



**HAL**  
open science

## Commentaires sur les vertus de l'approche fractale

Cyrille Genre-Grandpierre

► **To cite this version:**

Cyrille Genre-Grandpierre. Commentaires sur les vertus de l'approche fractale. Villes, Réseaux et Transport. Le défi fractal, pp.31-40, 2017. hal-02885367

**HAL Id: hal-02885367**

**<https://hal.science/hal-02885367>**

Submitted on 20 Jan 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Cyrille Genre-Grandpierre  
Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse  
UMR CNRS 7300 ESPACE

*« Tel est, dans ses lignes essentielles, le Fractal, que les plus hautes autorités internationales s'accordent à reconnaître comme la plus étonnante découverte de notre temps et qui, dans un avenir d'autant plus proche qu'il sera moins éloigné, est appelé non seulement à servir à tout, ce qui est la moindre des choses, mais encore et surtout à n'importe quoi, y compris tout ce qui en découle, sans préjudice du reste et de tout ce qui s'en suit ».* Parodie de la géométrie fractale inspirée par Pierre Dac à Guy Cherbit dans « Fractales, dimensions non entières et applications », Masson, 1987

## **Relations entre géométrie fractale - géographie et aménagement. Eléments de réflexion.**

Notre univers quotidien est à la fois extraordinairement compliqué et complexe. Compliqué car composé d'une très grande diversité de corps et d'objets. Complexe car tous ses éléments constitutifs sont combinés d'une manière qui n'est pas immédiatement saisissable et intelligible, ce qui laisse parfois supposer qu'il est inorganisé. Toutefois, dans cet univers compliqué et complexe, l'activité scientifique fait le postulat (à la base même de son existence) qu'il peut exister des règles, des ordres, des lois qu'il va s'agir de révéler. Depuis le Siècle des Lumières, le réductionnisme est utilisé pour découvrir les lois générales de l'univers. Il s'agit de réduire la complexité de l'objet en hiérarchisant les phénomènes selon leur importance supposée. Les phénomènes d'ordre 1 fournissent en général des formes simples (cercle, ellipse) et des lois simples. Les déviations par rapport à ces lois (les frottements en mécanique par exemple) sont perçues comme des perturbations. La complexité des formes observées est donc attribuée à ces perturbations, qui ne remettent pas en cause la loi générale.

Toutefois, le réductionnisme ne parvient pas toujours à réduire la complexité de nombreux systèmes ou objets dits « irréguliers, désordonnés, anarchiques ou chaotiques ». L'analyse hiérarchisée des phénomènes ignore en effet les interactions potentielles entre ces phénomènes et entre les échelles d'observation. Ainsi, si l'on ne renonce pas au postulat selon lequel le monde est organisé, on peut se demander si ces systèmes « désordonnés », sans forme, n'apparaissent pas comme tels parce qu'ils ne sont pas observés avec les bons outils, vus à travers « les bonnes lunettes », ce qui empêche de dépasser l'irrégularité et la complexité qui apparaît de prime abord.

Succédant au réductionnisme, le structuralisme a cherché à comprendre l'objet en étudiant sa forme, pour ensuite tenter de relier ses caractères morphologiques à des fonctionnements spécifiques. L'objet est donc étudié au niveau macroscopique comme un tout dont on cherche à caractériser les propriétés, sans se « perdre » dans une difficile décomposition microscopique. Puis au structuralisme a rapidement succédé le post-structuralisme, qui ne s'intéresse plus seulement à la forme de l'objet, mais aussi à sa morphogenèse pour en comprendre l'émergence et l'évolution. Deux formes différentes peuvent en effet faire partie d'un même type fondamental quant à leur processus morphogénétique.

Que ce soit dans le structuralisme ou le post-structuralisme, la géométrie apparaît comme capitale puisque c'est elle qui permet de décrire les formes (Sapoval, 1997). Pourtant, depuis Euclide, elle a connu relativement peu d'évolution et est longtemps restée incapable de décrire pertinemment nombre d'objets ou systèmes irréguliers pourtant communs, qui se démarquent des formes simples qu'elle sait qualifier : cercle, carré, triangle... Or, ce n'est pas parce que « les mesures euclidiennes de largeur, longueur et profondeur ne permettent pas de saisir l'essence des formes irrégulières, ou que les outils classiques ne permettent pas d'y voir des ordres ou des régularités, que l'on doit renoncer à travailler sur l'irrégularité » (Gleick, 1991).

