



HAL
open science

Analyse Linéaire de Stabilité d'un Jet de Ferrofluide

Romain Canu, Marie-Charlotte Renoult

► **To cite this version:**

Romain Canu, Marie-Charlotte Renoult. Analyse Linéaire de Stabilité d'un Jet de Ferrofluide. Rencontre du Non Linéaire, 2020, Paris, France. hal-02697092

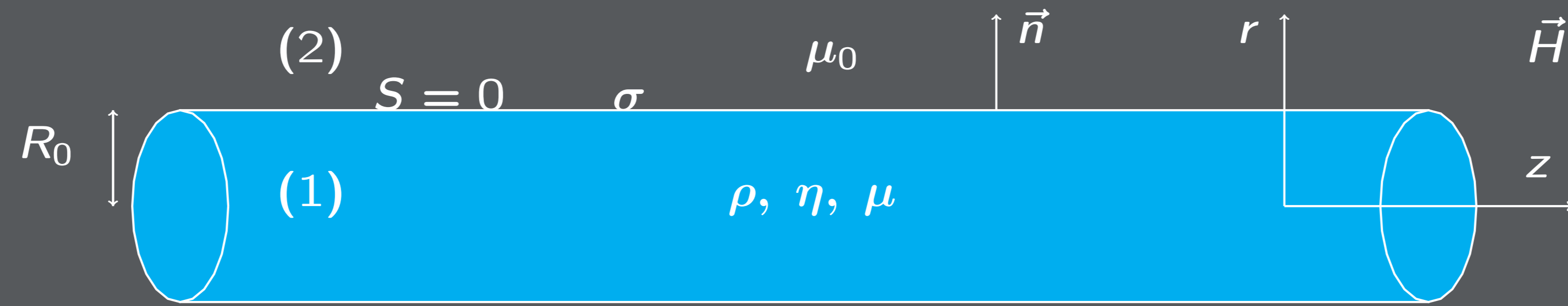
HAL Id: hal-02697092

<https://hal.science/hal-02697092>

Submitted on 30 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Contexte & Objectif

Contexte :

- Les ferrofluides sont des suspensions de fines particules magnétiques ($d \simeq 10 \text{ nm}$) dans un fluide porteur [1].
- La suspension de particules conduit à une viscosité du liquide plus élevée.
- Les jets de ferrofluide ont des applications en médecine et en impression.
- La viscosité n'est pas prise en compte dans les études antérieures. Celles-ci ont montré l'effet stabilisateur du champ magnétique pour des cas particuliers de champ [2].

Objectif :

- Réaliser une analyse linéaire de stabilité d'un jet de ferrofluide newtonien dans un champ magnétique de forme générale.

Formulation

Hypothèses de travail :

- Ferrofluide newtonien incompressible
- Champ magnétique stationnaire
- Réponse linéaire, homogène et isotrope du ferrofluide vis-à-vis du champ
- Conditions isothermes
- Gravité négligée
- Action du fluide environnant négligée
- Configuration axisymétrique

Équations de volume

$$(1) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0$$

$$(2) \quad \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}$$

$$(3) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(4) \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{0}$$

Équations à l'interface

$$(1) \quad \vec{u} \cdot \vec{n} = -\frac{1}{\|\vec{\nabla} S\|} \frac{\partial S}{\partial t}$$

$$(2) \quad \left[(\vec{n} \cdot \vec{\tau}) \wedge \vec{n} \right] = \vec{0}$$

$$(3) \quad \left[(\vec{n} \cdot \vec{\tau}) \cdot \vec{n} \right] = \sigma \kappa$$

$$(4) \quad \left[\vec{B} \cdot \vec{n} \right] = 0$$

$$(5) \quad \left[\vec{H} \wedge \vec{n} \right] = \vec{0}$$

$$\text{avec } \vec{\pi} = p + \mu_0 \int_0^H v \frac{\partial M}{\partial v} dH \quad ; \quad \vec{M} = \left(\frac{\mu - \mu_0}{\mu_0} \right) \vec{H} \quad ; \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{\tau} = - \left(\vec{\pi} + \mu_0 \int_0^H M dH + \frac{1}{2} \mu_0 H^2 \right) \vec{I} + \vec{B} \vec{H} + \vec{\tau}$$

