



HAL
open science

Nouvelle théorie du champ coercitif

Louis Néel

► **To cite this version:**

Louis Néel. Nouvelle théorie du champ coercitif. *Physica*, 1949, 15 (1), pp.225–234. <10.1016/0031-8914(49)90047-6>. <hal-02888379>

HAL Id: hal-02888379

<https://hal.science/hal-02888379v1>

Submitted on 29 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

NOUVELLE THÉORIE DU CHAMP COERCITIF

par M. LOUIS NÉEL

Professeur à la Faculté des Sciences de Grenoble
(Laboratoire d'Electrostatique et de Physique du Métal)

Sommaire

La théorie du champ coercitif actuellement admise repose sur le rôle des perturbations irrégulières de la tension superficielle des parois de Bloch provoquées par les tensions internes (Becker) ou par les inclusions (Kersten), mais les résultats obtenus par les auteurs cités ne paraissent pas valables car les perturbations sont supposées planes. En appliquant des procédés de calcul améliorés à des perturbations réellement isotropes, on n'obtient plus alors que des champs coercitifs de quelques oersteds, bien inférieurs aux valeurs expérimentales, donc il faut rechercher ailleurs la véritable origine du champ coercitif.

L'auteur propose de l'attribuer à l'influence des champs de dispersion dus à la non-uniformité de l'aimantation spontanée, résultant de la présence de cavités ou d'inclusions, ou aux déviations des directions privilégiées d'aimantation produites par les tensions internes. On trouve alors que l'énergie libre dépend de la position de la paroi suivant un effet de volume indépendant de l'existence de l'énergie de paroi. En appliquant à ces phénomènes une méthode de calcul qui s'est déjà révélée féconde dans l'étude de l'aimantation à saturation, on a pu calculer le champ coercitif en fonction du volume des inclusions, des tensions internes et du volume affecté par ces tensions: on obtient notamment dans le cas des inclusions des résultats en accord avec de nombreux résultats expérimentaux relatifs à des alliages de fer. Enfin on discute le rôle de l'échelle des perturbations et on met en évidence les différents facteurs qui déterminent le champ coercitif, au voisinage du point de Curie.

Introduction. Les théories actuellement admises attribuent en dernière analyse l'hystérésis des substances ferromagnétiques à des variations locales et irrégulières de la tension superficielle des parois de séparation entre les domaines élémentaires. Ces variations proviennent: soit de la présence de tensions internes et ont été étudiées par Becker¹⁾ et son école, soit de la présence de cavités ou d'in-

clusions sur l'importance desquelles K e r s t e n a attiré l'attention plus r é c e m m e n t ²).

Pour exposer ces théories, nous n'adopterons pas la méthode des auteurs cités plus haut, mais une méthode plus générale et plus féconde, déjà employée pour d'autres problèmes ³), qui aura en outre l'avantage d'introduire la nouvelle théorie que nous proposons. Soit une substance, uniaxe magnétiquement, rapportée à trois axes rectangulaires $OXYZ$, où $O\bar{X}$ est l'unique direction de facile aimantation et où l'énergie magnétocristalline F_c s'exprime sous la forme :

$$F_c = K \sin^2 \theta \quad (1)$$

θ désignant l'angle avec OX de l'aimantation spontanée \mathbf{I}_s . Soit en outre deux domaines élémentaires aimantés l'un suivant OX , l'autre en sens inverse, séparés par une paroi P parallèle en moyenne au plan XOY . Dans un cristal irrégulièrement perturbé, l'énergie superficielle γ d'un élément de paroi centré autour d'un point (x, y, z) peut s'écrire :

$$\gamma = \gamma_m + \sum_{p,q,r} \gamma_{pqr} \frac{\sin \frac{px}{L} \sin \frac{qy}{L} \sin \frac{rz}{L}}{\cos \frac{px}{L} \cos \frac{qy}{L} \cos \frac{rz}{L}}, \quad (2)$$

