



HAL
open science

La démarche originale de Jean Nicod et son intérêt pour la modélisation sémantique et les architectures cognitives

Catherine Recanati

► To cite this version:

Catherine Recanati. La démarche originale de Jean Nicod et son intérêt pour la modélisation sémantique et les architectures cognitives. 2020. hal-02861108v3

HAL Id: hal-02861108

<https://hal.science/hal-02861108v3>

Preprint submitted on 25 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

The original approach of Jean Nicod and its interest for semantic modeling and cognitive architectures

Catherine Recanati

LIPN - UMR7030, CNRS - Université Sorbonne Paris Nord,
Avenue J-B. Clément, F-93430 Villetaneuse, France
Catherine.Recanati@lipn.univ-paris13.fr

Abstract. This paper is partly an overview of *La géométrie dans le monde sensible* (1923) of J. Nicod. J. Nicod proposes here an original approach for the axiomatization of geometry. This approach, though incontestably logical and mathematical, consists in building the axioms, terms and notions used in geometry on *sensible* primitive relations, which are cognitively plausible because based on sense data. His methodological approach is original, and could help modeling in many domains, such as time and space in cognitive architectures. To conclude, we indicate a few hints to give the flavor of how it can also help the building of inferential systems manipulating iconic representations.

Keywords : logic, axiomatization, geometry, artificial intelligence, inferential systems, diagrams, time and space representation, formal and cognitive semantics.

Résumé. Cet article est en partie un résumé de *La géométrie dans le monde sensible* (1923) de J. Nicod. Il y propose une approche originale pour l'axiomatisation de la géométrie. Sa démarche, bien qu'incontestablement logique et mathématique, consiste à construire les axiomes, les termes et notions utilisés en géométrie sur des relations primitives *sensibles*, qui sont cognitivement plausibles parce que fondées sur les données des sens. Son approche méthodologique est originale, et peut aider la modélisation dans de nombreux domaines, comme celui du temps et de l'espace dans des architectures cognitives. En conclusion, nous indiquons quelques pistes pour montrer comment elle peut aussi aider à la construction de systèmes inférentiels manipulant des représentations iconiques.

Mots-clés : logique, axiomatisation, géométrie, intelligence artificielle, systèmes d'inférences, diagrammes, représentation du temps et de l'espace, sémantique formelle et cognitive.

La démarche originale de Jean Nicod et son intérêt pour la modélisation sémantique et les architectures cognitives

Catherine Recanati

I PRESENTATION

I.1 Introduction

Cet article est en partie un résumé de *La Géométrie dans le monde sensible*. Ce texte de 1923 qui devait constituer la première partie de sa thèse, a été publié juste après la mort de Nicod en 1924. Dans sa préface à sa publication, Bertrand Russell commence par ces mots : « La mort prématurée de Jean Nicod n'est pas seulement une cause de douleur profonde pour tous ceux qui l'ont connu ; elle est, pour les études philosophiques, une perte irréparable ». La thèse traite de la question du rapport entre la géométrie et la perception sensible – sujet qui reste aujourd'hui encore fondamental pour la modélisation de nos représentations, en linguistique comme en intelligence artificielle.

Nous avons rédigé en 1992 un abrégé de la thèse de Nicod pour nos partenaires (linguistes et informaticiens) du projet CogniSeine¹ "Modélisation cognitive de la représentation du temps et de l'espace dans la compréhension et la production du langage". Il y manquait le résumé des discussions logico-philosophiques de J. Nicod présentant sa démarche, et quelques perspectives d'applications. Nous avons comblé en partie ces manques dans cette nouvelle version de notre article, mais le public concerné reste le même. Nous nous adressons à des chercheurs, logiciens, architectes informaticiens ou linguistes, impliqués dans la modélisation de systèmes de représentations inférentiels. Nous poursuivons principalement deux buts : présenter la démarche de Nicod qui peut servir de modèle pour l'élaboration de systèmes inférentiels et en particulier des systèmes manipulant des représentations iconiques (dédiés par exemple à la sémantique formelle²); et en second lieu, fournir une liste des relations sensibles spatio-temporelles de Nicod permettant de les utiliser dans de tels systèmes.

I.2 Contexte historique

La Géométrie dans le monde sensible est un volet d'une thèse de logique. Les contributions françaises en logique entre les deux guerres mondiales ont joué un rôle dans l'évolution des conceptions de la logique mathématique et dans son développement. Avec le déclenchement de la première guerre mondiale et la disparition de Couturat, l'influence en France des *Principia mathematica* de Whitehead et Russell, parus de 1910 à 1913, reste limitée avant la parution des travaux de Nicod.

Nicod y poursuit des travaux de L. Rougier (parus en 1921) visant à caractériser les théories déductives. Sa démarche constitue une prolongation originale dont nous souhaitons souligner le caractère novateur, toujours d'actualité, puisque le texte de Nicod n'est encore que très partiellement connu, mais peut avoir des retombées de nombreux domaines.

Nicod part du constat de L. Rougier que « les principes propres des sciences déductives n'ont ... aucune valeur de vérité : ... ce sont des fonctions propositionnelles, qui ne sont ni vraies ni fausses, mais sont

¹ Collaboration Crea (R. Carter), Lipn (C. Recanati) et Dassault aviation (P. Zablit).

² Mais nous pensons que les primitives proposées par Nicod peuvent aussi être utilisées dans d'autres domaines.

susceptibles de devenir telles, moyennant certaines interprétations des variables qui y figurent ». Ainsi, « puisque la vérité des propositions que l'on déduit est indépendante de l'interprétation des notions premières sur lesquelles on raisonne, une théorie déductive a un caractère purement formel, indépendant de la matière à laquelle on l'applique. C'est une sorte de schème logique, un barème de déductions toutes faites, qui peuvent s'appliquer aux objets matériellement les plus divers, pourvu que ceux-là vérifient les relations énoncées, dans les propositions premières, entre les symboles non définis de la théorie »³.

Ces travaux ont mis en évidence la multiplicité des « systèmes de notions et propositions premières, tous équivalents entre eux », utilisés « pour exposer déductivement la géométrie métrique d'Euclide », sans montrer pourquoi il est possible de « déduire le même corps de propositions »⁴. Nicod montre que « il est possible de traduire les expressions simples d'un système par des expressions composées de l'autre de telle manière que les axiomes du premier système (et par suite toutes ses propositions) se trouvent traduits par des propositions du second système »⁵ et vice-versa. Mais ce n'est en réalité qu'une traduction purement formelle, car les termes traduits, bien que portant le même nom dans chacun des deux systèmes, n'ont aucune raison *a priori* de référer aux mêmes notions. Là n'est donc pas l'essentiel de sa démarche.

II DEMARCHE DE JEAN NICOD

II.1 Originalité de la démarche

Si l'approche de Nicod part de l'analyse de Rougier, elle reste très différente d'une analyse de logique mathématique. Les systèmes abstraits peuvent en effet être comparés dit-il sur leur simplicité formelle : le nombre d'axiomes, leur simplicité, le nombre de primitives, etc., mais ce sont là des critères de *simplicité intrinsèque*. Cette simplicité qualifie la forme du système logique et n'a rien à voir avec la simplicité de sens que peuvent prendre les expressions primitives du système. Ce second type de simplicité, qualifiée par Nicod de *simplicité extrinsèque*, est d'une toute autre nature, car elle est relative au domaine d'interprétation. La simplicité du sens des expressions du système caractérise en fait l'adéquation du système logique au domaine d'interprétation considéré⁶.

Les géométries abstraites posent en effet l'existence *a priori* d'entités primitives et de relations, sans justifier leur introduction. On voit apparaître ainsi plusieurs systèmes d'axiomes inséparables, c'est-à-dire vrais des mêmes réalités, mais qui sont cependant incompatibles, car fondés sur des entités (notions primitives introduites pour fonder une notion particulière) qui sont structurellement incompatibles. Comment choisir alors entre ces différents systèmes ? Par exemple, pourquoi choisir la notion primitive de point par opposition à celle de volume en géométrie, alors que, contrairement aux termes logiques ordinaires, les termes de *point*, *droite* et *distance*, qui nous sont en réalité entièrement inconnus, figureront alors dans une géométrie abstraite au sein de quelques propositions initiales⁷. A noter que cette remarque

³ Louis Rougier, *op. cit.* 518.

⁴ Jean Nicod, *op. cit.* 27.

⁵ Jean Nicod, *op. cit.* 16-17.

⁶ Jean Nicod, *op. cit.* 22.

⁷ Il y sera mentionné par exemple la classe des "points", la relation de trois points "en droite ligne", et la relation de deux couples de points "séparés par une même distance". Ces expressions permettent ensuite d'introduire d'autres

vaut aussi pour deux systèmes d'axiomes ayant pour primitive une notion de point, mais se différenciant formellement par l'adjonction de relations différentes (comme c'est le cas par exemple des géométries euclidiennes et non euclidiennes). Car « Chaque système ne connaît au fond que ses propres expressions primitives, et ne saurait parler d'autre chose. Si l'on parvient à retrouver les mêmes énoncés ici et là, c'est grâce à l'artifice d'abréviations identiques recouvrant des expressions différentes, et ce n'est là qu'un habile jeu de mots »⁸.

La question posée par Nicod est en fait la suivante : Existe-t-il une forme de géométrie (i.e. un système d'entités primitives et d'axiomes les articulant) qui soit plus simple que les autres *extrinsèquement* pour décrire le domaine de la physique (cette dernière étant basée sur la géométrie) ? Pour répondre à cette question, il propose, partant de données psychologiques et empiriques, de trouver d'abord des termes physiques *sensibles* et des relations fondamentales entre ces termes, pour construire ensuite (dans des cas particuliers) différentes géométries fondées sur ces termes et les notions en ayant émergé. Sa démarche est tout-à-fait originale, et s'oppose à celle de Whitehead, qui « part pourtant de la même observation » comme le souligne Russell dans sa préface à la publication de la thèse.

