



HAL
open science

Le changement en argumentation : Typologie et dualités

Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr,
Marie-Christine Lagasquie-Schiex

► To cite this version:

Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint-Cyr, Marie-Christine Lagasquie-Schiex.
Le changement en argumentation : Typologie et dualités. [Rapport de recherche] IRIT-2012-02, IRIT
- Institut de recherche en informatique de Toulouse. 2012. hal-02884045

HAL Id: hal-02884045

<https://hal.science/hal-02884045>

Submitted on 29 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le changement en argumentation : Typologie et dualités

Pierre Bisquert Claudette Cayrol
Florence Dupin de Saint-Cyr
Marie-Christine Lagasque-Schiex

IRIT, Université Paul Sabatier,
118 route de Narbonne, 31062 Toulouse, France
`{bisquert,ccayrol,dupin,lagasq}@irit.fr`

Rapport IRIT
RR- 2012-2- -FR

Janvier 2012

Résumé

Au sein de ce document, nous abordons un nouvel aspect de la théorie de l'argumentation abstraite : le lien entre deux opérations de changement : d'un côté, l'ajout d'un argument et d'un ensemble d'interactions le concernant, et de l'autre, la suppression d'un argument et des interactions le concernant. À cette fin, nous proposons tout d'abord une typologie de propriétés du changement, c'est-à-dire des modifications structurelles susceptibles d'être subies par un système d'argumentation lors d'une opération de changement. Nous présentons et définissons ensuite deux concepts de *dualité*, l'un liant deux opérations de changement et l'autre liant deux propriétés du changement.

Mots clefs : Argumentation, dynamique d'un système d'argumentation, dualité.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Quelques applications impliquant un changement dans un système d'argumentation	2
2.1	Liste de quelques applications potentielles triée par catégorie	2
2.2	Un exemple de changements induits par l'évolution du contexte	4
2.3	Un exemple de changements induits par l'évolution de priorités	6
3	Cadre formel	8
3.1	Système d'argumentation	8
3.2	Opérations de changement	9
4	Propriétés du changement	12
4.1	Propriétés concernant l'ensemble des extensions	12
4.1.1	Cas <i>extensif</i>	13
4.1.2	Cas <i>restrictif</i>	15
4.1.3	Cas <i>constant</i>	17
4.2	Propriétés concernant les ensembles d'arguments	21
4.3	Propriétés concernant le statut d'un argument	24
4.4	Synthèse	27
5	Dualités	31
5.1	Définitions	31
5.2	Résultats de dualité	31
5.2.1	Propriétés concernant l'ensemble des extensions	32
5.2.2	Propriété concernant les ensembles d'arguments	32
5.2.3	Propriétés concernant le statut d'un argument	33
6	Conclusion et perspectives	34
A	Démonstrations	36

1 Introduction

Domaine en plein essor, l’argumentation se veut être l’approche clef pour faire face aux informations incomplètes et/ou contradictoires, notamment pour le raisonnement (Dung [1995], Amgoud and Cayrol [2002]). Elle permet de plus de représenter les dialogues entre plusieurs agents en modélisant l’échange d’arguments, s’appliquant, par exemple, naturellement à la négociation entre agents (Amgoud et al. [2000]).

L’argumentation consiste généralement en une collection d’arguments interagissant les uns avec les autres, et ce au moyen d’une relation traduisant les conflits entre ces derniers, appelée *attaque*. Tout l’intérêt de l’argumentation est de déterminer des ensembles “acceptables” d’arguments afin de parvenir à une conclusion cohérente. Ces ensembles doivent être capables de se défendre collectivement tout en évitant les attaques internes et sont appelés “*extensions*”. Une autre forme d’analyse d’un système d’argumentation est l’étude du statut particulier de chaque argument, statut calculé grâce à l’appartenance (ou à la non appartenance) de cet argument aux extensions.

La création et l’utilisation de cadres formels ont grandement facilité la modélisation et l’étude des systèmes d’argumentation. En particulier, le cadre formel de Dung [1995] permet de s’abstraire totalement du sens “réel” des arguments et ne s’appuie que sur les interactions binaires existant entre eux. Cette approche permet ainsi de se pencher sur d’autres aspects de l’argumentation notamment son côté dynamique.

En effet, au fil d’une discussion ou lors de l’acquisition de nouvelles informations, un système d’argumentation peut subir des changements, tels que l’addition d’un nouvel argument ou la suppression d’un argument considéré comme illégal. Il est intéressant d’examiner ces changements et de pouvoir en particulier les caractériser, c’est-à-dire trouver les conditions nécessaires et suffisantes décrivant l’évolution du système d’argumentation lorsqu’on rajoute ou supprime un argument. Cette étude a déjà été menée en partie pour l’addition d’un argument et des interactions le concernant. Or, bien que l’étude de la dynamique des systèmes d’argumentation commence à prendre de l’ampleur (Boella et al. [2009a,b], Baumann and Brewka [2010], Moguillansky et al. [2010], Liao et al. [2011]), la suppression d’argument n’a pour le moment été que peu considérée¹. *A fortiori*, le lien addition et suppression d’argument n’a pas, à notre connaissance, été traité jusque-là. Cependant, ces deux opérations de changement peuvent être considérées

1. Une tentative de justification d’utilisation de la suppression peut néanmoins être trouvée dans Bisquert et al. [2011].

comme étant duales l'une de l'autre, à l'instar d'autres types d'opérations, telles que l'ajout et la suppression d'attaques. Il semblerait donc que l'étude des liens entre addition et suppression au travers du prisme de la dualité soit un moyen de profiter de la caractérisation de l'opération d'addition pour caractériser l'opération de suppression, et inversement.

Nous nous proposons donc, dans ce travail, d'amorcer une étude théorique de la relation existant entre les opérations d'addition et de suppression d'argument et d'examiner l'impact que cela peut avoir sur l'analyse de la dynamique d'un système d'argumentation.

Ce rapport est organisé de la façon suivante : une liste non exhaustive d'exemples permettant de nous familiariser avec diverses situations nécessitant, et justifiant, l'intérêt des différents changements est présentée en section 2. La section 3 page 8 rappelle quelques notions clefs de la théorie de l'argumentation abstraite et introduit de nouvelles définitions utiles à notre étude. La section 4 page 12 propose un catalogue approfondi des propriétés du changement reflétant les possibles modifications d'un système d'argumentation. Les diverses notions de dualités sont abordées en section 5 page 31. Enfin, la section 6 page 34 conclut et présente les perspectives de nos travaux.

2 Quelques applications impliquant un changement dans un système d'argumentation

L'intérêt de la dynamique d'un système d'argumentation peut se voir au travers de divers exemples. Dans cette section, nous allons donc répertorier quelques configurations pouvant entraîner un changement, puis insister un peu plus sur deux de ces cas.

2.1 Liste de quelques applications potentielles triée par catégorie

Nous citons d'abord des cas induisant une addition d'argument puis ceux induisant la suppression d'un argument et enfin ceux qui peuvent provoquer l'addition ou la suppression uniquement d'interactions.

- **Addition d'argument** : elle peut être induite par
 - l'arrivée d'une nouvelle information servant à la construction des arguments ;
 - dans un contexte multi-agents, l'énonciation par un agent d'un argument non encore connu par les autres agents (on ne construit pas

un nouvel argument : il est donné directement) : ceci est illustré par Bisquert et al. [2011] dans le contexte d’une audience au tribunal ;

- la réhabilitation d’un argument préalablement interdit.

- **Suppression d’argument** : elle peut être induite par
 - une révision des connaissances sous-jacentes (si une connaissance n’a plus de sens, peut-être vaut-il mieux supprimer le ou les arguments y étant associés plutôt que d’ajouter un attaquant) ;
 - la mise en place d’une stratégie : ne pas vouloir/pouvoir révéler un argument (normes sociales, volonté de ne pas fournir d’informations à un adversaire, etc.) : Bisquert et al. [2011] en donne un exemple au travers de la notion d’*occultation* ; cela induit une notion de préférence propre à l’agent ;
 - l’adaptation au contexte (arguments tronqués, agents ne partageant pas les mêmes bases de connaissances, les mêmes logiques de construction d’arguments) : l’*objection*, décrite par Bisquert et al. [2011], exemplifie la suppression d’un argument considéré comme illégal au regard du contexte ;
 - un processus de vérification *a posteriori* : si cet argument n’avait pas été donné, que se serait-il passé ?
- **Addition et suppression d’attaque** : elle peut être induite par
 - l’ajout ou la suppression d’un argument ;
 - des préférences entre arguments : suppression de l’attaque allant sur un argument que l’on préfère à son attaquant ; notons que ces préférences peuvent aussi évoluer suite à un changement de priorités : par exemple, si l’on suppose que les arguments sont créés à partir de règles ayant chacune une certaine priorité, un changement dans ces priorités peut modifier les préférences que l’on a sur nos arguments, et donc les attaques qu’il y a entre eux ;
 - la prise en compte de la force des attaques : des attaques pondérées trop faibles (*i.e.* sous un certain seuil) peuvent être supprimées pour refléter leur caractère “non crucial” ;
 - l’adaptation au contexte (arguments tronqués, agents ne partageant pas les mêmes bases de connaissances, les mêmes logiques de construction d’attaques).

Il est intéressant de noter que certaines causes sont présentes plusieurs fois : la “révision” des connaissances de l’agent (ajout ou remise en cause), la prise en compte du contexte ou bien celle de préférences/priorité. Étant donné que nous souhaitons rester le plus abstrait possible, nous ne nous intéresserons pas à la première cause qui a un impact au niveau de la construction des arguments. Par contre, nous allons examiner de plus près les deux

autres situations au travers d'exemples.

2.2 Un exemple de changements induits par l'évolution du contexte

Dans cet exemple, trois personnes (facétieusement dénommées p_1 , p_2 et p_3) discutent de la culpabilité d'un médecin concernant la mort d'un de ses patients. Agent à part entière, chacun d'entre eux possède sa propre base de connaissances et son propre système d'argumentation. Nous allons voir que, suivant le contexte et les connaissances propres à chacun, un enthymème, *i.e.* un argument tronqué, peut être perçu et compris de façon tout à fait différente.

Les arguments échangés (A_1 , A_2 et A_3) sont les suivants :

- p_1 (A_1) : *“C'est un médecin; un médecin ne peut être le meurtrier d'un de ses patients. Il n'est donc pas un meurtrier.”*
- p_2 (A_2) : *“Il a pourtant injecté une dose mortelle de médicaments à son patient. Il est donc un meurtrier.”*
- p_3 (A_3) : *“Il a tout simplement procédé à une euthanasie.”*

Notons en premier lieu que l'argument A_3 est un argument tronqué : la conclusion a été omise à l'oral par p_3 . Cet argument est donc laissé à la libre interprétation des deux autres protagonistes ; nous allons en voir les conséquences.

Plaçons-nous du point de vue de l'agent p_1 : pour celui-ci, l'euthanasie renvoie à la juridiction luxembourgeoise, où elle est légale. Ainsi, sa base de connaissances stocke la règle *si euthanasie alors non meurtrier*, ce qui lui permet de compléter l'argument A_3 en : *“Il a tout simplement procédé à une euthanasie. Il n'est donc pas un meurtrier.”* L'argument A_3 l'emporte donc, *pour lui*, sur l'argument A_2 . La figure 1 page suivante présente le système d'argumentation de p_1 .