où les γ_{pqr} doivent être considérés comme des variables aléatoires et où L désigne une longueur, grande vis-à-vis de l'échelle des perturbations, comparable par exemple aux dimensions des domaines élémentaires. On obtient une *perturbation irrégulière type* en supposant que les carrés moyens $\overline{\gamma_{pqr}^2}$ possèdent une même valeur commune lorsque tous les entiers positifs p, q, r sont inférieurs à une limite N et sont nuls dans le cas contraire. Le développement (2) sera alors composé de $8 N^3$ termes et on aura *) :

$$\overline{\gamma_{pqr}^2} = \frac{1}{N^3} \overline{(\gamma - \gamma_m)^2}. \quad (3)$$

Puisqu'il s'agit de perturbations de la tension superficielle de paroi, la longueur L/N , qui est de l'ordre de grandeur de l'échelle des perturbations, doit être au moins égale à l'épaisseur de paroi, soit de l'ordre de 10^{-5} cm; N est alors de l'ordre de quelques centaines d'unités.

*) Au cours de tout cet exposé, la valeur moyenne de toute quantité q sera représentée par \bar{q} .

Origine des perturbations du réseau. Elles proviennent d'abord de tensions internes irrégulièrement distribuées, d'intensité σ , affectant une fraction v du volume total. Au terme d'anisotropie magnéto-cristalline $K \sin^2 \theta$ il faut alors ajouter un terme d'anisotropie magnétoélastique $\pm \frac{3}{2} \lambda \sigma \sin^2 \theta$ où λ est la magnétostriction longitudinale à saturation suivant OX . Comme la tension superficielle est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie d'anisotropie, la tension superficielle à l'intérieur du volume perturbé est donc égale à

$$\gamma_m (1 \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \lambda \sigma / K),$$

d'où on tire:

$$\overline{(\gamma - \gamma_m)^2} = \frac{9}{16} \frac{\lambda^2 \sigma^2 v}{K}. \quad (4)$$

Les perturbations peuvent aussi provenir de la présence de cavités ou d'inclusions occupant une fraction v' du volume total à l'intérieur duquel γ sera nul. On obtient alors:

$$\overline{(\gamma - \gamma_m)^2} = v' (1 - v') \gamma_0^2, \quad (5)$$

en désignant par γ_0 la valeur de γ pour la substance pure.

Les hypothèses de Becker et de Kersten. Ils supposent que les aimantations spontanées des deux domaines adjacents sont uniformes et que la paroi P est plane. En outre leur traitement analytique du problème revient à réduire le développement (2) au type suivant:

$$\gamma = \gamma_m + \sum \gamma_r \frac{\sin rz}{\cos \frac{rz}{L}} \quad (6)$$

où r est un entier positif inférieur à N , et à définir concurremment γ_r par la relation:

$$\gamma_r^2 = \frac{1}{N} \overline{(\gamma - \gamma_m)^2}. \quad (7)$$

Calcul du champ coercitif. C'est le champ H_c qui est nécessaire pour faire parcourir à la paroi une distance qui soit de l'ordre de $L/2$. On le déduit de la condition classique d'équilibre $2HI_s = \partial\gamma/\partial z$, et on trouve:

$$H_c = \frac{k}{2I_s} \sqrt{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial z}\right)^2}. \quad (8)$$

où k est un nombre qui est de l'ordre ⁴⁾ de $\sqrt{\log 2N}$. Finalement, compte-tenu de l'équation (7), on obtient :

$$H_c \sim \frac{N}{I_s L} \sqrt{(\gamma - \gamma_m)^2} \sqrt{\frac{\log 2N}{12}}. \quad (9)$$

Avec les valeurs moyennes: $\sigma = 100 \text{ kg/mm}^2 \sim 10^{10}$ baryes; $\lambda = 20 \cdot 10^{-6}$; $v = 1$; $I_s = 1.000$; $N/L = 10^5$; $N = 500$; $K = 2 \cdot 10^5$; on obtient ainsi un champ coercitif H'_c de tensions internes de 57 oe. De même avec $v' = 0,1$ et $\gamma_0 = 1$, on trouve un champ coercitif H''_c d'inclusions de 30 oe. Bref, les ordres de grandeur obtenus paraissent convenables pour interpréter les faits expérimentaux.

