



HAL
open science

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Katalin Gosztonyi, Eszter Varga

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Katalin Gosztonyi, Eszter Varga. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete. DAD-Multilingual, 2020. hal-02907944

HAL Id: hal-02907944

<https://hal.science/hal-02907944>

Submitted on 28 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete

Szerzők: Luc Trouche, Ghislaine Gueudet & Birgit Pepin

Fordító: Gosztonyi Katalin

A fordítást lektorálta: Varga Eszter

Absztrakt

A „Documentation Approach to Didactics” az *Encyclopedia of Mathematics Education* egy szócikke (Trouche, Gueudet & Pepin 2018)¹, amelynek 2020-ban egy frissített verziója is készült (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). A jelen cikk a frissített verzió magyar fordítása és adaptációja, amely egy 14 nyelven készülő fordítás- és adaptáció-gyűjtemény részét képezi (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete egy matematikadidaktikai elmélet, amelynek fő célja a tanárok szakmai fejlődésének megértése az általuk használt és készített források elemzésén keresztül. Ebben a cikkben röviden ismertetjük az elmélet születését, forrásait, fő fogalmait és a hozzá kapcsolódó kutatásmódszertant. Mindezt különböző kutatóprojektekből vett példákkal illusztráljuk. Ez az összefoglalás elsősorban kutatóknak készült, ugyanakkor másokat (pl. tanárszakos hallgatókat) is érdekelhet, amennyiben az elmélet alapjai iránt érdeklődnek.

Kulcsszavak

Oktatási célú források; Digitális források; Dokumentációs genezis; Gyakorlatbeli invariáns; Forrásrendszer; Tanításban megjelenő és tanítást segítő források

Abstract

The ‘Documentation Approach to Didactics’ is an entry of the *Encyclopedia of Mathematics Education* (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). This entry has been updated in 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This article is a Hungarian adaptation of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

The documentational approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers’ professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documentational approach

Keywords

Curriculum materials; Digital resources; Documentational geneses; Operational Invariants; Resource systems; Resources in/for teaching; Teachers’ collective work; Teacher professional development.

¹ Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. N.Y.: Springer. doi:10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1

1. Bevezetés

A matematikatanárok napi munkájuk során különféle forrásokat használnak. Ezek közé tartoznak tanítási céllal készült források (ezeket nevezzük a továbbiakban oktatási célú forrásnak) és olyanok is, amelyek eredetileg nem tanítási céllal készültek (pl. egy újságcikk). A tanár munkájának részét képezi a források válogatása, módosítása, új anyagok készítése a tanóra keretében és azon kívül is. Ezt a kreatív tevékenységet nevezzük *tanári dokumentum-fejlesztő munkának*, az eredményét pedig *tanári dokumentációnak*.

Az oktatási célú források jellemzően írott szövegek (pl. tantervek, tankönyvek, munkafüzetek, tanári kézikönyvek, vagy akár a diákok írásai) illetve digitális anyagok (beleértve a tanítási céllal készült szoftvereket, pl. a Geogebra-t vagy a Comenius Logo programot, és az online elérhető tananyagokat, feladatokat, videókat stb is). Mivel ma már – különösen az interneten – szinte végtelen számban érhetőek el tanítást segítő anyagok, a tanároknak nehézséget jelenthet, hogy munkájukhoz kiválasszák a didaktikailag és minőségben is megfelelő forrásokat. Ugyanakkor nemzetközi tendencia az is, hogy az oktatási reformokat új források kidolgozása kíséri, amelyek célja, hogy segítsék a tanárokat a reform gyakorlati megvalósításában. Ezek az okok teszik érdekessé a forrásokkal és azok használatával kapcsolatos kérdéseket a matematikadidaktikai kutatás számára is: az utóbbi évtizedekben a források és a tanárok forrásokkal végzett munkája a matematikadidaktikai kutatások egyik fontos témájává váltak (pl. Pepin, Gueudet, & Trouche 2013).

A témával kapcsolatban az elmúlt évtizedek során számos didaktikai elmélet, kutatási irányzat született (pl. Remillard 2005; Pepin és tsai 2013): az angolszász didaktikai irodalom például a tervezett vagy hivatalos tanterv (*intended curriculum*) és az alkalmazott vagy megvalósított tanterv (*enacted curriculum*) fogalmainak segítségével közelíti meg a forrásokkal kapcsolatos kérdéseket, a kontinentális európai didaktikában (Blum és tsai 2019, Pepin és tsai 2013) pedig egyebek mellett egy francia gyökerű elmélet, a *dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete*² szolgálja ezeket a célokat. Ez a cikk ez utóbbi elméletet mutatja be.

2. Az elmélet forrásai, háttere

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletét Ghislaine Gueudet és Luc Trouche dolgozta ki (Gueudet & Trouche 2008, Gueudet & Trouche 2009, Gueudet 2019), majd Birgit Pepin közreműködésével fejlesztették tovább (Gueudet, Pepin & Trouche 2012). Az elmélet a francia didaktikai hagyományban gyökerezik (Trouche 2016), amelyben (egyebek mellett) a *didaktikai szituáció*, az *intézményes feltételek* és a *séma* fogalmak központi szerepet játszanak. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete ugyanakkor szociokulturális elméletekre is erősen épít, különösen a *mediáció* fogalmára (Vigotszkij 1978), amelyet minden kognitív folyamat fontos alkotóelemének tekint. Mindemellett a dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete kialakulásában fontos szerepet játszott az információ-technológia és a kommunikáció egyre nagyobb mértékű digitalizációja, amely a didaktikában is új elméleti megközelítéseket tett szükségessé.

A digitalizáció és az internet fejlődése komoly és sokrétű következményekkel jár: az információhoz való hozzáférés és a kommunikáció könnyebbé és gyorsabbá vált, jóval több forráshoz férünk hozzá, és több partnerrel, könnyebben, gyakrabban kommunikálhatunk. Ezek a változások a gondolkodásunkat, a viselkedésünket is átalakították, többek között az oktatás területén is: újra kell gondolnunk *statikus* és *dinamikus* források, a források *használata* és *tervezése*, illetve az *egyéni* és a *kollektív* munka közti egyensúlyt (Pepin, Choppin, Ruthven, & Sinclair 2017). A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete ezeket a jelenségeket figyelembe véve paradigmaváltást kezdeményezett: a tanárok munkájának vizsgálatát az általuk készített és használt források vizsgálatán keresztül. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete azt vizsgálja, milyen forrásokat és hogyan használnak és készítenek a tanárok a tanításra való felkészülésük és a tantermi gyakorlatuk keretében, és miként alakulnak át ezek az anyagok e folyamatok során.

