



HAL
open science

El enfoque documental de lo didáctico

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Ulises Salinas-Hernández, Ana Isabel Sacristán

► **To cite this version:**

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet, Birgit Pepin, Ulises Salinas-Hernández, Ana Isabel Sacristán. El enfoque documental de lo didáctico. DAD-Multilingual, 2020. hal-02557744v2

HAL Id: hal-02557744

<https://hal.science/hal-02557744v2>

Submitted on 13 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

El enfoque documental de lo didáctico

Luc Trouche, Ghislaine Gueudet & Birgit Pepin
Adaptación al español: Ulises Salinas-Hernández
Revisor: Ana Isabel Sacristán

Resumen

'Documentational Approach to Didactics' es una entrada de la *Encyclopedia of Mathematics Education* (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). Esa entrada se actualizó en 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). Este artículo es una adaptación al español de esta versión actualizada. Forma parte de una colección que reúne adaptaciones, de esa versión, en 14 idiomas (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

El enfoque documental de lo didáctico es una teoría en didáctica de las matemáticas. Su primer objetivo es comprender el desarrollo profesional de los docentes a través del estudio de las interacciones con los recursos que usan y diseñan en/para su enseñanza. En este texto describimos brevemente el surgimiento del enfoque, sus fuentes teóricas, sus conceptos principales y la metodología asociada. Ilustramos estos aspectos con ejemplos de diferentes proyectos de investigación. Esta presentación sintética está escrita para investigadores, pero también para no especialistas (por ejemplo, estudiantes de maestría) interesados en un primer descubrimiento del enfoque documental.

Abstract

The 'Documentation Approach to Didactics' is an entry of the *Encyclopedia of Mathematics Education* (Trouche, Gueudet & Pepin 2018). This entry has been updated in 2020 (Trouche, Gueudet & Pepin 2020). This article is a Spanish adaptation of this updated version. It is part of a collection, gathering such adaptations in 14 languages (<https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL>).

The documentational approach to didactics is a theory in mathematics education. Its first aim is to understand teachers' professional development by studying their interactions with the resources they use and design in/for their teaching. In this text we briefly describe the emergence of the approach, its theoretical sources, its main concepts and the associated methodology. We illustrate these aspects with examples from different research projects. This synthetic presentation is written for researchers, but also for non-specialists (e.g. master students) interested in a first discovery of the documentational approach.

Palabras clave

Materiales curriculares; recursos digitales; génesis documental; invariantes operativas; sistemas de recursos; recursos para la enseñanza; trabajo colectivo de los profesores; desarrollo profesional docente.

Keywords

Curriculum materials; Digital resources; Documentational geneses; Operational Invariants; Resource systems; Resources in/for teaching; Teachers' collective work; Teacher professional development.

1. Introducción

Los profesores de matemáticas interactúan cotidianamente con recursos diseñados para la enseñanza (que llamaremos recursos curriculares, por ejemplo, un libro de texto) o recursos no diseñados para propósitos de enseñanza (por ejemplo, un artículo de periódico). Su trabajo con estos recursos, dentro y fuera del aula, incluye la selección, modificación y creación de nuevos

recursos. Este trabajo creativo se denomina *trabajo documental del profesor* y produce la llamada *documentación del profesor*.

Los recursos curriculares incluyen típicamente recursos de texto (por ejemplo, libros de texto, programas curriculares, hojas de trabajo para estudiantes); o recursos curriculares digitales (por ejemplo, libros de texto digitales interactivos). Sin embargo, el acceso casi ilimitado a recursos en Internet, conlleva cambios profundos en términos de selección y uso de los recursos, así como otros aspectos; en particular, los profesores a menudo no saben elegir los recursos más adecuados, didáctica y cualitativamente, para su enseñanza de las matemáticas. Por lo tanto, el estudio de los recursos y la interacción/trabajo de los profesores de matemáticas con esos recursos, se ha convertido en un importante campo de investigación (e.g. Pepin, Gueudet & Trouche 2013), sobre todo porque las reformas curriculares en muchos países se acompañan de recursos para ayudar a los profesores a implementar el nuevo programa según las expectativas de la institución.

Desde el punto de vista teórico, el trabajo de los profesores con los recursos curriculares ha sido estudiado desde muchos ángulos y perspectivas teóricas (Remillard 2005; Pepin *et al.* 2013). En la literatura de investigación anglo-americana se distinguen las nociones de *intended curriculum* y de *enacted curriculum*, traducidas respectivamente como "currículo promulgado" y "currículo implementado"; mientras que en la Europa continental, la noción de "Didaktik" es un concepto común (e.g. Pepin *et al.* 2013). Esta entrada describe, explica e ilustra el Enfoque Documental de lo Didáctico (EDD de aquí en adelante), que surge de la tradición francesa de investigación en didáctica.

2. Fuentes del enfoque

El enfoque documental de lo didáctico (EDD) (a veces también traducido como aproximación documental de la didáctica –ADD; ver, por ejemplo, Salinas-Hernández, Moreno-Armella & Miranda 2019; Santacruz & Sacristán 2019) fue presentado por primera vez por Ghislaine Gueudet y Luc Trouche (Gueudet & Trouche 2009, Gueudet 2019), y se ha desarrollado aún más en colaboración con Birgit Pepin (Gueudet, Pepin & Trouche 2012). Desde sus orígenes, el EDD está inmerso en la tradición francesa de investigación en didáctica de las matemáticas (Trouche 2016), donde conceptos como *situación didáctica*, *restricción institucional* y *esquema* son fundamentales. Al mismo tiempo, también se apoya en la teoría sociocultural, incluyendo nociones como la *mediación* (Vygotsky 1978) como elemento constitutivo de cada proceso cognitivo. Además, el enfoque se ha desarrollado en el contexto de la emergente digitalización de la información y la comunicación, que requiere nuevos enfoques teóricos.

La digitalización de la información y la comunicación, así como el desarrollo del Internet han tenido, de hecho, importantes consecuencias, tales como la facilidad de acceso rápido a muchos recursos y la comunicación con muchas personas. Esto requirió una metamorfosis completa de los modos de pensar y actuar, particularmente en educación, en términos de nuevos equilibrios entre recursos *estáticos* y *dinámicos*, entre *usar* y *diseñar* recursos de enseñanza, entre trabajo *individual* y *colectivo* (Pepin, Choppin, Ruthven y Sinclair 2017). Teniendo en cuenta estos fenómenos, el EDD propuso un cambio de paradigma analizando el trabajo de los profesores a través del lente de los "recursos" en y para la enseñanza: los recursos que los profesores preparan para (apoyar) sus prácticas en el aula y que, a su vez, se renuevan mediante estas prácticas.