Critique des théories de Becker et de Kersten. Malheureusement, ces résultats reposent sur la représentation de γ par un développement du type (6) qui est inadmissible car les perturbations ne peuvent être indépendantes de x et de y et ne dépendre que de z . Il faut alors adopter le type (2), mais alors, si la paroi est plane et parallèle à XOY , les termes du développement correspondant à des valeurs non nulles de p ou de q correspondent à une énergie toujours nulle de l'ensemble de la paroi P et n'interviennent pas dans le calcul de H_c . Il ne faut donc tenir compte que des termes en γ_{00} , comme précisément Becker et Kersten l'ont fait implicitement, mais il faut alors calculer γ_{00}^2 , au moyen de l'équation (3), et non pas au moyen de l'équation (7). Il en résulte que le champ coercitif est N fois plus petit que la valeur calculée en (9), de sorte qu'avec les valeurs numériques données plus haut les champs H'_c et H''_c prennent respectivement les valeurs de 0,11 oe et de 0,06 oe incompatibles avec les résultats expérimentaux.

Ainsi les hypothèses de Becker et de Kersten, appliquées à une représentation analytique plus rigoureuse des perturbations, donnent des champs coercitifs mille fois plus faibles que les valeurs observées.

⁵⁾ *Hypothèse des parois déformables*. En fait, il faut abandonner l'hypothèse de la paroi plane indéformable et tenir compte des déformations: à cet effet, on écrit l'équation de la paroi sous la forme:

$$z = h_0 + \sum_{p,q} h_{pq} \frac{\sin \frac{px}{L}}{\cos \frac{px}{L}} \frac{\sin \frac{qy}{L}}{\cos \frac{qy}{L}}, \quad (10)$$

et on cherche, pour chaque valeur de h_o , les valeurs de h_{pq} qui rendent minimum l'énergie libre totale du système. Des densités de charges magnétiques apparaissent alors sur la paroi puisqu'elle n'est plus parallèle à l'aimantation spontanée des régions voisines et les champs magnétiques créés par ces charges dévient à leur tour l'aimantation spontanée de la direction OX : un équilibre s'établit. Compte-tenu de ces différents phénomènes, on trouve qu'il faut remplacer l'équation (9) par la suivante:

$$H_c \sim \frac{1}{30} \frac{N(\gamma - \gamma_m)^2}{LI_s \gamma_m} \frac{\pi^2}{8} \sqrt{\frac{\log 4N}{3}}. \quad (11)$$

Avec les données numériques admises plus haut, les valeurs du champ coercitif H'_c de tensions internes et du champ coercitif H''_c d'inclusions deviennent respectivement de 3,7 oe et de 0,6 oe encore bien inférieures aux valeurs expérimentales.

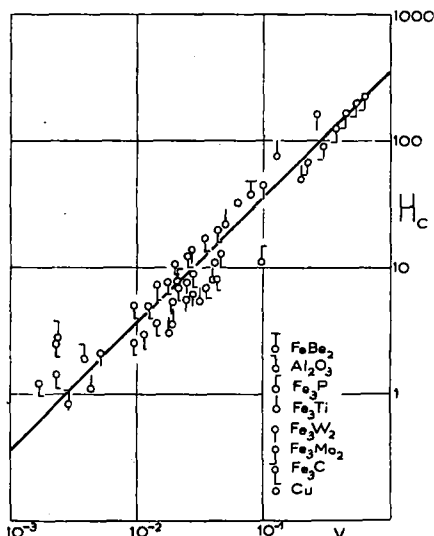


Fig. 1. Champ coercitif H_c de quelques aciers doux recuits en fonction du volume relatif v des inclusions non magnétiques; points expérimentaux et courbe théorique.

