



HAL
open science

Formation à l'analyse de l'activité des élèves en mathématiques au cycle 3 : une complémentarité de deux cadres théoriques.

Christine Choquet

► **To cite this version:**

Christine Choquet. Formation à l'analyse de l'activité des élèves en mathématiques au cycle 3 : une complémentarité de deux cadres théoriques.. Ressources, 2019. hal-02508691

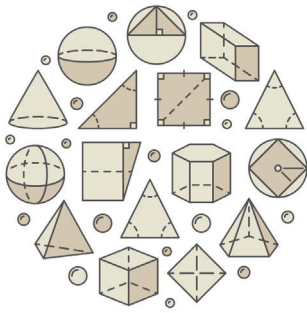
HAL Id: hal-02508691

<https://hal.science/hal-02508691>

Submitted on 15 Mar 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Activités mathématiques des élèves

Formation à l'analyse de l'activité des élèves en mathématiques au cycle 3 : une complémentarité de deux cadres théoriques.

RÉSUMÉ

Cet article porte sur l'analyse de l'activité des élèves dans une classe de cycle 3 lors de la recherche/résolution d'un problème en mathématiques. Nous proposons, après une analyse a priori, d'étudier les productions écrites et orales des élèves. Pour cela, nous mobilisons des éléments issus de deux cadres théoriques : la problématisation (Fabre 1999 ; Orange 2005) et la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski 2002). Ils permettent, en repérant les adaptations des connaissances des élèves (Robert 2008) et en élaborant des espaces de contraintes (Orange 2002), de reconstruire leur activité effective. La méthodologie d'analyse et les résultats ont, par ailleurs, été étudiés en formation initiale (Master MEEF). Il en ressort que les étudiants réussissent à faire fonctionner les outils théoriques mais en restent à des considérations « de surface » dans la compréhension des activités effectives des élèves, ce qui contraint en formation à reconsidérer les résultats en termes d'activités a minima et a maxima (Robert 2008). L'ensemble de ce travail en formation contribue à montrer aux étudiants le caractère nécessaire d'une formation à et par la recherche.

Christine **CHOQUET**

Université de Nantes

CREN

ESPE Académie de Nantes

MOTS CLÉS :

activités des élèves, apprentissages, mathématiques, formation initiale, problématisation, double approche didactique et ergonomique

La résolution de problèmes est au cœur de l'enseignement/apprentissage des mathématiques à l'école primaire comme dans le secondaire (MEN 2008, 2016). L'enjeu est de permettre à tous les élèves d'acquérir des savoirs et de développer des compétences mathématiques. Des professeurs des écoles font le choix de dédier des séances de mathématiques à la recherche/résolution de problèmes afin d'atteindre cet objectif (Choquet 2017). Cependant, ces séances ne sont pas simples à organiser, des difficultés persistent notamment dans le choix du problème et dans le repérage des activités effectives des élèves qui permettraient d'engager un processus d'institutionnalisation efficace pour tous les élèves (Choquet 2014).

L'enjeu est de permettre à tous d'acquérir des savoirs et de développer des compétences mathématiques.

Dans cet article, nous présentons une recherche concernant l'analyse des activités des élèves d'une classe de cycle 3 (8-10 ans) lors de la résolution d'un problème de type ouvert puis nous étudions l'utilisation de ces analyses dans le cadre de la formation initiale en Master MEEF1 Parcours de Mathématiques et montrons comment une formation à et par la recherche peut se révéler, pour les étudiants et professeurs stagiaires, nécessaire.

CADRAGE THÉORIQUE ET MÉTHODOLOGIE D'ANALYSES

Dans cette étude, nous choisissons d'utiliser des éléments issus de deux cadres théoriques : le cadre de la problématisation (Fabre, Orange) et le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski) afin d'obtenir des résultats d'analyses fins des activités des élèves lors de la recherche/résolution de problèmes mathématiques.