Además de la tradición didáctica francesa, los autores del EDD se inspiraron en varios campos de investigación interrelacionados: (1) el campo *del uso de la tecnología*, (2) el campo de los *recursos* y el *diseño curricular*, (3) el campo de *actualización y desarrollo profesional docente*, y (4) el campo de la *arquitectura de la información*.

En el campo del uso de la tecnología, la base teórica fundamental para EDD fue el *enfoque instrumental*. Esta teoría fue desarrollada por Rabardel (e.g. Vérillon & Rabardel 1995) en ergonomía cognitiva, y luego integrada en la didáctica de las matemáticas (Guin, Ruthven & Trouche 2005), a través de diversas investigaciones (e.g., Cuevas, Martínez & Trouche 2018; Orozco, Cuevas, Madrid & Trouche 2018). Esta teoría distingue entre un *artefacto*, disponible para un usuario determinado, y un *instrumento*, desarrollado por el usuario. El proceso de desarrollo del instrumento se denomina *génesis instrumental*. Esta génesis combina dos procesos:

instrumentación e instrumentalización – los cuales el EDD retoma como conceptos centrales (ver § 3). El desarrollo del enfoque instrumental se dio en un período en el que los profesores enfrentaban la integración de nuevas herramientas *singulares* (e.g. una calculadora, un software de álgebra computacional, un sistema de geometría dinámica). En el nuevo contexto digital se hizo evidente que el enfoque instrumental no era suficiente, ya que los profesores a menudo estaban rodeados (a través del Internet) por una profusión y variedad de *recursos*.

Esta atención en los *recursos* concuerda con la propuesta de Adler (2000) de pensar en un recurso [*resource* en inglés] en términos del verbo en inglés *re-source*, “alimentándose de la fuente nuevamente o de manera diferente” (p. 207) asociado con verbos como renovar, realimentar, re-abastecer, nutrir; en español, recurso significa “acción y efecto de recurrir” (Real Academia Española [RAE] 2019a), donde “recurrir” significa “volver al lugar de donde salió” (RAE 2019b). Manteniendo este punto de vista, el EDD tomó en consideración un amplio espectro de recursos que tienen el potencial de nutrir y modificar la actividad docente (e.g. libros de texto, recursos digitales, intercambios de correo electrónico con colegas, hojas de trabajo de los estudiantes), recursos que *le dicen algo* al profesor y que apoyan su compromiso con la enseñanza (Remillard 2005).

Esta visión amplia de los recursos conduce a una visión amplia del desarrollo profesional docente (e.g. Trouche 2018). Como Ball, Hill y Bass (2005) mencionaron en su estudio del “conocimiento matemático para la enseñanza”, la enseñanza no se reduce al trabajo en clase, sino que también incluye planificación, evaluación, redacción de evaluaciones, discusión con los padres, entre otros. En el EDD se estudia el trabajo de los profesores a través de sus interacciones con los recursos y (siguiendo a Cooney 1999) se reconoce que la evolución de la práctica y la evolución del conocimiento o creencias profesionales están relacionadas (de manera específica, como se explica en la Sección 3).

Teniendo en cuenta los recursos como la materia que alimenta el trabajo de los profesores, se necesitaba una palabra para nombrar lo que un profesor desarrolla, para un objetivo dado, a través de su trabajo con estos recursos. Propusimos, entonces, emplear el término *documento*, que ya se había utilizado en el campo de la arquitectura de la información (Salaün 2012) para denominar “algo con una intención”, dedicado a un uso dado en un contexto dado. Es a partir de dicha elección que surge el nombre del enfoque, “enfoque documental de lo didáctico”.

Finalmente, la facilidad para comunicarse a través del Internet, lleva a tener en cuenta la aparición de un espectro de diversas formas de trabajo colectivo de los profesores: redes, asociaciones en línea, comunidades más o menos formales (e.g. Sánchez 2010). La teoría de *comunidades de práctica* de Wenger (1998) y sus conceptos de *participación*, *negociación* y *reificación* parecieron particularmente fructíferos y apropiados para analizar el diseño de los recursos de enseñanza por parte de colectivos de profesores y los procesos de aprendizaje y desarrollo profesionales asociados (Gueudet, Pepin y Trouche 2013).

Habiendo descrito las fuentes de este enfoque teórico, en la siguiente sección se presentan su estructura y conceptos centrales.

3. El enfoque documental de lo didáctico: un enfoque holístico del trabajo de los profesores

En esta sección, se describen y explican los “ingredientes” del EDD y los procesos involucrados. Se definen los siguientes términos: recursos, documentos, génesis, instrumentación e instrumentalización.

Los *recursos curriculares* son todos los recursos (e.g. libros de texto digitales/tradicionales, recursos interactivos digitales) desarrollados y usados por profesores y alumnos en su interacción con las matemáticas en y para la enseñanza y el aprendizaje, dentro y fuera del aula. Incluyen también recursos digitales del plan de estudios (Pepin, Choppin, Ruthven & Sinclair 2017; Salinas-Hernández, Sacristán & Trouche 2018), los cuales Pepin y Gueudet (2018) distinguen de las TICs (Tecnologías de la información y la comunicación para la enseñanza). Esas autoras también distinguen entre *recursos curriculares materiales* (e.g. libros de texto, recursos digitales del plan de estudios, herramientas manipulables y calculadoras), *recursos sociales* (e.g. una conversación en la web/foro) y *recursos cognitivos* (e.g. marcos / herramientas teóricas usadas para trabajar con los profesores). EDD se ha aplicado principalmente al trabajo de los profesores, pero también se

puede utilizar para estudiar el trabajo de los formadores de profesores (e.g. Psycharis & Kalogeria 2018), o las interacciones de los estudiantes con recursos (e.g. Kock & Pepin 2018).

En términos de procesos, durante la interacción con un recurso particular o conjunto de recursos, los profesores desarrollan sus *esquemas de uso* particulares con esos recursos (ver sección 4 más abajo). Es probable que estos esquemas sean diferentes para diferentes profesores, aunque usen el mismo recurso, dependiendo, por ejemplo, de sus disposiciones y conocimientos. El resultado es un *documento*, donde:

Recursos + esquema de uso = documento

El proceso de desarrollo del documento (que incluye el aprendizaje del profesor involucrado) ha sido acuñado como *génesis documental* (e.g., Gueudet & Trouche 2009).