Finalement, les théories de Becker et de Kersten, fondées toutes deux sur les variations de la tension superficielle de paroi, ne rendent compte que d'une petite fraction des champs coercitifs observés.

Les effets de volume du champ de dispersion ⁵⁾. Les théories proposées jusqu'ici négligent un fait fondamental: les déviations de l'aimantation spontanée autour de sa direction moyenne, à l'intérieur des domaines élémentaires. Ces déviations sont dues, soit aux petits changements de la direction de facile aimantation liés à l'existence des tensions internes irrégulières, soit aux champs magnétiques de dispersion créés par les cavités ou les inclusions. L'équilibre final est caractérisé par l'apparition de densités volumiques de charges magnétiques, négatives ou positives, irrégulièrement réparties à l'intérieur des domaines. Lorsque l'aimantation spontanée d'un domaine a changé de sens, après traversée d'une paroi d'inversion, les régions positives sont devenues négatives et vice-versa. Lorsque la paroi vient bissecter une région A primitivement positive, on obtient alors dans une moitié de A des charges positives et dans l'autre moitié des charges négatives: le rapprochement de ces charges de nom contraire diminue l'énergie libre. L'énergie libre du système dépend ainsi de la position de la paroi suivant un effet de volume absolument indépendant de l'existence d'une énergie de paroi.

Formulation mathématique de la théorie des effets de volume. La théorie rigoureuse du phénomène est très compliquée. Pour la simplifier, on suppose d'abord qu'en tout point l'aimantation dévie peu de sa direction idéale de sorte qu'en désignant par α , β , γ les cosinus directeurs de \mathbf{I} , par rapport aux axes de coordonnées, β et γ seront alors très petits. Afin de conserver aux équations un caractère linéaire, on représente l'énergie magnétoélastique de perturbation sous la forme:

$$F_c = \frac{3}{2} \lambda \sigma [r_0(\beta^2 + \gamma^2) - 2(\beta\beta' + \gamma\gamma')], \quad (12)$$

où r_0 est un nombre et β' , γ' des développements de F o u r i e r du type (2) sans terme constant, et on prend le champ coercitif H'_c de tensions internes égal à la moyenne des différentes valeurs $H'_{c,pqr}$ obtenues en supposant que dans les développements tous les β'_{pqr} et γ'_{pqr} sont nuls à l'exception de ceux qui correspondent à un jeu possible des valeurs de p , q , r . Dans chaque cas, les valeurs de r_0 , β'_{pqr} , γ'_{pqr} sont déterminées de manière à ce que la loi d'approche à la saturation de cette substance fictive coïncide avec la loi d'approche à la saturation, déjà connue par ailleurs, d'une substance dans laquelle une fraction v du volume serait perturbée par des tensions internes

σ , orientées au hasard. On procède de même pour les cavités ou les inclusions en considérant l'aimantation spontanée comme une fonction de x, y, z , représentée par un développement du type (2). On représente la paroi par l'équation (10) dont les coefficients sont déterminés en écrivant que les charges magnétiques portées par la paroi sont nulles et on néglige l'épaisseur et la tension superficielle de paroi comme autorisent à le faire les résultats cités plus haut. Enfin, on écrit qu'en chaque point l'aimantation est en équilibre sous l'action des forces magnétocristallines, des forces magnétoélastiques et du champ de dispersion provenant de la non-uniformité de l'aimantation spontanée des domaines et on calcule l'énergie du système en fonction de la cote moyenne h_o de la paroi, d'où finalement $H'_{c,pqr}$ et $H''_{c,pqr}$.