La problématisation et les espaces de contraintes

Le cadre théorique de la problématisation place les problèmes au cœur

de la construction des savoirs (Fabre 1999 ; Orange 2005). Lors de la recherche/résolution d'un problème par des élèves, les savoirs ne se réduisent pas aux solutions du problème mais sont à considérer comme des réponses à des sous-problèmes posés dans un groupe d'élèves ou par la classe (lors d'un débat par exemple). Ces savoirs sont ainsi à présenter et étudier en classe en tant que « porteurs des conditions de possibilités de ces solutions c'est-à-dire des raisons (ou nécessités) qui les sous-tendent » (Fabre 1999). Les activités des élèves sont représentées par des espaces de contraintes (Orange 2012) rendant compte d'articulations entre trois registres : le registre empirique, le registre des nécessités et le registre explicatif. Le registre empirique exhibe les sous-problèmes élaborés par les élèves ainsi que des réponses, des faits repérés à partir de leurs expérimentations et de leurs essais. Le repérage par les élèves de faits s'oriente parallèlement vers l'élaboration d'explications, ils décident de ce qui est possible et de ce qui ne l'est pas, ce qui construit le registre des nécessités. Ils cherchent également à mettre ces deux premiers registres en relation avec des modèles explicatifs permettant d'avancer vers l'élaboration de nouveaux sous-problèmes, de solutions et leur donner du sens dans l'ensemble des savoirs qu'ils peuvent maîtriser. Le registre explicatif est constitué des éléments de savoir en jeu dans l'élaboration par les élèves de sous-problèmes, de solutions aux sous-problèmes et de preuves. L'espace de contraintes, construit a posteriori, permet de visualiser l'organisation des activités des élèves et permet de révéler le processus de recherche/résolution du problème initial posé par l'enseignant ainsi que des articulations entre le registre empirique, le registre des nécessités et le registre explicatif qui peuvent être mobilisés.

La double approche didactique et ergonomique et les adaptations de connaissances

Le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique propose des outils pour analyser la pratique des enseignants tout en étudiant les activités des élèves dans le but de repérer et comprendre comment cette pratique permet de favoriser des apprentissages en mathématiques (Robert 2008). Ce cadre issu de la théorie de l'activité (Vygotsky) amène à « décrire les activités des élèves, en relation avec les apprentissages, à partir de ce que les enseignants organisent en classe » (Ibid., p. 423). Dans cet article, nous étudions les activités des élèves dans le cours de mathématiques. Le but est de « mesurer l'écart entre des activités possibles des élèves mettant en jeu leurs connaissances (en cours d'acquisition), analysées a priori, et les activités effectives, celles qui ont vraisemblablement pu avoir lieu [...] » dans les séances observées (Ibid., p. 19). Cet écart nous renseigne ici sur l'efficacité des séances mises en œuvre par un enseignant quand il vise des apprentissages pour ses élèves et nous permet d'envisager des alternatives afin d'améliorer le processus d'apprentissage pour tous les élèves (dans le cadre d'une recherche en didactique des mathématiques mais également en formation initiale ou continue). Les « analyses d'activités des élèves sont faites à partir de ce qui est proposé par l'enseignant en classe » (Ibid., p. 39) celui-ci ayant déterminé un ou des objectif(s) d'apprentissage. Il s'agit bien en cela de pratiques ordinaires pour lesquelles le chercheur n'intervient ni dans le choix des problèmes à proposer aux élèves, ni dans la mise en œuvre des séances et les analyses sont effectuées pour « une classe donnée, à un niveau scolaire donné » (Ibid., p. 39). Afin de réaliser les analyses, trois niveaux sont considérés.

Le premier est identifié comme le niveau global des analyses. Il s'agit de repérer la dynamique globale proposée aux élèves lors d'une séquence :

quelles proportions de cours, exercices, problèmes ? Dans quel ordre ? Quelle organisation dans la construction des connaissances avec les élèves ? Pour quelles synthèses et quel processus d'institutionnalisation ?