Plaçons-nous maintenant du point de vue de l'agent p_2 : pour celui-ci, l'euthanasie renvoie à la juridiction française, où elle est formellement interdite car assimilée à un meurtre. Contrairement à p_1 , p_2 possède dans sa base de connaissances la règle *si euthanasie alors meurtrier*, ce qui lui permet de compléter l'argument A_3 en : *“Il a tout simplement procédé à une euthanasie. Il est donc un meurtrier.”* L'argument A_3 l'emporte donc, *pour lui*, sur l'argument A_1 . La figure 2 page suivante présente le système d'argumentation de p_2 .

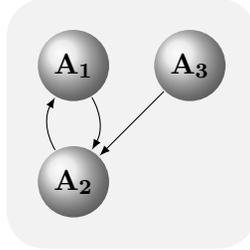


Figure 1 – *Système d'argumentation de p_1 .*

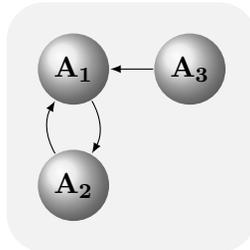


Figure 2 – *Système d'argumentation de p_2 .*

Après avoir examiné leur propre système d'argumentation, et sûrs de leur affaire, p_1 et p_2 s'exclament en chœur “*Vois-tu, p_3 est d'accord avec moi!*”. Interloqués par un tel synchronisme labial, p_1 et p_2 demandent à p_3 de préciser de la plus diligente des manières son propos. Ce dernier explique que l'euthanasie est pour lui loin d'être un meurtre ; de la même façon que p_1 , il possède dans sa base de connaissances la règle *si euthanasie alors non meurtrier*.

L'agent p_2 , qui s'est manifestement égaré dans son interprétation (il n'avait pas la règle “adéquate” dans sa base de connaissances), se doit de remettre à jour son système d'argumentation en supprimant l'argument A_3 qui n'a plus lieu d'être et rajouter un nouvel argument, que nous nommerons A'_3 , attaquant l'argument A_2 . La figure 3 page suivante présente le nouveau système d'argumentation de p_2 . S'il veut convaincre les autres agents p_2 doit alors trouver un nouvel argument.

Ainsi, nous voyons, grâce à cet exemple, que le contexte dans lequel se place un dialogue et les connaissances des agents peuvent *influencer* sur la perception d'un argument tronqué et lui octroyer des attaques différentes suivant les circonstances. Par ailleurs, lorsque ces connaissances sont mises en commun, cet argument peut se révéler erroné et doit dans ce cas être supprimé et remplacé par un nouvel argument adéquat.

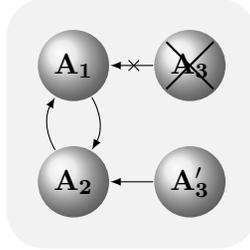


Figure 3 – Nouveau système d’argumentation de p_2 .

2.3 Un exemple de changements induits par l’évolution de priorités

Nous nous penchons, dans cet exemple, sur la création d’arguments en fonction de règles ainsi que les modifications que peuvent subir ces derniers selon les évolutions de priorités entre ces règles. Notons que nous nous inspirons librement de l’exemple de Liao et al. [2011].

Supposons que nous sommes en présence d’un système à base de règles pouvant déterminer quel comportement avoir en présence d’un nouvel email. Ces règles, qui sont de priorités diverses, permettent de créer des arguments qui vont alors interagir pour déterminer quelle action est à préconiser. Notons que lorsque deux arguments ont des conclusions contradictoires, et qu’ils sont issus de règles de priorités égales, ces derniers s’entre-attaquent ; par contre, si ces deux arguments sont issus de règles qui ont des priorités différentes, ils sont alors de priorité différente et l’argument ayant la plus grande priorité est le seul à pouvoir attaquer.

Les règles sont les suivantes :

- r_1 : Un email provenant du réseau local ne présente pas de danger : $local(email) \rightarrow \neg danger(email)$.
- r_2 : Un email contenant un virus présente un danger : $virus(email) \rightarrow danger(email)$.
- r_3 : un email ne présentant pas de danger doit être déplacé dans le courrier entrant : $\neg danger(email) \rightarrow courrier_entrant(email)$.
- r_4 : un email présentant un danger doit être déplacé dans la corbeille : $danger(email) \rightarrow corbeille(email)$.

Supposons que dans un premier temps, toutes les règles possèdent la même priorité.

Le système reçoit alors un email, nommé m_1 , possédant les caractéristiques suivantes :

- m_1 provient du réseau local.
- m_1 est suspecté de contenir un virus.

En se basant sur les règles précédentes, il est possible de construire quatre arguments² :

- $A_1 = \langle \{r_1\}, -danger(m_1) \rangle$
- $A_2 = \langle \{r_2\}, danger(m_1) \rangle$
- $A_3 = \langle \{r_1, r_3\}, courrier_entrant(m_1) \rangle$
- $A_4 = \langle \{r_2, r_4\}, corbeille(m_1) \rangle$

La figure 4 présente le système d'argumentation alors obtenu.

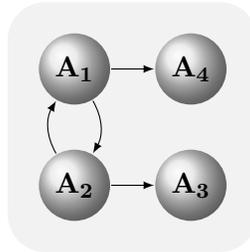


Figure 4 – *Système d'argumentation lorsque les règles sont de même priorité.*

Dans une telle situation, il paraît difficile de prendre une décision puisqu'il existe deux solutions possibles (mettre le courrier dans la corbeille ou dans le courrier entrant) et qu'aucune ne ressort de l'argumentaire fourni³.

Supposons maintenant que la prudence est privilégiée. La règle r_2 devient ainsi plus prioritaire que les autres et en conséquence, l'argument A_2 est préféré à n'importe quel autre. De ce fait, l'attaque de l'argument A_1 vers A_2 n'est plus valable. La figure 5 page suivante présente le système d'argumentation après avoir modifié les priorités.

Il semble à présent possible de prendre une décision puisque l'argumentaire pour mettre m_1 dans la corbeille paraît prioritaire⁴.

Nous allons maintenant expliciter le cadre abstrait formel utilisé pour traiter ces exemples.

2. Notons qu'on ne construit pas tous les arguments possibles. Notons également qu'on ne précise pas la logique de construction des arguments.

3. Nous verrons en section 3 page suivante, que cela se traduit, par exemple avec la sémantique préférée, par deux extensions $\mathcal{E}_1 = \{A_1, A_3\}$ et $\mathcal{E}_2 = \{A_2, A_4\}$.

4. Ce qui se traduira grâce à la section 3 page suivante, en utilisant la sémantique préférée, par l'existence d'une seule extension, à savoir $\mathcal{E} = \{A_2, A_4\}$.

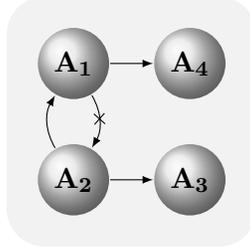


Figure 5 – *Système d’argumentation lorsque la règle r_2 est plus prioritaire que les autres.*

3 Cadre formel

Avant d’aller plus loin dans le sujet qui nous intéresse, il convient de rappeler les bases sur lesquelles il repose.

3.1 Système d’argumentation

Le travail présenté dans cet article se place dans le cadre formel proposé par Dung [1995].

Définition 1 (Système d’argumentation). *Un système d’argumentation est une paire $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$, où \mathbf{A} est un ensemble non vide fini d’arguments et \mathbf{R} est une relation binaire sur \mathbf{A} , appelée relation d’attaque. Soit $A, B \in \mathbf{A}$, ARB signifie que A attaque B . $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ est représenté par un graphe d’argumentation \mathcal{G} dont les sommets et les arcs correspondent respectivement aux arguments et à \mathbf{R} ⁵.*

Dans la suite de ce document, nous aurons besoin d’une notion étendue de l’attaque, à savoir l’attaque d’un argument vers un ensemble et vice versa.

Définition 2 (Attaque à partir et vers un ensemble). *Soit $A \in \mathbf{A}$ et $\mathcal{S} \subseteq \mathbf{A}$,*

- \mathcal{S} attaque A si et seulement si $\exists X \in \mathcal{S}$ tel que XRA .
- A attaque \mathcal{S} si et seulement si $\exists X \in \mathcal{S}$ tel que ARX .

Les ensembles acceptables d’arguments (“extensions”) sont déterminés à l’aide de sémantiques reposant essentiellement sur les notions suivantes :

5. Dans ce document, nous utiliserons librement $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ ou \mathcal{G} pour faire allusion à un système d’argumentation. De façon similaire, lorsqu’il n’y a pas d’ambiguïté, nous utiliserons sans distinction \mathbf{A} et \mathcal{G} .

Définition 3 (Sans conflit, défense et admissibilité). Soit $A \in \mathbf{A}$ et $S \subseteq \mathbf{A}$

- S est sans conflit si et seulement si il n'existe pas $A, B \in S$ tels que ARB .
- S défend un argument A si et seulement si S attaque tout argument attaquant A . L'ensemble des arguments défendus par S est noté $\mathcal{F}(S)$; \mathcal{F} est appelée la fonction caractéristique de $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$. Plus généralement, S défend indirectement A si et seulement si $A \in \bigcup_{i \geq 1} \mathcal{F}^i(S)$.
- S est un ensemble admissible si et seulement si il est à la fois sans conflit et qu'il défend tous ses éléments.

L'ensemble des extensions de $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ est noté \mathbf{E} (avec $\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_n$ dénotant les extensions). Ainsi, en ne nous intéressant qu'aux sémantiques les plus utilisées proposées par Dung [1995], nous avons :

Définition 4 (Sémantiques d'acceptabilité). Soit $\mathcal{E} \subseteq \mathbf{A}$.

- \mathcal{E} est une extension préférée si et seulement si \mathcal{E} est un ensemble admissible maximal (par rapport à l'inclusion ensembliste \subseteq).
- \mathcal{E} est l'unique extension basique si et seulement si \mathcal{E} est le plus petit point fixe (par rapport à \subseteq) de la fonction caractéristique \mathcal{F} .
- \mathcal{E} est une extension stable si et seulement si \mathcal{E} est sans conflit et attaque tout argument n'appartenant pas à \mathcal{E} .

Par ailleurs, le statut d'un argument est fonction de sa présence dans les extensions de la sémantique choisie. Par exemple, un argument est "accepté sceptiquement" (resp. "crédulément") s'il apparaît dans toutes les extensions (resp. au moins une extension) et "rejeté" s'il n'appartient à aucune d'entre elles.

3.2 Opérations de changement

L'étude du changement dans un système d'argumentation commence par la définition d'une opération de changement. Pour ce faire, nous nous reposons sur le travail de Cayrol et al. [2010], qui distingue quatre opérations élémentaires de changement ; en voici les définitions formelles.

Définition 5 (Opérations élémentaires de changement). Soit $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$ un système d'argumentation, Z un argument, $i_0 = (X, Y)$ avec $X \in \mathbf{A}$ et $Y \in \mathbf{A}$ une interaction entre deux arguments de \mathbf{A} et \mathcal{I}_Z un ensemble d'interactions concernant Z ⁶.

6. Notons que nous supposons que Z ne s'attaque pas lui-même, et que $\forall (X, Y) \in \mathcal{I}_Z$, on a soit $(X = Z \text{ et } Y \neq Z, Y \in \mathbf{A})$ ou $(Y = Z \text{ et } X \neq Z, X \in \mathbf{A})$.

