



**HAL**  
open science

# Modélisation par un système dynamique discret du processus de subduction-érosion en tectonique des plaques : première approche uni-dimensionnelle

Thomas Leduc

► **To cite this version:**

Thomas Leduc. Modélisation par un système dynamique discret du processus de subduction-érosion en tectonique des plaques : première approche uni-dimensionnelle. [Rapport de recherche] lip6.1997.008, LIP6. 1997. hal-02546248

**HAL Id: hal-02546248**

**<https://hal.science/hal-02546248v1>**

Submitted on 17 Apr 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation par un système dynamique discret du processus de subduction-érosion en tectonique des plaques : première approche uni-dimensionnelle

Thomas LEDUC\*

Mai 1997

## Résumé

Ce rapport présente un modèle numérique discret, à mode opératoire parallèle, du processus de subduction-érosion (sans accretion) en tectonique des plaques. Après avoir constaté l'absence de souplesse des modèles à approche globale, nous présentons une approche résolument différente et non encore explorée à ce jour, basée sur une technique d'imbrications d'automates cellulaires. Les problèmes particuliers de l'implémentation sont évoqués, ainsi que les premiers résultats. Enfin, une version parallèle (par échanges de messages) du modèle est exposée.

Mots clefs : Automates cellulaires - Réseaux d'automates - Tas de sable linéaires - Systèmes dynamiques discrets - Tectonique des plaques

## Abstract

In this report, we present a discrete computer model of a tectonic process : the subduction erosion (without accretion) phenomenon. Up to now, models that have been studied were too inflexible. Here, we describe an original, junior-level, approach, that has not been explored yet, based on cellular automata overlaps. Problems concerning implementation are exposed, so as the first results. At least we present a control parallel code of this model.

Keywords : Cellular Automata - Automata Networks - Sand Pile Model - Discrete dynamical systems - Plate tectonics

---

\*Laboratoire LIP6 (Thème Algorithmique Numérique et Parallélisme), Université Pierre et Marie Curie, 4, place Jussieu, F-75252 PARIS Cedex 05 ; e-mail : Thomas.Leduc@masi.ibp.fr

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Le point de vue géotectonique - l'existant</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Les systèmes dynamiques discrets - présentation générale</b>	<b>4</b>
3.1	Le système discret . . . . .	4
3.2	Le mode opératoire ou la dynamique du système . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Le formalisme utilisé</b>	<b>6</b>
4.1	Les réseaux d'automates . . . . .	6
4.2	Les automates cellulaires . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Application pratique: modèle d'érosion-subduction par imbrication d'automates cellulaires uni-dimensionnels</b>	<b>9</b>
5.1	Les phénomènes physiques et la notion d'échelles de temps . . . . .	9
5.2	Quelques remarques . . . . .	10
5.3	Les automates cellulaires du modèle . . . . .	10
5.3.1	Structure de données - états d'une cellule . . . . .	10
5.3.2	Dynamique du système - algorithme séquentiel . . . . .	11
<b>6</b>	<b>Parallélisation en espace du modèle</b>	<b>12</b>
6.1	Le modèle d'exécution parallèle . . . . .	12
6.2	L'algorithme parallèle . . . . .	12
<b>7</b>	<b>Les résultats</b>	<b>13</b>
<b>8</b>	<b>La conclusion</b>	<b>15</b>

## Table des figures

1	Représentation schématique de la zone de convergence, d'après [6]. . . . .	3
2	Topologie du système dynamique discret . . . . .	5
3	Image obtenue après 1100 iterations de calcul . . . . .	14
4	Image obtenue après 3100 iterations de calcul . . . . .	14
5	Image obtenue après 5100 iterations de calcul . . . . .	14
6	Image obtenue après 7100 iterations de calcul . . . . .	14
7	Image obtenue après 9100 iterations de calcul . . . . .	14

# 1 Introduction

Le texte qui suit résume une partie de l'étude sur la modélisation informatique du processus de subduction-érosion en tectonique des plaques, que nous menons actuellement en collaboration avec le Laboratoire de Géodynamique Tectonique et Environnement de l'Université Paris VI. Après une présentation du contexte et des avancées en matière de modélisation du phénomène géotectonique, nous développons le caractère novateur de notre approche : modélisation "locale" par imbrication d'automates cellulaires uni-dimensionnels (sur un schéma de type Sand Pile Model généralisé). Nous présentons donc le formalisme utilisé, le système discret, la dynamique sur trois échelles de temps, l'implémentation par combinaison d'automates cellulaires et, pour terminer, nous évoquons les premiers résultats.

## 2 Le point de vue géotectonique - l'existant

La tectonique des plaques est une hypothèse bien établie selon laquelle la partie superficielle du globe terrestre (la lithosphère) est formée de plaques rigides d'une centaine de kilomètres d'épaisseur, flottant sur l'asthénosphère visqueuse [12]. Ces plaques sont animées de mouvements (dont la vitesse varie [24] de 1 à 11 cm/an) qui reflètent les effets de la convection mantellique. On recense trois types de frontières différentes à l'interface entre les plaques lithosphériques : les plaques (ou marges) peuvent diverger, coulisser ou converger [1, 24]. Dans ce dernier cas, on se trouve alors confronté à une zone de subduction ou d'obduction. Il y a subduction, lorsque, par exemple, la plaque à croûte océanique se met à plonger dans l'asthénosphère visqueuse, sous une plaque continentale appelée plaque chevauchante [25]. Ceci se produit souvent en bordure de croûte continentale.

Dans le pourtour immédiat d'une zone de subduction, on observe les phénomènes suivants : création d'une fosse océanique qui se creuse le long de la zone de subduction, surpressions de fluides le long du plan de subduction (encore appelé plan de Benioff), production de séismes par frottement ou relaxation...

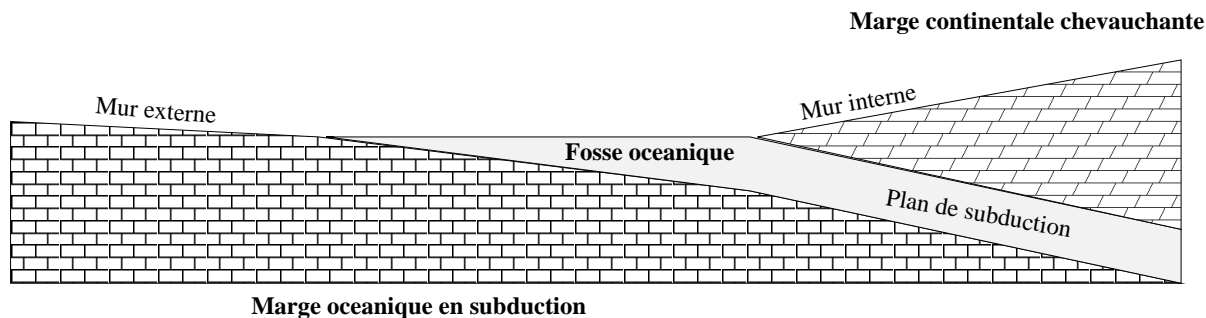


FIG. 1 – Représentation schématique de la zone de convergence, d'après [6].