Pepin, Gueudet y Trouche (2013) han propuesto perspectivas teóricas sobre el "recursamiento [o reabastecimiento]" del trabajo y de las interacciones de los profesores, y el enfoque documental es particularmente pertinente para ver el "uso" de los recursos como un proceso interactivo y potencialmente transformador. Este proceso funciona en dos sentidos: las características del, o de los, recurso(s) influyen en la práctica de los profesores (el proceso de *instrumentación*); mientras que las disposiciones y el conocimiento de los profesores guían las elecciones y los procesos de transformación de diferentes recursos (el proceso de *instrumentalización*) (Figura 1). Por lo tanto, el EDD enfatiza la naturaleza dialéctica de las interacciones profesor-recurso combinando instrumentación e instrumentalización (Vérillon & Rabardel 1995). Estos procesos incluyen las prácticas de diseño, rediseño o "diseño en uso" (donde los profesores modifican un documento "en el momento" y de acuerdo con sus necesidades de enseñanza).

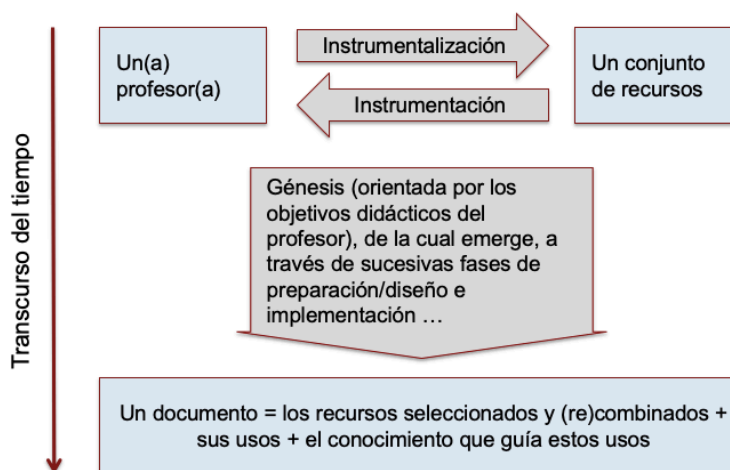


Figura 1. Una representación de una génesis documental

El EDD propone un modelo de interacciones entre profesores y recursos, que tiene implicaciones para el desarrollo profesional docente. Si bien hay una enorme cantidad de materiales potencialmente adecuados disponibles en Internet, no existen herramientas de búsqueda y selección pertinentes para encontrar recursos de enseñanza y aprendizaje particulares (tal vez interactivos) y que sean compatibles, desde un punto de vista didáctico o epistémico, con otros recursos ya integrados por los profesores (e.g. libros de texto). En otras palabras, lo que se encuentra disponible en Internet para los profesores es a menudo "una pila de ladrillos", sin que se proporcione orientación sobre cómo estos ladrillos podrían conjuntarse para desarrollar una trayectoria coherente de aprendizaje de los estudiantes. Tanto en el caso que se busquen ejercicios para complementar una secuencia de aprendizaje determinada o se planifiquen rutas de aprendizaje a través de un libro de texto electrónico flexible, los profesores requerirán apoyo profesional para ayudarlos a desarrollar su *capacidad de diseño* (Pepin, Gueudet & Trouche 2017): una conciencia / sensibilidad de los aspectos matemáticos y pedagógicos de los recursos de aprendizaje, y de la flexibilidad para usarlos (ver Ventana 1). Es esta capacidad de diseño de los profesores que Wang (2018) considera como parte de la *competencia documental* de los profesores.

Ventana 1. Recursos en la escuela secundaria: el ejemplo del trabajo documental de Vera

Vera es una de muchos profesores de matemáticas de secundaria que trabajan con Sésamath en Francia (Gueudet *et al.* 2013; Pepin *et al.* 2017). Sésamath es una asociación de profesores de matemáticas de secundaria en Francia, cuyos miembros conciben, diseñan (y ofrecen gratuitamente desde 2001) libros de texto electrónicos interactivos en su sitio de Internet (<http://www.sesamath.net/>). Se analiza el trabajo documental de Vera para una nueva lección: fue la primera vez que Vera enseñó porcentajes en una clase de segundo grado de secundaria, y usó una diversidad de recursos para esa lección, incluidos recursos de Sésamath.

El análisis se centra en un *ciclo* de esta lección: preparación de la lección; implementación de la lección; evaluación de la comprensión de los alumnos; y reflexión de Vera sobre su trabajo. La elección de dicho ciclo está en línea con las ideas que sustentan el EDD: el diseño no se limitó al diseño inicial de un recurso dado para enseñar un contenido en particular, sino que continuó a lo largo del uso del recurso. El trabajo de diseño de Vera incluyó, por ejemplo, el uso de LaboMEP (una herramienta de Sésamath) para proponer diferentes ejercicios a diferentes estudiantes; esto la hizo consciente de la necesidad de diferenciar su enseñanza. LaboMEP también plantea variaciones de ejercicios con la misma estructura. Vera declaró como gran motivación para mejorar su enseñanza, el dominar, no solo un conjunto de ejercicios familiares, sino también variaciones (con la misma estructura matemática) relacionadas con una lección en particular.

Estos resultados ponen en evidencia un desarrollo de la *flexibilidad didáctica* de Vera. Por flexibilidad didáctica, nos referimos a su capacidad de diseñar, seleccionar, usar y transformar los recursos curriculares existentes de manera efectiva, diseñando/creando nuevos materiales, con el propósito de lograr una enseñanza matemática efectiva.

La enseñanza se considera aquí, esencialmente, como un trabajo de diseño. Esto está en línea con el punto de vista de Brown (2009), quien explica que la interpretación de la enseñanza como diseño, y de la noción de profesores como diseñadores, se ajusta a una variedad de teorías cognitivas que "enfatan la asociación vital que existe entre los individuos y las herramientas que usan para lograr sus objetivos. ... Y no son solo las capacidades de los individuos las que dictan los logros humanos, sino también las posibilidades de los artefactos que utilizan" (p. 19).

Por ende, Brown (2009) ve esta relación de la misma manera, como una interrelación: la actividad de "diseño" no solo depende de la competencia del profesor, sino que es una interrelación entre el/los profesore(s) y los recursos (curriculares); la "relación profesor-herramienta", que está en juego aquí, y por lo tanto, las posibilidades de los recursos curriculares, influyen en esta relación. Esto está en línea con el EDD, enfatizando que cualquier comprensión del profesor como diseñador debe incluir un acto consciente / deliberado de diseño, de crear 'algo nuevo' (por ejemplo, combinar elementos existentes y nuevos) para alcanzar un cierto objetivo didáctico (Pepin, Gueudet & Trouche 2017). Este trabajo de desarrollo se puede analizar gracias a la noción de *esquema*, la cual se define en la siguiente sección.