- Ajouter une interaction $i_0 \notin \mathbf{R}$ est une opération de changement, notée \oplus_i , fournissant un nouveau système d'argumentation tel que :

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle \oplus_i i_0 = \langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \cup \{i_0\} \rangle$$

- Supprimer une interaction $i_0 \in \mathbf{R}$ est une opération de changement, notée \ominus_i , fournissant un nouveau système d'argumentation tel que :

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle \ominus_i i_0 = \langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \setminus \{i_0\} \rangle$$

- Ajouter un argument $Z \notin \mathbf{A}$ et $\mathcal{I}_z \not\subseteq \mathbf{R}$ est une opération de changement, notée \oplus_i^a , fournissant un nouveau système d'argumentation tel que :

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle \oplus_i^a (Z, \mathcal{I}_z) = \langle \mathbf{A} \cup \{Z\}, \mathbf{R} \cup \mathcal{I}_z \rangle$$

- Supprimer un argument $Z \in \mathbf{A}$ et $\mathcal{I}_z \subseteq \mathbf{R}$ est une opération de changement, notée \ominus_i^a , fournissant un nouveau système d'argumentation tel que⁷ :

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle \ominus_i^a (Z, \mathcal{I}_z) = \langle \mathbf{A} \setminus \{Z\}, \mathbf{R} \setminus \mathcal{I}_z \rangle$$

Une opération élémentaire de changement est donc une fonction d'arité deux dont le premier paramètre est toujours un système d'argumentation et dont le second paramètre est, suivant les cas, une interaction (pour \ominus_i et \oplus_i) ou un couple (argument, ensemble d'interactions concernant l'argument) (pour \ominus_i^a et \oplus_i^a).

Dans la suite de ce travail, nous supposons que, lors de l'ajout d'un argument Z , \mathcal{I}_z désignera l'ensemble de toutes les interactions connues concernant Z .

De plus, pour l'étude de propriétés génériques, nous désignerons par \mathcal{O} une opération de changement élémentaire (\oplus_i , \ominus_i , \oplus_i^a ou \ominus_i^a). Et enfin, si \mathcal{G} représente un système d'argumentation $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$, alors le nouveau système d'argumentation $\langle \mathbf{A}', \mathbf{R}' \rangle$ obtenu par application de l'opération de changement \mathcal{O} pour i_0 ou (Z, \mathcal{I}_z) donné sera dénoté par le graphe d'argumentation $\mathcal{G}' = \mathcal{O}(\mathcal{G})$ (le second paramètre, i_0 ou (Z, \mathcal{I}_z) , sera omis afin de simplifier les écritures). L'ensemble des extensions de $\langle \mathbf{A}', \mathbf{R}' \rangle$ est noté \mathbf{E}' (avec $\mathcal{E}'_1, \dots, \mathcal{E}'_n$ dénotant les extensions). Notons que, dans la suite de ce travail, nous n'étudierons que les cas où la sémantique reste la même avant et après un changement.

Remarquons qu'un même système d'argumentation peut être obtenu via différentes opérations de changement, comme l'illustre l'exemple suivant :

7. Notons que dans le cas de la suppression, \mathcal{I}_z est l'ensemble de *toutes* les interactions concernant Z dans $\langle \mathbf{A}, \mathbf{R} \rangle$.

Exemple 1. Chacun des systèmes $\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3$ est changé en \mathcal{G}' par la suppression de Z et des interactions le concernant. (voir la table 1, qui présente de plus l'extension basique de chaque système).

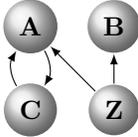
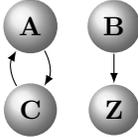
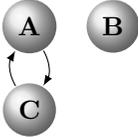
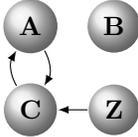
Système avant la suppression de Z	Système après la suppression de Z
\mathcal{G}_1 :  $\mathbf{E}_{\mathcal{G}_1} = \{\{C, Z\}\}$	
\mathcal{G}_2 :  $\mathbf{E}_{\mathcal{G}_2} = \{\{B\}\}$	\mathcal{G}' :  $\mathbf{E}' = \{\{B\}\}$
\mathcal{G}_3 :  $\mathbf{E}_{\mathcal{G}_3} = \{\{A, B, Z\}\}$	

Table 1 – Sur la nature non injective de l'opération de suppression.

De manière plus générale, une opération de changement se définit par :

Définition 6 (Opération de changement). Une opération de changement est une suite finie d'opérations élémentaires de changement.

L'impact d'une opération de changement sur un système d'argumentation est étudié au travers de la notion de *propriété du changement*. Ainsi, une propriété du changement \mathcal{P} peut être vue comme un ensemble de paires $(\mathcal{G}, \mathcal{G}')$, où \mathcal{G} et \mathcal{G}' sont des graphes d'argumentation.

Exemple 1 (cont.). Soit la propriété \mathcal{P} suivante :

$\mathcal{P}(\mathcal{G}, \mathcal{G}')$ si et seulement si : “Toute extension du système d'argumentation d'arrivée (\mathcal{G}') est incluse dans au moins une extension du système d'argumentation de départ (\mathcal{G}).”

Ainsi, pour la sémantique basique, $\mathcal{P}(\mathcal{G}_1, \mathcal{G}')$ n'est pas vérifiée, mais $\mathcal{P}(\mathcal{G}_2, \mathcal{G}')$ et $\mathcal{P}(\mathcal{G}_3, \mathcal{G}')$ le sont.

Dans la suite de ce travail, nous parlerons souvent du fait qu'une opération de changement *satisfait* une propriété particulière :

Définition 7 (Opération satisfaisant une propriété). Une opération de changement \mathcal{O} satisfait une propriété \mathcal{P} si et seulement si $\forall \mathcal{G}, \mathcal{P}(\mathcal{G}, \mathcal{O}(\mathcal{G}))$.

Exemple 1 (cont.). Le système d'argumentation \mathcal{G}_1 est tel que $\mathcal{P}(\mathcal{G}_1, \mathcal{G}')$ n'est pas vérifiée. Ainsi, l'opération de changement \mathcal{O} , correspondant à la suppression de Z et des interactions le concernant, ne satisfait pas \mathcal{P} .

Nous allons maintenant établir une typologie de ces propriétés du changement.

4 Propriétés du changement

Les propriétés d'un changement sont des modifications structurelles d'un système d'argumentation causées par une opération de changement. Au sein de cette section, nous nous intéressons à ces modifications et tentons de les définir de façon à obtenir une classification claire et précise. Pour ce faire, nous nous concentrons en premier lieu sur les propriétés concernant l'ensemble des extensions, puis en second lieu sur les propriétés concernant les ensembles d'arguments et enfin sur les propriétés concernant le statut d'un argument particulier.

Notons que, bien que les propriétés décrites dans cette section concernent n'importe quel type de changement ($\oplus_i, \ominus_i, \oplus_i^a, \ominus_i^a$), elles ne seront illustrées que grâce à des exemples portant sur l'opération \ominus_i^a .

4.1 Propriétés concernant l'ensemble des extensions

Tout d'abord, nous décrirons trois cas possibles d'évolution de l'ensemble des extensions :

- le cas *extensif*, dans lequel le nombre d'extensions augmente,
- le cas *restrictif*, dans lequel le nombre d'extensions diminue,
- le cas *constant*, dans lequel le nombre d'extensions reste le même.

Pour chacun de ces cas, nous étudierons des sous-cas particuliers ; ces derniers étant nombreux, voici une courte explication de la notation servant

à les désigner : une propriété⁸ est qualifiée grâce à une lettre (*e* pour *extensif*, *r* pour *restrictif* et *c* pour *constant*) ayant un indice de la forme $\gamma - \gamma'$, où γ se rapporte à l'ensemble des extensions avant le changement et γ' se rapporte à l'ensemble des extensions après le changement. γ et γ' peuvent ainsi être :

- \emptyset , qui indique que le système d'argumentation n'a pas d'extension,
- $1v$, qui indique que le système d'argumentation a une seule extension vide,
- $1nv$, qui indique que le système d'argumentation a une seule extension non vide,
- k (resp. j), qui indique que le système d'argumentation a k (resp. j) extensions telles que $1 < k$ (resp. $1 < j < k$).

Par exemple, la notation $e_{\emptyset-1nv}$ traduit le fait, qu'au cours du changement, le nombre d'extensions augmente (un cas *extensif* donc), n'ayant aucune extension avant le changement (\emptyset) et une extension non vide après le changement ($1nv$).

Notons également que pour des raisons de simplicité, nous dirons d'un changement satisfaisant une propriété \mathcal{P} qu'il est un "changement \mathcal{P} "; par exemple, un changement satisfaisant la propriété $e_{\emptyset-1nv}$ est dit changement $e_{\emptyset-1nv}$.

Ainsi, bien que nous appuyant sur le travail effectué par Cayrol et al. [2010], nous approfondissons ce dernier de manière à pouvoir ensuite identifier une notion de dualité. Les différentes correspondances entre les propriétés de Cayrol et al. [2010] et les nôtres sont répertoriées dans la table 2 page 21.

4.1.1 Cas *extensif*

Cas général

Nous nous proposons d'étudier tout d'abord le cas où un changement induit une hausse du nombre d'extensions dans le système d'argumentation, ce que nous nommons changement *extensif*.

Définition 8 (Changement *extensif*). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est extensif si et seulement si $|\mathbf{E}| < |\mathbf{E}'|$.*

Cas particuliers

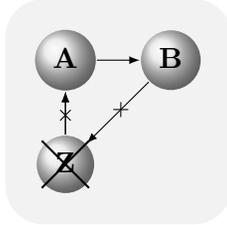
8. Notons néanmoins que certaines propriétés particulières du cas *constant* ne peuvent pas utiliser la nomenclature présentée ici car elles s'appuient sur d'autres notions que le nombre d'extensions ou leur possible vacuité; nous utiliserons donc une notation où l'indice est remplacé par un qualificatif. Par exemple, nous aurons affaire à la propriété *c-conservatif* quand les extensions sont les mêmes avant et après le changement.

Le changement *extensif* étant très général, nous nous proposons donc de définir des sous-cas suivant le nombre d'extensions de \mathcal{G} et \mathcal{G}' .

En outre, puisque nous ne supposons pas l'utilisation d'une sémantique particulière, nous nous devons de distinguer tous les cas particuliers possibles : la sémantique stable autorisera par exemple de n'avoir aucune extension ($|\mathbf{E}| = 0$), chose qui est impossible en sémantique préférée, mais où il est possible d'avoir une extension vide ($|\mathbf{E}| = 1, \mathcal{E} = \emptyset$).

Définition 9 (Changement $e_{\emptyset-1nv}$). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est $e_{\emptyset-1nv}$ si et seulement si $|\mathbf{E}| = 0$ et $|\mathbf{E}'| = 1$, avec $\mathcal{E}' \neq \emptyset$.

Exemple 2. Sous la sémantique stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (B, Z)\}$ est $e_{\emptyset-1nv}$ car :

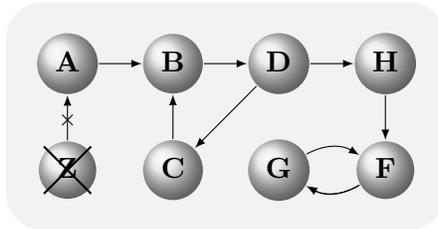


$$\mathbf{E} = \emptyset \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}.$$

Définition 10 (Changement $e_{\emptyset-k}$). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est $e_{\emptyset-k}$ si et seulement si $|\mathbf{E}| < |\mathbf{E}'|$, $|\mathbf{E}| = 0$ et $|\mathbf{E}'| > 1$.