Ce type de cinématique des marges s'accompagne de deux effets majeurs [1], un processus "additif" (une compression, marges de type I) et un processus "soustractif" (une extension, marges de type II). La compression, se manifeste sous forme d'une accrétion. Il existe 19000 km linéaires, en cumulé, de fosses de ce type sur toute la surface terrestre. L'accrétion est un phénomène qui consiste en l'accumulation et l'incorporation d'écailles tectoniques (constituées du matériel sédimentaire anciennement déposé sur la plaque plongeante) au front de la plaque chevauchante. L'extension, qui représente un cumul de 21000 km linéaires de fosse sur toute la surface du globe, résulte d'un phénomène d'érosion de la base de la plaque chevauchante. C'est un processus qui consiste à entraîner dans la subduction, par le jeu des forces tectoniques, du matériel de la marge chevauchante dans l'asthénosphère visqueuse.

On recense à l’heure actuelle : des modèles analogiques en “boîte à sable” [17, 20], des simulations numériques globales et des calculs analytiques basés sur la puissance fournie à la marge au niveau du décollement. L’objectif sous-jacent est clair : il s’agit de fournir une estimation suffisamment précise et détaillée du volume de matière absorbé en subduction, dans le but de procéder à un enfouissement sous-marin de déchets radio-actifs [2].

Il existe déjà des modélisations globales du phénomène par la méthode des éléments finis. Un code de calcul a d’ailleurs été mis en place à l’IPG-Paris pour étudier les effets de la sismologie sur le plan de Benioff [26]. Nous avons voulu aborder le problème dans une autre optique pour diverses raisons : la résolution de type MEF ne convient pas à l’ensemble de la communauté des géologues et géophysiciens, son échelle (sa résolution) est beaucoup trop grande pour l’observation locale que souhaitent faire les géologues qui s’intéressent au suivi du volume de matière sédimentaire érodé [28] ; elle ne prend pas en compte les divers effets corrélés à la subduction (rétro-charriage de matériel sédimentaire des profondeurs, underplating sous-crustal. . . ), elle est lourde à mettre en oeuvre et son approche est trop “classique” pour représenter la réalité dans sa complexité. La qualité des résultats obtenus par modèles analogiques en “boîte à sable” [18] et la simplicité, mais aussi l’efficacité des modèles de la physique de l’état granulaire [16, 13, 27, 10] (physique des tas de sable, Sand Pile Model), nous ont convaincus de la grande force de l’approche, “locale”, du phénomène de subduction-érosion par les systèmes dynamiques discrets.

### 3 Les systèmes dynamiques discrets - présentation générale

Dans [11], J. FERBER constate que :

“notre intuition commune appréhende l’action comme une modification locale : mes actes ne transforment que les entités qui se trouvent proches de moi. Si je fais tomber un verre par terre, je ne suppose pas que le cours des planètes s’en trouvera modifié. Toute action ne produit qu’une perturbation locale, une altération qui se trouve en contact ou de toute manière à une distance finie de la cause de cette action.”

Nous avons donc choisi de modéliser le phénomène d’érosion-subduction en tectonique des plaques par une approche locale. Ainsi, nous considérons que le milieu d’étude (une partie du globe terrestre) est composé d’une quantité dénombrable d’éléments (des portions d’espace) qui inter-agissent à un niveau local lorsqu’ils sont stimulés.

Toute la complexité de cette modélisation réside dans la représentation des différentes échelles des grandeurs concernées et dans l’établissement des lois d’évolution.

#### 3.1 Le système discret

Pour ce premier modèle bidimensionnel du phénomène de subduction-érosion, nous avons décidé de discrétiser la coupe verticale de subduction dans le sens de la longueur. L’élément de base est donc une bande verticale plane, comportant plusieurs couches différentes (eau, sédiments, basaltes. . . ). Nous appellerons dorénavant *cellule* ces entités élémentaires indivisibles. Ces cellules peuvent prendre un nombre fini d’états<sup>1</sup> et sont influencées par un ensemble fini de cellules “proches”.

Nous avons aussi décidé, pour commencer, de nous limiter à sept couches différentes<sup>2</sup> : une pour

---

1. L’état d’une cellule est déterminé par la donnée des épaisseurs des différentes couches qui la constituent. Ces épaisseurs sont des entiers naturels majorés par la hauteur totale de la coupe étudiée. L’ensemble des différentes valeurs que peuvent prendre les paramètres descriptifs d’une cellule est donc fini.

2. Cette donnée a été établie en commun accord avec les géologues pour lesquels nous réalisons le logiciel. Il s’agit d’une valeur moyenne relativement faible que nous espérons pouvoir affiner lorsque nous passerons au modèle bi-dimensionnel.

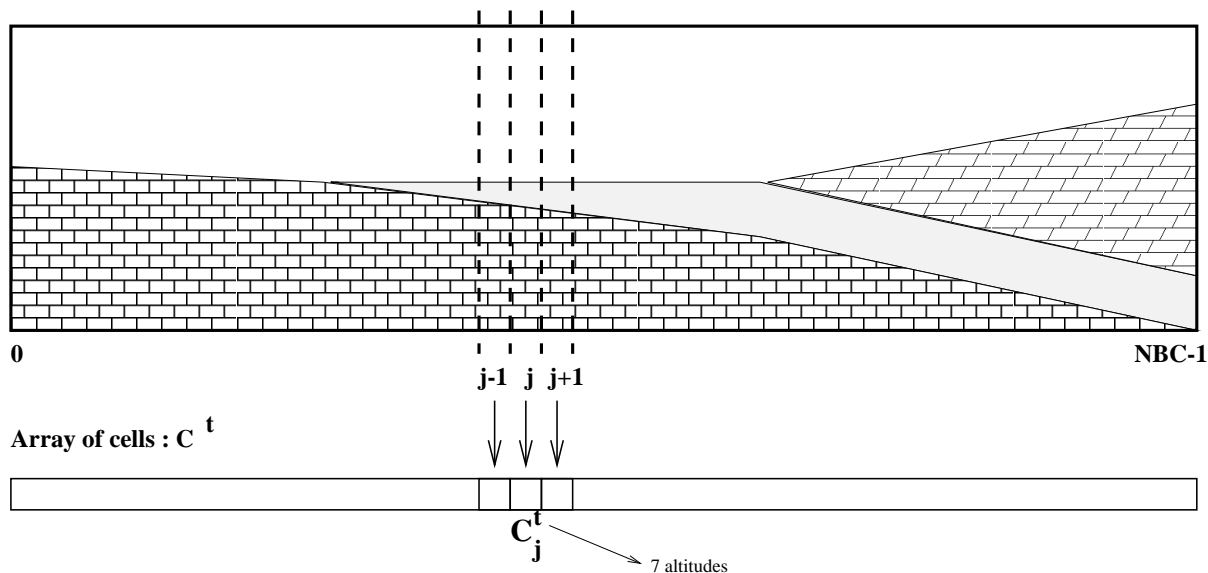


FIG. 2 – Topologie du système dynamique discret

la plaque océanique en subduction, une pour le matériel érodé de la marge chevauchante, une pour la couche intermédiaire située au niveau du plan de subduction et quatre pour la marge continentale chevauchante. Tout ce qui n'est pas de l'une des sept couches citées ci-dessus est de l'eau.

