wurde der Ansatz aufgrund eines Bedarfs nach neuen theoretischen Ansätzen vor dem Hintergrund der aufkommenden Digitalisierung von Information und Kommunikation entwickelt.

Die Digitalisierung von Information und Kommunikation und die Entwicklung des Internets hat in der Tat starke Konsequenzen: Sie ermöglicht einen einfachen und schnellen Zugriff auf viele Ressourcen und die Kommunikation mit vielen Menschen. Dies erforderte eine vollständige Metamorphose des Denkens und Handelns, insbesondere im Bildungskontext: Ein neuer Ausgleich zwischen *statischen* und *dynamischen* Ressourcen, zwischen *Nutzung* und *Gestaltung von Unterrichtsressourcen*, zwischen *individueller* und *kollektiver* Arbeit (Pepin, Choppin, Ruthven, & Sinclair 2017) wurde erforderlich.

Unter Berücksichtigung dieser Phänomene schlug DAD einen Paradigmenwechsel vor, indem er die Arbeit der Lehrenden aus der Perspektive der von ihnen genutzten „Ressourcen“ (im und für den Unterricht) analysierte und zwar sowohl der Ressourcen, die Lehrende zur

Unterstützung ihrer Unterrichtspraktiken vorbereiten, und die wiederum durch / in diese/n Praktiken erneuert werden.

Neben der französischen Didaktik-Tradition ließen sich die Autoren von mehreren miteinander verbundenen Forschungsgebieten inspirieren, z. B. der *Technologieeinsatz*, *Ressourcen- und Lehrplangestaltung*, *professionelle Entwicklung von Lehrerenden* und *Informationsarchitektur*.

Im Bereich des Technologieeinsatzes war der *instrumentelle Ansatz* die zentrale Grundlage für DAD. Diese Theorie wurde von Rabardel (z. B. Vérillon & Rabardel 1995) im Bereich der kognitiven Ergonomie entwickelt und dann von der Mathematikdidaktik adaptiert (Guin & Trouche, 2002; Guin, Ruthven & Trouche 2005). In der Theorie wird zwischen dem *Artefakt*, das für einen bestimmten Nutzer verfügbar ist, und dem *Instrument*, das von dem Nutzer im Zuge der Nutzung des Artefakts entwickelt wird. Mit dieser Theorie verbundene Begriffe sind jene der *Genese*, der *Instrumentierung* und der *Instrumentalisierung*, die auch ein wesentlicher Bestandteil von DAD sind (siehe § 3). Die Entwicklung des instrumentellen Ansatzes erfolgte zu einer Zeit, in der Lehrende vor der Aufgabe der Integration neuer *einzelner* Werkzeuge (z. B. eines Taschenrechners, eines Computer-Algebra-Systems, eines dynamischen Geometriesystems). Im weiteren Verlauf wurde jedoch klar, dass der instrumentelle Ansatz nicht ausreichend war, da den Lehrenden oft (über das Internet) eine Fülle von *Ressourcen* angeboten wurden.

Diese Sensibilität für *Ressourcen* entspricht Adlers (2000) Vorschlag, Ressourcen im Sinne des Verbs „re-sourcing“ zu betrachten, d.h. als eine Quelle, die neu-belebt werden muss. Diesen Standpunkt einnehmend berücksichtigte DAD ein breites Spektrum von Ressourcen, die das Potenzial haben, Aktivitäten von Lehrenden zu fördern (z. B. Lehrbücher, digitale Ressourcen, E-Mail-Austausch mit Kolleginnen und Kollegen, Arbeitsblätter für Lernende), Ressourcen, *die mit den Lehrenden sprechen* (Remillard 2005) und solche zur Unterstützung ihres Engagements beim Unterrichten.

Diese breite Sicht auf Ressourcen führte zu einer breiten Sicht auf das professionelle Lernen von Lehrenden. Auch Ball, Hill und Bass (2005) stellten in ihrer Studie über ‚mathematisches Wissen für das Unterrichten‘ fest, dass Unterrichten nicht auf die Arbeit im Unterricht beschränkt ist, sondern unter anderem auch Planung, Bewertung, Schreiben von Beurteilungen, Diskussionen mit Eltern, beinhaltet. Im DAD verfolgen wir folgenden Ansatz: Wir betrachten die Arbeit von Lehrenden durch ihre Interaktionen mit Ressourcen, und (nach Cooney 1999) erkennen damit an, dass die Änderung der Praxis mit der Änderung des Fachwissens und der Überzeugungen verbunden ist (und zwar auf spezifische Weise, wie in Abschnitt 3 erläutert wird).

In Anbetracht der Tatsache, dass Ressourcen die Arbeit der Lehrenden nähren, wurde eine Bezeichnung benötigt, um zu benennen, was ein Lehrender durch seine Arbeit mit den Ressourcen mit welchem Ziel entwickelt. Die Bezeichnung *Dokument* wurde dafür beibehalten. Bereits im Bereich der Informationsarchitektur (Salaün 2012) wurde es für das Entwerfen von etwas, das eine Absicht trägt und einer bestimmten Verwendung in einem spezifischen Kontext bestimmt ist, verwendet. Darin begründet sich der Namen des Ansatzes, „Dokumentarischer Ansatz zur Didaktik“.

Schließlich führten die einfachen Möglichkeiten der Kommunikation über das Internet dazu, dass ein ganzes Spektrum verschiedener Formen der kollektiven Arbeit von Lehrenden mit

einbezogen werden konnte: Netzwerke, Online-Verbünde und Gemeinschaften größeren oder kleineren Grades an Formalität (mehr oder weniger formal). Wengers (1998) Theorie der *Communities of Practice* und ihre Konzepte der *Partizipation*, *Aushandlung* und *Verdinglichung* erwiesen sich als besonders fruchtbar für die Analyse der Gestaltung von Unterrichtsmaterialien von Lehrerkollektiven als Prozess des professionellen Lernens (Gueudet, Pepin & Trouche 2013).

