



HAL
open science

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Michal Tabach, Tommy Dreyfus

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Michal Tabach, Tommy Dreyfus. .2020
hal-02925177v2

HAL Id: hal-02925177

<https://hal.science/hal-02925177v2>

Submitted on 13 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial 4.0 International License

גישת התיעוד לדידקטיקה

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin

תורגם על ידי מיכל טבח, עריכה על ידי טומי דרייפוס

אוניברסיטת תל אביב

תמצית

גישת התיעוד לדידקטיקה היא ערך באנציקלופדיה של החינוך המתמטי. מאמר זה הוא עדכון של הערך. הוא הביא בעקבותיו אוסף של תרגומים/התאמות ב-14 שפות (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD->) (MULTILINGUAL).

גישת התיעוד לדידקטיקה היא תיאוריה בחינוך מתמטי. מטרתה הראשונה היא להבין התפתחות מקצועית של מורים מתוך התבוננות באינטראקציה שלהם עם משאבים בהם הם משתמשים ואשר הם מעצבים במהלך/עבור הוראתם. בחיבור זה נתאר בקצרה את הפצעת הגישה, המקורות התיאורטיים שלה, המושגים המרכזיים בה והמתודולוגיה הקשורה. נדגים היבטים אלו בעזרת דוגמאות מפרוייקטי-מחקר שונים. הצגה סינטטית זו נכתבה עבור חוקרים, אך גם עבור לא-מומחים (למשל, תלמידי תואר שני) המעוניינים בחשיפה ראשונית לגישת התיעוד.

מילות מפתח חומרים קוריקולריים; משאבים דיגיטאליים; מסע יצירת התיעוד; אינווריאנטים אופראציונאליים; מערכות משאבים; משאבים להוראה; עבודה שיתופית של מורים; התפתחות מקצועית של מורים.

Abstract

The 'Documentation Approach to Didactics' is an entry of the Encyclopedia of Mathematics Education (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). This entry has been updated in 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This article is an adaptation in Hebrew of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>). The documentational approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers' professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documentational approach

Keywords

Curriculum materials; Digital resources; Documentational geneses; Operational Invariants; Resource systems; Resources in/for teaching; Teachers' collective work; Teacher professional development.

1. מבוא

מורים למתמטיקה נעזרים בקוריקולום ובמשאבים שונים בעבודתם היומיומית. עבודתם עם משאבים כוללת בחירה, שינוי, ויצירה של משאבים חדשים, בכיתה ומחוצה לה. עבודת יצירה זו מכונה עבודת תיעוד של מורים, ותוצריה הם תיעודים של מורים.

משאבים קוריקולריים טיפוסיים כוללים משאבים מודפסים (למשל ספר לימוד, קווים מנחים של תוכנית לימודים, דפי עבודה לתלמידים); או משאבים דיגיטאליים (למשל ספרי לימוד דיגיטאליים אינטראקטיביים). אולם, כיון שכיום יש גישה כמעט לא מוגבלת למשאבים במרשתת, מורים לעיתים אבודים מול הצורך לבחור את המשאב הכי מתאים מן ההיבטים הדידקטיים והאיכותיים להוראת המתמטיקה שלהם. לכן, המחקר אודות משאבים והאינטראקציה/עבודה של מורי המתמטיקה עימם הפכה לשדה מחקר בולט (למשל, Pepin, Gueudet, &

(Trousche, 2013), גם מפני שרפורמות קוריקולריות במדינות רבות תומכות מתן חומרי לימוד שנראים שתומכים במורים בבואם להפעיל תוכניות לימודים חדשות.

במונחים תיאורטיים, עבודת המורים עם משאבים קוריקולריים נחקרה מזוויות שונות ומנקודות מבט תיאורטיות שונות (למשל Pepin et al., 2013; Remillard, 2005), למשל בספרות המחקר האנגלו-אמריקאיות באמצעות המונח 'תוכנית לימודים מופעלת' (enacted curriculum). בארצות אירופה אחדות המונח 'דידקטיקה' הוא מושג מקובל (למשל Pepin et al., 2013). ערך זה מתאר, מסביר ומדגים גישת התייעוד לדידקטיקה (גת"ד), ששורשיה נעוצים בגישה הצרפתית-אירופאית לדידקטיקה.

2. **שורשיה של הגישה** גישת התייעוד לדידקטיקה (גת"ד) הוצגה לראשונה על ידי Ghislaine Gueudet and Luc Trousche (Gueudet & Trousche, 2009; Gueudet, 2019), ובהמשך פותחה בעבודה משותפת עם Birgit Pepin (Gueudet, Pepin & Trousche, 2012). שורשיה של הגת"ד נעוצים במסורת הצרפתית לדידקטיקה של המתמטיקה (Trousche, 2016), בהם מושגים כמו סיטואציות דידיקטיות, מגבלות מוסדיות וסכימה הם מרכזיים. בו זמנית הגישה נשענת גם על תיאוריה סוציו-תרבותית, כולל מושגים כגון תיווך (Vygotsky, 1978, mediation) כמרכיב יסודי בכל תהליך קוגניטיבי. יותר מזה, הגישה פותחה עקב הפצעה של טכנולוגיות מידע ותקשורת, אשר יצרו צורך בגישות תיאורטיות חדשות.