### 3.2 Le mode opératoire ou la dynamique du système

Une fois la géométrie et l'état initial du réseau définis, il faut ensuite faire évoluer globalement notre système au cours du temps. Pour ce faire, nous commençons par discrétiser la grandeur "temps". Chaque pas de temps est ainsi marqué par un pas d'horloge<sup>3</sup>. Puis, comme l'évolution globale ne dépend que des interactions locales, il faut préciser les règles d'influences mutuelles entre les cellules (nous parlerons par la suite de *fonctions de transitions locales*).

Ces principes étant posés, il ne reste plus qu'à laisser le système évoluer de lui-même, par ré-évaluation de l'état de chacune des cellules en fonction de ceux de ses voisines<sup>4</sup>, à chaque pas d'horloge [14, 15]. Cette ré-évaluation des états de chacune des cellules de la subdivision (du maillage), peut se faire selon un mode synchrone (toutes les cellules changent d'état en parallèle) ou non.

Nous venons ainsi de définir une *dynamique*<sup>5</sup> (un univers de comportement) à temps discret pour notre système discret. Nous nous retrouvons donc exactement dans un cas d'application des *réseaux d'automates* ([22]).

3. Il importera plus loin de définir une échelle de temps prenant en compte la diversité des phénomènes étudiés.

4. Au sens où elles influencent la cellule courante...

5. D'après [3], un *système dynamique autonome*, homogène, c'est la donnée d'un ensemble des temps  $\mathcal{T}$  (discret ou continu), d'un espace d'états  $E$  (qui peut-être discret ou un domaine géométrique régulier d'un espace de dimension finie) et d'une fonction d'évolution du système  $F : \mathcal{T} * E \mapsto E$  telle que l'état du système à la date  $t \in \mathcal{T}$  puisse être calculé en fonction de l'état du système à une date antérieure  $t_0 \in \mathcal{T}$  et de l'intervalle de temps  $t - t_0$ . Une telle définition implique que  $\forall t, t' \in \mathcal{T}, \forall c \in E, (t' \geq t) \Rightarrow F(t', c) = F(t' - t, F(t, c))$ .

## 4 Le formalisme utilisé

### 4.1 Les réseaux d'automates

**Le système discret comme ensemble de cellules** Soit  $S$  un ensemble dénombrable, non nécessairement fini, de cellules (entités élémentaires introduites en 3.1). Toutes les cellules de  $S$  peuvent prendre un état appartenant à un même ensemble fini  $E$ .

Une *configuration* de l'ensemble  $S$  des cellules, est une application  $c$  de  $S \mapsto E$ , qui associe à chaque cellule de l'ensemble  $S$  son état. L'ensemble de toutes les configurations possibles de  $S$  est  $E^S$ .

**Une dynamique** ou *fonction de transition globale* sur  $S$  est une application  $F$  de  $E^S \mapsto E^S$  exprimant pour l'ensemble des cellules de  $S$ , le passage d'une configuration à une autre configuration. Appelons  $p_s$  la projection selon la composante  $s \in S$ , de  $E^S$  sur  $E$ .  $p_s \circ F$  est une application de  $E^S \mapsto E$  appelée *fonction de transition locale* associée à la fonction  $F$ . Au sein de l'ensemble des fonctions de transition globales, on distingue le cas particulier des *fonctions de transition globales série-parallèles*:

**Fonctions de transition globales série-parallèles**  $F$  est une fonction de transition globale série-parallèle sur  $S$ , si et seulement s'il existe une partition  $(P_1, \dots, P_m)$  finie d'ordre  $m$  ( $m \in \mathbb{N}$ ) de l'ensemble  $S$ , et une suite d'applications  $(h_i)_{i \in \{1, \dots, m\}}$  de  $E^S \mapsto E^S$  vérifiant, pour tout  $i$  de  $\{1, \dots, m\}$ :

$$\forall s \in S, p_s \circ h_i = \begin{cases} p_s \circ F & \text{si } s \in P_i \\ p_s & \text{si } s \in S \setminus P_i \end{cases}$$

telles que  $F = h_m \circ \dots \circ h_1$ . Comme cas particuliers de fonctions de transition globales série-parallèles, nous pouvons définir les *fonctions de transition globales purement parallèles* (cas où  $m = 1$ ) et les *fonctions de transition globales purement séries* (dans ce dernier cas, il faut que  $S$  soit fini et que  $m = |S|$ ).

**Notion d'influence relative à une fonction de transition globale donnée** Soient  $q$  et  $r$  deux cellules de  $S$ . On dit que la cellule  $q$  *influence* la cellule  $r$  *relativement à la fonction de transition globale*  $F$  si et seulement s'il existe  $c_1, c_2 \in E^S$  deux configurations de l'ensemble des cellules  $S$  telles que:

$$\forall s \in S \setminus \{q\}, c_1(s) = c_2(s)$$

pour lesquelles:  $p_r \circ F(c_1) \neq p_r \circ F(c_2)$ . Note: nous avons donc alors nécessairement  $c_1(q) \neq c_2(q)$ .

**Construction du graphe d'influence de  $F$**  Cette notion d'influence<sup>6</sup> relative à une fonction de transition globale  $F$  permet d'introduire une *relation* sur  $S$ , c'est-à-dire encore un *graphe simple* orienté  $G_F = (S, A_F)$ . Le couple  $(q, r) \in S * S$  constitue un arc du graphe  $G_F$  (c'est-à-dire un élément de l'ensemble  $A_F$ ), si et seulement si la cellule  $q$  influence la cellule  $r$  relativement à la fonction de transition globale  $F$ . L'ensemble des cellules *adjacentes*<sup>7</sup> (au sens des graphes) à la cellule  $s \in S$ , est l'ensemble  $A_F(s) \cup A_F^{-1}(s)$  des cellules ayant une influence sur  $s$  ou influencées par  $s$ , relativement à  $F$ .

---

6. Nous pourrions préciser "d'influence immédiate" étant donné que nous allons introduire dans la suite de ce document la notion d'échelle de temps.

7. C'est-à-dire, l'ensemble des cellules distinctes de  $s$  pour lesquelles il existe un arc les reliant à  $s$ , indépendamment de l'orientation.

**Cellule active relativement à une fonction de transition globale donnée** Une cellule  $s \in S$  est *inactive* pour la fonction de transition globale  $F$  si et seulement si  $p_s \circ F = p_s$ . Une cellule qui n'est pas inactive pour  $F$  est appelée *cellule active* relativement à la fonction de transition globale  $F$ .

**Temps discret - principe des itérations discrètes - modes opératoires** Il s'agit à présent de définir un "espace des temps"  $\mathcal{T}$  discret, muni d'une loi de composition interne (additive), d'une relation d'ordre total et d'un plus petit élément (l'origine des temps, élément neutre pour l'addition). Pour des raisons pratiques, nous le choisissons égal à  $p\mathbb{N}$  (avec  $p \in \mathbb{N}^*$ , le *pas de temps*) et plaçons l'origine des temps en 0.

On dit d'une suite de configurations de l'ensemble des cellules de  $S$ , qu'elle suit le principe des itérations discrètes sur  $\mathcal{T}$ , si et seulement si cette suite est indexée par  $\mathcal{T}$ , c'est-à-dire encore si et seulement si c'est une application de  $\mathcal{T} \mapsto E^S$ .

