



**HAL**  
open science

## Θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Giorgos Psycharis, Chronis Kynigos

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Giorgos Psycharis, Chronis Kynigos. Θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης. DAD-Multilingual, 2020. <hal-02941052v1>

**HAL Id: hal-02941052**

**<https://hal.science/hal-02941052v1>**

Submitted on 16 Sep 2020 (v1), last revised 30 Sep 2020 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, & Birgit Pepin  
Μετάφραση στα ελληνικά: Γιώργος Ψυχάρης  
Κριτική θεώρηση: Χρόνης Κυνηγός

## Περίληψη

Η 'Θεωρία Διδακτικής Τεκμηρίωσης' αποτελεί άρθρο που γράφτηκε για να περιληφθεί στον τόμο Encyclopedia of Mathematics Education (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). Το παρόν άρθρο αποτελεί ενημέρωση της αρχικής έκδοσης που έγινε το 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020) και σε αυτό βασίζεται η παρούσα μετάφραση στα ελληνικά. Η μετάφραση αυτή αποτελεί μέρος μιας συλλογής μεταφράσεων του άρθρου σε 14 γλώσσες (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

Η θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης είναι μια εκ των θεωριών της διδακτικής των μαθηματικών. Ο κύριος στόχος της είναι η κατανόηση της επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών μέσα από τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων τους με τους πόρους που σχεδιάζουν και χρησιμοποιούν για/στη διδασκαλία τους. Στο παρόν κείμενο περιγράφονται με συντομία η δημιουργία της θεωρίας και κύριες πτυχές της: θεωρητικές αρχές, βασικές έννοιες και σχετική μεθοδολογία. Η περιγραφή της γίνεται μέσω παραδειγμάτων από διάφορα ερευνητικά έργα και είναι γραμμένη για ερευνητές, αλλά και για μη ειδικούς (π.χ. μεταπτυχιακούς φοιτητές) που ενδιαφέρονται να ανακαλύψουν τη θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης.

## Λέξεις κλειδιά

Υλικά του προγράμματος σπουδών; Ψηφιακοί πόροι; Δημιουργία διδακτικής τεκμηρίωσης; Λειτουργικές σταθερές; Συστήματα πόρων; Πόροι για διδασκαλία; Συλλογικό έργο των εκπαιδευτικών; Επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών.

## Abstract

The 'Documentation Approach to Didactics' is an entry of the Encyclopedia of Mathematics Education (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). This entry has been updated in 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This article is a Greek adaptation of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

The documental approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers' professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documental approach.

## Key words

Curriculum materials; Digital resources; Documentational genesis; Operational Invariants; Resource systems; Resources for teaching; Teachers' collective work; Teacher professional development.

## 1. Εισαγωγή

Οι εκπαιδευτικοί που διδάσκουν μαθηματικά αλληλεπιδρούν με το πρόγραμμα σπουδών και άλλους πόρους στο πλαίσιο της καθημερινής τους εργασίας. Η αλληλεπίδραση αυτή περιλαμβάνει την επιλογή, την τροποποίηση και τη δημιουργία νέων πόρων μέσα στην τάξη και εκτός αυτής. Η συγκεκριμένη δημιουργική εργασία των εκπαιδευτικών ονομάζεται *έργο διδακτικής τεκμηρίωσης* και τα παραγόμενά της συνιστούν τη *διδακτική τεκμηρίωση του εκπαιδευτικού*.

Τα συνήθη διδακτικά υλικά για την διδασκαλία των μαθηματικών περιλαμβάνουν κειμενικούς πόρους (π.χ. σχολικό βιβλίο, οδηγίες του προγράμματος σπουδών, φύλλα εργασίας των μαθητών) ή ψηφιακούς πόρους (π.χ. διαδραστικά σχολικά εγχειρίδια). Ωστόσο, με δεδομένη την σχεδόν απεριόριστη πρόσβαση σε διαφορετικά είδη πόρων στο διαδίκτυο, οι εκπαιδευτικοί καλούνται να επιλέξουν τους περισσότερο κατάλληλους και ποιοτικούς για τη διδασκαλία τους. Η μελέτη των πόρων αλλά και της αλληλεπίδρασης/εργασίας των εκπαιδευτικών με αυτούς αποτελεί τα τελευταία χρόνια ένα εξέχον πεδίο έρευνας (π.χ. Pepin, Gueudet, & Trouche 2013). Το ερευνητικό ενδιαφέρον ανέκυψε κατά κύριο λόγο στο πλαίσιο καινοτόμων μεταρρυθμίσεων των προγραμμάτων σπουδών σε πολλές χώρες που συνοδεύονται από προτάσεις αξιοποίησης εκπαιδευτικών υλικών για την υποστήριξη των εκπαιδευτικών στην εφαρμογή των νέων προγραμμάτων σπουδών.

Σε θεωρητικό επίπεδο, το έργο των εκπαιδευτικών με πόρους του προγράμματος σπουδών έχει μελετηθεί από διαφορετικές θεωρητικές οπτικές και πλαίσια (Remillard 2005; Pepin et al. 2013). Για παράδειγμα, αναφέρουμε το παράδειγμα της διάκρισης μεταξύ του “επιδικώμενου προγράμματος σπουδών” και του “εφαρμοσμένου και θεσπισμένου προγράμματος σπουδών” (“enacted curriculum”) στην Αγγλοαμερικανική βιβλιογραφία. Στην Ευρώπη ο όρος ‘*διδακτική*’ αναφέρεται σε μια έννοια εμπεδωμένη στον εκπαιδευτικό χώρο (e.g. Pepin et al. 2013). Στο παρόν άρθρο παρουσιάζεται η *Θεωρία της Διδακτικής Τεκμηρίωσης (ΘΔΤ)*, η οποία έχει τις ρίζες της στη Γαλλική σχολή της Διδακτικής.

## 2. Αφετηρία της θεωρίας

Η Θεωρία της Διδακτικής Τεκμηρίωσης (ΘΔΤ) παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τους Ghislaine Gueudet και Luc Trouche (Gueudet & Trouche 2009, Gueudet 2019) και έχει αναπτυχθεί περαιτέρω σε συνεργασία με την Birgit Pepin (Gueudet, Pepin & Trouche 2012). Η ΘΔΤ εμπνέεται από την παράδοση της Γαλλικής σχολής της διδακτικής των μαθηματικών (Trouche 2016), στην οποία έννοιες όπως η *διδακτική κατάσταση*, το *θεσμικό εμπόδιο* και το *σχήμα* κατέχουν κεντρικό ρόλο. Ταυτόχρονα συνδέεται με την κοινωνικο-πολιτισμική θεωρία, συμπεριλαμβάνοντας έννοιες όπως η *διαμεσολάβηση* (Vygotsky 1978) που θεωρείται συστατικό στοιχείο κάθε γνωστικής διαδικασίας. Επιπλέον, η θεωρία αναπτύχθηκε λόγω της αναδυόμενης ψηφιοποίησης της πληροφορίας και της επικοινωνίας και στην επακόλουθη ανάγκη για νέα θεωρητικά πλαίσια.

Πράγματι, η ψηφιοποίηση της πληροφορίας και της επικοινωνίας και η εξάπλωση της χρήσης του διαδικτύου έχουν επιφέρει σημαντικές αλλαγές όπως η διευκόλυνση της πρόσβασης σε διαφορετικούς πόρους και η δυνατότητα επικοινωνίας με πολλούς ανθρώπους. Οι αλλαγές αυτές απαιτούν τον μετασχηματισμό της σκέψης και των δράσεων στο επίπεδο της έρευνας καθώς φέρνουν στην επιφάνεια νέες διαφοροποιήσεις: μεταξύ *στατικών* και *δυναμικών* πόρων, μεταξύ *χρήσης* και *σχεδιασμού* πόρων, μεταξύ *ατομικού* και *συλλογικού* έργου (Pepin, Choprin, Ruthven, & Sinclair 2017). Λαμβάνοντας υπόψη αυτά τα φαινόμενα, η ΘΔΤ πρότεινε μια νέα προσέγγιση στην έρευνα εστιάζοντας στην ανάλυση της αλληλεπίδρασης των εκπαιδευτικών με τους πόρους σε δύο επίπεδα: στους πόρους που αξιοποιούν οι εκπαιδευτικοί για την υποστήριξη των πρακτικών τους στην τάξη (για τη διδασκαλία) αλλά στο πώς οι πόροι διαμορφώνονται/μετασχηματίζονται μέσω των πρακτικών (στη διδασκαλία).