Résolution

Recherche des solutions sous la forme $e^{\alpha t + ikz}$

Relation de dispersion adimensionnée

$$\tilde{\alpha}^2 + 2\tilde{\alpha}\tilde{k}^2 Oh \left[1 - \frac{l_1(\tilde{k})}{l_0(\tilde{k})} \left(\frac{1}{\tilde{k}} + \frac{2\tilde{k}\tilde{l}}{\tilde{l}^2 + \tilde{k}^2} \left(\frac{l_0(\tilde{l})}{l_1(\tilde{l})} - \frac{1}{\tilde{l}} \right) \right) \right] \dots$$

$$- \tilde{k} \left(1 - \tilde{k}^2 + P_{mag} \right) \frac{l_1(\tilde{k})\tilde{l}^2 - \tilde{k}^2}{l_0(\tilde{k})\tilde{l}^2 + \tilde{k}^2} = 0$$

$$\text{avec } P_{mag} = N_{Bo,m} \left[\tilde{H}_1 \frac{\partial \tilde{H}_1}{\partial \tilde{r}} + (\tilde{\mu} - 1) \tilde{H}_{1r} \frac{\partial \tilde{H}_{1r}}{\partial \tilde{r}} + \dots \right]$$

$$+ \frac{(\tilde{\mu} - 1)\tilde{k} \left(\tilde{\mu} \tilde{H}_{1r}^2 l_1(\tilde{k}) K_1(\tilde{k}) - \tilde{H}_{1z}^2 l_0(\tilde{k}) K_0(\tilde{k}) \right)}{\tilde{\mu} l_1(\tilde{k}) K_0(\tilde{k}) + l_0(\tilde{k}) K_1(\tilde{k})} \quad \text{en } \tilde{r} = 1$$

$$N_{Bo,m} = \frac{\mu_0(\tilde{\mu} - 1)H_0^2 R_0}{\sigma} \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \tilde{l}^2 = \tilde{k}^2 + \frac{\tilde{\alpha}}{Oh} \quad Oh = \frac{\eta}{\sqrt{\rho\sigma R_0}}$$