Un mode opératoire associé à une suite de configurations  $(c_t)_{t \in \mathcal{T}}$  de l'ensemble des cellules de  $S$ , est une suite de fonctions de transition globales  $(F_t)_{t \in \mathcal{T}}$  exprimant le passage du système à la configuration  $c_{succ(t)}$ , pour toute date  $t \in \mathcal{T}$ . On distingue trois familles particulières de modes opératoires :

- les *modes opératoires série-parallèles* (homogènes)

Pour ces modes opératoires, la suite des fonctions de transition globales est constante, égale à une fonction de transition globale série-parallèle  $F$ .

- les *modes opératoires asynchrones*

Pour ces modes opératoires, il faut définir une suite  $(S_t)_{t \in \mathcal{T}}$  d'éléments de  $\mathcal{P}(S)$  (des sous-ensembles de  $S$ ) regroupant les cellules actives au cours du temps et une suite de temps de propagation  $(\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}}$  (des éléments de  $\mathcal{T}^{S \times S}$ ) des influences sur le graphe<sup>8</sup>. Alors, à chaque date  $t \in \mathcal{T}$ , le calcul de la configuration  $c_{succ(t)}$  se fait de la manière suivante :

- si  $s \in S \setminus S_t$ , alors  $c_{succ(t)}(s) = c_t(s)$ ,
- si  $s \in S_t$ , alors  $c_{succ(t)}(s) = p_s \circ F_t(c'_{t,s})$ , avec

$$c'_{t,s} : \begin{array}{l} S \mapsto E \\ s' \rightarrow c_{t-\Theta_t(s',s)}(s') \end{array}$$

Pour ces modes opératoires, le calcul des configurations ne porte que sur un sous-ensemble de cellules dites "actives" (dans le sens où elles sont seules à être ré-évaluées à ce pas de temps donné), et l'on introduit par ailleurs une notion de temps de retard qui correspond au temps de propagation des influences sur les arcs du graphe.

- les *modes opératoires chaotiques*

Ce sont des cas particuliers de modes opératoires asynchrones dépourvus de la notion de temps de retard pris à la propagation des influences sur les arcs du graphe. C'est-à-dire encore, que la suite de temps de propagation  $(\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}}$  (des éléments de  $\mathcal{T}^{S \times S}$ ) des influences sur le graphe est constante égale à  $0_{S \times S}$ .

---

8. Par convention: si  $(q, r) \notin A_{F_t}$ , alors  $\Theta_t(q, r) = 0$ . Il n'y a pas de retard de pris à la propagation d'une "non-influence".



**Les réseaux d'automates** On définit un *réseau d'automates* par la donnée d'un quintuplet  $(G, E^S, (F_t)_{t \in \mathcal{T}}, (S_t)_{t \in \mathcal{T}}, (\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}})$  où  $S$  désigne un ensemble dénombrable de cellules,  $E$  désigne un même ensemble fini d'états que peuvent prendre chaque cellule de  $S$ ,  $(F_t)_{t \in \mathcal{T}}$  désigne un mode opératoire de  $S$  sur  $\mathcal{T}$ ,  $(S_t)_{t \in \mathcal{T}}$  désigne la suite des cellules actives au cours du temps et  $(\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}}$  la suite des temps de propagation des influences sur le graphe  $G$ .  $G$  est le graphe simple orienté défini par :  $G = (S, \bigcup_{t \in \mathcal{T}} A_{F_t})$ .

## 4.2 Les automates cellulaires

Dans le modèle réseau d'automates, il est possible d'avoir des règles de transition et des types de voisinages différents d'une cellule à l'autre et différents au cours du temps. Nous allons, à présent, restreindre cette définition au cas des *automates cellulaires* pour lesquels il s'agit de juxtaposer une même règle de transition selon un mode opératoire synchrone homogène en des cellules qui ont toutes le même type de voisinage (indépendamment du temps).

**Avertissement** Dans [23], Z. Róka écrit :

La première notion apparue pour simuler de tels réseaux est celle de graphe d'automates présentée par Rosenstiehl et al [...] On part alors d'un graphe de degré fixé ; sur chaque sommet, on place un automate fini qui communique avec ses voisins par les arêtes du graphe. Mais cette notion n'est pas encore satisfaisante : une longue série de travaux montre qu'il est nécessaire d'introduire une notion de "vecteur de repérage" pour faire fonctionner le réseau : si chaque machine connaît ses voisines suivant un certain ordre local figurant sur les arêtes du graphe, elle doit aussi connaître son propre numéro dans les listes de chacune de ses voisines. Comme on veut modéliser des réseaux construits uniformément, il est gênant de passer par un tel vecteur de repérage : on devrait déduire "naturellement" l'information qu'il contient ; on va donc se restreindre à une classe de graphes plus réguliers.

Soit  $(G, E^S, (F_t)_{t \in \mathcal{T}}, (S_t)_{t \in \mathcal{T}}, (\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}})$  un réseau d'automates. Comme ce qui caractérise un automate cellulaire est l'existence d'un réseau régulier et uniforme de machines finies s'influençant mutuellement, il faut commencer par imposer aux graphes  $G_t = (S, A_{F_t})$ , pour  $t \in \mathcal{T}$  (si l'on veut s'attacher à définir les automates cellulaires du moins) d'être connexes<sup>9</sup> et d-réguliers<sup>10</sup> avec  $d \geq 1$ . Ensuite, puisque le mode opératoire du réseau doit-être homogène, tous les termes de la suite de fonctions  $(F_t)_{t \in \mathcal{T}}$  doivent-être identiques et égaux à une même fonction de transition globale  $F$  indépendante du temps  $t$ . C'est aussi pour cette raison que nous considérons désormais qu'il n'y a pas de notion de temps de retard pris à la propagation des influences sur les arcs du graphe. La suite  $(\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}}$  est donc constante égale à  $0_{S^*S}$ .

Enfin, pour toutes les cellules  $s \in S$ , il faudrait pouvoir écrire  $p_s \circ F$  sous la forme d'une seule et même fonction de transition locale  $f : E^S \mapsto E$  indépendamment de la cellule considérée. Or, en fait, seuls les états des cellules de l'ensemble  $A^{-1}(s)$  importent réellement à l'évaluation de  $p_s \circ F(c)$  (pour  $c \in E^S$ ).

Ce problème étant loin d'être trivial dans le cas général où l'on ne possède pas plus d'informations sur  $F, A_F$  et  $S$ , nous allons nous "restreindre à une classe de graphes plus réguliers".

**Définition** Soit  $S$  un ensemble infini dénombrable de cellules placées chacune en un point de  $\mathbb{Z}^n$ . Soit  $(G, E^S, (F_t)_{t \in \mathcal{T}}, (S_t)_{t \in \mathcal{T}}, (\Theta_t)_{t \in \mathcal{T}})$  un réseau d'automates à mode opératoire purement parallèle, synchrone, homogène sur cet ensemble  $S$  de cellules, où, pour tout  $t \in \mathcal{T}$ ,  $G_t = (S, A_{F_t})$

9. Ce qui signifie qu'entre deux cellules quelconques, il existe toujours une chaîne.

10. Un graphe  $(S, A)$  est d-régulier si  $\forall s \in S, |A(s)| = d$ . Ici, ceci signifie que toute cellule influence un même nombre de cellules.

est un même graphe simple orienté, connexe et d-régulier (noté  $\mathcal{G}$ ). Appelons  $F$  l'unique fonction de transition globale, indépendante du temps. On a donc  $\forall t \in \mathcal{T}, A_F = A_{F_t}$  et, par ailleurs,  $G = (S, A^\infty) = (S, \bigcup_{t \in \mathcal{T}} A^t)$ .

