



**HAL**  
open science

## Outils d'informatique musicale appliqués en temperamentologie

Gilles Baroin, André Calvet

► **To cite this version:**

Gilles Baroin, André Calvet. Outils d'informatique musicale appliqués en temperamentologie. JIM 2020, Journées d'Informatique Musicale, Oct 2020, Strasbourg, France. hal-02942226

**HAL Id: hal-02942226**

**<https://hal.science/hal-02942226v1>**

Submitted on 17 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# OUTILS D'INFORMATIQUE MUSICALE APPLIQUES EN TEMPERAMENTOLOGIE

*Gilles Baroin*  
Laboratoire LLA Créatis,  
Laboratoire ENAC  
Université de Toulouse  
Gilles@Baroin.org

*André Calvet*  
Ecrivain, Accordeur  
Consultant IRCAM  
DdCalvet@Gmail.com

## RÉSUMÉ

Il est établi qu'un modèle visuel accompagnant un exemple sonore renforce la sensation de l'auditoire, et que la façon dont un piano est accordé influence la restitution d'une œuvre. Nous avons inventé des outils spécifiques dédiés aux tempéraments. Nous présentons ici une extension à différents modèles 2D, 3D et 4D, déjà évoqués lors de précédents congrès [7], optimisés afin d'amplifier la sensation auditive.

La démonstration lors des journées d'informatique musicale se fera à l'aide de films d'animation. Afin d'étudier chaque tempérament de façon dynamique, ou de le comparer au tempérament égal, nous avons choisi d'utiliser la même séquence musicale sous forme de fichier MIDI, jouée par le logiciel Pianoteq [7], tempérée diversement selon les cas. Afin de donner la même importance à chaque tonalité, la progression harmonique sera complète et régulière: DoM, Lam, FaM, RéM, ... Mim, DoM.

Les représentations statiques planes mettent en valeur les symétries intrinsèques et proposent un moyen pertinent de comparer sans les entendre, différents tempéraments. Les projections dynamiques sont par contre adaptées à l'adéquation entre l'équilibre perçu visuellement et la consonance ressentie à l'écoute.

Toutes les vidéos seront disponibles sur [www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net)

Mots-clés: tempérament, visualisation, hypersphère

## 1. INTRODUCTION

Notre système auditif étant habitué au système de tempérament égal, appliqué aux instruments de musique et ensembles occidentaux modernes, nous percevons les autres systèmes d'accord comme inconnus voire dissonants, sans pouvoir décrire exactement ce qui nous apparaît étrange et savoir préciser d'où proviendraient ces disparités. Par exemple, l'oreille se trouve surprise à l'écoute des tierces pures impliquées dans un tempérament mésotonique et parfois même confuse à l'audition de quintes pures.

Car il est indéniable qu'une représentation visuelle accompagnant un extrait musical confortera la prise de conscience et maximisera la sensation auditive, nous avons entrepris de développer et réalisé des outils de

visualisation spécifiques à l'étude des tempéraments : Modèles à deux, trois et quatre dimensions, optimisés à dessein d'amplifier la sensation auditive et de comparer entre eux, les tempéraments de façon graphique.

### 1.1. Contexte:

Le domaine de la tempérantologie est vaste. Cette discipline pourtant ancienne et essentielle est souvent méconnue du compositeur, du musicien et plus encore du public qui ne prêtent plus attention à la façon dont l'accord des instruments est réalisé. Quelques applications célèbres, telle « le clavier bien tempéré », nous évoquent toutefois certaines sensations, que certains qualifieraient de couleurs, et dont la perception varie sensiblement selon les auditeurs et leurs expériences.

En tempérantologie, la gamme de Pythagore, non tempérée, qui en est le crépuscule paradoxal, sacrifie une quinte dite « du loup » afin de retomber sur l'octave. Cette dernière est parfaitement reconnaissable car exécrable à l'oreille ! Les théoriciens vont alors se succéder et dissiper le fameux comma sur un nombre toujours plus grands de quintes, pour au final tolérer une répartition égalitariste: Le tempérament égal.

L'auditeur ne ressent que confusément la distance de tel ou tel tempérament à l'égal, devenu référence ou unité de mesure. La distance aux intervalles pur à peu à peu cédé la place à la distance à ceux du tempérament égal. C'est ce que nous illustrons ici à l'aide de modèles graphiques calculés et optimisés.

### 1.2. Définitions

Un tempérament fait référence à un système d'accord spécifique pour la subdivision de l'octave. L'accordage à un tempérament choisi est le processus d'ajustement des intervalles pour un piano, (ou d'autres instruments).

Nous ne prenons pas en compte l'inharmonicité de l'instrument et considérons que chaque octave est un rapport exact de 2:1, les tempéraments sont ainsi définis à l'intérieur d'une octave.