Im folgenden Abschnitt werden die Struktur und die Kernkonzepte des theoretischen Ansatzes dargestellt.

### **3. Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik - ein ganzheitlicher Ansatz zur Arbeit der Lehrer**

In diesem Abschnitt werden die „Komponenten“ des DAD und die damit verbundenen Prozesse beschrieben und erläutert. Die folgenden Begriffe werden definiert: Ressourcen, Dokumente, Entstehung, Instrumentierung und Instrumentalisierung.

Unter *Lehr-Lern-Ressourcen für Mathematik* verstehen wir alle Ressourcen (z. B. digitale interaktive Texte, nicht digitale / traditionelle Texte), die von Lehrenden und Lernenden in ihrer Interaktion mit Mathematik innerhalb und außerhalb des Klassenzimmers für den Unterricht entwickelt bzw. in ihm genutzt werden. Dies schließt auch digitale Lehr-Lern-Ressourcen ein (Pepin, Choppin, Ruthven & Sinclair 2017). Pepin und Gueudet (2018) unterscheiden zwischen digitalen Lehr-Lern-Ressourcen und Bildungstechnologie. Sie unterscheiden auch zwischen *materiellen Ressourcen* (z. B. Lehrbücher, Ressourcen für digitale Lehr-Lern-Ressourcen, Veranschaulichungsmaterialien und Taschenrechner), *sozialen Ressourcen* (z.B. eine Konversation im Web / Forum) und *kognitiven Ressourcen* (z.B. theoretische Instrumente in der Mathematik). DAD wurde hauptsächlich auf die Arbeit von Lehrenden angewendet, kann aber auch zum Studium der Arbeit von Lehrerausbildern verwendet werden (z. B. Psycharis & Kalogeria, 2018), oder Interaktion der Lernenden mit Ressourcen (z. B. Kock & Pepin 2018; Pepin & Kock 2019).

Betrachten wir nun die involvierten Prozesse: Während der Interaktion mit einer bestimmten Ressource oder einer Reihe von Ressourcen entwickeln Lehrende für ihre Ressourcen spezielle *Nutzungsschemata* (siehe Abschnitt 4 unten). Diese sind wahrscheinlich für verschiedene Lehrende unterschiedlich, obwohl sie möglicherweise dieselben Ressource verwenden; und sie entwickeln wahrscheinlich auch verschiedene Dispositionen und unterschiedliches Wissen. Das Ergebnis ist das *Dokument*, daher:

*Ressourcen + Nutzungsschema = Dokument*

Der Prozess der Entwicklung des Dokuments (einschließlich des Lernprozesses auf Seiten der Lehrenden) wurde *dokumentelle Genese* (z. B. Gueudet & Trouche 2009) genannt.

Pepin, Gueudet und Trouche (2013) haben theoretische Perspektiven für die Arbeit und die Interaktionen der Lehrenden mit Ressourcen entwickelt, und der dokumentarische Ansatz ist besonders relevant für die Betrachtung der Verwendung von Ressourcen als interaktiver und potenziell transformativer Prozess. Dieser Prozess funktioniert in beide Richtungen: die Potenziale (*affordances*) der Ressource(n) beeinflussen die Lehrerpraxis (den *Instrumentierungsprozess*), sowie auch die Dispositionen und das Wissen des Lehrenden die Auswahl- und Transformationsprozesse zwischen verschiedenen Ressourcen beeinflussen (der *Instrumentalisierungsprozess*) (Abbildung 1). Daher betont der DAD die dialektische Natur der Interaktionen zwischen Lehrenden und Ressourcen, die Instrumentierung und

Instrumentalisierung kombinieren (Vérillon & Rabardel, 1995). Diese Prozesse umfassen die Entwicklungs-, Neugestaltungs- oder „Design-in-Use“-Praktiken (bei denen die Lehrenden ein Dokument im Prozess und entsprechend ihren didaktischen Bedürfnissen zu ändern).