A francia matematikadidaktikai hagyományon kívül a szerzők több más tudományterületből is inspirációt merítettek, különösen a technológia-használat, a tanterv- és tananyagfejlesztés, a tanárok szakmai fejlődése, az információ-tervezés terén végzett nemzetközi kutatásokból.

A technológia-használat terén a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének legfőbb forrása az *instrumentum-elmélet*³. Ezt az elméletet Rabardel (1995) fejlesztette ki, eredetileg a kognitív ergonómia területén, majd Guin és Trouche (2002), illetve Guin Ruthven és Trouche (2005) integrálták

² Franciául Approche Documentaire du Didactique, angol fordításban Documentational Approach to Didactics.

³ Franciául approche instrumentale, angolul Instrumental Approach.

a matematikadidaktikába. Rabardel elmélete megkülönbözteti az *artefakt* és az *eszköz (instrument)* fogalmát: az *artefakt* (ember által készített) tárgy, az *eszköznek* a tárgyon, az artefakton kívül egy hozzá kapcsolódó *használati* séma is részét képezi – egy bizonyos ember egy bizonyos módon és céllal használja az adott tárgyat. Egy számológép például az elmélet szerint *artefaktnak* tekinthető, amelyet a tanulók nagyon különböző módokon használhatnak: így tehát ugyanaz a tárgy többféle *eszköz* alapjául szolgálhat. Egy *eszköz* hibrid entitás, amely az eredeti artefaktból – jelen esetben a számológépből –, annak használati módjából, és a használatot vezérlő ismeretekből áll. Az elmélethez kapcsolódó további fogalmak a *genezis*, az *instrumentáció* és az *instrumentalizáció* (ld. 3.§), amelyek a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének is fontos összetevői.

Abban az időszakban, amikor az instrumentum-elmélet megszületett, kihívást egy-egy konkrét taneszköz oktatásba integrálása jelentett: pl. a számológép, egy algebrai vagy egy dinamikus geometriai szoftver használata. Azóta azonban, a digitalizáció előrehaladásával ez a megközelítés elégtelennek bizonyult, hiszen a tanároknak ma nagyszámú, sokféle forrás között kell eligazodnia.

A tanári munka forrásaira Adler (2000) is kitérő figyelmet fordít. Az ő megközelítése szerint a forrásokkal való munkát folyamatként érdemes vizsgálni: a források a tanárok számára meg-megújuló inspirációt jelentenek, amelyek ismétlődően, de mindig kicsit másképp táplálják a tanári munkát⁴. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete ezt a szemléletet beépítve a tanári munka forrásainak széles skáláját veszi figyelembe (beleértve tankönyveket, online anyagokat, kollégákkal folytatott levelezést, tanulók által kitöltött feladatlapokat stb.): bármilyen forrást, amely *megszólítja a tanárt* (Remillard 2005) és támogatja a tanári tevékenységét.

A forrás fogalmának e tág értelmezéséből a tanár szakmai fejlődésének tág értelmezése is következik. Ball, Hill és Bass (2005) 'a tanításhoz kapcsolódó matematikai tudásról' szóló tanulmányukban hangsúlyozzák, hogy 'tanításnak' nem csak a tantermi munka tekintendő, hanem a tervezés, az értékelés, a szülővel folytatott beszélgetések stb. is. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete hasonló elvekre épül: mi a tanárok munkáját a forrásokkal való interakcióikon keresztül vizsgáljuk. Cooneyt (1999) követve tekintetbe vesszük, hogy a (tanári) tevékenység átalakulása összefügg a szakmai tudás és hiedelmek átalakulásával: a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének keretein belül modellezzük ezt a kapcsolatot (ld. 3. Rész).

Az a szemlélet, hogy a források a tanári munkát táplálják, szükségessé tette, hogy nevet adjunk annak, amit a tanár a forrásokkal folytatott munka során, jól meghatározott céllal létrehoz. Erre a célra a *dokumentum* szót választottuk. Francia kontextusban ezt a szót korábban az információ-tervezés területén használták olyasminek a leírására, amit meghatározott céllal, egy adott kontextusban, jól meghatározott felhasználásra terveztek. Innen származik a 'dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete' elnevezés.⁵

Végül az a tény, hogy az internethasználat elterjedése a kommunikációt is nagyban megkönnyítette, arra sarkallt minket, hogy a tanárok közti együttműködés újonnan kialakuló, változatos formáit (online működő, többé-kevésbé formális közösségeket, egyesületeket, hálózatokat) is figyelembe vegyük. Wenger *gyakorlatközösségekről* szóló elmélete (1998), és az ennek keretében használt *részvétel*, *alku*, *tárgyasítás* fogalmak különösen gyümölcsözőnek bizonyultak a tanári közösségek által kollektíven fejlesztett források és az e folyamat során bekövetkező szakmai fejlődés elemzésében.

Az elmélet forrásai után a következő részben a szerkezetét és központi fogalmait mutatjuk be.

3. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete – a tanári munka holisztikus megközelítése

Ebben a részben a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének legfőbb „összetevőit” és a hozzájuk kapcsolódó folyamatokat mutatjuk be. Defináljuk a *forrás*, a *dokumentum*, a *genezis*, az *instrumentáció* és az *instrumentalizáció* fogalmakat.

Az *oktatási célú matematikai források* azok a források amelyeket tanárok és/vagy diákok hoztak létre és használnak a matematika tanításával vagy tanulásával összefüggésben, az osztályteremben vagy azon kívül. Ebbe beletartoznak a hagyományos, szöveg alapú és a digitális interaktív források is; ugyanakkor Gueudet és Pepin (2018) hangsúlyozza, hogy különbséget kell tenni a digitális oktatási célú források (Pepin, Choppin, Ruthven, & Sinclair 2017) és a digitális oktatási technológia (IKT) között. Gueudet és Pepin ezenkívül megkülönböztetnek *materiális* (pl. tankönyv, digitális tananyag, manipulatív eszközök, számológép), *szociális* (pl. online fórumbeszélgetés) és *kognitív* (pl. pedagógiai és didaktikai elméletek) *források* között.

