



HAL
open science

L'approccio documentale alla didattica

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Michela Maschietto, Monica Panero

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Michela Maschietto, Monica Panero. L'approccio documentale alla didattica. DAD-Multilingual, 2020. hal-02896989

HAL Id: hal-02896989

<https://hal.science/hal-02896989>

Submitted on 11 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'approccio documentale alla didattica

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet & Birgit Pepin

Adattamento in italiano: Michela Maschietto

Revisione: Monica Panero

Sunto

L'"Approccio documentale alla didattica" è una voce dell'Enciclopedia di Didattica della Matematica (Trouche, Gueudet & Pepin 2020) che è stata aggiornata nel 2020. Il presente articolo è la traduzione in italiano (con una integrazione bibliografica) di questa versione aggiornata; esso fa parte di una collezione che riunisce adattamenti di questa versione, in 14 lingue, disponibili sul sito <https://hal.archives-ouvertes.fr/DADMULTILINGUAL>.

L'approccio documentale alla didattica è una teoria in didattica della matematica. Il suo scopo è comprendere lo sviluppo professionale degli insegnanti studiando le loro interazioni con le risorse che usano e che costruiscono per le esigenze del loro insegnamento. In questo testo si descrive brevemente come si è progressivamente delineato l'approccio, i suoi riferimenti teorici, i principali concetti e la metodologia associata. Questi elementi sono illustrati con esempi tratti da diversi progetti di ricerca. Questa presentazione, sintetica, è rivolta ai ricercatori, ma anche ai non-specialisti (come per esempio, studenti di laurea magistrale) interessati a scoprire l'approccio documentale.

Parole chiave

Materiale per il curriculum; risorse digitali; genesi documentali; invarianti operatori; sistemi di risorse; risorse per l'insegnamento; lavoro collettivo degli insegnanti; sviluppo professionale degli insegnanti.

Abstract

The 'Documentation Approach to Didactics' is an entry of the Encyclopedia of Mathematics Education, written in 2018 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This entry has been updated in 2020. This article is an Italian adaptation of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

The documentational approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers' professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documentational approach

Keywords

Curriculum materials; Digital resources; Documentational geneses; Operational Invariants; Resource systems; Resources in/for teaching; Teachers' collective work; Teacher professional development.

1. Introduzione

Gli insegnanti di matematica nel loro lavoro quotidiano interagiscono con il curricolo e con altre risorse. Tale lavoro con le risorse include selezionare, modificare e creare nuove risorse, in classe e al di fuori della classe. Questo lavoro creativo è chiamato *lavoro documentale dell'insegnante* e i suoi risultati *documentazione dell'insegnante*.

Le risorse curriculari usuali includono testi (per esempio, libri di testo, guide per gli insegnanti, schede per gli studenti) o risorse digitali (per esempio, libri digitali interattivi). Tuttavia, dal momento che oggi vi è un accesso quasi illimitato alle risorse su internet, gli insegnanti sono spesso lasciati soli nella scelta delle risorse didatticamente e qualitativamente adatte all'insegnamento della matematica. Pertanto, lo studio delle risorse, del lavoro e dell'interazione degli insegnanti di matematica con queste risorse è diventato un promettente ambito di ricerca (cfr. Pepin, Gueudet & Trouche 2013), anche perché in molti paesi le riforme del curricolo sono accompagnate dalla proposta di materiale didattico, conforme al curricolo stesso, nell'ottica di aiutare gli insegnanti ad attuarlo.

In termini teorici, il lavoro degli insegnanti con le risorse curriculari è stato studiato da molti punti di vista e con diversi riferimenti teorici (cfr. Remillard 2005; Pepin *et al.* 2013), per esempio attraverso la nozione di 'curricolo in atto' presente nella letteratura anglo-americana. In Europa la nozione di 'didattica' è un concetto comune (cfr. Pepin *et al.* 2013). In questo testo si descrive, si spiega e si illustra l'*Approccio Documentale alla Didattica* (ADD), che ha le sue radici nella ricerca francese in didattica della matematica.

2. Le basi dell'approccio

L'approccio documentale alla didattica (ADD) è stato inizialmente introdotto da Ghislaine Gueudet e Luc Trouche (Gueudet & Trouche 2009; Gueudet 2019) e successivamente sviluppato in collaborazione con Birgit Pepin (Gueudet, Pepin & Trouche 2012). L'ADD ha le sue radici nella tradizione francese della ricerca in didattica della matematica (Trouche 2016), dove concetti come quello di *situazione didattica*, di *vincolo istituzionale* e di *schema* sono centrali. Allo stesso tempo, si appoggia alla teoria socio-culturale includendo nozioni come quella di *mediazione* (Vygotsky 1978), costitutiva di ogni processo cognitivo. Inoltre, l'approccio è stato sviluppato grazie all'emergente digitalizzazione dell'informazione e della comunicazione, che necessita di nuovi approcci teorici.

Infatti, la digitalizzazione dell'informazione e della comunicazione e lo sviluppo di internet hanno avuto importanti conseguenze: la facilità di accesso rapido a molte risorse e la facilità di comunicazione con molte persone. Questo ha richiesto una metamorfosi completa dei modi di pensare e di agire, particolarmente nel campo dell'educazione: la ricerca di nuovi equilibri tra risorse *statiche* e risorse *dinamiche*, tra *usare* e *progettare* risorse per l'insegnamento, tra lavoro *individuale* e lavoro *collettivo* (Pepin, Choppin, Ruthven & Sinclair 2017). Prendendo in conto questi fenomeni, l'ADD ha prospettato un cambio di paradigma. Esso propone l'analisi del lavoro degli insegnanti attraverso la lente delle "risorse" per l'insegnamento: risorse che gli insegnanti preparano per (sostenere) le loro pratiche d'aula e che, a loro volta, sono rinnovate da queste pratiche.