Selon Russell, si l'on regrette que les systèmes logiques de géométrie ne fondent leurs entités de base (comme celles de droite, point, plan) sur aucune notion psychologique particulière, deux « corrections » sont alors envisageables : partir d'un système mathématique achevé (une géométrie euclidienne basée sur les points par exemple) pour rétrograder ensuite vers des entités plus proches de la perception sensible, comme par exemple les volumes. C'est la méthode dite de *l'abstraction extensive* développée par Whitehead. « Mais cette méthode part du système mathématique achevé, qui est le but à atteindre, et va en rétrogradant vers des entités plus analogues à celles de la perception sensible. La méthode adoptée par Nicod suit l'ordre inverse : partant des données de la perception, elle s'efforce d'atteindre aux diverses géométries qui peuvent être fondées sur elles. C'est là un problème difficile et nouveau »⁹.

II.2 Plan de La géométrie dans le monde sensible

Dans la première partie intitulée *L'ordre géométrique*, Nicod expose d'abord la nature profondément logique de la géométrie pure, puis le rapport formel qui peut exister entre plusieurs géométries comme celle de points ou celles de volumes, pour en conclure qu'elles ne sont en réalité que les facettes d'une même géométrie abstraite.

Dans le chapitre I, il s'interroge sur les systèmes de sens satisfaisant aux axiomes de la géométrie euclidienne. Dans le second, il exhibe une interprétation de l'un d'entre eux dans le domaine arithmétique. S'interrogeant sur les conséquences du rapport entre plusieurs systèmes, il conclut dans le chapitre III que « la vérité des uns ou des autres n'a pas de sens, ou du moins n'a qu'un sens spécial. Or si les géométries non euclidiennes sont bien traduisibles dans l'une quelconque des géométries euclidiennes, et si la traduction inverse est également possible, ... il résulte qu'elles ne diffèrent pas autrement des géométries euclidiennes que celles-ci ne diffèrent entre elles, si ce n'est par la conservation des mêmes mots de droite et de congruence pour désigner des expressions primitives de propriété différentes »¹⁰.

termes, comme celui de "sphère", considéré alors comme une abréviation pour la "classe de points séparés d'un certain point par une même distance".

⁸ Jean Nicod, *op. cit.* 15.

⁹ Russell dans la préface à Jean Nicod, *op. cit.* VII.

¹⁰ Jean Nicod, *op. cit.* 21.

Dans le chapitre IV *Points et volumes*, il discute plus en détail la différence entre ces deux types de géométries, discutant et détaillant particulièrement les volumes de Whitehead. Mais conclut-il, si l'on convient « d'appeler tout système de sens rendant vrais les axiomes d'une géométrie un espace. Nous nous demandons s'il y a des espaces. Il y en a : nous en avons découvert dans le domaine des nombres¹¹. Dès lors nous savons que la géométrie n'enferme aucune contradiction, puisqu'elle n'est pas sans exemples. Ces solutions arithmétiques, étant les seules a priori, sont les seules théoriquement certaines. Cependant, elles ne nous intéressent pas, car ce n'est pas dans le domaine des idées pures que nous voulons voir se refléter l'ordre géométrique, mais dans la nature sensible »¹².

Il aborde ensuite la deuxième partie *Les termes et les relations sensibles*, où il commence par analyser de manière très fine les relations spatio-temporelles, et construit peu à peu la notion de *terme sensible* au moyen de diverses notions et relations. C'est l'ensemble de ces relations que nous listons dans la prochaine section. Nicod porte ici toute son attention sur la simplicité des relations et des termes envisagés d'un point de vue cognitif. C'est le caractère immédiat et indécomposable des termes qui est mis en avant, qu'il s'agisse de données perceptuelles (les *données sensibles*) ou des relations conceptuelles qui les lient.

Une fois dégagées ces relations primitives ayant trait à la représentation du temps et de l'espace, il envisage dans la troisième partie *Quelques géométries sensibles*, c'est-à-dire différents mondes dans lesquels un être, doté d'un nombre limité de capacités sensorielles, élabore une théorie de l'espace dans lequel il se trouve en observant dans ses expériences sensorielles la répétition de certaines de leurs combinaisons. Sa théorie de l'espace est ainsi construite à partir de notions qui émergent du fait de la répétition de motifs sur les données de ses sens¹³. Les notions que cet observateur découvre lui permettent alors d'énoncer des lois relatives à son univers.

Nous présenterons cette partie dans notre quatrième section. Nicod y montre, par l'intermédiaire d'expériences de pensée, comment différents sens primitifs (comme l'ouïe et la kinesthésie par exemple) peuvent combiner entre eux leur structure formelle pour aboutir à une construction euclidienne de l'espace, ou comment, à partir de deux groupes de relations différentes, on aboutit en fait encore à la même géométrie. Ces constructions sont ainsi des systèmes logiques, dont Nicod montrent qu'elles constituent des « *solutions* » à un système de géométrie abstrait traditionnel. Il met ici en relation un système euclidien abstrait et un système sensible. Il cherche à donner sens aux termes abstraits à partir de primitives sensibles, non mathématiques, fondées sur des données empiriques. Il justifie ainsi, en tant que logicien, la consistance du système euclidien abstrait, en montrant l'existence d'une solution non mathématique à ce système dans le monde sensible.

Le fait que ces constructions soient élaborées à partir d'exemples jouets, simples et minimalistes, est une caractéristique méthodologique importante de sa thèse. Nous souhaitons souligner que cette démarche (utilisée classiquement dans l'élaboration des théories logiques ou mathématiques) constitue l'exemple à suivre dans l'élaboration de systèmes d'inférences - en linguistique comme en intelligence artificielle. C'est tout particulièrement le cas pour la construction d'une théorie générale des systèmes de représentations diagrammatiques, ou des systèmes de représentations hétérogènes (i.e. mêlant des

¹¹ Il réfère ici à l'exemple de géométrie euclidienne en arithmétique qu'il a donné p.11.

¹² Jean Nicod, *op. cit.* 36.

¹³ C'est peut-être ce que nous faisons en mémorisant certaines données de nos sens dans les réseaux de neurones de notre cerveau.

représentations iconiques et à des représentations textuelles, comme celles de la logique traditionnelle).

III LES TERMES ET LES RELATIONS SENSIBLES

Cette section est consacrée à l'énumération des relations retenues par Nicod, et pourra servir de support dans la modélisation de systèmes où une partie logique serait fondée sur des relations sensibles. Nous ne résumerons pas ici toutes les discussions subtiles portant sur la notion de terme sensible ni sur le choix des relations retenues. Nous renvoyons le lecteur intéressé aux chapitres de la seconde partie de la thèse, en particulier aux deux premiers : *Les relations spatio-temporelles indépendantes de la distinction de l'étendue et de la durée - la notion de terme sensible*, et le second *Les relations temporelles et l'hypothèse des durées*. Nous ferons toutefois quelques références à ces premiers chapitres, en particulier à propos de la notion de durée.

III.1 Les relations spatio-temporelles

Nicod remarque d'abord que les relations spatio-temporelles ne sont pas décomposables en termes de relations spatiales d'une part, et de relations temporelles de l'autre. De même qu'il existe une relation d'inclusion spatiale et une relation d'inclusion temporelle, il existe une *relation d'intériorité* spatio-temporelle indécomposable : « Je suis du regard le vol d'un aigle qui traverse mon champs de vision d'un glissement lent et continu, dont je saisis l'ensemble comme un seul terme visuel. Au milieu de son parcours, l'aigle a donné un seul coup d'aile. Entre l'événement qu'a été pour moi ce coup d'aile et l'événement plus vaste qu'a été pour moi le vol de l'oiseau, je saisis un rapport très clair et sans doute très simple que j'exprime en disant que le premier de ces deux termes sensibles est intérieur au second »¹⁴. Même si l'intériorité de données a et b entraîne à la fois, l'inclusion spatiale de leurs *étendues* (ou *extensions*) et l'inclusion temporelle de leurs *durées*, la réciproque n'est pas vraie, comme Nicod en fait la démonstration en s'appuyant sur l'existence d'objets mobiles pour lesquels l'inclusion spatiale est intrinsèquement liée au temps et ne détermine plus l'intériorité¹⁵.

Dans les relations spatio-temporelles, Nicod considère donc une première famille de relations, qui fondent la notion de terme sensible à partir de la relation d'intériorité et de différents critères comme ceux de la simplicité ou de la composition logique. Il s'agit de¹⁶ :

- L'intériorité spatio-temporelle
- La pénétration (ou interpénétration) spatio-temporelle
- L'extériorité spatio-temporelle
- La continuité spatio-temporelle

III.2 Les relations temporelles et l'hypothèse des durées

Les relations temporelles constituent donc une seconde famille de relations. On y distingue *a priori* quatre relations temporelles sur les données sensibles, semblables aux relations spatio-temporelles et dont les trois dernières renvoient aux cas de non inclusion temporelle :

- L'inclusion temporelle (la relation *pendant*)
- L'interférence temporelle (quand l'une des donnée commence avant que l'autre ne finisse)

¹⁴ Jean Nicod, *op. cit.* 41.

¹⁵ Jean Nicod, *op. cit.* 42-44.

¹⁶ Jean Nicod, *op. cit.* 49.