⁴ “think[ing] of a resource as the verb re-source, to source again or differently” (Adler 2000, p. 207)

⁵ Bár magyarul a 'dokumentum' szót általában más kontextusban és más jelentéstartalommal használjuk, a fordításban megtartottuk a francia és angol nyelven használt elnevezést.

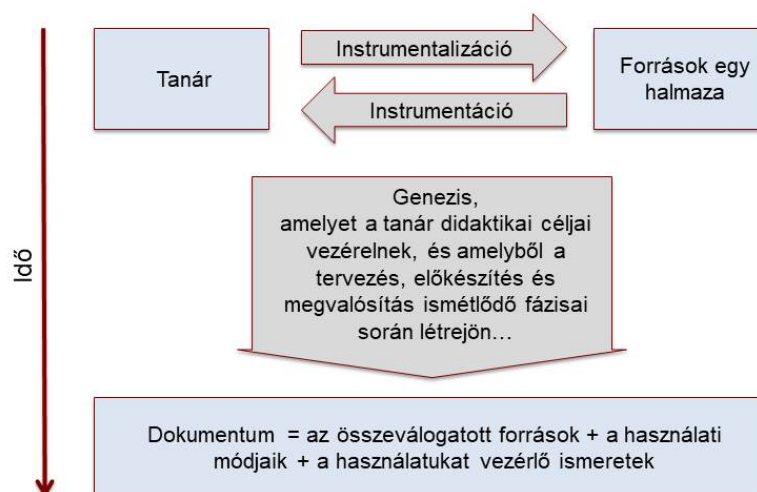
A dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletét leginkább a tanárok munkájára vonatkozó kutatásokban alkalmazzák, de tanárképzésre vonatkozó (pl. Psycharis & Kalogeria, 2018) és a tanulók forrásokkal végzett interakcióit vizsgáló (pl. Kock & Pepin, 2018) kutatásokra is van példa.

Ami a forrásokkal kapcsolatos folyamatokat illeti, amikor egy tanár interakcióba lép egy forrással, kialakít egy sajátos *használati sémát* (ld. 4. rész). Ezek a sémák tanárról tanárra változhatnak még akkor is, ha a különböző tanárok ugyanazt a forrást használják; hiszen a forrás használata függ a forrást használó tanár szokásaitól és ismereteitől is. Ez vezette Gueudet-t és Trouche-t (2008, 2009) arra, hogy bevezessék a *dokumentum* fogalmát:

Forrás + használati séma = dokumentum.

Az elmélet kontextusában egy *dokumentum* egy forrás és a hozzá kapcsolódó használati séma együttese, amelyet egy adott tanár egy jól meghatározott céllal fejleszt ki. A dokumentum fejlesztésének folyamatát nevezi Gueudet és Trouche (2009) *dokumentációs genezissnek*.

Pepin, Gueudet és Trouche (2013) elméleti eszközöket dolgoztak ki annak a folyamatnak a leírására, hogyan táplálják a források a tanárok munkáját és interakcióit. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete a források 'használatát' úgy tekinti, mint interaktív folyamatot, amelynek során mind a forrás, mind a tanár tanítási gyakorlata átalakulhat. Ez a folyamat tehát kétirányú: a forrás tulajdonságai, az általa nyújtott lehetőségek befolyásolják a tanár munkáját – ez az *instrumentáció* folyamata –, a tanár szemléletmódja, szokásai és ismeretei pedig hatással vannak a források összeválogatására és átdolgozására – ez az *instrumentalizáció* folyamata (ld. 1. Ábra). A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete hangsúlyozza a tanár és a forrás közti interakciók dialektikus természetét, melyben az instrumentáció és az instrumentalizáció folyamatai egyszerre, egymással kölcsönhatásban zajlanak (Rabardel & Bourmaud 2003). Ezen folyamatok közé értjük a dokumentumok ki- és átdolgozását, illetve „használat közbeni átalakítását” (amikor a tanár menet közben változtat az aktuális tanítási helyzetnek megfelelően).



1. Ábra. A dokumentációs genezis folyamata

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete a tanár és a források közti interakciót leíró modellt a tanárok szakmai fejlődésének szempontjából is kiemelt jelentőségűnek tekinti.

Az online elérhető források példáját tekintve, habár az interneten nagyszámú potenciálisan hasznos forrás található, ezekhez nem társul olyan eszköz, amely hatékony keresést tenne lehetővé e források között. Erre pedig szükség lenne, amikor egy tanár bizonyos konkrét oktatási céloknak megfelelő, meghatározott tulajdonságokkal rendelkező (pl. interaktív) forrást keres, amely tartalmi és didaktikai szempontból is illeszkedik a már meglévő forrásokhoz (pl. a tankönyvhöz). Más szóval a tanárok „egy rakás téglához” férnek hozzá, ugyanakkor nem kapnak útmutatást arra nézve, hogyan építsenek ezekből a téglákból koherens tanítási folyamatot. Akár az a cél, hogy egy feladatsort további feladatokkal egészítsen ki, akár az, hogy egy rugalmas online tankönyv segítségével tervezzen különböző tanulási utakat a tanulók számára, egy tanárnak szakmai támogatásra lehet szüksége ahhoz, hogy *tanári tervezőkészségét* fejlessze. *Tanári tervezőkészségen* (Pepin, Gueudet & Trouche 2017) a tanulást támogató források matematikai és módszertani sajátosságaival kapcsolatos tudatosságot, érzékenységet értünk, illetve a használatukkal kapcsolatos rugalmasságot (ld. 1. Keret). E készségeket Wang (2018) a *dokumentációs szakértelem* részének tekinti.

1. Keret. Források a felső tagozaton: Vera dokumentum-fejlesztő munkája

Vera egyike a számos felső tagozaton tanító francia matematikatanárnak, akik a Sésamath digitális tankönyvcsaládot használják (Gueudet és tsai. 2013; Pepin és tsai. 2017). A Sésamath egy Franciaországban működő, felső tagozatos és középiskolai matematika tanárok alkotta egyesület, amelynek tagjai 2001 óta ingyenesen használható, interaktív digitális tankönyveket fejlesztenek és tesznek hozzáférhetővé a honlapjukon (<http://www.sesamath.net/>). Vera dokumentum-fejlesztő munkáját aközben vizsgáljuk, miközben egy új tanórát dolgoz ki: ez az első alkalom, hogy Vera 8. osztályban százalékszámítást tanít, a készüléshez pedig sokféle forrást, többek között a Sésamath anyagait is használja.