התפתחות טכנולוגית מידע ותקשורת והתפתחות המרשתת היו בעלי השלכות מרכזיות: גישה קלה ומהירה למשאבים רבים ולתקשורת עם אנשים רבים. זה חייב שינוי מקיף בחשיבה ופעולה, בפרט בחינוך: איזונים חדשים בין משאבים סטטיים ודינאמיים, בין שימוש ועיצוב משאבי הוראה, בין עבודת היחיד והקבוצה (Pepin, Choppin, & Ruthven, 2017). תוך התחשבות בתופעות אלו, הגת"ד הציעה שינוי פרדיגמה תוך ניתוח עבודת מורים דרך העדשה של "משאבים" ב- ולצורך הוראה: המשאבים אותם מורים מכינים עבור (תמיכה ב-) פרקטיקות ההוראה שלהם, אשר בתורם, מתחדשים על-ידי/בתוך הפרקטיקה.

בנוסף למסורת של דידיקטיקה הצרפתית, מספר תחומי מחקר קרובים שימשו כהשראה למחברים: תחום השימוש בטכנולוגיה, תחום המשאבים ועיצוב תוכניות לימודים, התחום של התפתחות מקצועית של מורים, התחום של ארכיטקטורת מידע, והתחום של למידת מורים.

בתחום השימוש בטכנולוגיה, שורשיה-ה-גת"ד הם בגישה האינסטרומנטאלית. תיאוריה זו פותחה על ידי Rabardel (למשל VÉrillon & Rabardel, 1995) בארגונומיה קוגניטיבית, ואז שולבה לתוך הדידקטיקה של מתמטיקה (Guin, 2005; Trousche, 2002; Guin, Ruthven, & Trousche, 2005). היא מבחינה בין ארטיפאקט, הזמין למשתמש מסוים, ואינסטרומנט, שהמשתמש מפתח בעצמו. מושגים קשורים הם מסע היצירה, אינסטרומנטיישן ואינסטרומנטליזיישן – שהם מרכיבים חיוניים ב-גת"ד (סעיף 3). התפתחות הגישה האינסטרומנטאלית התאימה לתקופה בה מורים ניצבו בפני שילוב של כלים ייחודיים (למשל, מחשבון, תוכנה לחישובים אלגבריים, מערכת גאומטריה דינאמית). התברר כי הגישה האינסטרומנטאלית לא הספיקה, כי המורים לעיתים קרובות היו מוקפים (דרך המרשתת) בריבוי ומגוון משאבים.

רגישות זו למשאבים תואמת את ההצעה של Adler (2000, p. 207) "again or differently". תוך אימוץ נקודת מבט זו, גת"ד לוקחת בחשבון מגוון רחב של משאבים שפוטנציאלית יכולים לשמש לפעילות ההוראה (למשל, ספרי לימוד, משאבים דיגיטאליים, חילופי מיילים עם עמיתים, דפי עבודה לתלמידים), משאבים המדברים אל המורים (Remillard, 2005) ותומכים במעורבותם בהוראה.

התבוננות רחבה זו על משאבים הובילה להסתכלות רחבה על למידה מקצועית של מורים. כפי ש-Ball, Hill and Bass ציינו במחקרם על 'ידע מתמטי להוראה' (2005), הוראה אינה מצמצמת לעבודה בכיתה, אלא כוללת תכנון, הערכה, כתיבת כלי הערכה, שיחה עם הורים, בין השאר. בגת"ד אנחנו מתחשבים בהיבטים הבאים: התבוננות בעבודת המורים דרך האינטראקציות שלהם עם משאבים, ו- (בעקבות Cooney, 1999) הכרה ששינוי בפרקטיקה ושינוי בידע המקצועי ובאמונות קשורים זה לזה (באופן מסוים כפי שיוסבר עוד בסעיף 3).

מתוך התייחסות למשאבים כמקור המזין את עבודת ההוראה, היה צריך לשיים מה המורה מפתח למטרה מסוימת דרך עבודתו עם המשאבים. המילה תיעוד אומצה: היא כבר הייתה בשימוש בתחום של ארכיטקטורת מידע (Salaün, 2012) לעיצוב 'משהו הנושא עימו כוונה', והוקדשה לשימוש מסויים בהקשר מסויים. בחירה זו היא המקור לשם הגישה, גישת התיעוד לדידקטיקה.

לבסוף, קלות התקשורת על גבי המרשתת הובילה ללקיחה בחשבון ולהפצעה של מגוון רחב של פורומים לעבודה משותפת של מורים: רשתות, חברות מקוונות, וקהילות פחות או יותר פורמאליות. התיאוריה של Wenger (1998) לגבי קהילות של התנסות, ומושגיה של השתתפות, משא ומתן, וראיפיקציה נדמו כפריים במיוחד לעיסוק בעיצוב משאבי הוראה על ידי קהילות של מורים כתהליך של התפתחות מקצועית (Gueudet, Pepin, & Trouche, 2013). לאחר שתואר המקור לגישה תיאורטית זו, המבנה ומושגי המפתח שלה מוצגים בסעיף הבא.