- La séparation (ou non interférence)
- La prolongation (quand l'une des données commence exactement quand l'autre finit)

Mais il souligne l'existence d'une autre relation temporelle importante, la relation de *simultanéité* (quand deux données commencent et finissent ensemble). La simultanéité joue un rôle important car une de ses propriétés est de *transmettre toutes les relations temporelles*. Cette remarque lui permettra plus tard de montrer des équivalences entre diverses géométries sensibles.

Il souhaite aussi ajouter aux relations temporelles énumérées plus haut, des relations de précédences qui coïncident en extension avec les cas de séparation, prolongation et d'interférence, mais que Nicod tient cependant à distinguer. Il s'agit des relations appelées relations de *successions*¹⁷ :

- La succession entière (séparation)
- La succession immédiate (prolongation)
- La succession partielle (interférence)

Cette famille de relations temporelles retenue par le sens commun, regroupe des relations temporelles qui sont en réalité des relations entre durées, et non pas des relations entre termes sensibles simples. Car pour Nicod, les durées ne sont pas des termes simples, mais des classes de termes.

L'hypothèse selon laquelle les durées sont des entités simples (des *durées-êtres*) qui participeraient à la définition de toutes les relations temporelles - une relation temporelle entre deux termes sensibles se ramenant alors toujours à une relation entre leurs durées - est qualifiée par Nicod de « doctrine du temps absolu ». Cette conception, rejetée par Nicod, correspondrait aujourd'hui aux systèmes ayant choisi de représenter le temps par des intervalles. Nicod préfère la théorie selon laquelle la durée d'un terme représente « la classe de tous les termes sensibles simultanés à ce même terme, incluant ce terme lui-même »¹⁸ (c'est-à-dire des *durées-classes*). Cette conception préserve l'observation que la simultanéité conserve toutes les relations temporelles, et présente entre autres avantages, celui d'économiser les termes simples. Soulignons au passage que Nicod ne considère pas cette notion de *durée sensible* comme mesurable. Il s'oppose ainsi à la réduction des relations temporelles à une seule qui serait la précédence. Même si cette réduction est formellement possible, une telle construction ne rendrait pas compte du fait que les relations temporelles entre termes sensibles sont appréhendées *directement* entre ces termes, et bien qu'une relation de précédence permette de les élaborer du point de vue de la logique, il ne s'agit pas toujours de la même relation de précédence, même si elle possède les mêmes propriétés formelles. Ainsi pour la succession entière (séparation), « En donnant au signe = le sens d'équivalence de fait qu'il a en logique mathématique, je puis écrire :

$$\begin{aligned}
 a \text{ précède } b &= b \text{ suit } a \\
 a \text{ pendant } b &= \text{tout } x \text{ qui précède } b \text{ précède } a \\
 &\text{et tout } x \text{ qui suit } b \text{ suit } a
 \end{aligned}$$

et ainsi de suite ». Mais le second membre de l'équivalence contient une quantification sur un terme x qui n'apparaît pas dans le premier membre. Au mieux le second membre peut-il être inféré de l'existence de la relation du premier membre. « ...ce que je constate, c'est la présence entre a et b d'une relation ne mettant en jeu nul autre terme sensible, la relation simple pendant - et qu'ensuite seulement, j'en infère cette

¹⁷ Jean Nicod, *op. cit.* 53-54.

¹⁸ Jean Nicod, *op. cit.* 57.

seconde relation de a et de b dans laquelle interviennent toutes les autres données sensibles »¹⁹.

Nicod retient donc, après diverses discussions, toutes les relations temporelles mentionnées plus haut, en soulignant qu'il y a là plusieurs relations originales analogues, dont certaines pourront être retenues selon le point de vue adopté par un système, en considérant leur simplicité ou leur complexité dans un cas particulier. Il conclut néanmoins qu'il existe un groupe naturel de lois analogues du temps sensible²⁰ dans lequel :

- La simultanéité transmet toutes les relations temporelles
- La simultanéité est transitive et symétrique
- Deux termes sensibles sont toujours liés par l'une quelconque des relations temporelles
- L'inclusion temporelle est transitive
- La succession entière est transitive et asymétrique

III.3 La ressemblance globale et le groupe des relations spatiales

Les relations de ressemblances sont fondamentales chez Nicod. Il expose donc ensuite dans sa conception des relations de ressemblance sur laquelle il va fonder le groupe des relations spatiales.

III.3.1 Ressemblance globale

Il y a plusieurs sortes de ressemblances. La ressemblance entre deux termes est une relation qui peut être parfaite, mais qui peut aussi avoir des degrés. Il faut donc distinguer la ressemblance globale parfaite de la simple ressemblance globale entre deux termes, qui elle est susceptible d'avoir des degrés²¹.

Mais la notion de degrés peut elle aussi s'entendre de plusieurs manières. On peut comparer deux termes directement, mais il existe aussi des ressemblances indirectes, comme « la ressemblance entre deux choses pour lesquelles on éprouve le même type de sentiment ». Comparer la manière dont deux termes b et c ressemblent à un même terme a (i.e. comparer des mesures de ressemblance aRb et aRc), peut signifier que l'on compare directement a à b et a à c selon la même relation de ressemblance globale. Cependant la phrase " a ressemble plus à b qu'à c " peut aussi s'employer de manière relative — les ressemblances de a à b et de a à c n'étant pas calculées de manière indépendante, mais à partir en réalité de la donnée des trois termes a , b et c . La relation de ressemblance utilisée ici s'oppose à la simple ressemblance globale entre deux termes et est qualifiée par Nicod de *relation d'ordre de ressemblance* car elle introduit un ordre dans les relations de ressemblances entre termes.

Selon Nicod, toute relation de ressemblance peut finalement se diviser en un trio de trois relations de ressemblances : une ressemblance pure et simple entre deux termes, une ressemblance parfaite (sorte d'identité), et un ordre de ressemblance entre trois termes (a ressemble globalement plus à b qu'à c). « La ressemblance simple ayant un contenu aussi voisin de zéro qu'on veut, et la ressemblance parfaite demeurant toujours incertaine — l'une se perdant dans le vague, l'autre dans l'idéal — l'ordre de

¹⁹ Jean Nicod, *op. cit.* 59-60.

²⁰ Jean Nicod, *op. cit.* 61-62.

²¹ Jean Nicod, *op. cit.* 64-65.

ressemblance est en tous cas le relation la plus positive des trois »²².

III.3.2 Ressemblances partielles

Les ressemblances *partielles* sont des ressemblances sur une qualité particulière. Ainsi, pour un sens comme l'ouïe, on pourra distinguer les faits que deux sons se ressemblent selon le timbre, la hauteur, ou l'intensité. Pour un sens comme la vue, on distinguera la *ressemblance locale* (ou localisation) des *ressemblances qualitatives* comme la couleur, la brillance, la texture. Nicod reprend les distinctions introduites à propos de la ressemblance globale, et divise les ressemblances partielles en trois relations :

- La ressemblance pure et simple (entre deux termes selon un trait particulier). Comme l'objet A (orange) ressemble à l'objet B (jaune d'or) selon la couleur; ou encore, l'objet A est proche de l'objet B (ressemblance locale).
- La ressemblance parfaite (sorte d'identité d'un trait donné pour deux termes). Ainsi l'objet A (orange) ressemble parfaitement à l'objet B (orange) selon la couleur, ou encore l'objet A est au même endroit que l'objet B.
- L'ordre de ressemblance entre trois termes. Ainsi l'objet A (vert) ressemble plus à l'objet B (bleu) qu'à l'objet C (orange), ou encore A est plus proche de B que de C.

La *ressemblance locale* possède cependant la particularité de pouvoir s'associer à d'autres ressemblances qualitatives. Cette propriété d'association de la localisation donne une richesse particulière aux sens de la vue et du toucher, par opposition aux sens olfactif et kinesthésique qui n'ont en quelque sorte qu'une seule dimension. « Au point de vue de l'ordre de mes données sensibles, l'existence côte à côte d'une ressemblance locale et d'une ressemblance qualitative ne joue aucun rôle, tant que ces ressemblances vont de pair ou que l'une d'elles réunit deux termes quelconques. La trame des lois possibles n'en est nullement enrichie. Ce qui importe, c'est l'existence d'une ressemblance locale et d'une ressemblance qualitative qui divergent, c'est la présence de deux réseaux de ressemblances qui se croisent, classant les données de deux manières différentes. Le toucher et la vue possèdent seuls cette richesse de structure. C'est pourquoi ils donnent des géométries particulièrement intéressantes »²³.

III.3.3 Les relations spatiales : les relations du groupe de la ressemblance locale

Les relations spatiales sont introduites comme le groupe des relations transmises par une ressemblance particulière: la ressemblance locale parfaite (ou *localisation*). Ce groupe de relations est tout-à-fait analogue à celui des relations temporelles. La ressemblance locale est analogue à la simultanéité temporelle: elle traduit l'identité spatiale comme la simultanéité traduit l'identité temporelle.

Nicod distingue d'abord les relations spatiales liées à la ressemblance locale :

- La ressemblance locale parfaite
- L'inclusion
- L'empiétement
- La séparation locale

²² Jean Nicod, *op. cit.* 65.

²³ Jean Nicod, *op. cit.* 67.