Le deuxième niveau s'intéresse aux tâches proposées aux élèves, identifiées par « les mises en fonctionnement des connaissances anciennes ou nouvelles des élèves ». Pour chaque énoncé, sont étudiées sept adaptations des connaissances que les élèves ont à faire (Robert 2008) :

- A1 : reconnaissances (partielles) des modalités d'application des connaissances

L'adaptation des connaissances A1 est repérée quand les élèves reconnaissent de manière immédiate dans l'énoncé du problème l'opération, la propriété, le théorème permettant de le résoudre.

- A2 : introduction d'intermédiaires

L'adaptation A2 correspond à la nécessité pour les élèves d'ajouter des notations, des lettres (dans le cas d'un problème lié au calcul littéral), des éléments sur une figure géométrique etc.

- A3 : mélanges de plusieurs cadres, changements de points de vue

L'adaptation A3 est identifiée lorsque les élèves changent de cadre : par exemple, ils utilisent un calcul (numérique ou algébrique) pour résoudre un énoncé situé initialement dans le cadre géométrique.

- A4 : introduction d'étapes (par les élèves dans des calculs ou des raisonnements)

- A5 : utilisation de questions précédentes dans un problème

- A6 : existence de choix

Les élèves ont le choix entre plusieurs procédures pour atteindre la solution et aucune procédure n'est imposée dans l'énoncé.

- A7 : manque de connaissances nouvelles

Cette dernière adaptation repère l'absence d'une connaissance chez les élèves, par exemple lors de la recherche/résolution de problèmes introduisant de nouvelles notions ma-

thématiques.

Le troisième niveau concerne les conditions de travail des élèves. Celles-ci sont déterminées à partir de l'étude des déroulements des séances (en termes de durée du travail des élèves, par exemple, selon les différentes tâches proposées par l'enseignant), de la nature des échanges organisés dans la classe (parole laissée aux élèves, verbalisation demandée aux élèves, etc.), des explications et aides apportées par l'enseignant, etc.

Les activités a minima et a maxima des élèves

Dans le cadre de la double approche, il s'agit lors des analyses de déterminer les activités possibles, envisageables, des élèves et de reconstituer celles effectivement réalisées pendant les séances. Or chaque élève d'une même classe ne va pas développer pendant les séances la même intensité d'activités : certains élèves vont, par exemple, démarrer une recherche individuelle dès que l'enseignant le demande, d'autres vont attendre soit plus d'informations de la part de l'enseignant soit des pistes proposées par leurs pairs (Robert 2008). Des activités de deux types peuvent coexister dans la classe : les activités a maxima correspondant à ce qu'un élève peut au mieux produire lors d'une séance et les activités a minima à ce qui peut être au minimum fait par les élèves

Les concepts d'a minima et a maxima semblent renvoyer le professeur débutant à des questions quotidiennes sur sa pratique.

1. ERMEL : équipe de recherche pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

les moins à l'aise et les moins engagés dans le cours de mathématiques. Ces activités sont repérées lors de l'observation des séances et dans les productions écrites et/ou orales des élèves. En étudiant les activités a maxima et a minima, nous pouvons déduire finement ce qui peut être fait et appris par la majorité des élèves lors des séances (ou tout au moins faire des hypothèses fines) et ainsi envisager des alternatives en vue d'une amélioration des pratiques.

Dans cette recherche, nous faisons l'hypothèse que ce dernier outil va favoriser l'entrée, en formation initiale, dans les analyses fines des activités des élèves. En effet, les concepts d'a minima et a maxima nous semblent renvoyer le professeur débutant à des questions quotidiennes sur sa pratique : que peuvent faire au mieux des élèves ? Quelle peut être l'activité minimale attendue d'un élève lors de la résolution d'un problème ? Comment repérer l'activité de chacun des élèves face à une résolution de problème ?