3. **גישת התיעוד לדידקטיקה – גישה הוליסטית לעבודת המורה** בפרק זה, המרכיבים של הגת"ד והתהליכים המעורבים מתוארים ומוסברים. המונחים הבאים מוגדרים: משאבים, תיעוד, מסע היצירה, אינסטרומנטטיישן ואינסטרומנטליזיישן.

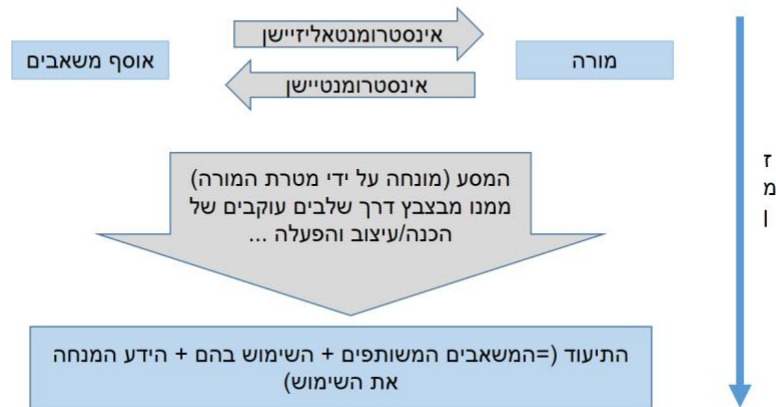
משאבים קוריקולריים מתמטיים הם כלל המשאבים (למשל דיגיטאליים ואינטראקטיביים, לא דיגיטאליים/ טקסטים מסורתיים) אשר מפותחים ומשומשים על ידי מורים ולומדים תוך כדי אינטראקציה עם המתמטיקה תוך כדי/למטרות הוראה ולמידה, בכיתה ומחוצה לה. זה כולל גם משאבים קוריקולריים דיגיטאליים (Pepin, Choppin, 2017; Ruthven, & Sinclair, 2017), ו-Pepin and Gueudet (2018) הבחינו בין משאבים קוריקולריים דיגיטאליים וטכנולוגיות לחינוך. הן גם מבחינות בין משאבים קוריקולריים חומריים (למשל ספר לימוד, חומרי לימוד ממוחשבים, אמצעי המחשה דיגיטאליים ומחשבוניים), משאבים חברתיים (למשל שיחות במרשתת/בפורום) ומשאבים קוגניטיביים (למשל מסגרות/כלים תיאורטיים בהם משתמשים בעבודה עם מורים). הגת"ד הופעלה בעיקר לעבודת המורה, אבל ניתן להפעילה גם כדי ללמוד על עבודתם של מורי מורים (למשל Psycharis & Kalogeria, 2018), או אינטראקציה של לומדים עם משאבים (למשל Kock & Pepin, 2018).

לגבי תהליכים, תוך כדי אינטראקציה עם משאב מסוים או קבוצת משאבים, מורים מפתחים את סכמת השימוש הספציפי שלהם במשאבים אלו (ראה סעיף 4). סביר כי סכמות השימוש תהיינה שונות עבור מורים שונים, למרות שמשתמשים באותו משאב, למשל כתלות במיצוב ובידע שלהם. התוצר הוא התיעוד, לכן:

משאבים + סכימת שימוש = תיעוד

תהליך פיתוח התיעוד (כולל הלמידה של המורה המתרחשת אגב כך) נקראת מסע יצירת התיעוד (למשל Gueudet & Trouche, 2009).

Pepin, Gueudet, and Trouche (2013) הציעו פרספקטיבות תיאורטיות לגבי 'שימוש במשאבים במסגרת העבודה והאינטראקציה של מורים', וגישת התיעוד קשורה במיוחד לראיית השימוש במשאבים כתהליך אינטראקטיבי בעל פוטנציאל לשינוי. התהליך פועל בשני הכיוונים: האפשרויות של המשאב(ים) משפיעות על פרקטיקת ההוראה (תהליך האינסטרומנטטיישן), כאשר המיצוב והידע של המורים מנחים את הבחירות ותהליך השינוי בין משאבים שונים (תהליך האינסטרומנטליזיישן) (איור 1). לכן, הגת"ד מדגישה את האופי הדיאלקטי של האינטראקציה מורה-משאב תוך כדי שילוב האינסטרומנטטיישן והאינסטרומנטליזיישן (Vérillon & Rabardel, 1995). תהליכים אלו כוללים פרקטיקות של עיצוב, עיצוב חוזר, או עיצוב-תוך כדי שימוש (כאשר מורים משנים תיעוד באופן מדי לאור צרכי ההוראה שלהם).