Soit  $\sigma$  la cellule origine des axes, posons  $V = A_F^{-1}(\sigma)$  l'ensemble des cellules de  $S$  ayant une influence sur  $\sigma$ . Le graphe vérifie alors la propriété suivante d'invariance par translation:  $\forall s \in S, A_F^{-1}(s) = s + V$ .

Ainsi, pour toute cellule  $s \in S$ ,  $p_s \circ F$  est évaluée à partir de la donnée de  $V$ , et peut donc être écrite sous la forme d'une application  $f : E^d \mapsto E$ .

**Cas particulier où  $S$  est fini** On complète l'ensemble  $S$  par une quantité infinie dénombrable de cellules inactives et à état neutre<sup>11</sup> pour la fonction de transition locale  $f$ .

**Définition** On appelle *automate cellulaire* le quadruplet  $(\mathcal{G}, E^S, V, f)$  où  $\mathcal{G} = (S, A)$  est un graphe simple orienté, connexe et d-régulier,  $E$  est l'ensemble fini des états que peuvent prendre les différentes cellules,  $V$  l'adjacence locale relative et  $f$  la *fonction de transition locale*. Tous ces éléments ayant été définis précédemment.

## 5 Application pratique : modèle d'érosion-subduction par imbrication d'automates cellulaires uni-dimensionnels

### 5.1 Les phénomènes physiques et la notion d'échelles de temps

Comme nous l'avons déjà écrit dans [19], pour modéliser une "convergence de marges de type II<sup>12</sup>" en tectonique des plaques, il faut représenter trois grandes "tendances" distinctes: un plongeon de la plaque océanique (translation oblique descendante sous la contrainte de l'effort pondéreux exercé par la plaque continentale chevauchante), une érosion sous-crustale (par hydro-fracturation et surpressions au niveau du plan de subduction) ainsi que les affaissements de terrain qui en résultent sur toute la hauteur de la plaque chevauchante, et, enfin, des avalanches superficielles au sommet de la plaque supérieure. Ces derniers phénomènes, véritables éboulements de terrain à la surface de la marge chevauchante, se produisent lorsque le pendage de celle-ci est trop important localement. Ces trois efforts conjugués doivent entraîner les effets suivants:

- une rupture de pente de la plaque plongeante en proportion de l'effort pondéreux exercé par la plaque chevauchante,
- un crénelage approximatif de la plaque plongeante (résultant des brisures de pente successives),
- un sous-charriage des matériaux érodés,

et respecter les contraintes énoncées ci-après:

- rendu visuel avec "effet de vague" dans la géométrie de la plaque continentale,
- recul du front de la marge chevauchante, tout en gardant une altitude constante.

---

11. Dans la pratique, un tel état peut-être obtenu par ajout d'un attribut spécifique supplémentaire à chacune des cellules.

12. C'est-à-dire sans accréation au front de la plaque chevauchante.

Dans l'état actuel de nos réflexions, nous estimons qu'il importe de distinguer trois échelles de temps différentes. Celle des phénomènes "instantanés"<sup>13</sup>, d'abord, qui se produisent sur une échelle de temps dite **rapide** (c'est le cas des avalanches superficielles). Celle des phénomènes "à grande ampleur", ensuite, qui se produisent sur une échelle des temps dite **lente** (c'est le cas de la subduction même de la marge océanique avec la "génération de marches" qui lui est corrélée, mais c'est aussi le cas du "vieillessement" et de l'érosion sous-crustale de la marge continentale chevauchante). Enfin, nous introduisons une échelle de temps dite **moyenne** pour représenter des phénomènes physiques s'intercalant entre les deux classes de phénomènes pré-cités (c'est le cas de la translation générale du front de la marge océanique, du nivellement de la fosse et des affaissements de terrain au sein de la marge chevauchante).

## 5.2 Quelques remarques

Pour représenter ces trois "échelles de temps", nous allons imbriquer trois automates cellulaires. Ainsi, entre deux pas de temps de l'automate à fonction de transition locale "lente", il se produira autant d'itérations de l'automate à fonction de transition locale "moyenne" que nécessaire. Et, de la même façon, entre deux pas de temps de l'automate à fonction de transition locale "moyenne", il se produira autant d'itérations de l'automate à fonction de transition locale "rapide" que nécessaire.

Par ailleurs, nous insistons sur les points suivants :

- en ce qui concerne les problèmes aux limites, il faut gérer séparément les cellules situées aux deux extrémités de l'automate uni-dimensionnel (la première permet, *grosso-modo* "d'introduire" de la matière dans le système alors que la dernière permet de l'éliminer),
- entre la fonction de transition globale "lente" et la fonction de transition globale "moyenne" du système dynamique, il y a transmission d'une donnée globale que nous appellerons *Coef f<sub>Translation</sub>* dans la suite du document,
- l'expression de la fonction de transition locale "rapide" est très fortement inspirée d'un automate cellulaire connu sous le nom de **Sand Pile Model**.

D'une manière générale, d'ailleurs, ce modèle est calqué sur le principe du Sand Pile Model. Il est donc plus qualitatif que quantitatif.

## 5.3 Les automates cellulaires du modèle

### 5.3.1 Structure de données - états d'une cellule

Reprenons les notations introduites précédemment et désignons par  $(G, E^S, V, f_{lente})$ ,  $(G, E^S, V, f_{moyenne})$  et  $(G, E^S, V, f_{rapide})$  les trois automates cellulaires que nous utilisons pour représenter le phénomène géotectonique à modéliser.

Ces automates cellulaires portent sur le même graphe simple, fini, non orienté, connexe, 3-régulier, où les cellules de S sont placées chacune en un point de  $\{0, \dots, NBC - 1\}$  (NBC est l'entier naturel cardinal de S). Voici une représentation "en ligne" du système discret :

(0)----- (1)----- ...----- (j-1)----- (j)----- (j+1)----- ...----- (NBC-2)----- (NBC-1)

---

13. Relativement aux autres phénomènes du moins...

Le voisinage local relatif d'une cellule quelconque (non située aux extrémités de l'automate) d'indice  $j$  est défini par  $A^{-1}(j) = \{j-1, j, j+1\}$  et, par ailleurs,  $A^{-1}(0) = \{0, 1\}$  et  $A^{-1}(NBC-1) = \{NBC-2, NBC-1\}$ .

Si  $c \in E^S$ , alors  $c(j) \in E$  correspond à l'état de la  $j$ -ème cellule. Décrivons à présent  $E$ , l'ensemble de tous les états que peut prendre une cellule.

L'état d'une cellule est déterminé par la donnée des épaisseurs des différentes couches qui la constituent (voir 3.1) et par la donnée de deux autres coefficients entiers permettant d'ajouter un surplus d'information à la portion verticale de l'espace considérée. Ces sept épaisseurs sont des entiers naturels majorés par la hauteur totale ( $NBL \in \mathbb{N}$ ) de la coupe étudiée. L'un des deux autres coefficients correspond à la présence ou non d'une "marche", il prend ses valeurs dans l'ensemble fini  $\{0, \dots, Lmarche\}$  (où  $Lmarche$  est la constante entière correspondant à la longueur totale des marches). Enfin, le dernier des coefficients, dit de "vieillessement", prend ses valeurs dans l'ensemble fini  $\{0, \dots, MAX_{VIEL}\}$  (où  $MAX_{VIEL}$  est une constante entière dont nous réglons la valeur en fonction du rendu visuel). Nous avons donc :  $E = \{0, 1, \dots, NBL-1\}^7 * \{0, \dots, Lmarche\} * \{0, \dots, MAX_{VIEL}\}$ , l'ensemble des configurations de l'AC est donc  $E^S$  avec  $S = \{0, \dots, NBC-1\}$ .