Oltre che dalla tradizione francese in didattica della matematica, gli autori hanno tratto ispirazione da altri ambiti di ricerca tra loro interconnessi e riguardanti l'*uso delle tecnologie*, la *progettazione delle risorse e del curricolo*, la *formazione e lo sviluppo professionale degli insegnanti* e l'*architettura dell'informazione*.

Nell'ambito dell'uso della tecnologia, l'elemento centrale per l'ADD è stato l'*approccio strumentale*. Questa teoria è stata sviluppata da Rabardel (cfr. Vérillon & Rabardel 1995) in ergonomia cognitiva, e poi integrata nella didattica della matematica (Guin & Trouche, 2002, Guin, Ruthven & Trouche 2005). Essa distingue tra *artefatto*, disponibile all'uso per un dato soggetto, e *strumento*, che è sviluppato dal soggetto che lo usa. Ad essi sono legate le nozioni di *genesì*, di *strumentazione* e di *strumentalizzazione*, anche queste componenti essenziali dell'ADD (cfr. Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd edition, pp. 307-313). Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1

Sezione 3). Lo sviluppo dell'approccio strumentale corrispondeva a un periodo in cui gli insegnanti stavano affrontando l'integrazione di nuovi singoli strumenti (ad esempio una calcolatrice, un software di manipolazione simbolica o di geometria dinamica). Divenne però chiaro che l'approccio strumentale non era sufficiente, in quanto gli insegnanti erano spesso circondati (tramite Internet) da un'abbondanza di risorse molto varie tra loro.

Questa sensibilità alle *risorse* è in linea con la proposta di Adler (2000) di "pensare a una risorsa come suggerisce il verbo 're-source', alimentare di nuovo o in modo diverso" ("think[ing] of a resource as the verb re-source, to source again or differently", p. 207). Mantenendo questo punto di vista, l'ADD ha preso in considerazione un ampio spettro di risorse che hanno il potenziale di alimentare e rinnovare l'attività dell'insegnante (ad esempio libri di testo, risorse digitali, scambi di e-mail con colleghi, schede per gli

studenti), tutte risorse *che parlano all'insegnante* (Remillard 2005) e che sostengono il suo impegno nell'insegnamento.

Questa visione ampia sulle risorse porta ad una visione ampia sulla formazione professionale degli insegnanti. Come affermato da Ball, Hill and Bass (2005) nel loro studio sulle 'conoscenze matematiche per l'insegnamento', l'insegnamento non si riduce al lavoro in classe, ma include tra i vari elementi anche pianificare, valutare, preparare prove di valutazione e discutere con i genitori. Nell'ADD si osserva il lavoro degli insegnanti attraverso le loro interazioni con le risorse, riconoscendo (in linea con Cooney 1999) che un cambiamento della pratica professionale è legato (in un modo specifico, come sarà presentato nella Sezione 3) a un cambiamento delle convinzioni e delle conoscenze professionali.

Considerando le risorse come la sostanza che alimenta il lavoro degli insegnanti, si rese necessario introdurre un termine per indicare ciò che un insegnante sviluppa per uno scopo preciso attraverso il suo lavoro con le risorse. È stato così scelto il termine *documento*, utilizzato già nell'ambito dell'architettura dell'informazione (Salaün 2012) per designare 'qualcosa che porta un'intenzione' e dedicato a un determinato uso in un determinato contesto. Questa scelta è all'origine del nome dell'approccio, "approccio documentale alla didattica".

Infine, la facilità di comunicazione via Internet porta a considerare l'emergere di un ampio spettro di forme di lavoro collettivo degli insegnanti, come reti di insegnanti, associazioni online, comunità più o meno formali. La teoria della *comunità di pratica* di Wenger (1998) e i suoi concetti di *partecipazione*, *negoziante* e *reificazione* sono apparsi particolarmente proficui per analizzare la progettazione delle risorse per l'insegnamento da parte di gruppi di insegnanti in termini di processi di formazione professionale (Gueudet, Pepin, & Trouche 2013).

Dopo aver descritto le basi di questo approccio teorico, nella sezione seguente ne saranno presentati la struttura e i concetti chiave.

3. L'approccio documentale alla didattica – un approccio olistico al lavoro degli insegnanti

In questa sezione, sono descritti e spiegati gli 'ingredienti' dell'ADD e i relativi processi. Sono anche definiti i seguenti termini: risorse, documenti, genesi, strumentazione e strumentalizzazione.

Le *risorse per il curriculum di matematica* sono tutte quelle risorse (ad esempio, un testo interattivo digitale, un testo tradizionale/non digitale) che sono sviluppate e utilizzate da insegnanti e studenti nelle loro interazioni con la matematica, in classe e al di fuori della classe. Vi sono incluse anche le risorse digitali per il curriculum (Pepin, Choppin, Ruthven & Sinclair 2017), che Pepin e Gueudet (2018) distinguono dalla tecnologia per la didattica. Queste ricercatrici distinguono anche tra *risorse materiali per il curriculum* (ad esempio, libri di testo, risorse digitali di curriculum, oggetti manipolabili e calcolatrici), *risorse sociali* (ad esempio, una conversazione su un forum) e *risorse cognitive* (ad esempio, quadri e/o strumenti teorici usati per lavorare con gli insegnanti). L'ADD è stato principalmente declinato sul lavoro degli insegnanti, ma può anche essere utilizzato per studiare il lavoro dei formatori di insegnanti (cfr. Psycharis & Kalogeria 2018) o le interazioni degli studenti con le risorse (cfr. Kock & Pepin 2018).

In termini di processi, nell'interazione con una particolare risorsa o con un insieme di risorse, gli insegnanti sviluppano specifici *schemi di utilizzo* (si veda la sezione 4 qui di seguito). Anche se riferiti a una stessa risorsa, gli schemi di utilizzo possono essere diversi da insegnante a insegnante, a seconda delle predisposizioni e conoscenze di ciascuno. Il risultato è quindi un *documento*, inteso come:

Risorse + schema di utilizzo = documento

Il processo di sviluppo del documento (che include la formazione degli insegnanti coinvolti) è stato chiamato *genesì documentale* (cfr. Gueudet & Trouche 2009).