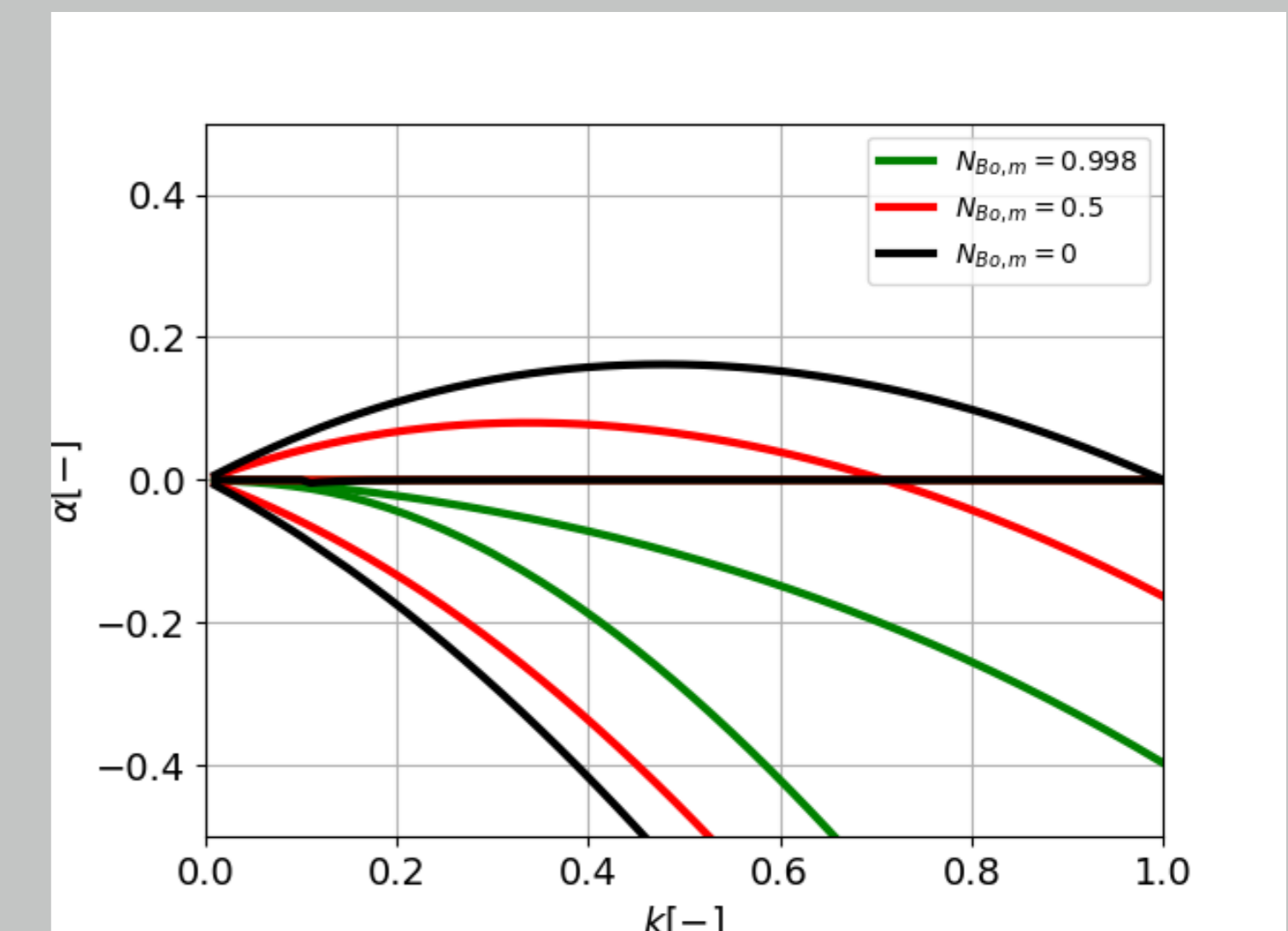