C'est dans ce contexte d'attente d'un renouveau de la géométrie que sont apparus dans les années 70 les travaux sur la géométrie fractale de Benoît Mandelbrot (1983). Elle a modifié les rapports entre simplicité et complexité, en montrant que des formes complexes théoriques ponctuelles (poussière de Cantor), linéaires (courbe de Von Koch), surfaciques (tapis de Sierpinski) ou volumiques (éponge de Menger) pouvaient être issues de processus simples mobilisant simplement un initiateur (forme de base) et un générateur (transformation de l'initiateur que l'on va répéter de façon itérative sur des motifs de plus en plus petits). Ces formes générées de façon itérative se caractérisent par leur autosimilarité, c'est-à-dire le fait qu'une partie présente les mêmes caractéristiques que le tout à un facteur d'échelle près, et par le fait qu'elles occupent l'espace d'une façon particulière (par exemple

les fractales linéaires couvrent plus la surface qu'une ligne, mais moins qu'une surface). Cette occupation de l'espace singulière pouvant être qualifiée par des dimensions topologiques non entières : la dimension fractale. Les formes fractales possèdent en outre un grand pouvoir de visualisation. Leur ressemblance avec des formes réelles que l'on pouvait croire sans ordre, le bâti des villes par exemple, suffit presque à assoir l'hypothèse de l'ordre sous le désordre apparent. Enfin, les formes fractales se caractérisent par le fait qu'elles émergent dès lors qu'il existe un besoin d'optimisation. Parallèlement à la construction de formes fractales théoriques par itération, la mise au point de protocoles d'analyse des formes empiriques et de calcul de leur dimension fractale a permis d'analyser les ordres internes de formes empiriques dans des domaines très variés.

Ce renouveau de la géométrie, qui ouvrait des perspectives nouvelles en termes d'analyse des formes et de modèles de formes optimales, ne pouvait qu'intéresser fortement la science, comme ce fût largement le cas dans les sciences dures. Dans les sciences humaines et en géographie en particulier, la mobilisation de la géométrie fractale fut en revanche plus tardive (milieu des années 1980 pour les premiers travaux), puis après de grands espoirs quant aux capacités de description et d'explication de la géométrie fractale, notamment pour l'étude des formes urbaines, l'intérêt semble être un peu « retombé » dans les années 2000. Etant, tout comme la géographie, par essence multiscale, on peut se demander pourquoi la géométrie fractale n'est pas encore devenue un outil standard de la discipline avec des applications concrètes en termes d'aménagement.

### **Pourquoi la géométrie fractale ne s'est-elle pas largement diffusée en géographie ? Eléments de réponse.**

Les raisons de cette relative faible utilisation de la géométrie fractale comme modèle de référence pour rendre compte de l'ordre interne des structures à travers les échelles, ou comme modèle de formes à mobiliser dans des problématiques liées à l'optimisation, tiennent à des explications conjoncturelles, mais aussi de fond.

Une première raison tient à la confusion assez largement répandue entre analyse multiscale, qui est une des caractéristiques fondamentales de l'approche géographique, et zoom. En effet, les SIG et les bases de données géographiques disponibles permettent depuis les années 90 de zoomer jusqu'à des résolutions très importantes, ce qui a pu faire croire qu'il était inutile de saisir l'organisation multiéchelle des structures, ici en étudiant leur fractalité, puisqu'il est possible de les connaître en détail en zoomant. Le problème est que zoomer ne revient pas à faire de l'analyse multiscale, on voit plus de détail mais cela ne dit rien fondamentalement de l'organisation multiéchelle, de la façon dont un objet (une maison) s'agence topologiquement avec les autres à différents niveaux d'échelles. Une deuxième raison, plus importante, tient au fait que les travaux sur la géométrie fractale se sont majoritairement focalisés dans les années 80 et 90 sur les méthodes de mesure de la dimension fractale, plus que sur le modèle géométrique lui-même et son pouvoir pédagogique et heuristique. Comment mesurer la dimension fractale d'une structure empirique (box counting, analyse radiale, de dilatation, de corrélation ?) et que signifie la valeur de la dimension fractale, sont des questions qui ont ainsi fait l'objet de nombreux travaux. Or, si l'étude des courbes bilogarithmiques, qui mettent en relation la taille des éléments et leur nombre, sont d'un indéniable intérêt pour analyser l'ordre multiscale des structures (sans doute plus la répartition des vides que des pleins), en montrant notamment à quelles échelles d'éventuelles modifications de la logique d'ordonnement interne peuvent se produire, vouloir faire de la dimension fractale (qui correspond à la pente de la droite de régression de ces nuages de points) LA mesure de l'ordre interne multiscale pose des problèmes jusqu'ici non résolus.