Résultats 5). Le champ coercitif de tension H'_c est donné par une expression compliquée qui se simplifie dans les deux cas extrêmes où $\lambda\sigma$ est très petit ou très grand devant la constante d'anisotropie K ; on obtient:

$$H'_c \sim 0,191 \frac{\lambda^2 \sigma^2 v}{KI_s} \left[1,386 + \log \sqrt{\frac{2\pi I_s^2}{K}} \right] \quad \frac{3}{2} \lambda\sigma \ll K \quad (13)$$

$$H'_c \sim 0,46 \frac{\lambda\sigma v}{K} \left[1,386 + \log \sqrt{\frac{4,5 I_s^2}{\lambda\sigma}} \right] \quad \frac{3}{2} \lambda\sigma \gg K \quad (14)$$

La dernière formule montre que lorsque les tensions internes deviennent très grandes et affectent toute la substance ($v = 1$), H'_c devient voisin de $3\lambda\sigma/2I_s$, soit sensiblement la valeur obtenue pour des domaines élémentaires indépendants soumis à des perturbations σ orientées au hasard et dans lesquels les variations d'aimantation ne proviendraient que de *rotations*.

De même, le champ coercitif d'inclusions H''_c est donné par la formule:

$$H''_c \sim \frac{2Kv'}{\pi I_s} \left[0,386 + \log \sqrt{\frac{2\pi I_s^2}{K}} \right]. \quad (15)$$

Avec les données numériques admises plus haut, on obtient:

$$H'_c = 192 \text{ oe}; \quad H''_c = 27 \text{ oe};$$

soit des ordres de grandeur tout à fait satisfaisants.

L'application des mêmes formules au fer et au nickel perturbés par des tensions internes de 30 kg/mm^2 affectant un volume relatif v et par des inclusions occupant un volume v' donne :

$$\text{Fer:} \quad H_c = 2,1 v + 360 v'$$

$$\text{Nickel:} \quad H_c = 330 v + 97 v',$$

et montre que dans le nickel l'effet des tensions internes l'emporte sur celui des inclusions tandis que c'est l'inverse dans le cas du fer.

Le rôle de l'échelle des perturbations. Les résultats précédents supposent que l'échelle des perturbations soit convenable : il ne faut pas qu'elle soit trop grande, de l'ordre de L par exemple car il se formerait alors de nouveaux domaines élémentaires ; il ne faut pas non plus que la dimension moyenne η d'une perturbation soit franchement inférieure à l'épaisseur δ de la paroi. En effet, si c'était le cas, la paroi intégrerait et ferait disparaître les effets de ceux des termes des développements du type (2) correspondant aux valeurs de L/p , L/q , L/r , inférieures à δ . La fraction à conserver du nombre total des termes dans de tels développements serait alors de l'ordre de $(\eta/\delta)^3$ et c'est par cette quantité qu'il conviendrait de multiplier les seconds membres des équations (13), (14) et (15) pour obtenir des valeurs correctes de H'_c et H''_c .

Une telle éventualité se produit nécessairement par élévation de la température car δ est de l'ordre de σ :

$$\delta \sim a \sqrt{\frac{4N_0 I_s^2}{3K}} \quad (16)$$

où N_0 est le coefficient du champ moléculaire de Weiss, sensiblement constant, et a la distance entre atomes proches voisins. Or on sait que K diminue beaucoup plus vite que I_s^2 quand on se rapproche du point de Curie θ , donc δ augmente aussi indéfiniment. On en déduit qu'au voisinage de θ , H'_c et H''_c devraient respectivement varier comme $\lambda \sigma v K^{3/2} / I_s^4$ et comme $v' K^{5/2} / I_s^4$, mais la validité des calculs devient très douteuse puisque la notion de domaine élémentaire perd toute signification. Néanmoins ces dernières formules montrent que pour obtenir des substances magnétiquement douces et neutraliser l'effet des inévitables inclusions et tensions internes résiduelles il faut non seulement que la magnétostriction λ soit nulle, ce qui est connu

depuis longtemps, mais aussi que la constante d'anisotropie K soit nulle, et cela aussi bien en ce qui concerne les inclusions que les tensions internes.

Vérifications expérimentales. Les formules (13) et (14) ne paraissent pas susceptibles de vérifications expérimentales directes, surtout dans la région intéressante où σ est petit, en l'absence de méthodes indépendantes capables de donner v et σ . En ce qui concerne l'effet des inclusions (form. 15), la situation est plus satisfaisante car K e r s t e n a rassemblé un nombre considérable de valeurs de v' et de H_c'' relatives à des alliages de fer avec inclusions. La formule théorique est alors bien vérifiée, comme le montre la figure 1 où la courbe théorique est comparée aux résultats expérimentaux.