Soit  $c^0$  la configuration initiale.

En pratique, notre automate cellulaire est représenté par un tableau de cellules. Chacune de ces cellules n'a connaissance, d'un pas de temps à l'autre, que de son état propre et de celui de ses deux voisines immédiates (les valeurs des états étant considérées au pas de temps précédent).

### 5.3.2 Dynamique du système - algorithme séquentiel

Pour implémenter le modèle décrit sur une machine séquentielle, nous allons procéder de la manière suivante :

#### En séquentiel :

Soient  $c$  et  $cc$  deux tableaux de  $NBC$  cellules ( $NBC \in \mathbb{N}$ ).

Initialiser  $c$ .

Itérer le bloc d'instructions suivant :

Recopier le contenu du tableau  $c$  dans le tableau  $cc$ <sup>14</sup>

Gérer les problèmes aux limites (cas de  $c[0]$  et  $c[NBC-1]$ )

Pour  $i \leftarrow 1$  à  $NBC-2$ , faire :

$Coeff_{Translation} = Coeff_{Translation} + c[i].f_{lente}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1])$

Itérer le bloc d'instructions suivant :

Recopier le contenu du tableau  $c$  dans le tableau  $cc$

Gérer les problèmes aux limites (cas de  $c[0]$  et  $c[NBC-1]$ )

Pour  $i \leftarrow 1$  à  $NBC-2$ , faire :

$c[i].f_{moyenne}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1], Coeff_{Translation})$

Itérer le bloc d'instructions suivant :

Recopier le contenu du tableau  $c$  dans le tableau  $cc$

Gérer les problèmes aux limites (cas de  $c[0]$  et  $c[NBC-1]$ )

Pour  $i \leftarrow 1$  à  $NBC-2$ , faire :

$c[i].f_{rapide}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1])$

Tant que condition rapide non réalisée

Tant que condition moyenne non réalisée

Si la condition de sauvegarde est vérifiée alors sauver le cliché courant.

Tant que condition lente non réalisée

Comme nous pouvons le constater, à une itération de la petite boucle donnée, le tableau  $c$  correspond à  $c^{t+1}$  alors que  $cc$  correspond à  $c^t$ .

Par ailleurs, comme nous l'avions annoncé en 5.2 nous retrouvons bien la variable globale  $Coeff_{Translation}$  en sortie de la fonction de transition lente. Elle est alors passée en paramètre

14. On peut envisager d'adopter une technique moins "coûteuse" qui éviterait cette recopie physique du contenu de  $c$  dans  $cc$ ...

de la fonction de transition moyenne. Cette variable permet à l'ensemble des cellules de prendre connaissance, immédiatement et de façon synchrone, d'un phénomène de translation de la marge océanique.

## 6 Parallélisation en espace du modèle

### 6.1 Le modèle d'exécution parallèle

La structure de données utilisée est un tableau (uni-dimensionnel) de cellules. Il y a beaucoup plus de cellules (de l'ordre du millier) que de noeuds de calcul disponibles sur la machine parallèle que nous utilisons (quelques dizaines). Nous avons découpé notre tableau (global) de cellules en autant de partitions qu'il y a de noeuds de calcul. Nous avons ensuite réparti ces partitions sur l'ensemble des noeuds. Ce découpage s'est fait de façon à minimiser le nombre de communications entre noeuds voisins. Ainsi, à chaque noeud, est rattaché un sous-tableau de cellules contiguës du tableau global.

Nous manipulons une structure de données qui est très régulière et lui appliquons un ensemble de traitements tout aussi réguliers. Nous estimons qu'il importe cependant de distinguer l'un des noeuds de calcul (le superviseur) et de le charger de diffuser les paramètres d'initialisation, de collecter, sommer (par un "pvm\_reduce") et diffuser une variable globale de translation de marge et, enfin, de récupérer (par un "pvm\_gather") les résultats pour affichage final.

Par conséquent, de ce fait même et du fait de la nature propre des fonctions de transition locale, notre problème dépasse le strict cadre du parallélisme des données pour celui du parallélisme de contrôle ou de tâches. Nous devons distribuer un exécutable sur plusieurs noeuds de calcul et donner naissance à plusieurs tâches. Nous avons donc développé un modèle d'exécution MIMD (Multiple Instruction Multiple Data) pour effectuer la parallélisation du code séquentiel.

Nous avons choisi d'utiliser la bibliothèque d'échanges de messages PVM [7, 21, 9, 8] pour le portage. Elle permet de réaliser un parallélisme asynchrone<sup>15</sup>, distribué<sup>16</sup> avec réseau de communication.

### 6.2 L'algorithme parallèle

#### En parallèle (code des clients) :

```

Initialiser PVM
Prendre connaissance du nombre "nbproc" de processus clients
Chaque client s'inclut dans le groupe des itérateurs
Si le processus courant est le premier à s'être inclus dans itérateurs alors :
    Lire les fichiers de paramètres généraux
    "broadcaster"17 l'ensemble de ces valeurs au groupe des itérateurs
sinon :
    Réceptionner les valeurs des paramètres généraux en provenance du premier des processus
    itérateurs
Prendre connaissance des deux processus itérateurs voisins (les co-latéraux)
Soient c et cc deux tableaux de taille + 2 cellules, où  $taille = \frac{NBC}{nbproc}$  ( $NBC \in \mathbb{N}$ )
Initialiser le tableau local c
Itérer le bloc d'instructions suivant :
    Recopier le contenu du tableau c dans le tableau cc18
    Envoyer les valeurs de c[1] et c[taille] aux co-latéraux
    Réceptionner les valeurs de c[0] et c[taille + 1] en provenance des co-latéraux
    Gérer les problèmes aux limites (cas de c[0] et c[NBC - 1])

```

15. Puisque les flots d'instructions et les flots de données sont multiples.

16. Au sens où les noeuds de calcul ont des mémoires locales séparées.

17. Ou encore, en français : diffuser

18. On peut envisager d'adopter une technique moins "coûteuse" qui éviterait cette recopie physique du contenu de c dans cc. . .