איור 1. ייצוג של מסע יצירת התיעוד

הגת"ד מציעה מודל אינטראקציה בין מורים ומשאבים, שיש לו השלכות ללמידה מקצועית של מורים. בעוד שיש כמות עצומה של משאבים אפשריים במרשתת, המרשתת אינה מציעה תמיכה הולמת לחיפוש ובחירה, דבר הכרחי כאשר המורה רוצה למצוא משאב לימודי מסוים (אולי אינטראקטיבי), אשר אותו יוכל לשלב עם משאבים אחרים (למשל ספר לימוד) התואמים בהיבטים אפיסטמולוגיים או דידיקטיים. במילים אחרות, מה שמוצג למורה הוא לעיתים קרובות "ערימת לבנים", ללא הנחייה כיצד לבנים אלו עשויות להצטרף לפיתוח מסלול למידה קוהרנטי עבור התלמידים. בין אם מחפשים משימות כמשלימות לרצף הוראה מסויים, או תיכנון מסלול למידה בעזרת ספר דיגיטלי גמיש, המורים יזדקקו לתמיכה מקצועית על מנת לפתח יכולות עיצוב (Pepin, Gueudet, & Trouche, 2017), מודעות ורגישות להיבטים מתמטיים ודידיקטיים של משאבי למידה, והגמישות להשתמש בהם (ראו חלון 1). זה עולה בקנה אחד עם הגת"ד, ו-Wang (2018) התייחסה ליכולות העיצוב של מורים כחלק מהמומחיות התיעודית של מורים.

חלון 1. משאבים בחטיבת הביניים: הדוגמה של עבודת התיעוד של ורה ורה היא אחת מהמורות הרבות העובדות עם Sésamath בצרפת (Gueudet et al., 2013; Pepin et al., 2017). הוא ארגון של מורים למתמטיקה בעל יסודי בצרפת, אשר החברים בו (החל מ-2001) עיצבו, והציעו בחינם, ספרי לימוד דיגיטליים אינטראקטיביים הפתוחים במרשתת (<http://www.sesamath.net/>). עבודת התיעוד של ורה עבור שיעור חדש מנותחת: זו הייתה הפעם הראשונה שורה לימדה אחוזים בכיתה ח', והיא השתמשה במשאבים מגוונים לשיעור זה, כולל משאבים מ-Sésamath.

הניתוח מתמקד במעגל השיעור: הכנת השיעור, הפעלתו, הערכה של הבנת התלמידים ומשוב על עבודתה. הבחירה במעגל שיעור כזה עולה בקנה אחד עם הרעיונות בבסיסה של הגת"ד: העיצוב לא היה מוגבל לעיצוב ראשוני של משאב נתון להוראת נושא מסוים, אלא המשיך במהלך השימוש במשאב. עבודת העיצוב של ורה כללה, למשל, שימוש ב-LaboMEP (כלי של Sésamath) המציע תרגילים שונים לתלמידים שונים - זה גרם לה להיות מודעת לצורך להתאים את ההוראה ללומדים שונים. LaboMEP גם מציע גיוונים בתרגילים בעלי מבנה זהה. ורה הצהירה כי זה היה מניע חזק עבורה להעשיר את הוראתה, בכך שתשלט לא רק באוסף של תרגילים מסויימים אלא גם בווריאציות הללו (עם אותו מבנה מתמטי) בהקשר לשיעור מסוים.

ממצאים אלו מפורשים כעדות לשיפור הגמישות הפדגוגית שלה, במילים אחרות התפתחות יכולת העיצוב שלה בבחירה, הפעלה ושינוי משאבים קוריקולריים קיימים ביעילות, עיצוב ויצירה של משאבים חדשים, במטרה להגיע להוראה יעילה של מתמטיקה.

הוראה נתפסת לעיתים קרובות כעיצוב. זה עולה בקנה אחד עם Brown (2009), המסביר כי ההסתכלות על הוראה כעיצוב ועל מורים כמעצבים נמצאת בהלימה עם טווח של תיאוריות קוגניטיביות, אשר "מדגישות את

השותפות החיונית הקיימת בין יחידים ובין הכלים בהם הם משתמשים להשגת מטרותיהם... וכי לא מדובר רק ביכולות של היחידים כמכתיבות הישגים אנושיים, אלא גם מה הכלים בהם הם משתמשים מאפשרים להם" (עמ. 19, תרגום שלנו). לכן, Brown (2009) רואה יחסים אלו באופן דומה כיחסי גומלין: פעילות העיצוב לא תלויה רק בכשירויות המורה, אלא ביחסי הגומלין בין המורה והמשאבים (של תוכנית הלימודים), "יחסי גומלין של מורה-כלי", אשר באים כאן לידי ביטוי, ולכן מה שמשאבי תוכנית הלימודים מאפשרים משפיע על יחסי גומלין אלה. זה עולה בקנה אחד עם הגת"ד, המדגישה כי כל הבנה של המורה כמעצב חייבת לכלול פעולה מודעת ומכוונת של עיצוב, של יצירת של "משהו חדש" (למשל שילוב מרכיבים קיימים וחדשים) על מנת להשיג מטרה (דידקטית) מסוימת (Pepin, Gueudet, & Trouche, 2017). זה נתמך ומסופק על ידי סכימת שימוש, כפי שמוגדר בסעיף הבא.