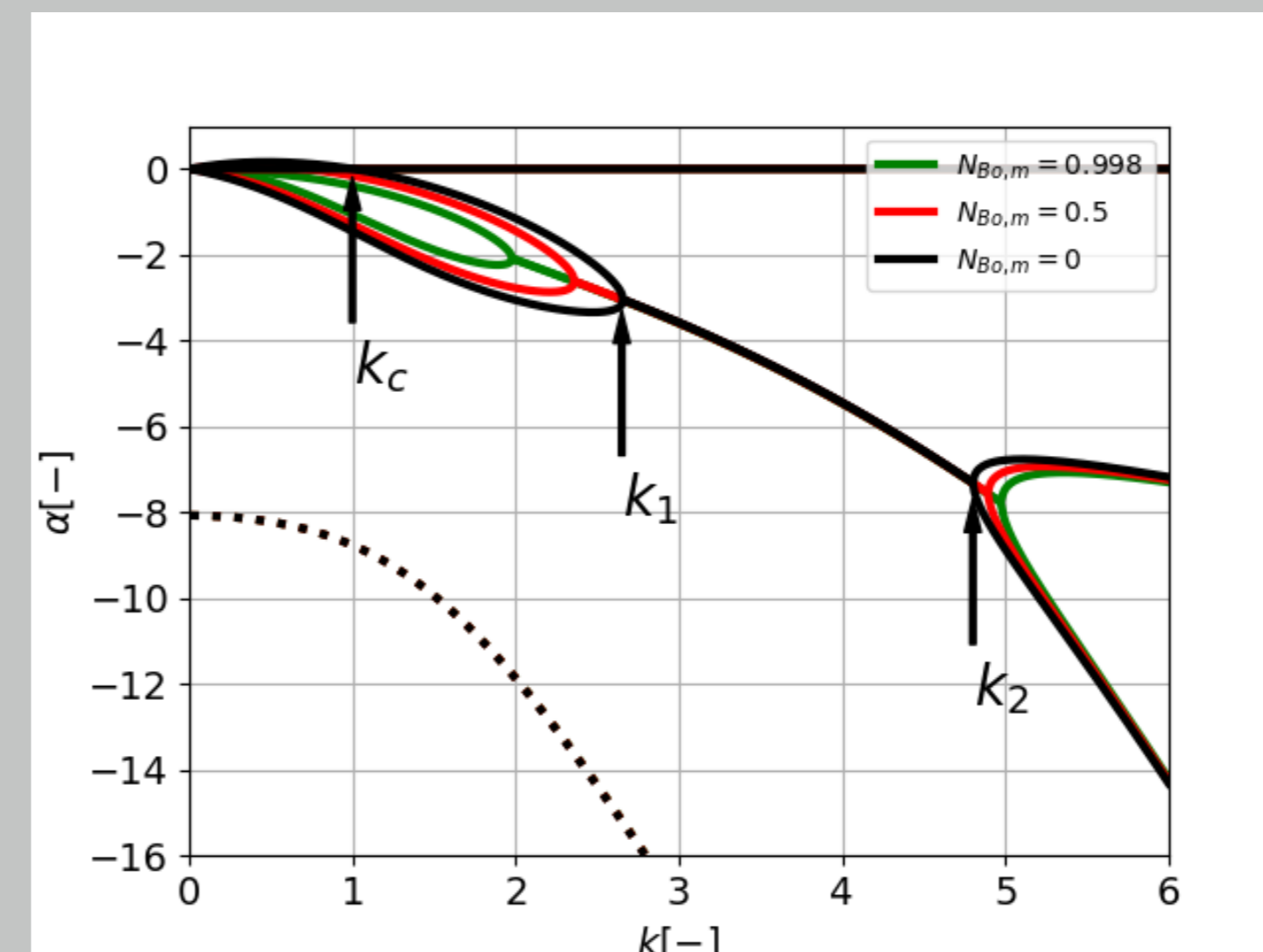
Références

