



**HAL**  
open science

**QUAND EMMA CASTELNUOVO RENCONTRA  
ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT L'histoire d'un esprit  
novateur dans l'enseignement de la géométrie pour des  
jeunes élèves**

Valentina Celi

► **To cite this version:**

Valentina Celi. QUAND EMMA CASTELNUOVO RENCONTRA ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT L'histoire d'un esprit novateur dans l'enseignement de la géométrie pour des jeunes élèves. Colloque International Histoire et Pédagogie des Mathématiques (HPM), Colloque satellite de l'ICME, Jul 2016, Montpellier, France. hal-02784802

**HAL Id: hal-02784802**

**<https://hal.science/hal-02784802>**

Submitted on 16 Jun 2020

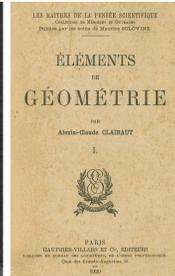
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

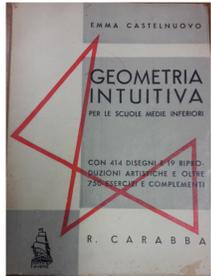
# QUAND EMMA CASTELNUOVO RENCONTRA ALEXIS CLAUDE CLAIRAUT

## L'histoire d'un esprit novateur dans l'enseignement de la géométrie pour des jeunes élèves

**Alexis Claude Clairaut** (1713-1765), géophysicien et mathématicien français, publie en 1741 ses *Éléments de géométrie*. Sensible aux difficultés des débutants, il désapprouve les auteurs qui présentent le savoir mathématique comme un produit fini – figé et abstrait – et non pas comme un processus (Barbin, 1991). En suivant *la même route que les Inventeurs* et dans le but d'*intéresser* et d'*éclairer* les *Commencants*, il s'éloigne des traités ordinaires de géométrie et conçoit un ouvrage où ce qui est évident aux yeux n'est pas démontré et où les propositions utiles pour résoudre des problèmes concrets sont privilégiées : les polygones sont des murs à tapisser, des enclos de maisons à élever ; les droites parallèles sont tracées pour construire des remparts, des canaux, des rues ; le triangle devient nécessaire pour *mesurer l'étendue* d'un terrain.

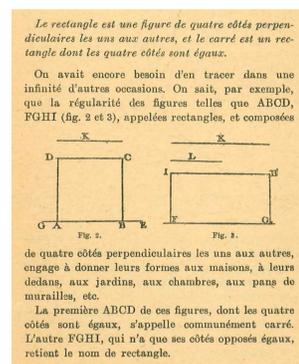


**Emma Castelnuovo** (1913-2014), enseignante italienne de mathématiques, dès les débuts de sa carrière, s'interroge sur les obstacles rencontrés par ses jeunes élèves lorsque le cours de géométrie a un caractère *descriptif* et *statique* (Castelnuovo, 1958). En 1948, elle publie la première édition de sa *Geometria intuitiva*, un manuel scolaire à l'intention d'élèves de onze à quatorze ans et de leurs enseignants. Source d'inspiration, l'ouvrage de Clairaut lui suggère la manière d'établir un ordre nouveau dans la programmation de son enseignement. Elle développe ainsi les idées fondatrices de sa nouvelle manière de faire apprendre à ses élèves la géométrie : en ajoutant un caractère concret et dynamique, les contenus de cette discipline sont développés en réponse à des problèmes.



**S'inspirer et aller au delà.** Innovateurs chacun à leur époque, Alexis Claude Clairaut et Emma Castelnuovo mettent l'apprenant au centre de leurs préoccupations et souhaitent que ce dernier participe concrètement au plaisir de la découverte et au travail accompli par l'humanité dans la recherche scientifique. Mais, lorsqu'il parle de problèmes concrets, le mathématicien français les associe à des objets de la vie réelle qu'il se limite à évoquer dans ses discours. Alors que, pour l'enseignante italienne, un problème concret consiste à mettre d'abord dans les mains de ses élèves des objets physiques et à leur poser des questions en les sollicitant à noter tout ce qu'ils observent lors de la manipulation ; c'est après ce travail qu'elle leur demande d'observer le monde qui les entoure pour reconnaître autrement les figures étudiées (Celi, 2014).

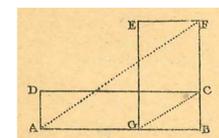
### Autour du rectangle chez Alexis Claude Clairaut : une pédagogie ostensive



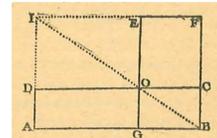
Après avoir défini la *ligne droite* et la *ligne perpendiculaire*, Clairaut introduit le rectangle et le carré, figures géométriques dont la *régularité* se retrouve dans le monde qui nous entoure (p. 3, ci-contre). Il propose ensuite *la construction d'un rectangle* dont on connaît la longueur et la largeur (pp. 8-9) : le lecteur pourrait déduire qu'un rectangle est un *quadrilatère dont deux côtés opposés sont de même longueur et portés par deux perpendiculaires à une droite portant un troisième côté*.

En présentant la *mesure d'un rectangle* comme étant le *produit de sa hauteur par sa base* (partage de la surface en carreaux-unités), l'auteur précise qu'elle est utile pour *déterminer combien il faut de tapisserie pour une chambre, ou combien un enclos de maison, ayant la forme d'un rectangle, doit contenir d'arpents* (p. 10).