Pepin, Gueudet e Trouche (2013) hanno fornito prospettive teoriche sull' 'alimentare e rinnovare il lavoro e le interazioni degli insegnanti'; l'approccio documentale è particolarmente adatto a considerare l' 'uso' delle risorse come un processo interattivo e potenzialmente trasformativo.

Questo processo opera in due direzioni: le caratteristiche della/e risorsa/e influenzano la pratica degli insegnanti (processo di *strumentazione*), mentre le predisposizioni e le conoscenze degli insegnanti guidano le scelte e i processi di trasformazione tra le diverse risorse (processo di *strumentalizzazione*) (Figura 1). In questo modo, l'ADD sottolinea la natura dialettica delle interazioni insegnante-risorse combinando i processi di strumentazione e di strumentalizzazione (Vérillon & Rabardel 1995). Questi processi includono le pratiche di progettazione, di riprogettazione o di 'progettazione durante l'uso' (in cui gli insegnanti cambiano un documento 'sul momento' e in base alle loro esigenze didattiche).

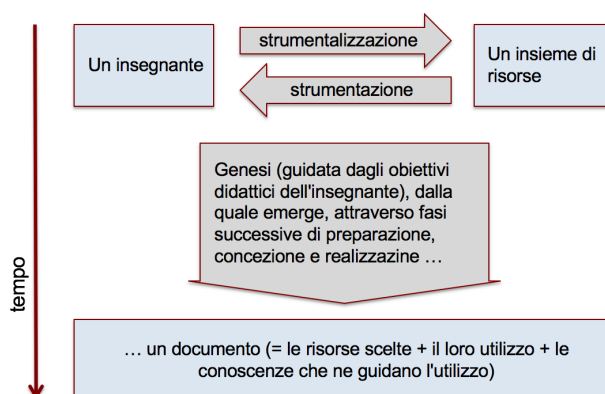


Figura 1. Rappresentazione della genesi documentale

L'ADD propone un modello di interazione tra insegnanti e risorse, che ha implicazioni per la formazione professionale degli insegnanti. Sebbene in Internet siano disponibili molti materiali potenzialmente adatti alla classe, non viene allo stesso tempo fornito un sostegno adeguato per effettuare la ricerca e la selezione di materiali pertinenti. Questo però diventa necessario nel momento in cui si cercano risorse particolari (anche interattive) da combinare con altre risorse (per esempio, il libro di testo), tenendo conto delle rispettive caratteristiche epistemiche o didattiche. In altre parole, ciò che è fornito agli insegnanti è spesso "un insieme di mattoncini", senza ulteriori indicazioni su come questi mattoncini potrebbero essere messi insieme per sviluppare una coerente traiettoria di apprendimento per gli studenti. Sia che cerchino esercizi per integrare un determinato argomento, sia che pianifichino percorsi di apprendimento attraverso il ricorso a un e-book, gli insegnanti avranno bisogno di un sostegno professionale per sviluppare la loro *capacità progettuale* (Pepin, Gueudet e Trouche 2017), cioè la consapevolezza e la sensibilità agli aspetti matematici e pedagogici delle risorse, e la flessibilità nell'usarle (cfr. Box 1). Questa capacità progettuale degli insegnanti è considerata da Wang (2018) come parte della loro *competenza documentale*.

Box 1. Risorse nella scuola secondaria: l'esempio del lavoro documentale di Vera

Vera è una dei molti insegnanti che lavorano con Sésamath (Gueudet *et al.* 2013; Pepin *et al.* 2017), un'associazione francese di insegnanti di matematica di scuola secondaria. Dal 2001 i membri di questa associazione hanno pubblicato e-book interattivi disponibili gratuitamente sul suo sito (<http://www.sesamath.net/>). Il lavoro documentale di Vera è analizzato rispetto a una nuova lezione: per la prima volta Vera insegna le percentuali in una classe terza di scuola secondaria di primo grado, e lo fa usando diverse risorse comprese quelle di Sésamath.

L'analisi si focalizza su un ciclo per questa lezione: preparazione, svolgimento, valutazione della comprensione degli studenti, e riflessione sul lavoro svolto. La scelta di un ciclo è coerente con le idee di base dell'ADD: la progettazione non si limita a una progettazione iniziale di una data risorsa per un particolare contenuto, ma prosegue per tutto il periodo di uso della risorsa. Il lavoro di progettazione di Vera ha incluso, per esempio, l'uso di LaboMEP (uno strumento di Sésamath) per proporre esercizi diversi a studenti diversi. Questo l'ha resa consapevole della necessità di differenziare il suo insegnamento. Le variazioni di esercizi con la stessa struttura proposti da LaboMEP si sono rivelati importanti per Vera. Ha infatti dichiarato che, per lei, padroneggiare non solo un insieme di esercizi familiari ma anche quelle variazioni (con la stessa struttura matematica) relative a una particolare lezione è stata una forte motivazione per migliorare il suo insegnamento.

Questi risultati sono interpretati come evidenze di un miglioramento della flessibilità didattica di questa insegnante; in altre parole, lo sviluppo della sua capacità progettuale quando seleziona, utilizza e trasforma le risorse esistenti, progetta e crea nuovi materiali, per un'efficace didattica della matematica.