Az elemzés egy tanóra-ciklusra összpontosít, amely az óra előkészítéséből, megvalósításából, annak vizsgálatából, hogy a tanulók mit értettek meg az órából, és a tanári önreflexióból áll. Az, hogy az elemzés egy ilyen tanóra-ciklusra koncentrál, összhangban van az elmélet azon alap gondolatával, hogy a tervezés nem korlátozódik egy adott tananyaghoz tartozó forrás első verziójának megtervezésére, hanem a forrás használatának során is folyik. Vera tervezőmunkájának például részét képezte a LaboMEP (egy Sésamath által kínált eszköz) használata, amelynek segítségével különböző tanulóknak különböző feladatokat adott. Ez pedig ráirányította a figyelmét a tanulók közti differenciálás szükségességére. A LaboMEP ezenkívül feladatvariációkat is ajánl, amelyek struktúrája azonos. Vera elmondása szerint ez erősen motiválta tanítási gyakorlata fejlesztésére: arra, hogy ne csupán néhány ismerős feladatot használjon, hanem hasonló matematikai struktúrájú feladatok egy-egy konkrét tanórához igazított variációit dolgozza ki.

Ezek az eredmények egyértelműen mutatják Vera didaktikai rugalmasságának, vagy más szóval a tervezőkészségének fejlődését: hatékonyabban tud az elérhető források között válogatni, azokat használni és átalakítani, illetve új anyagokat létrehozni a tanítási céljainak megfelelően.

A tanári munkát ebben a kontextusban elsősorban tervezőmunkának tekintjük. Ezt a képviseli Brown (2009) is, aki szerint az, hogy a tanítást tervezőmunkának, a tanárt pedig tervezőnek tekintjük, megfelel számos kognitív elmélet álláspontjának, amelyek „az egyének és az általuk a céljaik eléréséhez használt eszközök közti partneri viszonyt hangsúlyozzák [...] És nem csak az egyének képességei szabják meg az emberi teljesítményt, hanem az általuk használt artefaktok által kínált lehetőségek is.” (19.o.). Brown (2009) tehát az egyén és az eszköz kapcsolatát kölcsönösnek tekinti: a „tervezés” tevékenysége így nem csupán a tanár képességeitől függ, hanem a tanár(ok), és az (oktatási célú) források „kölcsonhatásától”, a „tanár-eszköz kapcsolattól”. Következésképp a források által kínált lehetőségek is befolyásolják ezt a kapcsolatot. Ez a felfogás összhangban van a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletével, amely szerint a tanár mint tervező munkájának szükségszerűen részét képezi a tervezés tudatos és szándékos gesztusa (ahol tervezésen valami új alkotását pl. meglévő és új elemek kombinálását értjük) egy bizonyos didaktikai cél elérése érdekében. Ezt a fejlesztő munkát a *séma* fogalmának segítségével elemezzük, amelyet a következő részben mutatunk be.

4. Az elmélet továbbfejlesztése: sémák és rendszerek

A *séma* fogalma (Vergnaud 1998) központi szerepet játszik a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletében. Vergnaud-nál ez a fogalom szorosan kapcsolódik a „szituációk osztályának” fogalmához, amely a jelen esetben egy bizonyos célhoz kapcsolódó szakmai szituációk halmazát jelenti. Vera számára például (ld. a fenti keretet) „a 8. osztály heterogenitásának kezelése” alkotja szituációk egy ilyen osztályát. Szituációk egy osztályának kezeléséhez az alany (itt a tanár) kialakít egy állandó cselekvési szerkezetet, egy sémát. A sémának négy összetevője van:

- A tevékenység célja (amely a szituációk osztályát jellemzi)
- A cselekvés, az információszerzés és a kontroll szabályai
- *Gyakorlatbeli invariánsok*, amelyeket két (egymással összefüggő) típusú tudáselem alkot, melyek implicit módon, a gyakorlaton keresztül nyilvánulnak meg: *gyakorlatban megnyilvánuló tételek* – olyan elvek, tételek, amelyeket a cselekvő igaznak fogad el –, és *gyakorlatban megnyilvánuló fogalmak* – a cselekvő által a cselekvés szempontjából relevánsnak tekintett fogalmak (példákat ld. alább)
- Lehetséges következmények, adaptációk a szituációk különböző változataihoz

Tevékenysége során a tanár új cselekvési szabályokat és gyakorlatbeli invariánsokat beépítve gazdagítja meglévő sémáit, illetve új sémákat dolgoz ki. A séma valójában a tanulási folyamat (jelen

esetben a tanárok szakmai fejlődésének folyamata) elemzéséhez szolgál modellként. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének keretei között vizsgált sémák egy-egy forráshoz (vagy források egy halmazához) kapcsolódó használati sémák. A források a sémával együtt alkotnak egy dokumentumot (ezt fejezi ki az előző részben felírt egyenlet).

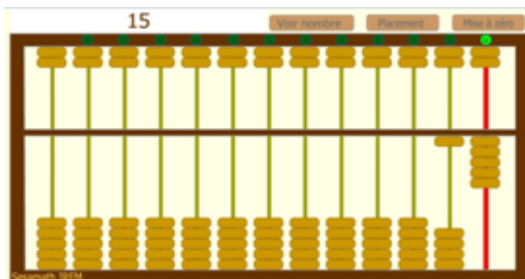
Az egy tanár által használt források összességét nevezzük *forrásrendszernek*. Ezek a források használati sémákhoz kapcsolódva dokumentumokat alkotnak (egy forrás több dokumentumnak is része lehet). Egy tanár dokumentumai szintén rendszert alkotnak, amit a tanár *dokumentumrendszerének* nevezünk. Ennek struktúrája a tanár szakmai tevékenységének részét képező szituációk osztályának (és a hozzájuk kapcsolódó oktatási céloknak) a struktúráját követi.

Amikor a tanárok megosztják egymással dokumentációs munkájukat, például ha egy csoport tagjai közösen fejlesztenek óraterveket, közös forrásrendszert is kialakíthatnak (Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Ugyanakkor a csoport különböző tagjai különféle használati sémákat fejleszthetnek ki ugyanahhoz a forráshoz, így különböző dokumentumokat alkotva. (Pepin & Gueudet 2020).