Il introduit aussi les relations de positions. Ces relations font partie du groupe de la ressemblance locale car elles transmettent cette dernière (comme les relations temporelles transmettent la simultanéité), mais elles n'ont pas d'analogues temporelles. Il s'agit de :

- L'alignement
- L'égalité d'écartement (angulaire)

Ces relations paraissent plus à même d'illustrer l'ordre abstrait géométrique, mais « c'est faute de concevoir la géométrie assez abstraitement »²⁴ dit Nicod. Contrairement à la plupart des géométries abstraites il ne considère pas les relations de positions comme essentielles, car elles peuvent être éliminées au profit des rapports formés entre les autres relations. Elles dupliquent donc en quelque sorte l'ordre spatial déjà introduit par la combinaison d'autres relations. Ce point sera illustré plus loin dans la thèse sur un exemple concret.

IV QUELQUES GEOMETRIES SENSIBLES

Dans des expériences de pensée où il imagine des êtres doués de quelques sens restreints (c'est-à-dire ne leur permettant de distinguer que quelques unes des relations précédentes), Nicod cherche à caractériser *l'espace* que de tels êtres pourraient construire, c'est-à-dire les *notions* qu'ils seraient capables de voir émerger pour caractériser leur environnement, et *les lois* de l'univers qu'ils pourraient alors découvrir sur ces notions.

Comme nous l'avons déjà dit, ces constructions sont des systèmes logiques, dont Nicod montrent qu'ils constituent des solutions à un système de géométrie euclidienne abstrait traditionnel. Nicod considère ici le système euclidien abstrait constitué d'une classe de *points* p , d'une (unique) relation primitive de congruence C entre deux couples de points, et d'un groupe d'axiomes $G(p, C)$ faisant intervenir les points et cette relation de congruence. Découvrir une solution de ce système formel $G(p, C)$ dans la nature sensible à partir d'une classe de termes sensibles s , de diverses relations sensibles élémentaires R_1, \dots, R_N et d'un ensemble de lois inductivement probables $E(s, R_1, \dots, R_N)$, revient à « former logiquement avec les relations R et la classe s , une relation de congruence C_0 et une classe de points p_0 qui soient telles que $G(p_0, C_0)$ soit impliqué dans $E(s, R_1, \dots, R_N)$ »²⁵. Il s'agit dans ce cas de mettre en correspondance ce système euclidien abstrait et un système sensible, en exhibant une relation de congruence et une classe de points au sein de ce système sensible.

Dans chacun des mondes qu'il imagine, Nicod ne fait figurer qu'un petit nombre de relations et montre que ces relations suffisent à fournir une solution au système de la géométrie euclidienne des points et de la congruence. Parmi les groupes de relations utilisées figurent en particulier : le groupe de l'association de la succession temporelle et de la ressemblance globale, celui des relations de positions, ainsi que le groupe des trois ressemblances : locale, qualitative et temporelle. Nicod montre au passage l'équivalence des deux derniers systèmes sensibles du point de vue de la géométrie spatiale introduite.

²⁴ Jean Nicod, *op. cit.* 70.

²⁵ Jean Nicod, *op. cit.* 78.

IV.1 Géométries de la succession et de la ressemblance

Dans deux chapitres intitulés, *Succession et ressemblance I et II*, Nicod discute de nombreuses associations de relations de succession et de ressemblances²⁶. Nous ne mentionnerons ici qu'une partie de ses analyses et conclusions, au travers de différents exemples qu'il donne.

Il considère d'abord le cas d'un individu qui se déplacerait sur une ligne quelconque, ouverte et simple, et qui entendrait après chaque déplacement effectué un son différent, comme le ferait un animal aveugle se déplaçant sur un piano. La succession des sons engendre ici un ordre total, c'est-à-dire l'ordre défini par une relation asymétrique, transitive et connectée²⁷. L'ordre introduit par la relation de ressemblance entre deux sons (les notes) est différent : il est symétrique et non connecté. Il n'ajouterait rien à l'ordre de la succession des sons si le mobile se déplaçait toujours dans le même sens. Mais si on l'autorise à rebrousser chemin et à se mouvoir aléatoirement, le sujet de l'expérience observera un nouvel ordre, induit par la relation de ressemblance entre deux sons. « La succession classe tous les sons en une série unique. La ressemblance forme, d'autre part, des classes de sons semblables entre eux mais différents de tous les autres. Or ces classes de sons semblables ont leurs membres dispersés dans l'ordre du temps : la double structure qui s'introduit de ce fait est peut-être le trait le plus fondamental de la nature sensible. Ce mélange de succession et de ressemblance forme toute la physique »²⁸.

Le sujet pourra alors observer des lois de disposition des notes qui reflèteront également l'ordre linéaire. La nature géométrique de la ligne permet en effet d'affirmer que si l'on en considère trois tronçons, il y en a toujours un qui se trouve entre les deux autres. De la même manière, si l'on considère trois notes quelconques, il y en aura toujours une qui se trouvera située entre les deux autres. L'ordre ainsi induit entre les notes est donc le même que celui introduit entre les sons, mais il s'exprimera plus simplement en termes de notes. On peut ainsi faire apparaître une nouvelle relation, la relation de coupure entre trois notes, ou relation *entre*, ici indépendante de l'ordre de parcours :

$$A (xyz) \Leftrightarrow ((xy) \text{ et } (yz)) \text{ ou } ((zy) \text{ et } (yx))$$

Ces deux relations (coupure et ordre linéaire des sons) donnent toute la description de la géométrie de la ligne. On y voit ici une autre forme du relativisme logique car la géométrie (réduite ici à l'ordre d'une ligne simple) peut s'y exprimer deux fois : une fois en termes de sons, avec la relation de succession, et une seconde fois en termes de notes avec la relation *entre*. Cependant, l'ordre des sons illustre une propriété générale du temps sensible dans cet univers, alors que l'ordre des notes n'illustre qu'une propriété particulière de la trajectoire empruntée.

Une construction similaire sera développée pour une ligne multiple, en la fragmentant en tronçons que Nicod appellera *séquences* (qui sont pour nous des segments). Ainsi, si la ligne forme un Y ou un T, elle pourra être décomposée en trois séquences jointes par une note que le sujet pourra qualifier de multiple (car elle a plusieurs voisines possibles, ce qui permet différents branchements²⁹). Une construction similaire à celle effectuée sur une ligne simple pourra alors être fondée sur la notion de séquence : dans toute suite de sons appartenant aux notes d'une même séquence, il y aura toujours une de trois notes quelconques qui séparera les deux autres. On peut aussi définir différents types de séquences : les

²⁶ Jean Nicod, *op.cit.* 81-106.

²⁷ Une relation R est connectée (ou connexe) quand *a différent de b entraîne aRb ou bRa*.

²⁸ Jean Nicod, *op.cit.* 84.

²⁹ On pourra s'inspirer de cet exemple dans la modélisation de temps grammaticaux futurs ou conditionnels.

séquences isolées, les séquences intérieures et les séquences closes.

Pour un sujet dont la ligne multiple serait isomorphe à un H, la théorie sera la suivante : l'univers est fait de sons ; les sons par leur ressemblance forment des notes, et l'ensemble des notes se décompose en deux notes multiples reliées par une séquence intérieure, et voisines de deux séquences isolées. Et pour décrire une ligne isomorphe à un 8, il faudrait utiliser la notion de séquence close. Dans le monde précédent (où les retours en arrière ne sont pas perçus par un sens kinesthésique), les relations entre les notes ne sont pas perçues comme des relations entre des *choses*, mais comme des relations entre des *espèces*. Le découpage de la ligne en sections différentes ne sera pas perçu comme un découpage en différentes unités, mais comme l'énoncé des caractéristiques d'espèces différentes. En effet, la forme de la trajectoire n'est pas envisagée par le sujet comme un fait individuel. Seules les relations abstraites entre les notes en rendent compte. Mais les rapports entre les notes ne traduisent pas pour ce sujet des rapports entre objets. Par contre pour nous, qui nous représentons les sections de manière individuelle (à cause de notre concept de trajectoire), nous voyons dans les notes un rapport moins abstrait que l'expression de la simple ressemblance. Mais pour le sujet de cette expérience, dit Nicod, la chose et l'espèce sont alors confondues.

Pour faire toucher du doigt la complexité de la notion de *chose*, Nicod complique encore un peu l'univers précédent. Sur une ligne ouverte et simple, il construit la notion de suite de notes symétriques, bâtie sur l'idée d'un retour de sons semblables lors d'un parcours inverse (cette notion est destinée à palier l'absence de données kinesthésiques permettant de percevoir le retour à une position antérieure). Une suite symétrique sera une suite de sons répartis de part et d'autre d'un son central de manière que les sons qui le précédent et ceux qui le suivent (d'un même nombre) soient semblables. Les passages successifs sur la même section sont caractérisés par le fait qu'un son et un son semblable seront séparés par des sons joués en ordre inverse. Si on appelle alors *unité* un tel son, cette notion pourra se substituer à celle de note et permettra de faire réapparaître l'ordre linéaire, dont les éléments seront maintenant groupés par unité. Cette fois, le sujet pourra énoncer la loi : de trois unités quelconques, il en est une qui est située entre les deux autres. Lorsque la fonction d'ordre passe ainsi des notes aux unités, on se rapproche un peu de la notion de chose. En effet, le classement des sons en unité ne se fonde plus sur leurs seules qualités respectives, mais sur le contenu tout entier de la durée sensible qui les sépare.

Nicod envisage aussi un univers plus général de surfaces ou régions, et observe que grâce à un pavage, le même genre de construction peut être fait. L'ordre d'une surface et de l'espace même peut s'exprimer dans les seuls rapports de succession et de ressemblance globale de données externes. La géométrie qui s'y reflète est encore une géométrie topologique.