Εκτός από την γαλλική παράδοση της διδακτικής, οι συγγραφείς εμπνεύστηκαν και από πολλά άλλα αλληλένδετα ερευνητικά πεδία όπως η *χρήση της τεχνολογίας*, οι *πόροι* και ο *σχεδιασμός προγραμμάτων σπουδών*, η *αρχιτεκτονική της πληροφορίας* και η *επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών*.

Στον επίπεδο της χρήσης τεχνολογίας, την κύρια θεωρητική βάση της ΘΔΤ αποτέλεσε η *εργαλειακή θεωρία*. Η εργαλειακή θεωρία αναπτύχθηκε από τον Rabardel (1995) στο πεδίο της γνωστικής εργονομίας και στη συνέχεια ενσωματώθηκε στη διδακτική των μαθηματικών (Guin & Trouche 2002, Guin, Ruthven, & Trouche 2005). Η συγκεκριμένη θεωρία διακρίνει το *τεχνούργημα/δόμημα*, που είναι διαθέσιμο σε έναν χρήστη, και το *εργαλείο* που αναπτύσσεται από τον χρήστη. Βασικές συνιστώσες της ΘΔΤ αποτελούν και οι έννοιες της *γέννησης εργαλείου*, της *διαμόρφωσης δραστηριότητας με το εργαλείο* και του από κοινού *μετασχηματισμού δραστηριότητας και εργαλείου* (βλ. Ενότητα 3). Η ανάπτυξη της εργαλειακής θεωρίας

πραγματοποιήθηκε σε μια περίοδο κατά την οποία ο προβληματισμός των εκπαιδευτικών για την εισαγωγή της ψηφιακής τεχνολογίας στη διδασκαλία αφορούσε ένα εργαλείο (π.χ. αριθμομηχανή, σύστημα υπολογιστικής άλγεβρας - CAS, περιβάλλον δυναμικής γεωμετρίας). Στην πορεία και καθώς οι εκπαιδευτικοί απέκτησαν πρόσβαση (μέσω Διαδικτύου) σε μια ποικιλία διαφορετικών πόρων, έγινε σαφές ότι η εργαλειακή θεωρία δεν επαρκούσε.

Η εστίαση της ΘΔΤ στους πόρους συναρτάται με την πρόταση της Adler (2000) να σκεφτούμε τον όρο «resource» ως ρήμα («re-source») και να τον ερμηνεύσουμε ως «στους πόρους και πάλι ή με διαφορετικούς τρόπους» (σελ. 207). Με βάση αυτή την οπτική, η ΘΔΤ λαμβάνει υπόψη ένα ευρύ φάσμα πόρων που μπορούν να τροφοδοτήσουν τη δραστηριότητα των εκπαιδευτικών (π.χ. σχολικά βιβλία, ψηφιακά υλικά, ανταλλαγές ηλεκτρονικών μηνυμάτων με συναδέλφους, φύλλα εργασίας των μαθητών), να 'μιλήσουν' στον εκπαιδευτικό (Remillard 2005) και να υποστηρίξουν τη διδασκαλία του.

Αυτή η ευρεία αντίληψη για τους πόρους οδηγεί σε μια αντίστοιχη ευρεία αντίληψη και για την επαγγελματική μάθηση των εκπαιδευτικών. Όπως σημειώνουν οι Ball, Hill and Bass (2005) στη μελέτη τους σχετικά με τη «μαθηματική γνώση για τη διδασκαλία», η διδασκαλία δεν περιορίζεται κατ' αποκλειστικότητα στην εργασία στην τάξη, αλλά περιλαμβάνει μεταξύ άλλων σχεδιασμό, αξιολόγηση, διενέργεια γραπτών εξετάσεων και συζητήσεις με γονείς. Πέρα από την εστίαση στην εργασία των εκπαιδευτικών μέσω των αλληλεπιδράσεων τους με τους πόρους, η ΘΔΤ αναγνωρίζει (με βάση τον Cooney 1999) ότι η αλλαγή της πρακτικής είναι αλληλένδετη με την αλλαγή της επαγγελματικής γνώσης και των πεποιθήσεων (όπως εξηγείται στην Ενότητα 3).

Μετά τη θεώρηση των πόρων ως μέσων που τροφοδοτούν την εργασία των εκπαιδευτικών, χρειάστηκε μια λέξη για να ονομάσει αυτό που ένας εκπαιδευτικός δημιουργεί για έναν συγκεκριμένο σκοπό/στόχο μέσω της εργασίας του με τους πόρους. Ο όρος document είχε ήδη χρησιμοποιηθεί στον τομέα της αρχιτεκτονικής πληροφοριών (Salaün 2012) και αφορούσε τον σχεδιασμό «κάποιου πράγματος με πρόθεση/σκοπό» να χρησιμοποιηθεί με συγκεκριμένο τρόπο σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο. Αυτή η επιλογή σηματοδότησε και την πρόελευση του ονόματος της θεωρίας. [Σημείωση: Στην ελληνική μετάφραση ο όρος document αποδίδεται ως *τεκμήριο διδασκαλίας* αναφέρεται στο 'κάτι' που σχεδιάζει ένας εκπαιδευτικός με σκοπό να αξιοποιηθεί με συγκεκριμένο τρόπο στο πλαίσιο της διδασκαλίας των μαθηματικών].

Τέλος, η ευκολία της επικοινωνίας μέσω του διαδικτύου οδήγησε στην συνεκτίμηση μιας σειράς διαφορετικών μορφών συλλογικής εργασίας των εκπαιδευτικών που λαμβάνουν χώρα σε δίκτυα, διαδικτυακές ομάδες, κοινότητες περισσότερο ή λιγότερο επίσημες. Η θεωρία των κοινοτήτων πρακτικής του Wenger (1998) και οι έννοιες της *συμμετοχής*, της *διαπραγμάτευσης* και της *υποστασιοποίησης* εμφανίστηκαν ως ιδιαίτερα παραγωγικές για την ανάλυση του σχεδιασμού πόρων για τη διδασκαλία από κοινότητες εκπαιδευτικών ως μια διαδικασία επαγγελματικής μάθησης (Gueudet, Pepin, & Trouche 2013).

Μετά την παρουσίαση της αφετηρίας της ΘΔΤ, στην επόμενη ενότητα παρουσιάζονται η δομή της θεωρίας και οι βασικές της έννοιες.

### **3. Η θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης – μια ολιστική προσέγγιση της δραστηριότητας των εκπαιδευτικών**

Στην παράγραφο αυτή περιγράφονται και εξηγούνται τα κύρια «συστατικά» της ΘΔΤ. Ορίζονται οι ακόλουθοι όροι: πόροι, τεκμήρια διδασκαλίας, γέννηση, διαμόρφωση δραστηριότητας με το εργαλείο και μετασχηματισμός δραστηριότητας και εργαλείου. Ως *πόροι του προγράμματος σπουδών των μαθηματικών* θεωρούνται οι πόροι (π.χ. διαδραστικά ψηφιακά μέσα, μη ψηφιακά μέσα/παραδοσιακό κείμενο) που αναπτύσσονται και χρησιμοποιούνται από εκπαιδευτικούς και μαθητές για/κατά τη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, εντός και εκτός της σχολικής τάξης. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται και οι ψηφιακοί πόροι του προγράμματος σπουδών (Pepin, Choprin, Ruthven, & Sinclair 2017). Οι Pepin και Gueudet (2018) διακρίνουν τους ψηφιακούς πόρους του προγράμματος σπουδών από την εκπαιδευτική τεχνολογία. Οι ίδιες ερευνήτριες διακρίνουν διαφορετικές κατηγορίες πόρων όπως *υλικούς πόρους του προγράμματος σπουδών* (π.χ. σχολικά εγχειρίδια, ψηφιακές πηγές του προγράμματος σπουδών, χειραπτικά μέσα και αριθμομηχανές), *κοινωνικούς πόρους* (π.χ. μια συνομιλία στο διαδίκτυο/φόρουμ) και *θεωρητικούς πόρους* (π.χ. θεωρητικά πλαίσια/εργαλεία της διδακτικής μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο της εκπαίδευσης εκπαιδευτικών). Η ΘΔΤ έχει εφαρμοστεί κυρίως για την ανάλυση της διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών. Ωστόσο, έχει επίσης χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη της διδακτικής τεκμηρίωσης εκπαιδευόμενων επιμορφωτών (π.χ. Psycharis & Kalogeria, 2018) ή