4. **העמקת הגישה: סכימות ומערכות** מושג הסכימה (Vergnaud, 1998) מרכזי בגת"ד. זה קשור קשר הדוק עם הרעיון של "קבוצות של מצבים", אשר בהקשר שלנו הכוונה לקבוצה של מצבים מקצועיים הנוגעים לאותה מטרה של פעילות. לדוגמה, "ניהול ההטרוגניות של תלמידים בכיתה ח" היא קטגוריה של מצבים עבור ורה (חלון 1, למעלה). עבור קטגוריה של מצבים נתונה, הסובייקט (כאן המורה) מפתח, אירגון יציב של פעילות/יה, המכונה סכימה. לסכימה ארבעה מרכיבים:

- מטרת הפעילות (המאפיינת את קטגוריית המצבים);
- כללים של פעולה, של השגת מידע ושל בקרה;
- אינווריאנטים אופרציונליים, אשר הם מרכיבי ידע משני סוגים (קשורים):
 - משפט-בפעולה, טענה הנתפסת כטענת אמת, ו-
 - מושג-בפעולה, מושג הנתפס כרלוונטי (ראו דוגמה למטה);
- אפשרויות של הסקה, של התאמות למגוון מצבים.

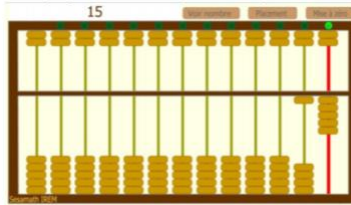
במהלך פעילותם, המורים יכולים להעשיר את הסכימות שלהם על ידי שילוב כללי פעילות חדשים, או לפתח סכימות חדשות: למעשה, הסכימה מציעה מודל לניתוח למידה. בגת"ד, הסכימות הנלקחות בחשבון הן סכימות שימוש עבור משאב מסויים (או אוסף משאבים). המשאבים והסכימה יוצרים תיעוד (כפי שמסוכם במשוואה שהוצגה בסעיף הקודם).

אוסף כל המשאבים הנמצאים בשימוש על ידי המורה מכונה מערכת המשאבים של המורה. למשאבים אלו משוייכות סכימות שימוש, המייצרים תיעודים (אותו משאב יכול להיות מעורב במספר תיעודים). התיעודים שהמורה מפתח/ת מהווים גם הם מערכת, המכונה מערכת התיעודים של המורה. המבנה של מערכת זו מושפע מהמבנה של קבוצות המצבים המרכיבים את הפעילות המקצועית של המורה (על פי המטרות השונות של פעילות/יה).

כאשר מורים חולקים את עבודת התיעוד שלהם, לדוגמה בקבוצה המכינה שיעור יחדיו, הם עשויים לפתח גם מערכת משאבים משותפת (Trouche, Gueudet & Pepin, 2019). יחד עם זאת, חברים שונים בקבוצה עשויים לפתח סכימות שונות עבור אותו משאב, דבר שיתבטא בתיעודים שונים (Pepin & Gueudet, 2020).

חלון 2 מציג מקרה של משאב בבית הספר היסודי, על מנת להדגים אינווריאנטים אופרציונליים, מערכת משאבים ומערכת תיעוד.

חלון 2. **משאבים בבית הספר היסודי: הדוגמה של החשבוניה הדיגיטאלית** החשבוניה הדיגיטאלית (איור 2) היא תוכנה חינוכית שפותחה בצרפת על ידי ארגון מורי המתמטיקה המעצבים משאבים דיגיטאליים - Sésamath (ראה חלון 1).



איור 2. החשבונייה הווירטואלית

החשבונייה הסינית מחולקת לשני חלקים באמצעות מוט מרכזי, הנקרא "מוט הקריאה": רק החרוזים שנוגעים במוט זה נחשבים "פעילים". יש שני סוגי חרוזים: חרוזים של 5 יחידות (שניים כאלו) וחרוזים של 1 יחידה (חמישה כאלו). החשבונייה הסינית מורכבת מ-13 מוטות אנכיים. כל מוט מתאים דרגה במערכת של ערך המקום: יחידות, עשרות, מאות, וכו' (מימין לשמאל). יש מספר אפשרויות להציג את אותו המספר בעזרת החשבונייה הסינית: למשל 15 מיוצג בחשבונייה שלמעלה תוך שימוש ב-6 חרוזים (חרוז יחידה, אחד על מוט העשרות וחמש על מוט היחידות); הוא יכול להיות מיוצג תוך שימוש בשני חרוזים בלבד, תוך החלפה של חמשת חרוזי היחידה מימין בחרוז של 5 יחידות על אותו המוט.

קרלוס הוא מורה מנוסה בבית ספר יסודי אשר עקבו אחריו לאורך 3 שנים (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet, 2011). הוא החליט להשתמש בחשבונייה להוראת מספרים בכיתה ג. הוא ראה בספר לימוד המתמטיקה שלו פעילות עם חשבונייה, אך לא רצה להשתמש בה בכיתה לפני שגילה החשבונייה הווירטואלית. הוא פתח עם חשבוניות פיסיקות, התלמידים פעלו עליהן וניסחו השערות לגבי הדרך בה הן עובדות. אז הם עברו להשתמש בחשבונייה הווירטואלית, ורשמו הנחיות לשימוש בה. לאחר מכן קרלוס הציע תרגילים: הצג מספר נתון בחשבונייה, קרא מספר המיוצג בחשבונייה. למשימת הערכה מסכמת מטלות כאלו הוצגו בסביבת נייר ועיפרון, כדי להימנע מאסטרטגיה של ניסוי וטעייה האפשרית עם התוכנה.