Afin de les comparer, nous transposons les tempéraments historiques étudiés à une même référence choisie arbitrairement: do (note Nr 0).

En intonation juste, chaque intervalle entre deux hauteurs correspond à un rapport de nombres entiers entre leurs fréquences alors que, à tempérament égal, l'octave est divisée en 12 demi-tons égaux. Pour l'histoire et les détails concernant la tempérémentologie, voir [8], [11] et [12].

A l'époque de l'intonation juste, les tempéréments étaient conçus afin que les instruments de musique sonnassent "justes" dans quelques tonalités distinctives; ils s'avéraient en revanche "dissonants" pour le reste. L'auditeur identifie pourtant des dissonances et ressent vaguement une distance entre un tempérament spécifique et le tempérament égal, tempérament qui est devenu de nos jours la référence.

Au fil du temps, la distance au tempérament pur céda ainsi progressivement sa place à la distance au tempérament égal. Nos outils statiques sont utilisés pour quantifier, visualiser et comparer les tempéréments entre eux. Notre approche dynamique permet d'identifier les tonalités auxquelles le tempérament est destiné et de distinguer de façon progressive quels environnements harmoniques produiront un sentiment de consonance (habituel) ou dissonance (déplaisants) à l'oreille contemporaine.

Nous avons appliqué ces méthodes à des tempéréments bien connus, tels que Zarlino, Bach par Kellner, Mésotonique selon Aaron, Pythagore,....

Nous avons choisi d'illustrer le célèbre « bien tempéré » de J.S. Bach reconstitué par Kellner [13], les autres interprétations de l'image du grand Maître nous fournissant des visualisations si voisines qu'à peine discernables.

Toutes les études sont disponibles sur le site [www.mathemusic.net](http://www.mathemusic.net).

## 2. OUTILS DE VISUALISATION

### 2.1. Règles générales

Pour la comparaison statique, nous superposons le dessin du tempérament étudié à celui de l'égal et observons les différences de forme.

Pour la visualisation dynamique, nous réduisons l'harmonie locale à un accord parfait composé de trois intervalles: m3, M3, P5, (notation internationale) et comparons les valeurs de ces derniers aux fréquences théoriques pour une intonation juste (respectivement  $5/6$ ,  $5/4$  et  $3/2$ ).

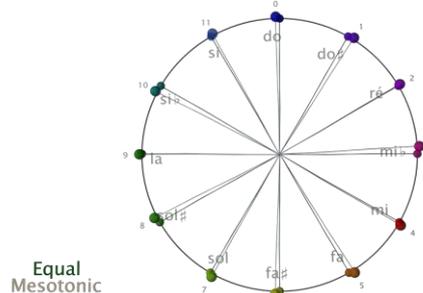
Nous présentons chaque tempérament avec la même séquence musicale [9], générée à partir d'un fichier MIDI à l'aide du logiciel Pianoteq [7][9] qui fournit la possibilité d'un accordage personnalisé et précis.

Afin de parcourir aisément les 24 tonalités possibles, la musique suit un chemin Hamiltonien régulier sur le Tonnetz: il s'agit d'une succession de transformations L et R: Do-Maj, La-min, Fa-Maj, Ré-min,.... Mi-min, Do-Maj. Pour les chemins Hamiltoniens et le Tonnetz, voir [1] et [5]. Le Tonnetz est la représentation de l'espace des accords sous forme de grille généralement utilisé pour l'analyse des chemins d'accords [5].

## 2.2. Deux dimensions

### 2.2.1. Représentation ordinaire existante

Si l'on représente de façon usuelle [2] le logarithme des fréquences de chaque note du tempérament considéré le long d'un cercle, le tempérament égal révélera un dodécagone régulier.



**Figure 1.** Représentation traditionnelle, ici un tempérament Mésotonique vs égal.

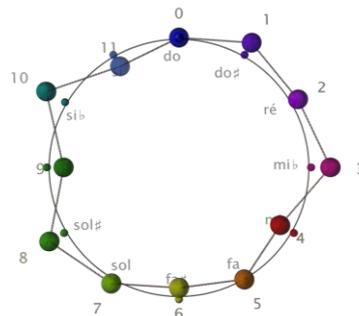
Cependant, parce que les différences entre les tempéréments sont tellement faibles en fréquences, la superposition des dessins n'est pas suffisamment pertinente.

Nous fûmes par conséquent appeler à développer des modèles de dimensions supérieures.