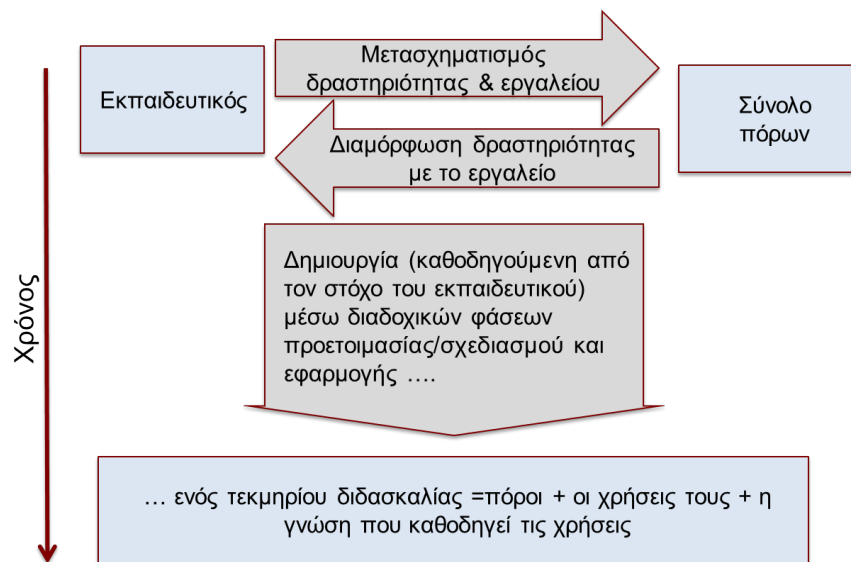
τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων μαθητών με πόρους (π.χ. Kock & Perin, 2018).

Όσον αφορά τις διαδικασίες, κατά τη διάρκεια της αλληλεπίδρασης με έναν πόρο ή ένα σύνολο πόρων οι εκπαιδευτικοί αναπτύσσουν συγκεκριμένα *σχήματα χρήσης* των συγκεκριμένων πόρων (βλ. Ενότητα 4 παρακάτω). Τα σχήματα αυτά είναι πιθανό να διαφέρουν σε διαφορετικούς εκπαιδευτικούς, παρότι μπορεί να χρησιμοποιούν τον ίδιο πόρο, ανάλογα με τις γνώσεις και τις πεποιθήσεις τους. Το αποτέλεσμα είναι ένα *τεκμήριο διδασκαλίας*, επομένως:

$$\text{Πόροι} + \text{σχήμα χρήσης} = \text{τεκμήριο διδασκαλίας}$$

Η διαδικασία δημιουργίας ενός τεκμηρίου διδασκαλίας (συμπεριλαμβανομένης και της μάθησης του εκπαιδευτικού) ονομάστηκε *δημιουργία διδακτικής τεκμηρίωσης* (e.g., Gueudet & Trouche 2009).

Οι Perin, Gueudet, και Trouche (2013) ανέπτυξαν θεωρητικές οπτικές σχετικά με την αλληλεπίδραση του εκπαιδευτικού με πόρους ('re-sourcing'/από-και-προς) για την διδασκαλία των μαθηματικών, ενώ η ΘΔΤ αντιμετωπίζει τη 'χρήση' των πόρων ως μια δυναμική διαδικασία αλληλεπίδρασης που ενέχει στοιχεία μετασχηματισμού. Η διαδικασία αυτή ολοκληρώνεται προς δύο κατευθύνσεις: η μια αναφέρεται στο πώς οι εκπαιδευτικοί διαμορφώνουν πρακτικές επηρεασμένοι από τις λειτουργίες και τα χαρακτηριστικά των διαθέσιμων πόρων (η διαδικασία *διαμόρφωσης δραστηριότητας με το εργαλείο*), ενώ η άλλη στο πώς οι εκπαιδευτικοί διαμορφώνουν πρακτικές καθώς μετασχηματίζουν διαφορετικούς πόρους (η διαδικασία *μετασχηματισμού δραστηριότητας και εργαλείου*) (Σχήμα 1). Ως εκ τούτου, η ΘΔΤ δίνει έμφαση στη διαλεκτική φύση των αλληλεπιδράσεων εκπαιδευτικού-πόρων μέσω των αλληλένδετων διαδικασιών διαμόρφωσης δραστηριότητας με το εργαλείο και μετασχηματισμού δραστηριότητας και εργαλείου (Vérillon & Rabardel, 1995). Οι διαδικασίες αυτές περιλαμβάνουν τις πρακτικές σχεδιασμού, επανασχεδιασμού και 'σχεδιασμού-κατά-τη-χρήση' (όπου οι εκπαιδευτικοί αποφασίζουν να μετασχηματίσουν ένα τεκμήριο διδασκαλίας κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας ανάλογα με τις διδακτικές τους ανάγκες).



**Σχήμα 1.** Αναπαράσταση της δημιουργίας διδακτικής τεκμηρίωσης

Το μοντέλο των αλληλεπιδράσεων μεταξύ εκπαιδευτικών και πηγών που προτείνει η ΘΔΤ έχει επιπτώσεις στην επαγγελματική εξέλιξη των εκπαιδευτικών. Στο διαδίκτυο διατίθεται μια τεράστια ποσότητα διδακτικών υλικών εν δυνάμει κατάλληλων για τη διδασκαλία. Ωστόσο, το διαδίκτυο δεν παρέχει κατάλληλη υποστήριξη στον εκπαιδευτικό που θα ήθελε να αναζητήσει συγκεκριμένους (ίσως διαδραστικούς) μαθησιακούς πόρους που συνδυάζονται με άλλους πόρους (π.χ. σχολικό βιβλίο) σε επίπεδο περιεχομένου και διδακτικών χαρακτηριστικών.

Με άλλα λόγια, οι εκπαιδευτικοί συχνά συναντούν διαθέσιμα ετερόκλητα υλικά χωρίς καθοδήγηση για το πώς με αυτά θα μπορούσαν να σχεδιάσουν μια συνεκτική μαθησιακή τροχιά για τους μαθητές τους. Στο πλαίσιο της εργασίας τους, που μπορεί να αφορά είτε την αναζήτηση δραστηριοτήτων που θα χρησιμοποιήσουν συμπληρωματικά σε μια υπάρχουσα μαθησιακή ακολουθία είτε τον σχεδιασμό

μαθησιακών διαδρομών μέσω ψηφιακών βιβλίων/εγχειριδίων (e-textbooks), οι εκπαιδευτικοί χρειάζονται επαγγελματική υποστήριξη προκειμένου να αναπτύξουν την *ικανότητα σχεδιασμού* (Pepin, Gueudet, & Trouche 2017) – που χαρακτηρίζεται από την εστίαση στις μαθηματικές και παιδαγωγικές πτυχές των μαθησιακών πόρων και από την ευελιξία στη χρήση τους (βλ. Παράθυρο 1). Το στοιχείο αυτό είναι συμβατό με την ΘΔΤ και η Wang (2018) θεωρεί ότι η ικανότητα σχεδιασμού αποτελεί μέρος της *ικανότητας διδακτικής τεκμηρίωσης* των εκπαιδευτικών.

#### **Παράθυρο 1. Χρήση πόρων στο γυμνάσιο: το παράδειγμα του έργου διδακτικής τεκμηρίωσης της Vera**

Η Vera είναι μια από εκ των πολλών εκπαιδευτικών στη Γαλλία που συμμετέχουν στην Sésamath (Gueudet et al. 2013; Pepin et al. 2017). Η Sésamath είναι μια ένωση καθηγητών μαθηματικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη Γαλλία τα μέλη της οποίας σχεδιάζουν (από το 2001) διαδραστικά ηλεκτρονικά βιβλία τα οποία προσφέρουν ελεύθερα μέσω της ιστοσελίδας τους (<http://www.sesamath.net/>). Η διδακτική τεκμηρίωση της Vera αναλύεται αναφορικά με ένα μάθημα στο οποίο δίδαξε για πρώτη φορά ποσοστά στην Β' γυμνασίου αξιοποιώντας μια ποικιλία πηγών, συμπεριλαμβανομένων και πηγών του Sésamath.