4. Profundización teórica en el enfoque: esquemas y sistemas

El concepto de "esquema" (Vergnaud 1998) es central en el EDD. Está estrechamente relacionado con el concepto de "clase de situaciones", que en nuestro contexto es un conjunto de situaciones profesionales que corresponden al mismo objetivo de la actividad. Por ejemplo, "manejar la heterogeneidad de una clase de segundo grado de secundaria" es una clase de situaciones para Vera (ver Ventana 1). Para una clase de situaciones, un sujeto (aquí un profesor) desarrolla una organización estable de su actividad: esto es un esquema. Un esquema tiene cuatro componentes:

- El objetivo de la actividad (que caracteriza la clase de situaciones);
- Reglas de acción, de recuperación de información y de control;

- Invariantes operativas, que constituyen la parte epistémica del esquema. Hay dos tipos de invariantes operativas (asociadas): los *teoremas-en-acto*, que son las proposiciones consideradas como verdaderas: y los *conceptos-en-acto*, que son los conceptos considerados como relevantes (ver ejemplo a continuación);
- Posibilidades de inferencias, de adaptación a la variedad de situaciones.

A lo largo de su actividad, el/la profesor(a) puede enriquecer sus esquemas, integrando nuevas reglas de acción y nuevas invariantes operativas, o puede también desarrollar nuevos esquemas. El esquema ofrece un modelo para analizar los procesos de aprendizaje. En el EDD, los esquemas que se consideran son esquemas de uso para un recurso dado (o un conjunto de recursos). Los recursos producidos y el esquema constituyen un documento (como se resume en la ecuación provista en la sección anterior –ver Figura 1—, donde un documento es los recursos seleccionados y re combinados, junto con un esquema de uso).

El conjunto formado por todos los recursos usados por el profesor se denomina su *sistema de recursos*. Estos recursos están asociados con esquemas de uso, formando documentos (el mismo recurso puede intervenir en varios documentos). Los documentos desarrollados por un profesor también forman un sistema, llamado *sistema documental* del profesor. Su estructura sigue la estructura de la clase de situaciones que componen la actividad profesional del profesor (de acuerdo con los diferentes objetivos de su actividad).

Cuando los profesores comparten su trabajo documental, por ejemplo en un grupo que prepara las clases colectivamente, ellos también pueden desarrollar un sistema de recursos compartido (Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Sin embargo, los diferentes miembros del grupo pueden desarrollar diferentes esquemas para el mismo recurso, lo que resulta en diferentes documentos (Pepin & Gueudet 2020).

La Ventana 2 presenta un estudio de caso en la escuela primaria, ilustrando las invariantes operativas, el sistema de recursos y el sistema documental.

Ventana 2. Recursos en la escuela primaria: el ejemplo del ábaco virtual

El ábaco virtual (Figura 2) es un software¹ gratuito desarrollado en Francia por Sésamath, una asociación de profesores de matemáticas que diseña recursos en línea (ver Ventana 1).

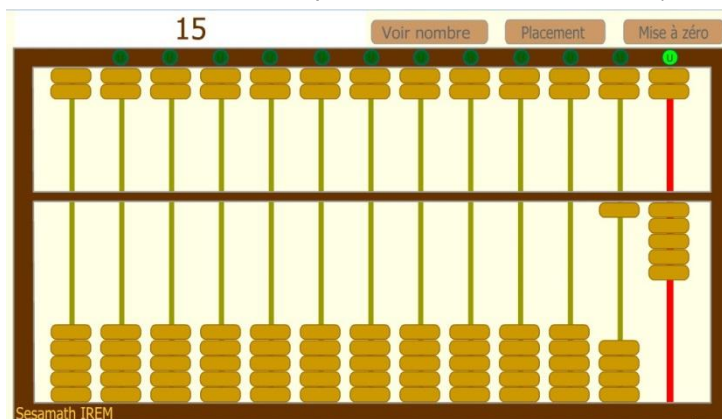


Figura 2. El ábaco virtual

El ábaco chino está separado en dos partes por una barra central, llamada "la barra de lectura": solo las cuentas en esta barra se consideran "activadas". Hay dos tipos de cuentas: cuentas de 5 unidades (dos de ellas) y cuentas de 1 unidad (cinco de ellas). El ábaco chino consta de 13 barras verticales. Cada barra corresponde a un rango de nuestro sistema de numeración: unidades, decenas, centenas, etc. (de derecha a izquierda). Hay varias posibilidades para mostrar el mismo número en el ábaco chino: por ejemplo, el 15 se

¹ El software y otros recursos se pueden encontrar en http://seminaire-education.espe-bretagne.fr/?page_id=611

representa arriba (Figura 2) usando 6 cuentas (una cuenta de una unidad en la barra de las decenas y cinco cuentas de una unidad en la barra de las unidades); también se puede representar usando solo dos cuentas, reemplazando las cinco cuentas de una unidad de la barra de las unidades por una cuenta de cinco unidades en la misma barra.

Carlos es un maestro experimentado de escuela primaria a quien se hizo seguimiento durante tres años, con respecto a su uso del ábaco (Poisard, Bueno-Ravel & Guedet 2011). Él decidió usar el ábaco para enseñar números en su clase de tercer grado. Él había visto en su libro de texto de matemáticas una actividad con el ábaco, pero no había querido implementarla en clase hasta que descubrió el ábaco virtual. Estableció una secuencia en la que los alumnos manipulan primero el ábaco real y formulan hipótesis sobre su funcionamiento. Luego, los estudiantes trabajan en el ábaco virtual y escriben instrucciones para su uso. Después de eso, Carlos propone ejercicios: escribir un número dado en el ábaco, leer un número inscrito en el ábaco. Para la evaluación final, dichos ejercicios se dan en papel para evitar estrategias de prueba y error en el software.

Carlos desarrolló varios documentos incorporando el ábaco virtual y otros recursos asociados (Poisard *et al.* 2011). Con el objetivo de "descubrir cómo funciona el ábaco", utilizó tanto ábacos concretos como el ábaco virtual, y pidió a los estudiantes que hicieran carteles para presentar cómo usar el ábaco. Para él era importante dejar que sus alumnos descubrieran por sí mismos los principios del ábaco. Esto corresponde a una invariante operativa (teorema-en-acto): "los estudiantes deben descubrir por sí mismos, en la medida de lo posible, las nuevas herramientas que conocen". También está ligado a un concepto-en-acto asociado: "descubrimiento autónomo"; ambos fueron desarrollados por Carlos antes de conocer el ábaco virtual. Otra invariante operativa intervino en sus elecciones: "es importante que los estudiantes de tercer grado manipulen recursos materiales concretos". El esquema para el objetivo "descubrir cómo funciona el ábaco" comprende estas invariantes operativas y las reglas de acción asociadas: "proponer el ábaco concreto a los estudiantes para que puedan manipular"; "proponer el ábaco virtual a los estudiantes para que puedan verificar qué número se muestra".