L'insegnamento è spesso considerato in termini di progettazione. Questa posizione è anche sostenuta da Brown (2009), il quale spiega che l'interpretazione dell'insegnamento come un lavoro di progettazione e la nozione di insegnanti come ideatori si ritrovano in diverse teorie cognitive che "enfaticano il partenariato vitale che esiste tra gli individui e i mezzi che questi usano per raggiungere i propri obiettivi. ... E non sono solo le capacità degli individui a determinare l'opera umana, ma anche le possibilità date dagli artefatti che essi usano" (p. 19). Quindi Brown (2009) vede questa relazione allo stesso modo, cioè come una interrelazione: l'attività di "progettazione" non dipende solo dalla competenza dell'insegnante, ma ciò che è in

gioco qui è una interrelazione tra l'insegnante o gli insegnanti e le risorse (per il curricolo), la "relazione insegnante-strumento". Quindi le possibilità offerte dalle risorse per il curricolo influenzano questa relazione. L'ADD si ritrova in questa prospettiva, sottolineando che il lavoro dell'insegnante come ideatore deve includere un atto consapevole e deliberato di progettare, di creare 'qualcosa di nuovo' (ad esempio, combinando elementi esistenti con nuovi elementi) al fine di raggiungere un determinato obiettivo (didattico) (Pepin, Gueudet & Trouche 2017). L'analisi del lavoro dell'insegnante è sostenuta dall'analisi dei suoi *schemi di utilizzo*, di cui si dà dettaglio nella sezione seguente.

4. Approfondire l'approccio: schemi e sistemi

Il concetto di "schema" (Vergnaud 1998) è centrale nell'ADD. È strettamente legato al concetto di "classe di situazioni", che in questo contesto sono un insieme di situazioni professionali relative a uno stesso obiettivo. Ad esempio, "gestire l'eterogeneità di una classe terza di scuola secondaria di primo grado" è una classe di situazioni per Vera (cfr. Box 1). Per una determinata classe di situazioni, un soggetto (in questo caso, un insegnante) sviluppa un'organizzazione stabile della sua attività, cioè uno schema. Uno schema ha quattro componenti:

- Lo scopo dell'attività (che caratterizza la classe di situazioni);
- Le regole d'azione, di presa d'informazioni e di controllo;
- Gli invarianti operatori, che sono le componenti relative alla conoscenza; essi sono di due tipi: *teorema-in-atto*, una proposizione considerata come vera; *concetto-in-atto*, un concetto considerato pertinente (si veda l'esempio qui di seguito);
- Possibilità di inferenze e di adattamento alla varietà di situazioni.

Nel corso della sua attività, l'insegnante può arricchire i suoi schemi, integrando nuove regole di azione, oppure può sviluppare nuovi schemi. Lo schema offre così un modello per analizzare l'apprendimento. Nell'ADD, gli schemi considerati sono gli schemi di utilizzo per una determinata risorsa (o per un insieme di risorse). Le risorse e lo schema costituiscono un documento (come riassunto dall'equazione fornita nella sezione precedente).

L'insieme formato da tutte le risorse utilizzate dall'insegnante è chiamato *sistema di risorse*. Queste risorse sono associate a schemi di utilizzo, formando dei documenti (la stessa risorsa può essere presente in più documenti). I documenti sviluppati da un insegnante costituiscono anche un sistema, chiamato *sistema di documenti* dell'insegnante. La sua struttura segue la struttura della classe di situazioni che compongono l'attività professionale dell'insegnante (in base ai diversi obiettivi dell'attività stessa).

Quando gli insegnanti condividono il loro lavoro documentale, per esempio in un gruppo che prepara collettivamente le lezioni, possono anche sviluppare un sistema di risorse condivise (Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Tuttavia, i diversi membri del gruppo possono sviluppare schemi diversi per una stessa risorsa, ottenendo documenti diversi (Pepin & Gueudet 2020).

L'analisi del lavoro documentale degli insegnanti è stata condotta nell'ambito del progetto di formazione professionale sulla metodologia laboratoriale "Scienze e Tecnologie", coordinato dal Laboratorio delle macchine matematiche dell'Università di Modena e Reggio Emilia. Tale progetto prevedeva incontri in presenza e la costruzione e sperimentazione in classe di percorsi laboratoriali con le macchine matematiche. L'analisi dell'utilizzo di una piattaforma moodle durante gli incontri in presenza e durante la sperimentazione in relazione con gli elementi della formazione ha permesso di portare l'attenzione sul lavoro collaborativo degli insegnanti e sulla concezione e appropriazione di risorse per il laboratorio di matematica (Maschietto 2010) enfatizzando l'intreccio tra genesi strumentale e genesi documentale (Maschietto 2015).

Il Box 2 presenta un caso di risorse per la scuola primaria, grazie al quale si illustrano successivamente gli invarianti operatori, i sistemi di risorse e i sistemi di documenti.

Box 2. Risorse alla scuola primaria: l'esempio dell'abaco digitale

L'abaco digitale (Figura 2) è un software libero¹ sviluppato da Sésamath, un'associazione di insegnanti di scuola secondaria che progetta risorse online (cfr. Box 1).

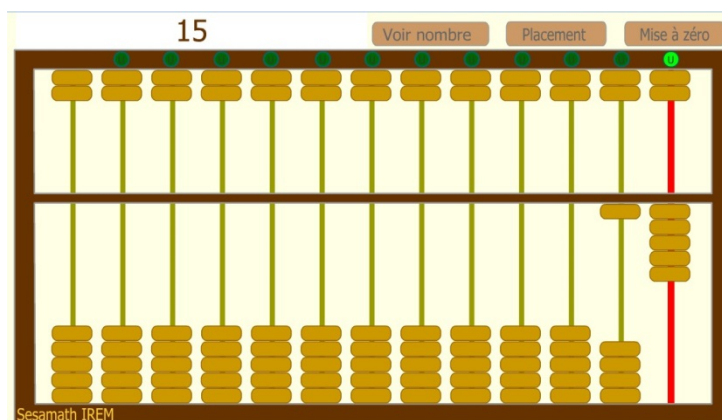


Figura 2. L'abaco digitale

L'abaco cinese è suddiviso in due parti da una barra centrale, chiamata "la barra di lettura": solo le palline su questa barra sono considerate "attivate". Esistono due tipi di palline: palline (due in tutto) che valgono 5 unità e palline (cinque in tutto) che valgono 1 unità. L'abaco cinese è costituito da 13 aste verticali. Ogni asta corrisponde a una posizione nel sistema di notazione posizionale: unità, decine, centinaia, ecc. (da destra a sinistra). Vi sono diverse possibilità per visualizzare lo stesso numero sull'abaco cinese: ad esempio, il numero 15 è rappresentato sull'abaco qui sopra (Figura 2) usando 6 palline (palline che valgono uno: una sull'asta delle decine e cinque sull'asta delle unità); ma può anche essere rappresentato usando solo due palline, sostituendo le cinque palline sulla destra con una pallina di valore cinque unità sulla stessa asta.