Η ανάλυση επικεντρώνεται στον κύκλο: προετοιμασία μαθήματος-εφαρμογή στην τάξη-αξιολόγηση της κατανόησης των μαθητών-αναστοχασμός. Η επιλογή του συγκεκριμένου κύκλου είναι σύμφωνη με τις βασικές αρχές της ΘΔΤ: η ανάλυση του σχεδιασμού δεν περιορίστηκε μόνο στον αρχικό σχεδιασμό ενός πόρου για τη διδασκαλία μιας συγκεκριμένης ενότητας των μαθηματικών, αλλά συνεχίστηκε και κατά τη διάρκεια της χρήσης του πόρου στην τάξη. Η Vera συμπεριέλαβε στον σχεδιασμό της τη χρήση ενός εργαλείου που αναπτύχθηκε στο Sésamath, το LaboMEP, για να προτείνει διαφορετικές ασκήσεις σε διαφορετικούς μαθητές. Με αυτό τον τρόπο η ίδια αναγνώρισε την ανάγκη να κάνει διαφοροποιημένη διδασκαλία. Επίσης το LaboMEP προτείνει επιπλέον παραλλαγές των ασκήσεων με την ίδια δομή, μια δυνατότητα που επίσης αξιοποίησε η Vera. Η ίδια δήλωσε ότι το εργαλείο της έδωσε ένα ισχυρό κίνητρο για να ενισχύσει τη διδασκαλία της, αξιοποιώντας όχι μόνο ένα σύνολο γνωστών ασκήσεων αλλά και παραλλαγών τους (με την ίδια μαθηματική δομή) που σχετίζονταν με το συγκεκριμένο μάθημα.

Τα παραπάνω αποτελέσματα υποδεικνύουν την ενίσχυση της διδακτικής ευελιξίας της Vera και την ανάπτυξη της ικανότητας σχεδιασμού της: στοχεύοντας στην αποτελεσματική διδασκαλία των μαθηματικών η Vera επιλέγει, σχεδιάζει και μετασχηματίζει υπάρχοντες επίσημους πόρους και επιπλέον δημιουργεί νέα διδακτικά υλικά.

Η διδασκαλία θεωρείται συχνά ως σχεδιασμός. Η οπτική αυτή συμβαδίζει με την θεώρηση της Brown (2009) που αναφέρει ότι η θεώρηση της διδασκαλίας ως σχεδιασμού και των εκπαιδευτικών ως σχεδιαστών ταιριάζει με μια σειρά γνωστικών θεωριών που «δίνουν έμφαση στη ζωτικής σημασίας σχέση που συνέχει τα εργαλεία με τα υποκείμενα που τα χρησιμοποιούν για να πετύχουν τους στόχους τους ... Και δεν είναι μόνο οι ικανότητες των ατόμων που ευνοούν τα ανθρώπινα επιτεύγματα, αλλά και τα πλεονεκτήματα των εργαλείων που χρησιμοποιούν» (σελ. 19). Έτσι, η Brown (2009) διακρίνει στη συγκεκριμένη σχέση μια αλληλεξάρτηση: η δραστηριότητα του «σχεδιασμού» δεν εξαρτάται μόνο από την ικανότητα του εκπαιδευτικού, αλλά και από την σχέση μεταξύ εκπαιδευτικού και πόρων (του προγράμματος σπουδών), τη «σχέση εκπαιδευτικού-εργαλείου», που συζητάμε εδώ. Ως εκ τούτου τα χαρακτηριστικά των πόρων του προγράμματος σπουδών επηρεάζουν αυτήν τη σχέση. Η θέση αυτή είναι συμβατή με την ΘΔΤ, σύμφωνα με την οποία οποιαδήποτε θεώρηση του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή πρέπει να περιλαμβάνει μια συνειδητή εμπλοκή στον σχεδιασμό, στη δημιουργία «κάτι καινούργιου» (π.χ. συνδυάζοντας υπάρχοντα και νέα στοιχεία) προκειμένου να επιτευχθεί ένας συγκεκριμένος (διδακτικός) στόχος (Pepin, Gueudet & Trouche 2017). Αυτή η δυνατότητα υποστηρίζεται από σχήματα χρήσης, που ορίζονται στην ακόλουθη ενότητα.

#### **4. Εμβαθύνοντας στην θεωρία διδακτικής τεκμηρίωσης: σχήματα και συστήματα**

Η έννοια του «σχήματος» (Vergnaud 1998), που είναι κεντρική στην ΘΔΤ, σχετίζεται στενά με την έννοια της «ομάδας καταστάσεων». Στην περίπτωση μας αναφερόμαστε σε ένα σύνολο επαγγελματικών καταστάσεων που αντιστοιχούν στον (ίδιο) στόχο μιας δραστηριότητας που αναπτύσσει ένας εκπαιδευτικός για τη συγκεκριμένη ομάδα καταστάσεων στο επαγγελματικό του πλαίσιο. Για παράδειγμα,



«η διαχείριση της ετερογένειας ενός τμήματος της Β' γυμνασίου» αποτέλεσε μια ομάδα καταστάσεων για τη Βέρα (στο προηγούμενο παράθυρο). Για μια δεδομένη ομάδα καταστάσεων, ένα υποκείμενο (εδώ ο εκπαιδευτικός), αναπτύσσει μια σταθερή οργάνωση της δραστηριότητάς του, δηλαδή ένα σχήμα. Το σχήμα αποτελείται από τέσσερα μέρη:

- Στόχο/σκοπό της δραστηριότητας (που χαρακτηρίζει την ομάδα καταστάσεων);
- Κανόνες δράσης για συλλογή πληροφοριών και έλεγχο;
- Λειτουργικές σταθερές, στοιχεία γνώσης δύο ειδών: *θεωρήματα στην πράξη* – προτάσεις θεωρούμενες ως αληθείς - και *έννοιες στην πράξη* – έννοιες θεωρούμενες ως κατάλληλες/σχετικές - (βλ. παράδειγμα παρακάτω);
- Δυνατότητες εξαγωγής συμπερασμάτων μέσω προσαρμογών στην ποικιλία των καταστάσεων.

Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητάς του, ο εκπαιδευτικός μπορεί να εμπλουτίζει τα σχήματά του ενσωματώνοντας νέους κανόνες δράσης, ή μπορεί να αναπτύσσει νέα σχήματα. Με αυτή την έννοια το σχήμα προσφέρει ένα μοντέλο για την ανάλυση της μάθησης. Στη ΘΔΤ τα σχήματα τα οποία λαμβάνονται υπόψη είναι σχήματα χρήσης για έναν δεδομένο πόρο (ή σύνολο πόρων). Οι πόροι και το σχήμα οδηγούν στη δημιουργία ενός τεκμηρίου διδασκαλίας σύμφωνα με τον τύπο που εμφανίζεται στην προηγούμενη ενότητα.

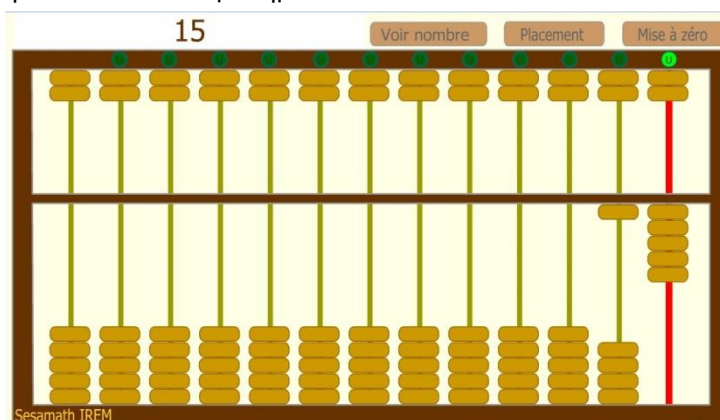
Το σύνολο των πόρων που χρησιμοποιεί ένας εκπαιδευτικός αποτελεί το *σύστημα πόρων* του. Αυτοί οι πόροι μπορεί να σχετίζονται με σχήματα χρήσης και τη δημιουργία τεκμηρίων διδασκαλίας (ο ίδιος πόρος μπορεί να συνεισφέρει στη δημιουργία πολλών τεκμηρίων διδασκαλίας). Τα τεκμήρια διδασκαλίας που αναπτύσσονται από έναν εκπαιδευτικό αποτελούν το *σύστημα των τεκμηρίων διδασκαλίας* του εκπαιδευτικού. Η δομή του συστήματος των τεκμηρίων διδασκαλίας ακολουθεί τη δομή της ομάδας των καταστάσεων που συνθέτουν την επαγγελματική δραστηριότητα του εκπαιδευτικού (σύμφωνα με τους διαφορετικούς στόχους της δραστηριότητάς του).

Όταν οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται τα τεκμήρια διδασκαλίας που αναπτύσσουν, για παράδειγμα σε μια ομάδα που συνεργάζονται για την προετοιμασία μαθημάτων, μπορούν επίσης να αναπτύξουν ένα κοινό/διαμοιραζόμενο σύστημα πόρων (Trouche, Gueudet & Perin 2019). Ωστόσο, τα μέλη της ομάδας μπορούν να αναπτύξουν διαφορετικά σχήματα για τον ίδιο πόρο, με αποτέλεσμα τη δημιουργία διαφορετικών τεκμηρίων διδασκαλίας (Perin & Gueudet 2020).