Il considère ensuite le cas d'un individu doté d'un sens kinesthésique parfait se déplaçant sur un plan. La différence d'avec l'expérience précédente tient tout d'abord au type des données qui lui parviennent, puisqu'il pourra combiner des données kinesthésiques et les données d'un sens externe quelconque. Cette différence pourrait paraître négligeable, car pour un observateur errant dans un monde immuable, la ressemblance de données marque le retour en un même lieu, alors que le retour de deux données kinesthésiques marque le retour d'un même changement de lieu. Ici encore, Nicod montre comment les retours de liens de ressemblance globale à travers la succession temporelle peuvent permettre d'élaborer une géométrie. Il lui suffira de rajouter la possibilité de reconnaître une position particulière grâce à la perception d'un repère (sonore par exemple), pour construire, à partir des sensations de retour à cette position initiale et à l'aide de diverses définitions de séquences de mouvement, toute la géométrie plane des déplacements. Nicod définit, à la suite d'un long développement, la connexion de deux couples de points (sorte de points homologues, i.e. séparés par une même distance et transformables l'un dans l'autre

par une translation). Cette définition permet de retrouver toute la géométrie des points et de la congruence de points. Ces dernières géométries sont plus complètes que celles des constructions précédentes. Cela tient en partie au fait que l'on a introduit en sus des sensations purement internes (retour de la même sensation), celle d'une sensation externe (retour à une position extérieure). Nicod se demande alors si les relations de positions sont toujours nécessaires pour obtenir toute la géométrie. Et il va montrer que non.

IV.2 Relations de position, simultanéité, ressemblances qualitative et locale

Bien que déjà fort intéressantes, les géométries fondées sur une seule relation de ressemblance ne peuvent avoir la richesse des géométries produites par un sens multiple comme la vision. Un son n'est qu'un retour de la même note (premier exemple), une donnée kinesthésique qu'un retour d'une même sensation (deuxième exemple). Par contre une donnée visuelle est la donnée simultanée d'une localisation et d'une qualité. Car un terme visuel est qualifié à la fois par sa place (sa localité) et par exemple par sa couleur (sa qualité). La vision permet donc d'établir des relations plus intéressantes, comme les relations de position, dans lesquelles l'ordre de la succession temporelle ne joue plus aucun rôle. Mais Nicod va alors s'attacher à montrer que même si les relations de positions sont les plus simples pour construire une géométrie, les relations de ressemblance temporelle, ressemblance locale et ressemblance qualitative, suffisent à elles seules pour construire toute la géométrie plane, car les relations de positions peuvent être ramenées à des combinaisons complexes de ces ressemblances liées dans une expérience passée. Nicod a distingué en effet trois relations de ressemblances parfaites qui sont :

- La ressemblance locale (L)
- La ressemblance qualitative (Q)
- La ressemblance temporelle (T)

Il va montrer que ces trois ressemblances permettent de définir trois classes de termes sensibles, selon qu'ils se ressemblent par l'une ou l'autre de ces relations. Ainsi apparaissent, avec la ressemblance locale, *la classe des lieux sensibles*, avec la ressemblance qualitative, *la classe des objets*, et enfin avec la ressemblance temporelle, *la classe des vues*. La connexion N de bipoints introduits précédemment (intuitivement deux points dessinant des vecteurs parallèles) sur laquelle se fonde toute la géométrie des positions, se transmet d'une vue à d'autres vues, à la fois par ressemblance locale L et par ressemblance qualitative Q. Cette transmission par L ou Q est illustrée sur les schémas de la figure 1 (provenant de la thèse de Nicod³⁰).

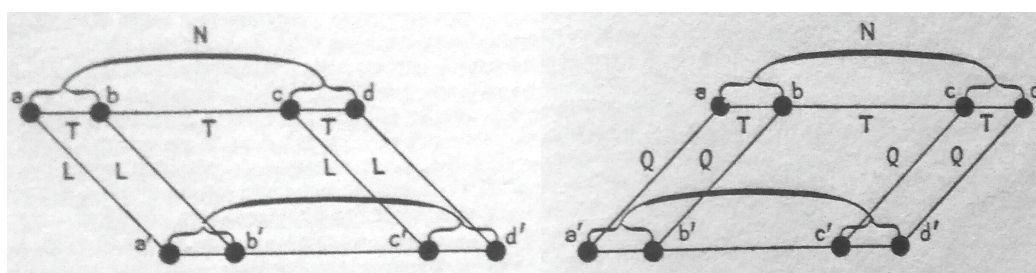


Figure 1. Transmission de connexion N de points par L (lieux) et Q (qualités)

³⁰ Jean Nicod, *op. cit.* 122-123.

La figure 2 exprime le fait que dans un tel monde (immuable) la relation fondamentale de connexion entre couple de points peut se traduire en termes de relations de ressemblances L, Q et T uniquement. Il retrouve ensuite cette géométrie dans l'ensemble des classes de données sensibles groupées par ressemblance locale, c'est-à-dire dans les *lieux sensibles*. Les points sont alors de telles classes, avec pour congruence N_1 , relation de deux couples de lieux sensibles dont les membres dans toute vue forment deux couples connexes.

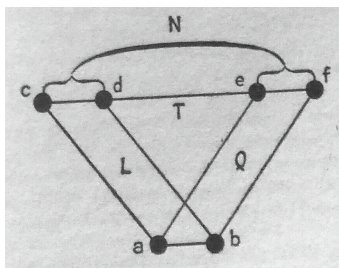


Figure 2. La relation de congruence N déterminée par L, Q et T

Cette géométrie s'illustre encore dans la classe des objets (les points) avec la congruence N_0 dont les membres dans toutes vues forment des couples connexes, puis dans les classes de vues, prises parmi toutes les vues possibles, et ordonnées selon une relation de congruence adéquate. Le sujet de cette expérience dit Nicod pourrait s'interroger sur la nature de cette géométrie, qu'il retrouve partout dans l'univers. Mais, il n'y a rien là de très profond dit-il, car c'est simplement que les propriétés formelles des relations étant identiques, elles permettent toujours d'élaborer la même construction. Il y a donc bien plusieurs espaces, mais le fait qu'ils soient formalisés à l'aide d'un même symbolisme ne leur donne en fait aucune unité. Cela n'engage pas réellement le monde, car l'adéquation d'un symbolisme à l'objet représenté n'a pas toujours la même richesse.

Nicod commente ensuite les différentes notions apparues ici et leurs liens : notions *d'espace de lieux sensibles*, *d'espace d'objets*, *d'espace de vues*, pour lesquels il y a indépendance de l'ordre des vues et de l'ordre des objets. Il commente ensuite l'élimination des relations de position avant d'illustrer ses propos sur un dernier exemple en dimension 3.

IV.3 Géométrie des perspectives

Dans ce dernier exemple, qualifié de géométrie des perspectives³¹, laissant de côté les relations de position, Nicod se limite aux trois relations de ressemblances : locale, qualitative et temporelle. Il considère le monde d'un observateur équipé seulement d'un sens visuel à deux dimensions, et n'ayant aucune autre perception durant ses déplacements. Dans ce nouvel univers, il ne considère ensuite que l'existence de six objets, dont trois, a, b, et c sont alignés ; Il suppose qu'on ne peut plus distinguer complètement les différents lieux sensibles, mais seulement percevoir ceux qui sont dans la même direction. Il imagine en outre que les objets sont perceptibles mais transparents, ce qui fait qu'on ne peut

³¹ Jean Nicod, *op. cit.* 141-150.

savoir, quand ils se trouvent dans une même direction, lequel est devant l'autre.

Il décrit alors en détail ce que seront ici les différents espaces découverts par le sujet. Il montre comment peut être construit la notion de famille de vues parallèles, et comment on peut construire un nouvel espace, l'espace des points de vues. Dans cet univers, et contrairement à ce qui se passait avec une vue tridimensionnelle (où les objets formaient un espace et les vues un autre espace totalement indépendant), il existe un lien entre l'espace des objets et l'espace des points de vues. Un objet pourra en quelque sorte être lié à toutes les vues formant le spectacle de l'univers vu de cet objet. Il est remarquable qu'on puisse dans un univers purement visuel immuable attacher une classe de vues à un objet indépendamment de toute causalité, car dans cet univers, l'observateur ne se connaît aucun corps, et il ne voit que le hasard dans les successions de vues.

V CONCLUSION ET PERSPECTIVES

V.1 Conclusion

Nicod a cherché explicitement à fonder les termes et relations de la géométrie physique sur des données des sens. Mais il ne présuppose rien de la géométrie qui en résultera. Il prend ce parti « cognitif » pour élaborer des *termes sensibles* et des *relations sensibles* simples qui fonderont ensuite des *géométries sensibles*. Un terme sensible est simple s'il est directement perçu par l'esprit comme une entité simple et qui ne peut être décomposé en plusieurs termes. De même une relation entre termes sensibles est simple si cette relation est *directement perçue*. Une fois déterminés les termes et les relations sensibles susceptibles d'intervenir dans la construction d'une géométrie, il dote le système d'une « puissance de calcul infinie » pour faire émerger des notions et l'espace ainsi construit. Il ne se comporte pas alors en psychologue mais en logicien, cherchant à montrer que la géométrie sensible obtenue est une solution à un système de logique abstrait définissant habituellement la géométrie euclidienne. Il reste en cela fidèle à sa formation de logicien, mais souhaite en réalité tout autant montrer la légitimité du système abstrait (puisque'il en existe un exemplaire), que la légitimité des termes et relations sensibles qu'il a mis en avant.