A 2. Keret egy alsó tagozatos esettanulmány példáján keresztül mutatja be a gyakorlatbeli invariáns, a forrásrendszer és a dokumentumrendszer fogalmainak használatát.

2. Keret. Alsó tagozatos források: a virtuális abakusz példája

A virtuális abakusz egy, a Sésamath francia matematikatanári egyesület (ld. 1. Keret) által kifejlesztett, szabad felhasználású szoftver¹.



2. Ábra. A kínai abakusz

A kínai abakuszt egy vízszintes keresztrúd, az ún. „számlórúd” osztja két részre. A számolás során csak az ehhez tolt golyók veendőik figyelembe. Kétféle golyó van: 1 és 5 egységet érő golyó (előbbiből 5 db található az abakusz alsó részén, utóbbiból 2 db az abakusz felső részén). A kínai abakuszon 13 függőleges rúd van, amelyek különböző helyiértékeknek felelnek meg: jobbról balra található az egységek, a tízesek, a százaskok stb. Ugyanazt a számot többféleképpen is meg lehet jeleníteni ezen az abakuszon: a 15 például megjeleníthető a fenti ábrán látható módon, 6 db golyóval (1 db 1-golyó a tízes rúdon és 5 db 1-golyó az egység-rúdon), de 2 db golyóval is (ha az 5 db 1-golyót 1 db 5-golyóval helyettesítjük az egység-rúdon).

Carlos tapasztalt tanító, akinek abakusz-használatát a kutatók három éven keresztül követték (Poisard, Bueno-Ravel, & Gueudet 2011). Ő, bár már korábban, a tankönyvben is látott abakusszal kapcsolatos feladatot, csak a virtuális abakusz felfedezése után határozta el, hogy használni fogja az eszközt számolás tanításához 3. osztályban. Az osztállyal első lépésben a fizikai abakuszt használták: a gyerekek játszottak az eszközzel, és megpróbálták kitalálni, hogy milyen elven működik. Ezután a virtuális abakusszal dolgoztak tovább, és használati utasítást írtak az eszközhöz. Majd Carlos gyakorlófeladatokat adott a gyerekeknek: ábrázoljanak egy adott számot az abakuszon, illetve olvassanak le számokat róla. A modult lezáró értékelés papír-alapon történt: Carlos így akarta elkerülni, hogy próbálgatással oldják meg a feladatokat a gyerekek, amit a szoftver lehetővé tett volna.

Carlos több dokumentumot is kifejlesztett, amelyek magukban foglalják a virtuális abakuszt és hozzá kapcsolódó forrásokat. A „fedezzük fel, hogy működik az abakusz” célhoz a fizikai és a virtuális abakuszt is felhasználta, ezenkívül a gyerekekkel posztereket készíttetett. Fontos volt számára, hogy a gyerekek maguk fedezzék fel az abakusz működési elvét. Emögött egy *gyakorlatbeli invariáns* húzódik meg, nevezetesen az „a tanulóknak, amennyire csak lehetséges, maguknak kell felfedezniük az új eszközöket, amelyekkel találkozniuk” *gyakorlatban megnyilvánuló tétel*. Kapcsolódik emellett az „önálló felfedezés” *gyakorlatban megnyilvánuló fogalmához* is. Carlos mindkét *invariánst* kialakította már a virtuális abakusszal való találkozás előtt. Egy további *gyakorlatbeli invariáns* is szerepet játszott a döntéseiben: „fontos, hogy a 3. osztályos tanulók kézzel fogható eszközöket használjanak”. A

„fedezzük fel, hogy működik az abakusz” célhoz tartozó séma magában foglalja a felsorolt *gyakorlatbeli invariánsokat* és az ezekhez kapcsolódó cselekvési szabályokat: „adjunk valódi abakuszt a gyerekek kezébe, hogy lehetőséget biztosítsunk számukra a manipulációra”; „adjunk a gyerekeknek lehetőséget a virtuális abakusz használatára, hogy leellenőrizhessék, melyik számot ábrázolja”.

Az abakusszal folytatott munka során Carlos megfigyelte, hogy az „ábrázolj egy adott számot az abakuszon” feladatra a gyerekek, ha virtuális abakuszt használtak, a „mutasd a számot” gombot használva próbálgatáson alapuló megoldási stratégiákat dolgoztak ki. Ezért úgy döntött, hogy az értékelést papír alapon fogja lebonyolítani. Carlos a „tanítsuk meg a gyerekeknek, hogyan ábrázolunk egy számot az abakuszon” célhoz új dokumentumot fejlesztett ki, amely magában foglalja a virtuális abakuszt, de a papírra rajzolt abakuszt is, ezenkívül egy „a virtuális abakusz lehetővé teszi, hogy a gyerekek próbálgatás segítségével oldják meg ezeket a feladatokat” *gyakorlatbeli invariánst (gyakorlatban megnyilvánuló tételt)*.

Carlos tapasztalt tanító. A számolás 3. osztályos tanításához hosszú évek alatt fejlesztette ki forrás- és dokumentumrendszerét (amelyet a teljes forrás- vagy dokumentumrendszere egy alrendszerének tekinthetünk). Az abakuszt beépítette ezek közé a források közé, új dokumentumokat hozva létre. E dokumentumok egy része olyan célokhoz kapcsolódik, amelyek közvetlenül az abakuszra vonatkoznak (pl. „fedezzük fel, hogyan működik az abakusz”, „tanítsuk meg a gyerekeknek, hogyan ábrázolunk egy számot az abakuszon”), más dokumentumokban ugyanakkor a cél nem közvetlenül az abakuszhoz kapcsolódik: az abakusz a cél eléréshez használt eszközként jelenik meg. „A tízes számrendszerbeli helyiérték-rendszer alapelveinek megtanítása” cél esetében például Carlos arra használta az abakuszt, hogy a „csoportosítás és csere” alapelveket világossá tegye (pl. 2 db 5-golyó lecserélése 1 db 1-golyóra a következő rúdon). Carlos forrásrendszerének más elemei is szerepet kaptak ezekben a dokumentumokban, például a tanulók által készített poszterek. E források egy része meghatározó szerepet játszott abban, hogy Carlos úgy döntött, elkezd használni az abakuszt: például a tankönyv, amely először hívta fel a figyelmét az abakusz használatában rejlő lehetőségekre.