Pour  $i \leftarrow 1$  à *taille*, faire :

$Coeff_{Translation} = Coeff_{Translation} + c[i].f_{lente}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1])$

Collecter et additionner les valeurs de  $Coeff_{Translation}$  sur tous les processus *itérateurs* au niveau du processus *itérateur* superviseur

Si le processus courant est le premier à s'être inclus dans *itérateurs* alors :

"Broadcaster" la valeur de  $Coeff_{Translation}$  à tous les *itérateurs*

sinon :

Réceptionner la valeur de  $Coeff_{Translation}$  en provenance du premier des processus *itérateurs*

Itérer le bloc d'instructions suivant :

Recopier le contenu du tableau *c* dans le tableau *cc*

Gérer les problèmes aux limites (cas de  $c[0]$  et  $c[NBC - 1]$ )

Pour  $i \leftarrow 1$  à *taille*, faire :

$c[i].f_{moyenne}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1], Coeff_{Translation})$

Itérer le bloc d'instructions suivant :

Recopier le contenu du tableau *c* dans le tableau *cc*

Envoyer les valeurs de  $c[1]$  et  $c[taille]$  aux co-latéraux

Réceptionner les valeurs de  $c[0]$  et  $c[taille + 1]$  en provenance des co-latéraux

Gérer les problèmes aux limites (cas de  $c[0]$  et  $c[NBC - 1]$ )

Pour  $i \leftarrow 1$  à *taille*, faire :

$c[i].f_{rapide}(cc[i-1], cc[i], cc[i+1])$

Tant que condition rapide non réalisée

Tant que condition moyenne non réalisée

Si la condition de sauvegarde est vérifiée alors :

Collecter les tableaux locaux de résultats au niveau du processus *itérateur* superviseur

Si le processus courant est le premier à s'être inclus dans *itérateurs* alors :

sauver le cliché courant

Tant que condition lente non réalisée

sortir de PVM

## 7 Les résultats

Ce développement a été fait sur une station de travail Unix en langage objet (C++). Pour le "rendu visuel", nous avons envisagé deux types d'animations graphiques. Le premier, que nous qualifierons de "conversationnel" ou "temps réel" en ce sens qu'il n'est pas différé mais produit à chaque pas de temps, nous a permis d'affiner la mise au point des divers paramètres (utilisation d'une librairie graphique sous X11 développée par R. Cazoulat [5, 4] de l'Université de Caen). Il s'est toutefois vite avéré très lent, peu portable et inadapté au traitement parallèle. Le second correspond à un post-traitement graphique d'images au format "raw" (RGB) que nous transformons en un film "mpeg" en utilisant l'utilitaire de conversion du logiciel ImageMagick. Ce post-traitement a l'avantage d'être plus rapide à la consultation et plus portable puisqu'il suffit de disposer d'un "Mpeg player" (logiciel du domaine public) pour visualiser les animations.

Nous présentons ci-après, cinq copies d'écran de notre animation Mpeg. Partant d'une configuration initiale très théorique et très régulière, nous avons choisi de prendre une vue de l'évolution globale toutes les 1000 itérations (il faut approximativement compter 312 ans par itération). Nos images représentent une coupe de 25 km de long sur 5 km de haut. Nous pouvons remarquer que les pendages restent globalement constants (2 à 3 deg pour le mur externe, 6 deg pour le mur interne, 8 deg pour le plan de subduction...).

Ces images ont été générés, pour le traitement, sur un CRAY T3D à 256 processeurs DEC ALPHA Ev5, et, pour le post-traitement, sur une Silicon Graphics Power Challenge XL, quadri-processeurs.