קרלוס פיתח מספר תיעודים הכוללים את החשבונייה הווירטואלית ומשאבים קשורים אחרים (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet, ibid). עבור המטרה "גלה כיצד החשבונייה פועלת", הוא השתמש גם בחשבונייה פיסיקית וגם וירטואלית, וביקש מהתלמידים לייצר פוסטרים. היה לו חשוב לתת לתלמידים לגלות בעצמם את עקרונות הפעולה של החשבונייה. זה בהלימה לאינווריאנטים אופרציונאליים: משפט-בפעולה כמו "התלמידים חייבים, ככל שאפשר, לגלות בעצמם את הכלים החדשים אותם הם פוגשים". זה קשור גם למושג-בפעולה: "גילוי עצמי", ושניהם פותחו על ידי קרלוס לפני שפגש את החשבונייה הווירטואלית. אינווריאנט אופרציונאלי נוסף התערב בבחירה שלו: "חשוב שתלמידים בכיתה ג' יפעלו בעזרת עזרים מוחשיים". הסכימה עבור המטרה "גלו כיצד החשבונייה פועלת" כוללת את האינווריאנטים האופרציונאליים הבאים וכללי הפעולה הקשורים להם: "הצע חשבוניות פיסיקות לתלמידים כדי לאפשר מניפולציה"; "הצע חשבונייה וירטואלית לתלמידים לאפשר להם לבחון איזה מספר מוצג".

לאורך עבודתו עם החשבונייה, קרלוס הבחין כי למשימה: "הצג מספר נתון על החשבונייה", אם התלמידים השתמשו בחשבונייה הווירטואלית, הם פיתחו אסטרטגיה של ניסוי וטעייה תוך שימוש בכפתור "הצג את המספר". לכן הוא החליט לערוך את ההערכה המסכמת בסביבת נייר ועיפרון. הוא פיתח תיעוד חדש, עבור המטרה: "למד את התלמידים כיצד להציג מספר בעזרת החשבונייה". תיעוד זה איגד את החשבונייה הווירטואלית, אך גם החשבוניות המשורטטות על הדף, ואינווריאנט אופרציונאלי כמו "על חשבונייה וירטואלית תלמידים יכולים להשתמש באסטרטגיה של ניסוי וטעייה".

קרלוס הוא מורה מנוסה בבית הספר היסודי. הוא פיתח לאורך השנים (תת-) מערכת משאבים ותיעודים להוראת מספרים בכיתה ג. החשבונייה הייתה משולבת במשאבים אלו, וכן בתיעודים חדשים. חלק מתיעודים אלו תאמו מטרות הקשורות ישירות עם החשבונייה, כמו "גלה כיצד החשבונייה עובדת", "למד את התלמידים כיצד להציג מספר על החשבונייה". בתיעודים אחרים, החשבונייה לא הופיעה כמטרה, ועדיין הייתה בשימוש להשגת המטרה. לדוגמה, עבור המטרה "למד את העקרונות של ערך המקום בבסיס עשר", הוא השתמש בחשבונייה כדי להדגים את עקרון "ההקבצה והחלפה" (כמו לקבץ שני חרוזים ל 5 יחידות על מוט ולהחליפם בחרוז יחידה על המוט הבא). משאבים אחרים במערכת המשאבים שלו היו קשורים לתיעודים אלו, כמו פוסטרים שנכתבו על ידי התלמידים.

כמה מהמשאבים הללו הכריעו את הבחירה שלו להשתמש בחשבוניה: ספר הלימוד בפרט, אשר הציע לו אפשרות ראשונה לכלול שימוש בחשבוניה בכיתה.

מערכת התיעוד של מורה כולה כוללת הרבה תת-מערכות בעלות מבנה משל עצמן, הקשורות לדוגמה עם תוכן מתמטי מסוים או סוג פעילות מסוימת: תת-מערכת של גאומטריה, תת-מערכת של הערכה. זה יכול להיות מתואר ברמות שונות, החל מרמה כללית מאוד של הפעילות עד למיקוד ספציפי על תוכן מתמטי מסוים. למחקר בחינוך מתמטי, הרמה היותר ספציפית, הלוקחת בחשבון תוכן מתמטי (המטרה יכולה להיות "גישה למיומנויות הלומדים לגבי אחוזים בכיתה ח"), כוללת יותר מידע לגבי האינטראקציות של המורה עם משאבים וההשלכות שלהם. הגת"ד טוענת כי ניתוח עבודת התיעוד של מורים מחייבת מתודולוגיה ייחודית, המפורטת בפרק הבא.