Egy tanár teljes dokumentumrendszere számos alrendszert tartalmaz, melyeknek különböző szempontok, pl. egy bizonyos matematikai tartalomhoz (pl. geometriához) vagy egy bizonyos típusú tevékenységhez (pl. értékeléshez) kapcsolódva szerveződhetnek. Ezt a rendszert több szinten is le lehet írni, a nagyon általános szinttől az egészen konkrét, egy-egy matematikai tartalomra fókuszáló elemzésig. A matematikadidaktikai kutatás szempontjából a konkrétabb szintek, amelyek a matematikai tartalmat is figyelembe veszik (pl. értékeljük a tanulók százalékszámítással kapcsolatos készségeit 8. osztályban) több információval szolgálnak a tanárok forrásokkal való interakcióit és ezek következményeit illetően. A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete szerint a tanárok dokumentációs munkájának elemzése sajátos módszertant igényel: erről lesz szó a következő részben.

5. Reflexív vizsgálat: egy fejlődő kutatómódszertani szerkezet

Ez a rész a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletéhez kapcsolódó kutatások jellemző szerkezetét és az e szerkezet mögött húzódó alapelveket mutatja be, majd egy ezeket az alapelveket illusztráló kutatási eszközzel esik szó, végül pedig néhány olyan kihívásról, amelyekkel a reflektív vizsgálat módszertanának meg kell birkóznia. Ha a tanár munkáját a dokumentációs tevékenységén keresztül akarjuk elemezni, figyelembe kell vennünk a tanári munkát tápláló és az annak során keletkező sokféle forrást; a változatos (közösségi, intézményi, társadalmi) interakciókat, amelyek ezt a munkát befolyásolják; illetve a dokumentációs genesis időtartamát. Ezek az episztemológiai megfontolások vezettek a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletéhez kapcsolódó sajátos módszertan kifejlesztéséhez, amely a *tanári dokumentációs munka reflektív vizsgálata* nevet kapta.

Ez a módszertan központi szerepet szán a kutatás során magának a tanárnak, és az alábbi öt alapelvre épül⁶:

- A dokumentációs munka során használt és keletkezett *források széleskörű gyűjtésének* elve;
- A *hosszú távú követés* elve. A genesisek hosszú távon zajló folyamatok, a sémák lassan, hosszú idő alatt fejlődnek;
- Az *osztályterem belüli és azon túli követés* elve. Az osztályterem egy fontos helyszín, ahol a kidolgozott tanítási tervek megvalósulnak, adaptálódnak, átalakulnak, improvizatív elemekkel egészülnek ki. Azonban a tanár munkájának egy jelentős része az osztályterem kívül zajlik:

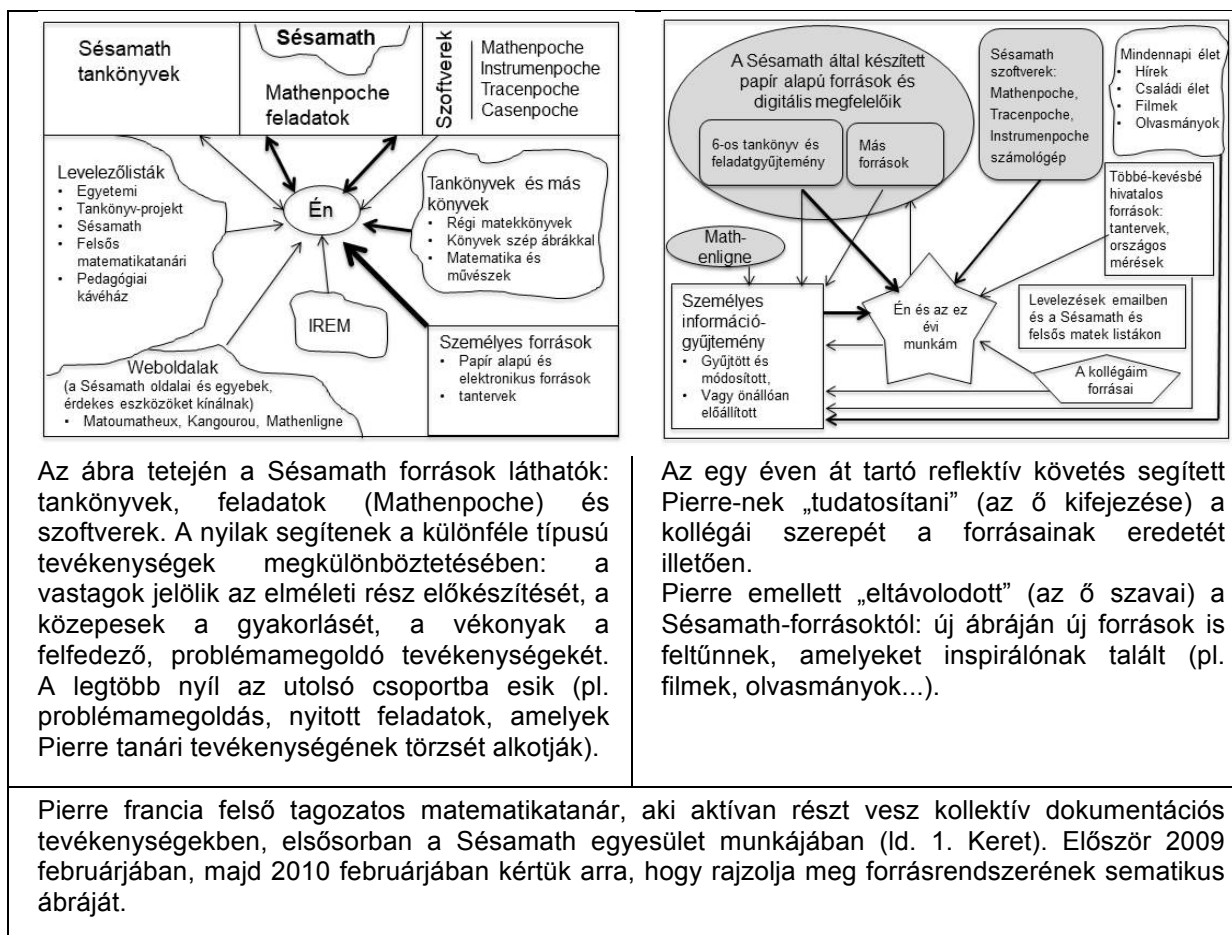
⁶ Eredetileg (Gueudet et Trouche 2012, p. 27) csak az első négy alapelvet soroltuk fel, az ötödiket, amely fokozatosan alakult ki a dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének keretében végzett kutatások során, most tettük hozzá.