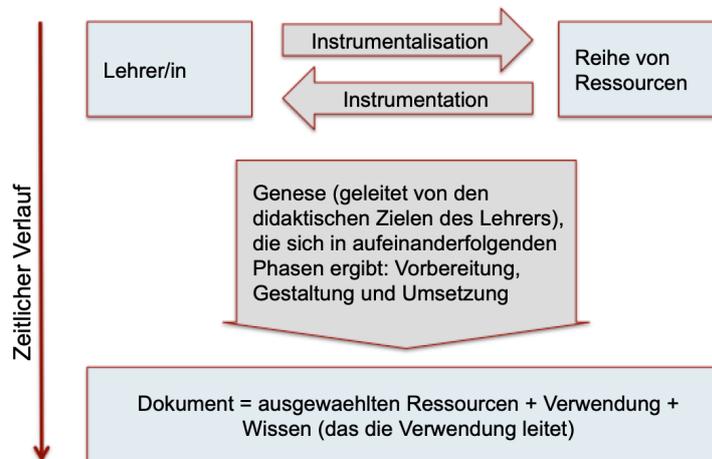


Abbildung 1. Eine Darstellung einer dokumentellen Genese

Der DAD schlägt ein Modell für die Interaktion zwischen Lehrenden und Ressourcen vor, das Auswirkungen auf das professionelle Lernen der Lehrenden hat. Zwar gibt es eine enorme Menge potenziell geeigneter Materialien (z.B. im Web bereitgestellt), doch bietet das Web keine geeignete Unterstützung für die Suche und Auswahl der relevanten Ressourcen. Dies wäre jedoch notwendig, wenn man nach bestimmten (möglicherweise interaktiven) Lehr-Lern-Ressourcen suchen möchte, die sich mit anderen (z. B. Schulbüchern) Ressourcen in ihren subtilen, epistemischen oder didaktischen Merkmalen gut kombinieren lassen. Mit anderen Worten ist das, was für Lehrende bereitgestellt wird, oft „ein Trümmerhaufen“ ohne Anleitungen, wie diese Trümmer zusammengestellt werden könnten, um einen kohärenten Lernpfad für Lernende zu entwickeln. Egal, ob nach Aufgaben gesucht wird, ob bestimmte Lernsequenzen geplant werden, oder Lernpfade durch ein flexibles E-Lehrbuch geplant werden, die Lehrenden benötigen professionelle Unterstützung, um ihre Designfähigkeit zu verbessern (Pepin, Gueudet & Trouche 2017). Dabei bezeichnet Designfähigkeit eine Achtsamkeit / Sensibilität für mathematische und pädagogische Aspekte von Lehr-Lern-Ressourcen und für ihren flexiblen Einsatz (siehe Fenster 1). Dies steht im Einklang mit dem DAD, und von Wang (2018) wird die Designfähigkeit als Teil der *Dokumentationskompetenz* von Lehrenden betrachtet.

#### Fenster 1. Ressourcen in der Sekundarstufe: das Beispiel von Veras Dokumentationsarbeit

Vera ist eine der vielen Mathematiklehrerinnen, die mit Sésamath in Frankreich zusammenarbeiten (Gueudet *et al.* 2013; Pepin *et al.* 2017). Sésamath ist eine Vereinigung von Mathematiklehrenden der Sekundarstufe in Frankreich, deren Mitglieder (seit 2001) interaktive E-Schulbücher entworfen haben und diese frei auf ihrer Website (<http://www.sesamath.net/>) anbieten. Veras Dokumentationsarbeit wird im Zusammenhang mit der Erstellung einer neuen Lektion analysiert. Es war das erste Mal, dass Vera eine 8. Klasse zum Thema Prozentrechnung unterrichtete. Sie verwendete eine Vielzahl von Ressourcen einschließlich der Sésamath-Ressourcen für diese Lektion.

Die Analyse konzentriert sich auf einen Unterrichtszyklus: Unterrichtsvorbereitung;

Unterrichtsstunde; Bewertung des Verständnisses der Lernenden und Reflexion ihrer eigenen Arbeit. Die Wahl eines solchen Unterrichtszyklus entspricht den Ideen, die dem DAD zugrunde liegen: Das Design bleibt nicht auf das ursprüngliche Design einer bestimmten Ressource für das Lehren eines bestimmten Inhalts beschränkt, sondern wird im Verlauf der Nutzung der Ressource fortgesetzt. Die Designarbeit von Vera schloss zum Beispiel die Verwendung von LaboMEP (einem Sésamath-Tool) ein, um verschiedene Übungen verschiedenen Schülern vorzuschlagen. Dies machte sie auf die Notwendigkeit aufmerksam, in ihrem Unterricht stärker zu differenzieren. LaboMEP schlägt auch Variationen von Übungen mit der gleichen Struktur vor. Vera erklärte, dass dies eine starke Motivation für sie sei, um ihren Unterricht zu verbessern, indem sie nicht nur eine Reihe vertrauter Übungen beherrscht, sondern auch diese Variationen (mit derselben mathematischen Struktur), die sich auf eine bestimmte Lektion beziehen.

Diese Ergebnisse werden als Beweis für eine Verbesserung ihrer didaktischen Flexibilität interpretiert, m.a.W., die Entwicklung ihrer Designkapazität bei der effektiven Auswahl, Nutzung und Transformation bestehender Lehr-Lern-Ressourcen, und beim Entwerfen / Erstellen neuer Materialien zum Zweck effektiven Unterrichtens.

Unterrichten wird oft als Designprozess verstanden. Dies steht im Einklang mit Brown (2009), der erklärt, dass die Interpretation des Unterrichten als Design und die Vorstellung von Lehrenden als Designern im Einklang mit einer Reihe kognitiver Theorien ist, die die lebendige Partnerschaft zwischen Individuen und den Werkzeugen, mit denen sie ihre Ziele erreichen, hervorheben. Dabei sind es nicht nur die Fähigkeiten der Individuen, die die menschliche Leistung bestimmen, sondern auch die Möglichkeiten und Potenziale (affordances) der von ihnen verwendeten Artefakte. Daher sieht Brown (2009) diese Beziehung (zwischen Lehrenden und dem Werkzeug) in derselben Wechselbeziehung: Die Design-Tätigkeit des „*Lehrers*“ hängt nicht nur von der Kompetenz des Lehrers ab, sondern auch von der Wechselbeziehung zwischen dem / den Lehrenden und den Lehr-Lern-Ressourcen, also der „*Lehrer-Werkzeug Beziehung*“. So beeinflussen die Potenziale (affordances) der Lehr-Lern-Ressourcen diese Beziehung. Dies steht im Einklang mit der Einsicht, dass jedes Verständnis des ‚Lehrenden als Designer‘ einen bewussten / absichtlichen Akt einer Design-Tätigkeit beinhalten muss, des Schaffens von „etwas Neuem“ (z. B. das Kombinieren von Bestehendem und neuartigen Elementen), um ein bestimmtes (didaktisches) Ziel zu erreichen (Pepin, Gueudet & Trouche 2017). Dies wird unterstützt durch *Nutzungsschemata*, die im folgenden Abschnitt definiert werden.