### 2.2.2. Représentation statique

Nous utilisons ainsi le cercle chromatique comme base et associons, cette fois, chaque note à un nombre complexe dont le modulo est proportionnel au rapport à la fréquence en tempérament égal: Au lieu de varier la position des notes le long du cercle, nous modifions son rayon en chaque point, ce qui, nous en convenons, n'est pas un cercle ! [7]

Le tempérament égal étant toujours tracé comme un dodécagone régulier, les autres tempéréments se traduisant par des polygones équiangulaires mais non réguliers, l'opération donne l'impression d'étirer le cercle chromatique le long de son rayon.

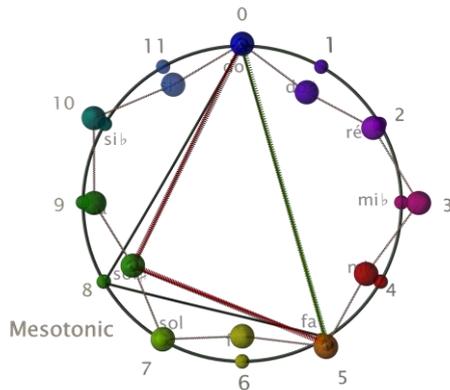


**Figure 2.** Le tempérament Zarlino vs égal.

En superposant les différents dessins de tempéraments, nous pouvons les comparer. Voir Fig. 1.

### 2.2.3. Visualisation dynamique

En considérant chaque accord comme parfait, nous utilisons la méthode de visualisation existante [7] Notre progression harmonique révèle ainsi un triangle tournant et se déformant. Chaque côté illustrant un intervalle constitutif de la triade et afin d'indiquer le rapport à un intervalle pur, nous varions la teinte de chaque côté du triangle selon la proximité de l'intervalle à sa valeur théorique en intonation juste. Le vert symbolisant l'intervalle pur, le rouge, les plus éloignés.

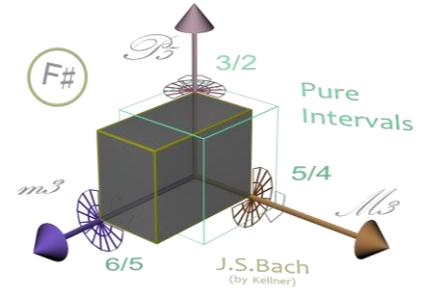


**Figure 2.** Le «cercle chromatique tempéré» comparant les tempéraments Mésotonique et égal.

Comme prévu, la coloration reste constante pour le tempérament égal et les tempéraments comportant des intervalles purs comprennent des séquences entièrement vertes lorsque que la musique se trouve dans la tonalité pour laquelle ils furent conçus.

### 2.3. Trois dimensions

Un accord parfait étant constitué de trois intervalles ( $m_3$ ,  $M_3$ ,  $P_5$ ) nous le modélisons directement en 3D par un parallélépipède rectangle dont les côtés sont proportionnels à un intervalle pur. La couleur de la boîte variant globalement du vert au rouge, selon la moyenne des écarts par rapport aux intervalles justes. Une triade (théorique) faite d'intervalles purs se traduit par conséquent en un cube vert de cotés.

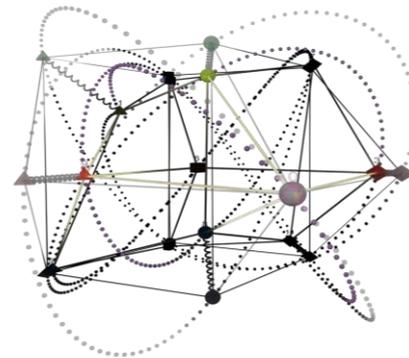


**Figure 3.** Le «Cube harmonique tempéré» montrant le tempérament Bach par Kellner, ici en Fa# Maj, par rapport aux intervalles purs.

Cette méthode offre une perception globale de la dissonance perçue mais n'offre pas la possibilité de comparer les tempéraments autrement qu'aux intervalles purs. Nous observons de façon satisfaisante l'adéquation entre la déformation globale, la couleur et la dissonance évoluant au cours de la musique.

### 2.4. Quatre dimensions

En raison de la topologie de l'espace 4D, les objets doivent être mis en mouvement afin être intelligibles. Le modèle Planet-4D [6] fut initialement conçu avec l'intention de représenter des notes, accords tonals ou atonals tempérés; le cercle chromatique s'y traduit par une courbe, que nous qualifierons pour simplifier « géodésique chromatique », en surface de l'hypersphère. De façon similaire à l'approche bidimensionnelle, nous préservons l'équiangularité et ajustons simplement le rayon de cette courbe en chaque note. Le rayon étant proportionnel au rapport à la fréquence en tempérament égal. Nous utilisons également le même principe de coloration qu'en 2D.