A lo largo de su trabajo con el ábaco, Carlos observó que para el ejercicio: "mostrar un número dado en el ábaco", si los estudiantes usan el ábaco virtual, desarrollan estrategias de prueba y error usando el botón "mostrar número". Por lo tanto, decidió hacer una evaluación final en papel. Él desarrolló un nuevo documento, con el objetivo: "enseñar a los estudiantes cómo mostrar un número en el ábaco". Este documento incorpora el ábaco virtual, pero también el ábaco dibujado en papel, y una invariante operativa (teorema-en-acto) del tipo: "en el ábaco virtual, los estudiantes pueden usar estrategias de prueba y error".

Carlos es un maestro experimentado de primaria. Para la enseñanza de números en el tercer grado, desarrolló durante muchos años un sistema de recursos y documentos (que puede considerarse como un subsistema del sistema completo de recursos o de documentos). El ábaco se ha integrado en estos recursos, generando nuevos documentos. Algunos de estos documentos corresponden a objetivos directamente relacionados con el ábaco, como "descubrir cómo funciona el ábaco", "enseñar a los estudiantes cómo mostrar un número en el ábaco". En otros documentos, el ábaco no figuraba en el objetivo, pero sin embargo se utilizó para este objetivo. Por ejemplo, para el objetivo de "enseñar los principios del sistema posicional de base diez", usó el ábaco para evidenciar los principios de "agrupación e intercambio" (como agrupar dos cuentas de cinco unidades en una barra e intercambiarlas con una cuenta de una unidad en la siguiente barra). Otros recursos en su sistema de recursos intervinieron en estos documentos, como carteles escritos por los estudiantes. Algunos de estos recursos han sido decisivos en su elección de usar el ábaco: el libro de texto en particular, el cual le ofreció una primera oportunidad para conocer un posible uso del ábaco en clase.

Todo el sistema de documentos de un profesor comprende muchos subsistemas con su propia estructura, vinculados, por ejemplo, con un contenido matemático particular o un tipo específico de actividad: subsistema para geometría, subsistema para evaluación. El sistema completo puede ser descrito en diferentes niveles, desde un nivel muy general de la actividad hasta un enfoque muy específico vinculado a un contenido matemático particular. Para la investigación en didáctica de las matemáticas, los niveles más específicos que toman en cuenta el contenido matemático (como

cuando el objetivo sea "evaluar las habilidades de los estudiantes concernientes a porcentajes en el segundo grado de secundaria") son particularmente relevantes, dando más información sobre las interacciones de los profesores con los recursos y sus consecuencias. El EDD afirma que analizar el trabajo documental de los profesores requiere una metodología específica; este es el tema de la siguiente sección.

5. Investigación reflexiva: un constructo metodológico en desarrollo

Esta sección presenta el diseño de metodología típicamente vinculada al EDD y los principios que fundamentan este diseño. Luego se describe una herramienta que ilustra estos principios; y finalmente se presentan algunos problemas que enfrenta esta metodología de investigación. El análisis de la actividad de los profesores a través de su trabajo documental requiere tener en cuenta los siguientes elementos: la diversidad de recursos que alimentan y producen este trabajo; la variedad de interacciones (colectivas, institucionales y sociales) que influyen en este trabajo; el tiempo necesario para desarrollar génesis documentales. Estas consideraciones epistemológicas han llevado al EDD (Gueudet, & Trouche 2010, p. 27) a desarrollar una metodología específica, denominada *investigación reflexiva del trabajo documental* de los profesores.

Esta metodología otorga un papel importante a los propios profesores, y se basa en cinco principios fundamentales²:

- El principio de una *amplia colección de los recursos materiales* usados y producidos en el curso del trabajo documental;
- El principio de *seguimiento a largo plazo*. Las génesis son procesos en desarrollo y los esquemas se desarrollan durante largos períodos de tiempo;
- El principio de *seguimiento dentro y fuera de la clase*. El salón de clases es un lugar importante donde se implementa la enseñanza elaborada, la cual requiere adaptaciones, revisiones e improvisaciones. Sin embargo, una parte importante del trabajo de los profesores se lleva a cabo fuera del salón de clases: en la escuela (por ejemplo, en las salas de profesores), en el hogar, o en los centros de formación y actualización docente;
- El principio del *seguimiento reflexivo* del trabajo documental; donde se utiliza ampliamente la mirada del profesor a su propio trabajo.
- El principio de *confrontar el punto de vista del profesor* sobre su trabajo documental y la *materialidad de este trabajo* (materialidad que proviene, por ejemplo, de la colección de recursos materiales; o de las prácticas del profesor en sus clases).

La participación activa del profesor es una necesidad práctica, ya que es él quien tiene acceso a su trabajo documental (más allá de la observación directa del investigador). También produce una postura reflexiva que lleva al profesor a una actitud introspectiva, a veces haciendo visible lo que podrían ser recursos ocultos o vínculos ocultos dentro de su sistema de recursos. Los principios y el propósito de esta recopilación de datos distribuidos durante un largo período de tiempo deben ser presentados claramente por el investigador al profesor desde el principio. Esta necesidad condujo a a Sabra (2016) a proponer la noción de *contrato metodológico*, vinculando a un profesor y a un investigador que estudia el trabajo documental del profesor.

Con base en estos principios, se diseñaron estrategias y herramientas de recolección de datos, adaptadas a los diversos contextos y preguntas de investigación. Por ejemplo, una herramienta que parecía particularmente fructífera es la "representación esquemática del sistema de recursos" de un profesor (RESR, ver Figura 3). Se le pide al profesor que dibuje un mapa de sus recursos, evidenciando los recursos que había identificado y los que se había apropiado; precisando de qué fuentes y para qué propósito (ver también Pepin, Xu, Trouche & Wang 2016).

² En (Gueudet et Trouche 2012, p. 27), propusimos solo los cuatro primeros principios. Agregamos aquí un quinto principio, que surgió progresivamente de los estudios desarrollados en el marco del EDD.