#### **4. Vertiefung des Ansatzes: Schemata und Systeme**

Das Konzept des *Schemas* (Vergnaud 1998) spielt im DAD eine zentrale Rolle. Es ist eng verbunden mit dem Konzept der "Klassen von Situationen", die in unserem Kontext eine Reihe von beruflichen Situationen sind, mit demselben Ziel der Aktivität. Zum Beispiel ist für Vera „Umgang mit Heterogenität der Klasse 8“ eine Klasse von Situationen (im oben angegebenen Fenster). Für eine bestimmte Klasse von Situationen entwickelt ein Subjekt (hier ein/e Lehrer/in) eine stabile Organisation seiner Tätigkeiten: ein Schema. Ein Schema besteht aus vier Komponenten:

- dem Ziel der Aktivität (Charakteristikum der Situationsklasse);
- Regeln für das Handeln (z. B. das Abrufen von Informationen und die Kontrolle);

- Operative Invarianten, die Wissenskomponenten zweier (assoziierter) Arten sind: *Theorem-in Aktion* - ein Satz, der als wahr betrachtet wird, und *Konzept in Aktion* - ein Konzept, das als relevant betrachtet wird (siehe Beispiel unten);
- Möglichkeiten der Anpassung an die Vielfalt der Situationen.

Im Laufe ihrer Tätigkeit können Lehrende ihre Pläne ändern/bereichern und neue Regeln aufstellen, oder er sie können neue Schemata entwickeln: Das Schema bietet tatsächlich ein Modell zur Analyse des Lernens (von Lehrenden). Im DAD sind die berücksichtigten Schemata Verwendungsschemata für eine bestimmte Ressource (oder einen Satz von Ressourcen). Die Ressourcen und das Schema bilden ein Dokument (wie durch die im vorigen Abschnitt angegebene Gleichung zusammengefasst wurde).

Die Menge, die aus allen von der Lehrkraft verwendeten Ressourcen besteht, wird als ihr *Ressourcensystem* bezeichnet. Diesen Ressourcen sind Nutzungsschemata zugeordnet, die zusammen Dokumente bilden (dieselbe Ressource kann in mehreren Dokumenten vorkommen). Die von einer Lehrkraft entwickelten Dokumente bilden auch ein System, das als ihr *Dokumentensystem* bezeichnet wird. Seine Struktur folgt der Struktur der Klasse von Situationen, aus denen sich die berufliche Tätigkeit der Lehrkraft (entsprechend den unterschiedlichen Zielen ihrer Tätigkeit) zusammensetzt.

Wenn Lehrende ihre Dokumentationsarbeit teilen, beispielsweise in einer Gruppe, die gemeinsam den Unterricht vorbereitet, können sie auch ein gemeinsames Ressourcensystem entwickeln (Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Trotzdem können die verschiedenen Mitglieder der Gruppe auch unterschiedliche Schemata für dieselbe Ressource entwickeln, was zu unterschiedlichen Dokumenten führt (Pepin & Gueudet 2020).

Fenster 2 zeigt den Fall einer Ressource in der Grundschule, um ein Beispiel für operationale Invarianten, Ressourcensysteme und Dokumentensysteme zu geben und diese damit zu veranschaulichen.

### Fenster 2. Ressourcen in der Grundschule: das Beispiel des virtuellen Abakus

Der virtuelle Abakus (Abbildung 2) ist eine freie Software, die in Frankreich von Sésamath, einem Verband von Mathematiklehrenden, die Online-Ressourcen entwerfen (siehe Fenster 1), entwickelt wurde.

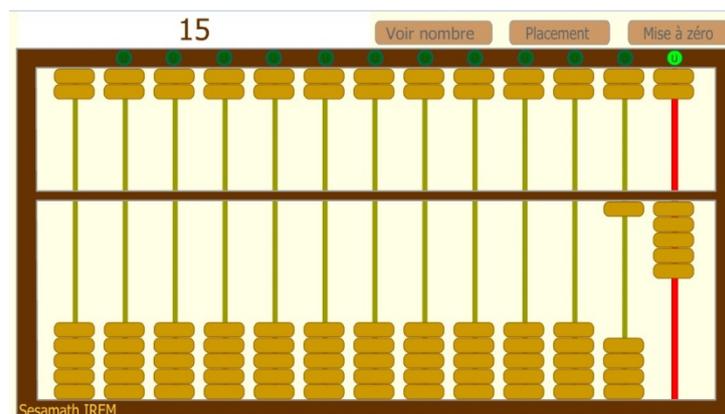


Abbildung 2. Der virtuelle Abakus

Der chinesische Abakus ist durch einen zentralen Balken, der als „Leseleiste“ bezeichnet

wird, in zwei Teile getrennt: nur die Perlen auf dieser Leiste gelten als "aktiviert". Es gibt zwei Arten von Perlen: Perlen mit 5 Einheiten (zwei davon), und fünf Perlen vom Wert einer Einheit. Der chinesische Abakus besteht aus 13 vertikalen Stäben. Jeder Stab entspricht einem Rang des Stellenwertsystems: Einer, Zehner, Hunderter usw. (von rechts nach links). Es gibt mehrere Möglichkeiten, dieselbe Zahl auf dem chinesischen Abakus anzuzeigen: Zum Beispiel ist 15 auf dem Abakus unter Verwendung von 6 Perlen dargestellt (Perlen mit einer Einheit, eine auf der Zehnerstange und fünf auf der Einerstange). 15 kann auch mit nur zwei Perlen dargestellt werden, indem die fünf Einerperlen durch eine Fünferperle auf derselben Stange ersetzt werden.

Carlos ist ein erfahrener Grundschullehrer, der seit drei Jahren beobachtet wird (Poisard, Bueno-Ravel & Guedet 2011). Er hat beschlossen, den Abakus für seinen Unterricht zu verwenden (Zahlen mit seiner Klassenstufe 3). Er hat in seinem Mathematiklehrbuch eine Aktivität mit dem Abakus gesehen, wollte diese aber nicht im Unterricht verwenden bis er den virtuellen Abakus entdeckte. Er begann mit materiellen Abacii: die Lernenden arbeiteten mit ihnen und formulierten Hypothesen über die Funktionsweise. Dann arbeiteten sie weiter mit dem virtuellen Abakus und schrieben Anweisungen für seine Verwendung. Danach schlug Carlos Übungen vor: Darstellen einer gegebenen Zahl auf dem Abakus, Ablesen einer Zahl, die auf dem Abakus dargestellt ist. Für die abschließende Leistungsüberprüfung solcher Übungen, wurden diese auf in Papierform gegeben, um eine Versuch-und-Irrtums-Strategie zu vermeiden, die mit der Software möglich ist.