Στο Παράθυρο 2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα πόρου στο δημοτικό σχολείο, προκειμένου να διασαφηνιστούν οι όροι λειτουργικές σταθερές, συστήματα πόρων και συστήματα τεκμηρίων διδασκαλίας.

### Παράθυρο 2. Χρήση πόρων στο δημοτικό σχολείο: το παράδειγμα του εικονικού άβακα

Ο εικονικός άβακας (Σχήμα 2) είναι ελεύθερο λογισμικό<sup>1</sup> που έχει αναπτυχθεί στη Γαλλία από την Sésamath, μια ένωση εκπαιδευτικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης τα μέλη της οποίας σχεδιάζουν διδακτικά υλικά για τη διδασκαλία των μαθηματικών.



Σχήμα 2. Ο εικονικός άβακας

<sup>1</sup> Το λογισμικό και άλλες πηγές υπάρχουν στην ιστοσελίδα [http://seminaire-education.espe-bretagne.fr/?page\\_id=611](http://seminaire-education.espe-bretagne.fr/?page_id=611)

Ο κινέζικος άβακας χωρίζεται σε δύο μέρη από μια κεντρική μπάρα, που ονομάζεται «ράβδος ανάγνωσης»: μόνο οι χάντρες που βρίσκονται σε αυτή τη ράβδο θεωρούνται «ενεργοποιημένες». Υπάρχουν δύο είδη χαντρών: χάντρες 5 μονάδων (εμφανίζονται σε δυάδες στο πάνω μέρος) και χάντρες 1 μονάδας (εμφανίζονται σε πεντάδες στο κάτω μέρος). Ο κινεζικός άβακας περιλαμβάνει 13 κάθετες ράβδους. Κάθε ράβδος αντιστοιχεί σε μια τάξη μεγέθους του συστήματος θέσης-τιμής: μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κ.λπ. (από τα δεξιά προς τα αριστερά). Ο ίδιος αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί με πολλούς τρόπους στον κινέζικο άβακα: για παράδειγμα το 15 μπορεί να αναπαρασταθεί χρησιμοποιώντας 6 χάντρες στο κάτω μέρος (μία στη ράβδο των δεκάδων και πέντε στη ράβδο των μονάδων). Μπορεί επίσης να αναπαρασταθεί χρησιμοποιώντας μόνο δύο χάντρες, αντικαθιστώντας τις πέντε χάντρες μιας μονάδας στα δεξιά από μια χάντρα πέντε μονάδων στην ίδια ράβδο (από το πάνω μέρος).

Ο Carlos, ένας έμπειρος εκπαιδευτικός που εργάζεται με μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες για περισσότερο από τρία χρόνια (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet 2011), αποφάσισε να χρησιμοποιήσει τον άβακα για τη διδασκαλία των αριθμών σε μια τάξη της Γ' δημοτικού. Είχε υπόψη του μια δραστηριότητα με τον παραδοσιακό άβακα στο σχολικό βιβλίο, αλλά δεν ήθελε να δουλέψει με το συγκεκριμένο εργαλείο στην τάξη πριν διερευνήσει τις δυνατότητες του εικονικού άβακα στην τάξη. Στη διδασκαλία επέλεξε να ξεκινήσει με τον παραδοσιακό άβακα εμπλέκοντας τους μαθητές στον χειρισμό του και καλώντας τους να διατυπώσουν υποθέσεις σχετικά με το πώς λειτουργεί. Στη συνέχεια οι μαθητές εργάστηκαν με τον εικονικό άβακα και έγραψαν οδηγίες για τη χρήση του. Ακολούθως, ο Carlos πρότεινε στους μαθητές δύο κατηγορίες ασκήσεων: αναπαράσταση ενός δεδομένου αριθμού στον άβακα και αναγνώριση ενός αριθμού που έχει αναπαρασταθεί στον άβακα. Για την τελική αξιολόγηση έδωσε παρόμοιες ασκήσεις στο χαρτί ώστε να αποφευχθεί η στρατηγική δοκιμής και σφάλματος που είναι πιθανό να ακολουθήσουν οι μαθητές όταν εργάζονται με το λογισμικό.

Ο Carlos δημιούργησε μια σειρά από τεκμήρια διδασκαλίας που βασίστηκαν στη χρήση του εικονικού άβακα και άλλων αντίστοιχων πηγών (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet *ibid*). Για τον στόχο «Ανακαλύψτε πώς δουλεύει ο άβακας» χρησιμοποίησε τον παραδοσιακό και τον εικονικό άβακα και ζήτησε από τους μαθητές να κατασκευάσουν αφίσες (posters).

Ήταν σημαντικό για τον ίδιο να αφήσει τους μαθητές του να ανακαλύψουν οι ίδιοι τις αρχές του άβακα. Η απόφαση αυτή σηματοδοτεί την ύπαρξη μιας λειτουργικής σταθεράς και συγκεκριμένα ενός θεωρήματος στην πράξη όπως «οι μαθητές πρέπει να ανακαλύψουν μόνοι τους, στον βαθμό που αυτό είναι εφικτό, τα νέα εργαλεία που χρησιμοποιούν σε μια δραστηριότητα» και της αντίστοιχης έννοιας στη δράση που είναι η «προσωπική ανακάλυψη». Και τα δύο συστατικά της λειτουργικής σταθεράς είχαν αναπτυχθεί από τον Carlos πριν γνωρίσει τον εικονικό άβακα.

Μια ακόμα λειτουργική σταθερά που συνάγεται από τις επιλογές του Carlos: «είναι σημαντικό για τους μαθητές της τρίτης τάξης να χειριστούν υλικούς πόρους». Το σχήμα για τον στόχο «ανακαλύψτε πώς δουλεύει ο άβακας» περιλαμβάνει τις συγκεκριμένες λειτουργικές σταθερές και τους συναφείς κανόνες δράσης: «προτείνω τον παραδοσιακό άβακα στους μαθητές για εξάσκηση στον χειρισμό» και «προτείνω τον εικονικό άβακα στους μαθητές που θα τους επιτρέψει να ελέγξουν ποιος αριθμός εμφανίζεται».

Κατά την χρήση του άβακα στην διδασκαλία και συγκεκριμένα στην άσκηση «εμφάνιστε έναν συγκεκριμένο αριθμό στον άβακα», ο Carlos παρατήρησε ότι όταν οι μαθητές χρησιμοποιούν τον εικονικό άβακα αναπτύσσουν στρατηγικές δοκιμής και σφάλματος χρησιμοποιώντας το κουμπί «εμφάνισε τον αριθμό». Ως εκ τούτου, αποφάσισε να κάνει μια τελική αξιολόγηση στο χαρτί μέσω ενός νέου τεκμηρίου διδασκαλίας που ανέπτυξε με σκοπό/στόχο να διδάξει στους μαθητές «πώς εμφανίζουν έναν αριθμό στον άβακα». Το συγκεκριμένο τεκμήριο διδασκαλίας ενσωματώνει τον εικονικό άβακα, ένα μοντέλο του άβακα σχεδιασμένο στο χαρτί, και τη λειτουργική σταθερά «στον εικονικό άβακα οι μαθητές μπορεί να αναπτύξουν στρατηγικές δοκιμής και σφάλματος».

Ο Carlos είναι ένας έμπειρος εκπαιδευτικός της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης που είχε αναπτύξει για πολλά χρόνια ένα (υπο-)σύστημα πόρων και είχε δημιουργήσει τεκμήρια διδασκαλίας για τη διδασκαλία των αριθμών στην Τρίτη τάξη. Ο άβακας αποτελούσε μέρος των αυτών των πόρων και πολλών νέων τεκμηρίων διδασκαλίας. Κάποια από τα συγκεκριμένα τεκμήρια διδασκαλίας αντιστοιχούν σε στόχους που συνδέονται ευθέως με την χρήση του άβακα, όπως «ανακαλύψτε πώς λειτουργεί ο άβακας», «πώς θα διδάξουμε στους μαθητές να εμφανίζουν έναν αριθμό στον άβακα». Σε περιπτώσεις άλλων τεκμηρίων



διδασκαλίας ο άβακας αξιοποιήθηκε παρότι δεν εμφανίστηκε στους διδακτικούς στόχους. Για παράδειγμα, για τον στόχο «διδασκαλία των βασικών αρχών του δεκαδικού συστήματος», χρησιμοποίησε τον άβακα για να αποδείξει τις αρχές «ομαδοποίησης και ανταλλαγής» (όπως ομαδοποίηση δύο πεντάδων σε μια ράβδο και ανταλλαγή της με μια χάντρα-μονάδα στην επόμενη ράβδο). Άλλοι πόροι που εμφανίστηκαν στο σύστημα πόρων του Carlos και εμπλούτισαν τα νέα τεκμήρια διδασκαλίας ήταν οι αφίσες των μαθητών. Κάποιοι από τους πόρους αυτούς έδωσαν το έναυσμα στον Carlos για την διδακτική αξιοποίηση του άβακα. Για παράδειγμα, το σχολικό εγχειρίδιο προσέφερε μια πρώτη ευκαιρία στον Carlos να αρχίσει να σκέφτεται την πιθανή χρήση του άβακα στην τάξη.