5. **חקירה רפלקטיבית: מושג מתודולוגי מתפתח** פרק זה מציג עיצוב מערך מחקר טיפוסי הקשור לגת"ד; והעקרונות בבסיס העיצוב; ואז מציג כלי אחד המדגים עקרונות אלו; ולבסוף מציג כמה סוגיות שמתודת החקירה הרפלקטיבית מציבה. ניתוח פעילות המורה דרך עבודת התיעוד שלהם מחייבת לקחת בחשבון את העניינים הבאות: מגוון המשאבים המזינים, והמיוצרים על ידי עבודה זו; מגוון האינטראקציות (קולקטיביות, מוסדיות וכן חברתיות) המשפיעים על עבודה זו; הזמן לפיתוח את מסעי יצירת התיעוד. שיקולים אפיסטמולוגיים אלו הובילו את הגת"ד לפתח מתודולוגיה ספציפית, המכונה חקירה רפלקטיבית של עבודת התיעוד של המורה.

מתודולוגיה זו נותנת מקום מרכזי למורים עצמם, והיא נשענת על חמישה עקרונות יסודיים:

* העקרון של איסוף רחב של משאבים מוחשיים שהיו בשימוש ואשר יוצרו במהלך עבודת התיעוד;

* העקרון של מעקב ארוך-טווח. מסעי היצירה הם תהליכים מתמשכים וסכימות מתפתחות על פני פרק זמן ממושך;

* העקרון של מעקב בתוך ומחוץ לכיתה. הכיתה היא מקום חשוב בו ההוראה אותה עיצב המורה מיושמת, מובילה להתאמות, שיכתובים ואימפרוביזציה. אולם, חלק חשוב מעבודת המורה מתרחש מחוץ לכיתה: בבית הספר (למשל בחדר צוות), בבית, במרכזים/תוכניות של התפתחות מקצועית של מורים;

* העקרון של מעקב רפלקטיבי על עבודת התיעוד;

* העקרון של עימות הראייה של מורים לגבי עבודת התיעוד שלהם, והחומריות של עבודה זו (חומריות המגיעה למשל מאוסף של משאבים פיסיים; מפרקטיקת ההוראה של המורה בכיתה/ה).

המעורבות הפעילה של המורים היא פרקטיקה הכרחיות, כי הם אילו שיש להם גישה לעבודת התיעוד שלהם (מעבר לתצפית ישירה על ידי החוקר). מעורבות זו גם מייצרת נקודת מבט רפלקטיבית המובילה את המורה לגישה אינטרוספקטיבית, אשר לעיתים חושפת מה שיכול היה להיות משאבים חבויים, או קשרים חבויים בתוך מערכת המשאבים שלהם. העקרונות והמטרה של איסוף הנתונים זה, אשר מתפרש על משך זמן ארוך, צריך להיות מוצג באופן ברור על ידי החוקר למורה מהתחלה. הכרח זה הוביל את Sabra (2016) להציע את המושג של חוזה מתודולוגי הקושר מורה וחוקר בעקבות עבודת התיעוד שלהם.

בהתבסס על עקרונות אלו, עוצבו אסטרטגיות וכלים נבחרים לאיסוף מידע, בהתאם להקשרים השונים ולשאלות המחקר השונות. לדוגמה, כלי שנראה פורה הוא הייצוג הסכמתי של מערכת המשאבים של מורה (יסמ"מ, ראו איור 3). המורים מתבקשים לשרטט מפה של המשאבים שלהם, המעידה על המשאבים שהמורים זיהו ואימצו, מאילו מאגרים, ולאילו מטרה (e.g. Pepin, Xu, Trouche, Wang, 2016).

* כיצד ניתן לאחסן (למטרת ניתוח) את הנתונים הרבים מספור והמגוונים הנובעים מעבודת המעקב אחר עבודת התיעוד של המורה? יש ההתייחסות לסוגייה זו במסגרת של פרוייקט AnA.doc (Alturkmani et al., 2019), מפיתוח אב טיפוס לפלטפורמה. זה מאפשר איחסון הקלטות וידאו כמו גם משאבים מתערבים או מיוצרים על ידי עבודת התיעוד של מורים, לניתוח בעקבות זאת ולשיתוף הנתונים וניתוחם בקרב קהילת חוקרים.

ניתוח עבודת התיעוד של מורים הוא תהליך מורכב. חמשת העקרונות של מתודת החקירה הרפלקטיבית מספקים קיום מנחים לבחירות מתודולוגיות. חוקרים המשתמשים בעקרונות אלו צריכים לבצע בחירות מושכלות על מנת להגביל את ריבוי הנתונים: בחירה של רגעים קריטיים בעבודת התיעוד של המורה (ראו המושג של אירועים של תיעוד, Sabra, 2016); או משאבים קריטיים למערכת המשאבים של המורה (ראו המושג של משאב מרכזי, Gueudet, 2017). זוהי עבודה בתהליך, ויש לחזק את הקשרים פנימיים בין הסוגיות המתודולוגיות והמושגיות.

6. פרספקטיבות לגבי פיתוח עיתידי גישת התיעוד לדידקטיקה היא מסגרת מושגית חדשה יחסית בחינוך מתמטי. בעוד שהמושגים שהוצגו בפרקים 2 ו-3 (משאב, תיעוד, מסע יצירת התיעוד) הם כעת מבוססים היטב, מושגים יותר משוכללים כמו 'מערכת משאבים' ו-'מערכת תיעודים' עדיין מתפתחים. לדוגמה, במקרה של מורים למתמטיקה בחטיבת הביניים, האם ניתן להבחין בסוגים שונות של מבנה של מערכת התיעודים שלהם, היכולים להיות מקושרים לפרופיל מקצועי מסוים של המורים? האם קבוצות אחדות של מורים (קהילות מקצועיות, בפרט) חולקות מערכת תיעוד משותפת (e.g. Pepin & Gueudet, 2020)?