Tout d'abord, le fait que des méthodes différentes de mesure ne fournissent pas strictement la même dimension fractale pour une structure donnée, questionne sur le sens de cette mesure, dont l'interprétation est malaisée, notamment pour qui n'est pas familier du modèle fractal et des progressions géométriques. La sensibilité de la mesure au protocole d'analyse questionne également. Si on déplace la grille d'analyse de la méthode de calcul par box counting par exemple, alors on peut obtenir des variations de mesures pour une même structure. L'estimation de la dimension par régression sur des nuages de points qui, pour les structures empiriques, ne s'alignent pas parfaitement paraît également problématique. C'est notamment le cas aux échelles les plus fines lorsque la structure étudiée redevient régulière. La question pourrait être ici de savoir quelle fourchette d'échelles doit être mobilisée pour que l'on puisse réellement parler de fractalité et estimer correctement une dimension fractale. On peut enfin s'interroger sur le pouvoir discriminant de la dimension fractale mesurée empiriquement, l'échelle de variation étant réduite pour les structures réelles qui s'éloignent des archétypes. Le problème de la dimension fractale tient aussi au fait qu'elle est une mesure ordinale dont on ne maîtrise pas vraiment la signification des variations, elle ne présente donc pas toutes les qualités d'une mesure<sup>1</sup>. Que représente une variation de 0,1 de la dimension fractale en termes de hiérarchie vs d'homogénéité ? Cette variation de 0,1 a-t-elle le même sens si elle se fait entre 1,2 et 1,3 ou entre 1,7 et 1,8 ? Les tentatives de calcul de dimensions multifractales complexifient encore le calcul et l'interprétation de la fractalité et amoindrissent sans doute un des intérêts du modèle fractal qui réside dans la compréhension, somme toute aisée, de la logique de l'emboîtement d'échelles. Avec la multi-fractalité, ou la théorie de la relativité d'échelle de Nottale (2011), qui cherche également à révéler des lois d'échelles (en observant par exemple la régularité ou pas de la variation de la dimension fractale aux différentes échelles), on perd cette « simplicité » du modèle qui devient alors moins largement appréhendable.

Ces difficultés liées au calcul et à l'interprétation de la dimension fractale font qu'il reste difficile de mobiliser cette mesure dans une perspective de catégorisation de structures, urbaines par exemple, notamment si on souhaite ensuite relier ces catégories avec des fonctionnements particuliers (mais est-il possible de subsumer une forme avec une seule mesure ? Béguin, Thomas, 1997).

### **Fractalité, optimisation et aménagement : des liens à clarifier et à approfondir.**

Cette focalisation sur la mesure de la dimension plus que sur la puissance pédagogique et heuristique du modèle fractal, explique sans doute pour une part que la géométrie fractale n'ait pas fait autant d'émules que l'on aurait pu le penser de prime abord. Si la dimension fractale comme mesure discriminante présente des insuffisances, l'intérêt heuristique du modèle fractal n'est pour autant pas remis en question, notamment à travers les relations que la fractalité entretient avec les questions d'optimisation et, in fine, avec les questions d'aménagement. Comme le dit Sapoval (1997), les formes simples permettent de répondre à des problèmes simples, mais dès lors que l'optimisation va être multicritère, alors il devient nécessaire de se tourner vers d'autres formes que celles de la géométrie euclidienne, en particulier les formes fractales. Elles présentent donc un fort potentiel d'inspiration pour l'aménagement urbain qui doit répondre à des exigences nombreuses et parfois contradictoires. Pour autant, le « flou » existant dans les liens entre fractalité – optimisation et aménagement freine

---

<sup>1</sup> « Dans la théorie de la mesure, la mesure est une tentative de stabiliser l'objet dans sa complexité et son irréversibilité à travers un choix de qualité en relation avec des mesurants. La qualité de la mesure va alors dépendre du choix des qualités qui ne peuvent être qu'une schématisation de l'objet, elle va aussi être en relation avec la qualité du processus de mesure ». Chancelen J.L., 1998, Théorie de la mesure et objets, Espace géographique, 3.