Το σύστημα των τεκμηρίων διδασκαλίας ενός εκπαιδευτικού περιλαμβάνει πολλά υποσυστήματα με τη δική τους δομή, που μπορεί να συνδέονται για παράδειγμα με βάση το μαθηματικό περιεχόμενο ή ένα συγκεκριμένο είδος δραστηριότητας (π.χ. υποσύστημα για την γεωμετρία, υποσύστημα για την αξιολόγηση). Η περιγραφή του συστήματος τεκμηρίων διδασκαλίας μπορεί να γίνει σε διαφορετικά επίπεδα που ποικίλουν από το επίπεδο της γενικής περιγραφής της δραστηριότητας ως το επίπεδο του μαθηματικού περιεχομένου. Στην έρευνα στη διδακτική των μαθηματικών, η εστίαση στο περιεχόμενο των μαθηματικών (έναν στόχο θα μπορούσε να είναι «η αξιολόγηση των ικανοτήτων των μαθητών στα ποσοστά στη Β' γυμνασίου»), επιτρέπει να περιγραφούν με πληρέστερο τρόπο οι αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών με τους πόρους και οι συνέπειές τους. Σύμφωνα με την ΘΔΤ, η ανάλυση του έργου διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών απαιτεί συγκεκριμένη μεθοδολογία, η οποία παρουσιάζεται στην επόμενη ενότητα.

## **5. Αναστοχαστική διερεύνηση: αναπτύσσοντας ένα μεθοδολογικό πλαίσιο**

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ο ερευνητικός σχεδιασμός που συνδέεται με τη ΘΔΤ και οι αρχές του όπως και ένα ερευνητικό εργαλείο που έχει σχεδιαστεί με βάση αυτές τις αρχές. Τέλος, παρουσιάζονται ορισμένα αναδυόμενα ζητήματα που καλείται να αντιμετωπίσει η μεθοδολογία αναστοχαστικής διερεύνησης. Η ανάλυση της διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών απαιτεί να ληφθούν υπόψη τα ακόλουθα: η ποικιλία των πόρων που τροφοδοτούν το έργο των εκπαιδευτικών και παράγονται ως αποτέλεσμα, η ποικιλία των αλληλεπιδράσεων (συλλογικών, θεσμικών και κοινωνικών) που το επηρεάζουν, και ο απαιτούμενος χρόνος για τη δημιουργία τεκμηρίων διδασκαλίας. Οι παραπάνω επιστημολογικές παραδοχές έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη μιας συγκεκριμένης μεθοδολογίας στο πλαίσιο της ΘΔΤ που ονομάζεται *αναστοχαστική διερεύνηση της διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών*.

Η μεθοδολογία αυτή αποδίδει ιδιαίτερο ρόλο στους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και βασίζεται σε πέντε βασικές αρχές<sup>2</sup>:

- Την αρχή της *εκτεταμένης συλλογής των υλικών πόρων* που χρησιμοποιούνται και παράγονται κατά τη διαδικασία της διδακτικής τεκμηρίωσης.
- Την αρχή της *μακράς διάρκειας παρακολούθησης*. Η διαδικασία διδακτικής τεκμηρίωσης είναι συνεχής και εξελίσσεται στον χρόνο ενώ τα αντίστοιχα σχήματα δημιουργούνται σε μεγάλες χρονικές περιόδους.
- Η αρχή της *παρακολούθησης εντός και εκτός τάξης*. Η τάξη είναι ο χώρος στον οποίο υλοποιείται ο διδακτικός σχεδιασμός μέσα από προσαρμογές, αναθεωρήσεις και βελτιώσεις. Ωστόσο, ένα σημαντικό μέρος της εργασίας των εκπαιδευτικών πραγματοποιείται σε χώρους εκτός τάξης όπως στο σχολείο (π.χ. στο γραφείο προσωπικού), στο σπίτι, σε κέντρα / προγράμματα επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών.
- Η αρχή της *αναστοχαστικής παρακολούθησης* της διδακτικής τεκμηρίωσης.
- Η αρχή της *καταγραφής των οπτικών του εκπαιδευτικού για τη διδακτική του τεκμηρίωση και την υλική πλευρά της* (η υλική πλευρά περιλαμβάνει για παράδειγμα τη συλλογή συγκεκριμένων υλικών, τις διδακτικές πρακτικές στην τάξη).

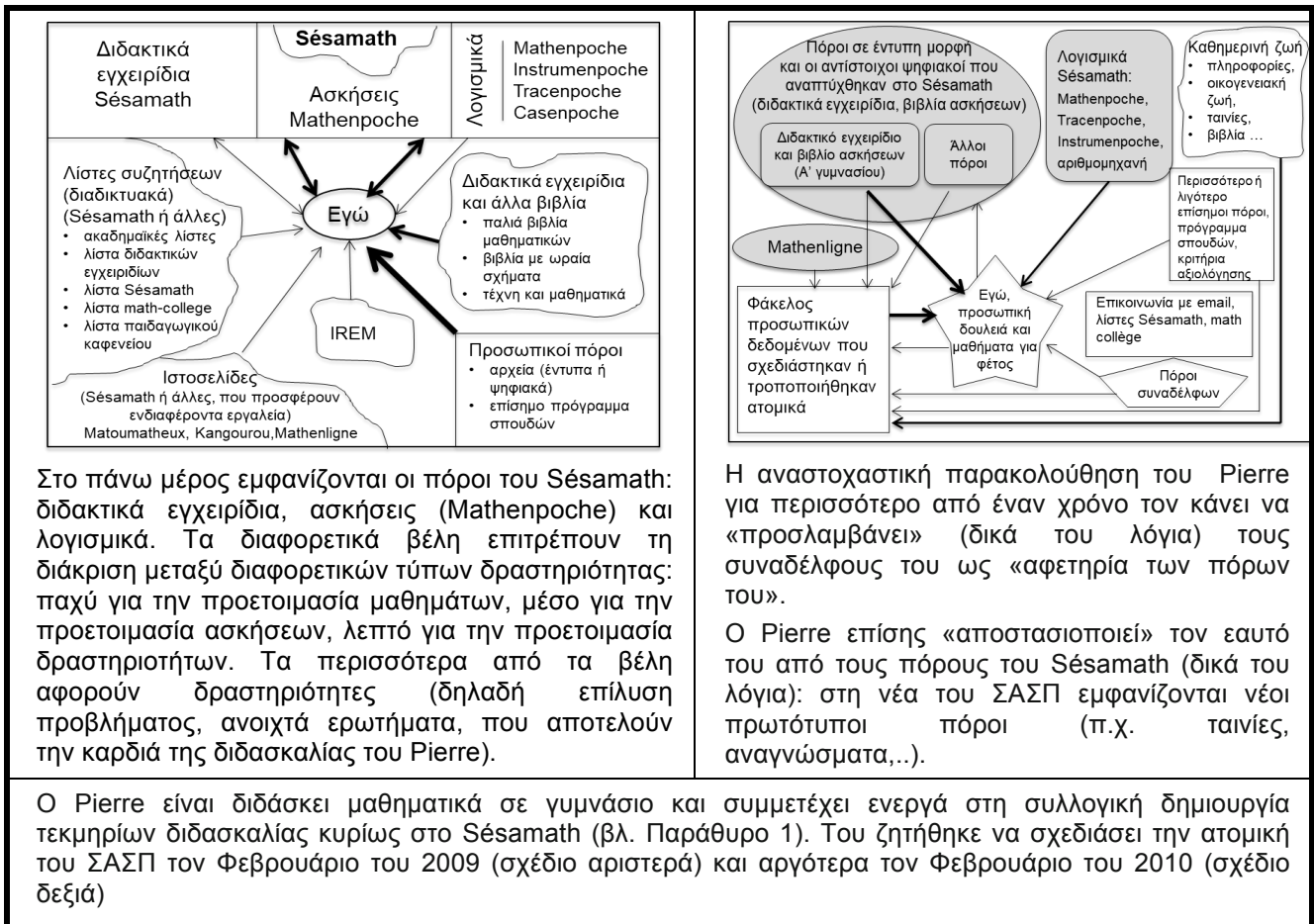
Η ενεργός συμμετοχή του εκπαιδευτικού είναι πρακτικά αναγκαία καθώς είναι ο μόνος που έχει πρόσβαση στην διαδικασία και τα παραγόμενα της διδακτικής του τεκμηρίωσης (πέρα από την άμεση παρατήρηση του ερευνητή). Η συμμετοχή του εκπαιδευτικού επιπλέον ευνοεί μια αναστοχαστική στάση από την πλευρά του που επιτρέπει να γίνουν ορατοί κάποιοι (μη εμφανείς) πόροι ή συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών

---

<sup>2</sup> Στο (Gueudet et Trouche 2012, p. 27) προτείναμε μόνο τις τέσσερις πρώτες αρχές. Η πέμπτη αρχή, που προσθέσαμε στη συνέχεια, αναδείχθηκε μέσα από έρευνες που βασίστηκαν στην ΘΔΤ.