Exemple 3. Sous la sémantique stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A)\}$ est $e_{\emptyset-k}$ car :

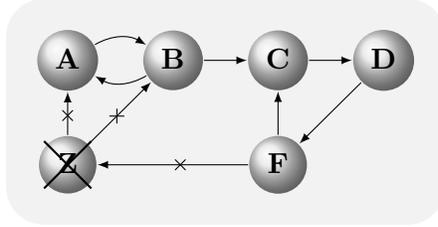


$$\mathbf{E} = \emptyset \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A, D, F\}, \{A, D, G\}\}.$$

Définition 11 (Changement e_{1v-k}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est e_{1v-k} si et seulement si $|\mathbf{E}| < |\mathbf{E}'|$ et $|\mathbf{E}| = 1$, avec $\mathcal{E} = \emptyset$.

Exemple 4. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (Z, B), (F, Z)\}$ est e_{1v-k} car :

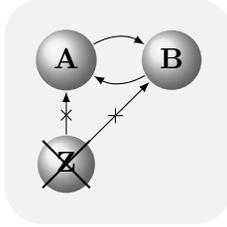


$$\mathbf{E} = \{\{\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}, \{B, D\}\}.$$

Définition 12 (Changement e_{1nv-k}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est e_{1nv-k} si et seulement si $|\mathbf{E}| < |\mathbf{E}'|$ et $|\mathbf{E}| = 1$, avec $\mathcal{E} \neq \emptyset$.

Exemple 5. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (Z, B)\}$ est e_{1nv-k} car :

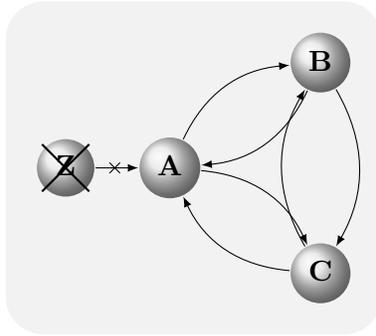


$$\mathbf{E} = \{\{Z\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}, \{B\}\}.$$

Définition 13 (Changement e_{j-k}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est e_{j-k} si et seulement si $1 < |\mathbf{E}| < |\mathbf{E}'|$.

Exemple 6. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A)\}$ est e_{j-k} car :



$$\mathbf{E} = \{\{Z, B\}, \{Z, C\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}, \{B\}, \{C\}\}.$$

4.1.2 Cas restrictif

Cas général

De façon symétrique au changement *extensif*, nous nous proposons d'étudier à présent le cas où un changement induit une baisse du nombre d'extensions dans le système d'argumentation, ce que nous nommons changement *restrictif*.

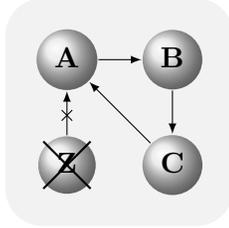
Définition 14 (Changement restrictif). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est restrictif si et seulement si $|\mathbf{E}| > |\mathbf{E}'|$.

Cas particuliers

Pour les cas particuliers du changement *restrictif*, nous procédons de la même manière que pour le changement *extensif*, c'est-à-dire que nous prenons en compte le nombre d'extensions ainsi que leur possible vacuité.

Définition 15 (Changement $r_{1nv-\emptyset}$). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est $r_{1nv-\emptyset}$ si et seulement si $|\mathbf{E}| = 1$, avec $\mathcal{E} \neq \emptyset$, et $|\mathbf{E}'| = 0$.

Exemple 7. Sous la sémantique stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A)\}$ est $r_{1nv-\emptyset}$ car :

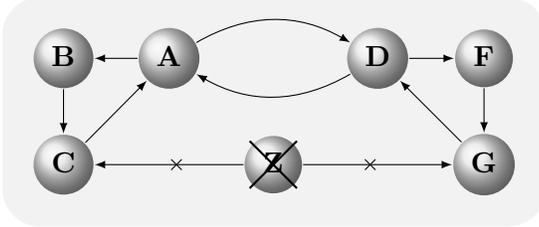


$$\mathbf{E} = \{\{Z, B\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \emptyset.$$

Définition 16 (Changement $r_{k-\emptyset}$). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est $r_{k-\emptyset}$ si et seulement si $|\mathbf{E}| > |\mathbf{E}'|$, $|\mathbf{E}| > 1$ et $|\mathbf{E}'| = 0$.

Exemple 8. Sous la sémantique stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, C), (Z, G)\}$ est $r_{k-\emptyset}$ car :

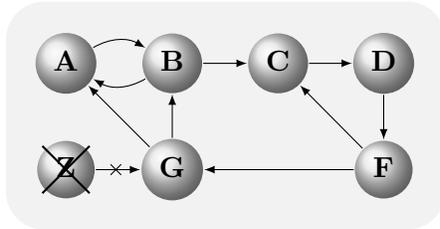


$$\mathbf{E} = \{\{Z, A, F\}, \{Z, B, D\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \emptyset.$$

Définition 17 (Changement r_{k-1v}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est r_{k-1v} si et seulement si $|\mathbf{E}| > |\mathbf{E}'|$ et $|\mathbf{E}'| = 1$, avec $\mathcal{E}' = \emptyset$.

Exemple 9. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, G)\}$ est r_{k-1v} car :

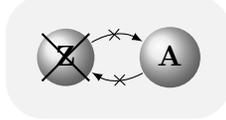


$$\mathbf{E} = \{\{Z, A\}, \{Z, B, D\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{\}\}.$$

Définition 18 (Changement r_{k-1nv}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est r_{k-1nv} si et seulement si $|\mathbf{E}| > |\mathbf{E}'|$ et $|\mathbf{E}'| = 1$, avec $\mathcal{E}' \neq \emptyset$.

Exemple 10. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (A, Z)\}$ est r_{k-1nv} car :

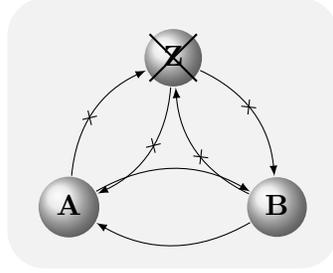


$$\mathbf{E} = \{\{Z\}, \{A\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}.$$

Définition 19 (Changement r_{k-j}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est r_{k-j} si et seulement si $1 < |\mathbf{E}'| < |\mathbf{E}|$.

Exemple 11. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (A, Z), (Z, B), (B, Z)\}$ est r_{k-j} car :



$$\mathbf{E} = \{\{Z\}, \{A\}, \{B\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}, \{B\}\}.$$

4.1.3 Cas constant

Cas général

Contrairement à ce que nous avons vu précédemment, nous nous intéressons maintenant au cas où un changement n'induit aucune modification du nombre d'extensions, ce que nous nommons changement *constant*.

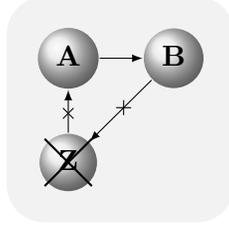
Définition 20 (Changement *constant*). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est constant si et seulement si $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$.

Cas particuliers

Parmi les cas particuliers, nous trouvons toujours le fait que les extensions peuvent être ou pas vides.

Définition 21 (Changement c_{1v-1nv}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est c_{1v-1nv} si et seulement si $\mathbf{E} = \{\{\}\}$ et $\mathbf{E}' = \{\mathcal{E}'\}$, avec $\mathcal{E}' \neq \emptyset$.

Exemple 12. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (B, Z)\}$ est c_{1v-1nv} car :

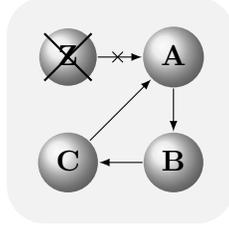


$$\mathbf{E} = \{\{\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A\}\}.$$

Définition 22 (Changement c_{1nv-1v}). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est c_{1nv-1v} si et seulement si $\mathbf{E} = \{\mathcal{E}\}$, avec $\mathcal{E} \neq \emptyset$ et $\mathbf{E}' = \{\{\}\}$.

Exemple 13. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A)\}$ est c_{1nv-1v} car :



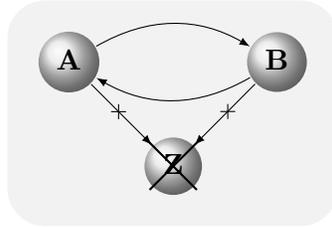
$$\mathbf{E} = \{\{Z, B\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{\}\}.$$

Considérer le cas *constant* nous permet aussi de nous concentrer sur d'autres critères que le seul nombre d'extensions de \mathcal{G} et \mathcal{G}' , ou la possible vacuité de ces mêmes extensions. Nous pouvons ainsi prendre en compte les inclusions éventuelles entre les différentes extensions (de \mathcal{G} vers \mathcal{G}' et vice-versa).

Définition 23 (Changement *c-conservatif*). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est *c-conservatif* si et seulement si $\mathbf{E} = \mathbf{E}'$.

Exemple 14. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(A, Z), (B, Z)\}$ est *c-conservatif* car :



$$\mathbf{E} = \{\{A\}, \{B\}\} \text{ et}$$

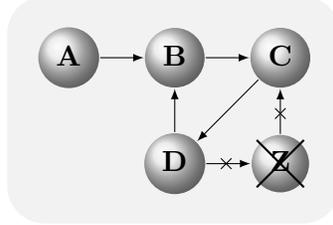
$$\mathbf{E}' = \{\{A\}, \{B\}\}.$$

Définition 24 (Changement *c-expansif*). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est *c-expansif* si et seulement si

1. $\mathbf{E} \neq \emptyset$, $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$,

2. $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \emptyset \neq \mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$ et
3. $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \emptyset \neq \mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$.

Exemple 15. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, C), (D, Z)\}$ est c-expansif car :

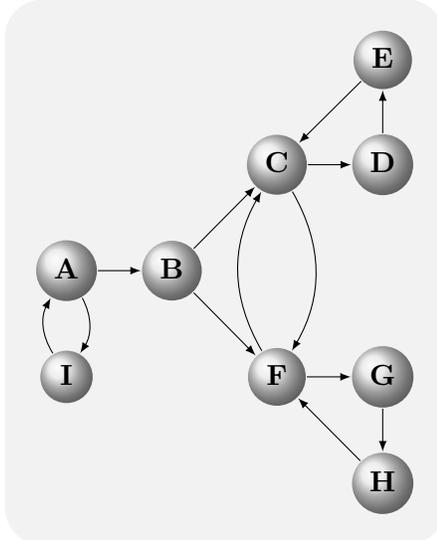


$\mathbf{E} = \{\{A\}\}$ et
 $\mathbf{E}' = \{\{A, C\}\}$.

Proposition 1. Dans le cadre d'un changement par ajout ou suppression d'un argument Z , en sémantique préférée, stable ou basique, la condition 3 de la définition 24 page précédente est conséquence des conditions 1 et 2.

Notons que les conditions 2 et 3 ne sont pas équivalentes, même en présence de la condition 1. Voici un contre-exemple.

Exemple 16.



Sous la sémantique préférée, $\mathbf{E} = \{\{A\}, \{I, B, D, G\}\}$.