Carlos entwickelte mehrere Dokumente, die den virtuellen Abakus und andere damit verbundene Ressourcen enthielten (Poisard, Bueno-Ravel & Guedet *ibid*). Für das Ziel „Entdecken, wie der Abakus funktioniert“ verwendete er sowohl den materiellen als auch den virtuellen Abakus. Er bat die Schüler, Plakate zu verfassen. Es war wichtig für ihn, die Prinzipien des Abakus durch die Schüler selbst entdecken zu lassen. Dies entspricht einer operativen Invariante: dem Theorem-in-Aktion „Die Schüler müssen so weit wie möglich selbst die neuen Werkzeuge und Darstellungsmittel, die ihnen begegnen, erkunden“. Es ist auch mit dem zugehörigen Konzept-in-Aktion verbunden: „Selbstentdeckendes Lernen“ und beides wurden von Carlos ausgebildet, bevor er auf den virtuellen Abakus stieß. Eine weitere operative Invariante beeinflusste eine seiner Entscheidungen: „Für Schüler der 3. Klasse ist es wichtig, mit materiellen Ressourcen zu arbeiten“. Das Schema für das Ziel „Entdecken, wie der Abakus funktioniert“ umfasst diese operationalen Invarianten und die damit verbundenen Regeln: „den Lernenden materielle Abaci anbieten, damit sie diese manipulieren können“; „den Lernenden den virtuellen Abakus anbieten, damit sie überprüfen können, welche Zahl dargestellt wird“.

Während seiner Arbeit mit dem Abakus, bemerkte Carlos im Zusammenhang mit der Übung: „Stelle eine gegebene Zahl auf dem Abakus dar“, dass die Schüler beim Verwenden des virtuellen Abakus, 'Versuch-und-Irrtum-Strategien mit der Taste ‚Zahl zeigen‘ entwickeln‘. Daher entschloss er sich, eine abschließende Leistungsüberprüfung auf Papier durchzuführen. Er entwickelte ein neues Dokument mit dem Ziel: „den Schülern beibringen, wie man eine Zahl auf dem Abakus darstellt“. Dieses Dokument umfasst den virtuellen Abakus, aber auch einen auf Papier gezeichneten Abakus, und eine operative Invariante wie „auf dem virtuellen Abakus können Lernende Versuch-und-Irrtum-Strategien anwenden“.

Carlos ist ein erfahrener Grundschullehrer. Für den Arithmetik Unterricht in der 3. Klasse hatte er jahrelang ein (Teil-)System von Ressourcen und Dokumenten entwickelt. Der

Abakus wurde in dieses Ressourcensystem und in neue Dokumente aufgenommen. Einige dieser Dokumente entsprechen Zielen, die in direktem Zusammenhang mit dem Abakus stehen, z. B. „Entdecken, wie der Abakus funktioniert“ und „die Schüler lehren, wie eine Zahl auf dem Abakus dargestellt wird“. In anderen Dokumenten erschien der Abakus nicht im Zusammenhang mit dem Ziel, wurde aber dennoch dafür verwendet. Zum Beispiel verwendete er für das Ziel „die Prinzipien des Stellenwertsystems zur Basis 10 unterrichten“ den Abakus, um die Prinzipien des Bündelns und Entbündelns zu zeigen (wie das Bündeln von zwei Fünferperlen auf einer Stange zu einer Perle der nächst größeren Einheit). Andere Ressourcen in seinem Ressourcensystem schlossen Dokumente, wie die Poster, die von den Lernenden erstellt wurden, mit ein. Einige dieser Ressourcen waren für ihn entscheidend für die Wahl des Abakus. Insbesondere das Lehrbuch, das ihn dazu anregte, eine Verwendung des Abakus im Unterricht zu finden.

Das gesamte Dokumentensystem einer Lehrkraft besteht aus vielen Teilsystemen mit eigener Struktur, die miteinander verbunden sind, zum Beispiel mit einem bestimmten mathematischen Inhalt oder einer bestimmten Art von Aktivität wie das Teilsystem für Geometrie, oder das Teilsystem zur Leistungsbeurteilung. Es kann auf verschiedenen Ebenen beschrieben werden, die sich von einer sehr allgemeinen Sicht auf die Aktivität bis hin zu einem ganz bestimmten Fokus auf einen bestimmten mathematischen Inhalt erstrecken. Für die Forschung im Mathematikunterricht sind die Interaktionen der Lehrenden mit Ressourcen (und ihren Folgen) informativer, wenn sie die spezifischeren Niveaus unter Berücksichtigung des mathematischen Inhalts mit einbeziehen (z.B. das Ziel könnte sein, „die Fähigkeiten der Schüler in Prozentrechnung in der 8. Klasse beurteilen“). DAD beansprucht, dass die Analyse der Dokumentationsarbeit der Lehrenden eine spezifische Methodik erfordert, die Gegenstand des folgenden Abschnitts ist.

## **5. Methode der reflektierenden Untersuchung: ein sich entwickelndes methodisches Konstrukt**

In diesem Abschnitt wird das Forschungsdesign vorgestellt, das normalerweise mit dem DAD verknüpft ist. Darüber hinaus werden die Prinzipien, die dieses Design stützen, beschrieben und ein „Werkzeug“, das diese Prinzipien veranschaulicht. Schließlich werden einige offene Fragen im Zusammenhang mit der Methode der reflektierenden Untersuchung präsentiert. Bei der Analyse der Tätigkeiten von Lehrenden anhand ihrer Dokumentationsarbeit sollte Folgendes berücksichtigt werden: die Vielfalt der Ressourcen, die durch diese Arbeit „gespeist“ und „erzeugt“ werden; die Vielfalt der Interaktionen (kollektiv, institutionell sowie sozial), die diese Arbeit beeinflussen; die Zeit, die für die Genese von Dokumenten erforderlich ist. Diese erkenntnistheoretischen Überlegungen führten dazu, eine spezifische Methodik im Zusammenhang mit DAD zu entwickeln, die als *Methode der reflektierenden Untersuchung der Dokumentationsarbeit der Lehrenden* bezeichnet wird.