Sa démarche, bien qu'en partie cognitive, ne prétend pas modéliser le fonctionnement du cerveau humain. Son approche est différente de celle des chercheurs actuels en sciences cognitives, puisqu'il n'isole que quelques relations primitives intuitives, et les combine pour observer les espaces qu'elles sont susceptibles d'engendrer. Mais sa démarche reste originale et riche d'enseignements. Elle ouvre des perspectives pour la modélisation de systèmes inférentiels en intelligence artificielle, ou en sémantique formelle par exemple.

On a vu en effet se multiplier en IA des systèmes permettant de modéliser les relations spatio-temporelles, en particulier pour faire de l'analyse de textes. Mais pour des raisons de commodité évidente, les systèmes proposés sont souvent fondés sur des notions mathématiques, plus ou moins heureusement concaténées pour rendre compte du plus grand nombre de relations conceptuelles. Les systèmes qui en résultent sont finalement plus complexes que les axiomatisations abstraites d'origine, car ils multiplient les entités destinées à rendre compte de notions isolées indépendamment par les linguistes ou psychologues. Comme l'a souligné Nicod, ces notions n'entretiennent souvent avec le système formel qu'un rapport terminologique. Elles ne simplifient en rien le système abstrait et n'en proposent pas d'alternative. Elles viennent simplement s'ajouter au système abstrait d'origine. La réalisation proposée ne possède donc aucune forme de simplicité. La simplicité intrinsèque a disparu puisqu'on a multiplié les

notions et leurs rapports, et la simplicité extrinsèque n'est pas non plus atteinte, car les relations « cognitives » ne sont pas mises en avant par les axiomes permettant les calculs.

La démarche de Nicod, qui propose de bâtir des axiomatiques sur des notions et relations primitives sensibles simples est donc toujours d'actualité. La méthodologie générale qui consiste à isoler des combinaisons simples de propriétés sensibles sur des exemples jouets, et à analyser finement comment des notions ou relations conceptuelles qu'elles détiennent peuvent finalement se combiner pour faire émerger de nouvelles notions ou propriétés, montre la voie à suivre, et pourrait aussi s'appliquer paradoxalement à la détermination de combinaisons de propriétés « abstraites » particulièrement intéressantes. C'est le cas selon nous pour la construction de systèmes d'inférences dont les représentations ont des propriétés singulières, comme des propriétés iconiques.

Quoiqu'il en soit, nous sommes convaincue qu'une théorie des systèmes d'inférences manipulant des représentations hybrides construite selon ces principes, pourra être utilisée avec profit en sémantique, en particulier en linguistique (formelle ou cognitive), où les représentations diagrammatiques sont souvent très nombreuses, et constituent intuitivement une instanciation de certaines des relations et combinaisons spatiales mentionnées par Nicod dans ses exemples. Pour conclure nous allons donc mentionner quelques éléments permettant d'indiquer des possibilités de développement dans cette direction.

V.2 Systèmes de représentations hybrides (SRH)

Les systèmes d'inférences diagrammatiques sont nés des travaux de Euler, Venn et Peirce ([5], [22], et [11]). Ces auteurs ont en effet utilisé des dessins pour faire des inférences logiques. Au début des années 1990 ils ont inspiré un mouvement prônant l'utilisation de diagrammes, non plus comme simple support pour l'intuition, mais comme élément à part entière, permettant de faire des preuves logiques parfaitement fondées (cf. J. Barwise & J. Etchemendy [1], [2] et [3]). En particulier S-J. Shin a fait dans sa thèse [18] - dirigée par Barwise - la première démonstration qu'un système diagrammatique (en l'occurrence une combinaison de cercles de Venn et de diagrammes de Peirce) était valide et complet.

Mais un gros inconvénient à l'utilisation de primitives graphiques avec les moyens d'édition actuels (en particulier en dimension 2) est l'espace nécessaire aux démonstrations qui les utilisent. Ainsi, la thèse de Shin a pu sembler longue et fastidieuse et freiner l'enthousiasme des chercheurs de formation logique. Mais Nicod, qui écrit dans un style informel et illustre ses propos d'exemples minimalistes imagés, permet de voir comment il doit être possible de contourner cette difficulté pour fournir aux applications des outils et modèles réutilisables.

Quoiqu'il en soit, les analyses de l'opposition texte/diagramme ont souligné les nombreux avantages des systèmes inférentiels diagrammatiques, dont nous avons défendu l'intérêt dans [13], [14], et [15]. Les représentations diagrammatiques permettent en effet souvent de se contenter de représenter les propriétés des objets présents dans une situation particulière, et de se passer ensuite de calcul pour simplement observer sur une représentation les conséquences de propriétés initiales. Il n'est pas nécessaire de faire un calcul, contrairement à ce qui se passe en logique, où les conditions initiales sont exprimées dans le format symbolique usuel. Les prémisses (conditions initiales d'une situation particulière) nécessitent en logique traditionnelle, outre leur formulation abstraite, la connaissance de règles du second ordre sur leurs propriétés, (par exemple la transitivité d'une relation comme « à droite de »), puis un calcul pour en dériver la (ou les conséquences) qu'on souhaite démontrer. A l'inverse, avec une représentation diagrammatique de la situation, on peut voir figurer directement sur le diagramme les conséquences des propriétés initiales particulières de cette situation.

C'est un avantage considérable des représentations figuratives, et si l'on en croit la théorie des espaces mentaux avancée par P.N. Johnson-Laird [6], c'est de cette manière que les humains réalisent la plupart de leurs inférences.

Mais les représentations textuelles possèdent d'autres propriétés intéressantes, en particulier des propriétés d'abstraction qui permettent de représenter souvent un plus grand nombre de situations et de raisonnements (comme par exemple, des situations impossibles, la négation de propriétés au lieu de leur existence), et sont mieux adaptées à la description de calculs. L'utilisation des seules représentations diagrammatiques pour faire des d'inférences est donc hasardeuse, mais celle de systèmes possédant les deux types de représentations doit permettre de tirer avantages des propriétés des unes et des autres. Un autre argument en faveur des systèmes de représentations hétérogènes, est que des bornes de complexité traditionnelles dans la résolution de problèmes (comme celles de problèmes combinatoires), pourraient s'avérer contournables.

En effet, dans un système de représentations hybrides, un métalangage global liant les différentes représentations entre elles n'est pas nécessaire (cf. [2]). La complexité d'une fonction résolvant un problème dans un système articulant plusieurs sous-systèmes, n'est pas celle du calcul résolvant le problème dans une modélisation considérée comme totale. La validité et la cohérence d'un système hybride est néanmoins garantie par le fait que les représentations partielles des différents sous-systèmes modélisent les facettes d'un même objet dans le monde. On peut donc obtenir des inférences valides dans un système, et les transférer dans un autre, si l'on possède des correspondances partielles entre les deux. La mesure de la complexité du calcul qui en résulte n'est donc pas soumise à celle d'un calcul correspondant à une modélisation complète, et même si une telle borne de complexité existe dans chaque sous-système envisagé séparément, on pourra s'en affranchir dans un système hybride³².

Nombre des promesses concernant les diagrammes ont ainsi été tenues dans différents domaines, et ce thème reste un thème de recherches bien vivant. Le mouvement amorcé dans les années 90 n'a donc pas disparu, mais l'avènement d'une théorie des SRH ou celle de systèmes logiques diagrammatiques n'ont pas encore vu le jour, au sens général où nous l'entendons, bien que les applications en soient particulièrement nombreuses et prometteuses.

V.3 Perspectives de construction de systèmes hybrides en sémantique

Nous allons pour finir introduire brièvement quelques schémas utilisés en sémantique pour modéliser le temps et l'aspect. Des « espaces » comme ceux de Nicod y seront présents, à tout le moins en filigrane, du fait que le temps est représenté sur un axe et décrit des relations spatio-temporelles entre objets. Les primitives sensibles spatiales de Nicod et leurs propriétés doivent donc aussi s'y manifester. Mais ce n'est spécialement les relations spatio-temporelles de Nicod que nous souhaitons mettre en relief ici. Les perspectives de développement des SRH nous font nous pencher plutôt vers les caractéristiques iconiques ou graphiques des éléments de ces schémas (ici ceux que la vision permet), et qui sont formellement analogues à celles qui ont été définies comme des ressemblances partielles qualitatives ou globale liée à la localisation chez Nicod.

Ce sont ici les propriétés des traits ou des zones représentées dans ces schémas qui retiennent notre attention et méritent une analyse plus fine et approfondie. Ainsi, certains attributs graphiques de zones

³² Ce type de calcul ou de raisonnement pourrait être qualifié de diagonal, par analogie avec certains types de preuves en mathématiques.

planes ou linéaires (couleur, extension, textures, et leurs combinaisons) ou de traits (épaisseur, angle, extrémités de segments, pointillés, etc.) peuvent s’y trouver et parfois également se combiner entre eux. Il y a aussi d’autres qualités d’éléments plus symboliques, comme le statut de certains caractères alphanumériques entre autre (majuscule/minuscule, ponctuation, parenthèses, flèche, etc.) qui méritent une attention particulière quant aux possibilités qu’ils offrent. Mais le sujet est bien trop riche pour donner ici des exemples détaillés, même succincts, et nous nous limiterons à la présentation de quelques schémas pour en évoquer le potentiel.