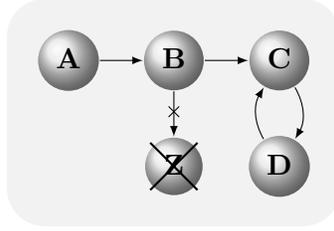
Suite au changement par ajout de Z et de $\mathcal{I}_z = \{(Z, I), (Z, H), (Z, E)\}$, $\mathbf{E}' = \{\{A, Z, C, G\}, \{A, Z, F, D\}\}$.

Ce changement satisfait les conditions 1 et 3, mais pas la condition 2.

Définition 25 (Changement c-limitatif). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est c-limitatif si et seulement si

1. $\mathbf{E} \neq \emptyset, |\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|,$
2. $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \emptyset \neq \mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_i$ et
3. $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \emptyset \neq \mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_i.$

Exemple 17. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(B, Z)\}$ est c-limitatif car :



$$\mathbf{E} = \{\{A, C, Z\}, \{A, D, Z\}\} \text{ et}$$

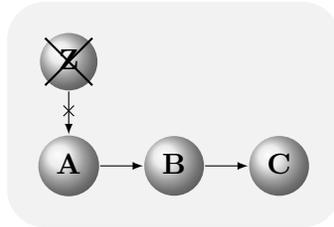
$$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}.$$

Proposition 2. Dans le cadre d'un changement par ajout ou suppression d'un argument Z , en sémantique préférée, stable ou basique, la condition 2 de la définition 25 page précédente est conséquence des conditions 1 et 3.

Remarquons que l'exemple 16 page précédente peut être lu à l'envers en considérant que le système contenant Z est le système de départ et qu'on réalise sur ce système une suppression d'argument. Dans ce cas, cela illustre le fait que les conditions 1 et 2 de la définition 25 page précédente ne suffisent pas à impliquer la condition 3 (chaque extension de départ contient une extension d'arrivée et pourtant il existe une extension d'arrivée qui n'est incluse dans aucune extension de départ).

Définition 26 (Changement c-altering). Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est c-altering si et seulement si $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$ et qu'il n'est ni c-conservatif, ni c-expansif, ni c-limitatif, ni c_{1nv-1v} , ni c_{1v-1nv} .

Exemple 18. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A)\}$ est c-altering car :



$$\mathbf{E} = \{\{Z, B\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}\}.$$

Cayrol et al. [2010]	Nouvelle dénomination	Cayrol et al. [2010]	Nouvelle dénomination
	$e_{\emptyset-1nv}$		$r_{k-\emptyset}$
“Decisive”	c_{1v-1nv}	“Destructive”	r_{k-1v}
	r_{k-1nv}		$r_{1nv-\emptyset}$
“Restrictive”	r_{k-j}		c_{1nv-1v}
	$e_{\emptyset-k}$	“Expansive”	$c\text{-expansif}$
“Questioning”	e_{1v-k}	“Conservative”	$c\text{-altering}$
	e_{1nv-k}		$c\text{-conservatif}$
	e_{j-k}	“Altering”	$c\text{-limitatif}$
			$c\text{-altering}$

Table 2 – *Récapitulatif des correspondances entre les propriétés définies par Cayrol et al. [2010] et celles définies dans ce travail*

4.2 Propriétés concernant les ensembles d’arguments

Nous avons vu dans la section précédente qu’un changement peut occasionner une modification structurelle de l’ensemble des extensions, dont la taille peut augmenter, diminuer ou rester constante. Néanmoins, un changement ne se résume pas à cela et peut également avoir un impact sur l’acceptabilité d’ensembles d’arguments. Dans cette section, nous nous intéressons à cet impact particulier en tentant de définir une certaine notion de continuité dans l’acceptabilité d’ensembles d’arguments.

Ainsi, lors d’un dialogue, par exemple, il peut être souhaitable que l’ajout ou la suppression d’un argument n’influe pas sur l’acceptation des autres arguments. Une première forme de la propriété de *monotonie*, la “monotonie de \mathcal{G} vers \mathcal{G}' ”, traduit ce desiderata en exprimant le fait que tous les ensembles d’arguments acceptés conjointement avant le changement sont toujours acceptés conjointement après. Ainsi, aucun argument accepté n’est perdu et il y a donc une *expansion* (non stricte) de l’acceptabilité⁹.

Définition 27 (Monotonie expansive simple). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie expansive simple si et seulement si $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \mathcal{E}_i \subseteq \mathcal{E}'_j$.*

9. Notons que la propriété de *monotonie expansive simple* correspond à la notion de *monotonie* de Cayrol et al. [2010]

Par ailleurs, il peut également être désirable que l'ajout ou la suppression d'un argument ne permette pas à d'autres arguments d'être nouvellement acceptés, par exemple lors d'un débat avec un adversaire. Ceci est reflété par une autre forme de la propriété de *monotonie*, la “monotonie de \mathcal{G}' vers \mathcal{G} ”, formulant le fait que tous les ensembles d'arguments acceptés conjointement après le changement étaient déjà acceptés conjointement avant. Ainsi, aucun argument accepté n'est gagné et il y a donc une *restriction* (non stricte) de l'acceptabilité.

Définition 28 (Monotonie restrictive simple). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie restrictive simple si et seulement si $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i$.*

Ces propriétés de *monotonie expansive simple* et *monotonie restrictive simple* peuvent prendre des formes plus précises suivant le critère d'acceptabilité des arguments. Ainsi, la *monotonie expansive crédule* correspond au fait que tout argument accepté crédulement avant le changement l'est toujours après, et la *monotonie restrictive crédule* traduit le fait que tout argument accepté crédulement après le changement l'était déjà avant.

Définition 29 (Monotonie expansive crédule). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie expansive crédule si et seulement si :*

$$\bigcup_{1 \leq i \leq |\mathbf{E}|} \mathcal{E}_i \subseteq \bigcup_{1 \leq j \leq |\mathbf{E}'|} \mathcal{E}'_j.$$

Définition 30 (Monotonie restrictive crédule). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie restrictive crédule si et seulement si :*

$$\bigcup_{1 \leq j \leq |\mathbf{E}'|} \mathcal{E}'_j \subseteq \bigcup_{1 \leq i \leq |\mathbf{E}|} \mathcal{E}_i.$$

De façon analogue, la *monotonie expansive sceptique* correspond au fait que tout argument accepté sceptiquement avant le changement l'est toujours après et la *monotonie restrictive sceptique* correspond au fait que tout argument accepté sceptiquement après le changement l'était déjà avant.

Définition 31 (Monotonie expansive sceptique). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie expansive sceptique si et seulement si :*

$$\bigcap_{1 \leq i \leq |\mathbf{E}|} \mathcal{E}_i \subseteq \bigcap_{1 \leq j \leq |\mathbf{E}'|} \mathcal{E}'_j.$$

Définition 32 (Monotonie restrictive sceptique). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de monotonie restrictive sceptique si et seulement si :*

$$\bigcap_{1 \leq j \leq |\mathbf{E}'|} \mathcal{E}'_j \subseteq \bigcap_{1 \leq i \leq |\mathbf{E}|} \mathcal{E}_i.$$

Notons que la *monotonie expansive simple* implique la *monotonie expansive crédule* et la *monotonie restrictive simple* implique la *monotonie restrictive crédule* :

Proposition 3.

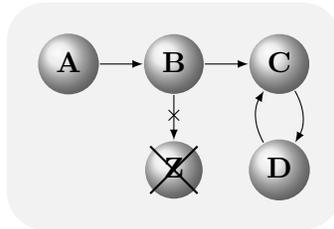
- Si le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de *monotonie expansive simple* alors il satisfait la propriété de *monotonie expansive crédule*.
- Si le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' satisfait la propriété de *monotonie restrictive simple* alors il satisfait la propriété de *monotonie restrictive crédule*.

L'exemple 20 (resp. 19 et 21 page suivante) illustre l'implication qu'il y a entre *monotonie expansive simple* (resp. *monotonie restrictive simple*) et *monotonie expansive crédule* (resp. *monotonie restrictive crédule*). L'exemple 20 (resp. 21 page suivante) nous montre de plus que la *monotonie expansive simple* (resp. *monotonie restrictive simple*) n'implique pas la *monotonie expansive sceptique* (resp. *monotonie restrictive sceptique*).

Exemple 19. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(B, Z)\}$ est

- monotone restrictif simple mais pas monotone expansif simple
- donc monotone restrictif crédule et
- monotone restrictif sceptique mais pas monotone expansif sceptique

car :



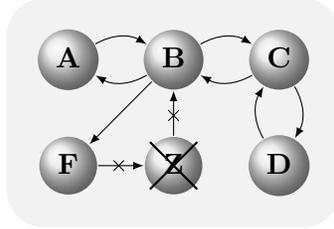
$$\mathbf{E} = \{\{A, C, Z\}, \{A, D, Z\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A, C\}, \{A, D\}\}.$$

Exemple 20. Sous la sémantique préférée, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, B), (F, Z)\}$ est

- monotone expansif simple mais pas monotone restrictif simple
- donc monotone expansif crédule et
- monotone restrictif sceptique mais pas monotone expansif sceptique

car :



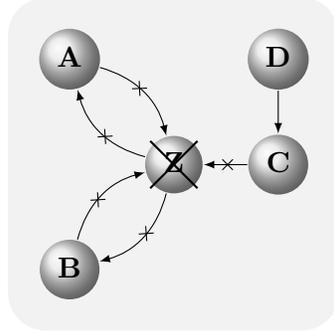
$$\mathbf{E} = \{\{A, C, F\}, \{A, D, F\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A, C, F\}, \{A, D, F\}, \{B, D\}\}.$$

Exemple 21. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, A), (A, Z), (Z, B), (B, Z), (C, Z)\}$ est

- monotone restrictif simple mais pas monotone expansif simple
- donc monotone restrictif crédule et
- monotone expansif sceptique mais pas monotone restrictif sceptique

car :



$$\mathbf{E} = \{\{D, Z\}, \{A, B, D\}\} \text{ et}$$

$$\mathbf{E}' = \{\{A, B, D\}\}.$$

4.3 Propriétés concernant le statut d'un argument

La section précédente nous a permis de considérer l'impact d'une opération de changement sur des ensembles d'arguments : sur une extension du système d'argumentation, sur l'union des extensions ou encore sur l'intersection des extensions. Une opération de changement peut également avoir une influence sur le statut des arguments, et ce même si cet argument n'est pas celui concerné directement par l'opération de changement. Par exemple, la suppression d'un argument Z peut avoir un effet drastique sur le statut des arguments attaqués par Z .

Par conséquent, nous nous intéressons dans cette section aux propriétés traduisant l'altération ou la conservation du statut d'un argument particulier X lorsqu'une opération de changement modifie le système d'argumentation. Nous supposons ici que $X \in \mathcal{G} \cap \mathcal{G}'$, c'est-à-dire que l'argument X appartient à l'ensemble des arguments de \mathcal{G} et à l'ensemble des arguments de \mathcal{G}' ; en conséquence, nous avons $X \neq Z$.

Définition 33 (Instauration d’acceptabilité). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est une instauration d’acceptabilité pour un argument X si et seulement si $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \notin \mathcal{E}_i$ et*

- (instauration d’acceptabilité *uniquement partielle*) $\exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$ et $\exists \mathcal{E}'_l \in \mathbf{E}', X \notin \mathcal{E}'_l$.
- (instauration d’acceptabilité *totale*) $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$.