sans doute la mobilisation de la géométrie fractale comme heuristique pour l'aménagement. En caricaturant, deux positions principales peuvent résumer ces relations :

1. Soit on considère comme acquis que la fractalité est un optimum en termes d'aménagement. En effet, des travaux ont montré que les formes fractales présentaient des performances supérieures aux formes euclidiennes en termes d'accessibilité à un ensemble de services hiérarchisés et/ou à différents types d'utilisation du sol (Frankhauser, Genre-Grandpierre, 1998, Cavailhes et al. 2004). Sur cette base, il convient donc de faire tendre les formes urbaines vers des formes fractales ou, à tout le moins, de préserver leur fractalité. C'est la logique du modèle de simulation MupCity (Tannier et al., 2010) qui permet de cibler les futures zones de développement urbain en fonction d'un jeu de contraintes définies en amont et en s'efforçant de préserver une dimension fractale donnée, que l'on peut même à terme envisager comme une norme possible d'aménagement (Frémond, 2015).

Le problème est que cette optimalité des formes fractales pour l'aménagement reste encore largement à démontrer théoriquement, à la fois en allant au-delà de la comparaison avec des modèles géométriques euclidiens simples qui n'existent jamais sous cette forme dans la réalité (ville dense et compacte, ville linéaire, etc.), mais aussi en prenant en compte la complexité et la variété des comportements des individus, qui par exemple ne survalorisent pas tous la proximité aux espaces naturels (Garcia et Riera, 2003). Dans l'évaluation comparée de l'optimalité des formes fractales, pour ne pas instruire à charge ou à décharge, il ne faut pas choisir les critères servant à l'évaluation (coût du déplacement domicile travail vs accessibilité aux espaces naturels vs niveaux de densité de population, etc.), mais évaluer les formes par rapport à toute la complexité et la variété des usages possibles. Tâche ardue qui reste à effectuer.

En outre, même si on s'accorde sur l'hypothèse de l'optimalité de la forme fractale pour l'aménagement, encore faut-il savoir quelle dimension fractale est à atteindre et être en mesure de la justifier si on veut en faire une norme, ce qui repose les problèmes liés à la mesure vus précédemment.

2. La seconde possibilité d'exploration des liens fractalité-optimisation-aménagement, consiste à considérer que la fractalité des formes urbaines est un fait, issu de processus d'auto-organisation et non de la planification. Tout se passerait comme si les processus d'auto-organisation pointaient vers la forme fractale qui est un attracteur. A nouveau deux positions sont à considérer :

- Soit on considère que ces formes fractales auto-organisées sont satisfaisantes (voir optimales), alors l'aménagement devient « inutile » (et même gênant, puisque l'intervention humaine engendre « des déviations à la fractalité », Benguigui, 1992). Il s'agit donc ici de laisser faire pour atteindre la fractalité, qui peut être envisagée comme un stade de maturation de la forme (Frankhauser 1998), avec au final des dimensions fractales tendant vers 2 (Reis, 2008).

- Soit on considère que les formes fractales auto-organisées ne conviennent pas (quant à leur qualité en termes de durabilité par exemple) et qu'il est donc nécessaire de les aménager. Pour ce faire, il devient obligatoire de comprendre et maîtriser les processus qui génèrent ces formes, leur morphogénèse, pour en infléchir les trajectoires. Or ces processus restent très méconnus. On peut penser que les formes actuelles sont issues de comportements optimisateurs des agents (Tannier, 2009), mais lesquels et pour quelle fractalité ? Quelles sont les théories économiques ou sociologiques qui conduisent à la fractalité des structures urbaines et comment les modifier ? Ces questions captivantes restent très largement posées (Webster, 1995). Dans une perspective « interventionniste », ce n'est donc que si les processus générateurs de l'ordre fractal sont identifiés et maîtrisés que la forme devient gérable.