πόρων (στο σύστημα πόρων του). Οι αρχές και ο σκοπός της συλλογής δεδομένων που εκτείνεται σε μεγάλο χρονικό διάστημα πρέπει να παρουσιάζονται ξεκάθαρα από τον ερευνητή στον εκπαιδευτικό από την αρχή. Αυτή η αναγκαιότητα οδήγησε τον Sabra (2016) να εισαγάγει την έννοια του *μεθοδολογικού συμβολαίου* μεταξύ του εκπαιδευτικού και του ερευνητή που παρακολουθεί και καταγράφει τη διδακτική τεκμηρίωση του πρώτου.

Με βάση αυτές τις αρχές, αναπτύχθηκαν ευέλικτες στρατηγικές και εργαλεία συλλογής δεδομένων που μπορούν να προσαρμοστούν ανάλογα με το πλαίσιο και τα ερευνητικά ερωτήματα. Για παράδειγμα, ένα τέτοιο εργαλείο – παραγωγικό από ερευνητική σκοπιά – αποτελεί η *σχηματική αναπαράσταση του συστήματος πόρων ενός εκπαιδευτικού* (ΣΑΣΠ, βλ. Σχήμα 3). Ο εκπαιδευτικός καλείται να κάνει μια σχηματική αναπαράσταση χαρτογράφησης των πόρων του, υποδεικνύοντας τους πόρους που εντόπισε και χρησιμοποίησε, την προέλευσή τους (π.χ. αποθετήρια) και τον σκοπό (π.χ. Pepin, Xu, Trouche, & Wang, 2016).



**Σχήμα 3.** Η ΣΑΣΠ ενός εκπαιδευτικού (Gueudet, Pepin & Trouche 2012, σ. 314 & 318)

Από την εισαγωγή της ΘΔΤ, το συγκεκριμένο εργαλείο έχει αναπτυχθεί σε πολλές κατευθύνσεις:

- Ο Hammoud (2012), ερευνητής της διδακτικής της χημείας, πρότεινε την ανάλυση της ΣΑΣΠ ως νοητικού χάρτη. Χρησιμοποίησε το συγκεκριμένο εργαλείο ζητώντας από τους εκπαιδευτικούς να περιγράψουν τις αλληλεπιδράσεις τους με συναδέλφους ή μέσα σε διάφορες κοινότητες.
- Η Rocha (2018) μετονόμασε τη ΣΑΣΠ σε «Αναστοχαστική χαρτογράφηση του συστήματος πόρων» ενός εκπαιδευτικού (ΑΧΣΠ), για δύο λόγους: προκειμένου να υπογραμμίσει τον ρόλο του αναστοχασμού και να αναδείξει (με τον όρο «χαρτογράφηση») την διαδικασία προοδευτικής διερεύνησης ενός άγνωστου πεδίου (για τον ερευνητή, αλλά σε κάποιο βαθμό και για τον ίδιο τον εκπαιδευτικό). Στην έρευνά της ζήτησε από έναν εκπαιδευτικό να σχεδιάσει την ΑΧΣΠ του σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, για να διερευνήσει σε ποιο βαθμό συγκεκριμένες μεταρρυθμιστικές προσπάθειες σε επίπεδο διδασκαλίας ή προγράμματος σπουδών (που συνδέονται με

συγκεκριμένους τύπους πόρων) οδηγούν σε μια «νέα» ΑΧΣΠ του εκπαιδευτικού. Επιπλέον, ακολουθώντας την πέμπτη αρχή της αναστοχαστικής διερεύνησης (βλ. παραπάνω) και βασιζόμενη σε μια συγκεκριμένη ΑΧΣΠ του εκπαιδευτικού, ανέπτυξε η ίδια – ως ερευνήτρια – μια σχηματική αναπαράσταση του συστήματος πόρων του εκπαιδευτικού που την ονόμασε «Συναγόμενη χαρτογράφηση του συστήματος πόρων» (ΣΧΣΠ) του εκπαιδευτικού.

Πέρα από το συγκεκριμένο εργαλείο, τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί στο πλαίσιο της αναστοχαστικής διερεύνησης μια σειρά από άλλα μεθοδολογικά εργαλεία προκειμένου να διευκολυνθεί η πρόσβαση, στο μέτρο του δυνατού, στη διαδικασία διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών ενόσω συμβαίνει. Ένα τέτοιο εργαλείο αποτελεί η παρακολούθηση και καταγραφή επεισοδίων αλληλεπίδρασης ενός εκπαιδευτικού με πόρους που λαμβάνουν χώρα όχι μόνο στη δημόσια σφαίρα (π.χ. σε αίθουσες διδασκαλίας) αλλά και στην «ιδιωτική»: για παράδειγμα, κατά την προετοιμασία του μακροπρόθεσμου σχεδιασμού του μαθήματος για όλη τη σχολική χρονιά ή της καθημερινής διδασκαλίας αλλά και κατά την πραγματοποίηση βελτιώσεων/αλλαγών). Η παρακολούθηση τέτοιων βιντεοσκοπημένων επεισοδίων στο πλαίσιο πρόσφατης έρευνας (Bellemain & Trouche 2016), επέτρεψε την πρόσβαση των ερευνητών σε χειρονομίες και λόγια του εκπαιδευτικού κατά την εξέλιξη της διαδικασίας διδακτικής τεκμηρίωσης (επιτρέποντας, για παράδειγμα, τον εντοπισμό σχημάτων). Αυτό το είδος παρακολούθησης δημιουργεί ερωτήματα, όπως τα ακόλουθα:

- Κάτω από ποιες συνθήκες ένας εκπαιδευτικός είναι σε θέση περιγράψει το σκεπτικό της δραστηριότητάς του ενόσω εργάζεται ατομικά χρησιμοποιώντας διάφορους πόρους; Η Wang (2018) εισαγάγει την έννοια του *συνεργάτη στη διδακτική τεκμηρίωση* με τον οποίο ο εκπαιδευτικός συνεργάζεται ή μοιράζεται τακτικά τα παραγόμενα της διδακτικής του τεκμηρίωσης δια ζώσης ή εξ αποστάσεως. Μέσω της παρακολούθησης μιας ομάδας δύο εκπαιδευτικών που εργάστηκαν μαζί οι ερευνητές απέκτησαν πρόσβαση σε αμοιβαίες επεξηγήσεις των εκπαιδευτικών για τα παραγόμενα της εργασίας τους αλλά και σε πτυχές της γνώσης τους που καθοδηγούν το έργο της διδακτικής τεκμηρίωσης (Trouche et al. 2019).
- Πώς μπορεί να συλλεχθούν και να αποθηκευτούν (για ανάλυση) τα διαφορετικά και ετερογενή είδη δεδομένων που προκύπτουν από την παρακολούθηση του έργου διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών; Το ζήτημα αυτό αντιμετωπίζεται στο πλαίσιο του έργου AnA.doc (Alturkmani et al. 2019) με την ανάπτυξη μιας ειδικής πλατφόρμας. Η πλατφόρμα αυτή που επιτρέπει την αποθήκευση βίντεο καθώς και πόρων που επηρεάζουν το έργο της διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών ή προκύπτουν ως παραγόμενά του, για επακόλουθη ανάλυση και διαμοιρασμό τόσο των δεδομένων όσο και των αναλύσεών τους σε μια ερευνητική κοινότητα.