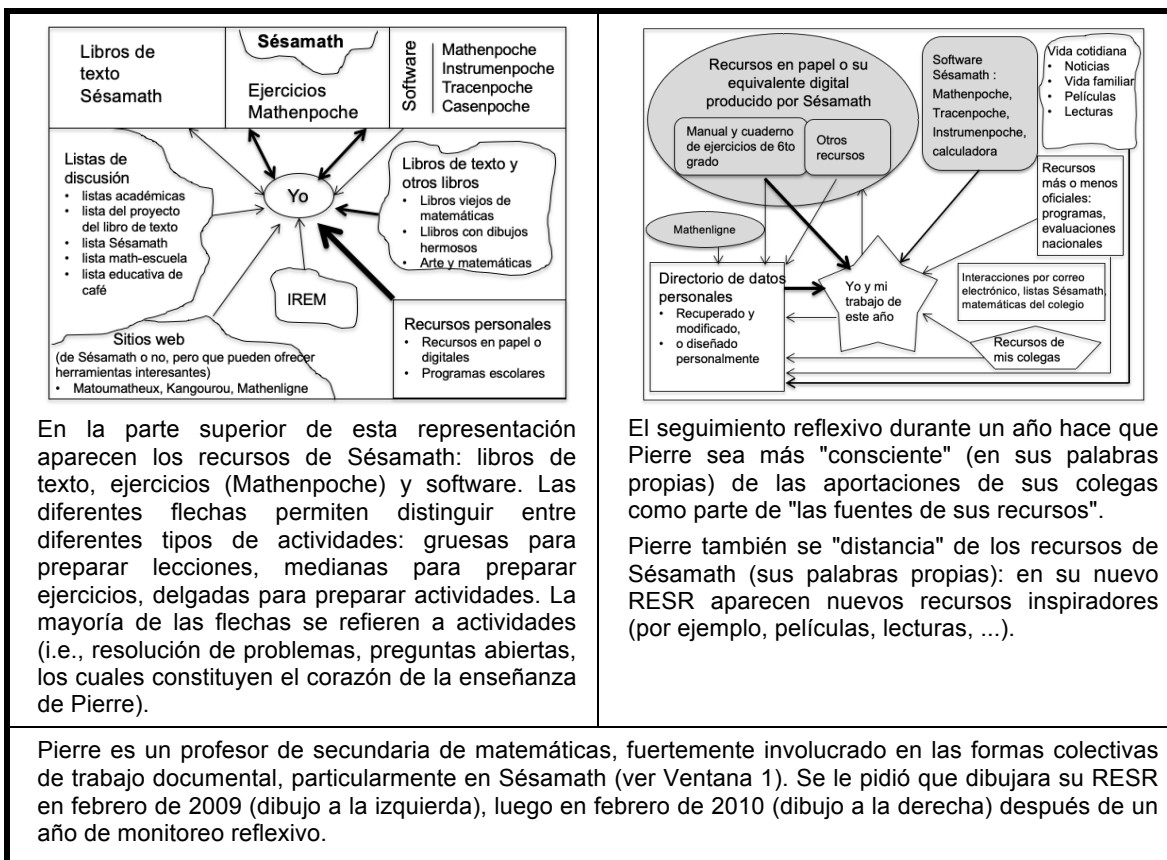


Figura 3. El RESR de Pierre (*Gueudet, Pepin & Trouche 2012, p. 314 & 318*)

Desde el comienzo del EDD, esta herramienta ha sido desarrollada en varias direcciones:

- Hammoud (2012), trabajando en enseñanza de la química, propuso un enfoque para analizar RESR como mapas mentales; ella también usó el RESR para pedirles a los profesores que describieran sus interacciones con colegas, o dentro de diferentes colectivos;
- Rocha (2018) renombró los RESR como "Mapeos reflexivos del sistema de recursos de los profesores" (MRSR), por dos razones: para enfatizar el papel de la reflectividad; y denotar (con un "mapeo") un proceso de exploración progresiva de un territorio desconocido (para el investigador, pero en cierta medida también para el profesor mismo). En su investigación, Rocha le pidió a un profesor que dibujara tales MRSR en diferentes momentos, para investigar hasta qué punto los desarrollos en la "enseñanza" y reformas particulares (vinculados a recursos particulares) resultan en un "nuevo" MRSR. Además, siguiendo el quinto principio (ver arriba), ella enfrentó al profesor con un MRSR dado, hecho por el mismo profesor, y desarrollando lo que llamó "Mapeo inferido del sistema de recursos del profesor" (MISR) hecho por la propia investigadora.

Más allá de esta herramienta específica, se han producido nuevos desarrollos metodológicos de la investigación reflexiva para acceder, en la medida de lo posible, al "verdadero" trabajo documental de los profesores, en el momento y en el lugar donde ocurre. Significa observar a un profesor durante los episodios de interacción con los recursos, no solo en los episodios públicos (por ejemplo, en los salones de clases) sino también durante los episodios más "íntimos": por ejemplo, preparando una lección, o una secuencia para el año; o cuando las revisa. Se realizó un seguimiento grabado en video de un ciclo de lección (desde su preparación a su implementación y los episodios sucesivos de revisión). Esto generó *valijas* documentales (Bellemain & Trouche 2016), recolectando datos del profesor durante ese ciclo de su trabajo documental, tales como gestos y palabras (permitiendo, por ejemplo, inferir elementos de sus esquemas). Este tipo de

seguimiento plantea algunas dificultades, entre ellas las siguientes:

- ¿En qué condiciones "naturales" podría un profesor trabajar solo, con recursos, y al mismo tiempo, describir el fundamento de lo que hace en su actividad? Wang (2018) presenta la noción de *compañero de trabajo documental* del profesor, lo que significa que un profesor comparte regularmente el trabajo documental con un colega (su compañero de trabajo documental). El seguimiento de la pareja de profesores que trabajan juntos puede dar acceso a sus explicaciones mutuas y a aspectos de sus conocimientos que guían su trabajo documental (Trouche *et al.* 2019);
- ¿Cómo es posible almacenar (para fines de análisis) los datos heterogéneos y numerosos resultantes del seguimiento del trabajo documental de los profesores? Este problema se aborda en el marco del proyecto AnA.doc (Alturkmani *et al.* 2019), a partir del desarrollo de un prototipo de plataforma. Dicha plataforma permite almacenar videos, así como recursos usados o producidos por el trabajo documental de los profesores, para su posterior análisis y para compartir tanto los datos como sus análisis dentro de una comunidad de investigación.

Analizar el trabajo documental de los profesores es un proceso complejo. Los cinco principios de la metodología de investigación reflexiva proporcionan pautas para las elecciones metodológicas. Los investigadores que utilizan estos principios deben tomar decisiones motivadas para limitar la abundancia de datos: elegir los momentos críticos del trabajo documental de los profesores (ver la noción de *incidentes documentales*, Sabra 2016); o los recursos críticos para el sistema de recursos de un profesor (ver la noción de *recurso pivote*, Gueudet 2017). Este trabajo está en progreso, respondiendo a cuestiones metodológicas y conceptuales estrechamente relacionadas entre sí.