Définition 34 (Élimination d’acceptabilité). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' élimine l’acceptabilité pour un argument X si et seulement si $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \notin \mathcal{E}'_j$ et*

- (élimination d’acceptabilité *uniquement crédule*) $\exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i$ et $\exists \mathcal{E}_k \in \mathbf{E}, X \notin \mathcal{E}_k$.
- (élimination d’acceptabilité *sceptique*) $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i$.

Outre la pure apparition ou disparition de l’acceptabilité d’un argument, ce dernier peut subir une modification moins “brutale” de son statut d’acceptabilité, c’est-à-dire passer d’une acceptation crédule à une acceptation sceptique, et inversement ; par exemple, un argument n’étant présent que dans quelques extensions avant un changement, peut l’être dans toutes après le changement.

Définition 35 (Diffusion générale d’acceptabilité). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' est une diffusion générale d’acceptabilité pour un argument X si et seulement si $\exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i, \exists \mathcal{E}_k \in \mathbf{E}, X \notin \mathcal{E}_k$ et $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$.*

Définition 36 (Dégradation partielle d’acceptabilité). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' dégrade partiellement l’acceptabilité pour un argument X si et seulement si $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$ et $\exists \mathcal{E}'_l \in \mathbf{E}', X \notin \mathcal{E}'_l$.*

Enfin, l’acceptabilité d’un argument peut ne pas accuser de modification ; l’argument conservera alors le statut qu’il possédait avant le changement ; ainsi, un argument accepté (crédulement ou sceptiquement) ou rejeté le sera toujours après un changement.

Notons que les définitions suivantes correspondent à des affinements de la propriété de *monotonie partielle* proposée par Cayrol et al. [2010] ; elles sont donc intimement liées aux définitions des différentes formes de monotonie, dont elles reprennent le principe au niveau d’un argument particulier.

Définition 37 (Conservation du statut). *Le changement de \mathcal{G} à \mathcal{G}' conserve le statut d’un argument X si et seulement si*

- (conservation de l’acceptabilité *uniquement crédule*) $\exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i, \exists \mathcal{E}_k \in \mathbf{E}, X \notin \mathcal{E}_k, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$ et $\exists \mathcal{E}'_l \in \mathbf{E}', X \notin \mathcal{E}'_l$.

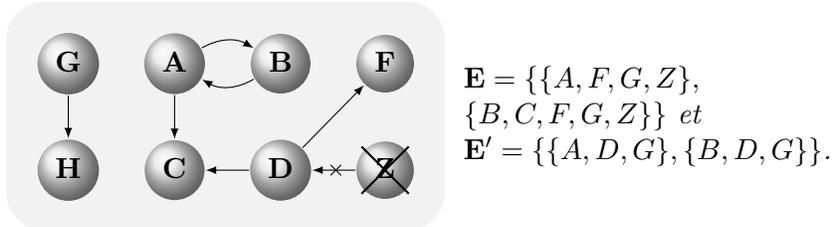
- (conservation de l'acceptabilité *sceptique*) $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \in \mathcal{E}_i$ et $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \in \mathcal{E}'_j$.
- (conservation du rejet) $\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, X \notin \mathcal{E}_i$ et $\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', X \notin \mathcal{E}'_j$.

Notons que la propriété de *conservation de l'acceptabilité* (uniquement crédule ou sceptique) pour X ne signifie pas que les arguments acceptés avec X sont les mêmes avant le changement et après le changement (ce qui était le cas avec les propriétés de monotonie présentées en section 4.2 page 21). Les exemples 22 et 23 de la présente page illustrent les propriétés définies ci-dessus.

Exemple 22. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, D)\}$

- instaure l'acceptabilité *totale* pour D ,
- élimine l'acceptabilité *sceptique* pour F ,
- élimine l'acceptabilité *uniquement crédule* pour C ,
- conserve l'acceptabilité *sceptique* pour G ,
- conserve le rejet pour H ,
- conserve l'acceptabilité *uniquement crédule* pour A et B

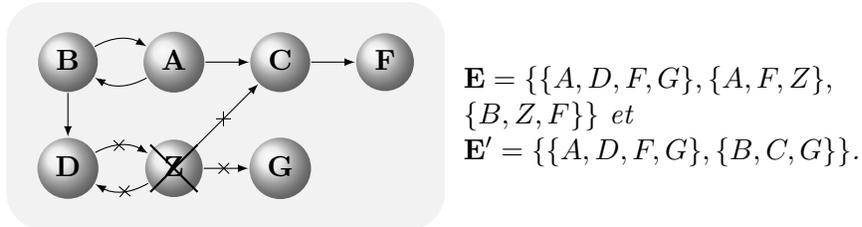
car :



Exemple 23. Sous les sémantiques préférée et stable, le changement \ominus_i^a avec Z et $\mathcal{I}_z = \{(Z, C), (Z, D), (Z, G), (D, Z)\}$

- conserve l'acceptabilité *uniquement crédule* pour A , B et D
- instaure l'acceptabilité *uniquement partielle* pour C ,
- dégrade partiellement l'acceptabilité pour F ,
- est une diffusion générale d'acceptabilité pour G

car :



4.4 Synthèse

Tout au long de cette section, nous avons présenté plusieurs propriétés de changement, et ce à différents niveaux.

Le premier niveau abordé est celui de la **structure générale des extensions** (section 4.1 page 12), où sont étudiées les diverses modifications possibles du nombre d'extensions. Nous avons alors identifié trois classes générales de propriétés, *extensif* (définition 8 page 13), *restrictif* (définition 14 page 16) et *constant* (définition 20 page 17), traduisant respectivement une augmentation, une diminution et une conservation du nombre d'extensions. La table 3 présente ces différentes classes.

	$ \mathbf{E}' = 0$	$ \mathbf{E}' = 1$	$ \mathbf{E}' > 1$
$ \mathbf{E} = 0$	Constant	Extensif	Extensif
$ \mathbf{E} = 1$	Restrictif	Constant	Extensif
$ \mathbf{E} > 1$	Restrictif	Restrictif	Si $ \mathbf{E} < \mathbf{E}' $: Extensif
			Si $ \mathbf{E} = \mathbf{E}' $: Constant
			Si $ \mathbf{E} > \mathbf{E}' $: Restrictif

Table 3 – *Classes de propriétés.*

Au sein de chacune de ces classes, nous avons distingué plusieurs sous-cas particuliers, suivant la structure du système de départ et du système d'arrivée.

Ainsi, pour le cas général *extensif*, nous avons décrit cinq sous-cas, à savoir :

- le changement $e_{\emptyset-1nv}$ (définition 9 page 14),
- le changement $e_{\emptyset-k}$ (définition 10 page 14),
- le changement e_{1v-k} (définition 11 page 14),
- le changement e_{1nv-k} (définition 12 page 15),
- le changement e_{j-k} (définition 13 page 15).

De façon symétrique, pour le cas général *restrictif*, nous avons également décrit cinq sous-cas :

- le changement $r_{1nv-\emptyset}$ (définition 15 page 16),
- le changement $r_{k-\emptyset}$ (définition 16 page 16),

- le changement r_{k-1v} (définition 17 page 16),
- le changement r_{k-1nv} (définition 18 page 17),
- le changement r_{k-j} (définition 19 page 17).

Enfin, pour le cas général général *constant*, nous avons décrit six sous-cas :

- le changement c_{1v-1nv} (définition 21 page 17),
- le changement c_{1nv-1v} (définition 22 page 18),
- le changement *c-conservatif* (définition 23 page 18),
- le changement *c-expansif* (définition 24 page 18),
- le changement *c-limitatif* (définition 25 page 19),
- le changement *c-altering* (définition 26 page 20).

Les tables 4 à 5 pages 28–29 présentent la classification de l'ensemble de ces sous-cas.

	$ \mathbf{E}' = 0$	$ \mathbf{E}' = 1$ $\mathcal{E}' = \emptyset$	$ \mathbf{E}' = 1$ $\mathcal{E}' \neq \emptyset$	$ \mathbf{E}' > 1$
$ \mathbf{E} = 0$	<i>c-conservatif</i>	∇	$e_{\emptyset-1nv}$	$e_{\emptyset-k}$
$ \mathbf{E} = 1,$ $\mathcal{E} = \emptyset$	∇	<i>c-conservatif</i>	c_{1v-1nv}	e_{1v-k}
$ \mathbf{E} = 1,$ $\mathcal{E} \neq \emptyset$	$r_{1nv-\emptyset}$	c_{1nv-1v}	Voir table 5 page suivante	e_{1nv-k}
				Si $ \mathbf{E} < \mathbf{E}' $: e_{j-k}
$ \mathbf{E} > 1$	$r_{k-\emptyset}$	r_{k-1v}	r_{k-1nv}	Si $ \mathbf{E} = \mathbf{E}' $: Voir table 5 page suivante
				Si $ \mathbf{E} > \mathbf{E}' $: r_{k-j}

∇ . Cas ne pouvant se produire que par un changement de sémantique, ce que nous ne considérons pas ici.

Table 4 – *Classification des propriétés.*

Le deuxième niveau abordé est celui des **ensembles d'arguments** (section 4.2 page 21), où nous nous intéressons à la notion de *monotonie*, c'est-à-dire au fait que tout ensemble d'arguments précédemment accepté le soit toujours après un changement ou, au contraire, que tout ensemble d'arguments accepté après un changement le soit déjà avant.

Toutes les extensions restent les mêmes	c-conservatif
Toutes les extensions sont augmentées de quelques arguments et n'étaient pas vides au départ	c-expansif
Toutes les extensions sont diminuées de quelques arguments mais sans devenir vides	c-limitatif
Pour tout autre cas de changement constant non encore répertorié	c-altering

Table 5 – Récapitulatif des propriétés structurelles lorsque $|\mathbf{E}| = |\mathbf{E}'|$.

Ainsi, nous distinguons deux grands types de monotonie, chacun d'entre eux possédant trois formes plus précises suivant le critère d'acceptabilité des arguments :

- la monotonie expansive qui recouvre 3 cas :
 - la *monotonie expansive simple* (définition 27 page 21),
 - la *monotonie expansive crédule* (définition 29 page 22),
 - la *monotonie expansive sceptique* (définition 31 page 22),
- la monotonie restrictive qui recouvre 3 cas :
 - la *monotonie restrictive simple* (définition 28 page 22),
 - la *monotonie restrictive crédule* (définition 30 page 22),
 - la *monotonie restrictive sceptique* (définition 32 page 22).

La table 6 résume les différentes propriétés de monotonie.

	Monotonie expansive	Monotonie restrictive
Simple	$\forall \mathcal{E}_i \in \mathbf{E}, \exists \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}',$ $\mathcal{E}_i \subseteq \mathcal{E}'_j$	$\forall \mathcal{E}'_j \in \mathbf{E}', \exists \mathcal{E}_i \in \mathbf{E},$ $\mathcal{E}'_j \subseteq \mathcal{E}_i$
Crédule	$\bigcup_{1 \leq i \leq \mathbf{E} } \mathcal{E}_i \subseteq \bigcup_{1 \leq j \leq \mathbf{E}' } \mathcal{E}'_j$	$\bigcup_{1 \leq j \leq \mathbf{E}' } \mathcal{E}'_j \subseteq \bigcup_{1 \leq i \leq \mathbf{E} } \mathcal{E}_i$
Sceptique	$\bigcap_{1 \leq i \leq \mathbf{E} } \mathcal{E}_i \subseteq \bigcap_{1 \leq j \leq \mathbf{E}' } \mathcal{E}'_j$	$\bigcap_{1 \leq j \leq \mathbf{E}' } \mathcal{E}'_j \subseteq \bigcap_{1 \leq i \leq \mathbf{E} } \mathcal{E}_i$

Table 6 – Récapitulatif des différentes propriétés de monotonie

Le troisième et dernier niveau abordé est celui de **l'argument lui-même** (section 4.3 page 24), où nous considérons spécifiquement le statut d'un argument particulier et étudions l'évolution de son acceptabilité (ou de son rejet), *i.e.*, s'il conserve son statut ou passe d'un statut à un autre.