Carlos è un insegnante di scuola primaria con una lunga esperienza didattica, la cui attività è stato osservata per tre anni (Poisard, Bueno-Ravel & Gueudet 2011). Ha deciso di usare l'abaco per lavorare sui numeri con la sua classe terza. Nel libro di testo di matematica, ha visto un'attività con l'abaco, ma non ha voluto proporla in classe prima di scoprire l'abaco digitale. Ha iniziato proponendo l'abaco materiale, che gli studenti hanno manipolato e sul cui funzionamento hanno formulato ipotesi. Hanno poi lavorato sull'abaco digitale e scritto le istruzioni per il suo utilizzo. Successivamente, Carlos ha proposto alcuni esercizi: rappresentare un determinato numero sull'abaco, leggere un numero rappresentato sull'abaco. Per la valutazione finale, tali esercizi sono stati dati da svolgere sul foglio per evitare che gli allievi usassero la strategia per prove ed errori che è possibile con il software.

Carlos ha sviluppato diversi documenti che incorporano l'abaco digitale e altre risorse associate (Poisard, Bueno-Ravel & Gueudet *ibid*). Per l'obiettivo "scopri come funziona l'abaco", ha usato sia l'abaco materiale che l'abaco digitale e ha chiesto agli studenti di preparare dei cartelloni. Per lui era importante permettere ai suoi studenti di scoprire da soli i principi dell'abaco. Ciò corrisponde a un invariante operatorio: un teorema-in-atto del tipo "gli studenti devono scoprire il più possibile da soli i nuovi artefatti che incontrano". È anche legato al concetto-in-atto associato di "scoperta da soli". Entrambi sono stati sviluppati da Carlos prima di incontrare l'abaco digitale. Un altro invariante operatorio è individuabile nelle sue scelte: "è importante che gli studenti di classe terza primaria manipolino le risorse materiali". Lo schema per lo scopo "scopri come funziona l'abaco" comprende questi invarianti operatori e le relative regole di azione: "proporre l'abaco materiale agli studenti per favorire la manipolazione"; "proporre l'abaco digitale agli studenti per consentire loro di verificare quale numero è visualizzato".

Durante il lavoro con l'abaco, Carlos ha osservato che se gli studenti usano l'abaco virtuale per l'esercizio "visualizzare un determinato numero sull'abaco", sviluppano strategie per prove ed errori usando il pulsante "visualizza numero". Quindi ha deciso di far svolgere la valutazione finale sul foglio. Ha sviluppato un nuovo documento, con l'obiettivo di "insegnare agli studenti come visualizzare un numero sull'abaco". Questo

¹ Il software e altre risorse sono disponibili nel seguente sito http://seminaire-education.espe-bretagne.fr/?page_id=611

documento incorpora l'abaco digitale, ma anche l'abaco disegnato sul foglio e un invariante operatorio come "sull'abaco digitale gli studenti possono usare strategie per prove ed errori".

Carlos è un insegnante di scuola primaria esperto. Per l'insegnamento dei numeri in classe terza primaria, aveva sviluppato per molti anni un (sotto-)sistema di risorse e documenti. L'abaco è stato incorporato in queste risorse e in nuovi documenti. Alcuni di questi documenti corrispondono a scopi direttamente collegati all'abaco, come "scoprire come funziona l'abaco" e "insegnare agli studenti come visualizzare un numero sull'abaco". In altri documenti, l'abaco non compare esplicitamente nell'obiettivo, ma è stato comunque utilizzato per tale obiettivo. Ad esempio, per lo scopo di "insegnare i principi del sistema posizionale decimale", Carlos ha usato l'abaco per evidenziare i principi di "raggruppamento e scambio" (come raggruppare due palline di valore cinque unità su un'asta e scambiarle con una pallina che vale una unità sull'asta successiva). Altre risorse nel suo sistema di risorse sono intervenute in questi documenti, come i cartelloni preparati dagli studenti. Alcune di queste risorse sono state decisive nella sua scelta di usare l'abaco: il libro di testo in particolare, che gli ha offerto una prima opportunità di incontrare un possibile uso dell'abaco in classe.

L'intero sistema documentale di un insegnante comprende molti sottosistemi con una propria struttura, collegati ad esempio con un particolare contenuto matematico o un tipo specifico di attività: ad esempio, un sottosistema per la geometria oppure un sottosistema per la valutazione. Può essere descritto a diversi livelli, che vanno da una visione molto generale dell'attività a un'attenzione particolare a un dato contenuto matematico. Per la ricerca in didattica della matematica, i livelli più specifici, tenendo conto del contenuto matematico (l'obiettivo potrebbe essere "valutare le abilità degli studenti di classe terza di scuola secondaria di primo grado sulle percentuali"), forniscono più informazioni sulle interazioni degli insegnanti con le risorse e sulle relative conseguenze. Nell'ADD si sostiene che l'analisi del lavoro documentale degli insegnanti richiede una metodologia specifica, che sarà quindi presentata nella sezione seguente.