6. Perspectivas para evoluciones futuras

El enfoque documental de lo didáctico es un marco teórico reciente en didáctica de las matemáticas. Si bien los conceptos presentados en las secciones 2 y 3 (recursos, documentos, génesis documentales) ahora están bien establecidos, los conceptos más elaborados como "sistemas de recursos" y "sistemas de documentos" continúan evolucionando. Por ejemplo, en el caso de los profesores de matemáticas de secundaria, ¿es posible observar diferentes tipos de estructuras de sus sistemas de documentos que puedan asociarse con perfiles profesionales particulares de estos profesores? ¿Se da el caso que algunos grupos de docentes (comunidades de práctica, en particular) comparten sistemas de documentos colectivos (por ejemplo, Pepin & Gueudet 2020)?

Además, los campos de aplicación del EDD han evolucionado a lo largo de los años. En términos de niveles educativos, ahora van desde preescolar (Besnier & Gueudet 2016) hasta la universidad (Gueudet 2017; Kock & Pepin, 2018), y también incluyen el trabajo de formadores de profesores con recursos (Psycharis & Kalogeria 2018). En términos de disciplinas, el enfoque documental se ha utilizado en ciencias experimentales como la química y la física (Hammoud 2012; Salinas-Hernández & Trouche 2018), y también en la enseñanza de idiomas (Quére 2019). ¿Cuáles son las especificidades del trabajo documental y los sistemas de documentación de los profesores en estos nuevos contextos?

El uso del EDD en diversos contextos sociales y culturales (por ejemplo, en Brasil, en China, en el Líbano, en Noruega, en Senegal) también genera preguntas sobre el 'colorido cultural' del trabajo de los profesores con los recursos: por ejemplo, diferentes sistemas de nombres o terminologías usados por los profesores en su trabajo diario de documentación; o las percepciones y prácticas relacionadas con el "diseño del profesor" varían entre las esferas culturales (e.g. Pepin, Artigue, Gitirana, Miyakawa, Ruthven & Xu 2019). Esta diversidad es el resultado de contextos históricos, sociales y culturales en los que se lleva a cabo el trabajo de los profesores (e.g. Wang, Salinas & Trouche 2019). Las investigaciones que abordan estas preguntas podrían conducir a una mejor comprensión, más matizada, de la naturaleza de las interacciones de los profesores con los recursos y a una profundización de los conceptos relacionados con el EDD.

Un estudio reciente ha abierto una nueva línea de investigación, al considerar el trabajo de los *estudiantes* con recursos (e.g. Kock & Pepin 2018). Otros estudios (e.g. Gueudet & Pepin 2018;

Salinas-Hernández, Moreno-Armella & Miranda 2019; Trouche, Gitirana, Miyakawa, Pepin & Wang 2019) han sugerido posibles vínculos con otras teorías. La teoría de situaciones didácticas (Brousseau 1998), por ejemplo, introduce el concepto de *milieu* (medio) que incluye todos los objetos con los que el alumno individual interactúa en una situación matemática. Estos objetos pueden considerarse como recursos. ¿Cuáles son las consecuencias de tales vínculos teóricos?

A medida que aumenta la gama de fenómenos de enseñanza y aprendizaje estudiados con este enfoque, también se desarrollan conceptos y métodos. Esto es evidente en numerosas comunicaciones, publicaciones y conferencias especializadas usando el EDD (por ejemplo, la conferencia internacional *Re(s)ources 2018*, ver Gitirana *et al.* 2018 y Trouche, Gueudet & Pepin 2019). Tales eventos y publicaciones también evidencian que hay 'recursos faltantes' por ser desarrollados (Trouche 2019). Estos estudios y actividades constituyen hitos fundamentales en el desarrollo continuo de un marco teórico viviente.

Referencias

- Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 205–224.
- Alturkmani, M., Daubias, P., Loisy, C., Messaoui, A., & Trouche, L. (2019). Instrumenter les recherches sur le travail enseignant : le projet AnA.doc. *Education & didactique*, 13(2), 31-60.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 30(3), p. 14–17, 20–22, 43–46.
- Bellemain, F., & Trouche, L. (2016). *Comprender o trabalho dos professores na concepção e utilização recursos no seu ensino*, I Simpósio Latinoamericano de Didática da Matemática, 01 a 06 de novembro de 2016, Bonito - Mato Grosso do Sul - Brasil, retrieved at <https://drive.google.com/file/d/0B6OphkgfrkD3eGRISW1iVHg3YjQ/view>
- Besnier, S. (2019). Travail documentaire des professeurs et ressources technologiques : le cas de l'enseignement du nombre à l'école maternelle. *Education & Didactique*, 13(2), 119-153.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brown, M. W. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17–36). New York: Routledge.
- Chevallard, Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand, & A. Tiberghien (Eds.), *La transposition didactique à l'épreuve*. (pp. 135-180). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Cooney, T. J. (1999). Conceptualizing teachers' ways of knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 163–187.
- Cuevas Vallejo, C.A., Martínez Reyes, M., & Trouche, L. (2018). Considerando la complejidad del aprendizaje y enseñanza del cálculo a partir de un experimento de diseño de software. In C. A. Cuevas Vallejo, M. Martínez Reyes, & R. G. Cruz Flores (Eds.), *Tendencias actuales en enseñanza de las ciencias, una perspectiva para investigadores y docentes*. México: Pearson. ISBN: 978-607-32-4865-5
- Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. (Eds.) (2018). *Proceedings of the Re(s)ources 2018 international conference*. ENS de Lyon, retrieved at <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563>
- Gueudet, G. (2017). University Teachers' Resources Systems and Documents. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 3(1), 198-224.
- Gueudet, G. (2019). Studying Teachers' Documentation Work: Emergence of a Theoretical Approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles at http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-28_003_Ressources2018_Ghislaïne_Gueudet_v1.fra.mp4 -