Nous avons dénombré neuf cas différents, suivant que l'argument étudié appartient à aucune, plusieurs ou toutes les extensions avant et après le changement. Ainsi, nous avons :

- l'*instauration d'acceptabilité* uniquement partielle (définition 33 page 25, point un),
- l'*instauration d'acceptabilité* totale (définition 33 page 25, point deux),
- l'*élimination d'acceptabilité* uniquement crédule (définition 34 page 25, point un),
- l'*élimination d'acceptabilité* sceptique (définition 34 page 25, point deux),
- la *diffusion générale d'acceptabilité* (définition 35 page 25),
- la *dégradation partielle d'acceptabilité* (définition 36 page 25),
- la *conservation de l'acceptabilité* uniquement crédule (définition 37 page 25, point un),
- la *conservation de l'acceptabilité* sceptique (définition 37 page 25, point deux),
- la *conservation du rejet* (définition 37 page 25, point trois).

La table 7 présente la classification des propriétés concernant le statut d'un argument.

	$ \mathbf{E}'_X = 0$	$ \mathbf{E}'_X < \mathbf{E}' $	$ \mathbf{E}'_X = \mathbf{E}' $
$ \mathbf{E}_X = 0$	Conservation du rejet	Instauration d'acceptabilité uniquement partielle	Instauration d'acceptabilité totale
$ \mathbf{E}_X < \mathbf{E} $	Élimination d'acceptabilité uniquement crédule	Conservation de l'acceptabilité uniquement crédule	Diffusion générale d'acceptabilité
$ \mathbf{E}_X = \mathbf{E} $	Élimination d'acceptabilité sceptique	Dégradation partielle d'acceptabilité	Conservation de l'acceptabilité sceptique

Par souci de clarté, nous utilisons ici deux nouvelles notations, \mathbf{E}_X et \mathbf{E}'_X , dénotant respectivement l'ensemble des extensions de \mathcal{G} et l'ensemble des extensions de \mathcal{G}' incluant l'argument X .

Table 7 – Classification des différentes propriétés concernant le statut d'un argument particulier.

Ces propriétés étant maintenant résumées, il est possible d'étudier les

liens qu'il existe entre elles ; la section suivante va ainsi étudier la notion de dualité à proprement parler.

5 Dualités

5.1 Définitions

Dans ce travail, nous nous penchons sur un problème particulier du changement dans un système d'argumentation dynamique. À notre connaissance, le problème de la suppression d'un argument et, *a fortiori*, le lien entre addition et suppression d'un argument sont des points qui n'ont été que très peu abordés. Pourtant, il nous semble dommage de considérer ajout et suppression de façon indépendante. Nous pensons en effet qu'il peut être profitable de tirer parti des liens entre ces opérations pour l'étude des propriétés caractérisant les changements qui peuvent impacter un système d'argumentation. Pour ce faire, nous nous aiderons de la notion de *dualité*.

Plus précisément, nous nous intéressons à deux concepts de dualité. Nous définirons en premier lieu une dualité au niveau des opérations de changement, la *dualité basée sur la notion d'inverse*, signifiant le caractère opposé de deux opérations, puis une dualité au niveau des propriétés d'un changement, la *dualité basée sur la notion de symétrie*, traduisant une correspondance entre deux propriétés.

Définition 38 (Dualité basée sur la notion d'inverse). *Deux opérations de changement \mathcal{O} et \mathcal{O}' sont inverses l'une de l'autre si et seulement si :*

$$\forall \mathcal{G}, \forall \mathcal{G}', \mathcal{O}(\mathcal{G}) = \mathcal{G}' \text{ si et seulement si } \mathcal{O}'(\mathcal{G}') = \mathcal{G}.$$

Définition 39 (Dualité basée sur la notion de symétrie). *Deux propriétés \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont symétriques si et seulement si :*

$$\forall \mathcal{G}, \forall \mathcal{G}', \mathcal{P}'(\mathcal{G}', \mathcal{G}) \text{ si et seulement si } \mathcal{P}(\mathcal{G}, \mathcal{G}').$$

De ces définitions, nous pouvons tirer une condition pour la satisfaction d'une propriété par une opération de changement.

Proposition 4. *Soit \mathcal{O} et \mathcal{O}' deux opérations de changement inverses l'une de l'autre et \mathcal{P} et \mathcal{P}' deux propriétés symétriques. \mathcal{O} satisfait \mathcal{P} si et seulement si \mathcal{O}' satisfait \mathcal{P}' .*

5.2 Résultats de dualité

Nous reprenons dans cette section les propriétés du changement de la section 4 page 12 et nous les étudions sous l'angle des deux concepts de dualité. Toutes les démonstrations se trouvent en annexe.

5.2.1 Propriétés concernant l'ensemble des extensions

Proposition 5.

1. Un changement est restrictif si et seulement si le changement inverse est extensif.
2. Un changement est $r_{1nv-\emptyset}$ si et seulement si le changement inverse est $e_{\emptyset-1nv}$.
3. Un changement est $r_{k-\emptyset}$ si et seulement si le changement inverse est $e_{\emptyset-k}$.
4. Un changement est r_{k-1v} si et seulement si le changement inverse est e_{1v-k} .
5. Un changement est r_{k-1nv} si et seulement si le changement inverse est e_{1nv-k} .
6. Un changement est r_{k-j} si et seulement si le changement inverse est e_{j-k} .

Proposition 6.

1. Un changement est constant si et seulement si le changement inverse l'est aussi.
2. Un changement est c_{1nv-1v} si et seulement si le changement inverse est c_{1v-1nv} .
3. Un changement est c-conservatif si et seulement si le changement inverse l'est aussi.
4. Un changement est c-limitatif si et seulement si le changement inverse est c-expansif.
5. Un changement est c-altering si et seulement si le changement inverse l'est aussi.

La figure 6 page suivante récapitule toutes les propositions précédentes.

5.2.2 Propriété concernant les ensembles d'arguments

Proposition 7.

1. Un changement satisfait la monotonie restrictive simple si et seulement si le changement inverse satisfait la monotonie expansive simple.
2. Un changement satisfait la monotonie restrictive crédule si et seulement si le changement inverse satisfait la monotonie expansive crédule.

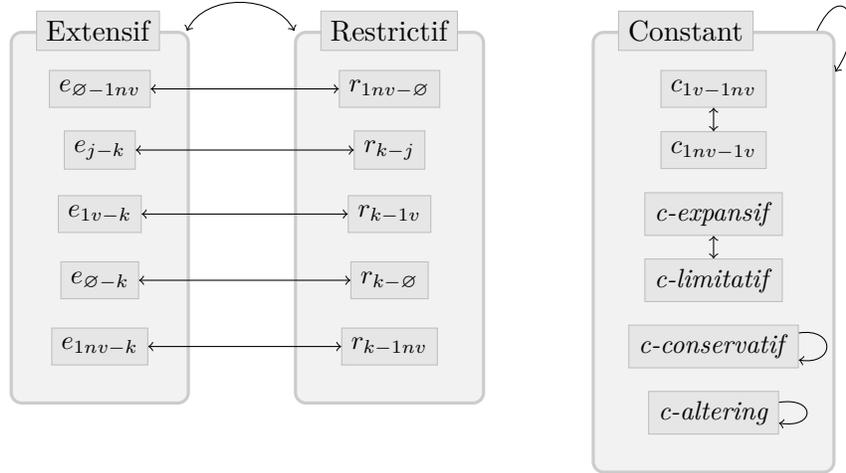


Figure 6 – *Présentation de la dualité entre les changements restrictif et extensif d’une part, et constant d’autre part, ainsi que leurs cas particuliers (la flèche signifie “est le dual de”).*

3. *Un changement satisfait la monotonie restrictive sceptique si et seulement si le changement inverse satisfait la monotonie expansive sceptique.*

La figure 7 récapitule les résultats sur la dualité concernant la monotonie.

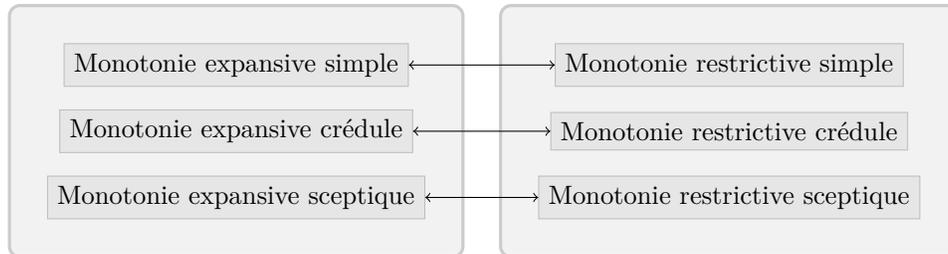


Figure 7 – *Récapitulatif des différentes relations de dualité entre les propriétés concernant le statut d’ensembles d’arguments (la flèche signifie “est le dual de”).*

5.2.3 Propriétés concernant le statut d’un argument

Proposition 8.

1. *Un changement instaure l'acceptabilité uniquement partielle pour un argument X si et seulement si le changement inverse élimine l'acceptabilité uniquement crédule de X .*
2. *Un changement instaure l'acceptabilité totale pour un argument X si et seulement si le changement inverse élimine l'acceptabilité sceptique de X .*

Proposition 9. *Un changement est une diffusion générale d'acceptabilité pour un argument X si et seulement si le changement inverse dégrade partiellement l'acceptabilité pour X .*

Proposition 10.

1. *Un changement conserve l'acceptabilité uniquement crédule pour un argument X si et seulement si le changement inverse conserve l'acceptabilité uniquement crédule pour X .*
2. *Un changement conserve l'acceptabilité sceptique pour un argument X si et seulement si le changement inverse conserve l'acceptabilité sceptique pour X .*
3. *Un changement conserve le rejet pour un argument X si et seulement si le changement inverse conserve le rejet pour X .*

La figure 8 page suivante récapitule les propositions précédentes.

6 Conclusion et perspectives

Le travail relaté dans le présent document s'intéresse à une facette de l'argumentation qui n'a pas encore été, à notre connaissance, étudiée : le lien entre les opérations d'addition et de suppression d'un argument. À cette fin, après avoir rappelé les bases de la théorie de l'argumentation abstraite, nous nous sommes penchés sur deux parties différentes mais complémentaires qui constituent les deux contributions de notre travail.