L'ÉNONCÉ GOLF

Le problème intitulé Golf est issu d'un ouvrage destiné aux professeurs des écoles et proposé par le collectif ERMEL¹ (1999). La recherche/résolution du problème en classe de cycle 3 (MEN 2015) est répartie sur trois séances, l'énoncé et les solutions attendues sont les suivants (Cf. Fig. 1 et 2) :

FIGURE N°1 Énoncé du problème Golf

Séance 1 : « Vous allez chercher à obtenir 23 en additionnant des 5 et des 2, puis vous allez chercher à obtenir 41 avec des 8 et des 3, puis vous allez chercher à obtenir 97 toujours avec des 8 et des 3. Vous allez chercher le plus de solutions possibles. »
Séance 2 : « Retour sur 97 puis vous allez chercher à obtenir 92 en ajoutant des 5 et des 3. Vous allez chercher toutes les solutions. »
Séance 3 : « Vous allez essayer de trouver toutes les solutions pour obtenir 92 et essayer d'expliquer pourquoi vous êtes sûrs de les avoir toutes. »

FIGURE N°2
Solutions attendues du problème Golf

23	2 solutions	$5 \times 3 + 4 \times 2$; $5 + 2 \times 9$
41	2 solutions	$8 + 3 \times 11$; $4 \times 8 + 3 \times 3$
97	4 solutions	$11 \times 8 + 3 \times 3$; $8 \times 8 + 11 \times 3$; $5 \times 8 + 19 \times 3$; $2 \times 8 + 27 \times 3$
92	6 solutions	$16 \times 5 + 4 \times 3$; $13 \times 5 + 9 \times 3$; $10 \times 5 + 14 \times 3$; $7 \times 5 + 19 \times 3$; $4 \times 5 + 24 \times 3$; $1 \times 5 + 29 \times 3$

Dans la suite, nous présentons le problème connu en mathématiques puis l'analyse a priori en termes d'adaptations des connaissances.

Un problème connu des mathématiciens

Résoudre ce problème revient à atteindre un nombre entier N (23 ; 41 ; 97 ou 92) en ajoutant des multiples de deux nombres entiers plus petits (pour 23 : 5 et 2 ; pour 41 et 97 : 8 et 3 et pour 92 : 5 et 3). Cela revient en fait, pour chaque cas, à résoudre une équation diophantienne définie comme une équation à coefficients entiers dont les inconnues sont des

nombre entiers : il s'agit de trouver les nombres entiers a et b tels que $23 = 5a + 3b$; c et d tels que $41 = 8c + 3d$; e et f tels que $97 = 8e + 3f$; g et h tels que $92 = 5g + 2h$.

Des procédures de résolution dans le cadre algébrique sont connues. Par exemple, pour résoudre l'équation diophantienne $41 = 8c + 3d$, on sait que $3d$ un nombre positif ce qui implique que $8c$ est un nombre (entier) inférieur ou égal à 41. De ce fait, le nombre c est inférieur ou égal à 5 donc c peut prendre la valeur 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ou 5 ce qui se traduit par les résultats suivants :

FIGURE N°3
Résolution dans un cadre algébrique

c	0	1	2	3	4	5
$41 - 8c$	41	33	25	17	9	1
d	Impossible	11	Impossible	Impossible	3	Impossible

Finalement, deux couples de solutions existent pour obtenir 41 avec des 8 et des 3 : (1 ; 11) et (4 ; 3). Bien entendu, ce type de procédures de résolution dans le cadre algébrique n'est pas exigible d'élèves de cycle 3 et ne constitue pas un objectif d'apprentissage pour ce niveau scolaire. Chez des élèves de cet âge (8-10 ans), il est attendu qu'ils mobilisent leurs propres connaissances sur les nombres entiers (addition, soustraction, multiple, etc.), même si elles sont encore fragiles pour certains d'entre eux. Il est surtout attendu qu'ils s'engagent dans des essais et

ajustements même si ceux-ci n'aboutissent pas aux solutions du problème et qu'ils développent ainsi des compétences de recherche (Ermel, 1999 ; Choquet, 2014).

Une analyse a priori en termes d'adaptations des connaissances

L'analyse a priori du problème en termes d'adaptations des connaissances nous permet d'établir, au-delà du domaine algébrique et pour une classe de cycle 3, les différentes adaptations de connaissances que les élèves peuvent faire pendant leurs recherches (Cf. Fig. 4).