- Gueudet, G., & Pepin, B. (2018). Didactic contract at university: a focus on resources and their use. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education* 4(1), 56-73.
- Gueudet, G., Pepin, B., & Trouche, L. (Eds.) (2012). *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*. New York: Springer.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers? *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 199-218.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet, & L. Trouche (dir.) *Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques* 57-74, INRP et PUR
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2012). Teachers' work with resources: documentation geneses and professional geneses. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources: Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development*, 23-41, NY: Springer.
- Guin, D., Trouche, L. (dir.) (2002). *Calculatrices symboliques : transformer un outil en un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (Eds.) (2005). *The didactical challenge of symbolic calculators: turning a computational device into a mathematical instrument*. New York: Springer.
- Hammoud, R. (2012). Le travail collectif des professeurs en chimie comme levier pour la mise en œuvre de démarches d'investigation et le développement des connaissances professionnelles. Contribution au développement de l'approche documentaire du didactique. Ph.D. Lyon 1 University. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00762964>
- Kock, Z.-J., & Pepin, B. (2018). Student use of resources in Calculus and Linear Algebra. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmut, S. Goodchild, & N.-M. Hogstad (Eds) *Proceedings of INDRUM 2018*, (pp.336-345). University of Agder, Norway and INDRUM.
- Orozco, J., Cuevas Vallejo, C., Madrid De La Vega, H., & Trouche, L. (2018). A proposal of instrumental orchestration to introduce eigenvalues and eigenvectors in a first course of linear algebra for engineering students, in V. Gitirana, T. Miyakawa, M. Rafalska, S. Soury-Lavergne, & L. Trouche (Eds.), *Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference* (pp. 320-323). ENS de Lyon, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563v3/document>
- Pepin, B., Artigue, M., Gitirana, M., Miyakawa, T., Ruthven, K., & Xu, B. (2019). Mathematics teachers as curriculum designers: an international perspective to develop a deeper understanding of the concept. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.). *The resources approach to mathematics education* (pp. 121-144). Cham: Springer.
- Pepin, B., Choppin, J., Ruthven, K., & Sinclair, N. (2017). Digital curriculum resources in mathematics education: foundations for change. *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 645- 661.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2018) Curriculum resources and textbooks in mathematics education. In Lerman, S. (ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer.
- Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying Teacher Collaboration with the Documentational Approach: From Shared Resource to Common Schemes? In H. Borko & D. Potari (Eds.). *ICMI study 25 Proceedings. Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups*. Lisbon, Portugal
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformations. *ZDM Mathematics Education*. 45(7), 929-944.
- Pepin, B., Gueudet, G., & Trouche, L. (2017). Refining teacher design capacity: Mathematics teachers' interactions with digital curriculum resources, *ZDM Mathematics Education*, 49(5), 799-812, <http://rdcu.be/tmXb>
- Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en didactique des mathématiques*. 31(2), 151-189.
- Psycharis, G., & Kalogeria, E. (2018). Studying the process of becoming a teacher educator in technology-enhanced mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(6), 631-660. <https://doi.org/10.1007/s10857-017-9371-5>

- Quéré, N. (2019). Les effets du travail de conception collaboratif entre enseignant.e.s et chercheur.e.s : une étude de cas en anglais. *Recherches en Education*, 38, 32-46.
- Real Academia Española [RAE]. (2019a). Recurso. En *Diccionario de la lengua española* (23.^a ed.). Recuperado de <https://dle.rae.es/recurso>
- Real Academia Española [RAE]. (2019b). Recurrir. En *Diccionario de la lengua española* (23.^a ed.). Recuperado de <https://dle.rae.es/recurrir>
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211–246.
- Rocha, K.D.M. (2018). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories: the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi, & J. Visnovska (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 235-258). Springer.
- Sabra, H. (2016). L'étude des rapports entre documentations individuelle et collective : incidents, connaissances et ressources mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 36(1), 49-95.
- Salaün, J.-M. (2012). *Vu, lu, su. Les architectes de l'information face à l'oligopole du Web*. Paris : La Découverte.
- Salinas-Hernández, U., Sacristán, A.I., & Trouche, L. (2018). Technology integration into mathematics classrooms: case study of a highschool teacher's use of GeoGebra, in V. Gitirana, T. Miyakawa, M. Rafalska, S. Soury-Lavergne, & L. Trouche (Eds.), *Proceedings of the Re(s)ources 2018 International Conference* (pp. 88-91). ENS de Lyon, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01764563v3/document>
- Salinas-Hernández, U, Moreno-Armella, L., & Miranda, I. (2019). Theoretical and Methodological Elements to Analyze Teacher Practice: The Teaching Model. In Otten, S., Candela, A. G., de Araujo, Z., Haines, C., & Munter, C. (Eds.). *Proceedings of the forty-first annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1787-1802. St Louis, MO: University of Missouri.
- Salinas-Hernández, U., & Trouche, L. (2018). Uso de gestos –como recurso-mediador– por un profesor de bachillerato para enfrentar un desafío didáctico no previsto por él. *Unión. Revista iberoamericana de educación matemática*, 54, 6-24, <http://asenmacformacion.com/ojs/index.php/union/article/view/369>
- Sánchez, M. (2010). Orquestación documental: herramienta para la estructuración y el análisis del trabajo documental colectivo en línea. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 30(3), 367–397. Retrieved from <https://revue-rdm.com/2010/orquestacion-documentacional/>
- Santacruz Rodríguez, M., & Sacristán Rock, A. I. (2019). Una mirada al trabajo documental de un profesor de primaria al seleccionar recursos para enseñar geometría. *Educación Matemática*, 31(3), 7–38. <https://doi.org/10.24844/EM3103.01>
- Trouche, L. (2016). Didactics of Mathematics: Concepts, Roots, Interactions and Dynamics from France. In J. Monaghan, L. Trouche, & J.M. Borwein, *Tools and mathematics, instruments for learning* (pp. 219-256). New York: Springer.
- Trouche, L. (2018). Comprender el trabajo de los docentes a través de su interacción con los recursos de su enseñanza - una historia de trayectorias. *Educación Matemática*, 30(3), 9-40 DOI: 10.24844/EM3003.01 http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol30/3/01_REM_30-3.pdf
- Trouche, L. (2019). Evidencing missing resources of the documentational approach to didactics. Towards ten programs of research / development for enriching this approach. In L. Trouche, G. Gueudet, & B. Pepin (Eds.), *The 'resource' approach to Mathematics Education*. Springer series Advances in Mathematics Education (pp. 447-489). Cham: Springer – This chapter originates from a lecture given to the Re(s)ources 2018 International Conference. Video in English, with French subtitles, available at http://video.ens-lyon.fr/ife/2018/2018-05-30_009_Ressources2018_Luc_Trouche_v1.mp4
- Trouche, L., Gitirana, V., Miyakawa, T., Pepin, B., & Wang, C. (2019). Studying mathematics

teachers' interactions with curriculum materials through different lenses: towards a deeper understanding of the processes at stake. *International Journal of Educational Research* 93, 53-67, retrieved on February 21st at <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2018.09.002>

Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (Eds.) (2019). *The resource approach to mathematics education*. New York: Springer.

Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice. In A. Sierpiska, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 227–241). Dordrecht: Kluwer.

Vérillon P. & Rabardel P. (1995) Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrument activity, *European Journal of Psychology of Education*, 9(3), 77-101.

Vygotsky, L. S. (1978). *Thought and language*. Cambridge: MIT Press (Original work published 1934).

Wang, C. (2018). Mathematics teachers' expertise in resources work and its development in collectives. A French and a Chinese Cases. In Fan, L., Trouche, L., Rezat, S., Qi, C., & Visnovska, J. (Eds.), *Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources: Advances and issues* (pp. 193-213). Springer.

Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, identity*. New-York: Cambridge University Press.