Ainsi, notre première partie s'attache à présenter et étudier diverses propriétés de changement que nous avons reprises de Cayrol et al. [2010] et affinées en une partition claire. Ces propriétés traduisent l'ensemble des modifications possibles qu'un système d'argumentation peut subir, et ce en s'intéressant en premier lieu à la structure de l'ensemble des extensions (par exemple, l'augmentation ou la diminution du nombre d'extensions du système) puis à l'acceptabilité conjointe des arguments d'une extension (par exemple, le fait que tous les arguments d'une extension restent conjointement acceptés après un changement) et enfin à l'acceptabilité d'un argument

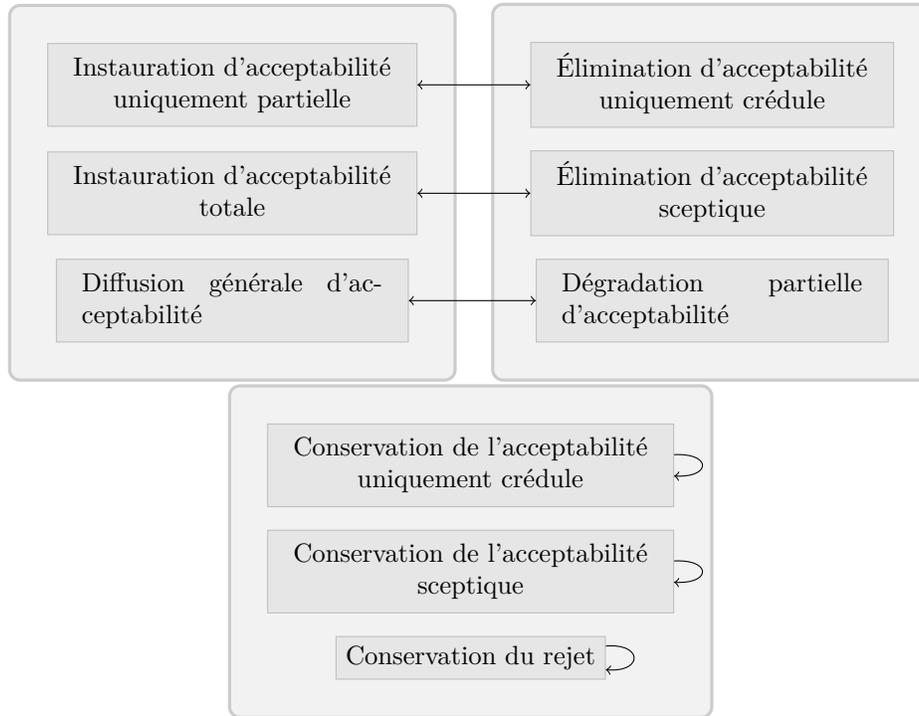


Figure 8 – Récapitulatif des différentes relations de dualité entre les propriétés concernant le statut d’un argument particulier (la flèche signifie “est le dual de”).

particulier (par exemple, lorsqu’un argument accepté sceptiquement avant un changement se retrouve rejeté après).

Nous avons par la suite, au sein de la deuxième partie, introduit et défini deux notions de dualité, à savoir la *dualité basée sur la notion d’inverse* et la *dualité basée sur la notion de symétrie*, dans le but de lier propriétés de changement et opérations de changement. Ces notions de dualité vont permettre de faciliter la caractérisation des opérations de changement. En effet, ce que nous découvrons à propos d’une opération particulière peut être transformé de façon à être appliqué à son opération duale. Par exemple, si nous procédons à la caractérisation d’une opération telle que l’addition d’un argument, tout résultat pourra être transformé de façon à caractériser l’opération de suppression d’un argument. Ces travaux ont déjà été initiés dans Bisquert et al. [2012] et demandent à être approfondis.

A Démonstrations

Démonstration de la proposition 1 page 19.

- Dans le cas de la sémantique basique, il y a une seule extension. Etant donné la condition 1, les conditions 2 et 3 sont trivialement équivalentes.
- Dans le cas de la sémantique préférée ou stable, supposons que les extensions de \mathcal{G} et \mathcal{G}' satisfont les conditions 1 et 2.
 - Nous allons tout d'abord établir qu'il n'est pas possible d'avoir deux extensions différentes \mathcal{E}_i et \mathcal{E}_k de \mathcal{G} contenues dans une extension \mathcal{E}'_j de \mathcal{G}' . Raisonnons par l'absurde. Supposons que $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_j$, $\mathcal{E}_k \subset \mathcal{E}'_j$ et $\mathcal{E}_i \neq \mathcal{E}_k$. L'ensemble $\mathcal{E}_i \cup \mathcal{E}_k$ est inclus dans \mathcal{E}'_j . Il est donc sans-conflit dans \mathcal{G}' , mais aussi dans \mathcal{G} puisqu'il est contenu dans \mathcal{G} . \mathcal{E}_i et \mathcal{E}_k sont des extensions préférées de \mathcal{G} (toute extension stable est aussi préférée), donc des ensembles qui défendent leurs éléments dans \mathcal{G} . L'ensemble $\mathcal{E}_i \cup \mathcal{E}_k$ défend donc lui aussi ses éléments dans \mathcal{G} . Donc cet ensemble est admissible dans \mathcal{G} . Enfin, $\mathcal{E}_i \neq \emptyset$ ce qui implique que l'ensemble $\mathcal{E}_i \cup \mathcal{E}_k$ contient strictement \mathcal{E}_k . Ce qui contredit le fait que \mathcal{E}_k est maximal admissible.
 - Le résultat précédent permet d'associer à chaque extension \mathcal{E}_i une extension $\mathcal{E}'_{j(i)}$ de telle sorte que $\mathcal{E}_i \subset \mathcal{E}'_{j(i)}$ et que si $i \neq k$ alors $j(i) \neq j(k)$. $\mathbf{E} = \{\mathcal{E}_1, \dots, \mathcal{E}_n\}$ donc l'ensemble des extensions de la forme $\mathcal{E}'_{j(i)}$ (qui est inclus dans \mathbf{E}') contient n extensions. Par la condition 1, nous savons que \mathbf{E}' contient aussi n extensions. Donc, \mathbf{E}' est exactement égal à l'ensemble des extensions de la forme $\mathcal{E}'_{j(i)}$. En conséquence, toute extension de \mathbf{E}' est de la forme $\mathcal{E}'_{j(i)}$ et contient donc strictement l'extension \mathcal{E}_i .

□

Démonstration de la proposition 2 page 20.

- Dans le cas de la sémantique basique, il y a une seule extension. Etant donné la condition 1, les conditions 2 et 3 sont trivialement équivalentes.
- Dans le cas de la sémantique préférée ou stable, supposons que les extensions de \mathcal{G} et \mathcal{G}' satisfont les conditions 1 et 3. La preuve est analogue à celle de la proposition concernant le changement *c-expansif*. On commence par établir par l'absurde qu'il n'est pas possible d'avoir

deux extensions différentes \mathcal{E}'_j et \mathcal{E}'_k de \mathcal{G}' contenues dans une extension \mathcal{E}_i de \mathcal{G} .

On en déduit ensuite que l'on peut associer à chaque extension \mathcal{E}'_j une extension $\mathcal{E}_{i(j)}$ de telle sorte que $\mathcal{E}'_j \subset \mathcal{E}_{i(j)}$ et que si $j \neq k$ alors $i(j) \neq i(k)$. L'ensemble des extensions de la forme $\mathcal{E}_{i(j)}$ (qui est inclus dans \mathbf{E}) contient $|\mathbf{E}'| = n$ extensions. Par la condition 1, on en déduit que l'ensemble des extensions de la forme $\mathcal{E}_{i(j)}$ est exactement égal à \mathbf{E} . En conséquence, toute extension de \mathbf{E} est de la forme $\mathcal{E}_{i(j)}$ et contient donc strictement l'extension \mathcal{E}'_j . □

Démonstration de la proposition 3 page 23.

- Le premier point découle directement des définitions 27 page 21 et 29 page 22.
- Le deuxième point découle directement des définitions 28 page 22 et 30 page 22. □

Démonstration de la proposition 4 page 31.

Découle directement des définitions 7 page 12, 38 page 31 et 39 page 31. □

Démonstration de la proposition 5.1 page 32.

D'après la proposition 4 page 31, un changement \mathcal{O} satisfait la propriété extensive si et seulement si son changement inverse \mathcal{O}' satisfait le symétrique de la propriété extensive. Or, d'après les définitions 39 page 31, 8 page 13 et 14 page 16, le symétrique de la propriété extensive est la propriété restrictive. Donc un changement est *extensif* si et seulement si le changement inverse est un changement *restrictif*. □

La démonstration des propositions 5.2 page 32 à 6.4 page 32 se fait de façon analogue à la proposition 5.1 page 32.

Démonstration de la proposition 6.5 page 32. Sachant que les différentes propriétés du changement que nous avons définies forment une partition de l'ensemble des changements possibles, et en nous appuyant sur les propositions précédentes, si un changement est *c-altering*, le changement inverse l'est aussi. □

Par ailleurs, la démonstration de chacun des items des propositions 7 à 10 pages 32–34 se fait également de façon analogue à la proposition 5.1 page 32.

Références

- Leila Amgoud and Claudette Cayrol. Inferring from inconsistency in preference-based argumentation frameworks. *International Journal of Automated Reasoning*, 29(2) :125–169, janvier 2002.
- Leila Amgoud, Nicolas Maudet, and Simon Parsons. Modelling dialogues using argumentation. In *Proc. of ICMAS*, pages 31–38, juillet 2000.
- Ringo Baumann and Gerhard Brewka. Expanding argumentation frameworks : Enforcing and monotonicity results. In *Proceeding of the 2010 conference on Computational Models of Argument : Proceedings of COMMA 2010*, pages 75–86, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 2010. IOS Press. ISBN 978-1-60750-618-8. URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1860828.1860838>.
- Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint Cyr - Bannay, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in argumentation systems : exploring the interest of removing an argument (regular paper). In Salem Benferhat and John Grant, editors, *International Conference on Scalable Uncertainty Management (SUM), Dayton, Ohio, 10/10/2011-12/10/2011*, pages 275–288, <http://www.springerlink.com/>, 2011. Springer-Verlag. URL <http://www.irit.fr/~Florence.Bannay/publis/BisquertSum2011.pdf>.
- Pierre Bisquert, Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Characterizing change in argumentation by using duality between addition and removal. Technical Report RR-2012-1-FR, IRIT, UPS, Toulouse, France, 2012. ftp://ftp.irit.fr/pub/IRIT/ADRIA/report_ipmu.pdf.
- Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Attack refinement and the grounded extension. In *Proc. of AAMAS*, pages 1213–1214, 2009a.
- Guido Boella, Souhila Kaci, and Leendert van der Torre. Dynamics in argumentation with single extensions : Abstraction principles and the grounded extension. In *Proc. of ECSQARU (LNAI 5590)*, pages 107–118, 2009b.
- Claudette Cayrol, Florence Dupin de Saint Cyr, and Marie-Christine Lagasquie-Schiex. Change in abstract argumentation frameworks : Ad-

ding an argument. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 38 :49–84, mai 2010.

Phan Minh Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77(2) :321–358, 1995.

Beishui Liao, Li Jin, and Robert C. Koons. Dynamics of argumentation systems : A division-based method. *Artificial Intelligence*, 175(11) : 1790 – 1814, 2011. ISSN 0004-3702. doi : DOI:10.1016/j.artint.2011.03.006. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0004370211000518>.

Martín O. Moguillansky, Nicolás D. Rotstein, Marcelo A. Falappa, Alejandro J. García, and Guillermo R. Simari. Argument theory change through defeater activation. In *Proceeding of the 2010 conference on Computational Models of Argument : Proceedings of COMMA 2010*, pages 359–366, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, 2010. IOS Press. ISBN 978-1-60750-618-8. URL <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1860828.1860862>.