Diese Methodik stellt die Lehrkraft in den Mittelpunkt und wird von fünf Prinzipien untermauert:

- Das Prinzip einer *breiten Sammlung* der im Laufe des Jahres im Zuge der Dokumentationsarbeit verwendeten und produzierten *materiellen Ressourcen*;
- Das Prinzip der *langfristigen Begleitung*: Genesen sind fortlaufende Prozesse und Schemata entwickeln sich über lange Zeiträume weiter;
- Das Prinzip der *Begleitung sowohl im als auch außerhalb des Unterrichts*: Der Unterricht ist ein wichtiger Ort, an dem die ausgearbeitete Planung umgesetzt wird,

und es folgen Anpassungen, Überarbeitungen und Improvisationen. Jedoch findet ein wichtiger Teil der Arbeit der Lehrenden auch außerhalb des Unterrichts statt, sowohl in der Schule (z. B. im Lehrerzimmer als auch zu Hause oder in Lehrerfortbildungen;

- das Prinzip der *reflektierenden Begleitung* der Dokumentationsarbeit;
- Das Prinzip, die Lehrenden mit ihrer Dokumentationsarbeit zu *konfrontieren*, und mit der Materialität dieser Arbeit (z. B. Materialien aus der Sammlung materieller Ressourcen aus dem Unterricht).

Die aktive Einbeziehung der Lehrkraft ist eine praktische Notwendigkeit, da sie allein Zugang zu ihrer Dokumentationsarbeit hat (über die direkte Beobachtung des Forschers hinaus). Dadurch ergibt sich auch eine reflektierende und introspektive Haltung des Lehrers, was verborgene Ressourcen oder auch versteckte Verbindungen innerhalb ihres Ressourcensystems sichtbar machen könnte. Die Prinzipien und der Zweck der Datenerhebung über eine lange Zeitspanne hinweg muss der Lehrkraft vom Forschenden von Anfang an deutlich und transparent gemacht werden. Diese Erfordernisse veranlassen Sabra (2016) dazu, den Begriff des *methodischen Vertrags* vorzuschlagen, den die Lehrkraft mit dem Forschenden über die Dokumentationsarbeit machen.

Basierend auf diesen Prinzipien wurden ausgewählte Strategien und Werkzeuge der Datenerhebung entwickelt, die an die verschiedenen Kontexte und Forschungsfragen angepasst sind. Ein scheinbar fruchtbares Werkzeug ist beispielsweise die *Schematische Darstellung des Ressourcensystems eines Lehrers* (SRRS, siehe Abbildung 3). Die Lehrkraft wird gebeten, eine Karte seiner Ressourcen zu zeichnen, als Nachweis der Ressourcen, die sie aus welchen Quellen identifiziert und sich zu welchem Zweck angeeignet hatte (z.B. Pepin, Xu, Trouche, Wang, 2016).