- [1] M I Shliomis. Magnetic fluids. *Soviet Physics Uspekhi*, 17(2) :153–169, February 1974.
- [2] Ronald E. Rosensweig. *Ferrohydrodynamics*. Dover Publications, Inc, Mineola, New York, dover edition edition, 2014.
- [3] F. J. García and H. González. Normal-mode linear analysis and initial conditions of capillary jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 602 :81–117, May 2008.

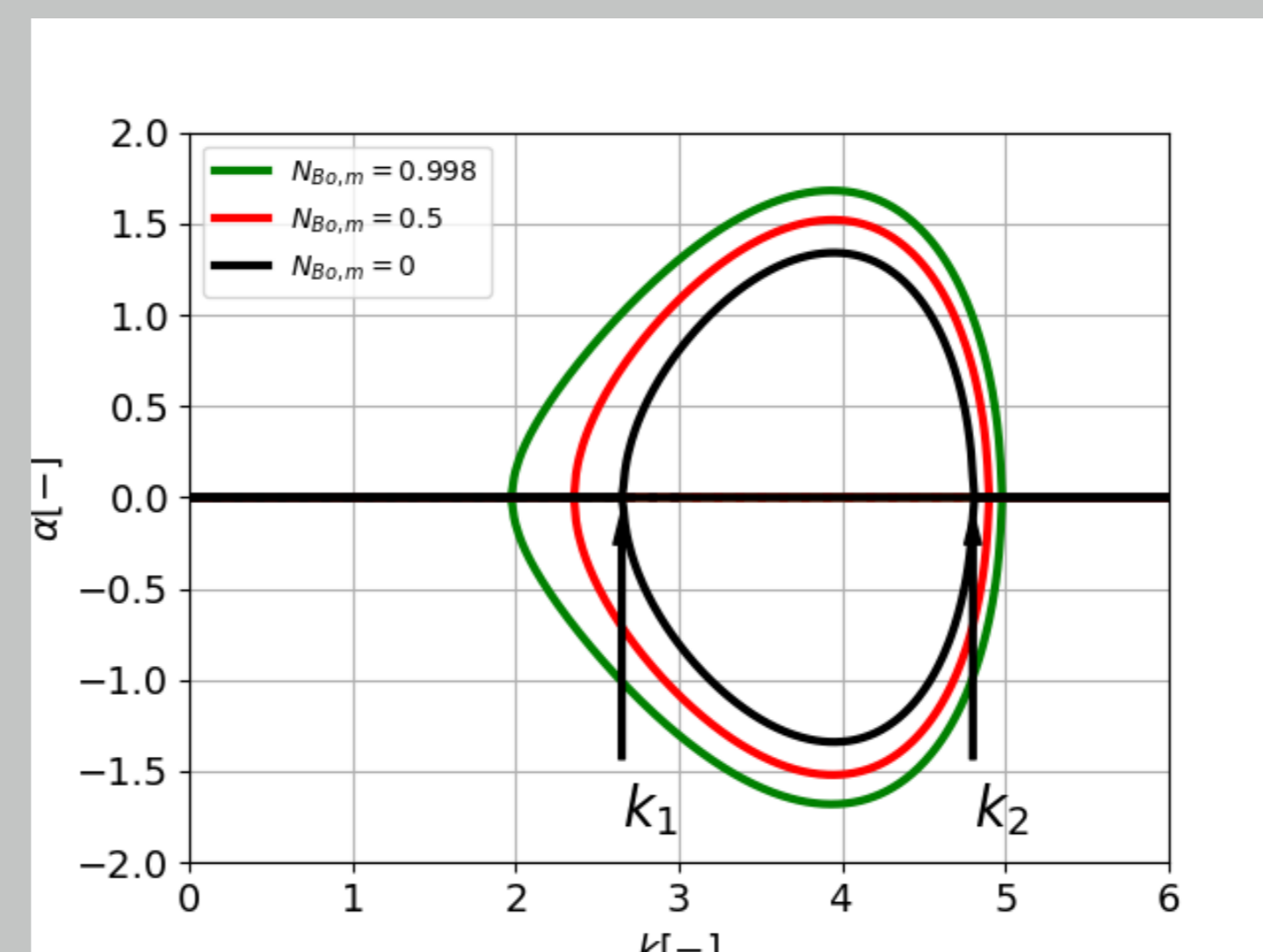
Résolution

Solutions de la relation de dispersion pour $\vec{H}_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}\tilde{r}}, \frac{1}{\sqrt{3}\tilde{r}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$, $\tilde{\mu} = 2$, $N_{Bo,m} \in \{0; 0,5; 0,998\}$ et $Oh = 0,55$