5. L'indagine riflessiva: un costruito metodologico in via di sviluppo

Questa sezione presenta la progettazione della ricerca tipicamente collegata all'ADD e i principi alla base di questa progettazione; descrive poi uno strumento che illustra questi principi e presenta infine alcune questioni che la metodologia dell'indagine riflessiva sta affrontando. L'analisi dell'attività degli insegnanti attraverso il loro lavoro documentale richiede di prendere in considerazione: la varietà di risorse che è prodotta da questo lavoro e che lo alimenta, la varietà di interazioni (collettive, istituzionali e sociali) che influenzano questo lavoro e il tempo per sviluppare le genesi documentali. Queste considerazioni epistemologiche portano l'ADD a sviluppare una metodologia specifica, chiamata *indagine riflessiva del lavoro documentale degli insegnanti*.

Questa metodologia attribuisce un ruolo importante agli insegnanti ed è sostenuta da cinque principi principali²:

- Il principio di una *raccolta ampia di risorse materiali*, utilizzate e prodotte nel corso del lavoro documentale;
- Il principio del *monitoraggio a lungo termine*. Le genesi sono processi in divenire e gli schemi si sviluppano su periodi lunghi di tempo;
- Il principio del *monitoraggio in classe e al di fuori della classe*. La classe è un luogo importante in cui si realizza l'insegnamento elaborato dall'insegnante, apportando adattamenti, revisioni e improvvisazioni. Tuttavia, una parte importante del lavoro degli insegnanti si svolge al di fuori della classe: a scuola (per esempio, in sala docenti), a casa e nei centri/corsi di formazione per gli insegnanti;
- Il principio del *monitoraggio riflessivo* del lavoro documentale;
- Il principio del *confronto dei punti di vista dell'insegnante sul suo lavoro documentale e l'aspetto materiale di questo lavoro* (aspetto che proviene ad esempio dalla raccolta di risorse materiali o dalle pratiche dell'insegnante nelle sue classi).

Il coinvolgimento attivo dell'insegnante è una necessità pratica, in quanto è lei/lui che ha accesso al proprio lavoro documentale (al di là dell'osservazione diretta del ricercatore). Questo produce anche una posizione riflessiva che porta l'insegnante ad un atteggiamento introspettivo, rendendo talvolta visibili quelle che potrebbero essere risorse nascoste o collegamenti nascosti all'interno del suo sistema di risorse. I principi e lo scopo della raccolta di dati che si estende su un lungo periodo di tempo devono essere presentati chiaramente dal ricercatore all'insegnante sin dall'inizio. Questa necessità porta Sabra (2016) a proporre la

² In (Gueudet et Trouche 2012, p. 27), si trovano descritti solo i primi quattro principi. Se ne aggiunge qui un quinto, che progressivamente è emerso dagli studi sviluppati nell'ambito dell'ADD.

nozione di *contratto metodologico* che lega un insegnante e un ricercatore che ne segue il lavoro documentale.

Sulla base di questi principi, si sono progettate strategie e strumenti per la raccolta dei dati, adattati ai vari contesti e alle domande di ricerca. Ad esempio, uno strumento apparentemente proficuo è la *rappresentazione schematica del sistema di risorse di un insegnante* (RSSR, Figura 3). All'insegnante viene chiesto di tracciare una mappa delle sue risorse, evidenziando le risorse che ha identificato e ritenuto appropriate, da quali banche dati provengono e per quale scopo (per esempio, si veda Pepin, Xu, Trouche, Wang 2016).