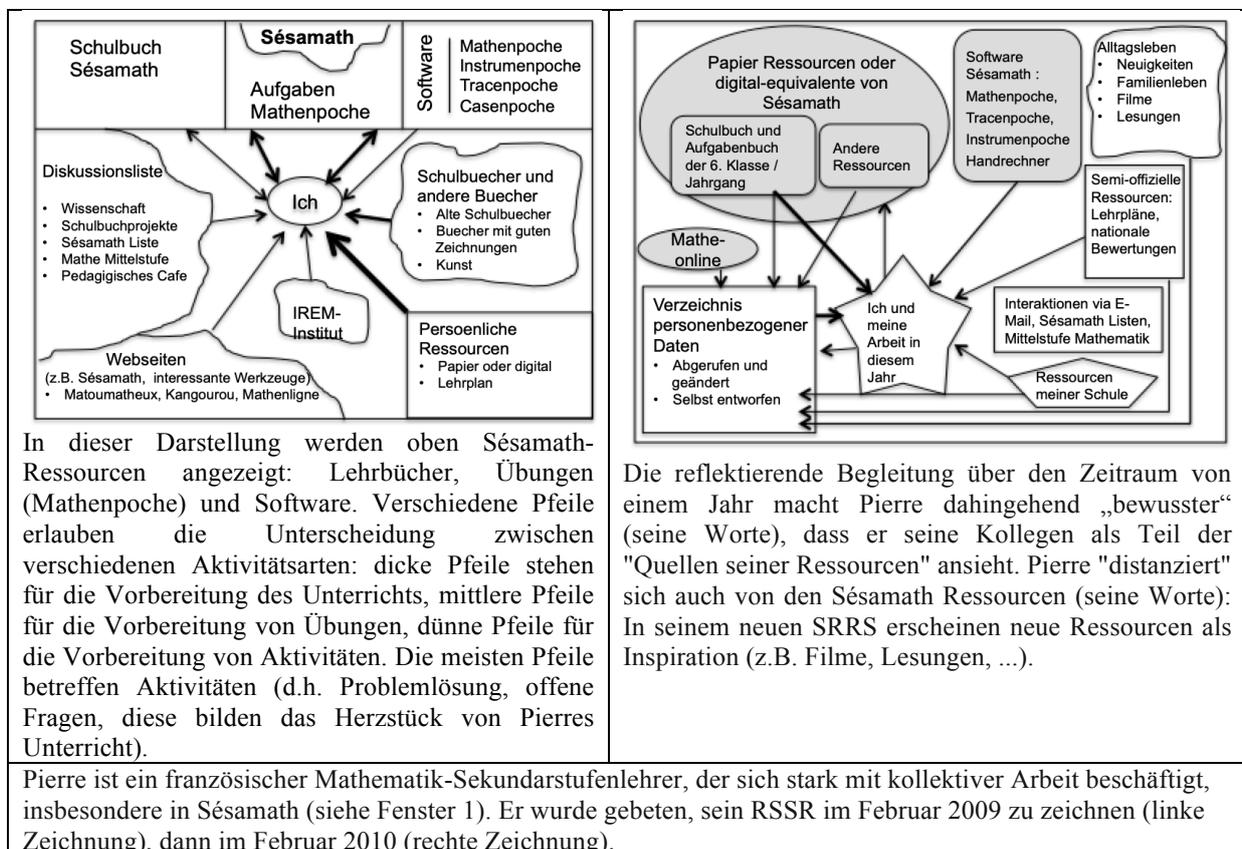


Abbildung 3. SRRS eines Lehrers (Gueudet, Pepin & Trouche 2012, S. 314 & 318)

Seit den Anfängen des DAD wurde dieses Tool in verschiedene Richtungen entwickelt:

- Hammoud (2012), die im Chemieunterricht arbeitet, schlug einen Ansatz zur Analyse von SRRS als Gedächtniskarten vor; sie benutzte das SRRS auch, um Lehrende zu bitten, ihre Interaktionen mit Kollegen oder in verschiedenen Kollektiven/Gruppen zu beschreiben;
- Rocha (2018) benannte SRRS in „Reflektierende Kartografie des Ressourcen Systems der Lehrkraft“ („Reflective Mapping of Teacher Resource System“ (RMRS) aus zwei Gründen um: Betonung der Rolle des Reflexionsvermögens; und das Bezeichnen eines Prozesses (mit 'Mapping') von fortschreitender Erkundung eines unbekanntes Gebiets (für den Forscher, zum Teil aber auch für die Lehrenden selbst). In ihrer Forschung bat sie eine Lehrkraft, solche RMRS zu verschiedenen Zeitpunkten zu zeichnen, um zu untersuchen, inwieweit bestimmte Lehr- und Reformentwicklungen (verbunden mit bestimmten Ressourcen) zu einem „neuen“ RMRS führen. Darüber hinaus konfrontierte sie die Lehrkraft dem fünften Prinzip folgend (siehe oben) mit einem bestimmten RMRS, das von der Lehrkraft erstellt wurde und entwickelt das, was sie "Inferred Mapping of Teacher Resource System" (IMRS) bezeichnet– eine Kartographie des Ressourcensystems der Lehrkraft, die von der Forscherin erstellt wurde.

Über dieses spezielle Instrument hinaus sind neue methodische Entwicklungen der Methode der reflektierenden Untersuchung aufgetreten, um so weit wie möglich die tatsächliche Lehrerdokumentation zu erfassen. Das bedeutet, dass die Beobachtung einer Lehrkraft nicht nur in öffentlichen Episoden (z. B. in Klassenzimmer), sondern auch während „intimeren“ Episoden stattfindet, zum Beispiel während der Jahresplanung oder während der Planung einer Unterrichtsstunde bzw. Überarbeitung einer Planung. Eine Videobegleitung dieser aufeinanderfolgenden Episoden wurde durchgeführt (Bellemain & Trouche 2016), die auch Zugang zu Gesten und Worten einer Lehrkraft (die es beispielsweise ermöglicht, Elemente von Schemata abzuleiten) im Zuge ihrer Dokumentationsarbeit verleiht. Diese Art von Begleitung wirft folgende Probleme auf:

- Unter welchen „natürlichen“ Bedingungen könnte eine Lehrkraft mit Ressourcen arbeiten und gleichzeitig die Gründe ihrer Tätigkeit beschreiben? Wang (2018) führt den Begriff des *Dokumentations-Kollegen* ein, d. h. ein Kollege, mit dem die begleitete Lehrkraft ihre Dokumentationsarbeit regelmäßig teilt. Die Begleitung des Lehrerduos, das zusammenarbeitete, gab Zugang zu den gegenseitigen Erklärungen und zu Aspekten des Wissens, die Dokumentationsarbeit der Lehrkraft leiteten (Trouche et al. 2019);
- Wie ist es möglich, (zu Analyse Zwecken) die aus der Begleitung resultierenden heterogenen und zahlreichen Daten zu speichern? Dieses Problem wird im Zusammenhang mit der Entwicklung eines Plattformprototyps im Rahmen des AnA.doc-Projekt (Alturkmani *et al.* 2019) bearbeitet. Diese erlaubt das Speichern von Videos sowie Ressourcen, die im Rahmen der Dokumentationsarbeit der Lehrenden produziert wurden, und die anschließende Analyse sowie die gemeinsame Nutzung der Daten und ihrer Analysen innerhalb einer Forschungsgemeinschaft.

Die Analyse der Dokumentationsarbeit von Lehrenden ist ein komplexer Prozess. Die fünf Prinzipien der Methode der Reflektierenden Untersuchung bieten Richtlinien für methodische Entscheidungen. Forscher, die diese Prinzipien verwenden, müssen eine begründete Auswahl treffen, um die Datenfülle zu begrenzen: eine Auswahl kritischer Momente der

Dokumentationsarbeit der Lehrenden (siehe den Begriff der *Dokumentationsvorkommnisse*, Sabra 2016); oder der kritischen Ressourcen für das Ressourcensystem einer Lehrkraft (siehe den Begriff der *zentralen Ressource*, Gueudet 2017). Diese Arbeit befindet sich noch in der Entwicklung, und die methodischen und konzeptionellen Fragen müssen stärker miteinander verknüpft werden.