Η ανάλυση του έργου διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών είναι μια πολύπλοκη διαδικασία. Οι πέντε αρχές της αναστοχαστικής διερεύνησης αποτελούν τη βάση για ερευνητικές επιλογές σε επίπεδο μεθοδολογίας. Οι ερευνητές που χρησιμοποιούν αυτές τις αρχές χρειάζεται να κάνουν στοχευμένες επιλογές για τον περιορισμό της τεράστιας ποσότητας των δεδομένων: επιλογές κρίσιμων περιστατικών από την εργασία των εκπαιδευτικών στο πλαίσιο της διδακτικής τους τεκμηρίωσης (βλ. την έννοια των *περιστατικών διδακτικής τεκμηρίωσης*, Sabra 2016); ή επιλογή κρίσιμων πόρων από το σύστημα πόρων ενός εκπαιδευτικού (δείτε την έννοια της κυρίαρχης πηγής, Gueudet 2017). Η εργασία αυτή, που βρίσκεται σε εξέλιξη, απαιτεί την διασύνδεση μεθοδολογικών και εννοιολογικών ζητημάτων.

## 6. Προοπτικές περαιτέρω εξέλιξης

Η ΘΔΤ είναι ένα θεωρητικό πλαίσιο που αναπτύχθηκε τα τελευταία χρόνια στο ερευνητικό πεδίο της διδακτικής των μαθηματικών. Ενώ οι έννοιες που παρουσιάζονται στις ενότητες 2 και 3 (πόροι, τεκμήρια διδασκαλίας, δημιουργία διδακτικής τεκμηρίωσης) είναι πλέον καθιερωμένες, πιο πρόσφατα εμφανιζόμενες έννοιες όπως «συστήματα πόρων» και «συστήματα τεκμηρίων διδασκαλίας» βρίσκονται υπό εξέλιξη. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των εκπαιδευτικών που διδάσκουν μαθηματικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, είναι δυνατό να εντοπιστούν διαφορετικοί τύποι συστημάτων τεκμηρίων διδασκαλίας που σχετίζονται με συγκεκριμένα επαγγελματικά προφίλ των εκπαιδευτικών; Υπάρχουν ομάδες εκπαιδευτικών (κοινότητες πρακτικής, συγκεκριμένα) που μοιράζονται συλλογικά συστήματα τεκμηρίων διδασκαλίας (π.χ. Pepin & Gueudet 2020);

Επιπλέον, τα πεδία εφαρμογής της ΘΔΤ διευρύνονται συνεχώς. Όσον αφορά τα επίπεδα εκπαίδευσης, εκτείνονται από την προσχολική εκπαίδευση (Besnier 2019) έως την εκπαίδευση στο πανεπιστήμιο (Gueudet 2017; Kock & Pepin 2018) συμπεριλαμβάνοντας επίσης την εκπαίδευση επιμορφωτών

(Psycharis & Kalogeria 2018). Όσον αφορά τους επιστημονικούς κλάδους, η ΘΔΤ έχει χρησιμοποιηθεί σε πειραματικές επιστήμες όπως η φυσική και η χημεία (Hammond 2012), καθώς και στην γλωσσική εκπαίδευση (Quéfé 2019). Ποιες είναι οι ιδιαιτερότητες του έργου διδακτικής τεκμηρίωσης των εκπαιδευτικών και των συστημάτων τεκμηρίων διδασκαλίας σε αυτά τα νέα πλαίσια;

Η χρήση της ΘΔΤ σε διάφορα κοινωνικά και πολιτισμικά πλαίσια (π.χ. Βραζιλία, Κίνα, Λίβανος, Νορβηγία, Σενεγάλη) εγείρει νέα ζητήματα σχετικά με τον «πολιτιστικό χρωματισμό» της καθημερινής εργασίας των εκπαιδευτικών με πόρους. Για παράδειγμα, υπάρχουν διαφορετικά συστήματα ονομασίας που χρησιμοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς στην καθημερινή τους διδακτική τεκμηρίωση, ενώ οι αντιλήψεις και οι πρακτικές που σχετίζονται με τον «διδακτικό σχεδιασμό» ποικίλλουν μεταξύ διαφορετικών πολιτισμικών σφαιρών (π.χ. Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven & Xu 2019). Η ποικιλομορφία αυτή προκύπτει ως αποτέλεσμα διαφοροποιήσεων στα ιστορικά, κοινωνικά και πολιτισμικά πλαίσια στα οποία εργάζονται οι εκπαιδευτικοί. Η έρευνα που εστιάζεται σε αυτά τα ερωτήματα μπορεί να οδηγήσει στην καλύτερη κατανόηση των λεπτών αποχρώσεων που χαρακτηρίζουν τις αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών με τους πόρους και σε εμβάθυνση των εννοιών που σχετίζονται με τη ΘΔΤ.

Σε μια πρόσφατη έρευνα μελετήθηκε το έργο των μαθητών με πόρους (π.χ. Kock & Pepin 2018). Άλλες μελέτες (π.χ. Gueudet & Pepin 2018; Trouche, Gitirana, Miyakawa, Pepin & Wang 2019) έχουν εστιαστεί σε πιθανούς δεσμούς της ΘΔΤ με άλλες θεωρίες. Η θεωρία των διδακτικών καταστάσεων (Brousseau 1998), για παράδειγμα, εισάγει την έννοια του *περιβάλλοντος (milieu)* που περιλαμβάνει όλα τα αντικείμενα με τα οποία ένας μαθητής αλληλεπιδρά ατομικά σε μια μαθηματική κατάσταση. Αυτά τα αντικείμενα μπορούν να θεωρηθούν πόροι. Ποιες είναι ωστόσο οι συνέπειες τέτοιων θεωρητικών συνδέσεων;

Η διεύρυνση του συνόλου των φαινομένων διδασκαλίας και μάθησης που μελετώνται μέσω της χρήσης της ΘΔΤ οδήγησε στην ανάπτυξη των εννοιών και των μεθόδων της θεωρίας. Η ανάπτυξη αυτή είναι εμφανής στον μεγάλο αριθμό σχετικών δημοσιεύσεων και εξειδικευμένων συνεδρίων που αναφέρονται στην ΘΔΤ (π.χ. Re(s)ources 2018 International Conference, see Gitirana et al. 2018 and Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Οι συγκεκριμένες δημοσιεύσεις και διοργανώσεις υποδεικνύουν επίσης ότι υπάρχουν «απόντες πόροι» που χρειάζεται να αναπτυχθούν (Trouche 2019). Αυτές οι μελέτες αποτελούν ορόσημα στην πορεία της συνεχούς εξέλιξης ενός ζωντανού θεωρητικού πλαισίου.

## References

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.
- Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). *Comprendre le travail des professeurs avec les ressources de leur enseignement, un questionnaire didactique et informatique*, conférence invitée au premier symposium latino-américain de didactique des mathématiques, Bonito, Brazil, 3 novembre, <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3ZFRtTDJ2anRfSWM/view>
- Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.
- Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve*. (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.
- Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of*



the Re(s)sources 2018 international conference. ENS de Lyon, retrieved at <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563>

Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.

Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)sources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles at [http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28\\_003\\_Ressources2018\\_Ghislaine\\_Gueudet\\_v1.fra.mp4](http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28_003_Ressources2018_Ghislaine_Gueudet_v1.fra.mp4) -

Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 4(1), 56-73.

Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. New York: Springer.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*, 23-41, NY: Springer.

Guin, D., Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.

Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.

Hammoud, R. (2012). Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. Ph.D. Lyon 1 University. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00762964>

Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmut, S. Goodchild, & N.-M. Hogstad (Eds) *Proceedings of INDRUM 2018*, (pp.336-345). University of Agder, Norway and INDRUM.

Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, M., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.). *The resources approach to mathematics education* (pp. 121-144). Cham: Springer.

Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.

Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.

Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.). *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal.

Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*. 45(7), 929-944.

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources, *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>

Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*. 31(2), 151-189.

Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>

- Quéré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.
- Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.
- Salaün, J.-M. (2012). *Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web*. Paris : La Découverte.
- Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein, *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219-256). New York: Springer.
- Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles, available at [http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30\\_009\\_Ressources2018\\_Luc\\_Trouche\\_v1.mp4](http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30_009_Ressources2018_Luc_Trouche_v1.mp4)
- Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers' interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research* 93, 53-67, retrieved on February 21st at <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The resource approach to mathematics education*. New York: Springer.
- Trouche, L., Gueudet, G. & Pepin, B. (2020). *Documentational Approach to Didactics*, An updated version <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02494035>
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.
- Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).
- Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.