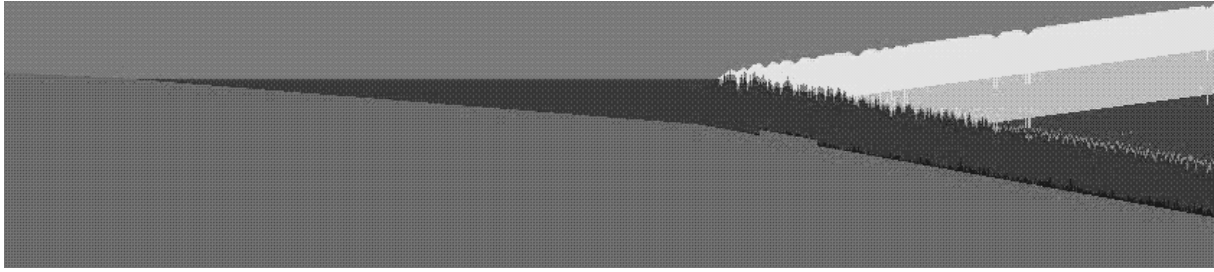


FIG. 3 – *Image obtenue après 1100 iterations de calcul*

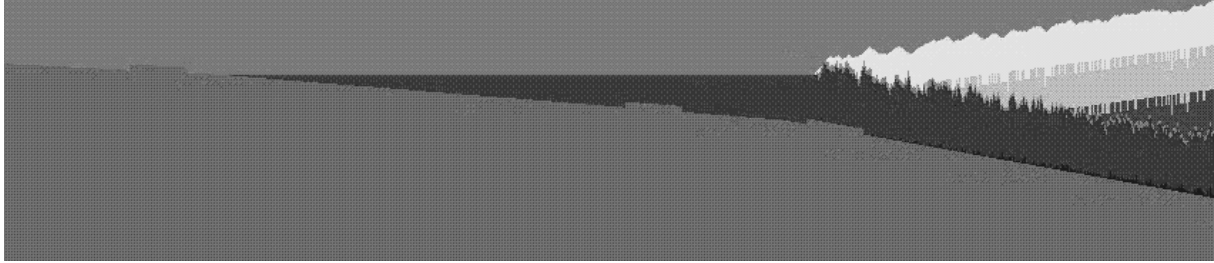


FIG. 4 – *Image obtenue après 3100 iterations de calcul*

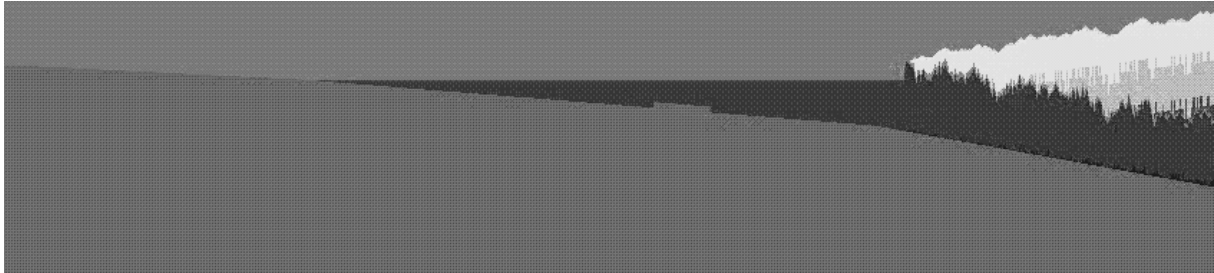


FIG. 5 – *Image obtenue après 5100 iterations de calcul*

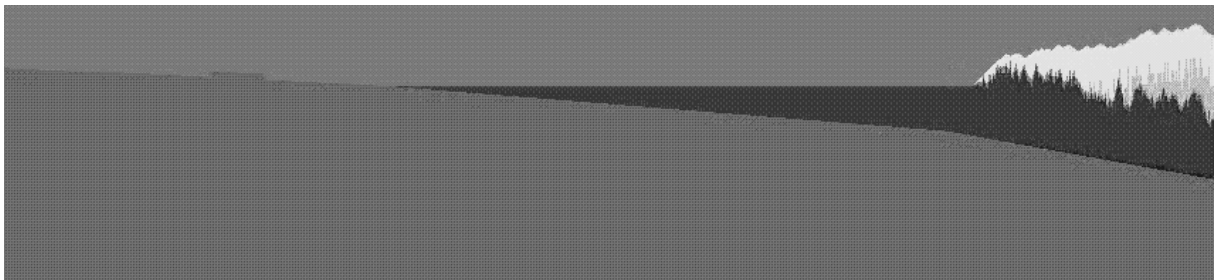


FIG. 6 – *Image obtenue après 7100 iterations de calcul*

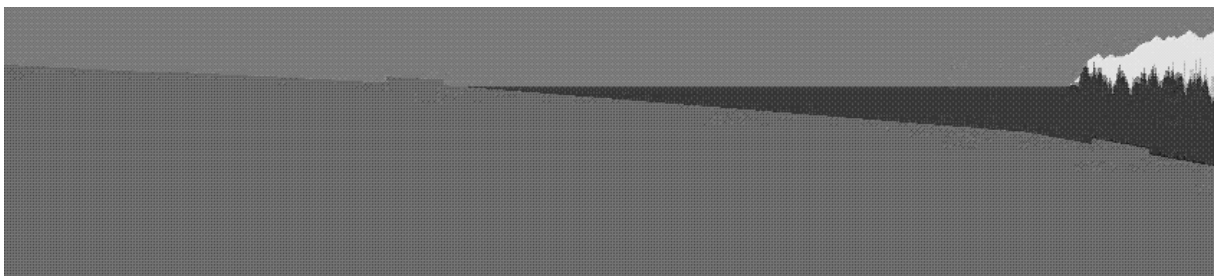


FIG. 7 – *Image obtenue après 9100 iterations de calcul*

## 8 La conclusion

Cette nouvelle modélisation du phénomène de subduction-érosion en tectonique des plaques par une imbrication d'automates cellulaires est souple et correspond bien aux besoins des spécialistes en tectonique avec lesquels nous collaborons. Le rendu visuel à l'exécution est satisfaisant : l'altitude du point de contact de la subduction au front de la plaque chevauchante reste constante, le pendage du plan de subduction est constant et le front de la marge continentale "recule" dans une proportion (relativement) cohérente avec l'avancée de la plaque plongeante.

## Références

- [1] Jacques BOURGOIS. La fosse d'Amérique Centrale: convergence, accrétion, érosion tectonique. *La Vie des Sciences, Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Série Générale*, 10(4):285–303, 1993.
- [2] Jacques BOURGOIS. Un processus naturel pour éliminer définitivement les déchets nucléaires ultimes. *Réalités Industrielles - Une série des Annales des Mines*, pages 5–12, janvier 1996.
- [3] Paul BOURRET, James REGGIA, and Manuel SAMUELIDES. *Réseaux neuronaux - une approche connexionniste de l'Intelligence Artificielle*. Teknea, 1991.
- [4] Renaud CAZOULAT. *Manuel d'utilisation de Small*. Université Caen.
- [5] Renaud CAZOULAT. *Modélisation et simulation de la dynamique de population d'agents*. PhD thesis, Université Caen, janvier 1996.
- [6] T.R. CHARLTON. Tectonic erosion and accretion in steady-state trenches. *Tectonophysics*, 149:233–243, 1988.
- [7] Jalel CHERGUI and Jean-Michel DUPAYS. PVM sur T3D/T3E — Parallel Virtual Machine. formation IDRIS, décembre 1995.
- [8] P. COUSOT. Concepts avancés de programmation parallèle par messages avec la bibliothèque PVM. Majeur Informatique Fondamentale et Applications - Ecole Polytechnique - <http://www.ens.fr/~cousot/>.
- [9] P. COUSOT. Programmation parallèle répartie en C avec messagerie asynchrone utilisant la bibliothèque PVM. Majeur Informatique Fondamentale et Applications - Ecole Polytechnique - <http://www.ens.fr/~cousot/>.
- [10] Jacques DURAN. La physique du tas de sable. *Revue du Palais de la Découverte*, 23(224):21–39, janvier 1995.
- [11] Jacques FERBER. *Les Systèmes Multi-Agents - Vers une intelligence collective*. Informatique Intelligence Artificielle. InterEditions, 1995.
- [12] A. FOUCAULT and J.-F. RAOULT. *Dictionnaire de géologie*. Masson, 4<sup>ème</sup> édition, 1995.
- [13] Sara K. GRUMBACHER, Karen M. McEWEN, Douglas A. HALVERSON, D. T. JACOBS, and John LINDNER. Self-organized criticality: an experiment with sandpiles. *Am. J. Phys.*, 61(4):329–335, April 1993.
- [14] Jean-Claude HEUDIN. *La vie artificielle*. Hermes, 1994.
- [15] W. Daniel. HILLIS. *La Machine à connexions*. Masson, 1988.



- [16] Heinrich M. JAEGER and Sidney R. NAGEL. Physics of the granular state. *Science*, 255:1481–1612, march 1992.
- [17] Serge LALLEMAND and Jacques MALAVIEILLE. L'érosion profonde des continents. *La Recherche*, 23(249):1388–1397, décembre 1992.
- [18] Serge E. LALLEMAND, Philippe SCHNÜRLE, and Jacques MALAVIEILLE. Coulomb theory applied to accretionary and nonaccretionary wedges: possible causes for tectonic erosion and/or frontal accretion. *Journal of Geophysical Research*, 99(B6):12,033–12,055, june 1994.
- [19] Thomas LEDUC. Compte rendu d'activité - Année 1995-96. Equipe CHPV - Laboratoire MASI, novembre 1996.
- [20] Jacques MALAVIEILLE, Christophe LARROQUE, and Sylvain CALASSOU. Modélisation expérimentale des relations tectonique/sédimentation entre bassin avant-arc et prisme d'accrétion. *C. R. Acad. Sci.*, 316, Série II:1131–1137, 1993.
- [21] Jean-Christophe MIGNOT, Frédéric DESPREZ, Bernard TOURANCHEAU, Yves ROBERT, Olivier REYMANN, Loic PRYLLI, Michèle DION, and Stéphane DOMAS. Programmation parallèle sur machines à mémoire distribuée et réseaux de stations de travail. formation LIP—ENS-LYON, mars 1996.
- [22] François ROBERT. *Les systèmes dynamiques discrets*. Mathématiques et Applications 19. Springer-Verlag, 1995.
- [23] Zsuzsanna RÓKA. *Automates Cellulaires sur graphes de Cayley*. PhD thesis, ENS Lyon - Université Claude Bernard - Lyon I, juillet 1994.
- [24] Philippe SCHNÜRLE. *Contribution à la compréhension des mécanismes dérosion tectonique et à la quantification des flux de matière dans les zones de subduction*. PhD thesis, UPMC - Sciences de la Terre, mars 1994. Thèse de Doctorat de l'université P. et M. Curie.
- [25] David W. SCHOLL, Roland von HUENE, Tracy L. VALLIER, and David G. HOWELL. Sedimentary masses and concepts about tectonic processes at underthrust ocean margins. *Geology*, 8:564–568, december 1980.
- [26] C. H. SCHOLZ and J. CAMPOS. On the mechanism of seismic decoupling and back arc spreading at subduction zones. *Journal of Geophysical Research*, 100(B11):22,103–22–115, november 1995.
- [27] Gérard Y. VICHNIAC. Simulating physics with cellular automata. *Physica*, D(10):96–116, 1984.
- [28] Roland von HUENE and Serge LALLEMAND. Tectonic erosion along the Japan and Peru convergent margins. *Geological Society of America Bulletin*, 102:704–720, june 1990.