az iskolában (pl. a tanári szobában), otthon illetve tanártovábbképzéseken, tanári szakmai műhelyekben;

- A dokumentációs munka *reflexív követésének* elve;
- Végül a *tanár saját dokumentációs munkájáról vallott nézeteinek és e munka tárgyi nyomainak összevetése* (ezek a nyomok lehetnek például a tanár által összegyűjtött írott anyagok, az osztálytermi munka vagy tanárok közti beszélgetések videofelvétele)

E kutatási folyamatban a tanár aktív részvétele szükségszerű, hiszen neki van közvetlen hozzáférése a saját dokumentációs munkájához (a kutató megfigyelésin túlmenően). E részvétel ezenkívül reflektív hozzáállást is biztosít, önelemzésre készíti a tanárt, amely esetenként segít láthatóvá tenni az addig rejtett forrásait vagy rejtett kapcsolatokat a forrásrendszerén belül. A tanári dokumentációs munka hosszú távú és szoros követése miatt szükséges, hogy a kutató amennyire lehetséges, világossá tegye a tanár számára, hogy mit és milyen célból kér tőle. Ezzel összefüggésben vezette be Sabra (2016) a *módszertani szerződés*⁷ fogalmát, amely a tanár és az ő dokumentációs munkáját követő kutató közötti kapcsolatot írja le.

Ezekből az alapelvekből kiindulva, a kutatások kontextusának és a kutatási kérdéseknek a sokféleségét is figyelembe véve különféle kutatómódszertani eszközök, stratégiák születtek. Az egyik gyümölcsözőnek tűnő eszköz például a *tanár forrásrendszerének sematikus ábrázolása* (ld. 3. Ábra). A tanárt a kutató arra kéri, hogy rajzolja meg a forrásainak térképét, megjelenítve a források eredetét és a forrásrendszerben betöltött szerepüket is (ld. pl. Pepin, Xu, Trouche, Wang, 2016).



Az ábra tetején a Sésamath források láthatók: tankönyvek, feladatok (Mathenpoche) és szoftverek. A nyilak segítenek a különféle típusú tevékenységek megkülönböztetésében: a vastagok jelölik az elméleti rész előkészítését, a közepesek a gyakorlását, a vékonyak a felfedező, problémamegoldó tevékenységüket. A legtöbb nyíl az utolsó csoportba esik (pl. problémamegoldás, nyitott feladatok, amelyek Pierre tanári tevékenységének törzsét alkotják).

Az egy éven át tartó reflektív követés segített Pierre-nek „tudatosítani” (az ő kifejezése) a kollégái szerepét a forrásainak eredetét illetően.

Pierre emellett „eltávolodott” (az ő szavai) a Sésamath-forrásoktól: új ábráján új források is feltűnnek, amelyeket inspirálónak talált (pl. filmek, olvasmányok...).

Pierre francia felső tagozatos matematikatanár, aki aktívan részt vesz kollektív dokumentációs tevékenységekben, elsősorban a Sésamath egyesület munkájában (ld. 1. Keret). Először 2009 februárjában, majd 2010 februárjában kértük arra, hogy rajzolja meg forrásrendszerének sematikus ábráját.

3. Ábra. Egy tanár forrásrendszerének sematikus ábrázolása (Gueudet, Pepin & Trouche 2012, 314. & 318. o.)

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének születése óta ez az eszköz többféle irányba is fejlődött:

⁷ A *didaktikai szerződés* fogalma a Brousseau által kidolgozott *Didaktikai szituációk elméletéből* származik, a francia matematika egyik központi fogalma, amely a tanár és a diák együttműködésének leírásában játszik szerepet. Ennek analógiájára született meg a fenti fogalom.

- A kémia didaktikájával foglalkozó Hammoud (2012) a tanárok által rajzolt sémákat gondolattérképként elemezte; a sémákat emellett a tanárok kollégákkal és különböző szakmai közösségekkel folytatott interakcióinak ábrázolására is használta
- Rocha (2018) átnevezte az eszközt, „a tanár forrásrendszerének reflektív feltérképezése” nevet adta neki, két okból: egyrészt a folyamat reflektív természetének hangsúlyozása érdekében, másrészt a „feltérképezés” szóval jelölve egy (a kutató, de bizonyos pontokon a tanár számára is) ismeretlen terep fokozatos feltárását. Rocha ezenkívül a fent felsorolt öt alapelvet követve folyamatosan összeveti a tanár által rajzolt térképet a tanár forrásrendszerének a kutató által rajzolt ún. „kikövetkeztetett térképével”.

A reflektív vizsgálat módszere ezen az eszközön túlmenően is fejlődött, elsősorban azzal a céllal, hogy minél pontosabban hozzáférjen a tanár 'igazi' dokumentációs munkájához, bárhol és bármikor zajlik is az. Ehhez szükséges, hogy a tanár forrásokkal végzett interakcióinak ne csak a nyilvános (pl. tantermi), hanem privát pillanatait is megfigyeljük. Például az éves tanmenet vagy egy óraterv elkészítését, illetve átdolgozását. (Bellemain & Trouche 2016) ilyen epizódok sorozatáról készített videofelvételeket, amelyeken a tanár dokumentációs munkája során elhangzó szavai, gesztusai is megfigyelhetők (és összevethetők például a séma elemeivel). Ez a fajta megfigyelés többféle nehézséggel is jár, egyebek mellett az alábbiakkal:

- Milyen „természetes” körülmények között tudna egy tanár egyedül dolgozni a forrásaival, és ezzel egyidejűleg kifejteni, hogy mit és miért csinál? Wang (2018) bevezette a *dokumentációs társ* fogalmát, ennek segítségével leírva azokat a helyzeteket, amikor egy tanár rendszeresen együtt dolgozik a kollégájával. Egy együtt dolgozó tanár-páros követése hozzáférést adhat az egymásnak adott magyarázataikhoz, és a dokumentációs munkájukat befolyásoló ismereteik egy részéhez (Trouche és tsai. 2019).
- Hogyan tároljuk (elemzés céljából) a sokféle és nagy mennyiségű adatot, amelyek a tanárok dokumentációs munkájának megfigyelése során keletkeznek? Ezt a kérdést az ún. AnA.doc projekt (Alturkmani és tsai. 2019) vizsgálta, egy erre szolgáló platform prototípusának kifejlesztésével összefüggésben. Ezen a felületen lehetőség van videók és a tanár dokumentációs munkájához használt illetve annak során keletkező források tárolására, elemzésére, és mind az adatok, mind az elemzések megosztására az érintett kutatók között.