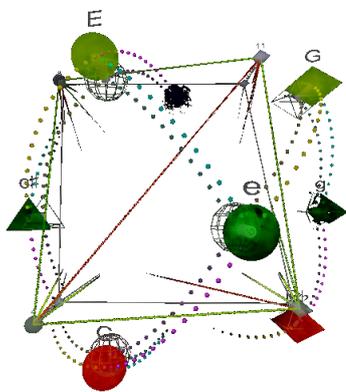


**Figure 4.** L'hypersphère tempérée (ici Zarlino) apparaît comme une déformation du modèle Planète-4D (en gris).

Comme attendu, la représentation 4D du tempérament égal est l'hypersphère usuelle du modèle Planet-4D de couleur constante. D'autres tempéraments sont matérialisés par une sphère d'apparence plus ou moins étirée ou aplatie, et de teint variable selon les notes.

La visualisation 4D offre la possibilité d'observer la déformation de la sphère selon plusieurs points de vue: en mettant en avant un accord ou une note particulière. Nous vérifions que le point de référence (do) ne bouge pas alors que selon les tempéraments les déformations maximales prennent des positions différentes.

Nous constatons aussi que la forme obtenue par visualisation du tempérament de J.S. Bach selon Kellner est assez «ronde» et sensiblement proche de la sphère de référence représentant le tempérament égal.



**Figure 5.** L'hypersphère tempérée avec Bach/Kellner, ici en mi mineur, apparaît comme une déformation du modèle Planète-4D (en gris).

En tant que représentations quadridimensionnelles, les symétries remarquées sont pertinentes [3], mais nous ne pouvons pas imaginer l'objet sans le mettre en mouvement, ce qui exclut toute comparaison statique.

### 3. CONCLUSIONS

Dans cette étude, nous avons observé qu'en raison de la topologie de chaque espace, nos modèles ont des applications différentes.

Le «cercle chromatique tempéré» statique fournit une impression globale instantanée de régularité et permet une comparaison directe entre les tempéraments. D'autre part, les modèles dynamiques sont adaptés au suivi de l'évolution de la dissonance ressentie tandis que le chemin harmonique parcourt l'ensemble des accords.

Le «cube harmonique tempéré» 3D dynamique facilite la perception des accords harmoniquement proches (dont le niveau de dissonance est similairement appréhendé), car ils sont affichés dans une couleur

semblable. De plus, l'utilisateur obtient une perception globale efficace de la variation de la dissonance.

Concernant le modèle «Planet-4D Hypersphère Tempérée», bien que nous ne puissions comparer les tempéraments de manière statique, la perception de la symétrie y est maximisée. Ce modèle fut conçu en réponse à la question récurrente: « que faire si le tempérament n'est pas égal? »

Lors de prochains développements, nous envisageons d'étudier d'autres tempéraments et travaillerons à visualiser les inharmonicités des instruments.

### 4. REFERENCES

- [1] Albin, Giovanni & Antonini, Samuele: Hamiltonian cycles in the topological dual of the tonnetz. *Mathematics and Computation in Music*, 1-10. (2009).
- [2] Asselin, Pierre-Yves. *Musique et tempérament*, Costallat, Paris(1985).
- [3] Amiot, Emmanuel & Baroin, Gilles. Looking at old and new isometries between pc-sets in the Planet-4D Model. *Music Theory Online*, Society for Music Theory. (2015)
- [4] Andreatta, Moreno & Baroin, Gilles: "An Introduction on Formal and Computational Models in Popular Music Analysis and Generation." *Aesthetics and Neuroscience*. Springer, Cham, 257-269 (2016)
- [5] Andreatta, Moreno: On group-theoretical methods applied to music: some compositional and implementational aspects. *Perspectives in Mathematical Music Theory* (2004).
- [6] Baroin, Gilles: The Planet-4D Model: An Original Hypersymmetric Music Space Based on Graph Theory. *Mathematics and Computation in Music*, 326-329. (2011)
- [7] Baroin G., Calvet A.! Visualizing Temperaments: Squaring the Circle?. in *Mathematics and Computation in Music*. MCM 2019. Lecture Notes in Computer Science, vol 11502. Springer, Cham (2019)
- [8] Calvet, André: *Le clavier bien obtempéré, Essai de Tempéramentologie*. A paraître (2020)
- [9] Dessault, Hervé: *Improvised arpeggiated suites #1 and #4* (2015)
- [10] Guillaume, Phillipe et al: *Pianoteq software* (2005-)
- [11] Jedrzejewski, Frank: *Mathématiques des systèmes acoustiques. Tempéraments et modèles contemporains*, L'Harmattan, (2002)
- [12] Jedrzejewski, Frank: *Hétérotopies musicales*, Hermann (2019 ) p485-553
- [13] Kellner, Herbert Anton. *Eine Rekonstruktion der wohltemperierten Stimmung von Johann Sebastian Bach*, *Das Musikinstr.* 26, (1977)