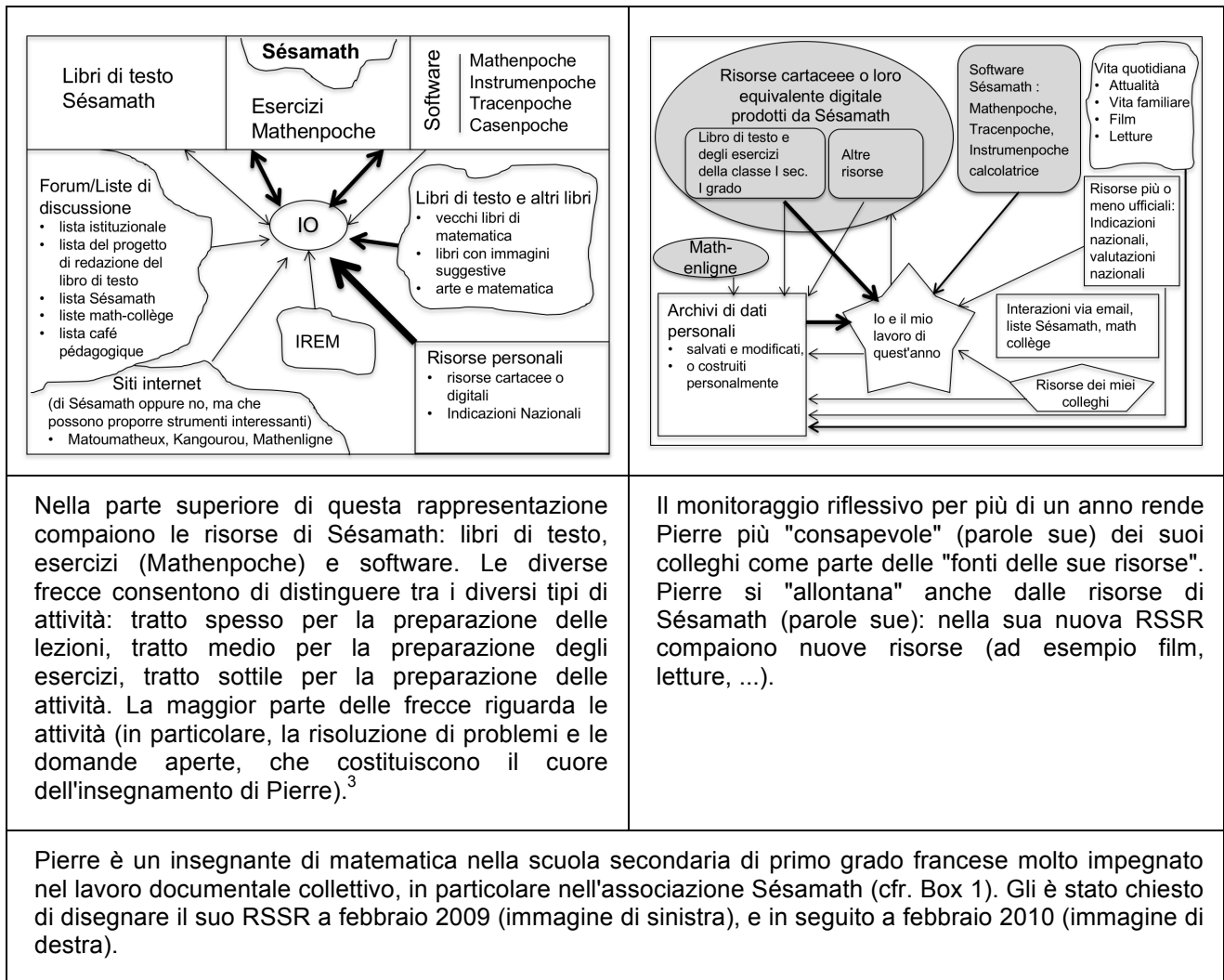


Figura 3. RSSR di un insegnante (tradotta da Gueudet, Pepin & Trouche 2012, p. 314 & 318)

Sin dall'inizio dell'ADD, questo strumento si è sviluppato in diverse direzioni:

- Hammoud (2012), occupandosi di didattica della chimica, ha proposto un approccio per analizzare le RSSR in termini di mappe concettuali; ha anche usato le RSSR per chiedere agli insegnanti di descrivere le loro interazioni con i colleghi o all'interno di gruppi diversi;
- Rocha (2018) ha ribattezzato la RSSR come 'Mappatura riflessiva del sistema di risorse dell'insegnante' (MRSR), adducendo le seguenti due ragioni: enfatizzare il ruolo della riflessione; denotare (mediante il termine 'mappatura') il processo di esplorazione progressiva di un territorio sconosciuto (per il ricercatore, ma in un certo senso anche per l'insegnante stesso). Nella sua ricerca, Rocha ha chiesto a un insegnante di disegnare tali MRSR in momenti diversi, per studiare in quale misura particolari sviluppi 'didattici' e 'istituzionali' (collegati a risorse particolari) si traducono in un "nuovo" MRSR. Inoltre, seguendo il quinto principio (enunciato sopra), Rocha ha portato l'insegnante

³ IREM: Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (Istituto di ricerca sull'insegnamento della matematica), <http://www.univ-irem.fr/> (nota del traduttore)

a confrontarsi con un determinato MRSR, creato dall'insegnante stesso, e ha sviluppato quello che è stato chiamato 'Mappatura dedotta del sistema di risorse dell'insegnante' (MDSR) fatta dal ricercatore.

Oltre a questo specifico strumento, vi sono stati nuovi sviluppi metodologici dell'indagine riflessiva, per accedere, per quanto possibile, al 'vero' lavoro documentale degli insegnanti nel momento in cui si realizza. Ciò significa osservare un insegnante durante gli episodi di interazione con le risorse, non solo negli episodi pubblici (ad esempio, in aula) ma anche durante episodi più 'intimi' (come, ad esempio, la programmazione annuale, la preparazione di una lezione e la sua revisione). È stato realizzato un video (Bellemain & Trouche 2016) che rende conto di questa successione di episodi; esso permette di accedere ai gesti e alle parole di un insegnante nel corso del suo lavoro documentale (consentendo, per esempio, di inferire degli elementi dei suoi schemi). Questo tipo di monitoraggio pone alcune difficoltà, tra cui:

- In quali condizioni 'naturali' un insegnante può lavorare da solo con le risorse e allo stesso tempo descrivere l'impostazione della sua attività? Wang (2018) introduce la nozione di *collega di documentazione* di un insegnante, quando un insegnante condivide regolarmente il suo lavoro documentale con un collega (il collega di documentazione, appunto). Il monitoraggio della coppia di insegnanti che lavorano insieme ha dato accesso alle loro reciproche spiegazioni e a certi aspetti delle conoscenze che guidano il loro lavoro documentale (Trouche *et al.* 2019);
- Come è possibile archiviare (ai fini dell'analisi) i numerosi dati, tra loro eterogenei, derivanti dal monitoraggio del lavoro documentale degli insegnanti? Questa questione è affrontata nell'ambito del progetto AnA.doc (Alturkmani *et al.* 2019), a partire dallo sviluppo di un prototipo di piattaforma. Questa permette di archiviare i video, nonché le risorse intervenute o prodotte dal lavoro documentale degli insegnanti, per una successiva analisi e condivisione sia dei dati sia delle loro analisi all'interno di una comunità di ricerca.

L'analisi del lavoro documentale degli insegnanti è un processo complesso. I cinque principi della metodologia dell'indagine riflessiva forniscono le linee guida per le scelte metodologiche. I ricercatori che utilizzano questi principi devono compiere scelte motivate per limitare l'abbondanza di dati: scelte di momenti critici per il lavoro documentale degli insegnanti (si veda la nozione di *incidenti documentali*, Sabra 2016); risorse cruciali per il sistema di risorse di un insegnante (si veda la nozione di *risorsa pivot*, Gueudet 2017). Si tratta di un lavoro in corso in cui le questioni metodologiche e quelle concettuali richiedono di essere strettamente legate tra loro.

6. Sviluppi e prospettive future

L'approccio documentale alla didattica è un quadro teorico recente nella ricerca in didattica della matematica. Le nozioni presentate nelle sezioni 2 e 3 (risorse, documenti e genesi documentali) sono ormai solidamente definite, mentre nozioni più elaborate come quelle di 'sistemi di risorse' o di 'sistemi di documenti' sono in continua evoluzione. Per esempio, nel caso di insegnanti di matematica di scuola secondaria di secondo grado, è possibile osservare diversi tipi di strutture dei loro sistemi di documenti che possono essere associati a profili professionali specifici? O ancora, certi gruppi di insegnanti (comunità di pratica, in particolare) condividono sistemi di documenti (ad esempio Pepin & Gueudet 2020)?