## 6. Perspektiven für weitere Entwicklungen

Der dokumentarische Ansatz zur Didaktik ist ein neuerer theoretischer Rahmen in der Mathematikdidaktik. Während die in den Abschnitten 2 und 3 vorgestellten Konzepte (Ressourcen, Dokumente, Genese von Dokumenten) bereits gut etabliert sind, müssen umfassendere Konzepte wie "Ressourcensysteme" und "Dokumentensysteme" noch weiterentwickelt werden. Zum Beispiel ist es im Fall von Mathematiklehrenden der Sekundarstufe möglich zu beobachten, wie verschiedene Arten von Strukturen ihrer Dokumentensysteme Profile dieser Lehrenden ausmachen könnten, oder Gruppen von Lehrern (insbesondere Communitys of Practice) kollektive Dokumentensysteme (z.B. Pepin & Gueudet 2020) entwickeln könnten.

Darüber hinaus haben sich die Anwendungsbereiche des DAD im Laufe der Jahre weiterentwickelt. In Bezug auf das Bildungsniveau reichen sie jetzt von der Vorschule (Besnier 2019) bis zur Universität (Gueudet 2017; Kock & Pepin, 2018) und umfasst auch die Arbeit von Lehrerausbildern mit Ressourcen (Psycharis & Kalogeria 2018). Der dokumentarische Ansatz in unterschiedlichen Disziplinen, neben der Mathematikdidaktik insbesondere in experimentellen Wissenschaften wie Physik und Chemie (Hammoud 2012) und auch in der Sprachdidaktik (Quéré 2019) angewendet. Die Frage hier ist, was die Besonderheiten von Lehrerdokumentationsarbeit und Dokumentationssysteme in diesen neuen Kontexten sind.

Die Verwendung von DAD in verschiedenen sozialen und kulturellen Kontexten (z. B. Brasilien, China, Libanon, Norwegen, Senegal) führt auch zu Fragen der „kulturellen Färbung“ der Arbeit von Lehrenden mit Ressourcen: zum Beispiel andere Bezeichnungssysteme, die von Lehrenden in ihrer täglichen Dokumentationsarbeit verwendet werden; oder die Wahrnehmungen und Praktiken im Zusammenhang mit der Designarbeit von Lehrenden variieren zwischen unterschiedlichen kulturellen Bereichen (z. B. Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven & Xu 2019). Diese Vielfalt ist das Ergebnis historischer, sozialer und kultureller Kontexte, in denen Lehrende arbeiten. Forschung, die diese Fragen untersucht, könnte zu einem besseren Verständnis und zu differenzierterer Sicht der Interaktion der Lehrenden mit Ressourcen führen und letztlich zu einer Vertiefung der Konzepte des DAD.

In einer aktuellen Studie wurde die Arbeit von Studierenden mit Ressourcen untersucht (z. B. Kock & Pepin 2018; Pepin & Kock 2019). Andere Studien (z. B. Gueudet & Pepin 2018; Trouche, Gitirana, Miyakawa, Pepin & Wang 2019) schlugen mögliche Verbindungen mit anderen Theorien vor. Beispielsweise führt die Theorie der didaktischen Situationen (Brousseau 1998) das Konzept des *Milieus* ein, das alle Objekte umfasst, mit denen der einzelne Schüler in einer mathematischen Situation interagiert. Diese Objekte können als Ressourcen betrachtet werden. Was sind die Konsequenzen solcher theoretischer Vernetzungen?

Mit dem zunehmendem Spektrum der untersuchten Lehr- und Lernphänomene wächst dieser Ansatz und damit einhergehend entwickeln sich die Konzepte und Untersuchungsmethoden ebenfalls. Dies zeigt sich in zahlreichen Mitteilungen, Veröffentlichungen, und themenspezifischen Konferenzen (z. B. Re(s)sources2018 International Conference, siehe Gitirana *et al.* 2018; und Trouche, Gueudet & Pepin 2019) im Zusammenhang mit dem DAD. Solche Ereignisse und Veröffentlichungen zeigen auch, dass Ressourcen fehlen und zu entwickeln sind (Trouche 2019). Diese Studien und Aktivitäten bilden Meilensteine in der Weiterentwicklung eines lebendigen theoretischen Rahmens.

## Quellen

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.
- Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). *Comprendre le travail des professeurs avec les ressources de leur enseignement, un questionnaire didactique et informatique*, conférence invitée au premier symposium latino-américain de didactique des mathématiques, Bonito, Brazil, 3 novembre, <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3ZFRtTDJ2anRfSWM/view>
- Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.
- Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve*. (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.
- Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of the Re(s)sources 2018 international conference*. ENS de Lyon, retrieved at <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563>
- Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.
- Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)sources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles at [http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28\\_003\\_Ressources2018\\_Ghislaine\\_Gueudet\\_v1.fra.mp4](http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28_003_Ressources2018_Ghislaine_Gueudet_v1.fra.mp4) -
- Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 4(1), 56-73.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. New York: Springer.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.

- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*, 23-41, NY: Springer.
- Guin, D., Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.
- Hammoud, R. (2012). Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. Ph.D. Lyon 1 University. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00762964>
- Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. In V. Durand- Guerrier, R. Hochmut, S. Goodchild, & N.-M. Hogstad (Eds) *Proceedings of INDRUM 2018*, (pp.336-345). University of Agder, Norway and INDRUM.
- Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, M., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.). *The resources approach to mathematics education* (pp. 121-144). Cham: Springer.
- Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.). *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*. 45(7), 929-944.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources, *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*. 31(2), 151-189.
- Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>
- Quéré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.
- Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.
- Salaün, J.-M. (2012). *Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web*. Paris : La Découverte.

- Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein, *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219- 256). New York: Springer.
- Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B.Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles, available at [http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30\\_009\\_Ressources2018\\_Luc\\_Trouche\\_v1.mp4](http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30_009_Ressources2018_Luc_Trouche_v1.mp4)
- Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers' interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research* 93, 53-67, retrieved on February 21st at <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The resource approach to mathematics education*. New York: Springer.
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.
- Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).
- Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.