La diagonale d'un rectangle est ensuite définie comme étant *la ligne qui le partage en deux triangles égaux* (p. 13). Ce quadrilatère particulier réapparaît dans la seconde partie de l'ouvrage pour discuter autour de la *méthode géométrique pour comparer les figures rectilignes*.



Entre autres, à l'aide de dessins, l'auteur décrit deux manières de *changer un rectangle en un autre, qui ait une hauteur donnée* (p. 69).



Clairaut a ainsi *inventé une exposition magistrale à partir de problèmes* (Glaeser, 1983). Ses dessins sont *statiques* et n'aident pas à l'analyse ni conduisent à la découverte ; ses figures sont *immobiles* et l'une ne se rattache à l'autre que par l'observation de quelques propriétés qu'elles ont en commun et que l'auteur lui-même se charge de souligner (Castelnuovo, 1958 ; 1959b).

### Autour du rectangle chez Emma Castelnuovo : objets et actions pour une pédagogie constructive

Pour suivre véritablement le développement historique de la géométrie, Emma Castelnuovo est persuadée que *le cours de Clairaut doit être précédé d'un chapitre sur la manipulation d'un matériel*, ce qui permettra de *refaire ces tentatives de construction qu'on a faites aux premières heures de l'humanité et qui, peu à peu, amèneront à fixer graphiquement les images* (Castelnuovo, 1959b).



C'est ainsi que, en mettant dans les mains de ses élèves quatre bandelettes, deux à deux de même longueur, et des attaches parisiennes, l'enseignante italienne leur fait remarquer que l'on peut obtenir un rectangle et une infinité de parallélogrammes. Elle leur pose ensuite des questions, en les incitant à chercher davantage pour repérer les propriétés qui varient et celles qui ne varient pas (Castelnuovo, 1959a ; 1964 ; 1998). *Quel est le périmètre de ces parallélogrammes par rapport au rectangle ? Et l'aire change-t-elle en passant de l'un aux autres ? Et la somme des angles ? Que peut-on dire de la somme des diagonales dans le passage du rectangle au parallélogramme ? En ajoutant un fil élastique en guise de diagonale, le quadrilatère articulé sera partagé en deux triangles : sont-ils superposables ?*

Mais d'autres questions surgissent lorsque les élèves ont dans leurs mains deux bandelettes, de même longueur, qui sont attachées en leur milieu ainsi qu'un fil élastique, passant par les trous percés aux extrémités de chacune des deux bandelettes, de façon à constituer le contour du quadrilatère.

*Combien de rectangles peut-on obtenir en bougeant les deux diagonales ? Peut-on obtenir des parallélogrammes non rectangles ? Quelle autre figure peut-on obtenir ?*

Et lorsque les élèves découvrent que l'on peut passer du rectangle au carré, les questions portent alors sur les transformations que les caractéristiques de ce matériel subissent dans le passage d'un quadrilatère à l'autre. *Les angles changent-ils ? Et les angles formés par les diagonales ? Les différentes figures obtenues ont-elles le même périmètre ?*

Ainsi conçue par Emma Castelnuovo, l'étude de la géométrie intuitive a pour but de donner des bases concrètes à la théorie axiomatique qui sera ensuite traitée et aux propriétés qui seront rigoureusement justifiées plus tard. Ces bases consistent en une série de manipulations que chaque élève fait subir à un matériel mobile en continuité. En comparant un cas particulier avec les cas limites, il parvient à *induire* des propriétés générales : il saisit des éléments invariants et des éléments qui changent selon des lois qu'il découvrira. Lorsque le quadrilatère articulé tend vers un segment et deux de ses angles vers zéro, il aura l'intuition de la constance ou de la variabilité d'une fonction. Le matériel tendra alors à se *dématérialiser* et l'élève s'affranchira du concret pour s'orienter *spontanément* vers le formel et l'abstrait (Castelnuovo, 1958 ; 1959b).



#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BARBIN, E. (1991), Les éléments de géométrie de Clairaut : une géométrie problématisée, *Repères-IREM*, 4, Topiques éditions, 119-133.  
 CASTELNUOVO E. (1958), L'Objet et l'action dans l'enseignement de la géométrie intuitive, dans Gattegno et alii, *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques*, Neuchâtel : Delachaux & Niestlé, 41-59.  
 CASTELNUOVO E. (1959a), *Geometria intuitiva*, La Nuova Italia Editrice.  
 CASTELNUOVO E. (1959b), Les bases intuitives de l'axiomatique en géométrie, *L'enseignement des sciences*, Tome I, n. 8, 21-24.

CASTELNUOVO E. (1964), *Costruiamo la geometria. Scatola di materiale utilizzabile per la costruzione e lo studio di poligoni articolabili*, La Nuova Italia Editrice, Firenze.  
 CASTELNUOVO E. (1998), *La Matematica : Figure piane A*, La Nuova Italia.  
 CELI V. (2014), La géométrie intuitive de Emma Castelnuovo, *petit x*, n. 95, 71-82, IREM de Grenoble.  
 CLAIRAUT A. C. (1920), *Éléments de géométrie*, Gauthier-Villars et Cie éditeurs.  
 GLAESER, G. (1983), A propos de la pédagogie de Clairaut. Vers une nouvelle orientation dans l'histoire de l'éducation, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4/3, 332-344, La pensée sauvage.