FIGURE N°4
Adaptation des connaissances des élèves pour le problème Golf

A1	Reconnaissances de propriétés	Additions successives, multiplications, multiples, décompositions d'un entier
A2	Introduction d'intermédiaires	Notations +, x
A3	Différents cadres	Un seul cadre (le cadre numérique)
A4	Introduction d'étapes	Plusieurs calculs suite à des ajustements Plusieurs solutions à trouver Plusieurs étapes dans la preuve
A5	Utilisation des questions précédentes	Oui (envisageable pour 92)
A6	Existence de choix	Dans les procédures (par additions, multiplications, multiples, soustractions)
A7	Manque de connaissances nouvelles	Raisonnement par exhaustivité des cas

Le problème Golf, est un problème de type ouvert à ce niveau d'enseignement (Ermel 1999 ; Choquet 2014), les procédures à mettre en œuvre ne sont pas imposées (A6). Les élèves sont amenés à reconnaître et mobiliser des connaissances anciennes (pour le cycle 3) à savoir l'addition, la multiplication et/ou la soustraction de nombres entiers ainsi que la notion de multiples (A1). Le travail s'effectue essentiellement dans le cadre numérique (A3), les élèves avancent pas à pas, par essais et ajustements (A4, A5). Seule la notion de raisonnement par exhaustivité des cas², dans le cas de la preuve demandée en séance 3, peut leur faire défaut et être considérée comme un manque de connaissances (A7).

DÉROULEMENT DES TROIS SÉANCES

L'enseignant observé n'est pas débutant, il enseigne dans une école de centre-ville depuis une quinzaine d'année. Il choisit de mener, dans sa classe de CM1/CM2 (élèves de 8-10 ans), les trois séances selon un déroulement très proche de celui proposé par l'équipe ERMEL. Les trois séances ne sont pas consécutives mais réparties sur trois semaines (une séance par semaine). Elles sont relativement longues par rapport aux

séances de mathématiques habituelles dans cette classe : 83 minutes pour la première, 79 minutes pour la deuxième et 85 minutes pour la troisième ; ce qui montre le temps qu'il accepte de consacrer à ce type de séances et en cela, l'importance pour lui d'amener tous les élèves jusqu'à la résolution du problème et la preuve.

Organisation des séances proposées par l'enseignant

Afin de retracer la manière dont l'enseignant organise chacune des trois séances, nous les avons partagées en quatre phases et repéré pour chacune d'elles, leurs durées en minutes : il s'agit des phases de consignes, de recherche individuelle et/ou en groupes, de mise en commun des résultats et de synthèse. Lors de chacune des trois séances, l'enseignant consacre de 13 à 16 minutes aux consignes, en s'assurant que chaque élève a compris ses attentes et l'enjeu des tâches proposées lors de la séance. Un temps de recherche (individuelle et/ou en groupe), de 19 à 27 minutes, est laissé aux élèves avant une mise en commun des résultats et procédures. La synthèse pour chacune des trois séances est courte (1 à 3 minutes), elle ne porte pas sur les savoirs mathématiques convoqués lors de la séance (ce qui pourrait participer au processus d'institutionnalisation) mais essentiellement sur le dé-

2. Pour rappel : dans un raisonnement par exhaustivité des cas, il s'agit d'exhiber toutes les solutions possibles

roulement des travaux de recherche des élèves : « [...] Vous avez bien cherché ». Lors de la séance 3, la mise en commun des procédures et des résultats obtenus (47 minutes) occupe la majeure partie de la séance. L'enseignant demande en fait aux élèves, en repartant de leurs productions, de poursuivre la recherche/résolution du problème dans le but de trouver toutes les possibilités d'atteindre 92 et de

Lors de la séance 3, la mise en commun des procédures occupe la majeure partie de la séance.

prouver que toutes les solutions sont trouvées. Il s'agit à ce moment-là de poursuivre ensemble la construction de sous-problèmes tels que SP1, 2 et 3 :

SP1- j'ai trouvé une solution, est-ce que je dois m'arrêter ou continuer à chercher une autre manière d'atteindre 92 ?