V.3.1 Schémas temporels de Reichenbach

L’idée générale que les verbes des phrases représentent des états et des événements (ou actions) dont le sujet et le complément d’objet direct sont les participants est très ancienne. Elle a été incorporée en sémantique formelle par Reichenbach [16] pour donner une interprétation des temps grammaticaux. On peut considérer pour rendre compte des temps deux points sur une droite : le point S marquant le moment de l’énonciation de la phrase (*Speech time*), et le point E celui de l’événement que décrit le verbe (*Event time*). L’originalité de Reichenbach est d’en avoir ajouté un troisième, le point de référence R (*Reference time*), pour matérialiser une perspective supplémentaire entre le moment de l’énonciation et celui de l’événement. Ces schémas constituent un exemple simple. Ils ont conduit au développement de la logique temporelle et sont encore utilisés aujourd’hui pour faire des inférences sur la localisation temporelle des événements figurant dans une phrase ou un récit. La figure 3 présente des schémas linéaires ordonnant les points E, R, et S sur une droite. Dans cette notation, un tiret entre deux points indique que les points sont séparés (séparation temporelle), et une virgule qu’ils se situent au même moment (relation d’inclusion).

Mais ensuite, il faudra combiner ces représentations du temps grammatical d’un verbe avec la représentation de l’événement décrit par le verbe et d’autres aspects pouvant être présents dans la proposition. C’est alors que la structuration d’un événement (ou d’un point) pourra intervenir.

Schémas	Exemple	Schémas	Exemple
E, R, S	Jean travaille	E, R — S	Jean a travaillé
S — E, R	Jean travaillera	E — R — S	Jean avait travaillé
S — E — R	Jean aura travaillé	R — E — S	Jean aurait travaillé

Figure 3. Quelques schémas de temps grammaticaux de Reichenbach

V.3.2 Types d’événements

Le philosophe D. Davidson a lui aussi argumenté pour que la forme logique d’une phrase indique l’existence et l’occurrence d’une sorte d’événement particulier sélectionné par le verbe (appelé aussi parfois une *éventualité*). Pour un article très détaillé sur les événements du point de vue philosophique, voir R. Casati et A. Varzi dans [4]. Cette position a également été adoptée par la plupart des sémanticiens formels. De nombreux philosophes, ayant donné aux événements un statut d’entités particulières, ont détaillé et considéré alors différents types d’événements aux statuts ontologiques divers. Une typologie classique est celle de Z. Vendler [21] qui en distingue quatre : les *activités*, les *accomplissements*, les *achèvements*, et les *états*. Une activité, comme *Paul se promène* est un événement dans lequel les sous-parties satisfont la même description que l’activité globale. Une activité est donc homogène, et elle n’a

pas de terminaison naturelle. Un accomplissement comme *Paul escalade la colline* peut avoir un point final naturel (*arriver en haut de la colline*) et de ce fait, n'est pas homogène. Par contre un achèvement comme *Paul atteint le sommet* est cette fois un événement (quasi instantané) qui possède et focalise sur un point final culminant.

Les accomplissements et les achèvements possédant un point final particulier ont souvent été regroupés dans une même catégorie qui s'oppose à celles des activités et des états, mais on trouve aussi d'autres découpages des événements et de nombreuses variantes terminologiques dans la littérature. Certains linguistes ont finalement fondé ces catégories sur des caractères proprement aspectuels. Des systèmes relativement complexes ont ainsi été développés comme celui de C. Smith en 1991 [19] dans lequel il y a non pas quatre mais cinq catégories de « situations » (analogues aux types d'événements). Aux quatre catégories les plus fréquentes (état, activité, accomplissement et achèvement), elle a ajouté celle des *semelfactifs*, situations où l'action est effectuée une fois (et en quelque sorte d'un seul coup, comme dans *tousser* ou *éternuer*). Les situations semelfactives sont ponctuelles, mais se distinguent des achèvements, car ces derniers sont des transitions qui possèdent une phase préparatoire (même si elle est courte) et un état résultant de la complétion de l'état final.

V.3.3 Schémas des types de situations de C. Smith

Pour C. Smith (1991), une situation est représentée par un schéma générique ... I ... F... qui découpe un axe temporel en trois *phases* par deux points : le point I (*initial*) du début de la situation, et le point F (*final*). Les cinq types de situations qu'elle retient sont déterminés par des traits aspectuels, choisis pour leur cohérence et par des tests syntaxiques appropriés les départageant (comme pour les événements de Vendler).

Le schéma temporel des états est semblable à celui d'une situation générique, mais les points I et F sont mis entre parenthèses pour indiquer que le début et la fin d'un état ne font pas partie de la situation. On a ainsi pour les états, le schéma : (I) _____ (F). Les activités et les accomplissements ont des schémas analogues, mais le point final F des activités porte en indice la mention Arb (pour arbitraire), alors que celui des accomplissements porte l'indice Nat (pour naturel). Dans le cas des accomplissements, le point final indexé Nat se trouve être un point culminant suivi d'un R entre parenthèses qui marque l'apparition d'un état résultant. Ces deux schémas sont donc finalement, pour les activités : I F_{Arb}, et pour les accomplissements : I F_{Nat}(R).

Les schémas des achèvements et des semelfactifs figurent quant à eux sur 2 lignes superposées, car pour représenter le fait que les points I et F sont simultanés, ils sont placés l'un au dessus de l'autre sur deux lignes. Le schéma des situations semelfactives est extrêmement simple, car ces situations étant quasi instantanées et sans point culminant, seuls les points I et F figurent l'un au dessus de l'autre. Par contre les achèvements ayant nécessairement une phase préparatoire et un état résultant, leur schéma est un peu plus étoffé et également sur deux lignes :

... I (R) ...
F

A noter aussi que ces schémas des types de situations s'articulent à d'autres représentations, celles des *points de vues*. L'imperfectif des verbes d'accomplissements au passé (par exemple de l'imparfait dans *il traversait la rue*, ou de *il était en train de traverser la rue*) empêche de déduire que le point culminant s'est réalisé (ici *qu'il a traversé la rue*). Ce paradoxe (*imperfective paradox*) a donné lieu à de nombreuses discussions théoriques car l'imperfectif paraissait convertir des accomplissements en activités. Chez C. Smith, les points de vues perfectif/imperfectif sont représentés par des hachures se

superposant aux schémas des types de situations de manière indépendante. Ils permettent de représenter une vue complète (perfectif) ou partielle (imperfectif) de la situation, comme ici (figure 4).



Figure 4. Schémas des points de vue perfectif et imperfectif

V.3.4 Schémas diagrammatiques ou iconiques

Tout élément syntaxique, ici graphique, doit être défini avec le plus grand soin et la plus grande sobriété dans une perspective calculatoire. C'est l'expérience des informaticiens concernant la définition de la syntaxe des langages de programmation, et il s'agit ici de préciser une syntaxe iconique pour ces schémas de type d'événements. Il faut donc que les choix effectués pour représenter ces types soient fondés non seulement sur des considérations purement sémantiques et ontologiques, mais aussi sur des considérations liées aux transformations effectuées par les calculs³³. Il faut donc *a priori* veiller à n'utiliser que des symboles extrêmement simples et à ne pas multiplier les symboles primitifs.

Il faut veillez aussi comme l'a fait Nicod, à séparer des propriétés formelles apparemment identiques mais qui réfèrent en réalité à des notions différentes dans le domaine d'interprétation. Sur une droite ou dans un plan, ce sont les localisations qui permettent de regrouper ensemble des régions via des traits particuliers (comme la couleur, la texture, des hachures etc.), dans une zone continue de l'espace ou au contraire dans des zones séparées. On pourrait alors, en observant les attributs ou qualités des formes obtenues, « visualiser » des interférences entre plusieurs dimensions de traits « qui se croisent » pour reprendre la terminologie de Nicod. Mais il faudra aussi rester prudent en la matière, la combinaison de hachures penchées à gauche avec des hachures penchées à droite ne donnant pas toujours naissance à une propriété des zones concernées dans le domaine d'interprétation considéré.

Mais soulignons ici qu'un avantage des représentations iconiques est précisément de marquer le lien entre leur forme et leur signification. Les représentations iconiques ont des *significations profondément enracinées*. Une signification profondément enracinée (RGM, *Richly grounded meaning*), est une signification qui n'est pas arbitraire vis-à-vis de la forme du symbole qui lui est associée. Cela peut venir de différents facteurs reliant la forme du symbole à sa signification. Un signe peut avoir un sens facile à déduire (RIM – *Readily Inferable Meaning*), un sens facile à mémoriser (ERM – *Easily Remembered Meaning*), ou encore, un sens modifiable de manière interne (IMM – *Internally Modifiable Meaning*). Des exemples de ces propriétés sont donnés par E. Macken, J. Perry et C. Hass dans [10]. Mentionnons tout particulièrement les notations musicales qui fournissent de beaux exemples en la matière.

Remarquons aussi que des éléments indiqués sous ou sur une sorte de portée analogue à une portée musicale peuvent permettre de lier différents éléments de manière temporelle, comme l'intonation ou la prononciation (phonèmes, etc.) d'un texte, comme on le fait traditionnellement pour indiquer aux chanteurs d'une chorale, le rapport entre le texte des paroles, et la mélodie d'une chanson. Ce type de

³³ A noter que la distinction entre programme et données n'est pas toujours fondée, comme le montrent l'existence de langages fonctionnels réflexifs, des langages assembleur, et aujourd'hui des réseaux de neurones. Dans un langage de programmation qui permet au programme (son « texte » initial) de se modifier au cours de son exécution, la moindre différence syntaxique est pertinente.

représentation linéaire et séquentielle globale peut permettre d'établir des liens entre niveaux de représentations différents, conduisant à la mise en relief de classes de séquences de données.