Remark F. R. N. N a b a r r o: I am not entirely convinced by Professor Néel's demonstration that a correct application of Becker's method of calculation leads to much smaller coercivities than those originally estimated by B e c k e r. He expands the energy of unit area of the Bloch wall in a triple Fourier series.

$$\gamma = \gamma_m + \sum_{p,q,r} \gamma_{pqr} \frac{\sin 2\pi p x}{\cos L} \frac{\sin 2\pi q y}{\cos L} \frac{\sin 2\pi r z}{\cos L}.$$

He neglects all the coefficients γ_{pqr} for which p , q or r is greater than N , the number of Bloch walls which could be packed into one domain, because variations of γ on a finer scale would be smoothed out by the finite thickness of the wall. He then assumes, and this is where I think his demonstration breaks down, that all the remaining γ_{pqr} are numerically equal. This leads to the result that each γ_{pqr} is proportional to N^{-3} , and in particular the γ_{00r} are each proportional to N^{-3} . If we apply the same method directly to Becker's one-dimensional model, each γ_{00r} is proportional to N^{-1} , and therefore Néel's γ_{00r} are much smaller than Becker's.

A Fourier series in which the coefficients are all equal represents a very jagged distribution: a smoothly-varying distribution of stress, even with occasional sharp discontinuities, is represented by a series in which the terms rapidly diminish. If we wish, as an approximation to consider a certain number of coefficients equal and the rest zero,

the best approximation will be obtained by cutting off the series when p, q or r exceeds some fixed number M , which may be 1 or 2 or perhaps 4 or 5, but is in any case much smaller than N . Each coefficient is now proportional to M^{-3} in the three-dimensional model and to M^{-1} in the one-dimensional model, so that even in the approximation in which we assume the Bloch wall to be a rigid plane the two treatments do not lead to grossly different results. If we allow for the flexibility of the Bloch wall, coefficients of the general form $\gamma_{p,q,r}$ with p and q not zero are no longer negligible, and the coercivity of the three-dimensional model is increased towards that of the one-dimensional model.

Remarque de M. L. Néel: Il n'est pas du tout certain qu'une série de Fourier limitée à 2 ou 5 termes représente mieux les perturbations irrégulières d'une substance ferromagnétique qu'une série comprenant N^3 termes. Les cristallographes se représentent parfois les perturbations d'un réseau cristallin sous la forme d'une agitation thermique figée: or l'adaptation de la théorie des chaleurs spécifiques de Debye à ce problème montre qu'une telle perturbation correspond à une série de Fourier dont les coefficients sont tous du même ordre de grandeur et dont le nombre des termes est de l'ordre du nombre des atomes du cristal. L'approximation proposée par M. Nabarro consisterait à utiliser la théorie des chaleurs spécifiques d'Einstein qui, comme on le sait, est moins satisfaisante.

LITERATURE

- 1) Becker et Döring, *Ferromagnetismus*, Berlin, 1939.
- 2) M. Kersten, *Grundlagen einer Theorie der Ferromagnetischen Hysterese und der Koerzitivkraft*, Leipzig, 1943.
- 3) L. Néel, *C. R. Ac. Ac.*, **220**, 738, 1945; ib. **220**, 814, 1945.
- 4) Cf. réf. 5, p. 310 et L. Néel, *Théorie des Lois de Lord Rayleigh*, *Cahiers de Physique*, no. 12, 1942, p. 1 et no. 13, 1943, p. 18.
- 5) L. Néel, *Bases d'une nouvelle théorie générale du champ coercitif*, *Ann. Université Grenoble*, **22**, 299, 1946.
Voir aussi: L. Néel, *Cahiers de Physique*, no. 24, p. 21, 1944.
- 6) L. Néel, *Cahiers de Physique*, no. 25, p. 1, 1944.