SP2- A quelle(s) condition(s) dois-je m'arrêter ?

SP3- Je dois prouver que j'ai toutes les solutions et comment ?

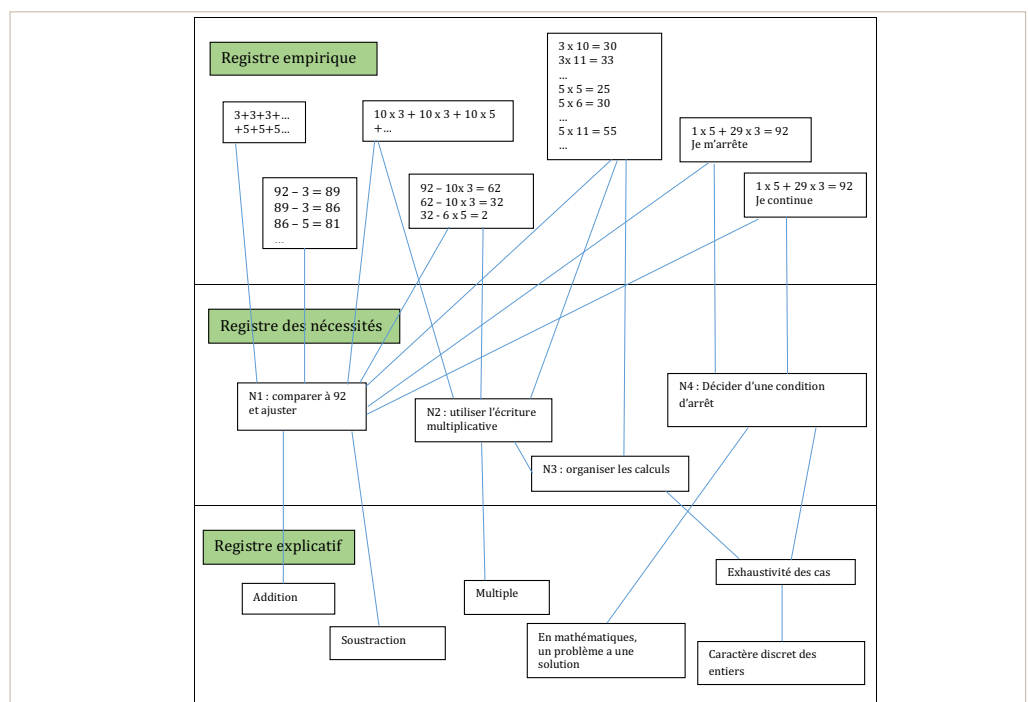
Une analyse a posteriori en termes d'espace de contraintes

L'analyse des productions des élèves permet d'élaborer l'espace de contraintes qui suit (Cf. Fig. 5) et permet de rendre compte de la construction, menée dans chacun des groupes, de différents sous-problèmes. Les élèves n'ayant pas tous construit les mêmes sous-problèmes n'ont pas de ce fait construit les mêmes nécessités et convoqué le même registre explicatif.

Le registre empirique, que nous présentons ici, rend compte de quatre constructions de sous-problèmes différentes :

Avant de comparer à 92, soit les élèves ajoutent de manière aléatoire des 3 et des 5 (le registre explicatif est l'addition), soit ils ajoutent des multiples de 3 et de 5 (le registre explicatif est l'addition et la notion de multiple). Ou, en partant de 92, soit ils enlèvent de manière aléatoire des 3 et des 5 (le registre explicatif est la soustraction), soit ils enlèvent des multiples de 3 et de 5 (le registre explicatif est la soustraction et la notion de multiple).