V.3.1 Représentations ou notations iconiques des événements

Ainsi la représentation des types d'événements peut avoir des particularités graphiques ou iconiques. Une motivation pour leur conception est qu'il faudra relier ces représentations entre elles pour les intégrer à une représentation plus globale comme celle d'une phrase ou d'un récit, en se souciant des propriétés relatives à l'interprétation et au calcul. Il faut donc simplifier ces représentations au maximum, tout en profitant au mieux de caractères analogiques. C'est ce qu'a cherché à faire C. Smith dans la définition de ses schémas. Dans ce calcul « graphique », elle prévoit ainsi l'intégration d'autres éléments aspectuels aux aspects lexicaux, en superposant deux types de schémas grâce à sa notion de point de vue.

Mais nous souhaiterions souligner que les caractères iconiques des symboles utilisés ne résident pas nécessairement dans le fait qu'il s'agit de diagrammes ou de graphismes géométriques qui seraient aptes à soutenir notre intuition spatiale du temps relativement aux catégories représentées. Des caractères « iconiques » de symboles apparemment purement arbitraires comme les caractères alphanumériques, peuvent aussi être utilisés dans le but d'effectuer un calcul sur ces représentations. L'iconicité est aussi une question de degrés, et l'opposition texte/diagramme n'est pas toujours tranchée comme nous l'avions souligné dans [13]. Nous allons donc pour finir, donner un autre exemple de représentation des types d'événements illustrant ce point.

Concernant la typologie des événements de Vendler, nous en avons proposé une refonte dans [12], et allons indiquer ici quelques notations simples permettant d'illustrer cette proposition. La première n'utilise que les lettres S et P (pour *state* et *process*). Les *états* sont pour nous des événements homogènes à tous niveaux qui s'opposent aux trois autres catégories, les *processus*. Il existe néanmoins des processus homogènes (ou atéliques) : les *activités*. Les autres processus sont hétérogènes et téliques parce qu'ils possèdent un point culminant. On peut cependant distinguer les accomplissements des achèvements si cela s'avère nécessaire. Les accomplissements focalisent sur le processus de transition qui se termine par un point culminant, tandis que les achèvements focalisent sur le point final culminant qui achève la transition. Ainsi on pourra utiliser des schémas analogues à ceux de la figure 5.

état : S	activité : P	événement (télique) : PS ou (PS) ou P, S ou (P, S) ou encore (P→S)
état : S	activité : P	accomplissement : (\vec{P} , S) et achèvement : (P, \vec{S})

Figure 5. Quelques notations de types d'événements

Pour distinguer les accomplissements des achèvements, on a utilisé sur la dernière ligne une notation vectorielle avec \vec{P} et \vec{S} , mais on aurait pu aussi bien utiliser le contraste majuscule/minuscule ou une fonte différente, italique ou grasse, pour indiquer sur quelle partie de l'événement focalise sa description. Ces deux notations pourront aisément réaliser la combinaison d'un verbe d'accomplissement au passé avec un aspect imperfectif comme le fait C. Smith par l'ajout d'éléments sur le schéma initial pour s'attaquer au paradoxe de l'imperfectif. On pourrait aussi passer de la notation (P,S) de la première ligne à celles de la seconde avec l'ajout d'un aspect imperfectif matérialisé par l'ajout d'une flèche sur la première

composante. Ces artifices peuvent donc être utilisés pour distinguer les accomplissements des achèvements, mais aussi pour faire un calcul où l'événement est l'argument d'une fonction. Les parenthèses quant à elles peuvent aussi être utilisées pour introduire des éléments, avant ou après, ou même des suites d'éléments, etc.

Avec une notion de focus instanciant des notions d'arrière-plan et d'avant-plan (ou d'autres notions indiquant une mise en relief d'un de termes) on pourra utiliser des traits (comme l'a fait Langacker par exemple [7],[8]) ou des caractères gras permettant ensuite de faire des calculs (comme par exemple supprimer en partie des termes et réaliser ainsi sous une forme graphique la coupure d'informations inutiles). Diverses considérations (ontologiques, aspectuelles, fonctionnelles ou calculatoires) peuvent donc être marquées par des différences syntaxiques permettant de faire ou d'optimiser des calculs.

Mais ce dernier exemple de représentation des événements, qui utilise des symboles alphanumériques, concerne effectivement surtout des calculs symboliques, ici voisins de ceux réalisés en logique ou dans des programmes écrits dans un langage de programmation particulier. Il n'illustre pas réellement ce que des schémas proprement graphiques utilisés par des linguistes peuvent apporter à la théorie, si ce n'est que la syntaxe des diagrammes utilisés est nécessairement pertinente en matière de modélisation, et que l'on doit tenir compte des liens qu'elle entretient avec celle du métalangage dans lequel ces propriétés seront retranscrites en partie. A titre d'exemple de diagrammes de représentation du temps et de relations temporelles plus élaborés, signalons ceux de S. Schwer dans [20] pour sa présentation historique de différentes théories linguistiques, et sa propre élaboration de la notion de granule (notion à cheval entre la notion de point et celle d'intervalle). Il y a là peut-être matière à analyser des liens avec les relations sensibles de Nicod, et en tous cas avec d'autres notions émergentes d'une ou plusieurs théories, et à trouver aussi des syntaxes adéquates à la formulation logique ou fonctionnelle de ces théories.

Pour conclure, nous souhaitons rappeler que c'est avant tout *la démarche* de Nicod que nous avons voulu mettre en avant dans cet article. Elle devra nous guider dans l'exploration de ce que des schémas graphiques - reflétant des propriétés formelles quant à la définition de notions simples et des relations qui les lient (abstraitement ici des relations d'ordre, de successions, de précédences, de classes d'équivalence, etc.) - peuvent apporter pour faire émerger de nouvelles notions et relations, via des données « qui se croisent », pour reprendre la terminologie de Nicod. On peut faire l'hypothèse que, comme celles de Nicod, elles emprunteront leur structure formelle à celles de géométries connues, ce qui permettra leur intégration dans des systèmes hybrides possédant des représentations logiques alphanumériques. Mais au stade où nous en sommes, il s'agit d'abord de tenter d'élaborer les bases, via des exemples volontairement simples (i.e. ne manipulant initialement qu'un nombre restreint de termes graphiques et de relations simples qui les lient), de ce que nous appelons volontiers une théorie des systèmes d'inférences basées sur des représentations hétérogènes.

Bibliographie

- [1] Barwise, J., Etchemendy, J., (1990). Visual Information and Valid Reasoning, *Visualization in Mathematics*, Zimmerman, W., ed., Mathematical Association of America, Washington DC.
- [2] Barwise J. et Etchemendy J., (1994). *Hyperproof*. CSLI Publications, Stanford.
- [3] Barwise, J., Etchemendy, J., (1995). Heterogenous Logic, in Glasgow et alii.
- [4] Casati, R., Varzi, A., (2020). Events, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Zalta E. (ed.).

- [5] Euler, L., (1768-1772). *Lettres à une princesse d'Allemagne sur quelques sujets de physique et de philosophie*. Deutsche Übersetzung: Leipzig 1773-1780 et dans Speiser A., Trost E. et Blanc C. (eds.), 1960, *Œuvres Complètes d'Euler*, Orell Füssli., Zurich.
- [6] Johnson-Laird P.N., (1983). *Mental Models: towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [7] Langacker R. W., (1987). *Foundations of Cognitive Grammar*, vol 1, Stanford University Press, California.
- [8] Langacker R. W., 1991, *Concept, Image, and Symbol - The Cognitive Basis of Grammar - Coll.* Cognitive Linguistics Research, Mouton de Gruyter.
- [9] Macken E., Perry J., et alii (dec. 1993). Richly Grounding Symbols in ASL, *Sign Language Studies*.
- [10] Nicod, J. [1923]. *La géométrie dans le monde sensible*. Bibliothèque de Philosophie contemporaine, Félix Alcan, PUF, 4e trim. 1962.
- [11] Peirce, C. S., (1933). *Collected Papers*. vol. 4, Hartshorne, C. & Weiss, P. (eds.), Cambridge, MA, Harvard University Press.
- [12] Recanati, C., Recanati, F. (1999). La classification de Vendler revue et corrigée, *La modalité sous tous ses aspects, Cahiers Chronos n°4*, Amsterdam/Atlanta, GA, pp. 167-184.
- [13] Recanati, C., (2005). Raisonner avec des diagrammes: perspectives cognitives et computationnelles, *Intellectica* 40, pp. 9-42.
- [14] Recanati, C., (2007). Characteristics of diagrammatic reasoning, *Proceedings of EuroCogSci07, The second european cognitive science conference*, Lawrence Erlbaum Associates, Delphi, Greece, (pp. 510-515).
- [15] Recanati, C., (2008). Hybrid Reasoning and the Future of Iconic Representations. *Artificial General Intelligence 2008, Frontiers in Artificial Intelligence and Applications* vol. 171, Wang P., et al. (eds), IOS Press, (pp. 299-310).
- [16] Reichenbach, H., (1947). *Elements of Symbolic Logic*, New York: Macmillan.
- [17] Rougier, L. [1921]. *La Structure des théories déductives. Théorie nouvelle de la Déduction*. Forgotten Books, Paris, 2018.
- [18] Shin, S.-J., (1994). *The logical status of Diagrams*. Cambridge University Press.
- [19] Smith, C. S., (1991). *The parameter of aspect*, Studies in Linguistics and Philosophy, Dordrech, Kluwer Academic publishers.
- [20] Schwer, S., (2009). Représentation du temps, relations temporelles et théories des temps verbaux, <https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00403655v2>.
- [21] Vendler, Z., (1967). Verbs and Times, *Linguistics in Philosophy*, Cornell University Press, Ithaca, (pp. 97-121).
- [22] Venn, J., (1894-1971). *Symbolic Logic*, New York: Chelsea Publishing Company.