Conséquemment, on peut ici s'interroger sur le degré de liberté dont disposent les aménageurs pour espérer infléchir les formes urbaines. En effet, si la fractalité est omniprésente et qu'elle n'est pas planifiée, est-ce parce qu'elle est le seul ordre possible ? En caricaturant, comme Fox Keller (2006) a pu montrer qu'il était relativement aisé d'obtenir des réseaux invariants d'échelle en lien avec le processus du preferential attachment et que de ce fait la « découverte » de cet ordre interne dans les réseaux n'était pas vraiment une, on peut pour les structures fractales urbaines renverser la perspective et poser la question de savoir s'il est possible, au-delà de cas théoriques, d'obtenir des formes urbaines raisonnables qui ne soient pas fractales ? Un modèle de simulation comme le modèle Optidens, encore en développement (Genre-Grandpierre et al., 2016), qui est un modèle d'optimisation qui permet de reformater les formes urbaines actuelles en relocalisant les aménités (population, emplois, services, etc.) de façon à satisfaire, quand c'est possible, des exigences nombreuses et contradictoires, qu'elles émanent des aménageurs ou des individus, pourra sans doute être utilement mobilisé pour étudier à la fois la question des processus, règles et même valeurs, à l'origine des formes fractales. Il pourra aussi permettre d'étudier la part de l'auto-organisation vs de l'aménagement dans la fractalité des villes et par conséquent estimer le degré de liberté qu'ont les aménageurs pour agir sur la forme urbaine.

Plus que via l'usage de la dimension fractale, qui comme toute mesure présente des limites à la fois en termes de mode de calcul et d'interprétation, il semble que ce soit surtout via la puissance heuristique et suggestive pour la description, l'explication et l'aménagement des formes urbaines que se fera une appropriation élargie en géographie de la géométrie fractale qui est une des rares, et à ce titre précieuse, grilles de lecture par essence multiscale des formes.

## Bibliographie

- Béguin H., Thomas I., 1997 : « Morphologie du réseau de communication et localisations optimales d'activités. Quelles mesures pour exprimer la forme d'un réseau », *Cybergéo*.
- Benguigui, L., 1992: "Some speculations on fractals and railway networks", *Physica A*, 191, p. 75-48
- Cavailles J., Frankhauser P., Peeters D., Thomas I., 2004 : "Where Alonso meets Sierpinski: an urban economic model of fractal metropolitan area", *Environment and planning A*, n°36, p. 550-578.
- Fox Keller E., 2006 : "revisiting "scale-free" networks", *BioEssays*, 27.10 p. 1060-1068
- Frankhauser P., Genre-Grandpierre C., 1998 : La géométrie fractale un nouvel outil pour évaluer le rôle de la morphologie des réseaux de transport public dans l'organisation spatiale des agglomérations, *Les cahiers scientifiques du transport*, n°33, p. 41-79.
- Frankhauser P., 1998b : La formalisation fractale des tissus urbains, *Cahiers Géographiques du Québec* 42, 117, p.379-398.
- Frémond M., 2015 : *Une approche normative de l'aménagement au Luxembourg. Une évaluation par la simulation*, thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 461 p
- Garcia D., Riera P., 2003 : « Expansion Versus Density in Barcelona: a Valuation Exercise », *Urban Studies*, vol. 40, n° 10, p. 1925-1936
- Genre-Grandpierre C. Melnikava H., Michelon P., 2016 : « Optidens : un modèle de simulation pour explorer les conditions de possibilité d'une ville lente, mais accessible », *Transports*, n° 495, p. 36-43
- Gleick J., 1991 : *La théorie du chaos : vers une nouvelle science*, Flammarion, 431 p.
- Mandelbrot, B., 1983 : *The fractal geometry of nature*, W.H. Freeman, New York , 460 p.
- Nottale, L., 2011 : *Scale relativity and fractal space-time; A new approach to unifying Relativity and quantum Mechanics*, World scientific Publishing Company, 764 p.

Reis A.H., 2008 : "Constructal view of the scaling laws of street networks—the dynamics behind geometry", *Physica A*, 387, p. 617–622

Sapoval B., 1997 : *Universalités et fractales. Jeux d'enfant ou délits d'initiés ?*, Flammarion, 275 p

Tannier C., Vuidel G., Frankhauser P., Houot H., 2010 : « Simulation fractale d'urbanisation - MUP-city, un modèle multiéchelle pour localiser de nouvelles implantations résidentielles », *Revue internationale de géomatique*, vol. 20, n°3, p. 303-329.

Tannier C., 2009 : « Formes de villes optimales, formes de villes durables. Réflexions à partir de l'étude de la ville fractale », *Espaces et sociétés*, n° 138, p. 153-171.

Webster C. 1995 : « Urban Morphological Fingerprints », *Environment and Planning B: Planning and design*, vol. 22, p. 279–297.