FIGURE N°5
Espace de contraintes : Atteindre 92, toutes les solutions, preuve (Séances 2 et 3)



La nécessité de comparer les résultats de ces calculs à 92 est mise en évidence par tous les élèves puisqu'atteindre exactement 92 est une condition d'arrêt des recherches. Une majorité d'élèves, mais pas tous, construit la deuxième nécessité d'organiser les calculs, soit pour ne pas refaire les mêmes plusieurs fois, soit pour ne pas en oublier et atteindre 92 de plusieurs manières. Cette deuxième nécessité est importante puisqu'elle va amener les élèves vers le registre explicatif lié à un raisonnement par exhaustivité des cas, du fait que les sous-problèmes se construisent dans le domaine des nombres entiers.

ETUDE DE CETTE RECHERCHE EN FORMATION INITIALE

Le travail présenté ici a été étudié en première (M1) et en deuxième (M2) années du Master MEEF Parcours de Mathématiques. Il s'agissait pour le formateur d'atteindre deux objectifs : le premier consistait en la familiarisation avec les outils théoriques proposés dans la perspective d'une formation des M1 et M2 à et par la recherche, le second consistait en l'analyse, pour les comprendre, des activités d'élèves de cycle 3, avant leur entrée au collège.

Un outil pour reconstituer les activités effectivement réalisées par les élèves.

Des éléments théoriques compris mais des résultats difficiles à utiliser

Après une découverte des deux cadres théoriques utilisés dans cette recherche, il a été demandé aux étudiants et professeurs stagiaires de réaliser une analyse a priori du problème Golf dans le cadre de la double approche afin de repérer les adaptations possibles des connaissances puis une analyse a posteriori des séances dans le cadre de la problématisation en élaborant des espaces de contraintes. Ce travail a été globalement bien mené par les étudiants et professeurs-stagiaires. Cependant, alors que les analyses a priori

mettant en évidence les adaptations des connaissances et les analyses a posteriori en termes d'espaces de contraintes sont un outil pour reconstituer les activités effectivement réalisées par les élèves, peu de conclusions exploitables ont été tirées de ces analyses. Les étudiants et professeurs-stagiaires en sont restés à des considérations « de surface » sur la classe : la majorité d'entre eux ont identifié les savoirs mathématiques utilisés (addition, soustraction, multiples) sans repérer les compétences de raisonnement mobilisées par les élèves ; ils ne se sont attardés que sur quelques erreurs commises (de calcul par exemple) sans identifier tous les essais effectués par les élèves et les sous-problèmes qu'ils ont ainsi construits ; certains d'entre eux ne sont pas allés au-delà de remarques personnelles telles que « c'est trop complexe pour ces élèves » ou « ces élèves ne sont pas capables de résoudre le problème proposé » et n'ont pas cherché à les justifier

Introduction en formation d'un outil d'analyse supplémentaire

Les observations et vidéogrammes des trois séances ainsi que l'étude des productions écrites et orales des élèves mettent en évidence qu'ils n'ont pas tous tout construit, tout résolu et prouvé. De ce fait, il est apparu nécessaire d'introduire avec les étudiants et les professeurs stagiaires un nouvel outil afin de repérer, de tenir compte de ces écarts entre les élèves et de tenter de les expliquer, en particulier en distinguant des activités a minima et des activités a maxima (Robert 2008). Cet outil a rendu nécessaire pour les M1 et M2 une relecture et une analyse plus attentive des procédures de chaque élève, de chaque groupe et a ainsi permis d'atteindre des résultats plus fins que les considérations précédentes.

Ils ont alors repéré que lors de la séance 1, les productions écrites individuelles puis en groupe montrent des différences dans l'aboutissement des recherches effectuées par les élèves, notamment dans le cas de 97 : aucun

groupe ne trouve pour 97 toutes les solutions, un groupe en trouve 3 et les autres groupes en trouvent une seule ou aucune. Par conséquent, il a été possible de mettre en évidence avec eux qu'à maxima, si un élève entreprend des recherches dès que l'enseignant le demande et fait appel aux « tables de multiplications » autrement dit à la notion de multiples, il peut trouver toutes les solutions attendues pour 23, 41 et 97 puis qu'à minima, un élève effectue quelques multiplications, quelques additions « au hasard », sans se poser de questions sur les nombres à atteindre. La différence ainsi repérée à la fin de la première séance est importante : alors que certains élèves auront organisé leurs recherches, d'autres auront seulement fait des calculs de manière aléatoire. Elle montre, notamment aux M1 et M2, que tous les élèves n'ont pas construit, individuellement puis dans les groupes, les mêmes sous-problèmes, ce qui peut avoir une répercussion sur les activités des séances 2 et 3.