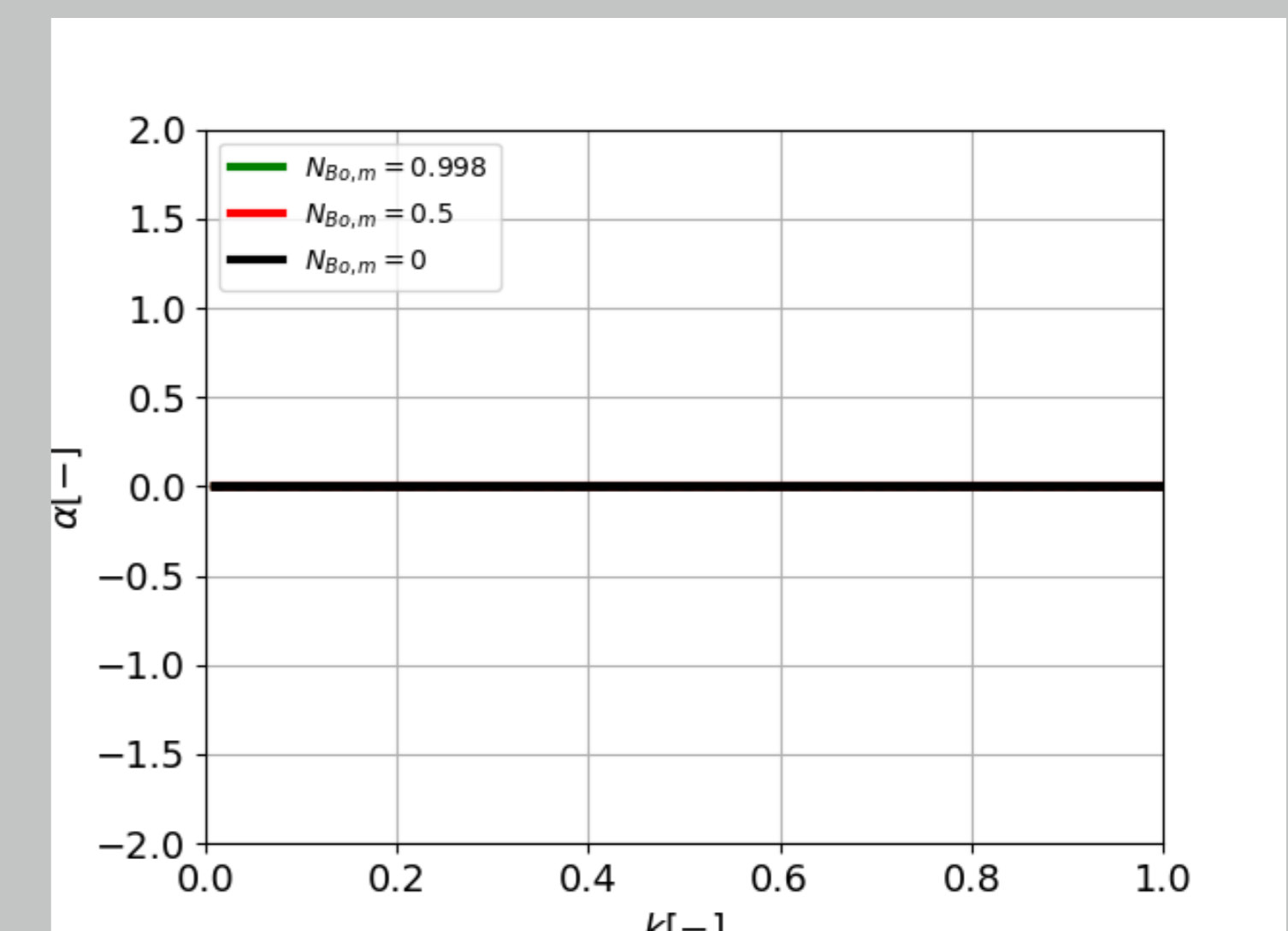
Taux de croissance ($Re(\alpha)$)



Pulsation ($Im(\alpha)$)



(Vues globales)



(Vues agrandies)

Quand $N_{Bo,m}$ augmente :

- Réduction du domaine instable.
- Réduction du taux de croissance.
- Extension du domaine stable oscillant.

Quand $N_{Bo,m} > 1$:

- Régime stable pour tous les nombres d'onde.

Conclusion & Perspectives

Conclusion :

- Modes capillaires et hydrodynamiques retrouvés [3] mais modifiés par la contribution magnétique.
- Effet stabilisateur du champ magnétique pour le cas examiné.

Perspectives :

- Étude d'autres formes de champ magnétique.
- Application en médecine : injection de ferrofluide → nécessité de prendre en compte la viscosité du fluide extérieur.
- Application en impression : prédiction des gouttes satellites → nécessité de prendre en compte les non-linéarités des équations.
- Prise en compte de conditions limites supplémentaires (fil, solénoïde) permettant de créer expérimentalement le champ magnétique.

Remerciements

Cette étude est financée par le projet INFEMA du LabEx EMC3 commun entre le LOMC (Normandie Univ, UNIHAVRE, CNRS) et le CORIA. Les auteurs remercient Innocent Mutabazi, porteur du projet, et Antoine Meyer, post-doctorant sur la partie LOMC, pour la qualité des discussions lors des réunions d'avancement.