Inoltre, gli ambiti di applicazione dell'ADD sono cambiati nel corso degli anni. In termini di livelli scolastici, ora si spazia dalla scuola dell'infanzia (Besnier 2019) all'università (Gueudet 2017; Kock & Pepin, 2018), incluso anche il lavoro dei formatori di insegnanti con le risorse (Psycharis & Kalogeria 2018). In termini di discipline, l'approccio documentale è stato utilizzato nelle scienze sperimentali come la fisica e la chimica (Hammoud 2012) ma anche nell'educazione linguistica (Quére 2019). Quali sono le specificità del lavoro documentale e dei sistemi di documenti degli insegnanti in questi nuovi contesti?

L'uso dell'ADD in vari contesti sociali e culturali (ad esempio in Brasile, Cina, Libano, Norvegia e Senegal) porta anche a porsi domande sulla 'colorazione culturale' del lavoro degli insegnanti con le risorse. Per esempio, i diversi termini usati dagli insegnanti nel loro lavoro documentale giornaliero o le percezioni e le pratiche relative alla "progettazione dell'insegnante" variano tra le diverse culture (cfr. Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven e Xu 2019). Questa diversità è il risultato dell'intreccio tra i contesti storici, sociali e culturali in cui si svolge il lavoro degli insegnanti. La ricerca che si occupa di queste questioni potrebbe portare a una comprensione migliore di una visione più sfumata della natura delle interazioni degli insegnanti con le risorse e ad un approfondimento delle relative nozioni dell'ADD.

In uno studio recente è stato analizzato il lavoro degli studenti con le risorse (cfr. Kock & Pepin 2018). Altri studi (Gueudet & Pepin 2018; Trouche, Gitirana, Miyakawa, Pepin e Wang 2019) hanno suggerito possibili collegamenti con altre teorie in didattica della matematica. La teoria delle situazioni didattiche (Brousseau 1998), per esempio, introduce il concetto di *milieu*, che include tutti gli oggetti con cui il singolo studente interagisce in una situazione matematica. Questi oggetti possono essere considerati come risorse. Quali sono le conseguenze di tali collegamenti teorici?

Con l'aumentare del ventaglio di fenomeni di insegnamento e di apprendimento studiati con questo approccio, anche i concetti e i metodi si sviluppano. Ciò è evidente dalle numerose comunicazioni, pubblicazioni e conferenze (ad esempio, Re(s)sources 2018 International Conference, in Gitirana *et al.* 2018 e Trouche, Gueudet & Pepin 2019) che propongono l'ADD. Tali eventi e pubblicazioni dimostrano anche che ci sono "risorse mancanti" che devono essere sviluppate (Trouche 2019). Questi studi e attività costituiscono le pietre miliari nello sviluppo continuo di un quadro teorico vivo.

Bibliografia

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.
- Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). *Comprendre le travail des professeurs avec les ressources de leur enseignement, un questionnement didactique et informatique*, conférence invitée au premier symposium latino-américain de didactique des mathématiques, Bonito, Brasile, 3 novembre, <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3ZFRtTDJ2anRfSWM/view>
- Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques: le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.
- Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arzac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 135-180). Grenoble: La Pensée sauvage.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.
- Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of the Re(s)sources 2018 international conference*. ENS de Lyon, disponible su <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563>
- Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.
- Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – Questo capitolo si riferisce alla conferenza tenuta in occasione del *Re(s)sources 2018 International Conference*. Video in inglese, con sottotitoli in francese disponibile su https://www.canal-u.tv/video/ecole_normale_superieure_de_lyon/studying_teachers_documentation_work_emergence_of_a_theoretical_approach.45765
- Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 4(1), 56-73.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. Cham: Springer.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development* (pp. 23-41). Cham: Springer.
- Guin, D., Trouche, L. (Eds.) (2002). *Calculatrices symboliques: transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble: La pensée sauvage.

- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.
- Hammoud, R. (2012). *Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique*. Ph.D. Lyon 1 University. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00762964>
- Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmut, S. Goodchild, & N.-M. Hogstad (Eds) *Proceedings of INDRUM 2018*, (pp.336-345). University of Agder, Norway and INDRUM.
- Maschietto, M. (2010). Piattaforma e risorse per gli insegnanti. In USR E-R, ANSAS ex-IRRE E-R, Regione Emilia-Romagna, F. Martignone (Eds.), *Scienze e Tecnologie in Emilia-Romagna* (vol. 2, pp. 98-105). Napoli: Tecnodid Editrice.
- Maschietto, M. (2015). Teachers, Students and Resources in Mathematics Laboratory. In S.J. Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 527-546). Springer.
- Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, M., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.). *The 'resource' approach to mathematics education* (pp. 121-144). Cham: Springer.
- Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.), *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal.
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*. 45(7), 929-944.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources, *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*, 31(2), 151-189.
- Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>
- Quééré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.
- Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.
- Salaün, J.-M. (2012). *Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web*. Paris: La Découverte.
- Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein (Eds.), *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219-256). New York: Springer.

- Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – Questo capitolo si riferisce alla conferenza tenuta in occasione del *Re(s)ources 2018 International Conference*. Video in inglese, con sottotitoli in francese disponibile su https://www.canal-u.tv/video/ecole_normale_superieure_de_lyon/evidencing_the_missing_resources_of_the_documentational_approach_to_didactics_towards_new_programs_of_research.45779
- Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics teachers' interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research* 93, 53-67, disponibile su <https://doi.org/10.1016/j.ije>
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The 'resource' approach to mathematics education*. Cham: Springer.
- Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2nd edition, pp. 307-313). Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-77487-9_100011-1
- Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.
- Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).
- Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.