Une formation à et par la recherche consiste en plusieurs allers-retours entre la présentation d'outils théoriques issus de la recherche et leur utilisation par les étudiants lors des analyses qu'ils effectuent.

Lors des séances 2 et 3, les échanges entre la classe et l'enseignant montrent également deux types d'activités. Les M1 et M2 ont réussi à identifier que lors de la séance 3, le choix fait par l'enseignant observé explique en partie les différences repérées entre les activités a maxima et a minima des élèves et ne permet pas de minimiser l'écart entre ces deux types d'activités. En effet lors des mises en commun, l'enseignant propose d'écouter seulement des volontaires. De ce fait, a maxima, un élève ayant déjà engagé la réflexion dans son groupe, comprend les attentes de l'enseignante et expose sa procédure et ses résultats. Il poursuit la réflexion en répondant aux questions de l'enseignante, de la classe et avance vers l'élaboration d'une preuve. Parallèlement à cet élève, un autre, a minima, écoute les réponses données, les questions posées par ses pairs sans s'impliquer personnellement dans les échanges

et sans construire un raisonnement lui permettant de comprendre l'intérêt de la preuve et son élaboration.

CONCLUSION

Dans cet article, nous présentons une recherche menée sur les activités des élèves dans le cas de la recherche/résolution d'un problème (de type ouvert) en mathématiques. Les analyses sont menées dans les cadres de la problématisation (Fabre 1999 ; Orange 2005) en termes d'espaces de contraintes (Orange 2012) et de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski 2002) en termes d'adaptations des connaissances (Robert 2008). Ce travail a été étudié avec des étudiants et des professeurs stagiaires en MEEF Parcours de Mathématiques dans le cadre de leur formation à et par la recherche. L'étude révèle que les étudiants et professeurs stagiaires ont montré, à travers leurs propres travaux d'analyse, qu'ils comprenaient et étaient capables d'utiliser les éléments théoriques proposés sans réussir à en retirer des informations fines sur les activités des élèves. L'apport par le formateur d'un outil théorique supplémentaire -la notion d'activités a minima et a maxima- a été nécessaire pour identifier les activités effectives des élèves.

Suite à ce travail, nous obtenons que ce sont bien les difficultés pour conclure, suite à leurs analyses, qui ont amené les étudiants et les professeurs stagiaires à la nécessité de s'intéresser à un nouvel outil théorique d'analyse donc à la nécessité d'approfondir leur formation à la recherche. Une formation à et par la recherche consiste alors en plusieurs allers-retours entre la présentation d'outils théoriques issus de la recherche et leur utilisation par les étudiants et professeurs stagiaires lors des analyses qu'ils effectuent. C'est à ce titre qu'elle demeure un espace privilégié dans lequel peut être mise à l'étude la lecture et la compréhension des activités des élèves ■

BIBLIOGRAPHIE

Choquet, C. (2014) Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3. Thèse. Université de Nantes. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01185671>

Choquet, C. (2017) Profils de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage, 36 (1), pp.11-47.

Ermel (1999) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*. INRP. Hatier.

Fabre, M. (1999) *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Paris : PUF.

Orange, C. (2005) Problème et problématisation dans l'enseignement scientifique. *Aster*, 40, 1-10.

Orange, C. (2012) *Enseigner les sciences. Problèmes, débats et savoirs scientifiques en classe*. De Boeck.

Robert, A. & Rogalski, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2(4), 505-528.

Robert, A. (2008) Sur les apprentissages des élèves : une problématique inscrite dans les théories de l'activité et du développement. In Vandebrouck, F. (Dir.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Octarès édition.

Vygotsky, L. [1934] (1997) *Pensée et Langage*. Paris : La Dispute.