יותר מזה, שדות היישום של גת"ד התפתחו לאורך השנים. במושגים של רמות של חינוך הם כעת פרושים מהגן (Besnier, 2019) עד האוניברסיטה (Gueudet, 2017; Kock & Pepin, 2018), וכן כוללים עבודה של מורי מורים עם משאבים (Psycharis & Kalogeria, 2018). במונחים של תחומי דעת, הגת"ד הייתה בשימוש במדעים ניסויים כמו פיסיקה וכימיה (Hammoud, 2012), וכן בחינוך לשוני (Quéré, 2019). מהם המאפיינים המסויימים של עבודת התיעוד של המורה ומערכת התיעודים בהקשרים חדשים אלו?

השימוש בגת"ד בהקשרים חברתיים ותרבותיים שונים (למשל ברזיל, סין, לבנון, נורבגיה, סנגאל) מוביל גם לשאלות לגבי 'צביעה תרבותית' של עבודת המורה עם משאבים: לדוגמה, מערכות של שיום שונות הנמצאות בשימוש על ידי מורים בעבודת התיעודים היומיומית שלהם; או התפיסות והפרקטיקות הקשורות 'במורה כמעצב' מתגוננות בין מרחבים תרבותיים (e.g. Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven, & Xu, 2019). גיוון זה הוא תוצאה של הקשרים היסטוריים, חברתיים ותרבותיים בהם עבודת המורה מתרחשת. מחקר החוקר סוגיות אלו יכול להוביל להבנה טובה יותר של ראייה עדינה יותר לגבי טבע האינטראקציות של המורה עם משאבים ולהעמקת ההמשגה הקשורה לגת"ד.

במחקר עדכני עבודת תלמידים עם משאבים נחקרה (e.g., Kock & Pepin, 2018). מחקרים אחרים (e.g., Gueudet & Pepin, 2018; Trouche, Gitirana, Miyakawa, Pepin, & Wang, 2019) רמזו על קשרים אפשריים עם תיאוריות אחרות. התיאוריה של מצבים דידיקטיים (Brousseau, 1998), למשל, הציגה את המושג של מילייה (milieu) אשר כולל את כל העצמים עימם תלמיד בודד נמצא באינטראקציה בסיטואציה מתמטית. עצמים אלו יכולים להיחשב כמשאבים. מהן ההשלכות של קשרים תיאורטיים כאלה?

כאשר טווח התופעות של הוראה ולמידה הנחקרות בגישה זו מתרחב, ההמשגות והמתודות גם מתפתחות. זה מתברר ממסרים רבים, פירסומים וכנסים ייעודיים שמשמשים בגת"ד (למשל Re(s)sources 2018 International Conference, see Gitirana et al. 2018; Trouche, Gueudet & Pepin, 2019). אירועים ופירסומים כאלו גם מעידים כי קיימים 'משאבים חסרים' שיש לפתח (Trouche, 2019). מחקרים אלו מהווים אבני דרך בהתפתחות המתמשכת של מסגרת תיאורית חייה.

References

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.

Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.

Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.

Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). Comprendre le travail des professeurs avec les ressources de leur enseignement, un questionnaire didactique et informatique, conférence invitée au premier symposium latino-américain de didactique des mathématiques, Bonito, Brazil, 3 novembre, <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3ZFRtTDJ2anRfSWM/view>

Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage. Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.

Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve*. (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.

Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.

Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of the Re(s)ources 2018 international conference*. ENS de Lyon, retrieved at <https://hal.archivesouvertes.fr/hal-01764563>

Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.

Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles at http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28_003_Ressources2018_Ghislane_Gueudet_v1.fra.mp4

Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4(1), 56-73.

Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. New York: Springer.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*, 23-41, NY: Springer.

Guin, D., Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.

Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.

Hammoud, R. (2012). Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. Ph.D. Lyon 1 University.

<https://tel.archivesouvertes.fr/tel-00762964>

Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild, & N.-M. Hogstad (Eds.) *Proceedings of INDRUM 2018*, (pp.336-345). University of Agder, Norway and INDRUM.

Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, M., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.). *The resources approach to mathematics education* (pp. 121-144). Cham: Springer.

Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.

Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.

Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.). *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal

Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 929-944.

Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>

Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189.

Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660.

<https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>

Quéré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.

Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.

Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.

Salaün, J.-M. (2012). Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web. Paris : La Découverte.

Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein, *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219-256). New York: Springer.

Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles, available at http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30_009_Ressources2018_Luc_Trouche_v1.mp4

Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers' interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research*, 93, 53-67, retrieved on February 21st at <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>

Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The resource approach to mathematics education*. New York: Springer.

Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpinska, & J. Kilpatrick (Eds.). *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.

Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.

Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).

Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.

Wenger, E. (1998). Communities of practice. *Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.