A tanárok dokumentációs munkájának elemzése összetett eljárás. A reflektív vizsgálat öt alapelve útmutatásul szolgál a módszertani kérdésekkel kapcsolatos döntésekhez. Az alapelveket követő kutatóknak úgy kell döntéseket hozniuk, hogy a begyűjtendő, feldolgozandó adatokat kezelhető keretek között tartsák: kiválasszák például a dokumentációs munka kritikus pillanatait (ld. a *dokumentációs esemény* fogalmát, Sabra 2016) vagy a tanár forrásrendszerében központi szerepet betöltő forrásokat (ld. a *sarkalatos forrás* fogalmát, Gueudet 2017). Ez egy folyamatban lévő munka, amelyben a módszertani és fogalmi kérdések szorosan összefonódnak.

6. Nyitott kérdések és perspektívák

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete egy viszonylag friss elmélet. A 2. és 3. szakaszban bemutatott fogalmak (forrás, dokumentum, dokumentációs genesis) mára stabilnak, jól megalapozottnak tekinthetők, más fogalmak (pl. forrásrendszer, dokumentumrendszer) ma is fejlődnek. Nyitott kérdés például, hogy felső tagozatos és középiskolai tanárok esetében megfigyelhetőek-e a dokumentumrendszerek különböző struktúrái, és összefüggésbe hozhatók-e ezek a tanár szakmai profiljával. Vagy, hogy vannak-e olyan tanár-közösségek (gyakorlatközösségek), amelyek közös dokumentumrendszeren osztoznak.

A dokumentum-fejlesztés didaktikai elméletének felhasználási területei is bővültek az évek során. Az oktatás szintjeit ma már az óvodától (Besnier 2019) az egyetemig (Gueudet 2017; Kock & Pepin 2018) lefedik a kutatások, és kiterjednek a tanárképzők forrásokkal végzett munkájára is (Psycharis & Kalogeira 2018). Az elméletet a matematikán kívül más tantárgyak didaktikájában is felhasználták, fizikából és kémiából például Hammoud (2012), a nyelvtanítás területén pedig Quéré (2017). Mi jellemzi a tanárok dokumentációs munkáját és dokumentumrendszereit ezeken az új területeken?

Az elmélet különböző társadalmi és kulturális környezetekben (például Brazíliában, Kínában, Libanonban, Norvégiában, Szenegálban) történő alkalmazása a tanárok hétköznapi munkájában használt terminológiájával kapcsolatos kérdéseket vet fel. A terminológia sokfélesége azokra a történelmi, társadalmi és kulturális különbségekre vezethető vissza, amelyek a tanárok munkájának kereteit meghatározzák. Ennek a kérdésnek az alaposabb vizsgálata segíthetné a tanárok és források közötti interakciók mélyebb megértését, és ezáltal az elmélet bizonyos fogalmainak továbbfejlesztését.

Az egyik friss kutatás a tanulók forrásokkal végzett munkáját vizsgálta (Kock & Pepin 2018). Mások a dokumentum-fejlesztés didaktikai elmélete és egyéb elméletek közötti kapcsolatokkal foglalkoztak (pl. Gueudet & Pepin 2018). A *didaktikai szituációk elmélete* (Brousseau 1998) például bevezeti a *milió* fogalmát, amely azt a tárgyi környezetet írja le, amellyel a tanulók interakcióba lépnek egy matematikai szituáció keretében. Ezek a tárgyak tekinthetők forrásnak is. Milyen következményei vannak az efféle elméleti összefüggéseknek?

Ahogy az elmélet segítségével elemzett tanítási és tanulási jelenségek mennyisége növekszik, az elmélet fogalmai és kutatási módszerei maguk is fejlődnek. Ez a fejlődés számos, az elméletre hivatkozó előadásban, cikkben, tematikus konferencián tetten érhető (például a 2018-as Re(s)sources nemzetközi konferencián, ld. Gitirana és tsai 2018 és Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Ezek a tanulmányok, események az elmélet organikus fejlődésének fontos állomásai.

Hivatkozások

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.
- Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). *Comprendre le travail des professeurs avec les ressources de leur enseignement, un questionnement didactique et informatique*, conférence invitée au premier symposium latino-américain de didactique des mathématiques, Bonito, Brazil, 3 novembre, <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3ZFRtTDJ2anRfSWM/view>
- Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.
- Blum, W., Artigue, M., Mariotti, M.A., Sträßer, R., & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (Eds.) (2019). *European traditions in didactics of mathematics (ICME-13 Monograph)*. Cham, Switzerland: Springer
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.
- Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arzac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve*. (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.
- Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of the Re(s)sources 2018 international conference*. ENS de Lyon, retrieved at <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563>
- Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.
- Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)sources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles at http://video.ens-lyon.fr/life/2018/2018-05-28_003_Ressources2018_Ghislaïne_Gueudet_v1.fra.mp4 -
- Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 4(1), 56-73.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. New York: Springer.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education & didactique*, 2(3), 7-33, <https://journals.openedition.org/educationdidactique/342>
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*, 23-41, NY: Springer.

- Guin, D., Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.
- Hammoud, R. (2012). Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. Ph.D. Lyon 1 University. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00762964>
- Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. Presentation at *INDRUM conference*, Kristiansand April 2018.
- Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.). *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*. 45(7), 929-944.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining *teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources*, *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*. 31(2), 151-189.
- Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>
- Quéré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.
- Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.
- Salaün, J.-M. (2012). *Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web*. Paris : La Découverte.
- Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein, *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219-256). New York: Springer.
- Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles, available at http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30_009_Ressources2018_Luc_Trouche_v1.mp4
- Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research* 93, 53-67, retrieved on February 21st at <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The Resource approach to mathematics education*. New York: Springer.
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.
- Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).
- Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.